



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

非线性流体惯容研发及其振动控制研究

(政府间国际科技创新合作重点专项 No.2021YFE0112200)

姓 名：龙盼

学 号：2132247

学 院：土木工程学院

学科门类：工学

专业学位类别：土木水利

专业领域：土木工程

研究方向：防灾减灾工程及防护工程

指导教师：唐和生

二〇二四年五月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A thesis submitted to

Tongji University in partial fulfillment of the requirements for
the degree of Master of Engineering

Development of Nonlinear Fluid Inerter and Its Vibration Control Investigation

(Supported by the National Key R&D Program of China

No. 2021YFE0112200)

Candidate: Long Pan

Student Number: 2132247

School/Department: School of Civil Engineering

Categories: Engineering

Professional Degree Categories:

Civil and Hydraulic Engineering

Major: Civil Engineering

Research Fields: Disaster Mitigation for Structures

Supervisor: Tang Hesheng

May, 2024

摘要

线性隔振系统结构简单、机理明确，是一种被广泛应用的经典的线性振动控制技术，然而其也存在有效控制频带有限等问题，而被动控制领域新出现的利用相关非线性元件进行非线性振动控制，已被证实具备着更宽的控制频带和更强的鲁棒性。然而现有研究大多是利用非线性刚度和非线性阻尼，少有对非线性质量的利用，惯容概念的出现为此提供了新的方向，即利用非线性惯容以实现非线性惯性。目前现有的非线性惯容实现方式大多是基于几何非线性构造并附加线性惯容，这种实现方法的间接性将增加结构的复杂度，并且其相关研究大部分还停留于概念性的层面。在此研究背景下，本文基于传统的流体惯容器，提出了一种直接实现非线性惯性的装置，即非线性流体惯容器，并制作了实体样机，开展了相关的动力试验研究，并结合非线性惯容与隔振结构开展了混合振动控制研究。主要内容有：

(1) 为解决线性振动控制中存在的控制频带有限等问题，提出了一种基于位移非线性的非线性流体惯容构造，通过理论分析建立了由一个非线性惯容单元和一个非线性阻尼单元并联表示的非线性流体惯容器简化力学模型。同时根据所提非线性流体惯容构想，加工出了相应的实体装置并进行了构件试验，通过试验实测值与理论解对比验证了简化力学模型的合理性，并定性地分析了各设计参数对惯容器性能的影响。

(2) 针对基于非线性流体惯容的隔振系统，采用平均法推导了其在力激励下的系统动力响应近似解析解，并通过数值积分的方法对近似解析解进行了验证，再基于该解析解对系统进行了相关参数分析和动力学特性研究。从动力响应、传递率以及隔振频带等角度，分别对力激励下和基底位移激励下的非线性流体惯容隔振系统的隔振性能进行了全面评估，并与无惯容的线性隔振系统、传统流体惯容隔振系统进行了振动控制性能对比。研究结果表明，在力激励和基底位移激励下非线性流体惯容隔振系统均能够有效抑制传递率峰值，拓宽有效隔振频带，降低动位移幅值的峰值。同时，与无惯容隔振系统和传统流体惯容隔振系统进行了性能对比，结果显示非线性流体惯容隔振系统具备更卓越的减隔震效果。

(3) 对比分析在不同地震动下的非线性流体惯容与基础隔震混合控制系统力学性能，从不同地震强度和不同地震动类型两个角度出发，与无惯容的隔震系统以及相应的传统流体惯容的混合控制系统的振动控制性能进行对比，结果显示，从地震强度上来说，在多遇地震下，两类混合控制系统的动力响应较为接近；在罕遇地震下，非线性流体惯容混合控制系统比传统流体惯容混合控制系统能够更

好的控制隔震层位移响应。从地震类型上来说,非线性流体惯容混合控制系统比传统流体惯容混合控制系统有更优秀的位移控制性能,并且在近断层脉冲型地震动下振动控制效果更为出色,充分证明了非线性流体惯容混合控制系统的有效性。

关键词: 非线性惯性, 流体惯容, 基础隔震, 混合振动控制

ABSTRACT

Linear vibration isolation systems, with simple structures and clear mechanisms, are a classic linear vibration control technology widely applied. However, they suffer from limitations such as a narrow effective control bandwidth. In recent passive vibration control studies, utilizing related nonlinear components has emerged as a new direction, showing broader control bandwidth and stronger robustness. However, most existing research focuses on using nonlinear stiffness and damping, neglecting the utilization of nonlinear mass. The concept of inertance provides a new direction for addressing this issue, aiming to leverage nonlinear inertance to achieve nonlinear inertia. Present methods for implementing nonlinear inertance are mostly based on geometric nonlinear construction with additional linear inertance. This indirect approach increases structural complexity, and much of the related research remains conceptual. In this context, this paper proposes a direct method to achieve nonlinear inertia by improving traditional fluid inerters, termed nonlinear fluid inerter, and manufactures a physical prototype. Through dynamic testing and a hybrid vibration control study combining nonlinear inertance and vibration isolation structure, the following key aspects are addressed:

(1) To address the limited control bandwidth issue in linear vibration control, a displacement nonlinear-based nonlinear fluid inerter construction is proposed. A simplified mechanical model of the nonlinear fluid inerter, consisting of a nonlinear inertance unit and a nonlinear damping unit in parallel, is established through theoretical analysis. A physical device corresponding to the proposed nonlinear fluid inerter concept is fabricated, and component tests are conducted. Experimental measurements are compared with theoretical solutions to validate the rationality of the simplified mechanical model. The qualitative effects of various design parameters on the inerter are analyzed.

(2) For the vibration isolation system based on nonlinear fluid inerter, an approximate analytical solution for the system's dynamic response under force excitation is derived using the averaging method. Numerical integration is employed to verify the approximate analytical solution, and the system's dynamic characteristics are analyzed based on this solution. The vibration isolation performance of the nonlinear

fluid inerter vibration isolation system under force excitation and base displacement excitation is comprehensively evaluated from the perspectives of dynamic response, transmissibility, and isolation frequency band. Performance comparisons are made with linear vibration isolation systems without inertance and traditional fluid inerter vibration isolation systems. The results demonstrate that the nonlinear fluid inerter vibration isolation system effectively suppresses the peak transmissibility under force excitation and widens the effective isolation frequency band. Moreover, under base displacement excitation, the nonlinear fluid inerter vibration isolation system reduces the peak value of dynamic displacement. Compared with vibration isolation systems without inertance and traditional fluid inerter vibration isolation systems, the nonlinear fluid inerter vibration isolation system exhibits superior vibration isolation performance.

(3) The mechanical performance of the hybrid control system incorporating nonlinear fluid inerter under different seismic excitations is compared and analyzed. From the perspectives of different seismic intensities and seismic wave types, the vibration control performance of the hybrid control system is compared with that of vibration isolation systems without inertance and corresponding traditional fluid inerter hybrid control systems. The results show that under moderate seismic events, the dynamic responses of the two types of hybrid control systems are similar, while under rare seismic events, the nonlinear fluid inerter hybrid control system better controls the displacement response of the isolation layer. In terms of seismic wave types, the nonlinear fluid inerter hybrid control system exhibits superior displacement control performance compared to traditional fluid inerter hybrid control systems, especially under near-fault pulse-type seismic excitation, demonstrating the effectiveness of the nonlinear fluid inerter hybrid control system.

Key Words: nonlinear inertia, fluid inerter, base isolation, hybrid vibration control

目录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 惯容元件.....	2
1.2.1 经典惯容及其实现机制.....	2
1.2.2 非线性惯容及其实现机制.....	4
1.3 基于惯容的混合振动控制研究.....	6
1.3.1 基于线性惯容的混合振动控制研究.....	6
1.3.2 基于非线性惯容的混合振动控制研究.....	8
1.4 研究内容.....	10
1.4.1 已有研究不足.....	10
1.4.2 研究内容.....	10
第 2 章 非线性流体惯容概念及力学性能.....	13
2.1 非线性流体惯容工作原理.....	13
2.2 非线性流体惯容器力学模型及非线性特征分析.....	14
2.2.1 非线性流体惯容器的惯性力.....	15
2.2.2 非线性流体惯容器的摩擦力与阻尼力.....	17
2.2.3 非线性流体惯容器的简化力学模型.....	21
2.3 非线性流体惯容装置构件试验.....	23
2.3.1 试验概况.....	24
2.3.2 试验结果及分析.....	27
2.4 非线性流体惯容参数分析.....	33
2.5 本章小结.....	35
第 3 章 非线性流体惯容隔振系统动力学分析与性能评估.....	37
3.1 非线性流体惯容隔振系统力学模型.....	37
3.2 非线性流体惯容隔振系统的动力特性及响应分析.....	39
3.2.1 动力响应求解及动力特性分析.....	40
3.2.2 数值法验证及响应分析.....	42
3.3 力激励下非线性流体惯容隔振系统性能评估.....	47
3.3.1 隔振性能指标.....	48
3.3.2 参数分析及讨论.....	51
3.3.3 性能对比.....	53

3.4 基底激励下非线性流体惯容隔振系统性能评估.....	56
3.4.1 隔振性能指标.....	56
3.4.2 参数分析及讨论.....	60
3.5 本章小结.....	61
第4章 非线性流体惯容与基础隔震混合控制性能分析.....	63
4.1 混合控制结构概况.....	63
4.2 隔震结构与混合控制结构响应分析.....	64
4.2.1 动力响应求解及分析.....	64
4.2.2 参数分析.....	68
4.3 非线性流体惯容与基础隔震混合控制系统性能对比.....	71
4.3.1 不同地震强度下混合控制系统性能对比.....	71
4.3.2 不同地震类型下混合控制系统性能对比.....	76
4.5 本章小结.....	82
第5章 结论与展望.....	83
5.1 结论.....	83
5.2 展望.....	84
参考文献.....	85
致谢.....	91
个人简历、在读期间发表的学术成果.....	92

第1章 绪论

1.1 引言

振动现象广泛存在于自然界以及人类社会活动中,其潜在风险和所造成的危害不可轻视^[1-3]。例如在航空航天领域,航天器在轨运行阶段时,精密仪器对振动环境的要求极为苛刻,即使微小振动也会对其测量及指示精度造成极其不利的影响^[4-6]。而在土木工程领域中,因为振动引发的危机更为严重,其中,地震和强风能够在极短时间内造成十分广泛的建筑结构破坏和人民生命财产损失^[7-9]。但是地震荷载和强风荷载具备高度随机性和突发性,这导致要预测此类事件及其影响十分困难。同时其最终的结构响应不光与建筑结构相关,与其荷载本身的动力参数也有关,这使得地震与强风事件后建筑结构的破坏情况具有不确定性。随着科技的发展,人们对地震的研究也不断深入,结构振动控制就是为了确保结构在各类振动中的安全性和舒适性而发展起来的一门新学科。结构振动控制技术根据是否需要外部能量输入和响应反馈系统,可划分为被动控制、主动控制、半主动控制、以及混合控制等几类^[10],其中被动控制因其无需外部能源、安装方便、性能稳定和造价较低等特点,在实际工程中得到广泛应用。

隔振技术^[11,12]、消能减振技术^[13,14]和质量调谐减振技术^[15,16]是目前已经发展成熟、历经考验的三种被动振动控制技术。在解决工程振动传递问题时,隔振技术因其具有简单易行、无需外部能量驱动以及经济性突出等优势,成为了多数情况下的首选解决方案。隔振技术通过在结构的上部结构和基础之间设置柔性隔振层,旨在降低整个结构体系的刚度、延长结构体系的自振周期、增大阻尼,将地震下的结构变形主要集中在隔振层从而减小上部结构的振动响应,但也在某些振动下也会产生隔振层位移过大的问题^[17]。隔振技术作为传统的线性振动控制技术,能在外界荷载频率超越结构体固有自由振动频率的 $\sqrt{2}$ 倍时有效减弱振动的传递。然而,这样的设计无法降低荷载与自振频率比小于 $\sqrt{2}$ 时的振动传递位移和传递力^[18,19]。因此,若要拓宽结构体系的隔振频带,通常采取的措施是降低隔振层的刚度,但这种方案也会导致隔振结构的静态承载能力下降,而这种现象产生的根本原因在于结构承载能力与隔振性能之间存在矛盾^[19]。此外,其余传统振动控制技术如质量调谐减振技术等,也存在对主体结构动力特性变化敏感、作用频带单一等问题^[20]。基于此,许多工程人员开始研究非线性振动控制技术,通过将线性振动控制技术中的相关线性力学元件替换为某些特殊的非线性力学元件,

以实现对振动控制性能的提升。其中，传统的线性力学元件可以被分类为位移相关、速度相关和加速度相关的力学元件或它们的组合体。位移相关力学元件、速度相关力学元件以及加速度相关力学元件分别对应着弹簧、阻尼和质量元件。值得一提的是，弹簧和阻尼元件是典型的两端点力学元件，能产生相应于两端点相对变形和相对速度的控制力。然而，质量元件则属于单端点惯性元件之类，即其惯性控制力与其自身的绝对加速度成正比关系^[21,22]。通过替换其中的线性弹簧元件和阻尼元件，学者们提出了由非线性刚度与非线性阻尼组成的准零刚度隔振系统^[23-25]与非线性能量阱^[26-29]等非线性振动控制手段，相关非线性振动控制技术已被证明能够拓宽有效隔振频带，在激励频率与自振频率之比小于 $\sqrt{2}$ 时抑制振动^[28]，以及具备比 TMD 装置更宽的减振带宽以及更强的鲁棒性^[20]。

目前的非线性振动控制主要还是利用的非线性刚度和非线性阻尼，较少有涉及非线性惯性，从动力学的角度看，非线性惯性应该具备与非线性刚度和非线性阻尼一样的提升振动控制性能的潜能，惯容概念的出现为非线性惯性的利用提供了新的方向。惯容是一种新型结构振动控制方法，不同于传统单端质量元件，惯容是一种两端点相对加速度依赖的结构控制元件。此外，惯容元件的表观质量远大于自身物理质量，能够克服地震激励下传统单端质量元件振动控制效果不足的情况，提高结构振动控制效果^[30,31]。考虑到惯容器具备的易于安装，能产生远大于自身质量的表观质量以及阻尼耗能增效^[32,33]等优点，本文围绕非线性惯容这一新兴技术，对将非线性流体惯容技术与传统振动控制技术结合的混合控制技术进行研究，明确其减振机理，探究其减振性能与工程应用。

1.2 惯容元件

1.2.1 经典惯容及其实现机制

线性惯容元件两端的出力与相对加速度成正比，两者的比值 m_d 称为惯容系数（表观质量），力学模型如图 1.1 所示。惯性力计算公式如下：

$$F_{in} = m_d(\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2) \quad (1.1)$$

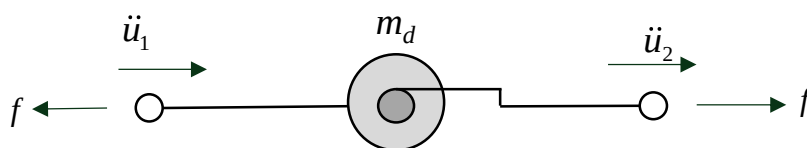


图 1.1 惯容元件力学模型图

值得注意的是，经典物理学中的惯性力实际并不存在，而上述公式中所指的惯性力是真实存在的，是一种加速度相关的出力^[34]。惯容元件一个最显著的优点在于它可以表现出远大于实际物理质量的表现质量，同时，两端点特性丰富了其安装方式，将其从悬挂方式中解放出来。1973年，Kawamata等^[35]提出了一种质量泵，该泵利用管道之间流体的流动来帮助流体传输。自此以后，研究人员陆续提出了基于惯性原理实现了多种装置。目前，最为普遍的实现形式主要包括两种：固体惯容器和流体惯容器。

(1) 固体惯容器

常见的固定惯容有齿轮齿条式和滚珠丝杠式。齿轮齿条式惯容器摩擦力较大、易出现磨损及卡齿等问题实际应用较少。滚珠丝杠式惯容器是目前应用最广泛的固体惯容。日本东北大学 Inoue 和 Ikago 团队^[36-38]对滚珠丝杠式惯容器进行了系统的研究，其结构原理如图 1.2 所示。利用滚珠丝杠装置将端点 1 和端点 2 之间的直线运动转换为螺母的旋转运动，并通过螺母将驱动飞轮放大转动惯量。

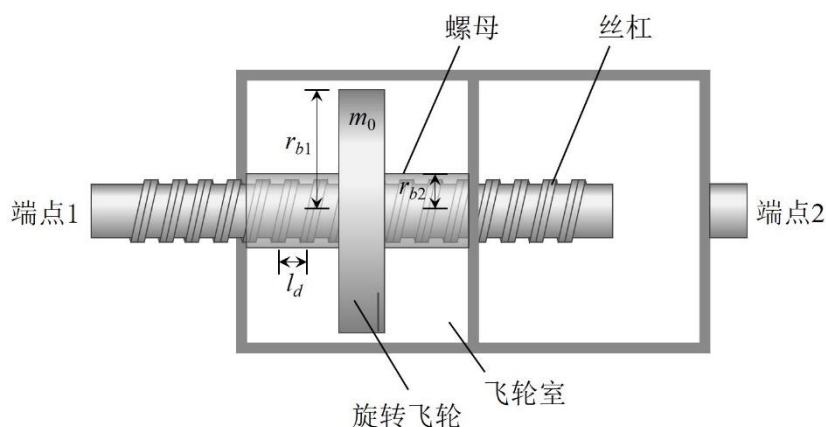


图 1.2 滚珠丝杠式惯容元件实现示意图^[56]

飞轮的物理质量用 m_0 表示， r_{b1} 与 r_{b2} 分别表示飞轮与螺母的半径， l_d 为滚珠丝杠的导程，上述滚珠丝杠式惯容器相应的惯容系数 m_{in} 可表示为公式 (1.2)。根据惯容系数的表达式可见，通过设置较小的丝杠导程 l_d 与较大的飞轮半径 r_{b1} ，能够实现数千倍于飞轮质量的表现质量效果。

$$m_{in} = \frac{m_0 (r_{b1}^2 + r_{b2}^2)}{2} \left(\frac{2\pi}{l_d} \right)^2 \quad (1.2)$$

(2) 流体惯容器

除此之外，惯容元件还可以通过流体液压机制来实现。最早的流体惯容萌芽于 Kawamata 等^[39]提出的质量泵。直至 21 世纪，Swift^[40]提出在液压缸外设置螺旋管道，实现流体的循环流动，如图 1.3。由于液压缸面积远大于螺旋管道截面积，液体在流体管道中加速流动，从而实现了惯性放大。

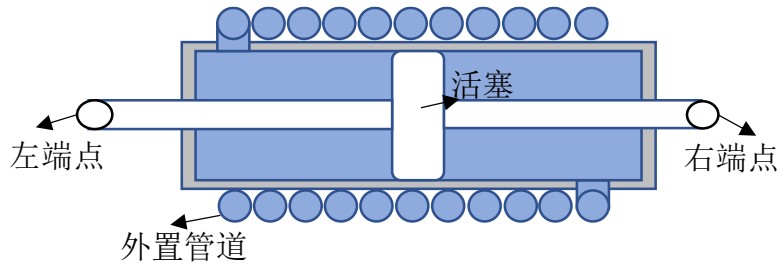


图 1.3 流体惯容元件实现示意图

假定活塞杆净面积为 A_1 ，螺旋管道截面积为 A_2 ，管道长度 l ，液体密度为 ρ ；左右两端速度分别为 $\dot{u}_1$ 、 $\dot{u}_2$ ，液体在螺旋管道中的平均速度为 v 。根据流量相等以及能量守恒可得流体惯容系数计算公式为：

$$m_{in} = \rho l \frac{A_1^2}{A_2} \quad (1.3)$$

值得注意的是，现有的传统流体惯容器中其阻尼出力本身就包含非线性的因素，但是通过 De Domenico 等^[41]的研究中可以看出该部分非线性程度较低，惯容器出力可以用线性的方法来近似代替^[42,44]，因此为区别本文所提的非线性流体惯容，本文中把这种传统的流体惯容器仍归纳为线性惯容器。

1.2.2 非线性惯容及其实现机制

如上所述，实际上，惯容元件本身就存在一定的非线性因素，比如固体惯容器中不可避免的摩擦^[45,46]，流体惯容中流体流动产生的寄生阻尼^[47,49]，装置的不同部件之间存在间隙^[50]，这些情况都会引起元件的非线性效应。在部分研究中，这些非线性因素常常因为其复杂性与不可控等原因而被视作负面影响，并在一般情况下忽略不计或进行线性化处理，但是在某些工况下，当非线性因素数量级达到一定标准后，其影响不可被忽视。要研发出如同空气弹簧、非线性阻尼器^[51]一般可以引入振动控制系统中的理想非线性惯容元件，需要进行更为精心的设计。

目前，非线性惯容元件的实现机制主要有两类，第一类是基于装置系统的构造方式，将传统的线性惯容元件附加于几何非线性系统中，使得其主方向的出

力表现为非线性特性。Moraes 等^[52]用惯容元件代替拟零刚度实现形式中的弹簧，如图 1.4，其竖直方向的出力可以表达为公式 (1.4)。其出力不仅与相对加速度相关，还与位移以及速度的平方相关，是非线性的。

$$f_b = 2f_a \sin \theta = 2b \left[\frac{x^2}{l^2 + x^2} \ddot{x} + \frac{l^2 x}{(l^2 + x^2)^2} \dot{x}^2 \right] \quad (1.4)$$

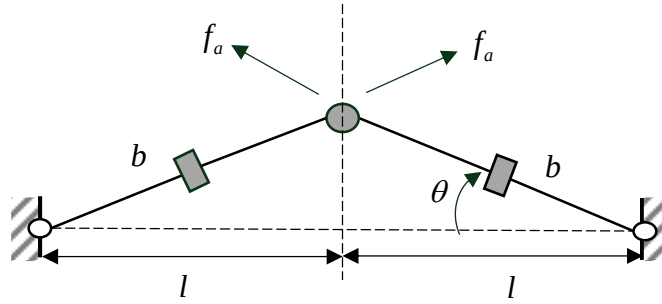


图 1.4 几何侧置式非线性惯容示意图

Wang 等^[54]则是用传统线性惯容元件代替菱形系统中的弹簧，如图 1.5，利用几何非线性传力机制实现主方向上出力的非线性。与图 1.4 所示系统类似，图 1.5 的系统出力也与相对位移、速度、加速度相关，表现出非线性特性。

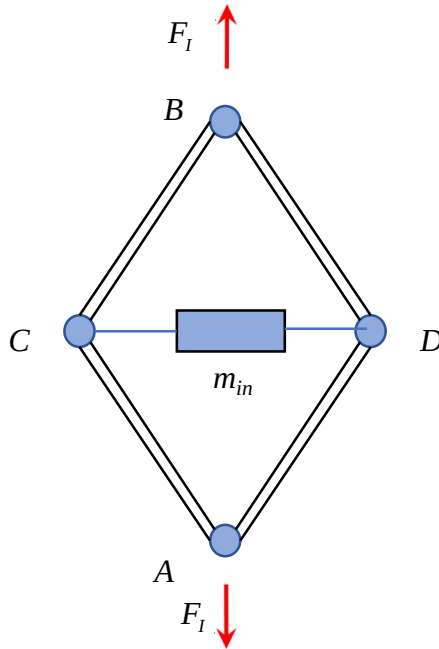


图 1.5 菱形机构非线性惯容示意图

第二种实现机制是惯容元件本身的非线性。Zhang 及其团队^[55]借助曲轴机制的平动-转动转化特性，提出了一种曲轴惯容的设计方案，将从装置两端点间获得的相对平动转换为飞轮的转动，进而实现惯容的表观质量放大效果。该装置所

呈现的非线性惯容特性源于曲轴惯容中两端点的相关平动加速度与飞轮的转动角加速度之间的非线性转化关系。张力^[56]提出了一种轭型的非线性固体惯容器，拥有比曲轴惯容器更简单的力学表达式。但整体来说，此类固体非线性惯容仍然存在质量放大系数过小和行程有限等问题，如图 1.6。

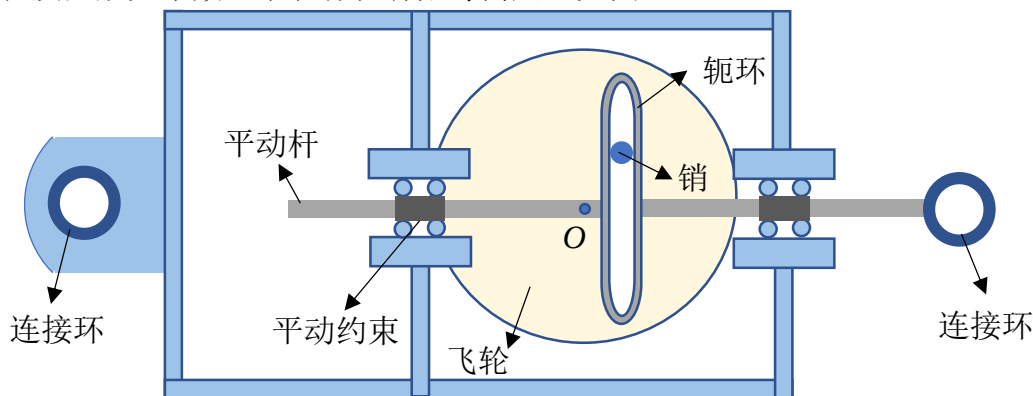


图 1.6 轭型非线性惯容示意图

Makris 和 Kampas^[57]以及 Wang 和 Sun^[58]提出了一种使用棘轮机制的离合器惯容器，该装置在运动学上表现为平动加速时飞轮能够自由旋转，而在减速运动阶段则是空转，因此，在单一周期内，惯性力在此设备中存在突变现象。相比之下，Dai 等^[59]则构想并实现了一种基于间隙单元串联线性惯容的间隙类惯容器。当运动滑块处于设备的间隙范围内时，惯性力的值为零；一旦间隙消失，惯性力的大小将按照线性惯性规律计算。值得注意的是，不同于之前所述的连续非线性惯容，这两种惯容元件都表现出分段非线性的输出惯性力。Wang 等^[60]对滚珠丝杠惯容器试验数据进行了分析，并提出了一种更为细致的包括了摩擦力、间隙、材料弹性、固有阻尼等影响因素的力学模型。

上述研究拓宽了惯容设计的拓扑形式范畴，但现有的非线性惯容研究多是振动的固体惯容器，对于非线性流体惯容器的研究还有待补充，同时从类似于间隙类惯容器角度出发，是否能够从构造上设计出一种分段非线性出力的流体惯容器也有待进一步挖掘。

1.3 基于惯容的混合振动控制研究

1.3.1 基于线性惯容的混合振动控制研究

混合振动控制是指同时采用多种振动控制技术对结构进行振动控制，近年来，随着惯容技术的不断发展，学者们开始关注惯容器与其他振动控制技术的结合，特别是与隔振领域的结合应用已成为惯容器工程应用的热点之一。2008 年，

Pradono 等^[61]学者附加惯性元件在基础隔震结构上,并对其进行了地震响应分析。结果表明,在不同地震荷载情况下,附加惯性元件的基础隔震结构能够提高隔震结构的隔震性能。这种直接附加惯容元件于隔震结构上的振动控制系统具体示意图如图 1.7 所示,然而,Pradono 等人并未对附加惯容元件的隔震结构的减震机理进行进一步分析。在此基础上,Saitoh 等^[62]提出了结合惯性元件与基础隔震的混合振动控制系统,指出惯容可以降低系统的隔震频率和输入地震激励的幅值。当惯容直接连接到单自由度隔震系统时,由于其表观质量和负刚度动态效应的作用,相当于增加了系统的隔震质量或减小了隔离层的刚度,从而导致系统的隔震频率降低。另外,由于惯容的表观质量基于的是相对加速度,并不会在地震输入项中增加表观质量,因此能够有效减小输入地震激励的幅值。Yang 等学者^[63]研究了力激励和基底位移激励下的惯容隔振器传递率,发现在反共振峰附近频率下,传递率极低。Zhang^[64]及其研究团队^[65-67]提出了一种通过惯容与基础隔震结合来控制储液罐结构的液面晃动响应的方法,并取得了显著的控制效果。

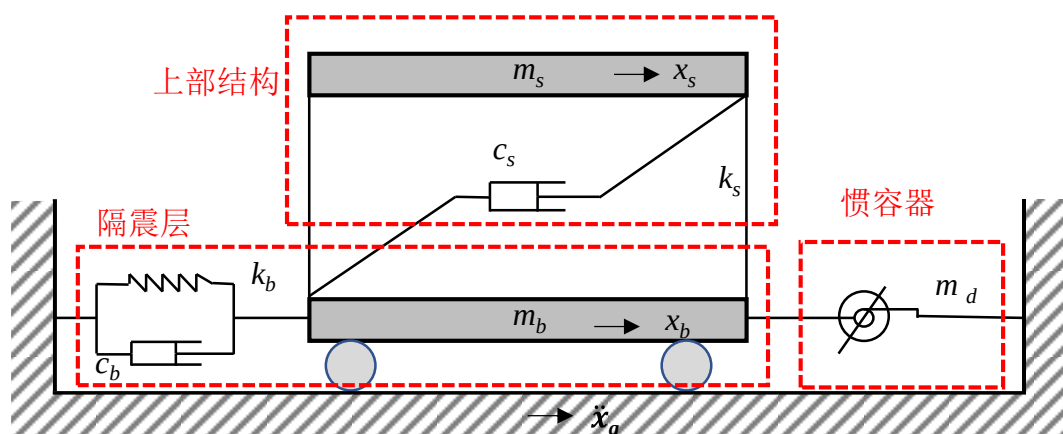


图 1.7 惯容直连型隔震结构

为了增强以惯容器为子系统的振动控制系统对目标系统的振动控制效果,学者们提出了将惯容元件与弹簧、阻尼器等相连接以构成惯容系统,将惯容系统与隔震系统结合以降低地震响应。根据连接方式的不同,惯容系统也被分为不同类型。Ikago 等^[36]将惯容元件与阻尼元件、弹簧串联,并将该系统定义为调谐黏滞质量阻尼器 (Tuned viscous mass damper, TVMD)。在考虑土-结构相互作用的情况下,Zhao 等学者^[68]提出采用 TVMD 技术以提升基底隔震结构的性能。通过实验结果分析发现,TVMD 对于缩小隔震层位移方面具有积极的作用,同时也证明了土-结构相互作用在隔震中具有重要的影响。另外,Pan 等学者^[69]提出了基于隔震层位移需求的闭合解设计公式,并进一步提出了实用的设计方法以附加 TVMD 技术于基础隔震结构中。Lazar 等^[70]于基于 TVMD 提出了调谐惯容阻尼器 (Tuned inerter damper, TID)。Nyangi 等^[71]将 TID 应用于一个双层隔震结构中,并通过数

值分析表明 TID 可有效降低两个隔震层的位移。Sun 等^[72]针对基础隔震结构,在不考虑上部结构阻尼的情况下,得到了基于 H2 范数优化原则的 TID 以及 ID 的最优参数解析表达式。Saitoh 等^[62]对惯容直连型与附加 TID 的隔震系统在长周期地震动下的隔震位移进行对比,研究发现,在抑制隔震位移时后者比前者更具有优势。此外, Marian 和 Giaralis^[73]提出了一种将惯容与调谐质量阻尼器 (Tuned mass damper, TMD) 相连的新型系统,即调谐质量阻尼惯容器 (Tuned mass damper inerter, TMDI)。在隔震技术领域, Masnata 等^[74]发现采用 TMDI 可以减小隔震层的位移,但同时也会放大上部结构的加速度响应。De Domenico 和 Ricciardi^[75]研究发现附加 TMDI 在显著降低隔震层位移的同时也能在优化参数的情况下降低上部结构位移。Tan 等^[76]、Sun 等^[77]、De Angelis 等^[78]和 Qian 等^[79]采用不同方法对附加 TVMD、TID 和 TMDI 的隔振系统进行了优化分析和性能评估,结果显示附加 TMDI 的系统综合性能更优异。

根据以上分析,综合考虑各方面性能,附加惯容子系统的振动控制结构相较于惯容直连型振动控制结构具有更优的表现。然而,惯容直连型隔振结构的附加方式简便,构造简单。此外,与传统隔振系统相比,惯容直连型混合控制结构能够降低隔震层位移,在隔振传递率曲线方面,在某些情况下展现出了更宽的频带^[126]。因此,在提升隔振系统性能方面,需要根据实际情况选择合适的方案。

1.3.2 基于非线性惯容的混合振动控制研究

线性的振动控制系统只能在一定的频带范围内高效地抑制结构动力响应,然而,现实环境中,部分较高强度、宽波段的外部激励,使得传统的线性振动控制方法已难以再适应振动控制的实际需求。为拓宽振动控制的有效带宽,提升振动控制效果,相关学者采用非线性技术增强振动控制系统的适应性,准零刚度 (QZS)^[80,81]是其中具有代表性的技术之一。与前面提到的依赖装置系统的构造实现非线性惯容的方式类似, Moraes 等学者^[52]采用替换典型三弹簧 QZS 隔振系统中的两个侧向弹簧为一对线性惯容元件的方法,成功实现了在竖向振动方向引入非线性的惯性力,并提出了一种侧置几何非线性惯性的隔振系统,其部分示意如图 1.8 所示。通过基底位移激励下的分析结果可知,该系统的频响函数曲线向低频范围倾斜,并表现出刚度软化的特征。相较于线性隔振器,非线性隔振系统具有更宽的隔振频带和更低的传递率峰值。Liu 等学者^[82]曾就超材料系统中采用侧置非线性惯容元件进行低频振动隔离效果作出了报道; Wang 等^[83]则提出了一种高效的多向侧置非线性惯性隔振系统,并成功获得了多向振动隔离效果;同时, Liu 等人^[84]也提出了一种新型的侧置调谐非线性惯容隔振系统,采用预压弹簧与线性惯容元件相串,理论分析证明其具备高效的隔振性能,然而,基于目前线性惯容

元件的物理实现机制，预压弹簧与线性惯容元件的串联实际实现效果还存在争议之处。

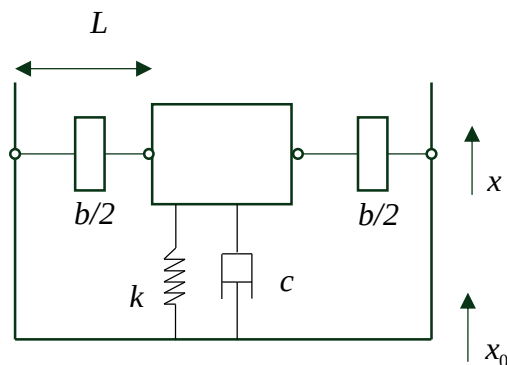


图 1.8 侧置非线性惯容隔振系统示意

Wang 等^[54]提出了一种基于菱形机构非线性惯容的隔振系统，其方案是通过将 QZS 隔振系统中的菱形对角线弹簧替换为惯容元件实现的。通过对结果的比较，可以发现兼具非线性刚度与非线性惯容特性的隔振系统在综合隔振性能方面表现出更佳的表现。Shi 等^[85]针对菱形机构非线性惯容隔振系统在力激励和基底位移激励下的性能差异分别进行了分析，研究表明该系统能够有效地实现高效隔振效果。另一方面，Feng 等^[86]以试验验证的方式探究了菱形机构非线性惯容隔振系统的性能表现。

另外，目前研究表明采用被动非线性技术能够有效提升传统线性吸振器的性能，其中非线性能量阱（Nonlinear energy sink, NES）为代表性的装置^[87-90]。通过将质量阻尼器（TMD）中的弹簧替换成立方非线性刚度元件，典型的 NES 能够借助其刚度的非线性特性与主结构在较宽的频率范围内实现共振相互作用，从而实现宽频带减振效果，大大改善了传统 TMD 易失谐的工作频带范围外的问题。Zhang^[91]等在研究中提出了一种惯容型 NES，该型号将传统立方刚度 NES 中的质量替换为惯容元件，替代后能够利用惯容的表观质量效果，在提供惯性的同时规避了传统 NES 的质量限制。研究表明，惯容型 NES 具有更优异的减振性能，而相应的，Zhang 等^[92]又在传统 NES 中安置了阻尼、非线性刚度元件并联的惯容元件，实现了一种非线性能量阱惯容器（Nonlinear energy sink inerter, NESI），并探究了该型号在附加 NESI 减振结构时的动力响应解析解，在此基础上进行了稳定性问题研究。结果表明，相同参数下 NESI 的 TET 能力比传统 NES 的更加优秀。

综上所述，基于非线性惯容的振动控制系统能够有效的提高隔振结构的振动控制性能，为被动隔振技术的发展开拓了新的方向，具有较高的科研潜力与宽阔的应用前景。

1.4 研究内容

1.4.1 已有研究不足

通过上述对惯性技术的历史发展及现状综合梳理,可以看出,基于两端点加速度的惯性元件已经实现了从线性向非线性的演变,同时,非线性惯性元件在结构振动控制方面已初步展示了其优势,并且显示该领域的相关研究具有广阔前景。然而,现有研究仍存在以下不足之处。

(1) 目前,针对非线性振动控制这一领域,大部分研究还是基于刚度非线性和阻尼非线性,而随着非线性惯容元件的出现,开辟了利用惯性进行振动控制的新思路。理论上,基于非线性惯容元件的混合控制系统同样具备实现宽频带振动控制的潜力,因此具体非线性惯容装置在结构振动控制系统中的应用问题值得深入探索。

(2) 当前在非线性惯容装置研发领域,研究主要集中在概念性的非线性惯容装置实现,例如通过向非线性机构中附加线性惯容元件来实现非线性惯容,然而提出具体的实体装置并开展相应试验研究的相对较少,并且现有的非线性惯容研究更多是针对于固体惯容器,但固体惯容器存在磨损、背隙等缺点,流体惯容器结构简单,安装便捷,但目前通过改进并运用流体惯容器进行振动控制的相关研究仍然较少。

(3) 目前针对基于非线性惯容的振动控制研究主要聚焦于其自身在简谐荷载激励下的理论研究、数值模拟验证与参数分析,缺乏跟线性隔振结构的横向对比与有效性分析,同时对于其他不同荷载激励形式以及实际场景下基于非线性惯容的减振(震)控制系统有效性的系统性分析与验证研究尚属不足。

1.4.2 研究内容

在总结现有研究存在的不足的基础上,本文提出了一种构造简洁并且易于实现的非线性流体惯容器,并结合理论推导、数值模拟和试验验证的综合研究方法,沿用装置概念设计—基本元件性能—混合控制系统性能—算例有效性验证的研究思路,系统探讨了基于非线性流体惯容混合控制结构的性能及优势。本文的主要研究内容及章节安排如下:

第一章:绪论。本章主要阐述本文的研究背景及研究动机,叙述了经典线性惯容元件的概念、类型以及相应的实现机制,随后探讨了具有非线性惯性力的非线性惯容实现方法,同时,为了更好地定义非线性惯容装置,对区别于非线性惯性力的装置固有非线性行为进行了归纳总结;其次,针对基于线性惯容技术而发

展的混合振动控制技术和基于非线性惯容发展的混合振动控制技术的作用机制及应用进行了回顾,最后针对现有研究不足进行总结,并简要概括了本文的研究内容。

第二章:非线性流体惯容器概念及力学性能。本章主要是对非线性流体惯容进行概念提出、本构模型建立以及试验研究。具体而言,首先介绍了非线性流体惯容的概念,并提出了一种易于工程实现的装置构造方案。接着,在该装置构造的基础上,对非线性流体惯容器各部分出力组成进行了系统研究,进而构建了非线性流体惯容的本构模型,并深入研究了其非线性出力,在此基础上提出了相应的简化模型。之后,针对上述建议的装置构造方案制作出非线性流体惯容实体样机,并进行了简谐激励下的动力试验,从试验的角度验证了所提出的力学模型的正确性。最后,针对本文提出的简化力学模型进行了系统性分析,研究了其几何参数对力学性能的影响。

第三章:非线性流体惯容隔振系统动力学分析与性能评估。本章将上章中所提出的非线性流体惯容器应用于隔振系统,并且从动力特性和性能评估的角度对其进行全面分析。本章针对非线性流体惯容隔振系统这一对象进行了系统的性能分析。首先,建立了附加非线性流体隔振系统的运动方程,并根据其运动状态进行了相应地无量纲化处理,为推导理论解析解提供基础;其次,采用平均法推导了力激励下不同状态的非线性流体惯容隔振系统动力响应的近似解析解,并通过数值积分的方法对近似解析解进行了验证,并以此分析了该系统的动力学特性;然后,从加速度响应与位移响应的角度定义了两个隔振性能评价指标,对力激励下非线性流体惯容隔振系统进行性能评估,并与无惯容的线性隔振系统、附加传统流体惯容的隔振系统的隔振性能进行性能对比;最后,对基底位移激励下的非线性流体惯容隔振系统进行了系统性能评估,并对其与力激励下非线性流体惯容隔振系统的性能异同进行了详细阐述。

第四章:非线性流体惯容与基础隔震混合控制减震分析。由第三章理论分析和性能评估结果可知,在基底位移激励下,非线性流体惯容隔振系统在各项性能评估指标上均能有效提升隔振系统的隔振性能,在土木工程领域,地震作用便是典型的基底位移激励,因此,本章以实际工程应用为导向,将非线性流体惯容器加入到隔震系统中,并对该混合控制系统进行力学模型简化后,分析其在地震作用下的力学性能,对主要设计参数进行了分析,从不同地震强度和不同类型地震波两个角度出发,探究非线性流体惯容混合控制系统的动力学特性,并与无惯容的隔震结构以及相应的附加传统流体惯容的混合控制结构的隔震性能进行了对比,证明了非线性流体惯容与基础隔震混合控制系统的有效性。

第六章:结论与展望。本章节对本文的研究内容和意义进行了全面概括与归

纳，同时对非线性流体惯容系统进一步的研究工作方向和潜在应用进行展望。

第2章 非线性流体惯容概念及力学性能

利用非线性提升结构振动控制系统性能,是当前控制领域值得重视的研究方向之一。然而相比非线性刚度及非线性阻尼,针对非线性惯性的研究仍然相对较少。近年来,惯容元件的出现为非线性惯性的研究带来了一个全新的视角,通过惯容元件的出力与其两端点的相对加速度成正比这一特质,有望为非线性惯性问题的处理提供新的方案,并进一步补充基于非线性惯性的非线性振动控制理论领域的研究。流体惯容器是一种形式紧凑简洁,具备较好的控制性能的惯容器。其液压缸和螺旋管道之间的面积差可以使内部流体实现加速运动,以达到放大其表观质量的效果。同时,在流体运动过程中,摩擦等因素也会导致固有阻尼的存在。

基于此,本章提出了一种非线性流体惯容装置,并对其进行分析,建立了该装置的力学本构模型,进而明确了其非线性惯性出力特征。

2.1 非线性流体惯容工作原理

流体惯容器主要由液压缸、活塞及管道三部分构成,通过使一定质量的液体在细长管道中高速流动以实现惯性放大,其中最为常见的为螺旋管式流体惯容器。根据螺旋管布置形式的不同,液式惯容器可分为内置螺旋管式和外置螺旋管式,根据图 2.1 可知,外部螺旋管式惯性容器在设置螺旋通道时需要在液压缸外围占用一定长度,因此其安装空间要求较高;相较之下,内置螺旋管式惯性容器通过在活塞侧面加工螺旋开槽,将螺旋管道集中于液压缸内部,能够实现小型化和一体封闭化设计,从而能够有效节约安装空间并提供更好的密闭性,但这同时也需要满足更高的精度要求。

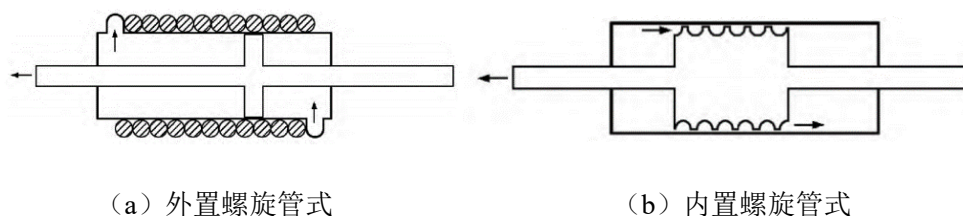


图 2.1 螺旋管式液式惯容器分类^[43]

参考内置螺旋管式流体惯容器装置的构造,本文设计了一种非线性的流体惯容器如图 2.2 所示。装置主要包含液压缸和活塞两个部分,活塞将液压缸分为 A、B、C 三个腔室,活塞外侧开有螺旋管槽,管槽与 A、B 腔室中的液压缸内壁形

成螺旋管道，外结构通过与活塞杆连接带动装置运动，液体通过螺旋管道从液压缸的一侧流向另一侧。当活塞杆向左运动时，A腔室中的流体经由螺旋管道进入C腔室，C腔室中的流体经由螺旋管道进入B腔室，从整体上看表现为A腔室体积减小的同时B腔室体积增大，流体从A腔室转移至了B腔室，当活塞杆向右运动时则反之，以此实现循环流动。又因为活塞面积与螺旋管道面积存在面积差，而活塞中流量与螺旋管道中流量相等，此时螺旋管道中流体的流速远大于活塞的运动速度，从而实现惯性质量放大。

把初始时刻活塞与液压缸壁的搭接长度记为 s 。当活塞往复运动的位移幅值小于 s 时，惯容器可以等价于一个传统的内置螺旋管式流体惯容器，当位移幅值大于 s 时，螺旋管道的有效长度会随着活塞的位移而发生改变，惯容器的表观质量也会随之发生变化，此时惯容器的表观质量、寄生阻尼均与活塞的位移相关。

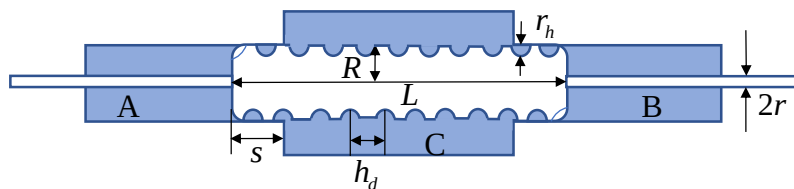


图 2.2 非线性流体惯容器模型及设计参数

2.2 非线性流体惯容器力学模型及非线性特征分析

为了深入探究非线性流体惯容器的力学性能，本文基于不同性质的出力情况，构建了相应的理论模型，并在此基础上建立了该装置的力学模型。其分析参数如上图 2.2 及下表 2.1 所示。力学模型建立在如下假设条件之上：

- (1) 流体的体积守恒，装置密闭性能良好，装置工作期间不发生泄漏等情况。
- (2) 流体的密度恒定，不考虑其弹性，在装置工作期间流体处于不可压缩状态。
- (3) 相比螺旋管道内液体的惯性力，液压缸内液体的惯性力很小，故忽略不计。
- (4) 流体的温度恒定，不随装置的往复运动而改变。

表 2.1 非线性流体惯容器参数符号及物理意义

参数符号[单位]	表意	参数符号[单位]	表意
R [m]	活塞半径	r_h [m]	螺旋管截面半径
s [m]	活塞液压缸搭接长度	l [m]	螺旋管有效长度
A_1 [m ²]	液压缸工作面积	A_2 [m ²]	螺旋管横截面积
L [m]	活塞总长度	h_d [m]	螺旋管单周螺距
μ [Pas]	液体动态黏度	ρ [kg/m ³]	液体密度

2.2.1 非线性流体惯容器的惯性力

考虑上述假设, 流体惯容器的惯性力主要取决于螺旋管内液体流动产生的惯性力 F_{bch} 。如图 2.3 所示, 设初始时刻时活塞的中心处为原点 O , 活塞向右运动距离为 x , 速度为 $\dot{x}$, 加速度为 $\ddot{x}$ 。螺旋通道有效长度 $l(x)$ 为与活塞位移相关的分段函数, 计算公式如下:

$$l(x) = \begin{cases} \frac{L\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & L - s \leq |x| \\ \frac{(abs(x) + s)\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & s \leq |x| < L - s \\ \frac{2s\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & -s < x < s \end{cases} \quad (2.1)$$

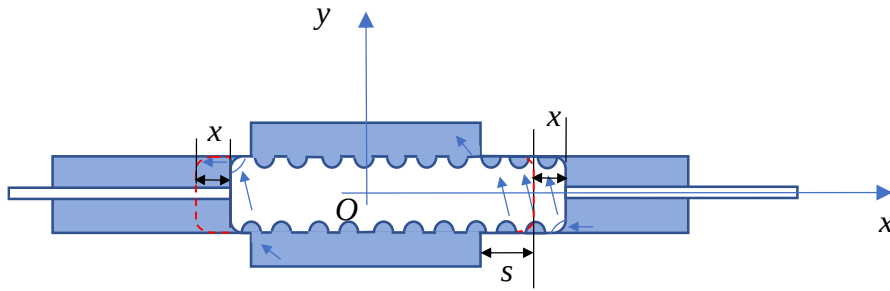


图 2.3 非线性流体惯容器运动模型

活塞端面工作面积 A_1 和螺旋管道截面面积 A_2 计算如下:

$$A_1 = \pi(R^2 - r^2), \quad A_2 = \frac{1}{2}\pi r_h^2 \quad (2.2)$$

假定流体不可压缩, 则液压缸内流量与螺旋管内流量相等, 设 v 为螺旋管中的流体流动速度。由装置内部液体体积守恒可得:

$$A_1 \dot{x} = A_2 v \quad (2.3)$$

由此可得, 螺旋槽中的流体的动能为:

$$E_{kch} = \frac{1}{2} m_{ch}(x) v^2 = \frac{1}{2} \rho A_2 l(x) v^2 \quad (2.4)$$

惯容器中储存的惯性能量即为螺旋管中液体流动储存的动能:

$$\frac{1}{2} m_d(x) \dot{x}^2 = E_{kch} \quad (2.5)$$

其中 $m_d(x)$ 为非线性流体惯容器的表观质量, 它的值与惯容器相对位移有关。螺旋管道长度随位移变化将导致管内液体的质量随位移变化, 此时未考虑质量变

化的牛顿定律不再适用，螺旋管内的惯性出力不能直接使用式（2.6）计算。

$$F = m\ddot{x} \quad (2.6)$$

根据史博等^[93]推导出的变质量物体的运动方程可知，变质量物体的惯性力符合下列公式：

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = m \frac{d\dot{\mathbf{x}}}{dt} + \dot{\mathbf{x}} \frac{dm}{dt} \quad (2.7)$$

由此可以推出螺旋通道内流体的惯性力为：

$$F_{bch} = m_d(x)\ddot{x} + \dot{m}_d(x)\dot{x} \quad (2.8)$$

其中， $m_d(x)$ 与 $\dot{m}_d(x)$ 的表达式分别如式（2.9）及式（2.10）：

$$m_d(x) = \rho l(x) \frac{A_1^2}{A_2} = 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} l(x) \\ = \begin{cases} 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \frac{L\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & L - s \leq |x| \\ 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \frac{(abs(x) + s)\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & s \leq |x| < L - s \\ 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \frac{2s\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} & -s < x < s \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\dot{m}_d(x) = \rho \dot{l}(x) \frac{A_1^2}{A_2} = 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \dot{l}(x) \\ = \begin{cases} -2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \frac{\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x} & s - L \leq x \leq -s \\ 0 & \text{其他} \\ 2\rho \frac{\pi(R^2 - r^2)^2}{r_h^2} \frac{\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x} & s \leq x \leq L - s \end{cases} \quad (2.10)$$

为了进一步说明非线性流体惯容的惯质特性，先选取一组参数的进行分析说明，具体参数如表 2.2 所示，另取有效长度为 $2s$ ，其余参数相同的传统流体惯容器进行对比，考虑到振动的实际位移一般较小，取最大位移小于活塞长度 L 的情况进行分析，得到不同位移下的惯性质量如图 2.4 所示。从图中可以得到，与传统流体惯容器不同，非线性流体惯容器的惯性系数与位移相关，当其位移小于搭接长度 s 时，惯性系数与传统惯容器相同；当位移大于搭接长度 s 且小于活塞总长度 L 减去搭接长度 s 的值时，惯质系数将随着位移绝对值的增大而增大。

表 2.2 非线性流体惯容器参数

参数	数值	参数	数值
活塞半径 R	0.05 m	活塞杆半径 r	0.015 m
螺旋管半径 r_h	0.02 m	活塞长度 L	0.120 m
螺旋管螺距 h_d	0.01 m	活塞液压缸搭接长度 s	0.05 m
流体密度 ρ	1000 kg/m ³	流体黏度系数 μ	0.001 Pa·s

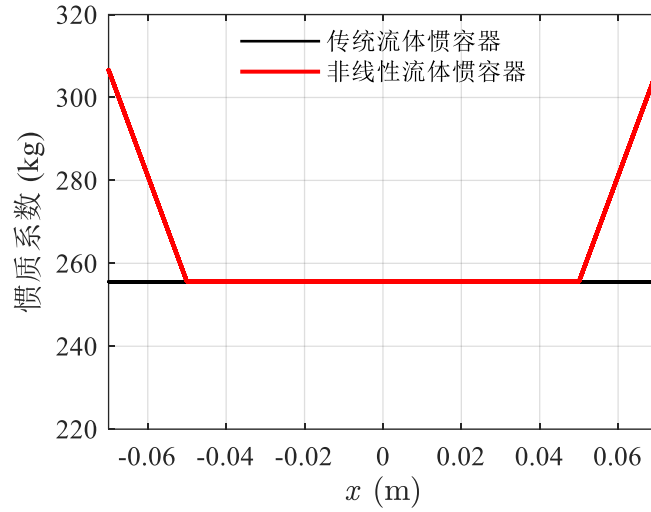


图 2.4 位移-惯质系数

设活塞质量为 m_{piston} ，则活塞运动产生的惯性力为：

$$F_{bp} = m_{piston} \ddot{x} \quad (2.11)$$

2.2.2 非线性流体惯容器的摩擦力与阻尼力

(1) 液压缸内壁与活塞剪切摩擦产生的阻尼力

在运动过程中活塞与管壁接触产生摩擦力。根据过往研究^[40]，活塞与液压缸内壁间接触力可以被当为剪切摩擦力，由于活塞与管壁接触面积会随位移发生变化，因此其摩擦力表达式为分段函数的形式，可表示为：

$$F_f = \begin{cases} \frac{\mu 2\pi R^2 (s - r_h)}{\Delta r} \dot{x} & \text{abs}(x) < s \\ \frac{2\mu\pi R (s + \text{abs}(x) - nr_h)}{\Delta r} \dot{x} & \text{abs}(x) > s \end{cases} \quad (2.12)$$

其中 Δr 为活塞与液压缸内壁之间的间隙，其值受到加工精度的影响，需要对实物装置进行实测，为方便进一步分析，现暂取值为 0.1 mm 。 n 为活塞与液压缸接触面内螺旋管的圈数，计算公式如下：

$$n = \frac{x}{h_d + r_h} \quad (2.13)$$

(2) 螺旋管进、出口处阻尼力

由于流体的粘滞性，在运动时会与管道之间发生摩擦，因此流体运动时会遭遇阻力。因此相比其他惯容器，流体惯容器存在固有阻尼，并且其值与惯质系数互相耦合。流体的寄生阻尼主要包含如下两部分：（1）管道内部流体的粘滞效应与运动过程中流体和管壁之间的摩擦造成的压降；（2）管道进出口处流体流速变化造成的压降。

由 Massey 等^[94]研究表明，管道进出口处压降经验公式可表示为：

$$\Delta p_{in} = \frac{\rho v^2}{4} \quad (2.14)$$

$$\Delta p_{out} = \frac{\rho v^2}{2} \quad (2.15)$$

则进出口的阻尼力可表示为：

$$F_{in} = \Delta p_{in} A_1 = 0.25 \rho A_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \dot{x}^2 \quad (2.16)$$

$$F_{out} = \Delta p_{out} A_1 = 0.5 \rho A_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \dot{x}^2 \quad (2.17)$$

(3) 螺旋管内阻尼力

Rodman 和 Trenc^[95]提出了适用于管道中压降的计算公式：

$$\Delta p_{ch} = f_F \text{Re} \frac{2l\mu v}{D_h^2} = 4f_F \frac{l}{D_h} \frac{\rho v^2}{2} \quad (2.18)$$

式中， f_F 为范宁摩擦因数， D_h 为管道的水力直径， Re 为雷诺数， ρ 为液体密度， μ 为液体粘度系数， v 为螺旋管内液体平均流速。由于流动状态不同，将导致压力损失计算时的范宁摩擦因数不同，通常应由试验测定。表 2.3 汇总了现有研究对

不同条件下范宁摩擦系数的实验拟合结果，其中 De 为迪恩数。

表 2.3 范宁摩擦系数模型

模型	范宁摩擦因数
层流 ^[96]	$f_F = 16 / Re$
湍流 ^[97]	$f_F = 0.079 Re^{-0.25}$
White ^[99]	$f_F = 0.08 Re^{-1/4} + 0.012 \sqrt{r_h / R}$
Rodman & Trenc ^[98]	$f_F = (0.03426 De + 17.54) Re^{-1}$
Ito ^[100]	$f_F = 0.25(r_h / R)^{1/2} \left\{ 0.029 + 0.304 \left[Re(r_h / R)^2 \right]^{-1/4} \right\}$
Kubair & Varrier ^[101]	$f_F = 0.003538 Re^{0.09} \exp(1.887 r_h / R)$
Mishra & Gupta ^[102]	$f_F = 0.0791 Re^{-1/4} + 0.0075 \sqrt{r_h / R}$

由压降 Δp_{ch} 可以得到沿程阻尼力 F_d 为：

$$F_d = \Delta p_{ch} A_1 \quad (2.19)$$

若螺旋管道截面为圆形，则可根据不同范宁摩擦系数得到的螺旋管流体寄生阻尼力 F_d 汇总如表 2.4 所示。

表 2.4 不同模型螺旋管寄生阻尼力 F_d

模型	螺旋管寄生阻尼力 F_d
层流 ^[96]	$F_d = \frac{8\mu l A_1^2}{r_h^2 A_2} \dot{x}$
湍流 ^[97]	$F_d = 0.664 \mu^{0.25} \rho^{0.75} \frac{l A_1}{r_h^{1.25}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{1.75} \dot{x}^{1.75}$
Rodman & Trenc ^[98]	$F_d = 0.03426 \frac{2\rho l A_1}{\sqrt{2r_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \dot{x}^2 + \frac{8.77\mu l A_1^2}{r_h^2 A_2} \dot{x}$
White ^[99]	$F_d = 0.016 \frac{\rho l}{R^{0.5}} \frac{A_1^3}{A_2^{2.25}} \dot{x}^2 + 0.1376 \mu^{0.25} \rho^{0.75} l \frac{A_1^{2.75}}{A_2^{2.375}} \dot{x}^{1.75}$
Ito ^[100]	$F_d = 0.00725 \rho L \sqrt{\frac{r_h}{R}} \frac{A_1^3}{A_2^2} \dot{x}^2 + 0.06391 \frac{A_1^{1.75} \mu^{0.25} R^{0.25} \rho^{0.75} L}{A_2^{1.75} r_h^{1.75}} \dot{x}^{1.75}$
Kubair & Varrier ^[101]	$F_d = 0.003766 \frac{A_1^{3.09} \rho^{1.09} L}{A_2^{2.09} \mu^{0.09} r_h^{0.91}} e^{\frac{1.887r}{R}} \dot{x}^{2.09}$

Mishra & Gupta ^[102]	$F_d = 0.1582 \frac{\rho l}{R^{0.5}} \frac{A_1^3}{A_2^{2.25}} \dot{x}^2 + 0.086 \mu^{0.25} \rho^{0.75} l \frac{A_1^{2.75}}{A_2^{2.375}} \dot{x}^{1.75}$
---------------------------------	---

在高频情况下不同经验公式的阻尼力数值通常有较大的出入，多项研究的结果表明，不应将其中任何一种公式视为绝对权威或因其他因素而具有更高的适用性。相反，所有公式都应根据试验数据进行拟合。此处先以 Rodman & Trenc^[98]为例给出在考虑截面形式为半圆情况下的非线性流体惯容中的螺旋管内流体寄生阻力的完整表达式(2.20)。

$$F_d = 0.03426 \frac{2\sqrt{2}\rho l(x)A_1}{\sqrt{D_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \dot{x}^2 + 17.54 \frac{2\mu l(x)A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \dot{x}$$

$$= \begin{cases} \begin{aligned} &0.03426 \frac{2\sqrt{2}\rho A_1}{\sqrt{D_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{L\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x}^2 \\ &+ 17.54 \frac{2\mu A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \frac{L\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x} \end{aligned} & L - s \leq |x| \\ \begin{aligned} &0.03426 \frac{2\sqrt{2}\rho A_1}{\sqrt{D_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{(abs(x) + s)\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x}^2 \\ &+ 17.54 \frac{2\mu A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \frac{(abs(x) + s)\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x} \end{aligned} & s \leq |x| < L - s \\ \begin{aligned} &0.03426 \frac{2\sqrt{2}\rho A_1}{\sqrt{D_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{2s\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x}^2 \\ &+ 17.54 \frac{2\mu A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \frac{2s\sqrt{h_d^2 + (2\pi R)^2}}{h_d} \dot{x} \end{aligned} & |x| < s \end{cases} \quad (2.20)$$

其中 D_h 表示水力半径，其计算公式如下式 (2.21)：

$$D_h = \frac{2\pi r_h^2}{\pi r_h + 2r_h}. \quad (2.21)$$

为方便表达，可将螺旋管内阻尼力简写成写成如下形式：

$$F_d = c_{d1}(x)\dot{x}^2 + c_{d2}(x)\dot{x} \quad (2.22)$$

其中阻尼系数 $c_{d1}(x)$ 与 $c_{d2}(x)$ 表达式分别如式(2.23)和式(2.24)：

$$c_{d1}(x) = 0.03426 \frac{2\sqrt{2}\rho l(x)A_1}{\sqrt{D_h R_h}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (2.23)$$

$$c_{d2}(x) = 17.54 \frac{2\mu l(x)A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \quad (2.24)$$

由表达式可以得出，螺旋管道中的液体阻尼力与其相对速度和相对位移相关。

由上述分析可知，非线性流体惯容器总阻尼力可表达为：

$$F_{d,total} = F_f + F_{in} + F_{out} + F_d \quad (2.25)$$

取表 2.2 所示参数，计算在不同速度下，惯容器各项阻尼力，绘制结果如图 2.5（螺旋管内阻尼力 F_d 采用公式（2.22））。

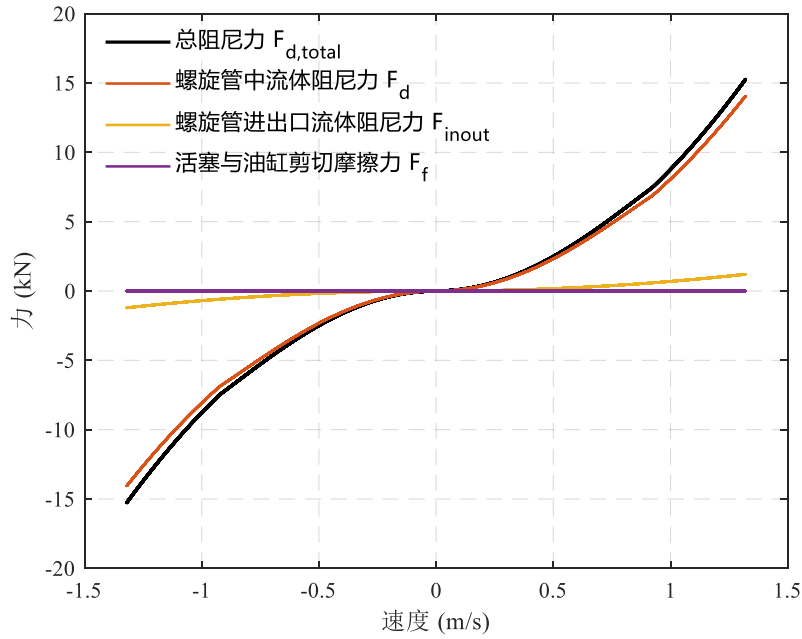


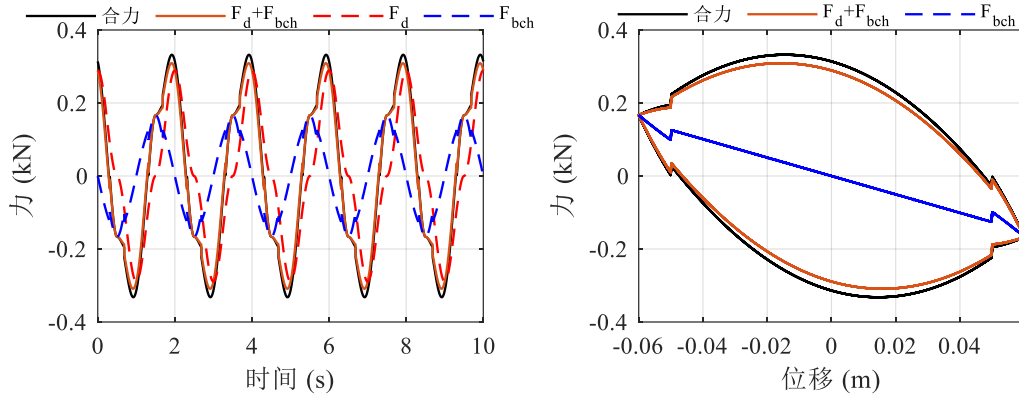
图 2.5 非线性流体惯容器阻尼力构成

由上图可知，液体在管道中流动产生的阻尼力 F_d 占了惯容器总阻尼力 F_{total} 的大部分，而液体在管道进出口产生的阻尼力 F_{in} 、 F_{out} 以及摩擦阻力 F_f 占比相对较小，可以忽略不计。

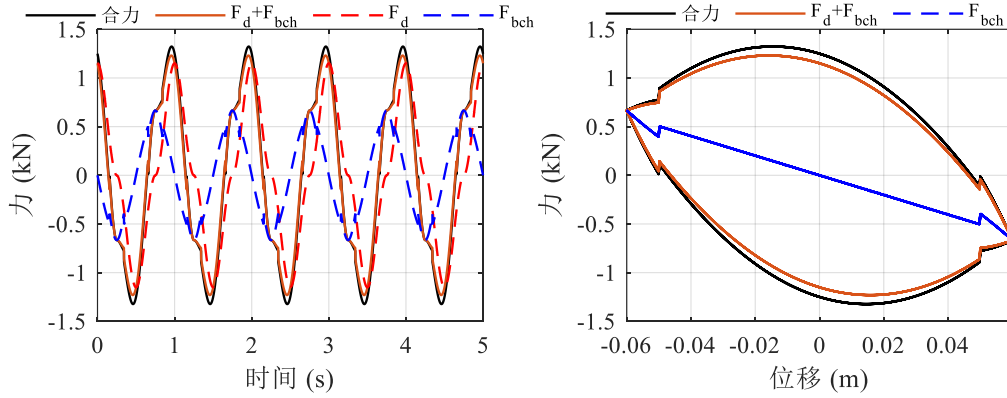
2.2.3 非线性流体惯容器的简化力学模型

上述分析中研究了惯容器的各部分出力，建立了非线性流体惯容器的数学模型。为着重把握其主要特性，忽略了一些影响相对较小的因素，以进一步探究装置的出力特性与振动控制性能，取正弦波位移 $x = A \sin(2\pi ft)$ 作为激励，惯容器设计参数如表 2.2 中所示，为研究其非线性特征，振幅长度应大于活塞液压缸搭接长度 s ，此处取振幅 $A = 0.06$ m，频率分别为 0.5 Hz、1 Hz、3 Hz。图 2.6 为不同激励下各项出力的时程曲线和相应的滞回曲线。从图中可以发现，当激励频率增大时，装置的出力呈现出显著增加的趋势，这一趋势的出现主要是由于无论是阻尼力还是惯性力均随激励频率增加而指数型增长。在正弦位移激励输入的情况下，阻尼力与惯性力之间存在相位差，无法同时达到最大值，这导致总出力最大

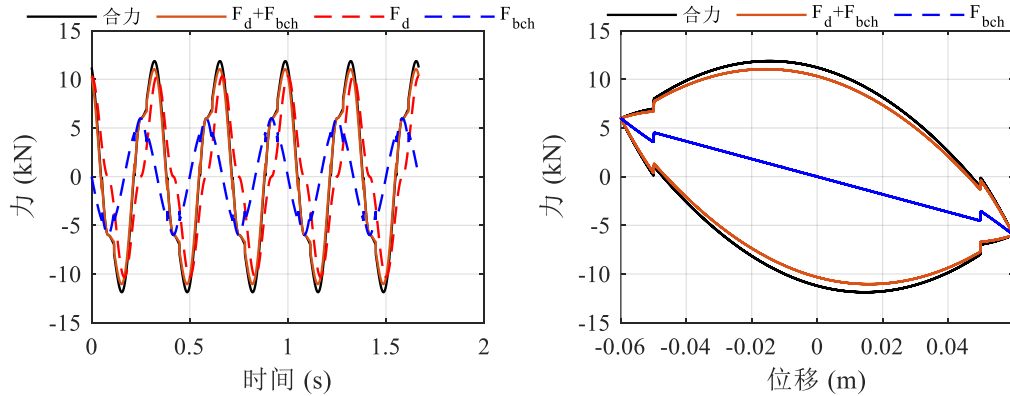
值出现在阻尼力与惯性力峰值之间的某一相位处,而由于正弦位移输入的相对稳定性,装置阻尼力、惯性力与总出力峰值的相位相对稳定。



(a) 幅值 60 mm, 频率 0.5 Hz



(b) 幅值 60 mm, 频率 1 Hz



(c) 幅值 60 mm, 频率 3 Hz

图 2.6 非线性流体惯容器各项出力时程及滞回曲线

由图 2.6 中各加载工况下的滞回曲线可知,非线性流体惯容器中螺旋管内液

体流动产生的惯性力 F_{bch} 与位移呈现出分段线性的关系，并在整体上表现为负刚度特性。 F_{bch} 的滞回曲线内部所包围的面积为零，这表明其不具备耗能效果，总出力滞回曲线大部分面积主要由液体在螺旋管内流动产生的阻尼力 F_d 占据，说明非线性流体惯容器的耗能能力主要来自其自身的非线性阻尼。惯性力及总出力在位移至 ± 0.05 m 时发生突变，这是因为此处为非线性流体惯容器的临界位置，当位移小于此临界值时，惯性力使用牛顿运动定律公式计算；当位移大于此临界值时螺旋管内液体总体积随位移变化，其质量不再总保持为一恒定值，也就不再适用于牛顿运动定律公式。

对比各项出力可知，液体在螺旋管内流动产生的惯性力 F_{bch} 和阻尼力 F_d 两项力占据了主导地位，两者之和近似等于非线性流体惯容器的总出力，其余部分出力较小可以忽略。因此非线性流体惯容器的出力可以简化为如下公式：

$$F_{total} = F_f + F_{in} + F_{out} + F_d + F_{bp} + F_{bch} + F_{bcy} \approx F_d + F_{bch} \quad (2.26)$$

根据公式(2.26)，非线性流体惯容器的力学模型可以简化为一个非线性惯性元件和一个非线性阻尼元件并联组成，如图 2.7 所示。

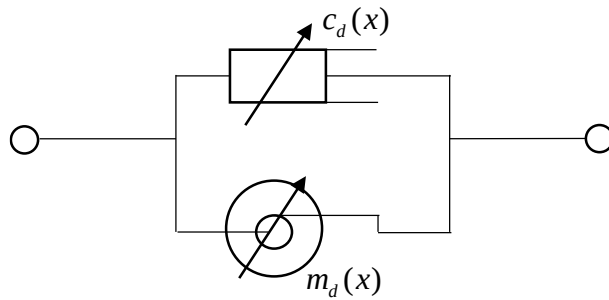


图 2.7 非线性流体惯容力学模型

2.3 非线性流体惯容装置构件试验

由于非线性流体惯容器惯质与阻尼相互耦合，出力与位移、速度及加速度均相关，非线性程度高，机理较为复杂且缺乏准确解析模型，同时现有的流体惯容器寄生阻尼公式多为经验公式或试验拟合而成。基于此，进行非线性流体惯容器简谐振动构件的试验验证尤为必要，其主要目的在于确定非线性流体惯容器的本构关系是否正确，为理论推导提供相应数据支撑，以准确确定非线性流体惯容器的具体力学参数和力学模型，进而深入探究其作用机理。

2.3.1 试验概况

本试验的最终目的在于验证 2.2 节中建立的简化力学模型的正确性，以便为该装置的工程应用奠定理论基础，本小节将从试验样机，试验仪器以及工况设置三部分介绍试验概况。

(1) 试验样机研制

本文研究的非线性流体惯容实装置主要包括缸筒、缸盖、活塞、活塞杆、排气装置及密封装置等部分，如图 2.8 及图 2.9 所示。



图 2.8 惯容器活塞

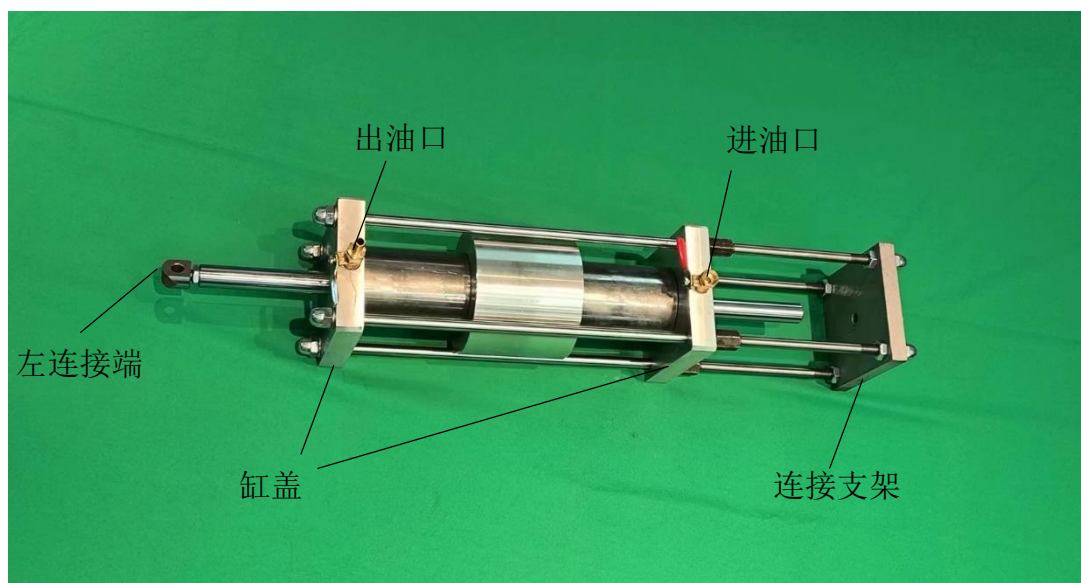


图 2.9 非线性流体惯容样机

为试验安装方便，装置右侧设置连接支架，活塞杆左连接端采用吊耳形式连接。为防止出现漏液现象，并且考虑到结构主要运动方式为不包含旋转运动的往复运动，在各连接部位及进出口位置采用进口 O 型密封圈进行密封处理，为防

范运动过程中发生弯曲变形，在缸盖之间设置了加强筋。为避免试验过程中油液温升带来的影响，选用加装液体为易于获取且受温度影响较小的水。

综合考虑试验机尺寸、出力限值以及数值模拟结果，该样机的相关尺寸参数可见表 2.5 所示。

表 2.5 非线性流体惯容参数选取

参数	数值	参数	数值
活塞半径 R	0.025 m	活塞杆半径 r	0.015 m
螺旋管半径 r_h	0.004 m	活塞长度 L	0.100 m
螺旋管螺距 h_d	0.02 m	活塞液压缸搭接长度 s	0.015 m

(2) 试验仪器

该非线性流体惯容器简谐振动构件实验的开展基于强震区惯容减震器性能评估系统，所述评估系统为控制系统与试验台架两大组成部分，设备控制系统涵盖上位机、控制器和采集模块三个组成部分，各组成部件之间通过总线实现数据传输，具备传输速度快、信号稳定等优点。试验台架由作动器、机械构件等组成，作动器的出力为 0~5 kN，试验台架作为系统的执行机构，可以有效复现控制器输入的命令。该试验台架内置力传感器与位移传感器，可以实时得到试验过程中装置两端点间的出力和相对位移，结合上位机处 SIControl 软件将数据可视化，可以及时对试验过程中出现的意外情况进行处理与加载方案完善。

如图 2.10 所示，惯容器与试验台架之间通过专用高频振动试验机夹具连接，惯容器右侧支架与活塞杆的左端通过吊耳、夹具与分别作动器的上、下两端固定，其中下端激振头的位置可以根据指令调节，在每次加载前均通过输入调整激振头位置以确保非线性流体惯容器的活塞位于液压缸体的中间位置。为测得惯容器两端点的相对加速度，在作动器上、下两端安装加速度传感器，其中加速度传感器型号为 MEAS 4610。非线性流体惯容器的传感器布置及整体连接图如图 2.11 所示。



图 2.10 惯容器固定装置

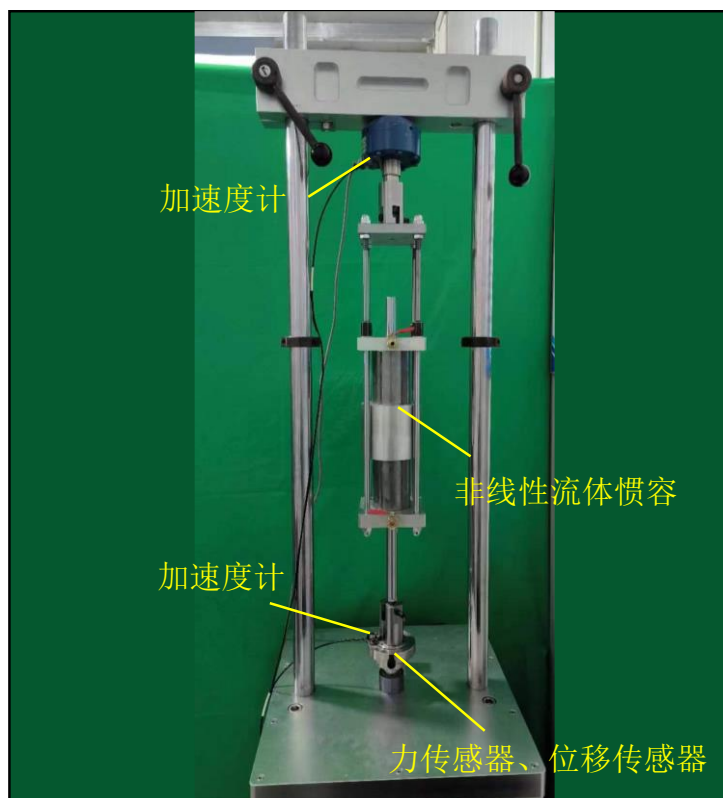


图 2.11 非线性流体惯容器试验

(3) 试验工况设置

为准确识别惯容器出力以及便于对其阻尼力和惯性力进行分离识别，设计工况如下：

1. 采用低频加载以测量装置的摩擦效应，考虑到惯容器在不同运动阶段时活塞与缸筒接触面积会发生变化，加载时振幅应大于临界位移 s ，以囊括不同的运动阶段，据此，设弦波的频率为 0.05 Hz ，幅值为 0.03 m 。这样在整个加载过程中活塞速度始终要小于 0.0094 m/s ，处于准静态中（小于 0.01 m/s ），此时缸内液体接近静止，可以近似认为所测得的为装置的干摩擦力。

2. 采用多种振幅与多种频率的简谐激励，以研究惯容器在不同情况下的力学特性，每次加载均连续进行 5 个循环，为对惯容器出力性能进行全面研究，按如下原则选定简谐激励的加载工况：

(a) 选定振幅，对其进行多种频率的加载，以研究外激励频率对惯容器出力的影响。考虑到惯容装置在临界位移 s 内外有不同出力性能，选取工况如下：对振幅小于临界位移的情况，以振幅 10 mm 为标准件，选取激振频率 0.5 Hz , 1 Hz , 1.2 Hz , 1.5 Hz , 2 Hz , 3 Hz 。对振幅大于临界位移的情况，以 25 mm 为标准件，

选取激振频率 0.1 Hz, 0.5 Hz, 0.7 Hz, 1.2 Hz。

(b) 选定频率, 对其进行多种振幅的加载, 以研究外激励振幅对惯容器出力的影响。为防止测试力超出激振台负荷, 在高频振动时仅采用较小振幅。在激振频率为 2 Hz 时, 选择振幅为 10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm。在激振频率为 1.2 Hz 时, 选择振幅为 10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm, 30 mm。在激振频率为 1 Hz 时, 选择振幅为 10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm, 30 mm。

具体完整工况如下表 2.6 所示, 共 20 个工况。

表 2.6 构件试验完整工况表

工况	振幅 (mm)	频率 (Hz)	循环 (次)	备注
1	30	0.05	2	测摩擦
2	30	1	5	
3		1.2	5	
4	25	0.1	5	
5		0.5	5	
6		0.7	5	
7		1.2	5	
8		2	5	
9	20	1	5	
10		1.2	5	
11		2	5	
12	15	1	5	
13		1.2	5	
14		2	5	
15	10	0.5	5	
16		1	5	
17		1.2	5	
18		1.5	5	
19		2	5	
20		3	5	

2.3.2 试验结果及分析

(1) 试验现象

绘制振幅为 10 mm 时不同激振频率下的出力时程如图 2.12 所示。由图可得, 在低频情况下, 惯性容器的出力时程曲线呈现明显的方波特性, 此时惯性力和寄生阻尼力相对较小, 而干摩擦力占主导地位; 而在高频率下, 出力时程曲线与荷载激励的正弦曲线趋势一致, 此时惯性力与寄生阻尼占主导因素。

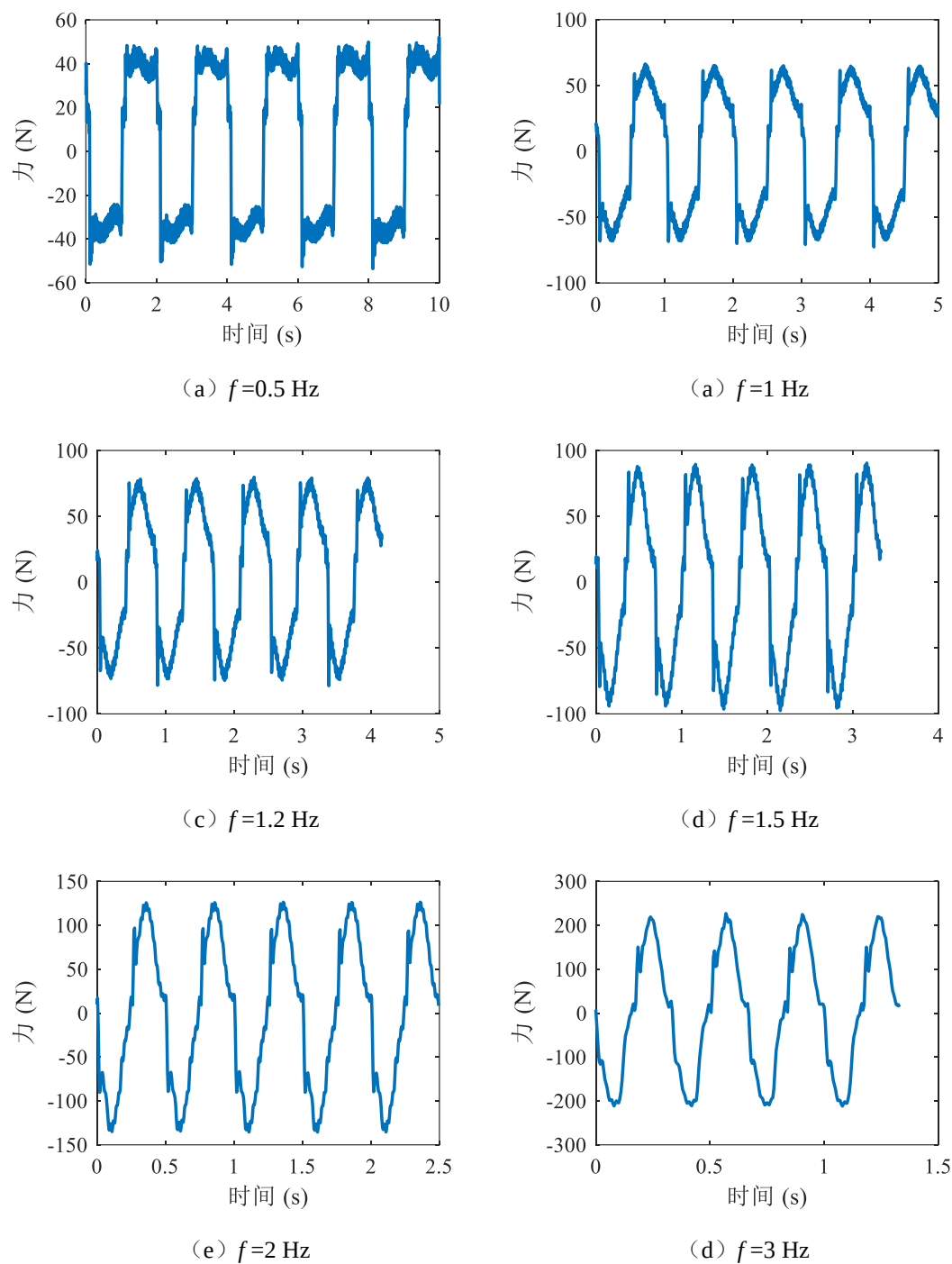


图 2.12 振幅 10mm 时不同频率下出力时程

为进一步展示惯容器的动力特性，绘制其在振幅为 25 mm 时不同频率下的出力时程如图 2.13 所示，对比图 2.13 与图 2.12 可知，装置的总出力与频率和振幅均表现为正相关关系。

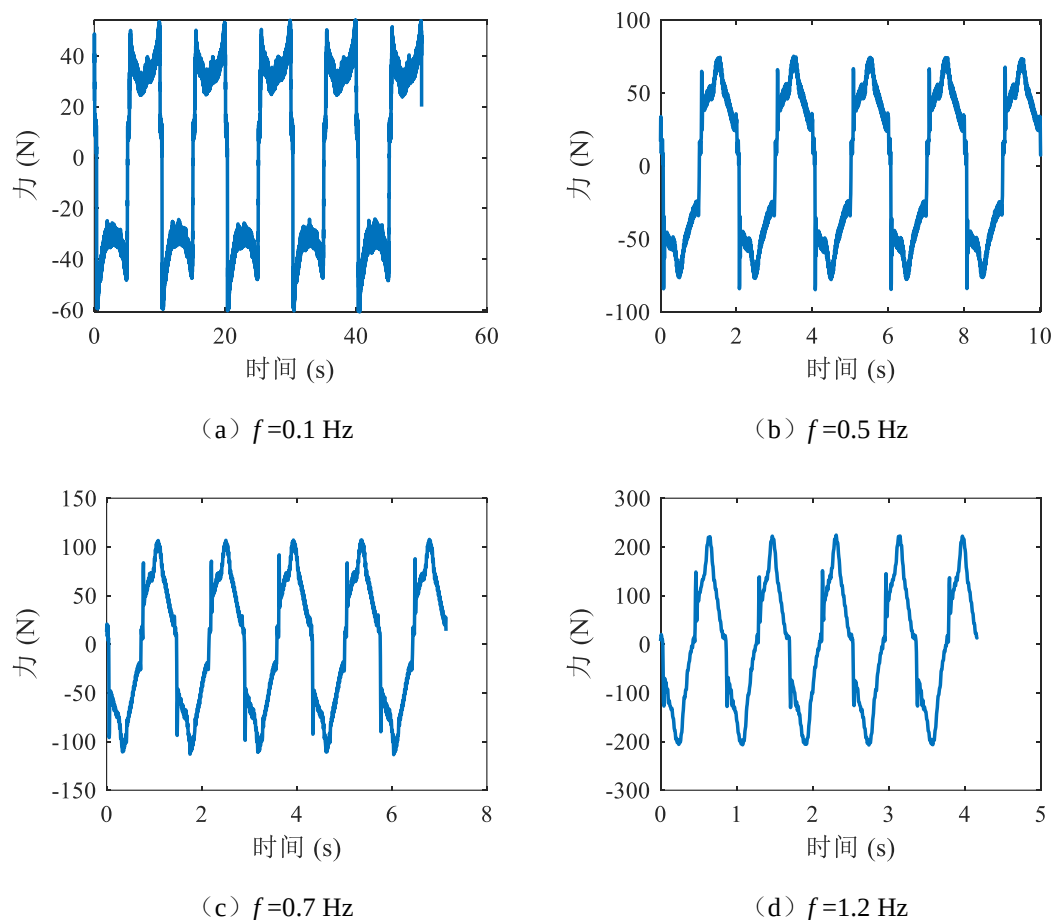


图 2.13 振幅 25 mm 时不同频率下出力时程

(2) 摩擦力分析

在构件试验过程中,该装置的主要输出力包括惯性力 F_{bch} 、阻尼力 F_d 以及摩擦力 F_f ,为确定摩擦力值,需开展准静态特性试验。由上述工况设置可知,在频率为 0.05 Hz,幅值为 0.03 m 的正弦波加载下,惯容器的出力可近似认为仅由摩擦力构成。

根据过往研究,采用理想库仑摩擦模型近似装置的摩擦力,其表达式如下:

$$F_f = -f_0 \operatorname{sgn}(v) \quad (2.28)$$

其中, sgn 为符号函数, f_0 表示最大静摩擦力,负号表示摩擦力的方向与速度方向相反。

测得频率为 0.05 Hz,幅值为 0.03 m 时的动力响应曲线如图 2.14 所示。

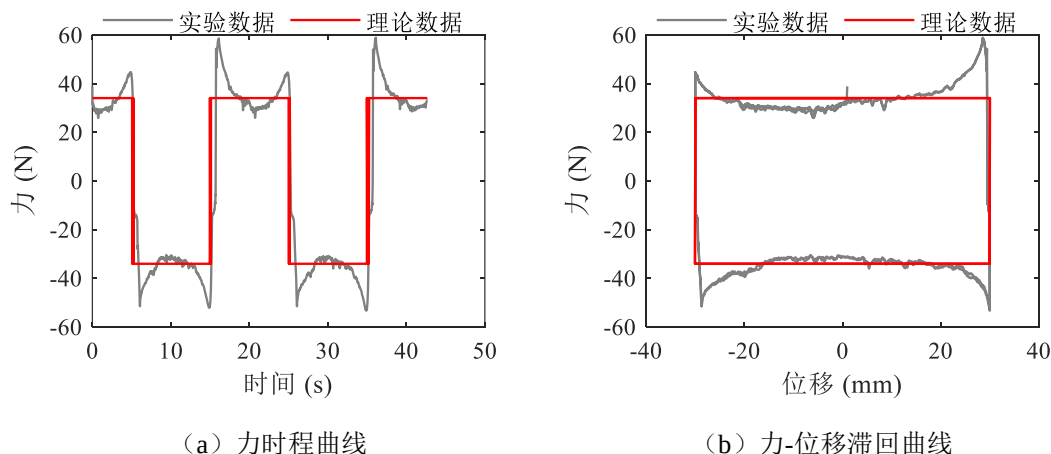


图 2.14 频率 0.05 Hz，幅值 0.03 m 情况下的动力响应曲线

图 2.14 中，力传感器所测得的非线性流体惯容输出力用灰色实线表示，其波形近似为方波形状，摩擦力的幅值可近似为一个固定常数，即干摩擦力。图中红色实线为对式 (2.28) 进行计算得到的理论结果，通过 MATLAB 软件中的“lsqnonlin”函数进行最小二乘法识别，得出最大静摩擦力 $f_0 = 34.11$ N。由图可知，根据式 (2.28) 计算得出的力时程曲线和力-位移滞回曲线理论结果与试验数据匹配良好。

(3) 输出力分离

为进一步分析上述可能引起试验结果并验证 2.2.3 节中所提简化模型的正确性，暂考虑忽略摩擦力影响，将惯容输出力分离为惯性力与阻尼力两部分，即：

$$F = F_{bch} + F_d \quad (2.29)$$

其中惯性力可以根据加速度传感器测得的两端点相对加速度代入公式 (2.7) 中获得，阻尼力公式采用 Rodman & Trenc^[98]所建议的力学模型，其范宁摩擦因数形式如式 (2.30) 所示，其中范宁摩擦因数公式中包含的两个系数项 k_1 及 k_2 。

$$f_F = (k_1 De + k_2) Re^{-1} \quad (2.30)$$

由公式 (2.29) 可知，寄生阻尼力试验值可由力传感器中测得的总出力减去惯性力求得。以振幅为 0.01 m，频率为 3 Hz 为例，对其进行输出力分离如图 2.15 所示：

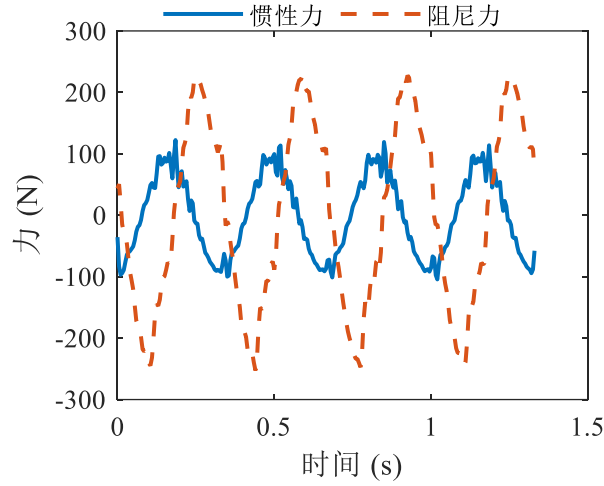


图 2.15 频率 3 Hz，幅值 0.01 m 情况下的出力时程曲线

利用所得阻尼力实验值，基于最小二乘法对阻尼系数进行识别。

$$\{c_1, c_2\} = \arg \min_{c_1, c_2} \sqrt{\sum_{i=1}^N \|F_{th}(i) - F_{exp}(i)\|^2} \quad (2.31)$$

其中， F_{th} 为根据理论公式计算所得到的数值， F_{exp} 为根据试验所测得的数据。拟合得到阻尼系数 $k_1 = 0.0713$ 及 $k_2 = 753$ ，将范宁摩擦系数代入到压降公式中，可以得到阻尼力公式如下（2.32）所示。

$$F_d = 0.0713 \frac{2\sqrt{2}\rho l(x)A_1}{\sqrt{D_h R}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \dot{x}^2 + 753 \frac{2\mu l(x)A_1}{D_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \dot{x} \quad (2.32)$$

根据式（2.32）绘制阻尼力测量数据与理论解的力时程曲线如图 2.16 所示。

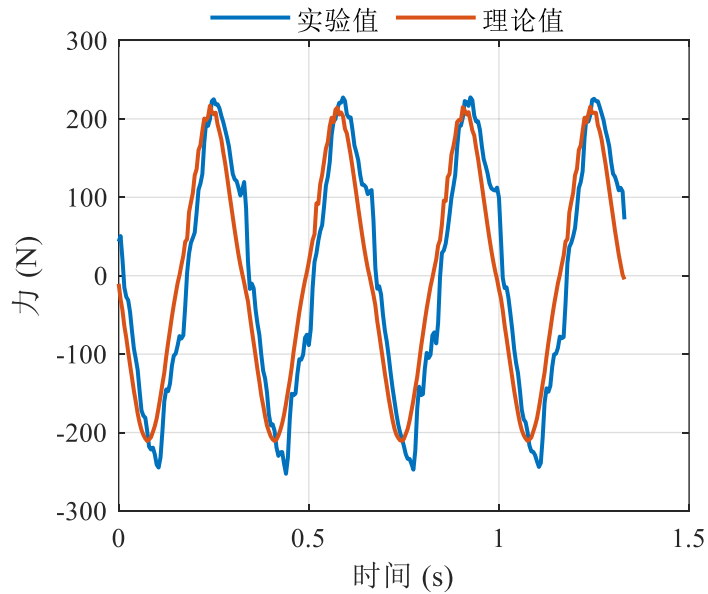


图 2.16 频率 3 Hz，幅值 0.01 m 情况下的阻尼力时程曲线

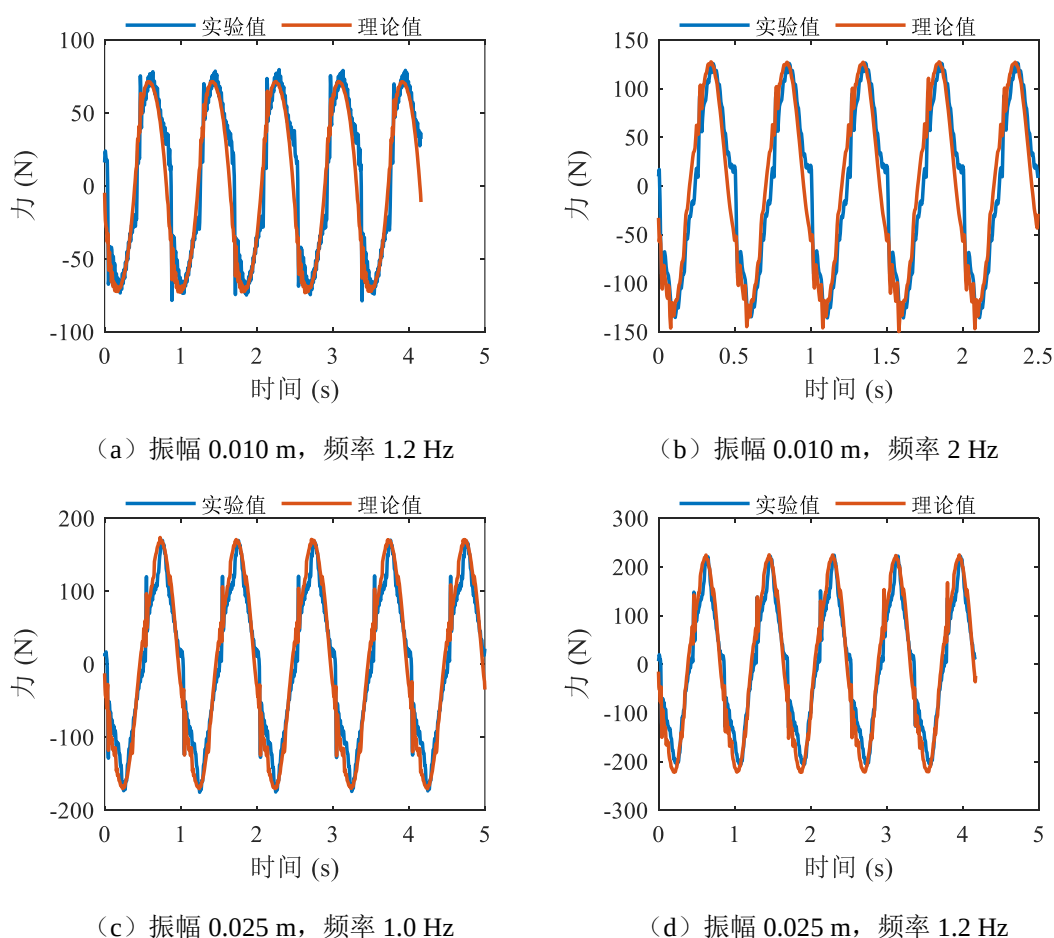
由图可知,在该工况下,阻尼试验值和理论值匹配良好,可以证明所提力学模型的有效性。

在图 2.15 工况下算得最大惯性力值为 122.3 N,此时惯容器两端点间相对加速度为 3.55 m/s^2 ,此时计算可得惯容表观质量为 34.5 kg。试验所得惯性力主要为螺旋管内流体提供,惯容器共注水 620 mL,总质量为 0.62 kg,计算可得质量放大倍数为 55.65。

(4) 简化力学模型验证

为进一步验证所提简化力学模型的正确性,将上述工况中识别所得到的阻尼力公式到出力计算公式中,得到惯容器出力的完整表达形式,对比试验数据与理论公式计算得到的数值解,绘制惯容器总出力时程曲线图如图 2.17 所示。

图 2.17 中的理论计算结果与试验测量数据较为吻合,这表明由频率为 3 Hz,振幅为 0.01 m 加载工况识别出来的阻尼系数得到的理论公式可以准确描述不同振幅、不同频率下非线性流体惯容的力学行为,这说明根据 Rodman & Trenc^[98] 所提力学模型去识别范宁摩擦因数的方法是有效的,同时,由此可以验证,本文 2.2.3 节所提出的简化力学模型在工程上是可行的。



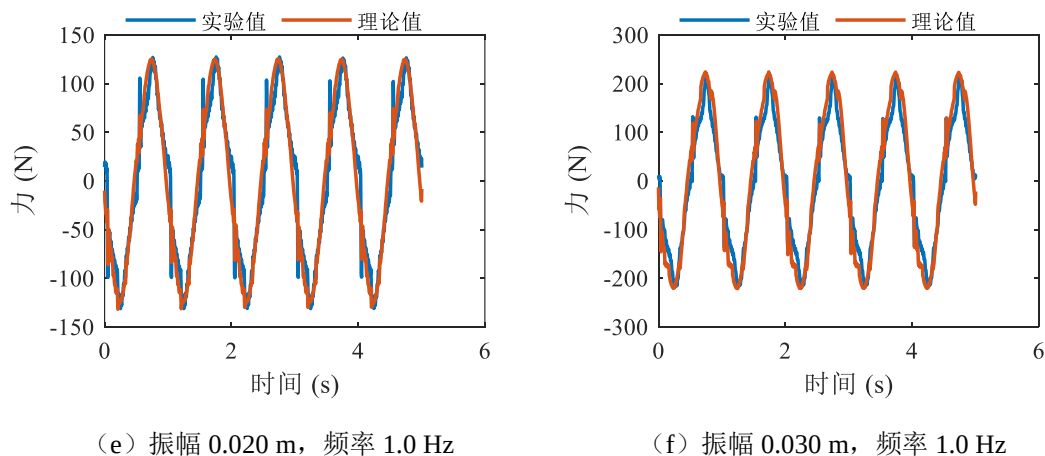


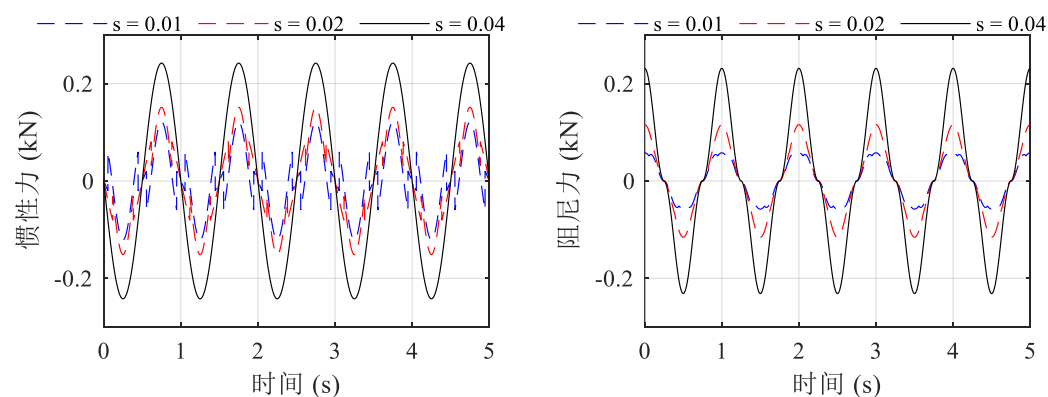
图 2.17 非线性流体惯容动力试验测试与理论结果对比

2.4 非线性流体惯容参数分析

由上述分析可知惯容的出力主要包括惯性力和阻尼力，其中的惯容系数和阻尼系数均与位移相关，为分析不同参数取值对惯性力与阻尼力的影响，确定参数变化和各项出力的关系，以控制变量法对其进行参数分析。

由惯性力和阻尼力的公式可知，其中主要包含的参数由液体密度 ρ ，液体动态黏度 μ ，螺旋管螺距 h_d ，螺旋管半径 r_h ，活塞半径 R ，活塞长度 L ，活塞液压缸搭接长度 s 。在一般的地震荷载和设备振动下，位移振幅通常较小，因此活塞长度 L 通常不会影响出力；液体密度 ρ ，液体动态黏度 μ 由惯容器内加装的液体决定，本文暂只分析加装液体为水的情况。

由上述分析，确定非线性流体惯容器的主要设计参数如下：螺旋管螺距 h_d ，螺旋管半径 r_h ，活塞液压缸搭接长度 s ，活塞半径 R ，其中作为对照组的基本工况参数取值如表 2.2 中所示。在 $A=0.03$ m, $f=1$ Hz 的正弦波加载下，绘制不同参数下的阻尼力与惯性力时程曲线图如图 2.18 所示。



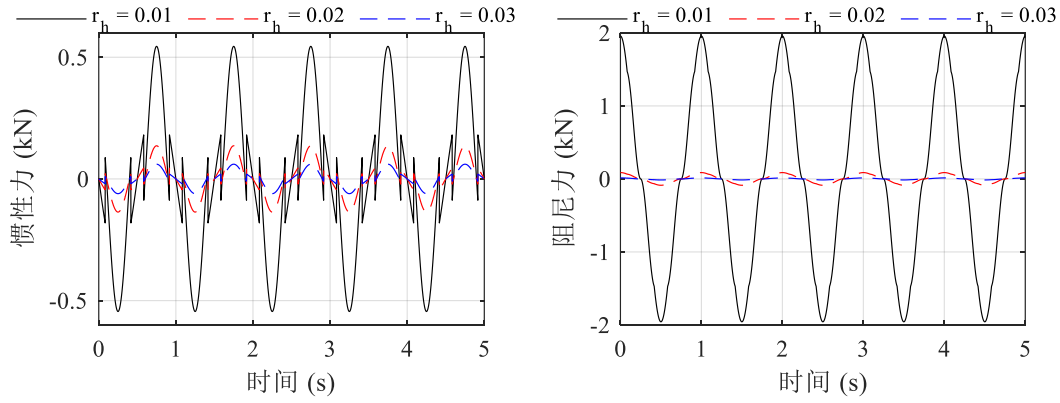
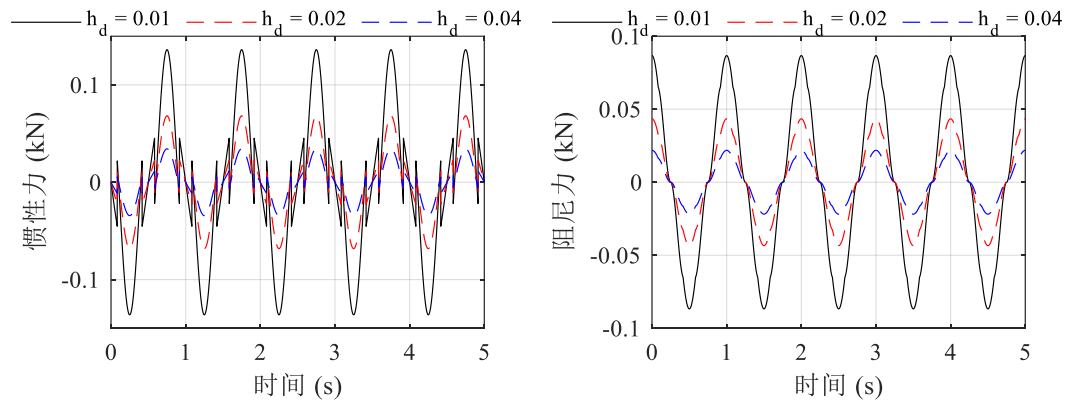
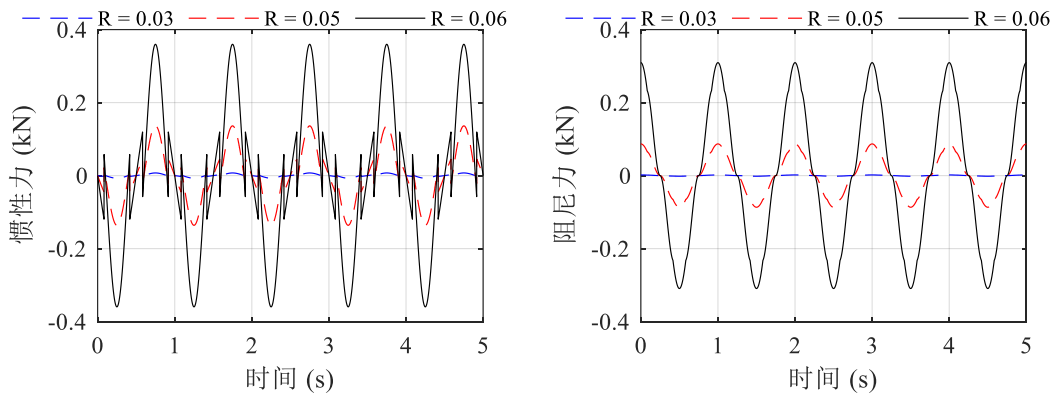

 (b) 螺旋管半径 r_h 对出力的影响

 (c) 螺旋管螺距 h_d 对出力的影响

 (d) 活塞半径 R 对出力的影响

图 2.18 非线性流体惯容参数分析

从上图中可以看出，惯性力与阻尼力与各参数的关系总的来说趋向一致，均与螺旋管螺距 h_d 和螺旋管半径 r_h 呈反相关，均与活塞液压缸搭接长度 s 和活塞半径 R 对出力的影响呈正相关，其中值得注意的是，两项出力的大小与活塞液压缸搭接长度 s 和螺旋管螺距 h_d 呈现近似线性的关系，且影响较小；而两项出力

与螺旋管半径 r_h 和活塞半径 R 对出力的影响呈现明显的非线性关系，并且可以看出阻尼力要较惯性力对于螺旋管半径 r_h 的值更为敏感，因此在惯容器的设计中如果想调整在总出力中惯性力与阻尼力的相对占比关系，可以通过调整螺旋管半径 r_h 的方式来实现。

为更直观的分析非线性流体惯容装置与传统的流体惯容装置的区别，取搭接长度 $s=0.015$ m，绘制其在不同振幅下的出力时程图如图 2.19 所示，其余非线性流体惯容器的参数取值如表 2.2 所示，传统流体惯容的表观质量 $m_{d,l}$ 取值等于当位移小于搭接长度 s 时的非线性流体惯容器的表观质量 m_d ，再由表观质量反算出各参数值。

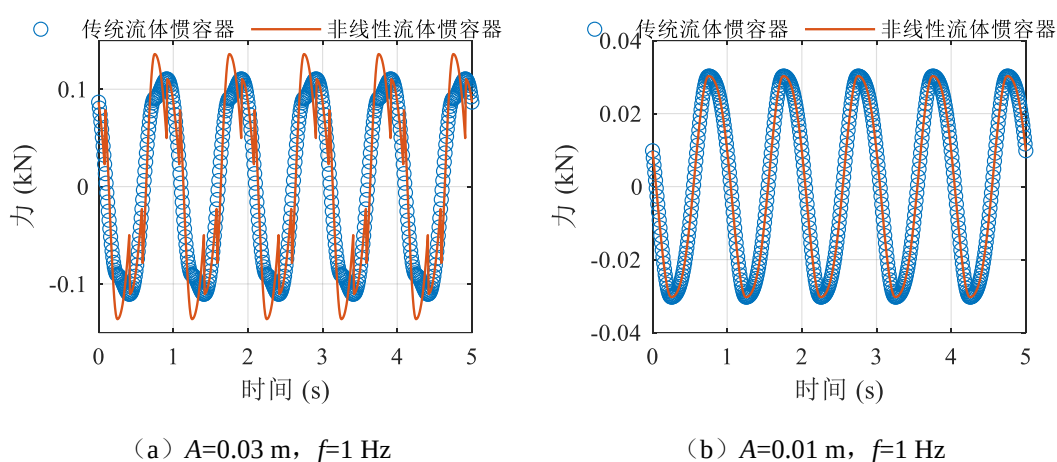


图 2.19 非线性流体惯容与传统流体惯容出力时程对比

如上图所示，在较小振幅下 ($A=0.01$ m)，非线性流体惯容与传统流体惯容具备相同的力学性能，而在较大振幅时，非线性流体惯容将产生更大的峰值出力，并且非线性流体惯容的出力将不再是简谐波的形式，而是出现多个峰值的情况，这主要是因为当位移超过临界值时，惯性力将不再只与加速度项相关，也会与速度、位移相关，而速度与加速度、位移之间存在相位差，这将导致其在正弦加载下出现多个力峰值。

2.5 本章小结

本章以为设计实现机制简单、成本效益高的非线性惯容装置为出发点，通过改进传统的流体惯容器，提出了一种具备分段非线性出力的新型非线性流体惯容装置。在探究其现实装置和运行机制的基础上，构建了非线性流体惯容的本构模型，深入研究了其非线性出力并提出了相应的简化模型，通过简谐激励下的非线性流体惯容构件试验验证了该简化力学模型的正确性，得到结论如下：

(1) 非线性流体惯容实现机制简单, 加工方便。惯容器利用液压缸与螺旋管道之间的截面积差, 使管道内流体能够获得比其自身物理质量更大的表观质量, 同时流体流动又将产生固有阻尼以耗散能力, 并且因为流体的粘滞性在流动过程中会产生阻尼效应耗散运动能量, 又因为在惯容器的运动过程中螺旋管的有效长度会随位移变化, 因此其惯性力与位移和加速度均相关, 呈现出非线性的效果, 因此所提出的非线性流体惯容扩充了非线性惯性的实现机制, 为其作为非线性振动控制元件提供可行性。

(2) 非线性流体惯容器的表观质量 m_d 主要由流体在螺旋管道中的质量提供, 而阻尼力则主要由流体在螺旋管道中产生的压降提供, 其他部分的力经过理论分析后可忽略。因此可以将非线性流体惯容器的力学模型简化为一个非线性惯性元件和一个非线性阻尼元件并联的结构。本章所建立的简化力学模型为后续推导与数值模拟提供了理论依据。

(3) 设计了一个非线性流体惯容实物装置, 并开展构件实验, 经过对不同工况下装置摩擦力、流体管道阻尼力和惯性力的研究, 验证了简化的力学模型的合理性, 并确定了螺旋管中流体固有阻尼力的理论计算模型。

(4) 通过参数分析, 确定了非线性流体惯容器的出力中, 惯性力与阻尼力同螺旋管螺距 h_d 、螺旋管半径 r_h 呈反相关关系, 同活塞液压缸搭接长度 s 和活塞半径 R 对出力的影响呈正相关关系, 并且其中螺旋管半径 r_h 对阻尼力的影响要大于对惯性力的影响。

(5) 与传统流体惯容器的出力时程对比可以得出, 在小位移下, 非线性流体惯容器与传统的流体惯容器出力相同; 在大位移下, 由于此时非线性流体惯容器的螺旋管有效长度将随着位移的增大而增大, 其出力组成中, 阻尼力不再只与速度相关, 也会与位移相关; 惯性力将不再只与加速度相关, 而会与速度、位移均相关, 因此非线性流体惯容器的出力整体非线性程度将增强, 出力峰值变大。

第3章 非线性流体惯容隔振系统动力学分析与性能评估

基于前述章节中对非线性流体惯容的理论推导和试验研究,研究基于非线性流体惯容的隔振结构在不同应用场景下的隔振效果。首先给出了力激励下基于非线性流体惯容的隔振系统的无量纲化运动方程。利用平均法等非线性分析方法,推导了在谐波作用下非线性流体惯容隔振系统的动力响应近似解析解,对不同工况下非线性流体惯容隔振系统的动力学特征进行了分析,并比较分析了非线性流体惯容隔振系统在力激励和基底位移激励下的系统性能。

3.1 非线性流体惯容隔振系统力学模型

由图 2.7 可知,非线性流体惯容器的力学模型可以简化为一个惯性元件和一个阻尼元件并联组成,其中惯性元件和阻尼元件均为与位移相关的非线性元件。为了更加准确地评估非线性流体惯容的振动控制效果,本节以力激励下的非线性流体惯容隔振系统为对象,分析其在外力激励下的动力特性。图 3.1 展示了力激励下非线性流体惯容隔振系统的完整力学模型示意图,其中, m_s 、 c_s 和 k_s 分别代表隔振器的质量、阻尼和刚度, $m_d(u)$ 和 $c_d(u)$ 分别表示惯容器的非线性阻尼和非线性惯质。考虑外部简谐力激励 $F_e = F \cos \omega t$, 其中 f_e 为简谐力的幅值, ω 为激励频率。

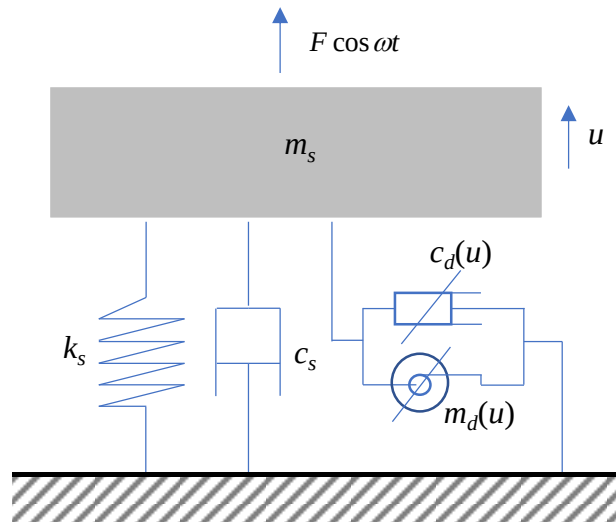


图 3.1 力激励下非线性流体惯容隔振系统力学模型

根据图 3.1 和等式(2.26)所推导的非线性流体惯容器的简化力学公式,可以得

到式(3.1)所示运动方程，其中 u 、 $\dot{u}$ 和 $\ddot{u}$ 分别表示隔振器的位移、速度以及加速度。

$$(m_s + m_d(u))\ddot{u} + \dot{m}_d(u)\dot{u} + c\dot{u} + c_{d1}(u)\dot{u}^2 + c_{d2}(u)\dot{u} + ku = F \cos \omega t \quad (3.1)$$

为方便进行无量纲分析，将式(3.1)改写成如下形式：

$$(m_s + m_1 l_1 y(x))\ddot{u} + \dot{m}_d(u)\dot{u} + c\dot{u} + c_1 l_1 y(u)\dot{u}^2 + c_2 l_1 y(u)\dot{u} + ku = F \cos \omega t \quad (3.2)$$

其中：

$$c_1 = 0.0713 * \sqrt{1 + \frac{2}{\pi} \frac{2\rho A_1}{\sqrt{r_h R_h}} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2} \quad (3.3)$$

$$c_2 = 753 * \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)^2 \frac{\mu A_1}{r_h^2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \quad (3.4)$$

$$l_1 = \sqrt{1 + 4\pi^2 \left(\frac{R}{h_d}\right)^2}, m_1 = \rho \frac{A_1^2}{A_2} \quad (3.5)$$

$$y(u) = \begin{cases} L & L - s \leq |u| \\ \text{abs}(u) + s & s \leq |u| < L - s \\ 2s & -s < u < s \end{cases} \quad (3.6)$$

考虑到非线性流体惯容器在不同相对位移下其出力存在很大差异，分别建立其在 $s \leq u \leq L - s$ 、 $s - L \leq u \leq -s$ 、 $-s < u < s$ 和 $L - s \leq |u|$ 状态下的运动方程并对其进行无量纲化处理。

当活塞相对位移处于 $s \leq x \leq L - s$ 位置处，可以得到其运动方程：

$$(m_s + m_1 l_1 (u + s))\ddot{u} + m_1 l_1 \dot{u}^2 + c\dot{u} + c_1 l_1 (u + s)\dot{u}^2 + c_2 l_1 (u + s)\dot{u} + ku = F \cos \omega t \quad (3.7)$$

对运动方程进行无量纲化处理，可以得到非线性流体惯容系统的无量纲运动方程如下：

$$(1 + \mu_d + \mu_d U)\ddot{U} + \mu_d \dot{U}^2 + 2\zeta \dot{U} + \xi_{d,1}(1 + U)\dot{U}^2 + \xi_{d,2}(1 + U)\dot{U} + U = f_e \cos \Omega \tau \quad (3.8)$$

其中各无量纲参数具体表达式如下表 3.1 所示。

表 3.1 非线性流体惯容隔振系统无量纲参数

基本参数	无量纲参数	定义式
隔振器	ω_s	$\sqrt{k/m}$
	ξ	$c/2m\omega_s$
非线性流体惯	μ_d	$m_1 l_1 s / m$

容器	γ	L/s
	$\xi_{d,1}$	$c_1 l_1 s^2 / m_s$
	$\xi_{d,2}$	$c_2 l_1 s / (\omega_s m_s)$
激励	Ω	ω / ω_s
	f_e	$F / (m_s s \omega_s^2)$
	τ	$\omega_s t$
动力响应	U	u/s

同理可以得到,当活塞相对位移处于 $s-L \leq u \leq -s$ 、 $-s < u < s$ 和 $L-s \leq |u|$ 位置时的无量纲表达式分别如(3.9)、(3.10)和(3.11)所示:

$$(1 + \mu_d - \mu_d U) \ddot{U} - \mu_d (\dot{U})^2 + 2\zeta \dot{U} + \xi_{d,1}(1-U)\dot{U}^2 + \xi_{d,2}(1-U)\dot{U} + U = f_e \cos \Omega \tau \quad (3.9)$$

$$(1 + 2\mu_d) \ddot{U} + 2\zeta \dot{U} + 2\xi_{d,1} \dot{U}^2 + 2\xi_{d,2} \dot{U} + U = f_e \cos \Omega \tau \quad (3.10)$$

$$(1 + \gamma \mu_d) \ddot{U} + 2\zeta \dot{U} + \gamma \xi_{d,1} \dot{U}^2 + \gamma \xi_{d,2} \dot{U} + U = f_e \cos \Omega \tau \quad (3.11)$$

其中, $\dot{U} = dU/d\tau$ 和 $\ddot{U} = d^2U/d\tau^2$ 分别代表无量纲位移 U 对于无量纲时间 τ 的一阶导数和二阶导数。为方便本章后续章节对非线性流体惯容隔震系统进行解析解的推导,将上述各状态下的无量纲表达式整理成下式:

$$\ddot{U} + 2\zeta \dot{U} + U + \mu_d \dot{U}^2 g(U) + (\xi_{d,1} \dot{U}^2 + \xi_{d,2} \dot{U} + \mu_d \ddot{U}) * g(U) = f_e \cos \Omega \tau \quad (3.12)$$

其中 $g(U)$ 与 $\dot{g}(U)$ 表达式分别如下所示:

$$g(U) = \begin{cases} \gamma & \gamma - 1 \leq |U| \\ U + 1 & 1 \leq U < \gamma - 1 \\ 1 - U & 1 - \gamma < U \leq -1 \\ 2 & -1 < U < 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\dot{g}(U) = \begin{cases} -1 & 1 - \gamma \leq U \leq -1 \\ 1 & 1 \leq U \leq \gamma - 1 \\ 0 & other \end{cases} \quad (3.14)$$

3.2 非线性流体惯容隔振系统的动力特性及响应分析

对于非线性系统振动的理论分析,主要包括定性分析法与定量分析法,其中以相平面法等为主的定性分析法可以得到系统的一般定性结果,但无法得到定量的系统响应。定量分析法则包括数值法与解析法,数值法常由于其只能得到离散

解，且对解精度要求高，运算复杂度高，通常只作为检验理论分析方法正确的有效手段。在对非线性振动进行定量分析时，平均法是最常见的方法之一，通过平均法可以得出系统的近似解析表达式，从而快速、有效地描述系统的响应规律，进而便于对不同的系统参数与主系统响应间关系深入分析。

本节将采用平均法以求得非线性流体惯容隔振系统的动力响应近似解析解，并通过数值法验证其正确性，以便于后续进一步评估其隔振性能。

3.2.1 动力响应求解及动力特性分析

平均法的物理本质是：假定在每一个运动周期内，物体的运动保持为简谐振动，但第二个周期的振幅和初相角与第一个周期相比，已经存在了微小的变化。平均法通过推导平均化方程，从而得以描述振幅与初相角的变化规律。也可形象地认为，简化方程即是计算振动过程的包络线方程（如图 3.2 所示），因此平均法亦可被称作慢变振幅法或常数变易法。

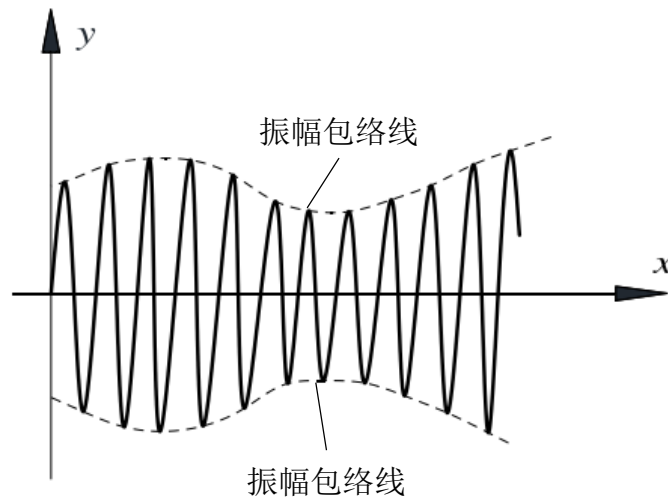


图 3.2 振动过程的平均化

平均法通过计算振幅和相位角的微分方程，并在系统的一个运动周期内取平均值近似替代，进而求解运动方程的解。据此方法，假设上式(3.12)求得的稳态响应近似为频率与激励频率相同的简谐响应，表示为：

$$U = a \cdot \cos(\Omega\tau + \theta) \quad (3.15)$$

$$\dot{U} = -a\Omega \cdot \sin(\Omega\tau + \theta) \quad (3.16)$$

$$\ddot{U} = -a\Omega^2 \cdot \cos(\Omega\tau + \theta) \quad (3.17)$$

令 $\phi = \Omega\tau + \theta$ ，式(3.15)和(3.16)关于时间 τ 的导数分别如下式(3.18)和式(3.19)

所示:

$$\dot{U} = a' \cos \phi - a(\Omega + \theta') \sin \phi \quad (3.18)$$

$$\ddot{U} = -a' \Omega \sin \phi - a \Omega (\Omega + \theta') \cos \phi \quad (3.19)$$

将式(3.16)代入至式(3.18)中, 可得:

$$a' \cos \phi - a \theta' \sin \phi = 0 \quad (3.20)$$

进一步地, 联立式(3.12)、(3.15)-(3.16)和式(3.19), 可以推导出:

$$a' \sin \phi + a \theta' \cos \phi = \frac{1}{\Omega} G(a, \theta) \quad (3.21)$$

式中的 $G(a, \theta)$ 可表示如下:

$$\begin{aligned} G(a, \theta) = & a \cos \phi (1 - \Omega^2) - 2\xi a \Omega \sin \phi - f_e \cos(\phi - \theta) \\ & + (-\mu_d \Omega^2 a \cos \phi + \xi_{d,1} \Omega^2 a^2 \sin^2 \phi - \xi_{d,2} a \Omega \sin \phi) g(a \cos \phi) \\ & + \mu_d \Omega^2 a^2 \sin^2 \phi \dot{g}(a \cos \phi) \end{aligned} \quad (3.22)$$

将 $U = a \cos \phi$ 分别代入到上述式(3.14)及(3.15)中, 可以得到式(3.22)中的 $g(a \cos \phi)$ 及 $\dot{g}(a \cos \phi)$ 。实际情况下隔振器的位移是有限制的, 非线性流体惯容器主要关注的是其无量纲位移值小于 $|\gamma - 1|$ 的情况, 因此可以假定无量纲响应位移的绝对值小于 $|\gamma - 1|$, 同时假定非线性流体惯容当无量纲位移大于 1 时, 不同状态间的临界相位为 $\phi_0 = \cos^{-1}(1/a)$, 可以得到如下表达式:

$$g(a \cos \phi) = \begin{cases} a[abs(\cos \phi) + \cos \phi_0] & (0 < \phi < \phi_0, \pi - \phi_0 < \phi < \pi + \phi_0, \\ & 2\pi - \phi_0 < \phi < 2\pi) \\ 2a \cos \phi_0 & (\phi_0 \leq \phi \leq \pi - \phi_0, \pi + \phi_0 \leq \phi \leq 2\pi - \phi_0) \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\dot{g}(a \cos \phi) = \begin{cases} a \sin \phi & (\pi - \phi_0 < \phi < \pi + \phi_0) \\ -a \sin \phi & (0 < \phi < \phi_0, 2\pi - \phi_0 < \phi < 2\pi) \\ 0 & (\phi_0 \leq \phi \leq \pi - \phi_0, \pi + \phi_0 \leq \phi \leq 2\pi - \phi_0) \end{cases} \quad (3.24)$$

由式(3.20)及(3.21), 可以推出:

$$a' = \frac{1}{\Omega} G(a, \theta) \sin \phi \quad (3.25)$$

$$\theta' = \frac{1}{a \Omega} G(a, \theta) \cos \phi \quad (3.26)$$

由平均法的原理, a 和 θ 变化缓慢, 是关于时间 τ 的慢变函数, 通常对动力系统一个运动周期内的 a 和 θ 的大小看作一个常数, 因此可根据其一周期的平均值来计算函数 a' 和 θ' 的值, 该计算可以通过积分方式表述, 即:

$$a' = \frac{1}{2\pi \Omega} \int_0^{2\pi} G(a, \theta) \sin \phi d\phi \quad (3.27)$$

$$\theta' = \frac{1}{2\pi\Omega a} \int_0^{2\pi} G(a, \theta) \cos \phi d\phi \quad (3.28)$$

当 $a \leq 1$, 非线性流体惯容器出力可以等效于一传统流体惯容器, 将式(3.22)代入上述公式(3.27)及(3.28)中进行分段积分, 可以求解出来其显示形式如下:

$$a' = -\frac{f_e \sin \theta + 2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a}{2\Omega} \quad (3.29)$$

$$\theta' = -\frac{f_e \cos \theta}{2\Omega a} + \frac{(1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2)}{2\Omega} \quad (3.30)$$

为求得非线性流体惯容隔振系统的稳态响应, 可令 $a' = 0$ 和 $\theta' = 0$, 代入到上述式(3.29)及(3.30)中, 可以得到在 $a \leq 1$ 情况下的非线性流体惯容的幅频特性关系:

$$f_e^2 = (2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a)^2 + ((1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2)a)^2 \quad (3.31)$$

当 $a > 1$, 同上所述, 将式(3.22)代入上述公式(3.27)及(3.28), 分段进行积分, 求得 a' 和 θ' 的显式表达式如下:

$$a' = -\frac{f_e \sin \theta}{2\Omega} - \xi a - \frac{\beta(12(\pi - \phi_0)\cos \phi_0 + 9\sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))a^2}{12\pi} \quad (3.32)$$

$$\theta' = \frac{a - a\Omega^2 - f_e \cos \theta + \frac{a^2\mu_d\Omega^2(-12(\pi - \phi_0)\cos \phi_0 - 15\sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi}}{2a\Omega} \quad (3.33)$$

令 $a' = 0$ 和 $\theta' = 0$, 代入到上述式(3.32)及(3.33)中, 可以得到在 $a > 1$ 情况下的非线性流体惯容的幅频特性关系:

$$f_e^2 = (2\Omega\xi a + \Omega \frac{\xi_{d,2}(12(\pi - \phi_0)\cos \phi_0 + 9\sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))a^2}{6\pi})^2 + (a - a\Omega^2 + \frac{a^2\mu_d\Omega^2(-12(\pi - \phi_0)\cos \phi_0 - 15\sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi})^2 \quad (3.34)$$

式(3.31)和式(3.34)分别描述了 $a \leq 1$ 和 $a > 1$ 情况下的幅频特性关系, 由公式可知, 非线性流体惯容隔振系统的响应幅值 a 与无量纲频率 Ω 直接存在较为复杂的非线性关系, 为进一步探讨其性能, 将在下文中给定系统以及外部激励的参数, 通过求根算法绘制其幅频关系图, 以研究其参数影响。

3.2.2 数值法验证及响应分析

上节所得到的非线性流体惯容隔振系统的近似解析解是根据平均化假设后得到的响应解, 由前文所述, 定量分析法包括数值法与解析法, 为验证所求解析

解的正确性,本节拟采用非线性数值积分的方法以计算非线性流体惯容隔振系统的动力响应,并将数值法与解析法得到的结果对比。

采用数值法求解需对上式(3.12)的非线性方程组求解,目前解决非线性方程组的最常见方法为牛顿迭代法,但是该方法对于正确解的初始值有较高的要求,才能达成收敛的效果,因此其计算精度存在一定限制。为了提高求解非线性方程组时的精度,本章节采用了求解精度更高的四阶龙格库塔法。为方便计算将运动微分方程改写成如下形式,其中状态变量 $Q_1 = U$ 、 $Q_2 = \dot{U}$:

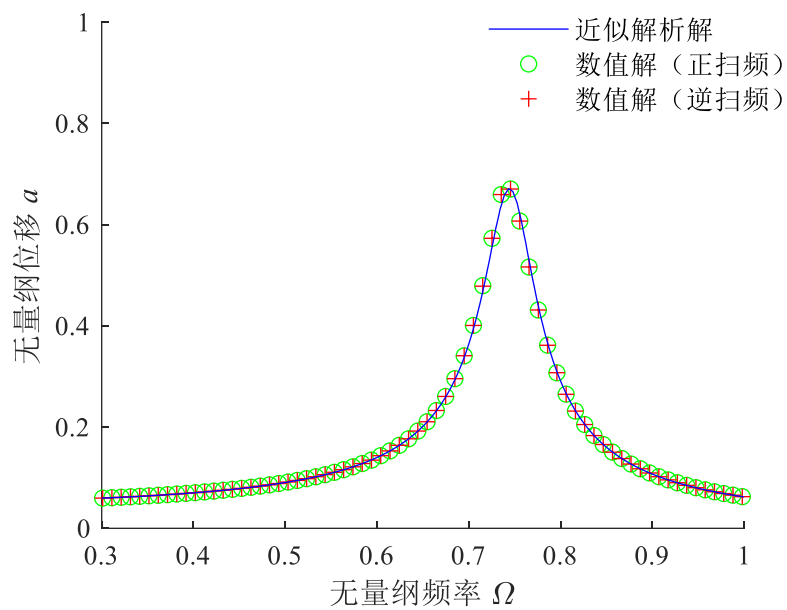
$$\begin{cases} Q_1' = Q_2 \\ Q_2' = \frac{f_e \cos \Omega \tau - 2\zeta Q_2 - Q_1 - (\xi_{d,1} Q_2^2 + \xi_{d,2} Q_2) * g(Q_1) - \mu_d Q_2^2 \dot{g}(Q_1)}{1 + \mu_d g(Q_1)} \end{cases} \quad (3.35)$$

其中 $g(Q_1)$ 与 $\dot{g}(Q_1)$ 表达式分别如下所示:

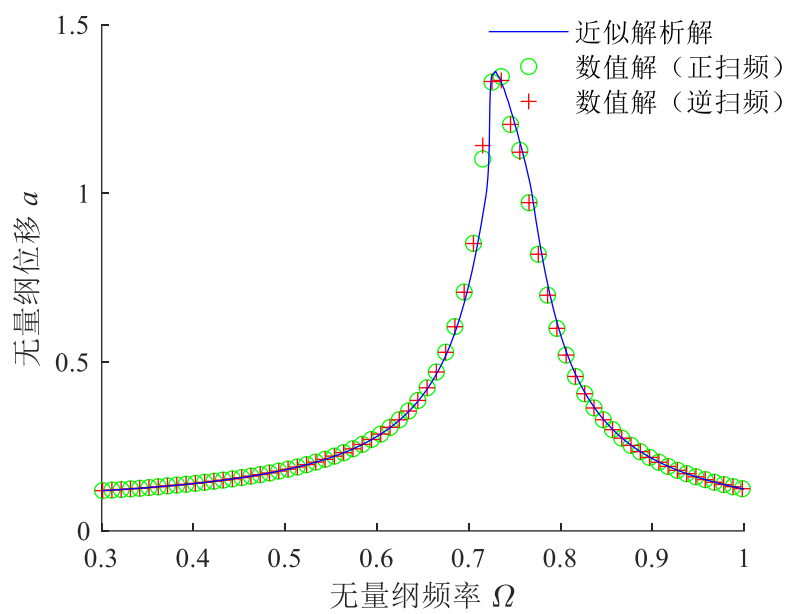
$$g(Q_1) = \begin{cases} \gamma & \gamma - 1 \leq |Q_1| \\ Q_1 + 1 & 1 \leq Q_1 < \gamma - 1 \\ 1 - Q_1 & 1 - \gamma < Q_1 \leq -1 \\ 2 & -1 < Q_1 < 1 \end{cases} \quad (3.36)$$

$$\dot{g}(Q_1) = \begin{cases} -1 & 1 - \gamma \leq Q_1 \leq -1 \\ 1 & 1 \leq Q_1 \leq \gamma - 1 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3.37)$$

解上式(3.35)可以求出非线性流体惯容隔振系统的幅频特性曲线,其中,给定惯容隔振系统的无量纲参数如下: $\mu_d = 0.4$ 、 $\zeta = 0.02$ 、 $\xi_{d,1} = 0.2$ 以及 $\xi_{d,2} = 0.02$ 。因为该惯容器在不同位移幅值下力学性能存在差异,故对其分别施加外荷载幅值 $f_e = 0.05$ 、 $f_e = 0.1$ 以及 $f_e = 0.2$,对不同情况下的近似解析解和数值解进行对比,以验证其合理性。



(a) $f_e = 0.05$



(b) $f_e = 0.1$

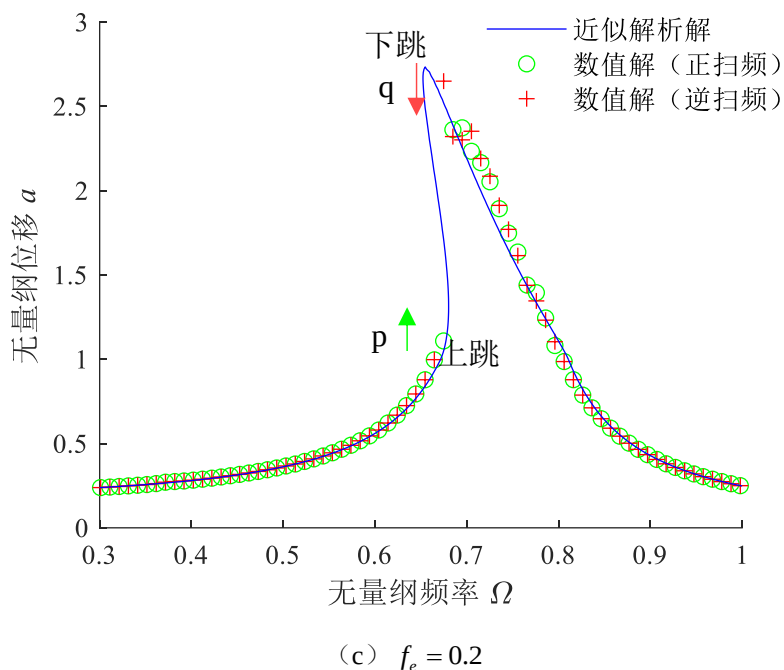


图 3.3 非线性流体惯容系统幅频特曲线的数值分析验证

如图 3.3 所示，通过对比在不同幅值的外荷载下，平均法所求得的幅频特性曲线与数值法求得的幅频特性曲线，发现二者基本重合，即证明通过平均法对非线性流体惯容隔振系统进行近似的解析分析是充分合理的。

由前文分析可知，当无量纲位移 $a \leq 1$ 时，非线性流体惯容器可以等价于一传统流体惯容器，当 $f_e = 0.05$ 时，图 3.3(a) 中无量纲位移 a 的幅值恒小于 1，其解析解与数值解的幅频特性曲线均未表现出明显的非线性特征；随着外激励幅值的增大，当 $f_e = 0.1$ 时，在图 3.3(b) 中可以观察到，在无量纲位移 a 大于 1 的范围内，非线性流体惯容隔振系统的幅频特性曲线偏向左侧频率更低的方向，这表明其存在软化的特性。当 $f_e = 0.2$ 时，图 3.3(c) 中系统的幅频特性曲线左偏的程度比图 3.4(b) 中的左偏程度更深，即随着外荷载幅值的增大，系统的共振区将向左偏移。同时，在图 3.3(c) 中，由数值法求得的幅频曲线出现了跳跃与滞后现象，即当激励频率从一个小值逐渐增大进行正向扫频时（绿色圆圈），这时振幅首先会沿着曲线逐渐变大，直到到达 p 点时，振幅急剧增大，出现了上升跳跃现象；反之，当激励频率从较大值逐渐减小进行逆向扫频时（红色加号），当到达 q 点时，振幅急剧减小，出现了下降跳跃现象。所以在 p 、 q 对应的激励频率附近时，很小的激励频率变化会发生剧烈的系统振幅改变，这种现象称为跳跃现象，同时正向扫频与逆向扫频发生跳跃现象的激励频率不同，这种现象称为滞后。跳跃现象与滞后现象是非线性受迫振动系统的重要特征，在跳跃现象附加范围内，非线性流体惯容隔振系统在同一激励频率下有不同的响应幅值，体现了其分岔特性。

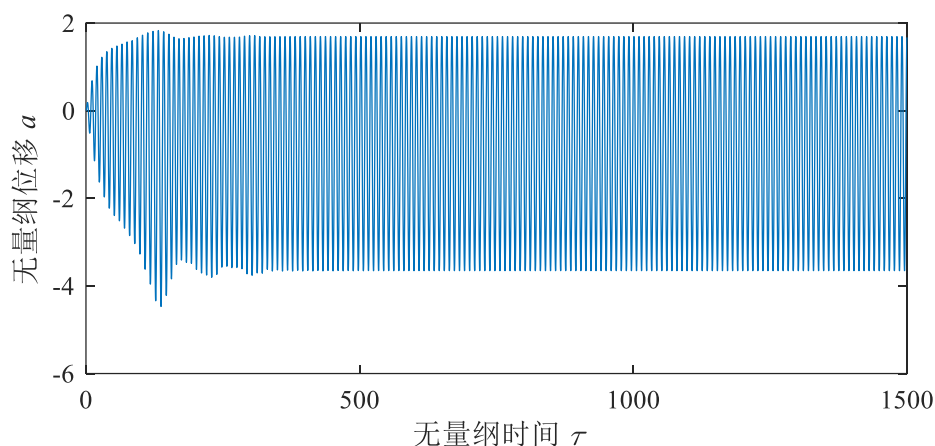
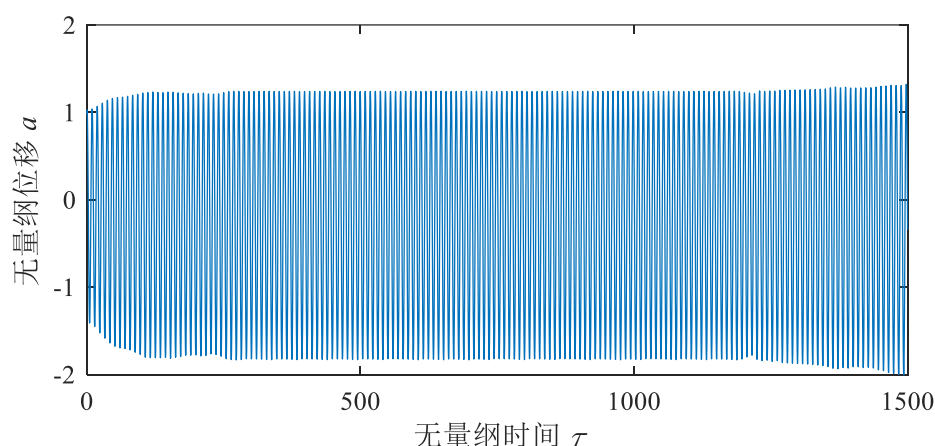
(a) 初位移 $U_0 = 0$ 、初速度 $\dot{U}_0 = 0$ (b) 初位移 $U_0 = 0.98$ 、初速度 $\dot{U}_0 = 0.22$

图 3.4 不同初始条件下非线性流体惯容隔振系统的位移时程曲线

为更形象的展示跳跃点附近的动力学特性，保持上述非线性流体惯容隔振系统的固有参数不变，取外激励 $f_e = 0.2$ 、 $\Omega = 0.68$ ，研究该系统在不同初始速度和初始位移下的位移时程响应（如图 3.4）。对比图 3.4（a）和图 3.4（b）可以看出，非线性流体惯容隔振系统在不同的初始位移和初始速度下，位移时程曲线有明显的差异，系统稳态响应的幅值也不相同，图 3.4 形象展示了系统在跳跃区段出现的分岔特性。值得注意的是从时程曲线中可以看出，该系统响应不再关于系统的平衡位置对称，而是出现了向负半轴偏移的现象，这是因为非线性流体惯容器的出力中包含直流成分，从而导致了系统响应的平衡点偏移，如下图 3.5 所示，令 $\xi_{d,1} = 0$ ，其余参数保持不变，绘制其不同初始条件的位移时程曲线，从图中可以看出，在该参数下系统不再有明显的不对称现象。

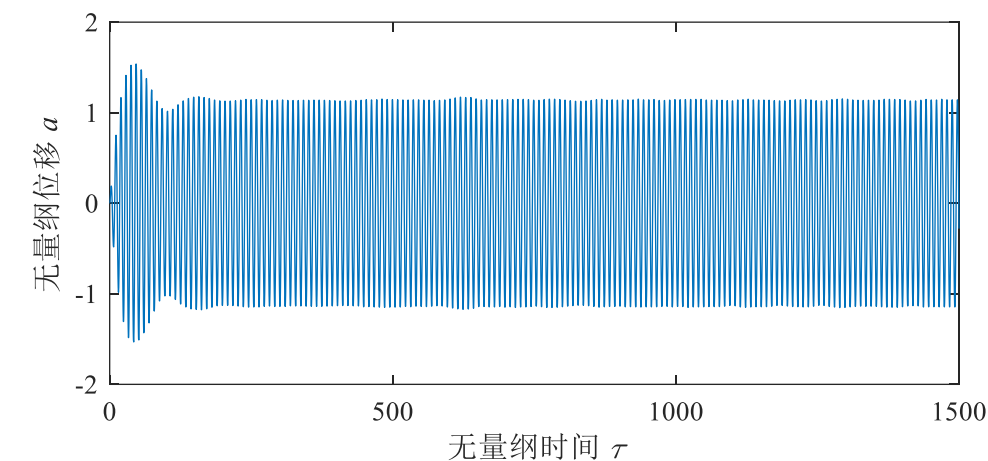
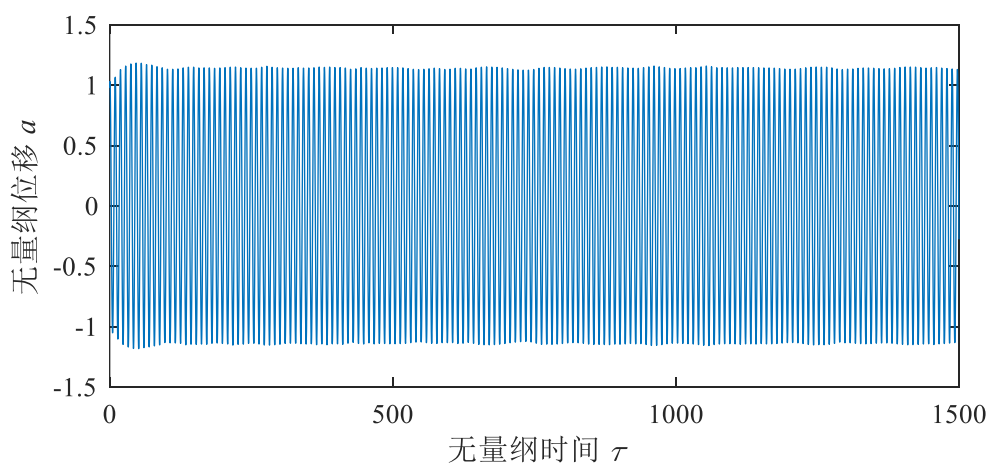
(a) 初位移 $U_0 = 0$ 、初速度 $\dot{U}_0 = 0$ (b) 初位移 $U_0 = 0.98$ 、初速度 $\dot{U}_0 = 0.22$

图 3.5 不同初始条件下非线性流体惯容隔振系统的位移时程曲线

3.3 力激励下非线性流体惯容隔振系统性能评估

为了评估非线性流体惯容器对于隔振系统振动控制效果的提升作用，需要使用一些性能指标以进一步量化评估。本节分别从系统动位移峰值、力传递率峰值、以及有效隔振频带这三项指标出发，对比评估非线性流体隔振系统的振动控制效果。由上节中得到的系统解析解为基础，推导各项性能指标的表达式，从而对不同参数下非线性流体惯容隔振系统的性能进行分析。最后，为了进一步评价隔振系统的性能，将其与无惯容的隔振系统、附加传统流体惯容惯容的隔振系统进行了对比分析。

3.3.1 隔振性能指标

力传递率是评估隔振性能的重要指标之一，其定义为传递到基础上的力的幅值和作用在隔振质量上的外激励幅值之比，可以表示为：

$$TR_F = \frac{|F_t|_{\max}}{\hat{F}_e} \quad (3.38)$$

对于如图 3.2 所示非线性流体惯容隔振系统，外激励经隔振系统传递到基础的力 F_t 可表示为：

$$F_t = \hat{F}_e \cos \Omega \tau - \ddot{U} \quad (3.39)$$

将式(3.17)代入式(3.39)中可得：

$$F_t \approx \hat{F}_e \cos \Omega \tau + a\Omega^2 \cos(\Omega \tau + \theta) \quad (3.40)$$

将上式(3.40)代入式(3.38)中可以得到力激励下非线性流体惯容隔振系统传递率关系式：

$$\begin{aligned} TR_F &= \frac{|F_t|_{\max}}{\hat{F}_e} \approx \frac{|\hat{F}_e \cos \Omega \tau + a\Omega^2 \cos(\Omega \tau + \theta)|_{\max}}{\hat{F}_e} \\ &= \frac{\left(\sqrt{(\hat{F}_e + a\Omega^2 \cos \theta)^2 + (a\Omega^2 \sin \theta)^2} \right)_{\max}}{\hat{F}_e} \\ &= \frac{\sqrt{\hat{F}_e^2 + (a\Omega^2)^2 + 2a\Omega^2 \hat{F}_e \cos \theta}}{\hat{F}_e} \end{aligned} \quad (3.41)$$

将非线性流体惯容力传递率的峰值定义为 $TR_{F,peak}$ ，其含义为在不同激励频率下，力传递率 TR_F 所取到的最大值，可以表示为：

$$TR_{F,peak} = \max TR_F(\Omega) \quad (3.42)$$

根据上述推导式(3.41)可知，系统动力响应解析解为分段函数，因此分别对不同状态下的力传递率关系式进行分析，当 $a \leq 1$ ，将该状态下对应的表达式(3.30)及式(3.31)代入到式(3.41)中，可得到：

$$TR_F = \frac{\sqrt{(2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a)^2 + ((1 - 2\mu_d)\Omega^2 a)^2}}{\sqrt{(2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a)^2 + ((1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2) a)^2}} \quad (3.42)$$

对受力激励的隔振系统而言，当经系统传递至基地的力幅值低于激励力的幅值，可以认为实现了有效隔振，即 $TR_F < 1$ ，由此不等式可推导得出隔振系统的有效隔振频带。传统的线性隔振系统只有激励频率在系统自振频率的 $\sqrt{2}$ 倍以上

时才能保证传递率小于 1。令式(3.42)所得的传递率 $TR_F < 1$ ，可得到非线性流体惯容隔振系统实现有效隔振的限制条件：

$$TR_F = \frac{\sqrt{(2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a)^2 + ((1 - 2\mu_d\Omega^2)a)^2}}{\sqrt{(2(\xi_{d,2} + \xi)\Omega a)^2 + ((1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2)a)^2}} < 1 \quad (3.43)$$

对式(3.43)进行化简运算，可以得到如下简化表达式：

$$2 - (1 + 4\mu_d)\Omega^2 < 0 \quad (3.44)$$

将不等式(3.44)中 Ω 写成显式表达形式，进一步改写为：

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\frac{2}{1 + 4\mu_d}} < \Omega \quad (3.45)$$

其中， Ω_{eff} 为最小有效隔振频率，当无量纲激振频率 Ω 超过该值时，力传递率小于 1，即隔振系统有效实现隔振。

在传统的线性隔振系统中，有效隔振的无量纲频率下限值等于 $\sqrt{2}$ ，因此当 Ω_{eff} 的值小于 $\sqrt{2}$ 时，可以认为非线性流体惯容隔振系统的有效隔振频带要大于线性隔振系统的有效频带，因此可以得到：

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\frac{2}{1 + 4\mu_d}} < \sqrt{2} \quad (3.45)$$

根据定义，无量纲参数 μ_d 恒为正值，因此不等式(3.45)恒成立，即是说在 $a \leq 1$ 情况下，非线性流体惯容隔振系统隔振频带大于线性隔振系统的有效隔振频带。

同理，当 $a > 1$ ，将表达式(3.33)及式(3.34)代入到式(3.41)中，可得到：

$$TR_F = \frac{\sqrt{\left(2\xi a\Omega + \frac{\xi_{d,2} \left(\sin(3\arccos(\frac{1}{a})) + 9\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} + \frac{12}{a} \left(\pi - \arccos(\frac{1}{a}) \right) \right) a^2 \Omega}{6\pi} \right)^2 + \left(a + \frac{a^2 \mu_d \Omega^2 \left(-\frac{12}{a} \left(\pi - \arccos(\frac{1}{a}) \right) - 15\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} + \sin(3\arccos(\frac{1}{a})) \right)}{6\pi} \right)^2}}{\sqrt{\left(2\xi a\Omega + \frac{\xi_{d,2} \left(\sin(3\arccos(\frac{1}{a})) + 9\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} + \frac{12}{a} \left(\pi - \arccos(\frac{1}{a}) \right) \right) a^2 \Omega}{6\pi} \right)^2 + \left(a - a\Omega^2 + \frac{a^2 \mu_d \Omega^2 \left(-\frac{12}{a} \left(\pi - \arccos(\frac{1}{a}) \right) - 15\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} + \sin(3\arccos(\frac{1}{a})) \right)}{6\pi} \right)^2}} \quad (3.46)$$

令式(3.46)所得的传递率 $TR_F < 1$ ，并化简可以得到如下不等式：

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\frac{2}{1+2a\mu_d \frac{\left(\frac{12}{a}\left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{a}\right)\right) + 15\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} - \sin(3\arccos\left(\frac{1}{a}\right))\right)}{6\pi}}} < \Omega \quad (3.47)$$

若此状态下非线性流体惯容隔振系统的有效隔振频带要大于线性隔振系统的有效频带，可以得出来如下不等式：

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\frac{2}{1+2a\mu_d \frac{\left(\frac{12}{a}\left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{a}\right)\right) + 15\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} - \sin(3\arccos\left(\frac{1}{a}\right))\right)}{6\pi}}} < \sqrt{2} \quad (3.48)$$

结合参数的工程实际意义，无量纲参数 a 与 μ_d 恒为正值，只需要满足下列不等式即可：

$$\frac{12}{a}\left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{a}\right)\right) + 15\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} - \sin(3\arccos\left(\frac{1}{a}\right)) > 0 \quad (3.49)$$

定义关于 a 的函数如下，其中 $a > 1$ ：

$$f(a) = \frac{12}{a}\left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{a}\right)\right) + 15\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} - \sin(3\arccos\left(\frac{1}{a}\right)) \quad (3.50)$$

在定义域范围内， $f(a)$ 为一单调递减函数，当 a 趋近于无穷时，函数 $f(a)$ 收敛于一个大于 0 的极限值。绘制函数 $f(a)$ 如图 3.6 所示。

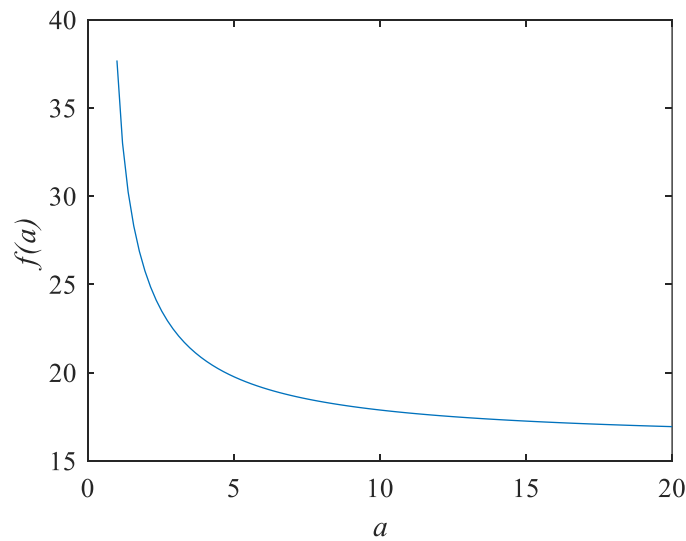


图 3.6 $f(a)$ 曲线

因此不等式(3.49)恒成立,从而有不等式(3.48)恒成立，即在 $a > 1$ 时，非线性流

体惯容隔振系统隔振频带大于线性隔振系统的有效隔振频带。综合考虑不等式(3.48)及式(3.45)，可以得出结论，与传统的线性隔震系统相比，附加非线性流体惯容总是有利于拓宽的隔振系统的有效隔振频带。

隔振器会减小整个结构体系的刚度，隔振质量的动位移通常是工程师关注的重要指标之一，因此，可以将非线性流体惯容系统隔振质量的质量动位移峰值 a_{peak} 作为评估指标之一。其具体取值可由式(3.31)及式(3.34)求出的位移幅值中的最大值确定，可表示为：

$$a_{peak} = \max a(\Omega) \quad (3.51)$$

3.3.2 参数分析及讨论

结合 3.2 节中推导得出的解析解，本节将根据 3.3.1 节中建议的性能指标对非线性流体惯容的相关参数进行分析，以评估其对隔振系统的性能影响。

μ_d 是与惯容器的表观质量相关的无量纲参数，它与非线性流体惯容器的出力密切相关，由图 3.7 可知，不同 μ_d 对非线性流体惯容隔振系统幅频特性存在明显影响，其中 $\zeta = 0.02$ 、 $f_e = 0.2$ 。 μ_d 的数值从小到大分别取为 0、0.5、1 和 2，值得注意的是非线性流体惯容器中表观质量与固有阻尼是相互耦合的，这在 2.4 节的参数分析中有所体现。因此，对应的 μ_d 与 $\xi_{d,1}$ 、 $\xi_{d,2}$ 之间也应该存在相应的对应关系，为便于分析，假定此处 μ_d 的改变均是由于 s 改变带来的，并以 $\mu_d = 0.5$ 时对应 $\xi_{d,1} = 0.2$ 、 $\xi_{d,2} = 0.02$ 进行相应分析。

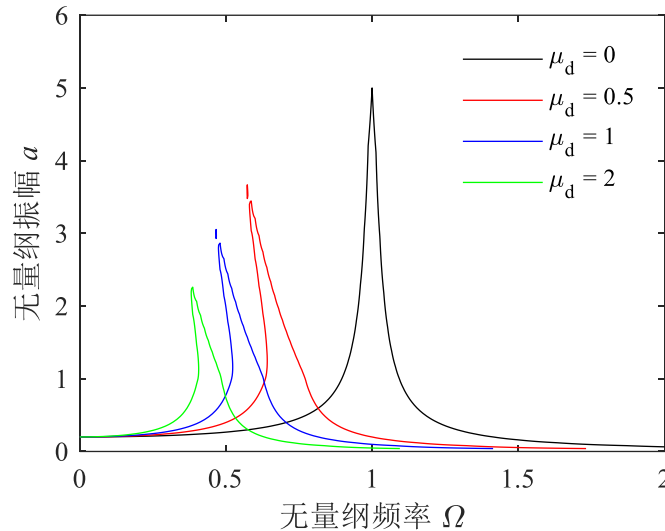


图 3.7 力激励下 μ_d 对非线性流体惯容隔振系统幅频特性的影响分析

由图 3.7 可知，随着 μ_d 数值的不断增加，非线性流体惯容隔振系统的动位移

相应幅值的共振峰值将随之减小，同时，响应共振峰值所对应的激励频率也向左侧（频率更低侧）移动。值得注意的是在给定的无量纲频率中，低频下 μ_d 增加可能会导致振幅的略微增加，在高频情况下振幅则总是伴随着 μ_d 的增加而减小。这说明附加非线性流体惯容有利于降低隔振结构的位移峰值响应，另外，保持系统与外部激励的其余参数恒定，当 μ_d 增大时，系统幅频特性曲线向左偏的程度加深，即软化现象更加明显。

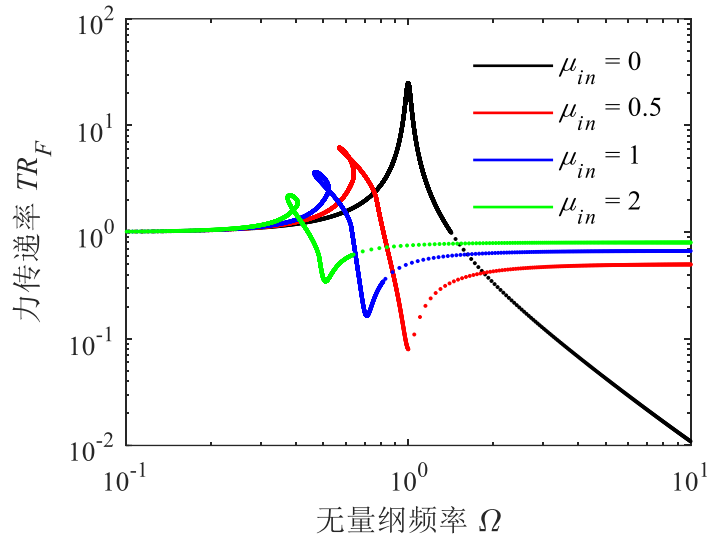


图 3.8 力激励下 μ_d 对非线性流体惯容隔振系统力传递率的影响分析

保持其余参数不变，分析不同 μ_d 对力传递率 TR_F 的影响如图 3.8 所示。由图可知，随着 μ_d 值的逐步增加，系统的峰值力传递率逐渐降低。根据力传递率的含义，定义 $TR_F < 1$ 时所对应的频率范围为的有效隔振频带范围，由图中可以得出，随着 μ_d 值的增加，有效隔振频带范围逐渐扩大。因此，附加非线性流体惯容有助于降低隔振系统中力传递率的峰值，并且拓宽其有效隔振频带。对比不同 μ_d 下的力传递率曲线，发现除 $\mu_d = 0$ 以外的力传递率曲线均出现了一个反共振峰，并且反共振峰与共振峰一样都随着 μ_d 值的增大左移，这是因为惯性力会随着 μ_d 的增大而增大。

当激励频率增加至一定值以后，从幅频特性曲线可以看出其振幅峰值小于 1，因此当无量纲激励频率 Ω 趋于无穷大时，代入到式 (3.42) 中可以得到：

$$TR_{F,\infty} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} TR_F = \frac{4\mu_d^2}{1 + 4\mu_d + 4\mu_d^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4\mu_d^2} + \frac{1}{\mu_d}} < 1 \quad (3.52)$$

由式 (3.52) 可知当无量纲激励频率 Ω 趋于无穷大时，力传递率 TR_F 将趋向于一个小于 1 的定值 $TR_{F,\infty}$ ，且 μ_d 越大时， $TR_{F,\infty}$ 的值也越大，这与图 3.9 所表现

出来的趋势也相吻合。

3.3.3 性能对比

为了全面评估所提出的非线性流体惯容隔振系统的性能，有必要对其进行详细的对比分析。本节以不附加惯容的隔震结构和传统流体惯容隔振系统为对照，从动位移响应幅值 a 和力传递率 TR_F 两个性能指标出发，对非线性流体惯容隔振系统进行全面的性能对比分析。

力激励下的无惯容隔振系统力学模型如图 3.9 (a) 所示，其力学模型中不含惯容相关元件。线性流体惯容隔振系统的力学模型如图 3.9 (b) 所示，与非线性流体惯容隔振模型（图 3.1）最大的区别在于构成惯容器的阻尼元件和惯性元件不再与位移相关，为了更为公平的对比上述两个隔振系统的性能差异，传统流体惯容的表现质量 $m_{d,l}$ 取值等于当位移小于搭接长度 s 时的非线性流体惯容器的表现质量 m_d 。

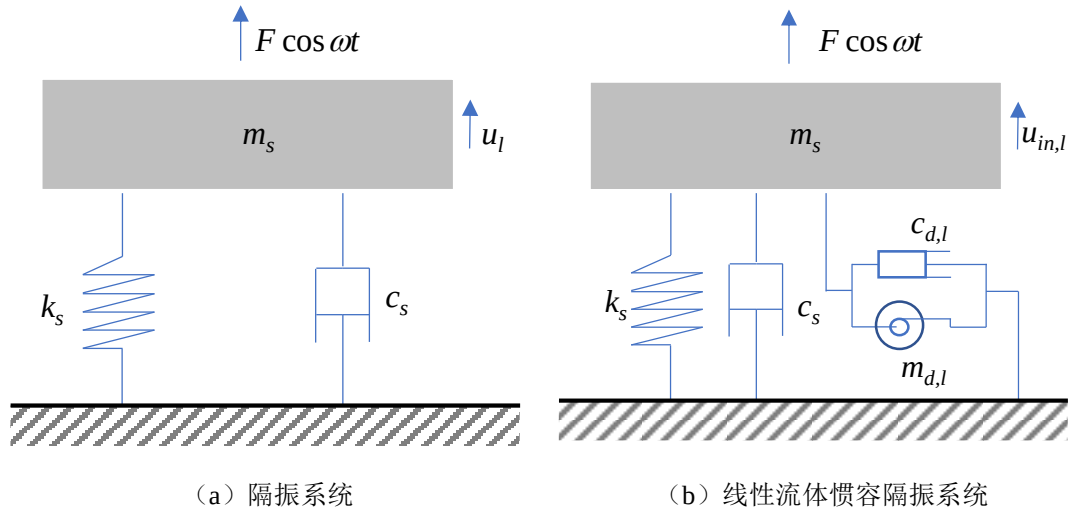


图 3.9 力激励下不同隔振系统力学模型

对于线性惯容隔振系统，其幅频特性关系以及力传递率 $TR_{F,l}$ 分别如下：

$$f_e^2 = (2(\xi_{d,2,l} + \xi)\Omega a_l)^2 + (1 - (1 + 2\mu_{d,l})\Omega^2)^2 a_l^2 \quad (3.53)$$

$$TR_{F,l} = \frac{\sqrt{(2(\xi_{d,2,l} + \xi)\Omega)^2 + (1 - 2\mu_{d,l}\Omega^2)^2}}{\sqrt{(2(\xi_{d,2,l} + \xi)\Omega)^2 + (1 - (1 + 2\mu_{d,l})\Omega^2)^2}} \quad (3.54)$$

其中，令式 (3.53) 与式 (3.54) 中的 $\mu_{d,l} = 0$ 和 $\xi_{d,2,l} = 0$ 即可得到无控隔振系统的幅频特性关系以及力传递率。分别绘制 $\mu_d = 0.5$ 和 $\mu_d = 2$ 时不同结构的幅频曲线对比图如图 3.10 及图 3.11 所示，不同结构的力传递率曲线对比如图 3.12 及图

3.13 所示, 其中 $\zeta = 0.02$ 、 $\xi_{d,1} = 0.2$ 、 $\xi_{d,2} = 0.02$ 、 $f_e = 0.2$ 。

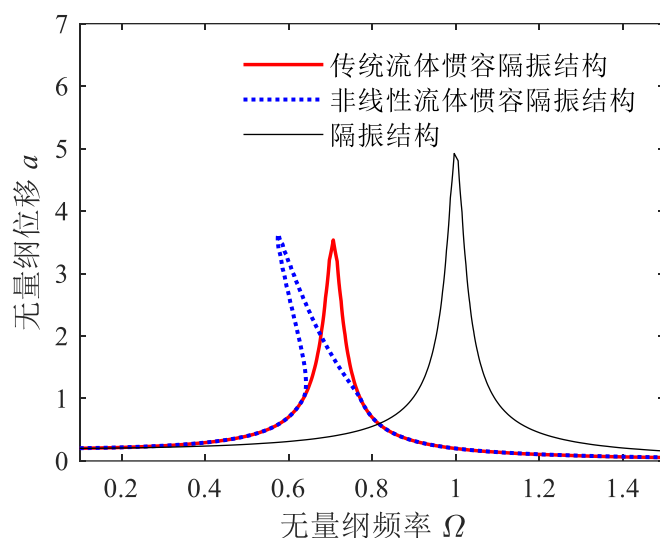


图 3.10 $\mu_d = 0.5$ 时力激励下不同隔振系统的幅频特性曲线

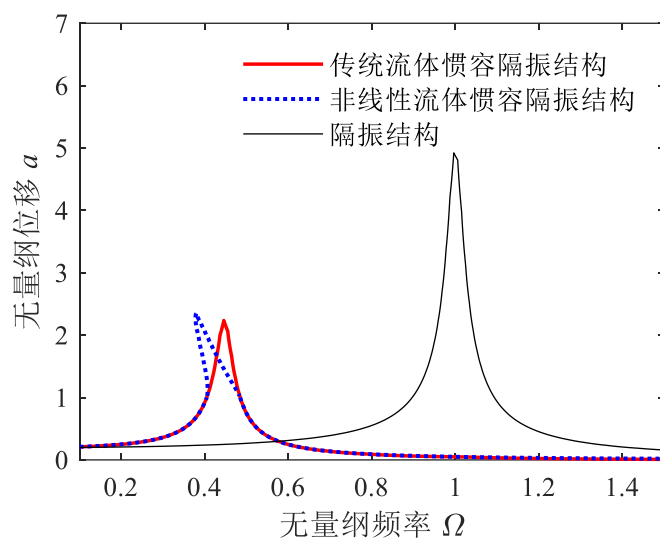


图 3.11 $\mu_d = 2$ 时力激励下不同隔振系统的幅频特性曲线

对比图 3.10 和图 3.11 可知, 在隔振系统中加入传统流体惯容和非线性流体惯容两种惯容, 都将会导致动位移响应幅值的峰值向左偏移, 这说明附加传统流体惯容和非线性流体惯容均能够降低系统共振频率。在 $\mu_d = 0.5$ 和 $\mu_d = 2$ 时, 线性流体惯容隔振系统和非线性流体惯容隔振系统动位移响应幅值的峰值均要小于隔振系统动位移响应幅值的峰值, 这说明附加流体惯容器总是有利于结构进行位移控制的, 值得注意的是, 相比附加非线性流体惯容隔振系统, 附加传统流体惯容隔振结构和无惯容隔振结构的幅频特性曲线并没有出现左偏的刚度软化现象。

相较于无惯容隔振系统，在低频激励情况下，传统惯容隔振系统和非线性流体惯容隔振系统会导致动位移响应幅值的略微增加；而在高频激励条件下，惯容隔振系统则可以降低动位移响应幅值。

对比图 3.12 和图 3.13 可知，相较于无惯容隔振系统，传统流体惯容隔振系统与非线性流体惯容隔振系统均能够拓宽有效隔振频带，有效降低力传递率的峰值，并且力传递率的峰值出现了左偏的情况，此外，传统流体惯容隔振系统与非线性流体惯容隔振系统的力传递率曲线均出现了反共振峰。对比传统流体惯容隔振系统，在 $\mu_d=0.5$ 时，非线性流体惯容隔振系统力传递率曲线的峰值有所降低，但并未拓宽有效隔振频带，当 μ_d 增加至 2 时，非线性流体惯容隔振系统不光能降低力传递率曲线的峰值，还能够提供更宽的有效隔振频带。

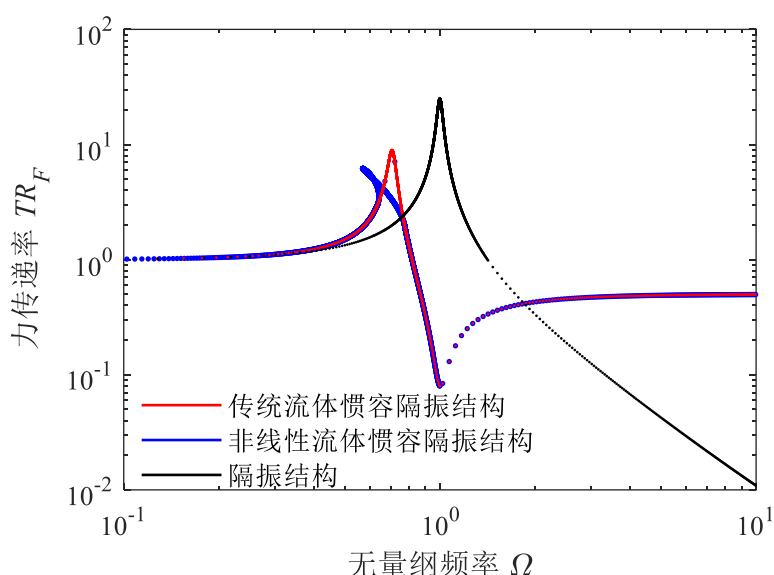
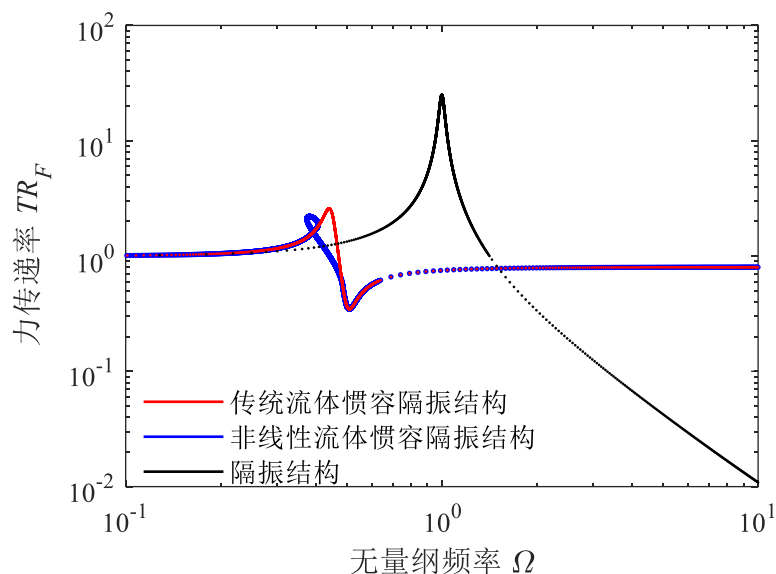


图 3.12 $\mu_d = 0.5$ 时力激励下不同隔振系统的力传递率曲线

图 3.13 $\mu_d = 2$ 时力激励下不同隔振系统的力传递率曲线

由上述分析可知,对比无惯容隔振系统,传统流体惯容隔振系统与非线性流体惯容隔振系统均能够降低力传递率的峰值 $TR_{F,peak}$, 拓宽有效隔振频带,并且非线性流体惯容隔振系统比传统流体惯容隔振系统有着更宽的有效隔振频带和更低的力传递率峰值。但需要注意,当 μ_d 较大时,在力激励下,传统流体惯容隔振系统与非线性流体惯容隔振系统可能会导致动位移幅值的峰值 a_{peak} 增加。

3.4 基底激励下非线性流体惯容隔振系统性能评估

基底激励下的隔振系统则是隔振技术的重要应用领域,通常来说,力激励下的隔振系统通常用于减小机械设备振动,其主要目的是减少机械设备传递至支撑结构的振动力,而基底激励下的隔振系统,则通常用于建筑结构利用基础隔震技术降低地震响应以避免结构破坏。在上一小节中,对于受力激励下的非线性流体惯容隔振系统进行了前面的动力学分析和性能评估,而本节则将对基地激励下的非线性流体惯容隔振系统进行深入分析,并阐释其与力激励下非线性流体惯容隔振系统的差异。

3.4.1 隔振性能指标

基底激励下的非线性流体隔振系统的力学模型如图 3.14 所示,其中, u_d 表示隔振质量的绝对位移; u_r 表示非线性流体惯容两端点间的相对位移, $q_e = q_0 \cos \omega t$ 表示隔振器基底的外部位移激励, ω 表示激励频率, q_0 表示简谐激

励的位移幅值。述位移之间的关系可以用下式(3.55)表达：

$$u_r = u_d - q_e \quad (3.55)$$

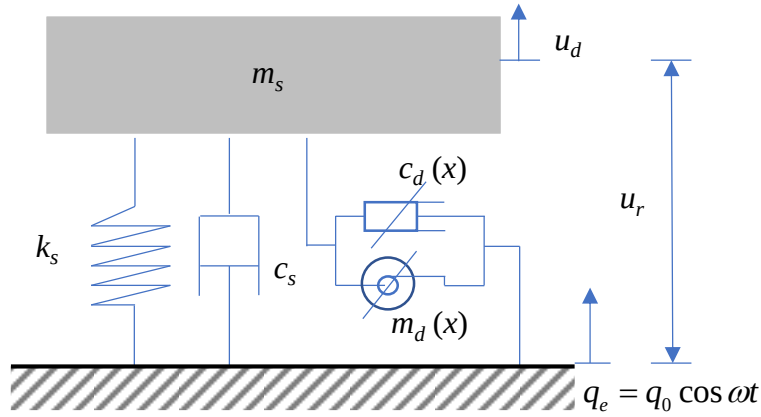


图 3.14 基底激励下非线性流体惯容隔振系统力学模型

由动力平衡原理，代入等式(2.25)所推导的非线性流体惯容器出力公式，基底激励下的非线性流体隔振系统运动方程可描述为：

$$m_s \ddot{u}_d + c(\dot{u}_d - \dot{q}_e) + k(u_d - q_e) + m_d(u_r) \ddot{u}_r + \dot{m}_d(u_r) \dot{u}_r + c_{d1}(u_r) \dot{u}_r^2 + c_{d2}(u_r) \dot{u}_r = 0 \quad (3.56)$$

代入式（3.55）至式（3.56），可以得到：

$$m_s \ddot{u}_r + c \dot{u}_r + k u_r + m_d(u_r) \ddot{u}_r + \dot{m}_d(u_r) \dot{u}_r + c_{d1}(u_r) \dot{u}_r^2 + c_{d2}(u_r) \dot{u}_r = -m \ddot{q}_e = m q_0 \omega^2 \cos \omega t \quad (3.57)$$

同力激励下的非线性流体惯容隔振系统一般对运动方程进行无量纲化处理，定义无量纲参数如下：

$$U_d = \frac{u_d}{s}, \quad U_r = \frac{u_r}{s}, \quad Q_0 = \frac{q_0}{s} \quad (3.58)$$

将（3.58）代入（3.57）中，可以得到非线性流体惯容系统的无量纲运动方程如下：

$$\ddot{U}_r + 2\zeta \dot{U}_r + U_r + \mu_d \dot{U}_r^2 \dot{g}(U_r) + (\xi_{d,1} \dot{U}_r^2 + \xi_{d,2} \dot{U}_r + \mu_d \ddot{U}_r) * g(U_r) = Q_0 \Omega^2 \cos \Omega \tau \quad (3.59)$$

其中， $\dot{U}_r = dU_r/d\tau$ 和 $\ddot{U}_r = d^2U_r/d\tau^2$ 分别代表无量纲位移 U 对于无量纲时间 τ 的一阶导数和二阶导数。式中 $g(U_r)$ 与 $\dot{g}(U_r)$ 表达式分别如下所示：

$$g(U_r) = \begin{cases} \gamma & \gamma - 1 \leq |U_r| \\ U_r + 1 & 1 \leq U_r < \gamma - 1 \\ 1 - U_r & 1 - \gamma < U_r \leq -1 \\ 2 & -1 < U_r < 1 \end{cases} \quad (3.60)$$

$$\dot{g}(U_r) = \begin{cases} -1 & 1-\gamma \leq U_r \leq -1 \\ 1 & 1 \leq U_r \leq \gamma-1 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3.61)$$

与 3.2 节中相似, 采用平均法求解式 (3.59), 并假设求得的稳态响应近似为频率与激励频率相同的简谐响应, 表示为:

$$U_r = a_r \cdot \cos(\Omega\tau + \theta_r) \quad (3.62)$$

$$\dot{U}_r = -a_r \Omega \cdot \sin(\Omega\tau + \theta_r) \quad (3.63)$$

$$\ddot{U}_r = -a_r \Omega^2 \cdot \cos(\Omega\tau + \theta_r) \quad (3.64)$$

其中, a_r 为隔振系统响应的幅值, θ_r 为隔振系统响应的相位, 二者均是关于无量纲时间 τ 的慢变函数。由方程 (3.55) 可得结构质量的无量纲位移 U_d :

$$U_d = U_r + Q_0 \cos \Omega\tau \quad (3.65)$$

平均法求解过程如与 3.2 节类似, 可以解得不同状态下的幅频特性关系如下:

当 $a \leq 1$, 非线性流体惯容器出力可以等效于一传统流体惯容器, 可以求解出来其显示形式如下:

$$a'_r = -\frac{Q_0 \Omega^2 \sin \theta_r + 2(\xi_{d,2} + \xi) \Omega a_r}{2\Omega} \quad (3.66)$$

$$\theta'_r = -\frac{Q_0 \Omega \cos \theta_r}{2a} + \frac{(1 - (1 + 2\mu_d) \Omega^2)}{2\Omega} \quad (3.67)$$

为求得非线性流体惯容隔振系统的稳态响应, 可令 $a'_r = 0$ 和 $\theta'_r = 0$, 代入到上述式(3.29)及(3.30)中, 可以得到在 $a_r \leq 1$ 情况下的非线性流体惯容的幅频特性关系:

$$Q_0^2 \Omega^4 = (2(\xi_{d,2} + \xi) \Omega a_r)^2 + ((1 - (1 + 2\mu_d) \Omega^2) a_r)^2 \quad (3.68)$$

当 $a > 1$, 同上所述, 将式(3.22)代入上述公式(3.27)及(3.28), 分段进行积分, 求得 a' 和 θ' 的显式表达式如下:

$$a'_r = -\frac{1}{2} Q_0 \Omega \sin \theta_r - \xi a_r - \frac{\beta(12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 + 9 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0)) a_r^2}{12\pi} \quad (3.69)$$

$$\theta'_r = \frac{a_r - a_r \Omega^2 - Q_0 \Omega^2 \cos \theta_r + \frac{a_r^2 \mu_d \Omega^2 (-12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 - 15 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi}}{2a_r \Omega} \quad (3.70)$$

$a'_r = 0$ 和 $\theta'_r = 0$, 代入到上述式(3.32)及(3.33)中, 可以得到在 $a_r > 1$ 情况下的非

线性流体惯容的幅频特性关系:

$$Q_0^2 \Omega^4 = (2\Omega \xi a_r + \Omega \frac{\xi_{d,2} (12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 + 9 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0)) a_r^2}{6\pi})^2 + (a_r - a_r \Omega^2 + \frac{a_r^2 \mu_d \Omega^2 (-12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 - 15 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi})^2 \quad (3.71)$$

基底激励下的隔振系统常常将位移传递率视作其主要性能评价指标, 在线性隔振系统中, 力激励下和基底激励下的隔振系统传递率计算公式基本相同, 但在非线性系统中则存在着明显区别。本节将位移传递率用 TR_D 作为评估基底激励下非线性流体惯容隔振系统的性能指标, 其具体计算公式如下:

$$TR_D = \frac{|U_d|}{Q_0} \approx \frac{A_d}{Q_0} \quad (3.72)$$

其中, A_d 为无量纲位移 U_d 的幅值。将式(3.62)代入式(3.65), 可得:

$$\begin{aligned} U_d &= U_r + Q_0 \cos \Omega \tau \\ &= a_r \cdot \cos(\Omega \tau + \theta_r) + Q_0 \cos \Omega \tau \\ &= (a_r \cos \theta_r + Q_0) \cos \Omega \tau - a_r \sin \theta_r \sin \Omega \tau \end{aligned} \quad (3.73)$$

因此, 隔振系统质量的位移幅值可表示如下:

$$A_d = \sqrt{(a_r \cos \theta_r + Q_0)^2 + a_r^2 \sin^2 \theta_r} \quad (3.74)$$

当 $a \leq 1$, 令式(3.67)中 $\theta'_r = 0$ 后代入式(3.74)中, 从而可以得到该状态下的隔振系统的稳态响应:

$$A_d = \sqrt{a_r^2 + Q_0^2 + 2a_r^2 \frac{(1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2)}{\Omega^2}} \quad (3.75)$$

由此可以得到位移传递率 TR_D 可表示为:

$$TR_D = \frac{\sqrt{a_r^2 + Q_0^2 + 2a_r^2 \frac{(1 - (1 + 2\mu_d)\Omega^2)}{\Omega^2}}}{Q_0} \quad (3.76)$$

同理, 当 $a > 1$, 令式(3.70)中 $\theta'_r = 0$ 后代入式(3.74)中, 从而可以得到该状态下的隔振系统的稳态响应:

$$A_d = \sqrt{a_r^2 + Q_0^2 + 2a_r^2 \frac{1 - \Omega^2 + \frac{a_r \mu_d \Omega^2 (-12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 - 15 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi}}{\Omega}} \quad (3.77)$$

由此可以得到位移传递率 TR_D 可表示为:

$$TR_D = \frac{\sqrt{a_r^2 + Q_0^2 + 2a_r^2 \frac{1 - \Omega^2 + \frac{a_r \mu_d \Omega^2 (-12(\pi - \phi_0) \cos \phi_0 - 15 \sin \phi_0 + \sin(3\phi_0))}{6\pi}}}{Q_0} \quad (3.78)$$

3.4.2 参数分析及讨论

结合 3.2 节中推导得出位移激励下隔振结构响应的解析解，本节将根据 3.3.1 节中建议的性能指标对非线性流体惯容的相关参数进行分析，以评估其对隔振系统的性能影响。

绘制不同 μ_d 下的非线性流体惯容隔振系统幅频特性曲线如图 3.15 所示，其中 $\zeta = 0.02$ 、 $\xi_{d,1} = 0.2$ 、 $\xi_{d,2} = 0.02$ 以及 $Q_0 = 0.2$ 。 μ_d 的数值从小到大分别取为 0、0.5、1 和 2。

由图 3.15 可知，对于基底激励下的非线性流体惯容隔振系统，随着 μ_d 的增大，隔振系统动位移响应幅值 a_r 的共振峰值将减小，这一趋势和 3.3.2 中得出的力激励下系统的动位移曲线峰值的变化相同。同时，响应共振峰值所对应的激励频率也向左侧（频率更低侧）移动。在较高的激励频率范围内（ $\Omega \geq 1$ ），对于特定无量纲激励频率 Ω ， μ_d 越大，则系统的动位移响应幅值 a_r 越小。值得注意的是，其中 $\mu_d = 2$ 时与 $\mu_d = 1$ 时左偏的程度反而要弱于 $\mu_d = 0.5$ 时的情况，这是因为在该取值下，流体惯容器的振幅峰值小于 1，也就是惯容器未进入非线性状态，可以等效为传统的流体惯容器。

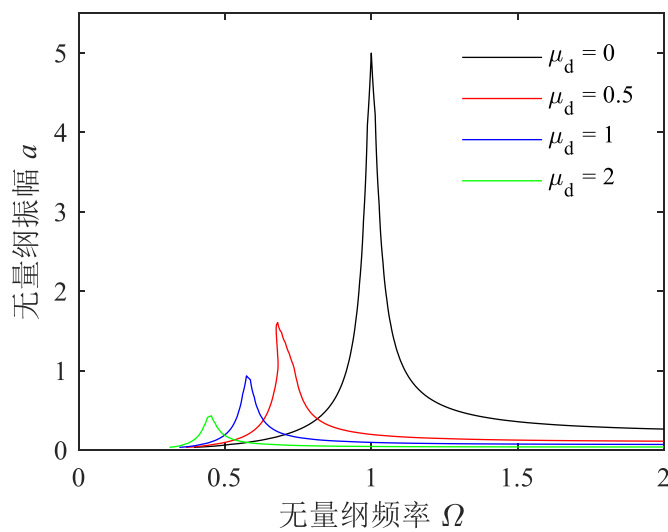


图 3.15 基底激励下 μ_d 对非线性流体惯容隔振系统幅频特性的影响分析

保持其余参数不变,分析不同 μ_d 对位移传递率 TR_D 的影响如图3.16所示。由图可知,在基底激励下,随着 μ_d 值的逐步增加,系统的峰值位移传递率将逐渐降低。根据位移传递率的含义,定义 $TR_D < 1$ 时所对应的频率范围为有效隔振频带范围,由图中可以得出,随着 μ_d 值的增加,有效隔振频带范围逐渐扩大。因此,附加非线性流体惯容有助于降低隔振系统中位移传递率的峰值,并且拓宽其有效隔振频带。对比不同 μ_d 下的力传递率曲线,发现除 $\mu_d = 0$ 以外的力传递率曲线均出现了一个反共振峰,并且反共振峰与共振峰一样都随着 μ_d 值的增大左移,这是因为惯性力会随着 μ_d 的增大而增大。

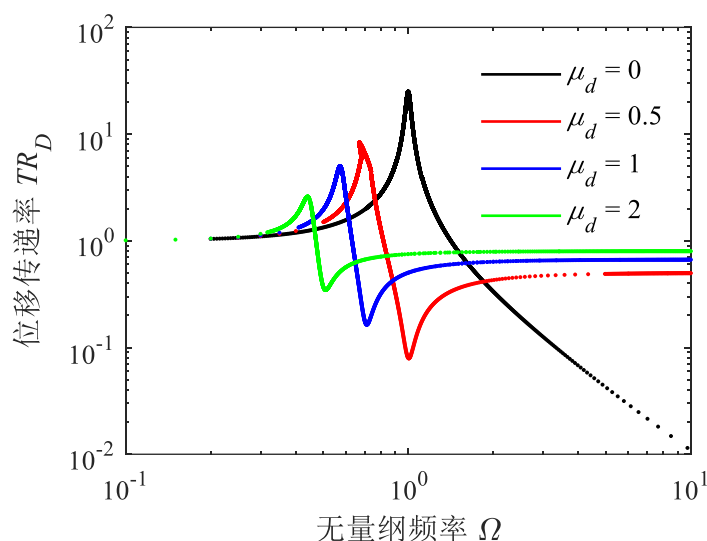


图 3.16 基底激励下 μ_d 对非线性流体惯容隔振系统位移传递率的影响分析

3.5 本章小结

本章以非线性流体惯容隔振系统为对象进行研究,从动力特性和性能评估的角度对附加非线性流体惯容对隔振系统的影响进行了全面分析。首先,建立了非线性流体惯容隔振系统在不同运动阶段的无量纲运动方程,从而为动力响应的解析解推导提供了理论依据。进一步地,采用平均法推导了力激励下不同状态的非线性流体惯容隔振系统动力响应的近似解析解,并通过数值积分的方法对近似解析解进行了验证,并以此分析了该系统的动力学特性。其次,从加速度响应与位移响应的角度定义了两个隔振性能评价指标,对力激励下非线性流体惯容隔振系统的隔振性能进行了系统地评估。并分别与不同形式的隔振系统进行了性能对比,包括无惯容的线性隔振系统、传统流体惯容隔振系统。最后,全面考虑非线性流体惯容隔振系统在实际应用中的适用范围,对基底激励下的非线性流体惯容隔振系统进行了相关分析与性能评估,并对其与力激励下非线性流体惯容隔振系统的

性能差异进行了详细阐述。综合分析后，本章得出如下主要结论：

(1) 基于平均法求解得到了非线性流体惯容隔振系统动力响应的解析解，并且该解析解在不同参数取值下与通过四阶龙格库塔法求得的数值解响应拥有良好的匹配性，这验证了采用平均法进行非线性流体隔振系统分析研究的适用性。同时通过数值方法在不同外荷载下进行正向扫频和逆向扫频，得出在较小外激励幅值下，非线性流体惯容隔振系统的幅频曲线未表现出明显的非线性特征，而随着外激励幅值的增加，隔振系统的幅频响应曲线在出现了左偏的趋势，这表现其具备刚度软化的特征，并且当外激励幅值增大到一定程度时，会出现在同一幅值与激励频率下多解的现象以及跳跃现象，这进一步揭示了非线性流体惯容隔振系统的具有复杂的非线性特性。

(2) 与传统的线性隔震系统相比，附加非线性流体惯容总是有利于拓宽的隔振系统的有效隔振频带。在力激励下，当 μ_d 增大时，非线性流体惯容隔振系统动位移响应共振峰值将向频率更小的方向移动，同时，隔振系统动位移幅值的峰值也会降低。同时，附加非线性流体惯容可以降低隔振系统的力传递率峰值，且当 μ_d 越大越有利于降低力传递率峰值和拓宽隔振系统的有效隔振频带。同时，对比无惯容的线性隔振系统，非线性流体惯容隔振系统的力传递率曲线出现了反共振峰的情况。

(3) 对比传统流体惯容隔振系统，其中取传统流体惯容的表观质量 $m_{d,l}$ 取值等于当位移小于搭接长度 s 时的非线性流体惯容器的表观质量 m_d ，非线性流体惯容隔振系统总是有助于降低隔振系统的力传递率峰值，拓宽有效隔振频带。

(4) 在基底位移激励下，从幅频特性上来说，非线性流体惯容能够有效降低降低隔振系统的动位移幅值的峰值，降低共振频率；从位移传递率上来说，可以隔振系统的位移传递率峰值，并且拓宽有效隔振频带，且当 μ_d 越大时上述提升效果越明显。

第4章 非线性流体惯容与基础隔震混合控制性能分析

前述章节分别采用理论分析及数值模拟的方法研究了非线性流体惯容隔振系统的力学性能,但是所有分析均是采用简谐激励展开研究的,而在实际情况下,相关系统及结构的外部激励却并非简单的简谐激励。从上一章节的结果分析来看,在基底位移激励下,非线性流体惯容隔振系统在各项性能评估指标上均能有效提升隔振系统的隔振性能,而土木工程领域的地震作用便是属于基底位移激励。考虑到非线性流体惯容的响应与外激励的幅值和频率均相关,本章将从不同地震强度和不同地震类型出发,对不同地震作用下的非线性流体惯容与基础隔震结合的混合控制系统进行性能分析,并与无惯容的隔震结构以及基于传统流体惯容的混合控制系统进行对比。本章的相关分析结果可为基于非线性流体惯容的减隔振(震)结构实际工程设计及应用提供参考。

4.1 混合控制结构概况

为便于对非线性流体惯容与基础隔震混合控制结构进行参数及力学性能分析,如图4.1所示,建立了一个简化的混合控制系统力学模型,该模型由上部结构、隔震层、非线性流体惯容器三部分组成,并且将隔震层和上部结构分别简化为两个单自由度振动系统。上部结构的质量、阻尼和刚度分别为 m_s 、 c_s 、 k_s ,隔震层的质量、阻尼和刚度分别为 m_b 、 c_b 、 k_b ,上部结构相对于地面位移为 x_s ,隔震层相对于地面位移为 x_b ,地震动输入为 $\ddot{x}_g$ 。惯容装置的两个端点分别连接于隔震层和地面之上,其中非线性流体惯容的非线性惯质、非线性阻尼分别表示为 $m_d(x)$ 、 $c_d(x)$ 。该简化模型结构明确,形式精简,能有效表征非线性流体惯容器和基础隔震结构的主要特性参数,满足参数及力学性能分析的需求。

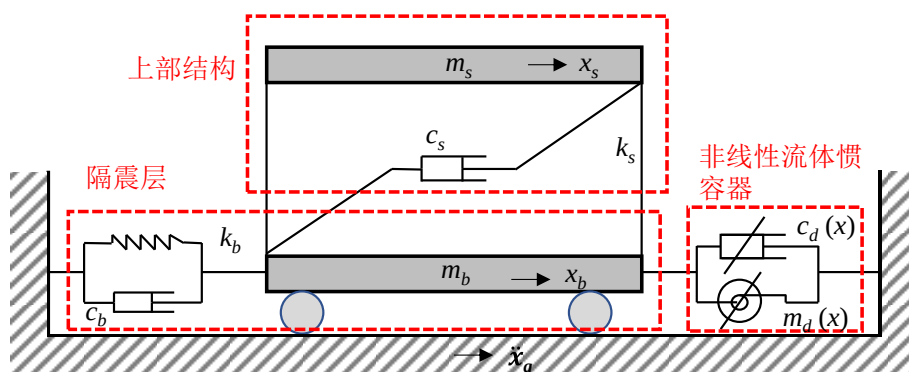


图 4.1 非线性流体惯容与基础隔震混合控制结构简化力学模型

根据达朗贝尔原理，如图 4.1 所示结构在地震激励下的运动方程如下所示：

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s + c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_b) + k_s (x_s - x_b) = -m_s \ddot{x}_g \\ m_b \ddot{x}_b + m_d \ddot{x}_b + k_b x_b + F_{total} - c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_b) - k_s (x_s - x_b) = -m_b \ddot{x}_g \end{cases} \quad (4.1)$$

其中 F_{total} 为非线性流体惯容的总出力，由式 (2.26) 可知其包括惯性力和阻尼力两部分。

为方便后续研究进行振动台试验验证，本文以某单层框架隔震结构为例（具体参数见表 4.1），验证附加非线性流体惯容对隔震性能的提升效果。该隔震结构隔震支座为摩擦摆支座，滚动摩擦系数 $\mu=0.01$ 。结构场地类别为 II 类，地震分组为第二组（对应特征周期 T_g 为 0.4 s），抗震设防烈度为 8 度（0.2g）。

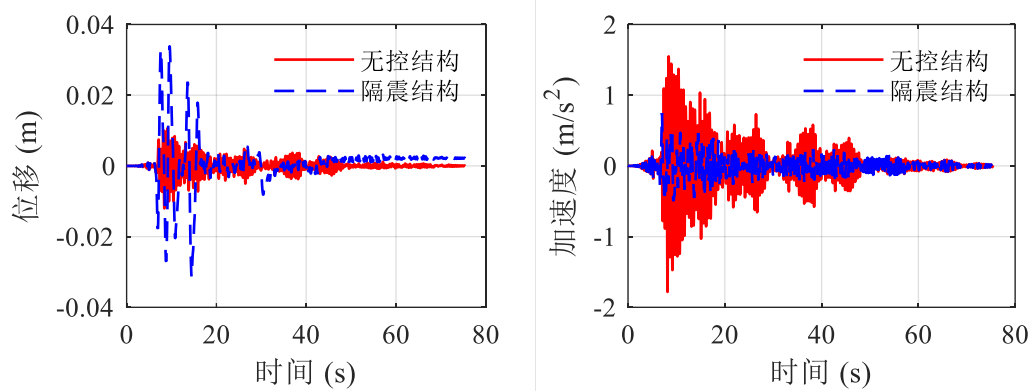
表 4.1 隔震结构参数

参数	数值	参数	数值
上部结构质量 m_s	300 kg	隔震层质量 m_b	300 kg
上部结构阻尼比 ξ_s	0.02	隔震层阻尼比 ξ_b	0.1
上部结构 T_s	0.5 s	自振周期 T_b	2.5 s

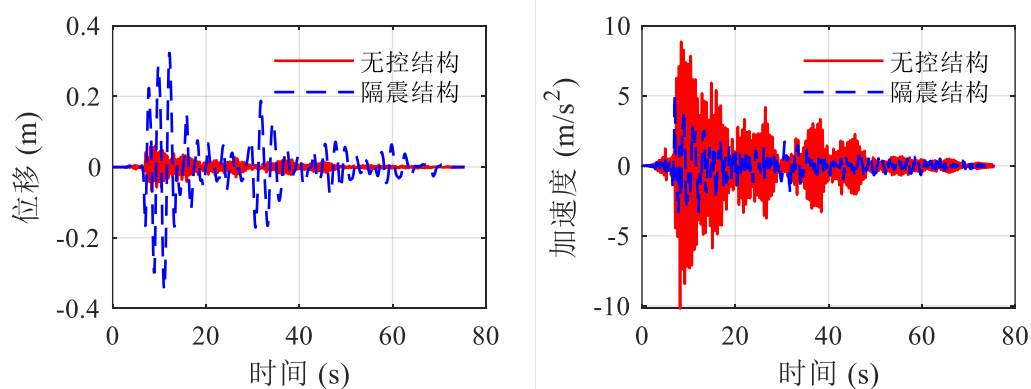
4.2 隔震结构与混合控制结构响应分析

4.2.1 动力响应求解及分析

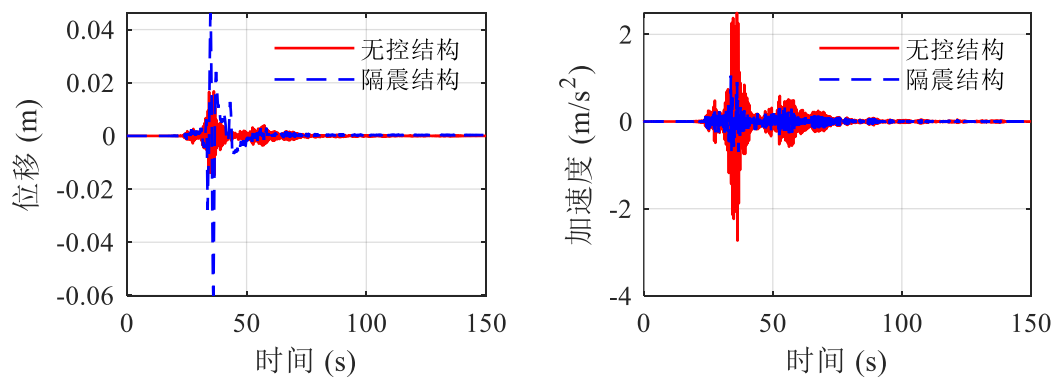
为验证隔震结构的有效性，充分考虑到近断层地震动对基础隔震结构动力响可能会造成负面影响，选用 Kern County 地震波（远场地震动）及 Chi-Chi 地震波（近断层地震动）为作用于结构基底的地震输入，采用 Runge-Kutta 方法分别计算多遇地震下和罕遇地震下无控结构与隔震结构的动力响应，绘制结构的加速度响应时程曲线与位移响应时程曲线如图 4.2 所示，蓝色虚线表示隔震结构的时程响应，红色实线表示无控结构的时程响应。其中，根据抗震设防烈度，将多遇地震情况下的峰值加速度（PGA）设为 70 gal，罕遇地震对应的 PGA 设为 400 gal。



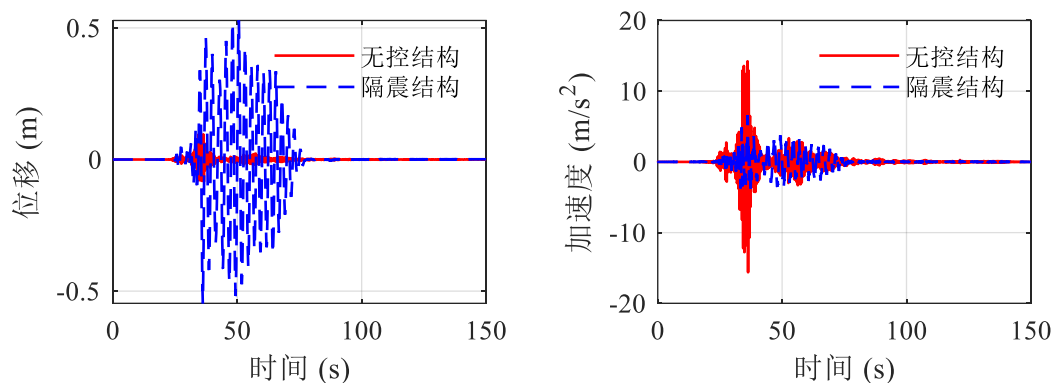
(a) Kern County, 多遇地震



(b) Kern County, 罕遇地震



(c) Chi-Chi, 多遇地震



(d) Chi-Chi, 罕遇地震

图 4.2 隔震结构与无控结构响应对比

由图 4.2 可知隔震结构在多遇地震和罕遇地震下都能够有效减小上部结构的加速度响应,但是也存在会导致结构位移响应增大的问题,其中罕遇地震作用下,输入 Kern County 地震波和 Chi-Chi 地震波,结构最大位移分别达到了 0.347 m 与 0.546 m。

市面常见摩擦摆支座产品的极限位移多数在 200 mm~900 mm,考虑到振动台场地限制,一般用于试验的摩擦摆支座极限位移一般在 200 mm。设摩擦摆支座产品的极限位移 $u_{\max}=200$ mm。根据隔震规范^[103],在罕遇地震作用下摩擦摆隔震支座的水平位移取值不应大于其产品水平极限位移的 0.85 倍,计算可得其水平位移最大值为 170 mm。对比图 4.2 的响应可知,该隔震结构在罕遇地震下出现了位移响应超过水平位移限值的情况,尤其的,在近场脉冲型地震下时位移恶化情况更为严重。

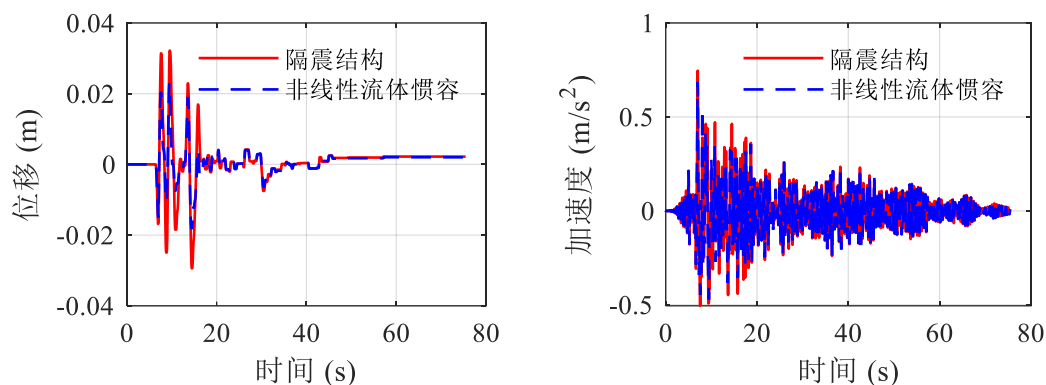
针对上述隔震结构,考虑附加非线性流体惯容来提升其隔震性能。综合考虑前文中的分析及场地限制,取定惯容器基本工况如表 4.2 所示,通过改变基本工况中的某些设计参数设置对照组,以对比分析其力学性能。

表 4.2 基本工况

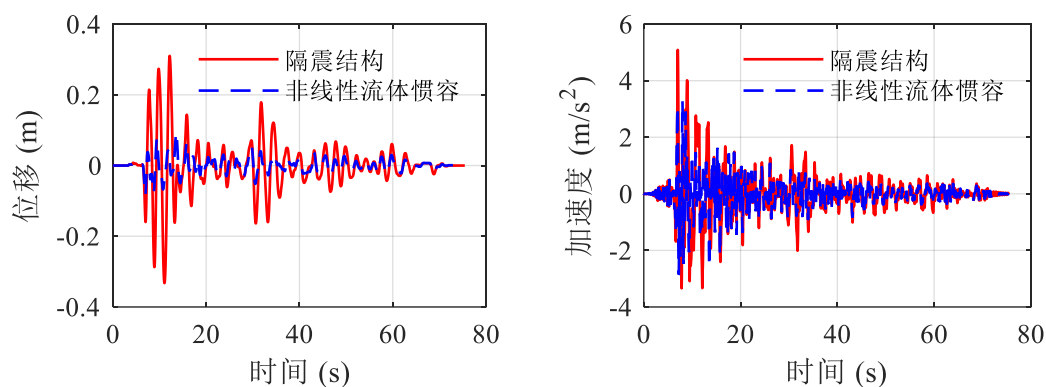
参数	数值	参数	数值
活塞半径 R	25 mm	活塞杆半径 r	15 mm
螺旋管半径 r_h	4 mm	活塞长度 L	100 mm
螺旋管螺距 h_d	20 mm	活塞液压缸搭接长度 s	20 mm

绘制隔震结构与附加非线性流体惯容的混合控制结构的时程响应如图 4.3 所示,其中非线性流体惯容器取为基本工况中所设置的参数,红色实线表示隔震结构时程响应,蓝色虚线表示附加非线性流体惯容的混合控制结构时程响应。

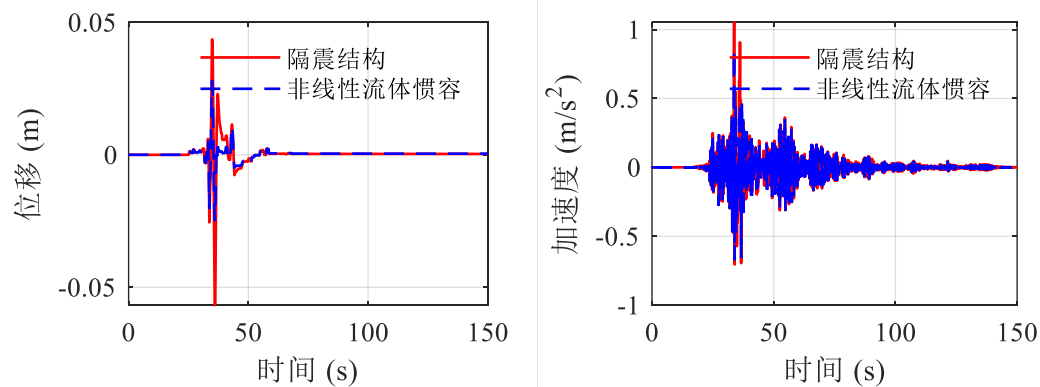
由图 4.3 可知, 附加非线性流体惯容后隔震结构响应幅值明显降低, 尤其在罕遇地震下, 混合控制结构能够在不恶化上部结构加速度响应的前提下, 极大的减小隔震层的位移响应, 其中, 在 Kern County 罕遇地震和 Chi-Chi 罕遇地震输入下, 结构最大位移分别从 0.347 m 与 0.546 m 减小到了 0.100 m 与 0.097 m, 附加基本工况中设定的非线性流体惯容器后, 结构隔震层最大位移均小于水平位移限值, 满足了隔震支座的位移要求。



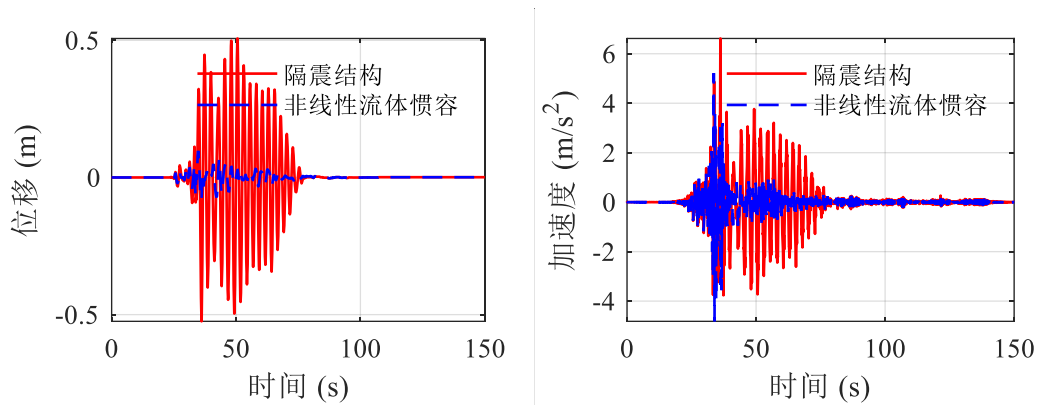
(a) Kern County, 多遇地震



(b) Kern County, 罕遇地震



(c) Chi-Chi, 多遇地震

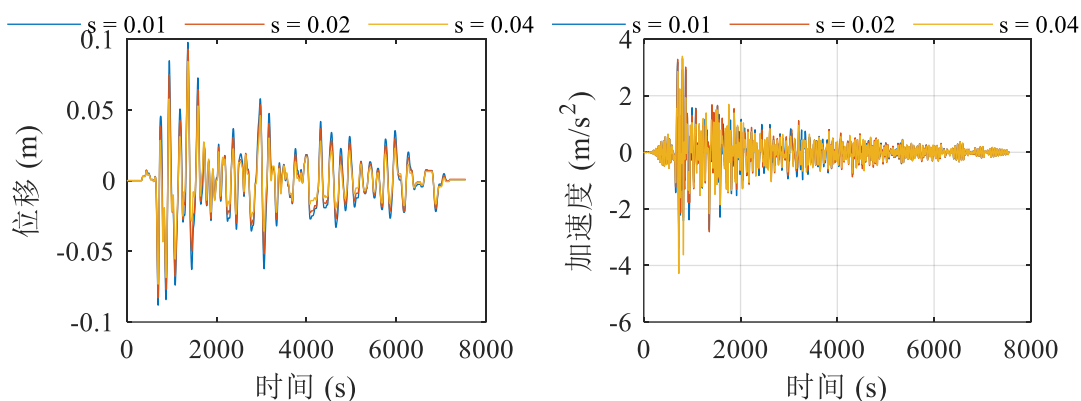


(d) Chi-Chi, 罕遇地震

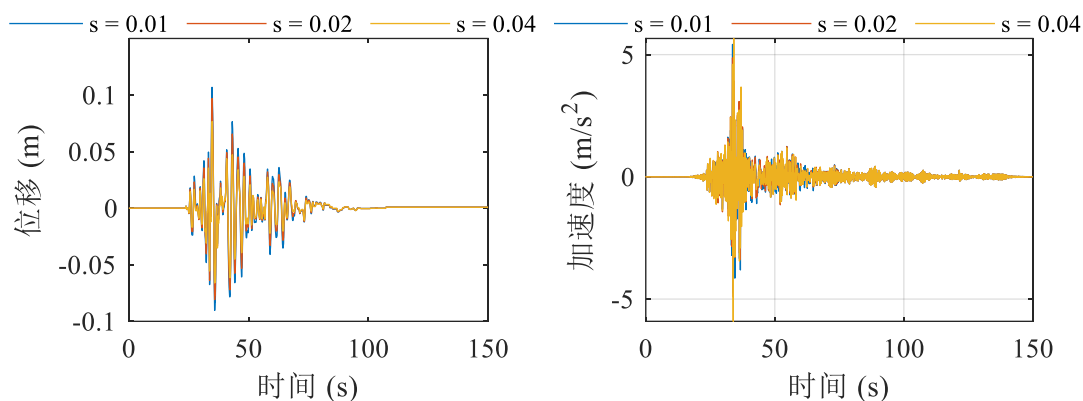
图 4.3 隔震结构与混合控制结构响应对比

4.2.2 参数分析

改变表 4.2 基本工况中非线性流体惯容器的某一参数，可以分析其对隔震性能的影响。参考到前述章节中对简谐波加载下非线性流体惯容参数分析结果，本小节将改变地震波作用下的非线性流体惯容的某一参数，以研究其对隔震层位移响应以及上部结构加速度响应的影响，考虑到活塞液压缸搭接长度 s 为惯容器进入非线性状态的临界位移，对出力影响较大，因此，首先讨论在 $s = 0.05u_{\max}$ ， $s = 0.1u_{\max}$ 及 $s = 0.2u_{\max}$ 情况下的力学响应。如图 4.4 所示，当 s 取值越大时，在近场脉冲型地震动和远场地震动下，混合控制结构隔震层位移都会减小，但是其加速度响应将会随之增大。



(a) Kern County, 罕遇地震



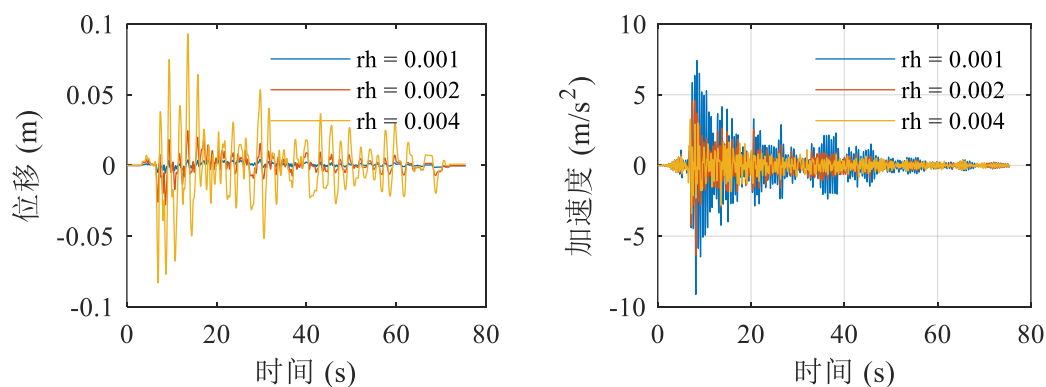
(b) Chi-Chi, 罕遇地震

图 4.4 活塞液压缸搭接长度 s 不同取值响应对比

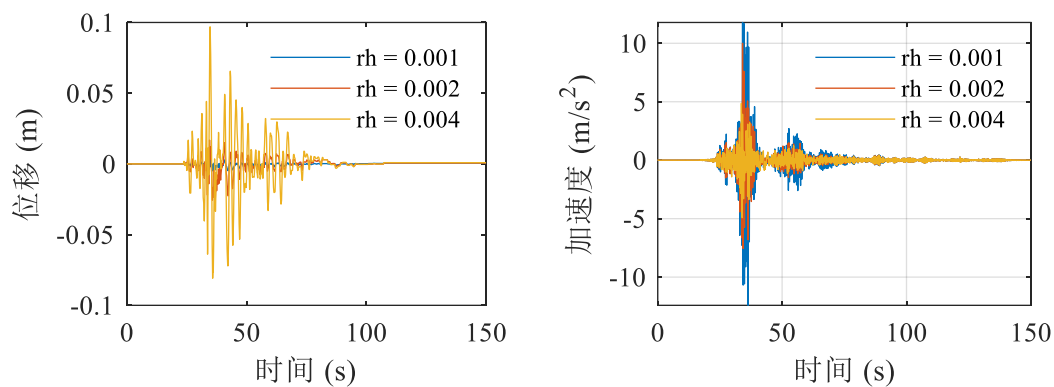
除了活塞液压缸搭接长度 s 外, 螺旋管半径 r_h 与液压缸半径 R 同样会影响流体惯容器的出力, 螺旋管半径 r_h 分别取为 0.001 m, 0.002 m 和 0.004 m, 绘制不同 r_h 下的响应时程图如图 4.5。由图可知, 当 r_h 增大时, 混合控制结构位移响应快速增大, 但加速度响应略有减小。

液压缸半径 R 分别取为 0.015 m, 0.025 m 和 0.035 m, 绘制不同 R 下的响应时程图如图 4.6。由图可知, 当 R 增大时, 混合控制结构位移响应减小, 但加速度响应略有增加。

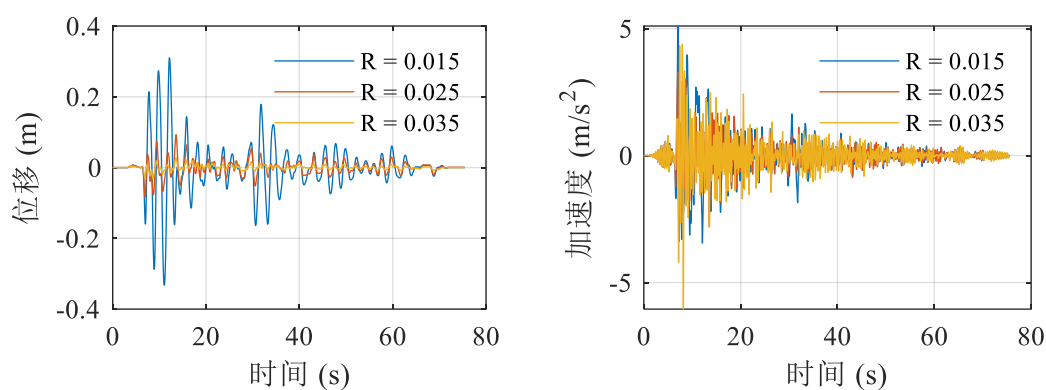
对比图 4.4、图 4.5 和图 4.6 可知, 结构响应对螺旋管半径 r_h 的值较为敏感, 而活塞液压缸搭接长度 s 值的微小变化对结构响应的影响则相对较小, 这也与上文简谐荷载下非线性流体惯容器参数分析结果一致。



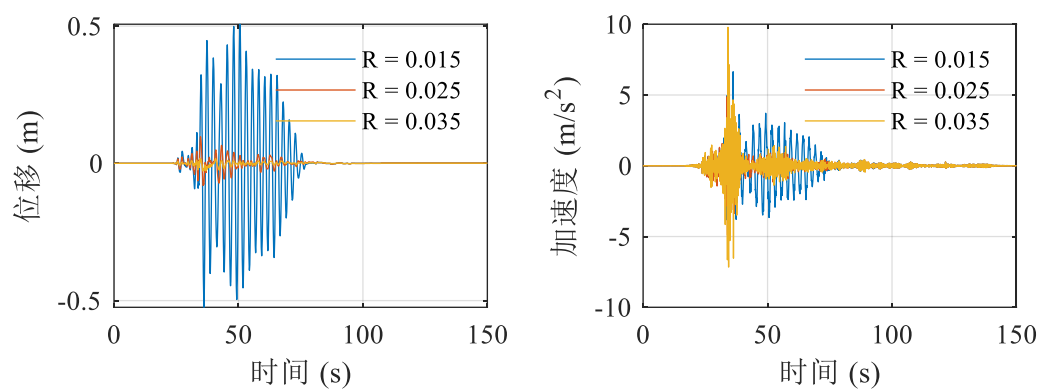
(a) Kern County, 罕遇地震



(b) Chi-Chi, 罕遇地震

图 4.5 螺旋管半径 r_h 不同取值响应对比

(a) Kern County, 罕遇地震



(b) Chi-Chi, 罕遇地震

图 4.6 液压缸半径 R 不同取值响应对比

从上述参数分析中可以得知,对于结构位移响应和加速度响应两个指标而言,追求其中一个指标的更优性能时往往会导致另一性能的恶化,因此对于参数的选择需要综合考虑两个指标,对其进行综合验算。

4.3 非线性流体惯容与基础隔震混合控制系统性能对比

由前文分析可知，混合控制系统的响应既与外界激励的幅值有关，同时又与外界激励的频率相关。为进一步明确附加非线性流体惯容的混合控制系统减隔震性能，本节将从地震强度和地震类型两个角度出发，详细对比无惯容隔震系统、基于传统流体惯容的混合控制系统以及基于非线性流体惯容的混合控制系统，其中非线性流体惯容系统的具体参数取值基于前述章节参数分析的结果（见表 4.3），传统流体惯容的表观质量 $m_{d,l}$ 取值等于当位移小于搭接长度 s 时的非线性流体惯容器的表观质量 m_d 。

表 4.3 基本工况

参数	数值	参数	数值
活塞半径 R	25 mm	活塞杆半径 r	15 mm
螺旋管半径 r_h	4 mm	活塞长度 L	100 mm
螺旋管螺距 h_d	20 mm	活塞液压缸搭接长度 s	20 mm

4.3.1 不同地震强度下混合控制系统性能对比

针对上述隔震系统，采取非线性时程分析对比不同结构响应。由《建筑抗震设计规范（2016 版）》GB50011-2010^[104]，根据场地条件对应生成 2 条人工模拟加速度时程（AW1 和 AW2）并选取 5 条实际强震记录（NW1~NW5）作为输入激励进行非线性时程分析，地震波信息如表 4.4 所示，各地震波的反应谱及设计谱如图 4.7 所示，可以看出所用地震波的平均反应谱与设计谱拟合良好，满足分析需求。

表 4.4 基础隔震结构选取地震波信息

编号	震级	地震事件	台站
AW1	—	人工波 1	—
AW2	—	人工波 2	—
NW1	7.3	Kern County	Santa Barbara Courthouse
NW2	6.3	L'Aquila, Italy	L'AquilaParking
NW3	6.6	San Fernando	Castaic - Old Ridge Route
NW4	6.6	San Fernando	LA-Hollywood Stor FF
NW5	6.9	Loma Prieta	Gilroy Array #3

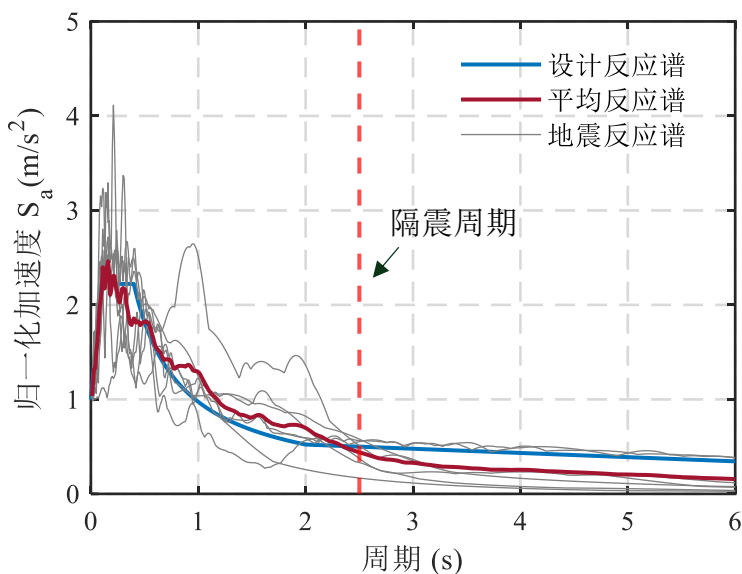
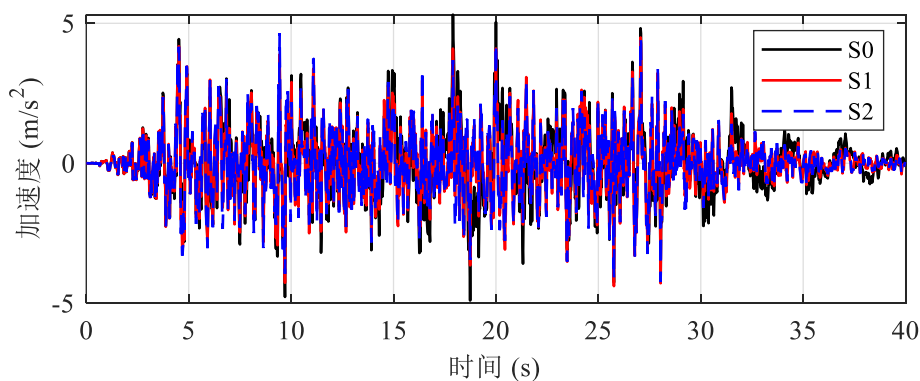


图 4.7 地震波反应谱

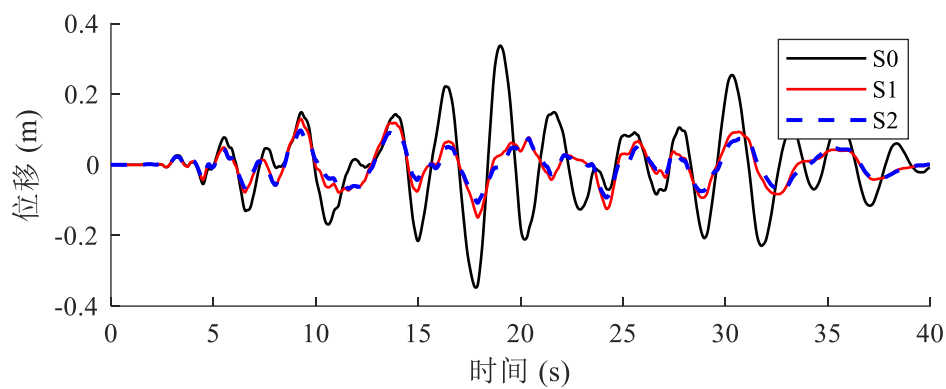
将所有地震动记录按照峰值加速度归一化进行处理后，根据抗震设防烈度，将多遇地震情况下的峰值加速度（PGA）设为 70 gal，罕遇地震对应的 PGA 设为 400 gal。为便于表示分析，以下将无惯容隔震系统称为 S0，基于传统流体惯容的混合控制系统称为 S1，基于非线性流体惯容的混合控制系统称为 S2。

分别选取一条人工波（AW2）与天然波（NW2）进行加载，并分别绘制其在多遇地震动下和罕遇地震动下的隔震层位移响应和上部结构加速度响应，分别如下图 4.8 及图 4.9 所示。

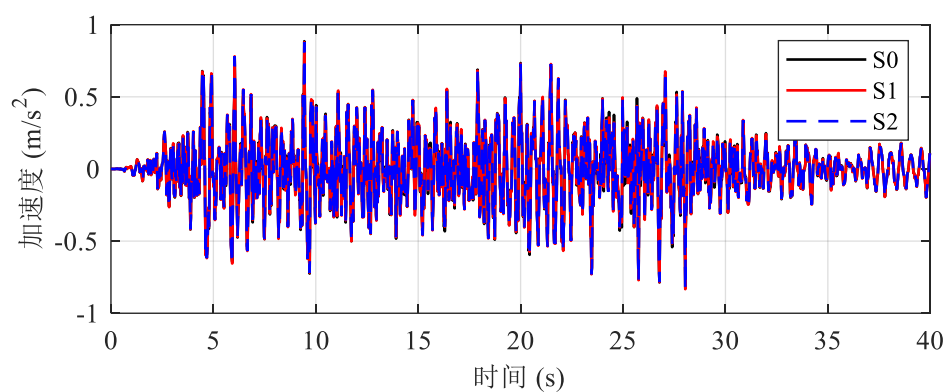
综合图 4.8 和图 4.9 可知，在多遇地震动下，S1 和 S2 相比 S0 的加速度响应和位移响应的减小幅度均较小，并且 S1 和 S2 的响应曲线接近重合。在罕遇地震动下，S1 和 S2 相比 S0 加速度响应略有减小，而位移响应有着明显的减小作用，并且 S2 对于位移的抑制效果比 S1 更为显著。



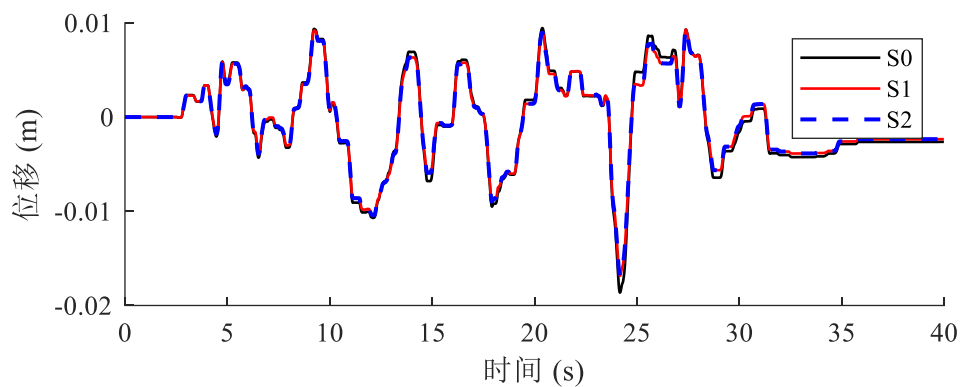
(a) AW2 罕遇地震下加速度响应



(b) AW2 罕遇地震下位移响应

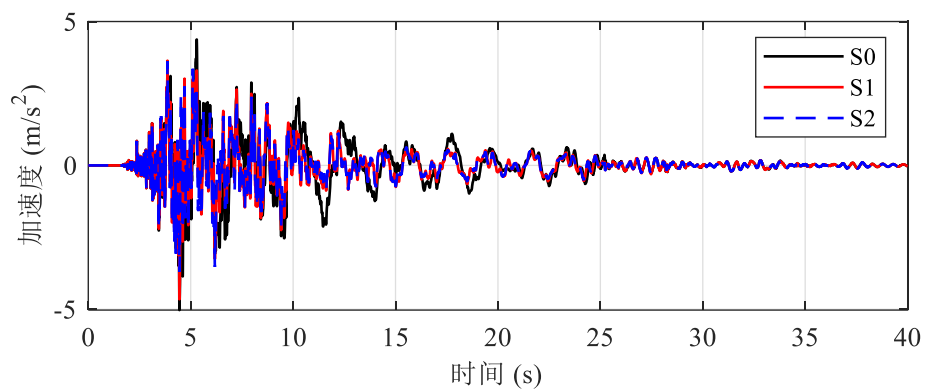


(c) AW2 多遇地震下位移响应

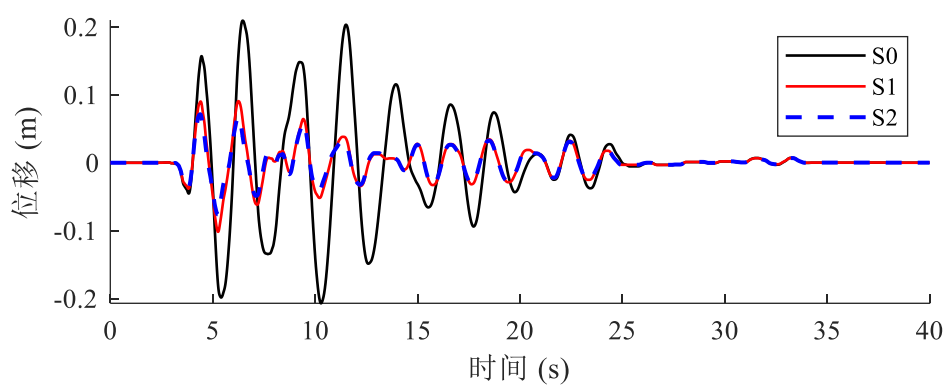


(d) AW2 多遇地震下加速度响应

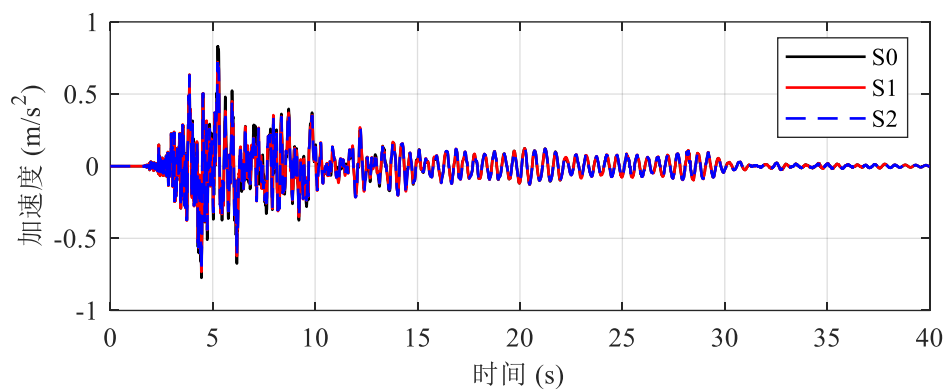
图 4.8 AW2 不同地震强度下响应时程曲线



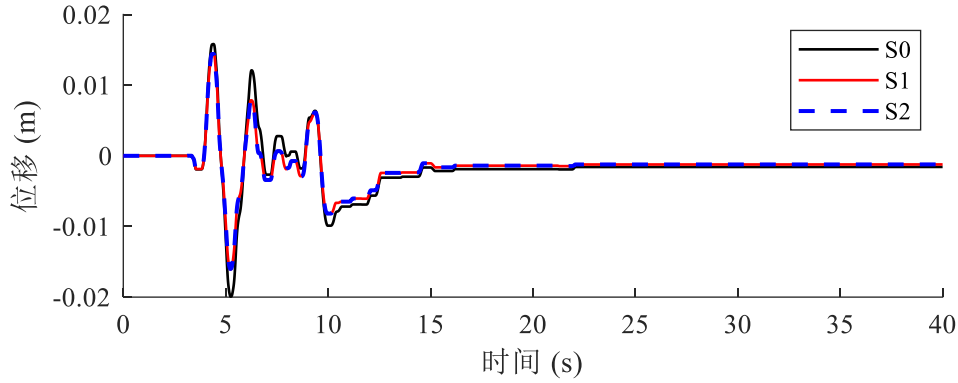
(a) NW2 罕遇地震下加速度响应



(b) NW2 罕遇地震下位移响应



(c) NW2 多遇地震下加速度响应



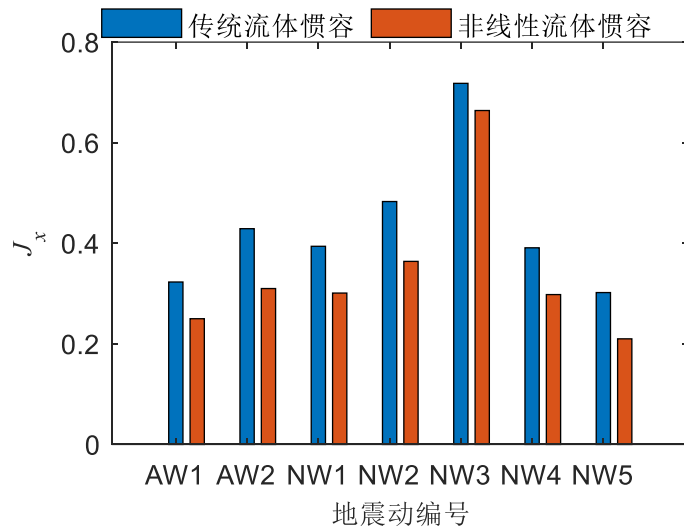
(d) NW2 多遇地震下位移响应

图 4.9 NW2 不同地震强度下响应时程曲线

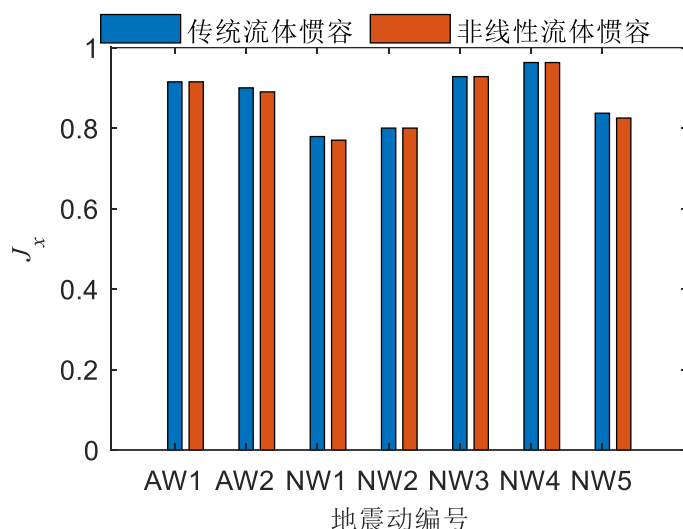
从上述分析来看, S1 和 S2 均能够在不恶化上部结构加速度响应的前提下减小隔震层位移, 为了进一步分析其减震性能, 综合考虑上部结构加速度响应和隔震层位移响应, 定义性能指标减震比如下:

$$J_x = \frac{\max(\text{abs}(u))}{\max(\text{abs}(u_0))}; J_a = \frac{\max(\text{abs}(\ddot{u}))}{\max(\text{abs}(\ddot{u}_0))} \quad (4.2)$$

其中, $\max(\text{abs}(u))$ 、 $\max(\text{abs}(\ddot{u}))$ 为混合控制系统的隔震层位移峰值响应和上部结构加速度峰值响应; $\max(\text{abs}(u_0))$ 、 $\max(\text{abs}(\ddot{u}_0))$ 为无惯容隔震系统隔震层位移峰值响应和上部结构加速度峰值响应。为对比传统流体惯容器混合控制系统与非线性流体惯容器混合控制系统的位移控制效果, 比较其减震比如图 4.10 所示。



(a) 罕遇地震



(b) 多遇地震

图 4.10 不同地震强度下各混合控制系统位移减震比对比

由图 4.10 可知，两种混合控制系统各工况下的位移减震比均小于 1，说明这些工况下，基于流体惯容器的混合控制系统总是有利于控制隔震层位移的，图 4.10 (b) 中，两种混合控制系统的位移减震比与 1 比较接近，并且 S1 和 S2 的减震比高度几乎相同，说明在多遇地震下，S1 和 S2 的位移控制效果的提升较少，并且非线性流体惯容混合控制系统与传统流体惯容混合控制系统有着相接近的减震性能。图 4.10 (a) 中，两种混合控制系统的位移减震比较小，并且各工况下 S2 的减震比均比 S1 更小，这说明在罕遇地震下，S1 和 S2 的位移控制效果较为明显，并且在此情况下非线性流体惯容混合控制系统要比传统流体惯容混合控制系统的位移控制效果更好。

综合来看，在罕遇地震下，非线性流体惯容混合控制系统的平均减震比 $J_x = 0.34$ ， $J_a = 0.97$ ；传统流体惯容混合控制系统的平均减震比 $J_x = 0.44$ ， $J_a = 0.96$ ；在多遇地震下，非线性流体惯容混合控制系统的平均减震比 $J_x = 0.87$ ， $J_a = 0.95$ ；传统流体惯容混合控制系统的平均减震比 $J_x = 0.87$ ， $J_a = 0.95$ 。可以得出，两种混合控制系统均能够在不恶化上部结构加速度响应的情况下，减小隔震层位移，在多遇地震下两种混合控制系统对减隔震效果的提升相近，而在罕遇地震下，非线性流体惯容混合控制系统要比传统流体惯容混合控制系统能更好的控制隔震层位移。

4.3.2 不同地震类型下混合控制系统性能对比

在 4.3.1 中针对在不同地震强度下的无惯容隔振系统，传统流体惯容混合控

制系统和非线性流体惯容混合控制系统进行了性能对比,由第3章的分析可知,混合控制系统的响应除了与外界激励的幅值有关,还与外激励的频率相关。不同的地震动所含有的频率特征存在明显的差异,近断层地震动相对于远场地震动含有明显的长周期成分,通常会对长周期结构(如隔震结构)造成更严重的破坏,因此,分析非线性流体惯容混合控制系统在不同的地震动类型下的力学性能是有必要的,同时,由4.3.1节中的结论可知,非线性流体惯容混合控制系统主要是在罕遇地震动下会有出色的结构振动控制效果,因此本小节将选取不同的地震动类型,对比不同结构在罕遇地震动强度下的减隔震性能。

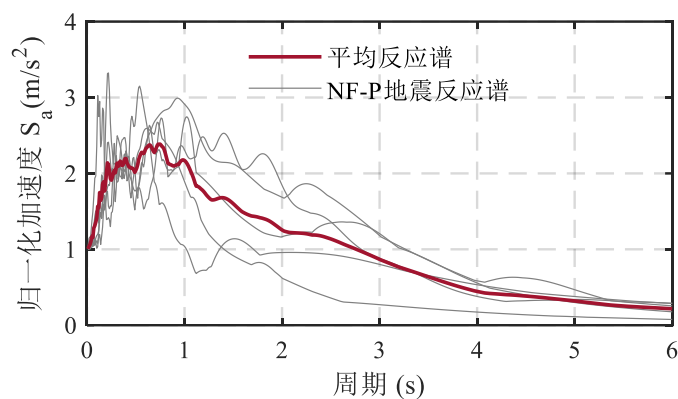
根据上述分析,本节将分别选取三组地震动进行分析,具体而言,第一组为大于断层距大于20 km的远场地震动记录(FF型);第二组为断层距在20 km以下、速度时程不存在脉冲波形的地震记录,即近断层无脉冲型地震波(NF-NP型);第三组地震动则为断层距在20 km以下、速度时程具有脉冲波形的地震记录,即近断层脉冲型地震波(NF-P型)。地震波选取结果如表4.5所示。

表 4.5 地震波信息

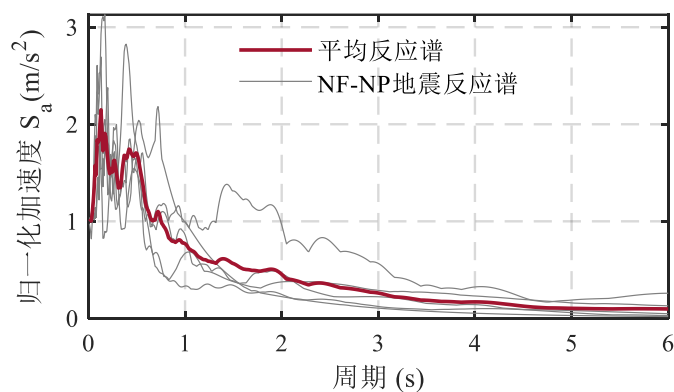
地震动类型	地震事件	台站	震级	断层距 (m)
远场	Kern County	Santa Barbara Courthouse	7.36	82.19
	Parkfield	San Luis Obispo	6.19	63.34
	Friuli, Italy-01	Barcis	6.50	49.38
	Imperial Valley-06	Coachella Canal #4	6.53	50.1
	Livermore-01	Tracy-Sewage Treatm Plant	5.80	53.82
近断层无脉冲	Parkfield	Cholame - Shandon Array #12	6.19	17.64
	Tabas, Iran	Dayhook	7.35	13.94
	Imperial Valley-06	06 Parachute Test Site	6.53	12.69
	New Zealand-01	Turangi Telephone Exchange	5.50	8.84
	N. Palm Springs	Fun Valley	6.06	14.24
近断层脉冲	Westmorland	Parachute Test Site	5.90	16.66
	Superstition Hills-02	Parachute Test Site	6.54	0.95
	Northridge-01	Jensen Filter Plant Administrative Building	6.69	5.43
	Denali, Alaska	TAPS Pump Station #10	7.90	2.74
	Parkfield-02, CA	Parkfield-Fault Zone 9	6.00	2.85

为更直观的说明三组地震波的区别,绘制归一化地震波加速度反应谱如图4.11所示。通过对比分析不同组的地震动记录频谱特性,可以明显观察到近断层脉冲型地震动(NF-P)要比无脉冲型近断层地震动(NF-NP)和远场地震动(FF)包含更多的长周期成分,这对于隔震结构来说通常是不利的,因此需要中的关注

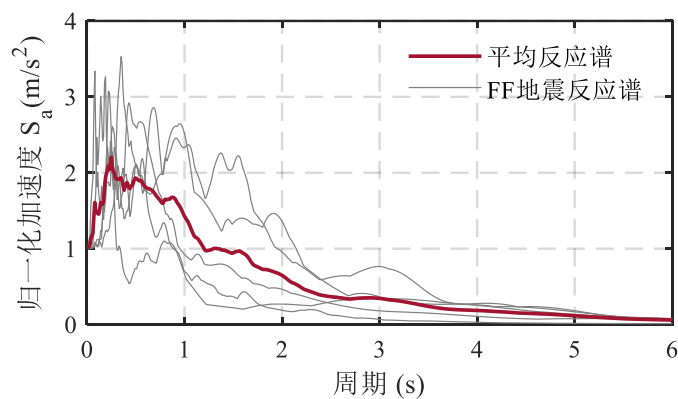
此类地震动下非线性流体惯容混合控制结构的减隔震效果。



(a) 归一化近断层脉冲型地震波加速度反应谱



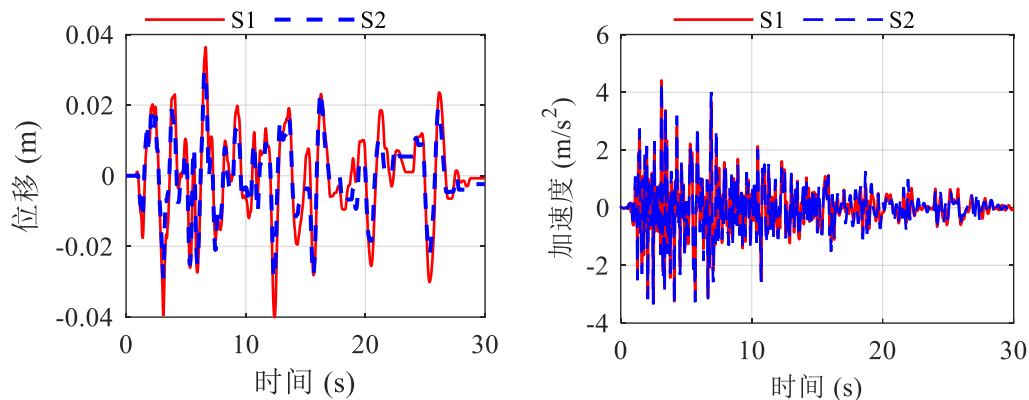
(a) 归一化近断层无脉冲型地震波加速度反应谱



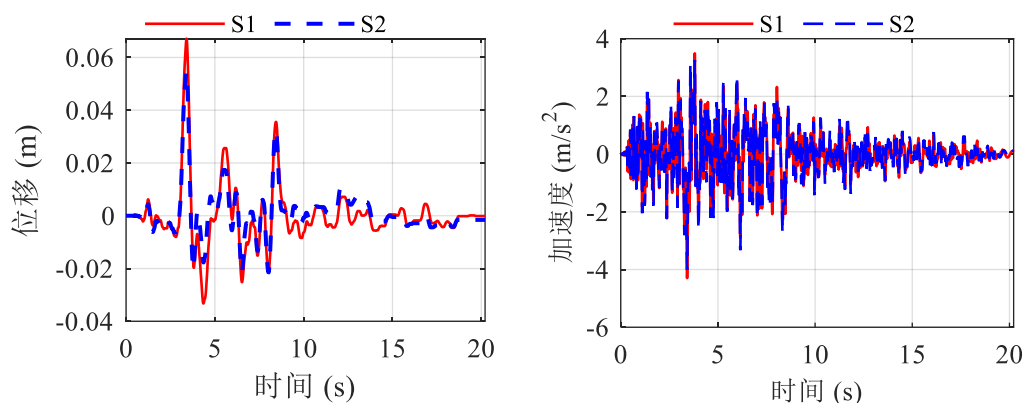
(c) 归一化远场地震波加速度反应谱

图 4.11 不同类型地震波反应谱对比

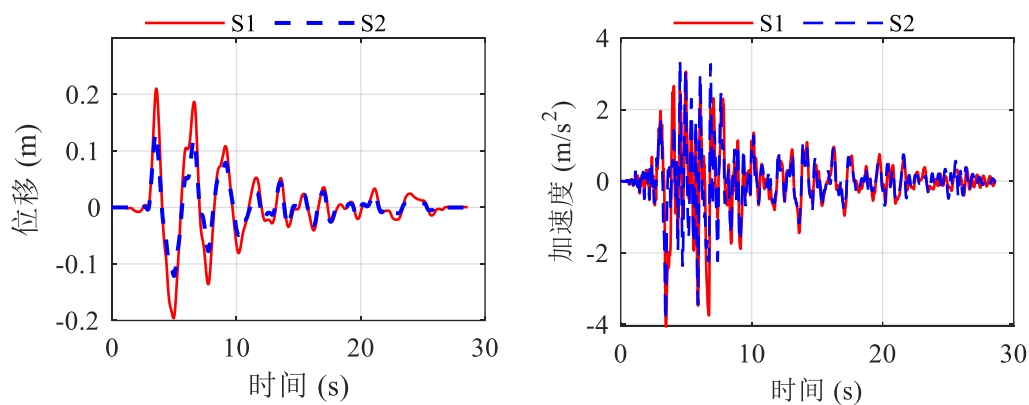
为进一步对比分析系统性能，从上述三组地震波中各选取一条地震动加载，绘制在罕遇地震动下的传统流体惯容混合控制系统（S1）与非线性流体惯容混合控制系统（S2）的隔震层位移响应和上部结构加速度响应如下图 4.12 所示。



(a) 远场地震动, Parkfield



(b) 近场无脉冲地震动, N. Palm Springs



(c) 近场有脉冲地震动, Northridge-01

图 4.12 响应时程

如上图所示,对比不同地震地震动输入,可以得出,在远场地震动和近断层无脉冲型地震动下,两者上部结构加速度控制效果相近,非线性流体惯容混合控制系统的位移控制效果略微优于传统流体惯容混合控制系统;在近断层脉冲型地震动下,非线性流体惯容混合控制系统的加速度控制效果略优于传统流体惯容混合控制系统,此外,在此类地震动下,非线性流体惯容器混合控制系统对位移控

制效果提升较为明显。

为进一步对比三种结构的隔震性能，综合考虑上部结构加速度响应和隔震层位移响应，定义新的性能指标减震比如下：

$$\begin{aligned} J_{x,linear} &= \frac{\max(abs(u_2))}{\max(abs(u_1))}; J_{a,linear} = \frac{\max(abs(\ddot{u}_2))}{\max(abs(\ddot{u}_1))}, \\ J_{x,bis} &= \frac{\max(abs(u_2))}{\max(abs(u_0))}; J_{a,bis} = \frac{\max(abs(\ddot{u}_2))}{\max(abs(\ddot{u}_0))} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$\max(abs(u_2))$ 、 $\max(abs(\ddot{u}_2))$ 为非线性流体惯容混合控制系统的隔震层位移峰值响应和上部结构加速度峰值响应； $\max(abs(u_1))$ 、 $\max(abs(\ddot{u}_1))$ 为线性流体惯容混合控制系统的隔震层位移峰值响应和上部结构加速度峰值响应； $\max(abs(u_0))$ 、 $\max(abs(\ddot{u}_0))$ 为无惯容的隔震系统的隔震层位移峰值响应和上部结构加速度峰值响应。对所选的三组地震波，计算其减震分别如比如表 4.6、表 4.7 及表 4.8 所示。

表 4.6 远场地震动激励下减震效果

地震动	地震强度	$J_{x,bis}$	$J_{a,bis}$	$J_{x,linear}$	$J_{a,linear}$
Kern County	罕遇地震	0.285673	0.636674	0.801063	0.82623
Parkfield	罕遇地震	0.468410	0.940604	0.701158	0.957357
Friuli, Italy-01	罕遇地震	0.392942	0.974503	0.763655	0.974032
Imperial Valley-06	罕遇地震	0.498572	0.824971	0.816575	0.934459
Livermore-01	罕遇地震	0.224649	0.716678	0.760488	0.960987

表 4.7 近场无脉冲地震动激励下减震效果

地震动	地震强度	$J_{x,bis}$	$J_{a,bis}$	$J_{x,linear}$	$J_{a,linear}$
Parkfield	罕遇地震	0.149136	0.930252	0.738384	0.970448
Tabas, Iran	罕遇地震	0.282990	0.985653	0.700891	0.995585
Imperial Valley-06	罕遇地震	0.301064	0.977149	0.812410	0.996362
New Zealand-01	罕遇地震	0.335719	0.997452	0.691550	0.998090
N. Palm Springs	罕遇地震	0.561629	0.785891	0.828742	0.947907

表 4.8 近场脉冲地震动激励下减震效果

地震动	地震强度	$J_{x,bis}$	$J_{a,bis}$	$J_{x,linear}$	$J_{a,linear}$
Westmorland	罕遇地震	0.169374	0.918094	0.650899	0.969431
Superstition Hills-02	罕遇地震	0.157907	0.560770	0.701203	0.839497
Northridge-01	罕遇地震	0.109672	0.426903	0.732291	0.991666
Denali, Alaska	罕遇地震	0.085851	0.490809	0.748025	0.895549
Parkfield-02, CA	罕遇地震	0.432259	0.997927	0.785198	0.85902

由上表可知,所有工况下的各项减震比均小于1,说明两种混合控制系统均能够提升隔震系统的隔震性能,其中,非线性流体惯容混合控制系统对于位移控制效果的提升更为显著。综合来看,在远场地震动输入时,位移减震比 $J_{x,bis}$ 和加速度减震比 $J_{a,bis}$ 平均为0.374和0.819,位移减震比 $J_{x,linear}$ 和加速度减震比 $J_{a,linear}$ 平均为0.769和0.931;近场无脉冲地震动输入时,位移减震比 $J_{x,bis}$ 和加速度减震比 $J_{a,bis}$ 平均为0.326和0.935,位移减震比 $J_{x,linear}$ 和加速度减震比 $J_{a,linear}$ 平均为0.754和0.982;近场脉冲地震动输入时,位移减震比 $J_{x,bis}$ 和加速度减震比 $J_{a,bis}$ 平均为0.191和0.680,位移减震比 $J_{x,linear}$ 和加速度减震比 $J_{a,linear}$ 平均为0.723和0.911。可以得出,在近断层脉冲型地震动下,相比传统流体惯容混合控制系统,非线性流体惯容混合控制系统能够减小28%的位移峰值响应和9%的加速度峰值响应,实际上,在此类地震动下,传统流体惯容混合控制系统的隔震层位移峰值非常接近或部分超出了水平位移最大值170 mm,而非线性流体惯容混合控制系统则能够将所有工况下的隔震层位移峰值均控制在水平位移最大值之下。

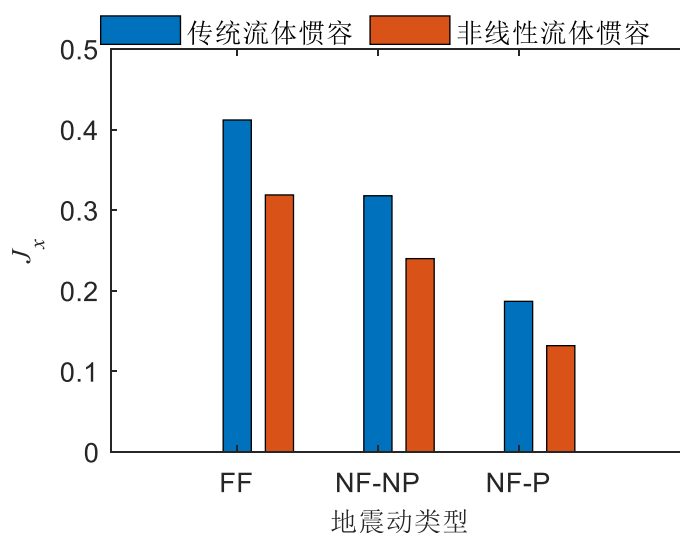


图 4.13 不同地震类型下各混合控制系统平均位移减震比对比

为进一步对比说明非线性流体惯容混合控制系统与传统流体惯容混合控制系统的振动控制性能,采用4.3.1节中的减震比 J_x 分析,计算各地震动类型下两类混合控制系统的平均减震比 J_x ,如图4.13所示。从图中可以看出,非线性流体惯容混合控制系统比传统流体惯容混合控制系统有更出色的位移控制性能,鉴于基础隔震结构通常能有效减小无控结构的加速度响应,而隔震层位移过大问题长期受工程领域关注,非线性流体惯容混合控制结构在这一方面表现优越,因此可在某些情况下可以考虑将非线性流体惯容纳入技术备选范畴。

4.5 本章小结

在上一章节理论分析和性能评估的基础上,本章以实际工程应用为导向,将非线性流体惯容器加入到隔震结构中,并对该混合控制结构进行力学模型简化后,分析其在地震作用下的力学性能,进行了主要设计参数分析,并与相应的附加传统流体惯容的隔震系统性能进行了对比,得到主要结论如下:

(1) 通过对比在不同地震强度下,隔震系统、基于传统流体惯容的混合控制系统和基于非线性流体惯容的混合控制系统的性能响应可以得出,两种混合控制系统均能够在不恶化上部结构加速度响应的情况下,减小隔震层位移。在多遇地震下两种混合控制系统对减隔震效果的提升相近,而在罕遇地震下,非线性流体惯容混合控制系统要比传统流体惯容混合控制系统能更好的控制隔震层位移。

(2) 通过对比在不同的地震动输入类型下,隔震系统、基于传统流体惯容的混合控制系统和基于非线性流体惯容的混合控制系统的性能响应可以得出,通常,非线性流体惯容混合控制系统比传统流体惯容混合控制系统有更出色的位移控制性能,尤其在近断层脉冲型地震动下,相比传统流体惯容混合控制系统,非线性流体惯容混合控制系统能够减小 28% 的位移峰值响应和 9% 的加速度峰值响应。

(3) 对于如本章所举算例中的隔震结构,在罕遇地震下隔震层位移超过限值的问题,附加线性流体惯容后,振动控制结构可以在不恶化加速度响应的基础上较大程度的降低位移响应,但是在近断层脉冲型地震动下仍然会出现隔震层位移超过限值的工况,而附加非线性流体惯容的混合控制结构在所有工况将隔震层位移均控制在限制以内。考虑到基础隔震结构通常能有效减小无控结构的加速度响应,而隔震层位移过大问题长期受工程领域关注,附加非线性流体惯容的混合控制结构在这一方面表现优越,因此可在某些情况下可以考虑将非线性流体惯容纳入技术备选范畴。

第5章 结论与展望

5.1 结论

经典线性惯容的出现为相对加速度依赖的两端点非线性惯性元件（即非线性惯容）的构造提供了便利，基于非线性惯容为利用惯性的非线性手段进行被动振动控制结构的性能提升提供了新思路。本文通过对传统的流体惯容器加以改造，提出了一种构造简单、成本低廉且易于加工制造的非线性流体惯容，采用理论推导、数值模拟和试验验证结合的研究方法，开展了基于非线性流体惯容的振动控制结构性能提升研究。首先，提出了非线性流体惯容的概念，并设计了易于工程实现的构造。建立了非线性流体惯容的力学本构模型，并通过动力试验研究进行了模型验证。其次，建议了附加非线性流体惯容以提升传统隔振系统的性能，基于系统的动力响应解析解对其动力学特性及稳定性进行了分析，采用动力响应、传递率、有效隔振频带的性能指标，系统性评估了非线性流体惯容隔振系统的隔振性能，并与传统隔振、附加传统流体惯容隔振系统进行了综合的性能对比。最后，对地震作用下附加非线性流体惯容的基础隔震进行算例分析，可为基于非线性流体惯容的减隔振（震）结构实际工程应用提供参考。本文可以得到如下结论：

（1）所提出的非线性流体惯容装置通过运动过程中螺旋管道长度的变化，可以实现非线性的出力，经过理论分析，非线性流体惯容器的简化力学模型可以由一个非线性惯容单元和一个非线性阻尼单元并联表示，是集惯质和阻尼于一体的装置。同时针对所提非线性流体惯容装置，加工出了相应实体装置并设计构件试验，通过试验实测值与理论解对比确认了所选取的阻尼力模型，验证了简化力学模型的正确性。

（2）通过相应参数分析，确定了非线性流体惯容器的出力中，惯性力与阻尼力同螺旋管螺距 h_d 、螺旋管半径 r_h 呈反相关关系，同活塞液压缸搭接长度 s 和活塞半径 R 对出力的影响呈正相关关系，并且其中螺旋管半径 r_h 对阻尼力的影响要大于对惯性力的影响。并且通过与传统流体惯容器的出力时程对比得出，在小位移下，非线性流体惯容器与传统的流体惯容器出力相同；在大位移下，非线性流体惯容器的出力非线性程度增强，出力峰值变大。

（3）隔振系统中附加非线性流体惯容会导致其自振频率与激励幅值的相关，同时在较小外激励幅值下，非线性流体惯容隔振系统的幅频曲线和传统流体惯容隔振系统的幅频曲线类似，没有明显的非线性特征，而随着外激励幅值的增加，隔振系统的幅频响应曲线在出现了左偏的趋势，这表现其具备刚度软化的特征，

并且当外激励幅值增大到一定程度时,会出现在同一幅值与激励频率下多解的现象以及跳跃现象。

(4)在力激励与基底位移激励下,附加非线性流体惯容均能够有效抑制隔振系统的传递率峰值,拓宽有效隔振频带,降低动位移幅值的峰值。并且当 μ_d 越大时效果越明显。对比传统流体惯容隔振系统 and 无惯容的隔振系统,非线性流体惯容隔振系统能更好的提供隔振系统的隔振性能。

(5)将非线性流体惯容器加入到隔震结构中,对该混合控制结构建立了简化的力学模型,并分析其在地震作用下的力学性能,通过对比无惯容的隔震结构、传统流体惯容与基础隔震结合的混合控制结构可知,从地震强度上来说,在多遇地震下,非线性流体惯容混合控制系统对隔震系统的性能提升与传统流体惯容混合控制系统近似;在罕遇地震下,非线性流体惯容混合控制系统相比传统流体惯容混合控制系统能够更好的控制位移响应。从地震类型上来说,相比传统流体惯容混合控制系统,非线性流体惯容混合控制系统在各类型地震动下均能有效提升振动控制性能,在近断层脉冲型地震动下提升效果更为明显。在第四章的算例中,无惯容的隔震结构与线性惯容和基础隔震混合控制结构均无法满足隔震层的位移限值要求,而本文提出的非线性流体惯容与基础隔震的混合控制则在多组地震波下均可以在不恶化上部结构加速度的情况下满足位移限制要求,上述结果表明,基于非线性流体惯容的减隔振(震)结构具备较好的工程应用潜力。

5.2 展望

本文提出了非线性流体惯容的理论模型,并通过理论推导、数值模拟以及试验的方法研究了非线性流体惯容系统的振动控制性能,但受限于时间等因素,尚有以下问题有待深入研究与解决:

(1)试验有待改进。工况上可以采用更低频率的三角波进行摩擦识别,并且应该增加更多工况以实现对阻尼力的精准识别。构件上可以设计更大尺寸的惯容器以减小加工误差及惯容器内部空气带来的影响。

(2)对于非线性流体惯容混合控制结构,可以考虑更多的拓扑形式。通过将非线性流体惯容器串并联其他阻尼、刚度元件,以研究不同拓扑形式对结构减隔震性能的影响。

(3)开展基于非线性流体惯容和隔震结合的的振动台试验研究,从而进一步验证理论分析与数值模拟的正确性以及混合控制结构的有效性。

(4)探索将非线性流体惯容在更多应用场景中的有效性,如力激励下的设备隔振以及梁、板、索等结构的振动控制。

参考文献

- [1] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2003.
- [2] Rao S S. Mechanical vibrations, 5th ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2011.
- [3] Chopra A K. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering, 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2011.
- [4] 范东栋, 白绍竣. 微振动对星载傅里叶变换光谱仪的影响分析. 航天返回与遥感, 2013, Vol.34(04): 59-65.
- [5] 王红娟, 王伟, 王欣. 航天器微振动对空间相机像质的影响. 光子学报, 2013, Vol.42(10): 1212-1217.
- [6] 张振华, 杨雷, 庞世伟. 高精度航天器微振动力学环境分析. 航天器环境工程, 2009, Vol.26(06): 528-534+498.
- [7] 张新军. 桥梁风工程研究的现状及展望. 公路, 2005(09): 27-32.
- [8] 谢晓辉, 李非. 桥梁结构风振控制与设计, 公路交通科技(应用技术版). 2018, Vol.14(12): 208 - 209.
- [9] 李宏男, 肖诗云, 霍林生. 汶川地震震害调查与启示. 建筑结构学报, 2008, Vol.29(4): 10-19.
- [10] Housner G W, Bergman L A, Caughey T K, Chassiakos A G, Claus R O, Masri S F, Skelton R E, Soong T T, Spencer B F, Yao J T P. Structural control: Past, present, and future. Journal of Engineering Mechanics, 1997, Vol.123(9): 897-971.
- [11] Ibrahim R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators. Journal of Sound and Vibration, 2008, Vol.314(3-5): 371-452.
- [12] Talaeitaba S B, Safaie M, Zamani R. Development and application of a new base isolation system in low-rise buildings. Structures, 2021, Vol.34: 1684-1709.
- [13] Symans M D, Charney F A, Whittaker A S, Constantinou M C, Kircher C A, Johnson M W, Mcnamara R J. Energy dissipation systems for seismic applications: Current practice and recent developments. Journal of Structural Engineering, 2008, Vol.134(1): 3-21.
- [14] Zhang R, Wang C, Pan C, Shen H, Ge Q, Zhang L. Simplified design of elastoplastic structures with metallic yielding dampers based on the concept of uniform damping ratio. Engineering Structures, 2018, Vol.176: 734-745.
- [15] Zhang Y, Liu H. Experimental study of vibration mitigation of mast arm signal structures with particle-thrust damping based tuned mass damper. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2019, Vol.18(1): 219-231.
- [16] Wang W, Hua X, Chen Z, Wang X, Song G. Modeling, simulation, and validation of a pendulum-pounding tuned mass damper for vibration control. Structural Control and Health Monitoring, 2019, Vol.26(4): e2326..
- [17] Taniguchi T, Kiureghian A D, Melkumyan M. Effect of tuned mass damper on displacement demand of base-isolated structures. Engineering Structures, 2008, Vol.30(12): 3478-3488.

- [18] Ibrahim R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, Vol.314(3): 371-452.
- [19] Rivin E I. *Passive vibration isolation*. New York: Amer Society of Mechanical, 2003.
- [20] 刘志彬, 谭平, 王菁菁, 陈洋洋. 新型非对称惯容 NES 减震控制性能研究. *振动与冲击*, 2023, Vol.42(02): 116-125.
- [21] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超. 惯容减震(振)系统及其研究进展. *工程力学*, 2019, Vol.36(10): 8-27.
- [22] Pan C, Zhang R. Design of structure with inerter system based on stochastic response mitigation ratio. *Structural Control & Health Monitoring*, 2018, Vol.25(6): e2169.
- [23] 陆泽琦, 陈立群. 非线性被动隔振的若干进展. *力学学报*, 2017, Vol.49(3): 550-564.
- [24] Kovacic I, Brennan M J, Waters T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, Vol.315(3): 700-711.
- [25] Carrella A, Brennan M J, Waters T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, Vol.301(3-5): 678-689.
- [26] Saeed A, Nasar R, Al-Shudeifat M. A review on nonlinear energy sinks: designs, analysis and applications of impact and rotary types. *Nonlinear Dynamics*, 2023, Vol.111(1): 1-37.
- [27] Ding H, Chen L Q. Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks. *Nonlinear Dynamics*, 2020, Vol.100(4): 3061-3107.
- [28] Kovacic I, Brennan M J, Waters T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic. *Journal of sound and vibration*, 2008, Vol.315(3): 700-711.
- [29] Vakakis A F. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, Vol.123(3): 324-332.
- [30] Xiang P, Nishitani A. Optimum design for more effective tuned mass damper system and its application to base-isolated buildings. *Structural Control & Health Monitoring*, 2014, Vol.21(1): 98-114.
- [31] Kang Y J, Peng L Y. Optimisation Design and Damping Effect Analysis of Large Mass Ratio Tuned Mass Dampers. *Shock and Vibration*, 2019.
- [32] Zhao Z, Chen Q, Zhang R, Pan C, Jiang Y. Energy dissipation mechanism of inerter systems. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, Vol.184: 105845.
- [33] Zhang R, Zhao Z, Pan C, Ikago K, Xue S. Damping enhancement principle of inerter system. *Structural Control & Health Monitoring*, 2020, Vol.27(5): e2523.
- [34] 张瑞甫, 吴敏君, 潘超. 对惯容减震系统基本概念及设计范式的讨论. *振动工程学报*, 2023, 1-14
- [35] Kawamata S. Development of a vibration control system of structures by means of mass pumps. Institute of Industrial Science, University of Tokyo: Tokyo, Japan, 1973.
- [36] Ikago K, Saito K, Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(3): 453-474.
- [37] Ikago K, Sugimura Y, Saito K, Inoue N. Simple design method for a tuned viscous mass damper seismic control system. *Proceedings of the 15th world conference on earthquake engineering*, Lisbon, Portugal, 2012: 24-28.
- [38] Ikago K, Saito K, Inoue N. Optimum multi-modal seismic control design of high-rise buildings using tuned viscous mass dampers. *Proceedings of the 13th International*

- Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, Chania, Greece, 2011.
- [39] Kawamata S, Development of a vibration control system of structures by means of mass pumps. Institute of Industrial Science, University of Tokyo: Tokyo, Japan, 1973.
- [40] Swift S J, Smith M C, Glover A R, Papageorgiou C, Gartner B, Houghton N E, Design and modelling of a fluid inerter. *International Journal of Control*, 2013. Vol.86(11): 2035-2051.
- [41] De Domenico D, Ricciardi G, Zhang R. Optimal design and seismic performance of tuned fluid inerter applied to structures with friction pendulum isolators. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, Vol.132: 106099.
- [42] 王云骞. 流体惯容系统与基础隔震的混合控制研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020.
- [43] 曾璟琳. 液式惯容与防倾覆滚动隔震混合控制研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2021.
- [44] 郭泰昆. 流体惯容系统减震性能研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2022.
- [45] 张孝良, 聂佳梅. 摩擦力对滚珠丝杠惯容器频响特性的影响. *机械科学与技术*, 2015, Vol.34(05): 120-124.
- [46] 陈建龙, 刘念聪, 耿伟涛. 滚珠丝杠结构参数对系统非线性振动的影响. *机械设计与研究*, 2017, Vol.33(03): 95-98.
- [47] Liu X, Jiang J Z, Titurus B, Harrison A. Model identification methodology for fluid-based inerters. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, Vol.106: 479-494.
- [48] Liu X, Titurus B, Jiang J Z. Generalisable model development for fluid-inerter integrated damping devices. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, Vol.137: 1-22.
- [49] Chillemi M, Furthmüller T, Adam C, Pirrotta A. Nonlinear mechanical model of a fluid inerter. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, Vol.188: 109986.
- [50] Pietrosanti D, De Angelis M, Giaralis A. Experimental study and numerical modeling of nonlinear dynamic response of SDOF system equipped with tuned mass damper inerter (TMDI) tested on shaking table under harmonic excitation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, Vol.184: 105762.
- [51] Ilbeigi S, Jahanpour J, Farshidianfar A. A novel scheme for nonlinear displacement-dependent dampers. *Nonlinear Dynamics*, 2012, Vol.70(1):421-434.
- [52] Moraes F D H, Silveira M, Paupitz Goncalves P J. On the dynamics of a vibration isolator with geometrically nonlinear inerter. *Nonlinear Dynamics*, 2018, Vol.93(3): 1325-1340.
- [53] Yang J, Jiang J Z, Neild S A. Dynamic analysis and performance evaluation of nonlinear inerter-based vibration isolators. *Nonlinear Dynamics*, 2020, Vol.99: 1823-1839.
- [54] Wang Y, Li H X, Cheng C, Ding H, Chen L Q. A nonlinear stiffness and nonlinear inertial vibration isolator. *Journal of Vibration and Control*, 2020, Vol.27(11-12): 1336-1352.
- [55] Zhang L, Xue S, Zhang R, Hao L, Pan C, Xie L. A novel crank inerter with simple realization: Constitutive model, experimental investigation and effectiveness assessment. *Engineering Structures*, 2022, Vol.262: 114308.

- [56] 张力. 轭型非线性惯容装置研发及其结构非线性控制研究: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2023.
- [57] Makris N, Kampas G. Seismic protection of structures with supplemental rotational inertia. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, Vol.142(11): 04016089.
- [58] Wang M, Sun F. Displacement reduction effect and simplified evaluation method for SDOF systems using a clutching inerter damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2018, Vol.47(7): 1651-1672.
- [59] Dai J G, Wang Y, Wei M X, Zhang W W, Zhu J H, Jin H, Jiang C. Dynamic characteristic analysis of the inerter-based piecewise vibration isolator under base excitation. *Acta Mechanica*, 2022, Vol.233(2): 513-533.
- [60] Wang F C, Su W J. Impact of inerter nonlinearities on vehicle suspension control. *Vehicle System Dynamics*, 2008, Vol.46(7): 575-595.
- [61] Pradono M H, Iemura H, Igarashi A, Kalantari A. Application of angular-mass dampers to base-isolated benchmark building. *Structural Control & Health Monitoring*, 2008, Vol.15(5): 737-745.
- [62] Saitoh M. On the performance of gyro-mass devices for displacement mitigation in base isolation systems. *Structural Control & Health Monitoring*, 2012, Vol.19(2): 246-259.
- [63] Yang J. Force transmissibility and vibration power flow behaviour of inerter-based vibration isolators. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, Vol.744(1): 012234.
- [64] Zhang R. Seismic response analysis of base-isolated vertical tank. Shanghai, China: Tongji University, 2014.
- [65] Jiang Y, Zhao Z, Zhang R, De Domenico D, Pan C. Optimal design based on analytical solution for storage tank with inerter isolation system. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, Vol.129: 105924.
- [66] Zhang R, Zhao Z, Pan C. Influence of mechanical layout of inerter systems on seismic mitigation of storage tanks. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, Vol.114: 639-649.
- [67] Luo H, Zhang R, Weng D. Mitigation of liquid sloshing in storage tanks by using a hybrid control method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, Vol.90: 183-195.
- [68] Zhao Z, Chen Q, Zhang R, Pan C, Jiang Y. Optimal design of an inerter isolation system considering the soil condition. *Engineering Structures*, 2019, Vol.196: 109324.
- [69] Pan C, Jiang J, Zhang R, Xia Y. Closed-form design formulae for seismically isolated structure with a damping enhanced inerter system. *Structural Control & Health Monitoring*, 2021 Vol.28(12): e2840.
- [70] Lazar I F, Neild S A, Wagg D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, Vol.43(8): 1129-1147.
- [71] Nyangi P, Ye K. Optimal design of dual isolated structure with supplemental tuned inerter damper based on performance requirements. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2021, Vol.149: 106830.
- [72] Sun H, Zuo L, Wang X, Peng J, Wang W. Exact H2 optimal solutions to inerter-based isolation systems for building structures. *Structural Control and Health Monitoring*, 2019, Vol.26(6): e2357.
- [73] Marian L, Giaralis A. Optimal design of a novel tuned mass-damper-inerter (TMDI) passive

- vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, Vol.38: 156-164
- [74] Masnata C, Di Matteo A, Adam C, Pirrotta A. Smart structures through nontraditional design of Tuned Mass Damper Inerter for higher control of base isolated systems. *Mechanics Research Communications*, 2020, Vol.105: 103513.
- [75] De Domenico D, Ricciardi G. An enhanced base isolation system equipped with optimal tuned mass damper inerter (TMDI). *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2018, Vol.47(5): 1169-1192.
- [76] Tan Y, Chen T, Li Z. Performance of optimum accelerated oscillator damper-based isolation system for buildings. *Engineering Structures*, 2021, Vol.235: 112044.
- [77] Sun H, Zuo L, Wang X, Peng J, Wang W. Exact H-2 optimal solutions to inerter-based isolation systems for building structures. *Structural Control & Health Monitoring*, 2019, Vol.26(6): e2357.
- [78] De Angelis M, Giaralis A, Petrini F, Pietrosanti D. Optimal tuning and assessment of inertial dampers with grounded inerter for vibration control of seismically excited base-isolated systems. *Engineering Structures*, 2019, Vol.196: 109250.
- [79] Qian F, Luo Y, Sun H, Tai W C, Zuo L. Optimal tuned inerter dampers for performance enhancement of vibration isolation. *Engineering Structures*, 2019, Vol.198: 109464.
- [80] Kovacic I, Brennan M J, Waters T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, Vol.315(3): 700-711.
- [81] Carrella A, Brennan M J, Waters T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, Vol.301(3-5): 678-689.
- [82] Liu Y H, Yang J, Yi X S, Chronopoulos D. Enhanced suppression of low-frequency vibration transmission in metamaterials with linear and nonlinear inerters. *Journal of Applied Physics*, 2022, Vol.131(10): 105103.
- [83] Wang Y, Wang P, Meng H, Chen L Q. Nonlinear vibration and dynamic performance analysis of the inerter-based multi-directional vibration isolator. *Archive of Applied Mechanics*, 2022, Vol.92(12) : 3597-3629.
- [84] Liu C, Yu K, Liao B, Hu R. Enhanced vibration isolation performance of quasi-zero-stiffness isolator by introducing tunable nonlinear inerter. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2021, Vol.95: 105654.
- [85] Shi B, Dai W, Yang J. Performance analysis of a nonlinear inerter-based vibration isolator with inerter embedded in a linkage mechanism. *Nonlinear Dynamics*, 2022: Vol.109(2): 419-442.
- [86] Feng X, Jing X, Guo Y. Vibration isolation with passive linkage mechanisms. *Nonlinear Dynamics*, 2021, Vol.106(3): 1891-1927.
- [87] Saeed A, Nasar R, Al-Shudeifat M. A review on nonlinear energy sinks: designs, analysis and applications of impact and rotary types. *Nonlinear Dynamics*, 2023, Vol.111(1): 1-37.
- [88] Vakakis A F. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, Vol.123(3): 324-332.
- [89] Kumar P, Kumar A, Pandey C, Dewangan S, Jha S K. Materials for energy harvesting with a nonlinear energy sink: A literature review. *Materials Today: Proceedings*, 2020, Vol.33: 5632-5637.
- [90] Lee Y S, Vakakis A F, Bergman L A, McFarland D M, Kerschen G, Nucera F, Tsakirtzis S,

- Panagopoulos P N. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: A review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2008, Vol.222(2): 77-134.
- [91] Zhang Z, Lu Z Q, Ding H, Chen L Q. An inertial nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, Vol.450: 199-213.
- [92] Zhang Y W, Lu Y N, Zhang W, Teng Y Y, Yang H X, Yang T Z, Chen L Q. Nonlinear energy sink with inerter. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.125: 52-64.
- [93] 史博, 陶宗明, 张辉, 单会会, 麻晓敏, 张连庆, 王申浩. 变质量牛顿运动定理及其应用. *物理与工程*, 2021, Vol.31(01): 33-36.
- [94] Massey B.S. Ward-Smith J. *Mechanics of Fluids*, 9th ed. CRC Press, 2012
- [95] Rodman S, Trenc F. Pressure drop of laminar oil-flow in curved rectangular channels[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2002, Vol.26(1): 25-32.
- [96] Shen Y, Chen L, Liu Y, Zhang X. Modeling and Optimization of Vehicle Suspension Employing a Nonlinear Fluid Inerter. *Shock and Vibration*, 2016, 2016.
- [97] De Domenico D, Deastra P, Ricciardi G, Sims N D, Wagg D J. Novel fluid inerter based tuned mass dampers for optimised structural control of base-isolated buildings. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2019, Vol.356(14): 7626-7649.
- [98] Rodman S, Trenc F. Pressure drop of laminar oil-flow in curved rectangular channels. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2002, Vol.26(1): 25-32.
- [99] White C M. Fluid friction and its relation to heat transfer. *Trans. Inst. Chem. Eng.(London)*, 1932, Vol.10: 66-86.
- [100] Itō H. Friction factors for turbulent flow in curved pipes. *Journal of Basic Engineering*, 1959, Vol.81(2): 123-132.
- [101] Kubair V, Varrier C B S. Pressure drop for liquid flow in helical coils. *Trans. Indian Inst. Chem. Eng.*, 1962, Vol.14: 93-97.
- [102] Mishra P, Gupta S N. Momentum transfer in curved pipes. 1. Newtonian fluids. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1979, Vol.18(1): 130-137.
- [103] GB/T51408—2021 建筑隔震设计标准. 北京: 中国计划出版社, 2021.
- [104] GB 50011-2010 建筑抗震设计规范. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016.

致谢

同济三年时光，弹指一挥间，却又珍贵而难忘。这篇硕士毕业论文的完成，离不开众多师长、同学、朋友和亲人的关心与帮助。谨以此文，向所有在我求学过程中给予我指导和支持的人们致以最诚挚的谢意。

由衷感谢我的导师唐和生老师。感谢唐老师在学术上的悉心指导和无私帮助，老师严谨的治学态度和渊博的知识让我在科研的道路上受益匪浅。无论是在科研上遇到的难题，还是在生活中遭遇的困惑，老师的耐心指导和热情帮助都让我深感温暖与力量。借此向唐老师表达我深深的感谢。

感谢和泉教研室的薛松涛老师和谢丽宇老师，两位老师学识渊博，儒雅随和，为教研室创造了良好的学习与生活氛围，让我能够在其中学习与成长。感谢张瑞甫老师在试验过程中提供的帮助与意见，张老师学问切实，鞭辟入里，开阔了我的学术视野。在此向所有老师们表示感谢。

感谢张力师兄和郭泰昆师兄在我的课题研究过程中给予的宝贵建议，感谢两位师兄对我在探索过程中耐心而无私的帮助。

感谢师兄廖洋洋、杨虎、何展朋、王泽宇、夏子涵，师姐黎思维，师兄师姐们在科研、生活中给予我的帮助。感谢同门丁宁、赵锦桐、史钦豪、庞琳、张文静、吴通海、范永瑞琛，和大家在一起的时光总是快乐、昂扬。感谢师弟李度、陈雪岩、宋梦贤、杨梓健、李泽宇，师妹陈千禧、张嘉慧、王郝丽以及 2023 级的师弟师妹们，相聚是一种缘分，彼此珍惜，望教研室的大家都能有一个美好的未来。

感谢我的女朋友刘慧一直以来的包容、支持与陪伴，希望我们的未来充满甜蜜与幸福。

感谢我的父母，你们从小到大对我无限的支持与爱是我最坚强的后盾。

个人简历、在读期间发表的学术成果

个人简历:

龙盼, 男, 1998 年 9 月生。

2020 年 6 月毕业于沈阳建筑大学。土木工程专业 获学士学位。

2021 年 9 月入同济大学攻读硕士学位。

已发表论文:

[1] 龙盼, 唐和生. 非线性流体惯容装置设计及构件试验. 同济大学土木工程学院全日制专业学位硕士研究生论文集