



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

上海市级科技重大专项-人工智能基础理论与关键核心技术
和中央高校基本科研业务费专项资金资助

基于物理驱动深度学习的输流管道流固 耦合振动正反问题研究

姓 名:

学 号:

所在院系: 土木工程学院

学科门类: 工 程

学科专业: 建筑与土木工程

指导老师:

二〇二二年六月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to

Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Master of Engineering

**Supported by the Shanghai Municipal Science and Technology Major
Project and the Fundamental Research Funds for the Central
Universities**

**Study on Forward and Inverse Problems of Fluid
Structure Coupling Vibration of Transmission
Pipelines Based on Physics-Driven Deep
Learning**

Candidate:

Student Number:

School/Department: College of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Architecture and Civil Engineering

Supervisor:

June, 2022

基于物理驱动深度学习的输流管道流固耦合振动正反问题研究

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

输流管道在海洋工程、航空航天、石油开采等工程领域中是不可或缺的组成部分，同时也是维系国民正常生活生产的重要命脉通道。随着输流管道的应用愈加广泛，因内部流体和管道固体之间的流固耦合作用而引起的振动问题，存在着导致巨大的经济损失，甚至人员伤亡的潜在威胁，为了尽可能减少此类事故的发生，深入研究输流管道的流固耦合动力学问题是十分有必要的。

对于此类复杂的非线性耦合问题求解，传统的数值求解方法如有限元法通常会面临在计算精度和计算成本之间做合理取舍的困难。另一类可能会遇到的问题在于，当缺少输流管道系统的某些物理参数信息时，传统数值方法将会变得异常难求解，且此时的管道系统参数识别也是亟需解决的问题。而深度学习具有强大的非线性表征能力，且在网络损失函数中嵌入由非线性偏微分方程描述的物理定律后，能从稀疏的标签数据中得到良好的非线性映射结果，并具有较强的泛化能力。同时该方法也可为参数识别问题提供了一个可行解法，仅需将待识别参数也同时作为网络的训练参数进行优化，损失函数的最小值即对应着相应的解。

因此，本文将建立相应的物理驱动深度学习模型，用于求解输流管道流固耦合的正反问题，实现稀疏数据情况下管路系统动力响应的预测以及未知参数的识别任务。

本文的主要研究工作如下：

(1) 梳理了流体的基本方程组及湍流模型，在经典水锤方程式的基础上推导输流管道轴向振动耦合方程；对高流速下的基于 Euler 梁模型的输流管道横向振动进行分析；利用计算流体动力学软件建立输流管道模型，进行流固耦合的数值模拟分析，并提取相关的模拟结果数据作为标签数据。

(2) 全面梳理了的深度学习基础理论，阐释了物理驱动深度学习的基本原理、网络结构、优化算法及程序实现步骤等关键信息。针对输流管道横方向流致振动及轴向耦合振动的动力响应预测问题，将相应的物理控制方程嵌入网络框架中，构建了相应的物理驱动深度学习模型，并采用少量 CFD 仿真模拟数据作为标签数据，结合大量无标签自由数据进行训练，模型的预测结果表明该模型能在稀疏数据的情况下具有很高的精度，同时由于仅采用少量有标签数据，从而大幅减轻传统算法中为获取大量标签数据而带来的昂贵计算成本。

(3) 针对输流管道系统信息未知的情况，利用前述已建立的物理驱动深度学习模型，把未知参数看作是网络训练更新的一部分，利用稀疏的 CFD 模拟标签数据及大量无标签数据进行深度网络的训练实现参数识别，识别结果表明所提

模型能从稀疏数据中可以很好地识别未知参数。

关键词：流固耦合，流致振动，物理驱动深度学习，正反问题，稀疏数据

ABSTRACT

Pipeline is an indispensable part in marine engineering, aerospace, oil exploitation and other engineering fields, and it is also an important lifeline channel to maintain the normal life and production of the people. With the wide application of flow transmission pipeline, the vibration problem caused by the fluid solid coupling between internal fluid and pipeline has the potential threat of causing huge economic losses and even casualties. In order to reduce the occurrence of such accidents as much as possible, the fluid structure coupling dynamics of fluid transmission pipeline is an urgent problem to be solved.

In solving this kind of complex nonlinear coupling problems, traditional numerical methods such as finite element methods usually face a dilemma between calculation accuracy and calculation cost. Another problem that may be encountered is that traditional numerical methods will become extremely difficult to solve when some physical parameters of the pipeline system are missing, and the identification of pipeline system parameters is also an urgent problem to be solved. Deep learning has strong nonlinear characterization ability, and after embedding physical laws described by nonlinear partial differential equations into network loss function, it can get good nonlinear mapping results from sparse label data, and has strong generalization ability. A physics-driven deep learning(PDDL) with sparse data method is proposed for solving the forward (predicting the dynamic response) and inverse (identifying the unknown parameters) problems of the fluid-structure coupling of the pipeline in this paper. The main research work of this paper is as follows:

(1) Based on the classical water hammer equations, the coupling equation of axial vibration of flow transmission pipeline is deduced, the transverse vibration of flow transmission pipeline based on Euler beam model at high velocity is analyzed. The numerical simulation analysis of fluid structure coupling is carried out by using computational fluid dynamics software to obtain the label data set of deep learning training.

(2) The basic theory of deep learning is comprehensively overviewed. Based on the deep learning theory, by embedding the physical control equations of transverse flow induced vibration and axial coupling vibration of flow transmission pipeline into the deep neural network framework, a physics-driven deep learning model with sparse

data is established. Using a small amount of CFD simulation data as label data, combined with a large number of unlabeled free data for training, the results show that the model can well predict the coupling dynamic response in the case of sparse data, and greatly reduce the expensive computational cost of obtaining a large amount of label data in the traditional algorithm.

(3) In view of the unknown information of the flow transmission pipeline system, using the previously established PDDL model, the unknown parameters are regarded as a part of the network training update, and the sparse CFD simulation label data and a large number of unlabeled data are used for the deep neural network training to realize the parameter identification. The identification results show that the proposed method can well identify the unknown parameters from the sparse data.

Key Words: fluid-structure interaction, flow-induced vibration, Physics-driven deep learning, forward and inverse problem, sparse data

目录

摘要.....	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 输流管道流固耦合研究现状.....	2
1.2.1 流固耦合理论发展.....	2
1.2.2 输流管道流固耦合求解研究现状.....	6
1.3 物理驱动深度学习研究现状.....	7
1.3.1 物理驱动深度学习发展历程.....	7
1.3.2 物理驱动深度学习的应用.....	11
1.4 本文研究内容及方法.....	14
第 2 章 输流管道流固耦合理论基础.....	15
2.1 引言.....	15
2.2 流体域控制方程.....	15
2.2.1 流体运动控制方程.....	15
2.2.2 湍流模型.....	17
2.3 输流管道流固耦合振动模型.....	20
2.3.1 输流管道物理模型.....	20
2.3.2 耦合界面.....	20
2.3.3 管道流固耦合轴向振动模型.....	21
2.3.4 管道流固耦合横向振动方程.....	23
2.3.5 管道振动边界条件.....	25
2.4 CFD 数值模拟.....	26
2.4.1 CFD 理论简介.....	26
2.4.2 几何模型建立.....	27
2.4.3 计算网格划分.....	27
2.4.4 设置求解条件.....	29
2.4.5 管道模态及动力响应分析.....	29
2.5 本章小结.....	34
第 3 章 基于物理驱动深度学习的输流管道动力响应预测.....	35
3.1 引言.....	35
3.2 纯数据驱动深度学习算法.....	35
3.2.1 基本原理.....	35
3.2.2 激活函数.....	37
3.2.3 网络拓扑结构.....	41

3.2.4 学习准则.....	42
3.2.5 优化算法.....	44
3.3 物理驱动深度学习算法.....	46
3.3.1 基本原理.....	46
3.3.2 DeepXDE 简介.....	49
3.4 输流管道横向振动动力响应 PDDL 预测.....	51
3.4.1 网络架构设计.....	51
3.4.2 模型的训练.....	53
3.4.3 模型的评估及分析.....	55
3.5 输流管道纵向振动动力响应 PDDL 预测.....	60
3.5.1 网络结构设计.....	60
3.5.2 模型的训练.....	62
3.5.3 模型评估和分析.....	64
3.6 本章小结.....	70
第 4 章 基于物理驱动深度学习的输流管道参数识别.....	73
4.1 引言.....	73
4.2 反问题中的物理驱动深度学习.....	73
4.3 输流管道横向振动问题参数识别.....	75
4.3.1 定义待识别参数.....	75
4.3.2 模型建立.....	75
4.3.3 识别过程及分析.....	77
4.4 纵向振动耦合方程参数识别.....	79
4.4.1 定义待识别参数.....	79
4.4.2 模型建立.....	80
4.4.3 识别过程及分析.....	82
4.5 本章小结.....	84
第 5 章 结论与展望.....	85
5.1 结论.....	85
5.2 展望.....	86
参考文献.....	87
致谢.....	95
个人简历、在读期间发表的学术成果.....	97

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

输流管道，即输送流体介质的管状结构，由于其简单的构型制作及低廉的运输成本，已被广泛应用于各行各业中。如用于城市市政建设生活用水输送系统，废弃污水排放系统，高层建筑结构的通风管道系统，再到各类机械设备中的重要输流组件，如汽车内部的供油、供水系统、飞机火箭等航行器动力系统等。随着人类的探索潜入深海，深至地下，输流管道也被应用到了更多的领域，如海洋油气资源系统中的输流立管，长距离的石油、天然气输送管道等等。毫无疑问输流管道在许多工程领域中是不可或缺的组成部分，同时也是维系国民正常生活生产的重要命脉通道。



(a) 工厂内部管道图



(b) 长距离输气管道图

图 1.1 管道应用实例图

输流管道通常运送着不同的流体介质，如常见的水、石油、天然气等等。管道壁受到管内流体的流动的影响产生变形，相应的固体管壁的变形又将影响管内流场的分布，这种固体与流体之间的相互作用被称为流固耦合（Fluid-Structure Interaction, FSI）。输流管道在其服役期间，所处的环境复杂，内部高流速大压强的流体，可能会引发结构振动，这类问题被统称为流致振动（Flow-Induced Vibrations, FIV）。在某些情况先，强烈的 FIV 作用会导致管道系统破坏，甚至造成更严重的次生灾害。

据报道，2021 年 10 月在美国某海岸，“圣佩德罗湾”输油管道发生破坏，造成约 54.5 万升原油泄漏。由于漏油事故，引起的有毒烟雾危害着当地生物种群，造成大量鸟类和海洋生物死亡，对当地野生动物的栖息环境产生了严重的破坏。2013 年，我国某地的水厂出现停电事故，事故导致了该区大面积停水事故，居民

生活深受影响 20 余小时。经后期调查发现,水厂停电导致了水管中的水锤现象,从而将一根主取水管击破,引发了大停水事件。对于天然气管道,输送过程中若管路发生强烈振动则可能诱发连接处发生破坏,导致气体泄漏,引发更大的灾难。2021 年 1 月,大连金州某天然气管道泄漏造成爆炸,最终造成 3 人死亡 8 人受伤的惨剧;2006 年,位于四川省某站天然气管道发生爆燃事故,管内硫化剂随天然气溢出时遇空气氧化自燃,引发了管爆炸,此事故一共造成 10 人死亡,多人受伤,经济损失高达 900 余万元。



(a) 石油泄漏航拍图

(b) 四川某地天然气爆燃事故现场图

图 1.2 输流管道破坏引起灾害图

由此可见,输流管道的安全问题不容忽略,它不仅关系着国家的经济命脉,也关系着人们的日常生活起居,所以对于输流管道的动力学特性展开研究是十分有必要的。目前在流固耦合领域,输流管道动力学方面的理论模型建立、求解方法、数值模拟等都有了许多深入的研究。

1.2 输流管道流固耦合研究现状

1.2.1 流固耦合理论发展

随着输流管道的应用愈加广泛,因流固耦合现象而引起的振动问题,存在着导致巨大的经济损失,甚至人员伤亡的潜在威胁,为了尽可能减少此类事故的发生,越来越多学者对于输流管道的动力学特性展开了更加细致深入的研究探索。

最早的基础理论研究可追溯到 19 世纪初,1808 年 Young^[1]基于杨氏模量,建立了充液管道中波速的计算公式,并对不同约束条件的压力波速公式进行了推导计算。1878 年, Korteweg^[2]考虑到泊松比对轴向应力的影响,考虑管壁的弹性模量,推导出了适用于可压缩流体的波速公式。在之后的研究中, Lamb^[3]提出了更完整的流固耦合概念体系,并把管道和内部流体的相互作用做了区分,阐述了轴向应力波和水击波的关系,完善了前述的理论概念。1939 年 Bourrières^[4]首次

公开发表了关于内流致动的振动研究,提出了悬臂输流管道振动的微分方程,分析了其动力特性,并且对管道的稳定性问题进行了描述,但由于计算工具的限制以及所处的二战战争年代特殊背景,不稳定的临界条件未能确定。

20 世纪中期,横跨阿拉伯地区的输油管道发生重大的振动事故后,学者们才重拾对输流管道的高度关注,而随后关于输流管道流固耦合的动力学方面的研究也得到了飞速发展。1950 年, Ashley^[5]基于简单的梁理论,开展了对输流管道两端简支模型自由振动和强迫振动的模态研究。之后, Housner^[6]在此基础上,考虑了流速的作用,分析了管道固有频率与液体流速的关系,得到管道将会在管路内流体达到临界流速时发生共振的结论。1956 年, Skalak^[7]基于 Lamb^[3]的研究理论,并在此基础上忽略原有的简化,考虑了惯性力和轴向应力,得到了细长圆管的运动 4-方程流固耦合模型,同时这也为之后的充液输流管道流固耦合动力研究奠定了坚实的理论基础。1977 年, Williams^[8]研究了管壁纵向弹性应变的影响,发现纵向弹性应变会改变系统的水锤效应。同年, Walker^[9]引入径向惯性力方程,建立了一个 6-方程模型,用于对管道的径向运动进行描述。1985 年, Wiggert^[10]对 Skalak^[7]的研究进行了扩展,对具有不同边界条件的弯管进行了分析和实验研究;之后考虑管道在两个主方向上横向剪切变形以及管壁的扭转,又提出了流固耦合 14-方程模型^[11]。之后, Zhang 和 Tijsseling^[12]对充液管道的频率进行了计算求解。Wiggert 和 Tijsseling^[13]系统地提出了流固耦合的分类,主要包括泊松耦合、摩擦耦合、Bourdon 耦合、结合部耦合。2007 年 Tijsseling^[14]提出了厚壁管道的一维四方程模型。2008 年, Tijsseling^[15]将压力波在充液管道中的传播和管壁径向和轴向耦合响应进行分析,并在 Skalak^[7]的研究上对管道内压力波的弥散做出了解释。

另一种广受学者认同的输流管道横向振动理论则是由 Paidoussis 团队的研究提供。1966 年, Gregory 和 Paidoussis^[16, 17]首先从理论层面,对于悬臂式支承的输流管道进行了研究,忽略了管道内部摩擦,计算得到了管道失稳的临界速度和与之相关的影响因素,并用实验对理论部分进行了验证。1974 年, Paidoussis 和 Issid^[18]以适用于长细比较大的 Euler-Bernoulli 梁振动理论,考虑了轴向惯性力等多种因素,推导出了管道振动的微分方程。1993 年, Paidoussis 和 Li^[19]对于输流管道流固耦合振动进行了更全面的研究探讨,考虑了多种情况下管道的动力学方程,其中包含不同边界条件,如管道两端支承、悬臂管以及弹性边界条件,以及对管内的不可压缩流体或可压缩流体进行讨论。2008 年, Paidoussis^[20]对原振动微分方程做了更完整的解读,考虑了管道外部拉力和内部流体压力、管道周围地基刚度因素、管道和流体间因粘性而产生的阻尼因素等,这也为后续的研究提供了理论基础。

国内的相关理论方面的研究起步较晚，党锡淇等^[21]首先对管道振动的理论、计算和控制方进行了综述。屈展^[22]将流固耦合振动理论运用到石油钻柱上，分析探讨了钻柱的在内外液共同作用下的横向振动模型，并对其固有频率和振型的求解方法做出了说明。张立翔等^[23]围绕输流管道非线性流固耦合振动，基于 Hamilton 变分原理，并且综合考虑了管道内流体动量方程，建立了可用于描述弱约束管道、可压缩流体的非线性振动数学模型。金基铎等^[24]开展了对于受约束悬臂输流管道的研究，就其稳定性和运动分岔问题给出了说明，研究发现管道内的概周期运动和混沌现象普遍存在动态失稳区中。赵凤群等^[25]建立了可移动弹性支承输流管道的分段运动微分方程，确立了其连续条件和边界条件，同时讨论了该类管道的稳定性问题。王蕴弢^[26]采用快速解法，给出了基于 Euler–Bernoulli 梁模型的输流管道在不同支承条件下的固有频率、临界流速的解析解，为工程应用提供了有利的方法。

现阶段而言，随着计算流体力学的技术飞速发展，更多新型管壁材料的运用，管内输运流体趋向复杂多元化，更多国内外学者展开了关于输流管道动力学特性深入研究。王国荣等^[27]对于在脉动内流作用下的 L 型弯管的动力学问题进行了研究，经实验结果发现了开泵引起的水锤效应以及输送压力对于管道壁的应力、应变以及径向振动的影响。

Liang 等^[28]以双螺旋系统为例，通过扩展的哈密顿原理推导出了管道系统的运动偏微分方程，然后用四项伽辽金方法进行截断。综合研究了旋压结构的固有频率、复杂模态运动，揭示了旋压结构输送流体的基本动力学特性。阐述了流固耦合和自旋对系统振动和稳定性的陀螺效应，结果表明，该系统的定性稳定性主要取决于流固耦合和质量比的影响，而转速对频率的定量取值起着重要作用，临界流速与转速和质量比无关。

曹建华^[29]采用非参法，对航空工程中的输流管道的卡箍支承的不确定性问题进行了建模研究。将卡箍部分简化为简支支座和扭转弹簧，以非参法生成系统刚度不确定性随机模型。通过对比发现，非参模型可以完美包络频响曲线均值，且随着频率增高，不确定性的影响越大。Keramat^[30]研究分析了具有轴向止点锚栓的输油管道中的水锤作用，并通过实验验证了理论猜想，管道内压力分布规律主要受支座刚度和位置的影响，同时结构边界的性质表征了瞬态压力的频谱。该研究在基于瞬态缺陷检测和管道系统设计的实践中具有重要意义。

Bai^[31]结合 Euler–Bernoulli 梁模型，建立了一种新型的悬臂输送变密度流体的动力学模型，管道内部流体可以是多相流，其密度随时间和空间的变化而变化。该模型的数值结果采用有限差分法得到，与经典理论结果吻合较好。分析了流体密度的波动幅值、波数和初始相位角对悬臂管道系统稳定性和动力学的影响，发

现当流体密度变化幅度较大时,悬臂管道系统容易失稳,从而导致颤振;流体密度的小波数对系统的稳定性有显著影响;而流体密度的初始相位角对系统的稳定性影响较小。在现有研究工作的基础上,提出了一种改进的稳定性判据,该判据可以更精确地确定系统的稳定性。Giacobbi 等^[32]对内部流体密度随管长变化的柔性细长输流道管动力学进行了研究分析和数值研究,用哈密顿方法建立了一个线性解析模型,并考虑端部固定的管道和悬臂式管道。研究表明,管道出口端密度对稳定性的影响最为关键;对于悬臂管,密度变化的大小对颤振的模态和临界流速有较大影响。该研究还可以灵活应用于从海底开采甲烷晶体的管道、高速输送气体的管道,或在随长度变化的温度环境中的管道。

Tang 等^[33]在考虑分数阶材料模型和几何非线性的情况下,应用欧拉梁理论和广义哈密顿原理,导出了管道平面耦合运动的动力学方程。然后将方程简化为一种新的非线性分数阶动力学模型,并且将多尺度法直接应用于非线性振动的分析,该模型可以控制小而有限的拉伸问题中的管道横向振动。数值结果表明,质量比、流体速度和非线性系数都对粘弹性管非线性振幅和频率有一定的影响,由分数阶黏弹性材料模型构成的输流管道的振动幅值明显高于以往模型预测的幅值。朱竑祯等^[34]基于 Timoshenko 梁模型,对输流管道材料沿管道壁厚变化的管道耦合振动进行了探究,基于 Hamilton 原理及流体质量守恒、动量守恒方程上,通过动刚度法对所建立的耦合模型进行了求解,对于材料梯度变化带来的影响,也以算例中管道的动态特性的变化做出了说明。

王振华等^[35]结合广义不可逆热理论改进了流固耦合 4-方程摩擦模型,将其用于新疆某地输流管道的数值计算中,结果表明改进后模型能够在长距离重力输水管道中计算中表现较好。

Luczko^[36]以 Timoshenko 梁理论为基础并考虑了管道中心线的延伸,建立了一种创新的流固耦合模型用以描述输流管道三维运动,探究了不同曲率管道中流速与固有频率和振型的相关性。通过比较其他作者提供的研究数据,验证了模型和所采用的分析方法。

易浩然等^[37]对含集中质量管道的非线性动力学模型进行了探究,研究认为临界流速受集中质量位置以及集中质量比值影响,并对输流管道的稳定性随集中质量位置及质量比的变化进行了定性分析。从理论分析和实验验证的角度为悬臂输流管道动力学特性提供了研究指导。

张挺等^[38]从输流管道横向振动运动微分方程角度出发,为了更好地模拟流速在水锤作用发生时表现出的振荡衰减特征引入了指数衰减函数,最终给出了输流管道在此类内激励型作用下的非稳定区域表达式,并对管道的稳定性和共振特性进行了分析。结果显示,内激励型振荡衰减流与输流管道横向振动有很强的相

关性，不可忽略；当流速衰减系数上升时，非稳定区域会出现向下偏移现象，偏移现象同时还受到初始流速值的影响，数值越大则偏移现象越显著；不稳定区域闭合速度会随着流速衰减增大而加快。

肖斌等^[39]利用引入附加质量的方式，分析了单向流固耦合作用下内流流速对结构振动特性的影响。研究中讨论了耦合附加质量同管道振动固有频率的相关性，以及管壁的压力系数和管道位移响应在不同流速条件下的变化，并用 ANSYS 软件进行了数值模拟分析验证。

1.2.2 输流管道流固耦合求解研究现状

基于流固耦合理论以及数学模型，目前常用的求解方法有以下几种，传递矩阵法 (Transfer Matrix Method, TMM)、特征值法 (Method of Characteristics, MOC) 以及有限元模拟方法 (Finite Element Method, FEM)。

传递矩阵法以波动方程作为管道运动方程数学模型，其基本思想为完成管路系统构成元件的数学模型建立后，基于相邻管道元件间在连接处的平衡方程，可建立管路系统的总传递方程。相较于其他方法，TMM 法仅针对具有不同特征的管路元件情况做整体处理，不必考虑空间离散，且涉及自由度较少，在实际工程中十分适用^[40-43]。

特征值法可视为一种时域数值求解方法，该方法将动力偏微分方程变换为常微分方程，并通过压力波和轴向应力波的差分求解，由此得到流体压力和流量以及结构的瞬态响应。但特征线法也有其局限性，在应对管道的弹性支撑条件以及多段管路计算时，将面临着不同特征线相交及插值误差等问题，求解过程较为复杂繁琐。故该方法较为适用于简单管路系统的时域响应计算，在管道系统的求解中也有部分应用实例^[44-46]。

有限元数值模拟法是建立在计算流体动力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 软件基础上的，如 ANSYS、COMSOL 等能够实现多物理场耦合的商用有限元软件。随着计算机的长久持续发展进步，其算力性能均得到了大幅改善，有限元方法因其能够最大限度地模拟管道内部流动以及复杂的服役环境，结果具有更高可靠性，而逐渐成为了学者们研究流固耦合问题的有利工具^[39, 47-56]。

除此之外，还有其他学者尝试运用不同方法对于输流管道流固耦合动力学问题进行求解，如有限差分法^[57]、伽辽金法^[37, 58, 59]、微分变换法^[60]、动力刚度法^[34]、有限积分法^[61]等等。

由上可知，输流管道的流固耦合问题仍是目前学者们的探究热点，无数研究人员也在积极探索高效精准方法的求解方法。上述讨论的方法仍存在着一些不足，如在工程中一些传统的数值方法会失去其通用性，以及难以在计算精度和计算成

本之间做到合理的取舍。另一类可能会遇到的问题在于，当缺少输流管道系统的某些物理参数信息时，上述的传统数值方法将会变得异常难求解，且此时的管道系统参数识别也是亟需解决的问题。

1.3 物理驱动深度学习研究现状

1.3.1 物理驱动深度学习发展历程

完成输流管道流固耦合数学模型建立后，其求解的本质则转换为已知定解条件如管道几何形状、管道边界条件、内部流场初始状态等的偏微分方程（Partial Differential Equations, PDEs）求解。基于上述的定解条件进行偏微分方程求解，并由此得到物体状态解的过程即为正问题求解。如前所述，常用的解决此类正问题的方法有有限元法、有限差分法、谱方法等。由部分实测数据，识别管道系统中固体域或流场参数的过程，则转换为求解偏微分方程反问题的过程。反问题求解通常表现出非线性和不适定性的特征，传统的数值解法有正则化法^[62]、共轭梯度法^[63]、遗传算法^[64]和粒子群算法^[65]等等，但通常会面临着需克服数值稳定性、增加限制条件及繁琐后处理的难点，这也使得其不易应用于实际工程问题中。

随着计算机技术的发展，一种更加行之有效的方法得到了研究人员的认可并进行了广泛的应用，即使用机器学习（Machine Learning, ML）解决偏微分方程。最早这种思路可以追溯到上个世纪^[66-69]，这些早期工作依赖于前馈全连接神经网络（Fully Neural Network, FNN）的函数逼近能力来解决。

直到近几年，通过深度学习（Deep Learning, DL）求解偏微分方程的正反问题再度引起了研究人员的兴趣，并迎来了一个快速发展阶段。深度学习可看作机器学习中的一种特定模型，具备极强的非线性表征能力，同传统方法相比具有无需进行先验假设、数值离散以及线性化的优势。

Raissi 等^[70]在 2017 年结合先验条件，使用高斯过程回归来设计函数表达式，并根据先验算子的特殊形式，对高斯过程先验进行了修正，最终从稀少且有噪声的观测值中推导出线性方程的参数。在此基础上，该团队^[71]在 2018 年提出了一种从小数据学习偏微分方程的新范式，首次引入了与时间相关的非线性偏微分方程表示的基本物理定律作为隐藏的物理模型。在偏微分方程的求解、参数辨识以及数据驱动发现等问题上该方法都具有适用性，研究结果表明，在求解 Burgers 方程和薛定谔方程的正问题以及 Navier-Stokes 方程的反演问题时，均获得了较精准的收敛效果。但该方法也存在其局限性，求解与时间相关的非线性 PDEs 问题时，该方法需要对时间部分的非线性项进行局部线性化，导致误差产生。

2019 年，物理信息神经网络（Physics-Informed Neural Networks, PINNs），首次正式地被 Raissi 等^[72]提出——神经网络用以解决有监督的学习任务，同时遵循任意给定的非线性偏微分方程描述的物理定律。通过自动微分技术将物理信息嵌入到损失函数中，能得到良好的非线性映射结果，并具有较强的泛化能力。同理，在求解反问题时，仅需将待求参数也同时作为网络的训练参数，损失函数的最小值即对应着相应的解。文章中对流场的 N-S 方程、扩散方程等一系列经典问题进行了研究，证明了该方法的有效性。

此方法一经提出便立即引起了大量学者的关注，同时为了进一步提高 PINNs 运算效率与计算精度，许多学者也致力于对此深度学习网络结构的进行优化。

Pang 等^[73]将 PINNs 扩展为分数物理信息神经网络(fractional PINNs, fPINNs)，以求解时空域下分数对流扩散方程。此法利用整数阶算子的自动微分和分数阶算子的数值离散来构造损失函数中的残差，规避了由于整数微积分的标准链式法则在分数阶微积分中无效而导致自动微分不适用于分数阶算子的困难。

fPINNs 的网络拓扑结构图如图 1.3 所示。该网络结构的优势在于当在分散的时空点上简单地选取带标签的训练数据时，fPINNs 可以避免稀疏测量带来较大的插值误差，并且可以很容易地处理高维的、非正则域的问题，通过数值实验结果表明，fPINNs 对稀疏测量的正、反问题都能获得较高的解精度。

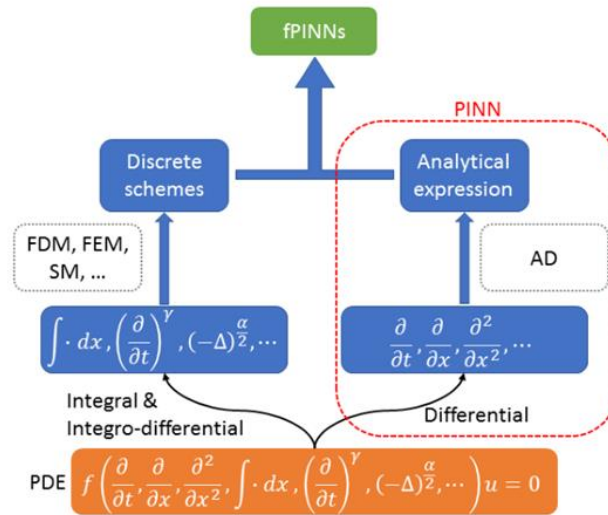


图 1.3 fPINNs 网络拓扑结构图^[73]

Meng 等^[74]提出了一种基于多保真度数据的复合物理信息神经网络（PINNs with Multi-fidelity data sets, MPINNs）。它由三个神经网络组成，第一个神经网络使用低保真数据进行训练，然后与两个高保真神经网络耦合，目的是发现和利用低保真数据和高保真数据之间的非线性或线性相关性。具体地说，在这两种高保真网络中引入了一个松弛参数，该参数可优化为线性子网络和非线性子网络的组

合。通过优化该参数，该模型能够自适应地学习低保真度和高保真度数据之间的线性和复杂非线性关系。MPINNs 可适用于高维问题，且能自适应地学习线性和非线性相关问题，对于强非线性的反问题也能很好适用。

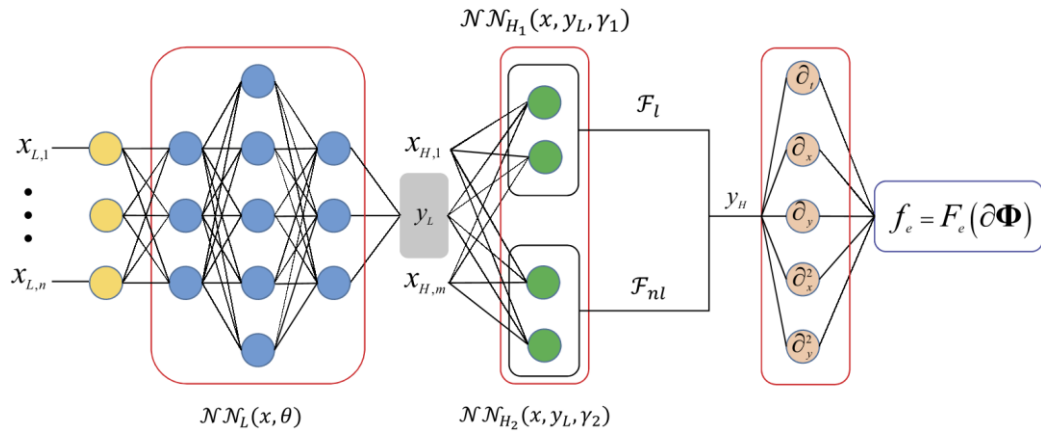


图 1.4 MPINNs 网络拓扑结构图^[74]

Dwivedi 等^[75]提出了分布式物理信息神经网络(Distributed PINNs, DPINNs)，网络结构如图 1.5 所示，通过将计算域划分为更小的子域，类似于有限体积方法的离散策略，并在每个子域单元中配置上 PINNs，以提高计算的性能。该方法解决了深度网络中可能带来的梯度消失问题。虽然这种划分使损失函数变得复杂，但相比于原始 PINNs 算法，DPINNs 在计算域的子域中使用了更简单的神经网络，具有更高的数据效率，且该网络架构的鲁棒性更好，也更容易训练。

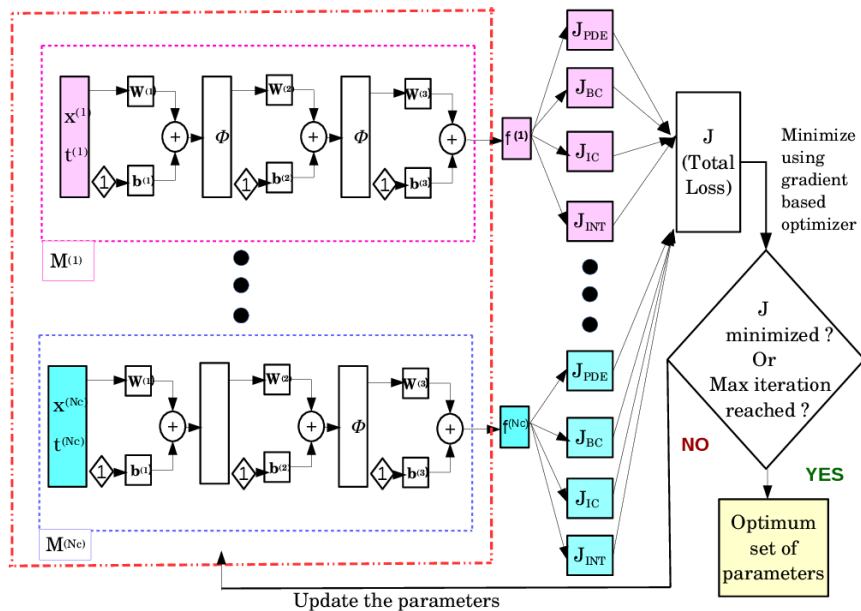


图 1.5 DPINNs 网络结构拓扑示意图^[75]

Meng 等^[76]开发了一个时间并行物理信息神经网络(Parareal PINNs, PPINNs)，如图 1.6 所示，其方法是将一个长时间的问题分解为许多独立的短时间问题，再

由一个快速的粗粒度求解器进行训练，其网络结构如下图所示。相较于直接在大数据集上训练，单独训练小数据集的子网络的速度要快得多，且训练好的 PINNs 可以很容易地并行计算。因此，与原始的 PINNs 方法相比，PPINNs 方法对于偏微分方程的长时间积分可以实现显著的加速，且将解决方案收敛在很少的迭代步数中。

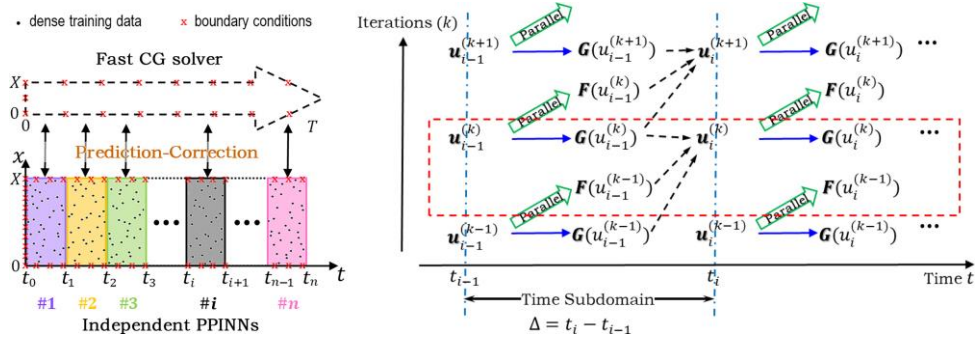


图 1.6 PPINNs 网络结构拓扑示意图[76]

Kharazmi^[77]通过将待求解问题的变分形式嵌入到网络的损失函数中，构建了一个基于变分形式的物理信息神经网络（Variational PINNs, VPINNs），网络结构如图 1.7 所示。适当的分部积分方法可以有效地降低微分算子的阶数，从而降低非线性解空间中所需的正则性，这将进一步减轻 PINNs 在处理非线性函数的高阶导数时的复杂程度，降低计算成本。对于特殊的激活函数，损失函数可以用解析的方式表示，这也为这类函数进行数值分析提供了可能性。在变分公式中，可以使用相对较少的求积点来计算相应的积分，从而代替了 PINN 所需的大量惩罚点。之后 Kharazmi^[78]又对该网络进行了改进，制定了一个针对高阶多项式空间变分物理信息神经网络（high-order polynomials -VPINNs, hp-VPINNs）的通用框架，基于伽辽金法可将高阶解空间进行分解细化，并证明了 hp-VPINNs 可以更有效地处理奇点、陡峭解和急剧变化的问题。

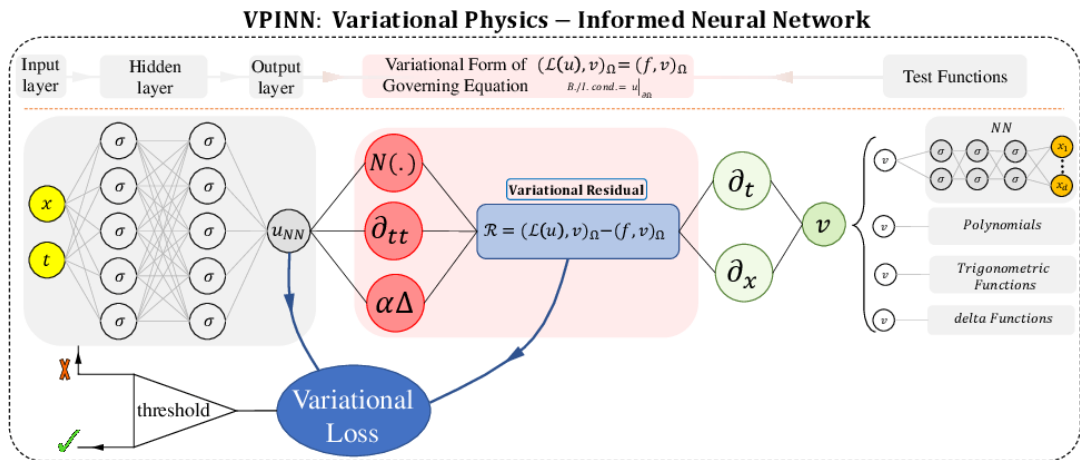


图 1.7 VPINNs 网络拓扑结构示意图[77]

人们希望赋予 PINNs 更多的可能性，比如在不确定性量化方面，也有学者进行了研究。Yang 等^[79]建立了一种贝叶斯物理信息神经网络（Bayesian PINNs, B-PINNs）模型，其网络结构如下所示。在该贝叶斯框架中，结合偏微分方程的 PINNs 和贝叶斯神经网络（Bayesian Neural Networks, BNNs）作为先验，使用哈密顿蒙特卡罗或变分推理作为后验估计。B-PINNs 能利用物理定律预测和量化噪声数据产生的任意不确定性，与 PINNs 相比，B-PINNs 除了能够量化不确定性外，由于其避免过拟合的能力，在噪声较大的情况下可以获得更准确的预测。

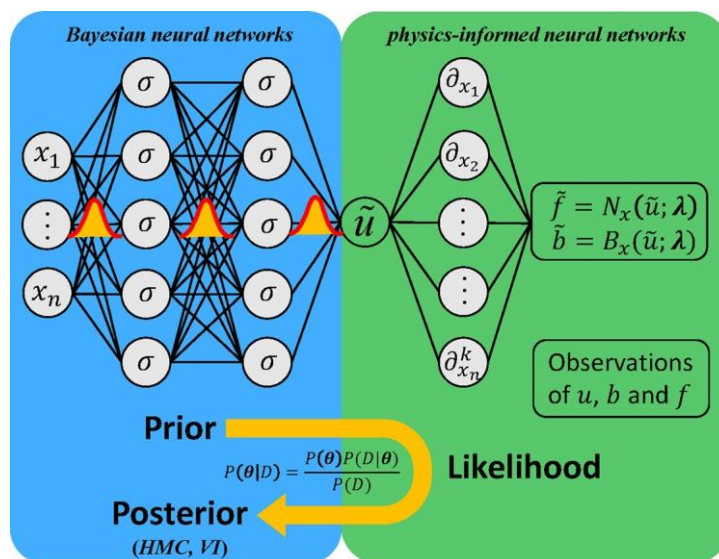


图 1.8 B-PINNs 网络拓扑结构示意图^[79]

Lu 等^[80]针对 PINNs 求解偏微分方程问题，提供了一个基于现有深度学习框架 Tensorflow1.x、Tensorflow2.x 和 PyTorch 的 Python 库，并命名为 DeepXDE 库。该库可支持复杂几何实体域及与时间相关的偏微分方程问题，根据数值实验结果，该库在 Burgers 方程、扩散反应方程的正反问题求解中都可以获得较为精确的结果。由于其代码简洁，用户可自定义网络结构，DeepXDE 也成为科学深度学习有利的研究工具。

以上论述的物理信息深度学习方法，可理解为在深度学习框架基础上，以编码形式嵌入了相关的物理定律控制偏微分方程作为约束，驱动模型向更符合物理定律结果的进行训练收敛，故在此将这一大类融入物理信息的深度学习模型统称为物理驱动深度学习模型（Physics-Driven Deep Learning, PDDL），接下来将对其在各领域的应用展开阐述。

1.3.2 物理驱动深度学习的应用

基于深度学习的极强非线性表征能力，以及嵌入物理信息后能够从稀疏数据中发现更深层的特征信息，许多学者也开始将 PDDL 模型应用到流体力学、固体

计算力学等更广泛的工程科学领域中。

如在流体力学领域，Cai 等^[81]总结了近年来在流体领域的物理驱动深度学习模型应用，很多学者已经在可压缩流体^[82]、多相流问题^[83]、湍流问题^[84]，涡激振动问题^[85]、生物血管流动^[86-88]等流体问题中尝试着运用 PDDL 进行解决。

Sun 等^[89]提出了一种新的不使用任何标记数据的流体模拟代理模型，在网络结构中对初始条件和边界条件进行强约束，并且将流体质量守恒和动量守恒定律作为物理约束信息添加到损失函数中进行训练，即可实现无监督求解。利用该模型对血管动力学问题进行了数值实验，并与 CFD 模拟数据进行对比，表明了其良好的一致性，也为无监督替代流体模型提供了广阔的前景。黄朝琴等^[90]提出了一种针对油气渗流问题的融合物理过程信息深度学习模型，该模型中损失函数项中加入了渗流方程作为额外约束。从研究的单相流和两相流算例结果表明，所提出模型能高效且精确地完成任任务，同时相比于传统纯数据型深度学习，在数据样本减少的情况下，物理驱动深度学习模型仍表现出较高的精确性，而传统模型则会产生较大误差。

Jin^[91]将 N-S 方程的两种不同的数学公式通过自动微分直接编码到深度神经网络，以克服模拟不可压缩层流和湍流的一些局限性，并且将迁移学习引入该模型中，证明可进一步降低计算成本，提高准确性。Raissi 团队^[92]考虑基于物理知识深度学习框架来解决流动可视化问题。该模型将 Navier-Stokes 方程嵌入到神经网络中，从可视化流动中提取定量信息，利用少数浓度场的快照，定量地得到了流体的速度场和压力场。并将该方法用于动脉瘤中的血液流动中，证明了此模型的有效性且具有重要的应用前景。

除了流体领域，研究人员也将 PDDL 运用到其他工程领域。如在求解固体力学相关问题上，此类模型也发挥出巨大潜力。Samaniego^[93]提出以嵌有机机械能量物理信息的深度神经网络作为函数近似，探索其在线弹性、超弹性中的机械问题应用，如断裂的相场建模，压电效应以及基尔霍夫板的弯曲。唐明健等^[94]针对矩形薄板力学正反问题引入了物理信息深度学习模型进行求解，在损失函数中嵌入了相应的薄板弯曲方程以及基本的本构关系条件等物理信息，并对比了传统数据驱动型深度学习，发现新模型可以减少训练数据需求，计算迭代成本更低。Rao 等^[95]提出了一种无需使用监督数据的 PDDL 模型来解决弹性动力学问题，将位移分量和应力分量都作为网络的输出，融合物理控制方程后极大地提高了网络的精度和可训练性，显示了该方法在计算力学应用中的前景。

在模拟材料断裂方面，Goswami 等^[96]提出一种新的 PDDL 模型来解决脆性断裂问题，该方法通过使系统的变分能量最小化来进行训练。与普通的物理信息模型相比，此法的边界条件的施加相对更简单且更可靠，其次，以变分能量的函

数形式存在的导数的阶次比以残差形式存在的阶数低，因此训练网络更快。Shukla 等^[97]使用 PDDL 解决了识别和表征金属板中表面裂纹的问题，其核心思想在于通过该深度学习模型预估金属板的声速，允许声速与空间有关，声速突变处即是裂纹，以此确定并表征裂纹的位置。该结果也进一步验证，仅通过使用少部分稀疏数据就可以在整个域上重建完整的波场信息，从而极大地减少了数据采集过程的成本和时间。

Zhang 等^[98]开发了一个物理信息卷积神经网络框架，将动力学方程作为物理约束条件嵌入到神经网络中，用于地震反应建模和建筑物的适用性评估。结果表明，该方法能够准确地预测建筑物的地震反应，经过训练的网络结构可以用作结构地震反应预测的替代模型。随后，其团队尝试将部分的物理知识整合到深度长短期记忆（long short-term memory, LSTM）网络中^[99]。针对结构的动力学问题，考虑了运动方程、状态相关性和滞回本构关系的物理规律，并以此作为物理信息嵌入到网络结构中。与受地震动激励的非线性结构数值响应结果相比，获得了令人满意的结果，也进一步说明了基于物理的深度学习模型优于经典的纯数据驱动神经网络模型，嵌入物理信息后可以减轻网络的过拟合问题，并减少对海量训练数据集的需求，提高训练模型的鲁棒性。

在其他工程领域，如超材料建模设计^[100, 101]、电力系统领域^[102, 103]、热传导^[104, 105]等方面 PDDL 也展现出其良好的泛化能力与预测精度。

另一方面，在求解 PDEs 反问题过程中，相较于传统的数值方法，物理驱动深度学习仅需在正问题求解的基础上调整极少量代码即可，方法简便，也获得许多学者青睐。

Mao^[106]基于 PDDL 来近似模型高速气动流动的欧拉方程，并且证明了在标准技术难以解决的反问题上该方法更具有优越性。He 等^[107]利用物理信息深度神经网络方法，对在地下传输问题中非均匀性多孔介质的数值模型进行计算，同时，从稀疏测量中进行了参数和状态估计，估算了水力传导率、水头和浓度场。赵瞰等^[108]在物理驱动深度学习中融入了一维热传导方程，并尝试基于噪声标签数据对该方程中的未导热系数进行识别，结果证明了该方法具有较强的鲁棒性。Chen 等^[109]利用 PDDL 模型对光子超材料和纳米光学技术中的代表性逆散射问题进行了求解，考虑了辐射和有限尺寸效应，大大拓宽了超材料的设计空间，超越了传统有效介质理论的限制。利用有限元数值模拟结果，证明了此方法的可行性。也有学者在材料设计^[110]，相场断裂模型^[111]，非均质材料模数的推断^[112]等领域积极探索与尝试用于 PDDL 求解反问题。

1.4 本文研究内容及方法

由上文可知,基于传统数值方法对于输流管道的流固耦合动力学问题求解存在着其局限性,当部分物理信息未知时,对于参数信息的识别亦较为艰巨。而物理驱动深度学习方法,通过自动微分技术将描述物理信息定律的偏微分方程嵌入到损失函数中,可以有效地从稀疏的数据甚至无标签数据中进行学习训练,从而可得到一个替代模型逼近于 PDEs 的解,目前已有大量学者将其运用到了各个工程物理领域中,用以求解描述不同物理定律的 PDEs 的正问题和反问题。

因此,本文拟采用基于物理驱动深度学习方法进行对输流管道的流固耦合动力正反问题进行研究,其内容主要及方法由以下几部分组成。

第二章从理论和数值模拟角度出发,对流固耦合问题中的基本理论进行了说明,考虑管道固体和管内液体在轴向运动的摩擦耦合与泊松耦合作用,在经典水锤方程的基础上进行了推导,得到了轴向 4-方程组耦合振动模型。同时,基于管道 Euler-Bernoulli 梁理论模型,利用 Hamilton 原理建立了管道横向振动的控制方程。通过 CFD 商业计算软件建立了一段输流直管模型,进行了双向流固耦合数值分析,探讨了管道在考虑流固耦合作用下固有振型与频率的改变,同时也分析了管道系统动力特性并提取了 CFD 模拟结果数据,为后续工作提供理论研究基础和训练数据集。

第三章为基于物理驱动深度学习模型进行输流管道流固耦合正问题求解。首先全面梳理了的深度学习基础理论,阐释了物理驱动深度学习的基本原理、网络结构、优化算法及程序实现步骤等关键信息。分别将前述建立的横向流致振动方程和纵向振动耦合模型方程,作为物理信息约束嵌入网络框架中构建了相应的物理驱动深度学习模型。模型中采用稀疏的 CFD 仿真模拟数据作为标签数据,结合大量无标签自由数据进行模型训练。训练完成后,将其应用于测试集中进行预测。通过同 CFD 模拟结果的对比,评估该模型的预测精度。

第四章为基于物理驱动深度学习模型对输流管道系统信息未知的情况进行识别。基于前述已建立的物理驱动深度学习模型,把未知参数看作是网络训练更新的一部分,利用稀疏的 CFD 模拟结果数据及大量无标签数据进行训练,对于难以确定的参数如流体截面的平均流速和管道的弯曲刚度等参数进行了识别。通过比较参数最后的收敛结果与真实值,评估该模型在稀疏数据下参数识别的准确性。

第五章主要对前述的工作进行了总结归纳,并对之后的研究方向进行了展望与陈述,包含关于输流管道控制方程数学模型建立、模型结构算法等方面的优化改良思路及措施。

第 2 章 输流管道流固耦合理论基础

2.1 引言

如绪论所述,输流管道已广泛应用于各行各业之中,在社会生产及国家战略布局上均发挥着重要作用。输流管道内部流体流经固体时会在流固交界面处对固体产生流体作用力,使固体发生往复相对运动,这种流体引发固体振动的现象被称为流致振动。流致振动是常见的流固耦合现象,广泛存在于实际工程中,其极强的损毁破坏力会对生产造成巨大的损失。

流致振动的模型建立和求解较为复杂,为了更清晰地研究输流管道流固耦合动力响应特性,本章主要针对流固耦合问题展开论述,阐明其基本理论和研究方法,基于流体的基本方程及流固耦合条件,在经典水锤方程式基础上进行了输流管道轴向振动控制方程推导;并且对高流速下的基于 Euler 梁模型的输流管道横向振动进行分析;最后运用 CFD 软件进行输流管道流固耦合振动的数值模拟。

2.2 流体域控制方程

2.2.1 流体运动控制方程

通常情况下,管道内流体的流动都遵循着质量守恒定律、动量守恒定律、能量守恒定律。

(1) 质量守恒方程

质量守恒定律可简单表述为流体微元中流入与流出的流体质量净值,应等同于同时间段内该微元内物质的增量,该定律几乎适用于所有流体。根据此定律,质量守恒方程可表示如下:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_f}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_f}{\partial y} + \frac{\partial \rho w_f}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

式(2.1)中, ρ 为液体密度, t 为时间, u_f 、 v_f 、 w_f 为流体速度在 x 、 y 、 z 方向上的速度。

引入矢量符号 $\text{div} \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = 0$, 式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_f}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_f}{\partial y} + \frac{\partial \rho w_f}{\partial z} = 0$

(2.1) 可以简化写为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}_f) = 0 \quad (2.2)$$

式中, \vec{u}_f 为流体速度矢量。式 (2.1) 述的是连续方程的一般形式, 对于密度不发生改变不可压缩流体, 可写作:

$$\frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{\partial v_f}{\partial y} + \frac{\partial w_f}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

(2) 动量守恒方程

动量守恒定律是从牛顿第二定律角度对流体状态进行描述的, 具体可表述为流体微元体中动量与时间之比恒等于微元体的合外力, 则该 x 、 y 、 z 三个方向的动量守恒的表达式为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho u_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u_f \vec{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x \\ \frac{\partial \rho v_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v_f \vec{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y \\ \frac{\partial \rho w_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w_f \vec{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + F_z \end{cases} \quad (2.4)$$

式中流体微元体上的压力表示为 p , τ_{xx} 、 τ_{xy} 和 τ_{xz} 各自对应微元体表面上的粘性应力 τ 的分量, F_x 、 F_y 和 F_z 表示为作用在微元体上的体积力分量。

式 (2.4) 是对于多种类型的流体均普遍适用。以牛顿流体为例, 考虑到其粘性应力与流体的变形率成一定比例, 其方程可以表示为:

$$\begin{cases} \tau_{xx} = 2\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}_f & \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_f \left(\frac{\partial u_f}{\partial y} + \frac{\partial v_f}{\partial x} \right) \\ \tau_{yy} = 2\mu_f \frac{\partial v_f}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}_f & \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu_f \left(\frac{\partial u_f}{\partial z} + \frac{\partial w_f}{\partial x} \right) \\ \tau_{zz} = 2\mu_f \frac{\partial w_f}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}_f & \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu_f \left(\frac{\partial v_f}{\partial z} + \frac{\partial w_f}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (2.5)$$

式 (2.5) 中 μ_f 为动力黏度, λ 为第二黏度, 通常取 $\lambda = -\frac{2}{3}\mu_f$ 。代入式 (2.5) 至式 (2.4) 中, 则得到:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho u_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_f \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \bar{u}_f + F_x \\ \frac{\partial \rho v_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_f \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} \bar{u}_f + F_y \\ \frac{\partial \rho w_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_f \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \bar{u}_f + F_z \end{cases} \quad (2.6)$$

式 (2.6) 则为一般流体动量守恒的运动方程, 也常被称为 Navier-Stokes (N-S) 方程, 描述不可压缩流体时, 可简化为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho u_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_x \\ \frac{\partial \rho v_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_y \\ \frac{\partial \rho w_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w_f \bar{u}_f) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + F_z \end{cases} \quad (2.7)$$

(3) 能量守恒方程

在考虑流体中具有热交换的情况下, 必须将能量守恒方程作为系统的控制方程。基于热力学第一定律, 可得出能量守恒方程表示如下:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho T_c)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T_c)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T_c)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w T_c)}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_h}{C_p} \frac{\partial T_c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_h}{C_p} \frac{\partial T_c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_h}{C_p} \frac{\partial T_c}{\partial z} \right) + S_T \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$p = p(\rho, T_c) \quad (2.9)$$

对于理想流体, 状态方程可写为:

$$p = \rho R T_c \quad (2.10)$$

式 (2.8) 中 T_c 为热力学温度, C_p 为比热容, k_h 为流体传热系数, S_T 为黏性耗散项, R 为摩尔气体常数。

2.2.2 湍流模型

在自然界中, 大部分的流动均可以视为湍流状态, 而湍流的运动中流体质点不断相互掺混, 体现出其非定常的性质。湍流的众多物理量, 如速度和压力等脉动紊乱, 具有很强的随机性, 需要采用一定的方法, 才能对流体的控制方程进行

封闭求解。

目前湍流的数值模拟方法主要有两大类，第一类为直接模拟法（Direct Numerical Simulation, DNS），即直接求解式（2.6）描述的瞬态动量守恒 N-S 方程，该方程适用于所有类型的流体，但因湍流具有脉动性，直接求解三维瞬态 N-S 方程需要巨大的计算资源，故此方法并不常用。第二类则为非直接数值模拟方法，即先在一定程度上简化湍流流场后，再进行相应求解。如图 2.1 所示即为湍流数值模拟的分类^[113]，基于其选用的方法和近似简化的程度不同而进行分类。

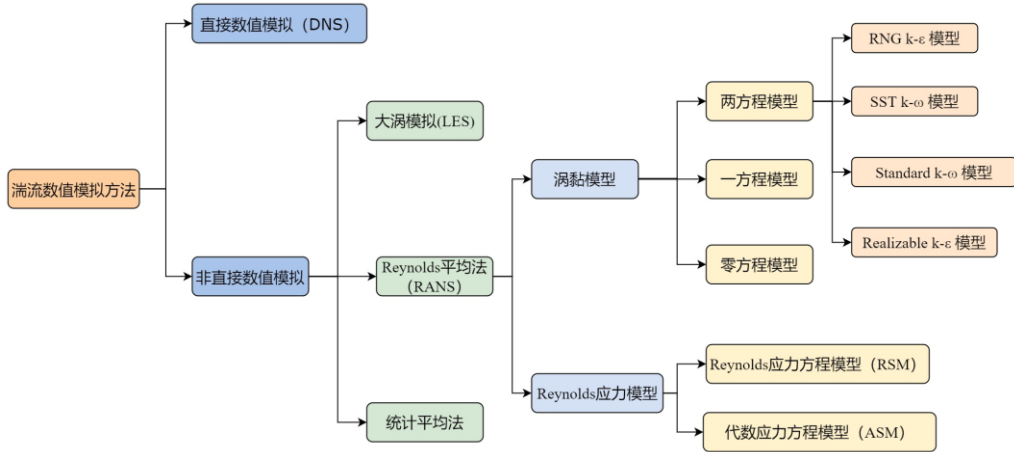


图 2.1 湍流数值模拟方法及其对应的湍流模型

大涡模拟（large eddy simulation, LES）方法，将某种空间尺度以下的湍流涡进行平均后，得以精确求解该尺度以上所有湍流尺度的运动。相较于其他方法，LES 方法能够提取到一些非稳态的信息如湍流流体在非平衡过程中可能出现的大尺度效应和拟序结构信息等。但获取以上信息需要以巨量的计算成本为代价，这也使得 LES 在实际工程中运用仍存在一定难度。

通常，在工程中人们最为关注的是湍流流场的平均量，Reynolds 平均法（Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, RANS）中对于湍流流场的近似简化处理则采用了统计学中的平均方法。以不可压流动为例，将速度矢量 u_i 和压力矢量 p 写成

$$u_i = \bar{u}_i + u_i', \quad p = \bar{p} + p' \quad (2.11)$$

式（2.11）中， \bar{u}_i 和 \bar{p} 表示时间平均量， u_i' 和 p' 表示脉动量。将式（2.11）代入流体域的控制方程中，可以得到雷诺平均后的 N-S 方程，即目前被广泛使用的 RANS 方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (2.13)$$

从修正后的 RANS 方程来看, 时间平均后的 N-S 动量方程产生了新的应力项, 即雷诺应力张量。雷诺应力项主要由脉动量引起, 它将脉动作用反应于时均流场中。直接使用 N-S 方程中的变量求解雷诺应力是不可行的, 故引入额外的方程使方程组封闭。基于对雷诺应力预设的前置假设和处理方式不同, 划分为 Reynolds 应力模型和涡黏模型。更进一步而言, 涡黏模型又可分为零方程模型、一方程模型和两方程模型。以最常用的涡黏模型为例, 雷诺应力的封闭项源于能量的耗散和动量法向运输过程, 即:

$$\begin{aligned} -\rho \overline{u'_i u'_j} &= \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k = 2\mu_t S_{ij} \\ S_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

式中, S_{ij} 为拉伸应变率, k 为湍流动能。上式对雷诺应力和平均流动应变率假设为正比关系, 其比值被定义为涡黏系数 μ_t 。虽然线性涡黏假设在法向剪切的各向异性方面无能为力, 对于传导和扩散引起的剪切应力输运作用也无法精确地模拟, 但由于其形式简单, 并且对于大部分流动的适应性很好, 因此在工程湍流模拟中应用十分广泛。

基于时间平均方法和涡黏性假设, 只需要给出 μ_t 的合理计算取值, 便可完成湍流模拟问题的封闭。从量纲角度分析, 涡黏性系数 μ_t 和速度尺度 v 与湍流长度尺寸 l_t 之间存在以下关系式:

$$\mu_t = \rho v l_t \quad (2.15)$$

式 (2.15) 反映出涡黏性系数的确定与速度尺度与湍流特征尺度有关, 零方程中的涡黏性系数模型仅依赖于经验和代数方程确定; 一方程模型则为采用一个输运方程对 μ_t 进行; 若采用两个输运方程对 μ_t 求解则被称为两方程模型。目前最常用的两方程模型, 是由 Launder 和 Sharma^[14]提出的一种带有壁面阻尼函数 (wall damping function, WDF) $k-\varepsilon$ 的模型, 该模型通过实验结果确定了方程中的经验常数, 对于大多数湍流流体具有适用性。

2.3 输流管道流固耦合振动模型

2.3.1 输流管道物理模型

如图 2.2 物理模型简图所示, 选取横截面为圆环形的输流直管, 以水平形式放置, 其两端的支承以简支。

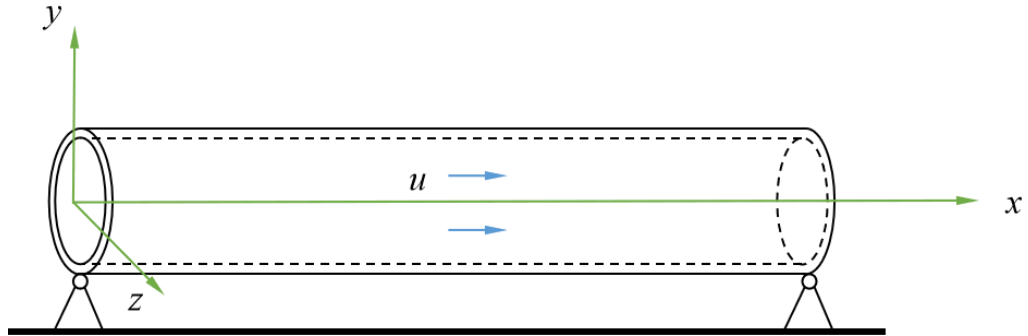


图 2.2 两端简支的输流管道模型

管道的长度为 L , 管道的材料密度为 ρ_g , 横截面外径为 D , 内径为 d , 壁厚为 e , 圆环形横截面面积为 A_g , 管道内部的流体速度为 u_f , 压强为 p , 流体的密度为 ρ_f 。

根据管道的振动周向模态, 可以将管道视为壳模型和梁模型, 但通常情况下壳模型求解过程相对困难, 不适宜运用于实际工程中的管道系统。当管道以弯曲变形为主导地位的振动时, 可以简化为 Timoshenk 梁模型或者 Euler-Bernoulli 梁, 采用管路横截面中位线的运动控制方程作为管路运动的近似方程, 这种方法极大程度简化了求解过程, 并能获得较为精确解。

2.3.2 耦合界面

通常在流固耦合计算问题中, 流体域和固体域是单独分开建立的, 实际的耦合作用仅发生于管道内部流体与管道内壁界面交界处, 物理量的传递均通过流固耦合界面进行, 其遵循基本的守恒定律如下:

$$d_g = d_f \quad (2.16)$$

$$n \cdot \tau_f = n \cdot \tau_g \quad (2.17)$$

式 (2.16) 代表运动学平衡方程, 其中 d_g 和 d_f 表示耦合界面上管道的位移和流体的位移, 式 (2.17) 表示力平衡方程, 其中 τ_g 和 τ_f 表示耦合界面上管道的应力和流体的应力。耦合界面处, 输流管道固体结构和管道内部流体间力和位移的

传递如图 2.3 所示：

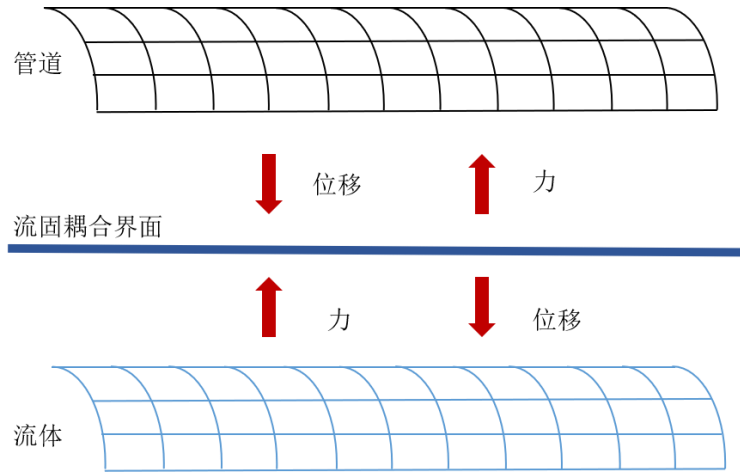


图 2.3 耦合界面处固体与流体力和位移传递示意图

2.3.3 管道流固耦合轴向振动模型

从前述讨论中可知，已有许多学者建立了管道耦合数学模型，其中较为经典的有水锤方程模型，写作如下形式：

$$\frac{\partial u_f}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0 \quad (2.19)$$

其中， u_f 表示液体流速， p 表示液体压强， K 表示管内流体的体积模量。

在经典水锤模型的基础上进行扩展，截取输流管道上的长度为 dx 的微元管段进行受力分析，如下图 2.4 所示，其中 σ_x 表示管壁 x 向应力， u_0 为管道内部液体定常流速， τ 表示单位长度管壁受到流体轴向摩擦力。

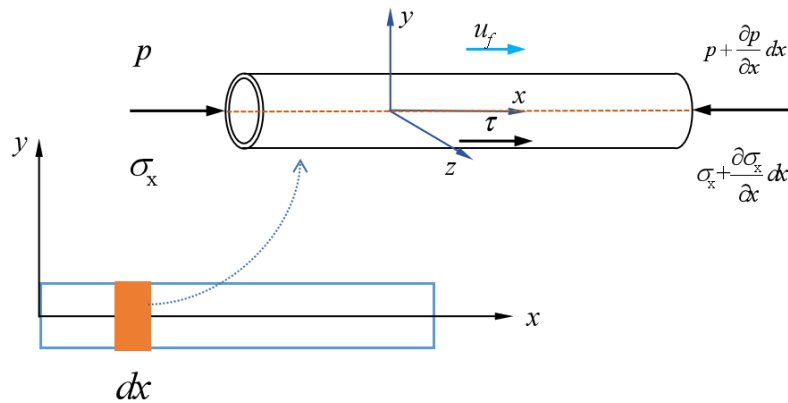


图 2.4 管道微元轴向受力分析图

(1) 管内流体微元的力平衡方程

管内流体微元轴向运动方程为：

$$\rho_f A_f \left(\frac{\partial u'_f}{\partial t} dx + u_f \frac{\partial u'_f}{\partial x} dx \right) = p A_f - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) A_f - \tau dx \quad (2.20)$$

其中, A_f 为管道内流体的流经横截面面积, u_f 为流体的速度, 包括流体的定常速度 u_0 和平均脉动速度 u'_f , 即 $u_f = u_0 + u'_f$; p 为流体内部压强, 包括流体的定常压强 p_0 和平均脉动压强 p' , 即 $p = p_0 + p'$ 。当输流管道内流体介质的速度较大时, 流速的常速度项远大于其脉动速度项, 所以由脉动速度产生的流体迁移力可以忽略, 根据流体力学基本公式, 可知流体与管壁之间的摩擦力为:

$$\tau = \rho_f A_f \frac{f_s}{2d} |u_{gf}| u_{gf} \quad (2.21)$$

f_s 表示摩擦因数, 其大小取决于流体的雷诺数 Re 。 u_{gf} 表示流体与管壁的对速度, $u_{gf} = u_f - u_g$ 。

式 (2.20) 可以简写如下:

$$\frac{\partial u'_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u'_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{f_s}{2d} |u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t}| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \quad (2.22)$$

(2) 管道轴向力平衡方程

当忽略管壁的阻尼时, 输流管道在轴方向的运动应满足:

$$\rho_g A_g dx \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + A_g \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx = \tau_x dx \quad (2.23)$$

其中, u_x 代表管道轴向位移, 上式可以化简为:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} |u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t}| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \quad (2.24)$$

(3) 管道几何物理相容方程

根据管壁的应力应变相容方程及胡克定律, 可以得到管道轴向振动的物理方程:

$$-\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + E \frac{\partial u_x}{\partial x \partial t} + \frac{vd}{2e} \left(\frac{d}{d+e} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2.25)$$

在管道厚径比小于 0.5 时, 可视作薄壁管道模型, 忽略管道壁厚的影响, 即:

$$-\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + E \frac{\partial u_x}{\partial x \partial t} + \frac{vd}{2e} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2.26)$$

(4) 流体的连续方程

基于连续方程, 并对流体截面压强速度值作均值处理后, 参考文献^[115]可以整理得到下式:

$$\frac{1}{K^*} \frac{\partial p}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{\partial u'_f}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

其中, K^* 表示经修正考虑了管壁弹性因素的流体体积弹性模量, 表示为:

$$K^* = \left\{ \frac{1}{K} + \frac{d}{Ee} \left[\frac{2(1-\nu^2)}{2+2e/d} + 2e(1+\nu)/d \right] \right\}^{-1} \quad (2.28)$$

忽略管壁的径向应力和变形的影响, 则式 (2.28) 可以进一步简化为:

$$K^* = \left[\frac{1}{K} + \frac{d}{Ee} (1-\nu^2) \right]^{-1} \quad (2.29)$$

ν 为管道的泊松比, E 为固体管道的杨氏模量, e 为管壁厚度。

式 (2.22)、式 (2.24)、式 (2.26) 和式 (2.27) 共同构成了输流管道轴向振方程。由上述推导可知 $\partial u_f / \partial t = \partial(u_0 + u'_f) / \partial t = \partial u'_f / \partial t$, $\partial u_f / \partial x = \partial(u_0 + u'_f) / \partial x = \partial u'_f / \partial x$, 为了表达更加简洁, 可写作如下形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ -\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + E \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\nu d}{2e} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{K^*} \frac{\partial p}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

方程组中第一项与第四项是关于流体域的动量和连续性方程, 第二项与第三项是关于管道振动的方程。从式 (2.30) 中, 可以看出在管道的轴向运动方程与流体的控制方程中考虑了摩擦耦合作用以及泊松耦合作用。

2.3.4 管道流固耦合横向振动方程

当流速较大时, 不可忽略的液体的离心力以及科氏力, 且当管道的长细比较大, 可以视作细长梁时, 可以采用 Euler-Bernoulli 梁理论建立模型分析, 忽略输流管道的剪切变形和截面扭转的影响, 一定程度上简化了求解过程, 同时也能够满足求解精度需求。

对于一个开放系统的 Hamilton 原理可以由下表示:

$$\int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta H dt = 0 \quad (2.31)$$

$$\delta H = \delta W + \iint_S \rho (u \cdot \delta r) (V - u) \bar{n} ds \quad (2.32)$$

上式中, T 是系统的动能, V 是系统的势能, δr 代表虚位移。

以一两端简支细长输流直管道为例，其平均常速度与平均常压强远大于脉动速度与脉动压强，可以用常速度和常压强带代替流体速度与流体压强，整个系统的外力虚功可视为仅来源于压强，即：

$$\delta H = \iint_{S_c(t)+S_i+S_o(t)} \rho(\vec{n} \cdot \delta \mathbf{r}) ds + \iint_{S_i+S_o(t)} \rho(\mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{r})(V - \mathbf{u}) \cdot \vec{n} ds \quad (2.33)$$

$$\delta H = \iint_{S_i(t)} \rho(\mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{r})(V - \mathbf{u}) \cdot \vec{n} ds = -m_f \bar{u}_f (\vec{r}_L + u_0 \vec{\tau}_L) \cdot \delta \mathbf{r}_L dt = 0 \quad (2.34)$$

其中：

$$\vec{r}_L = \dot{x}_L \vec{i} + \dot{y}_L \vec{j} = \dot{u}_L \vec{i} + \dot{w}_L \vec{j} \quad (2.35)$$

$$\vec{\tau}_L = x'_L \vec{i} + y'_L \vec{j} = \left(1 - \frac{1}{2} w_L'^2\right) \vec{i} + w_L' \vec{j} \quad (2.36)$$

$$\delta \mathbf{r}_L = \delta \dot{u}_L \vec{i} + \delta \dot{w}_L \vec{j} \quad (2.37)$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V - m_f \bar{u}_f^2 u_L) dt - \int_{t_1}^{t_2} m_f u_0 (\dot{w}_L + \bar{u}_f w_L') \delta w_L dt = 0 \quad (2.38)$$

其中， S_c 表示管道的壁面面积， S_i 和 S_o 代表分别代表流体的入口和出口的表面积，流体相对于管道没有虚位移，并且假设入口处的流体流速与压强为常量，出口处的流体压强为 0。 m_f 代表流体单位长度质量， m_g 代表固体管道单位长度质量，即可写作：

$$T_g = \frac{1}{2} m_g \int_0^L \dot{w}_L^2 ds \quad (2.39)$$

$$T_f = \frac{1}{2} m_f \int_0^L \left[(\dot{x} + \bar{u}_f x')^2 + (\dot{y} + \bar{u}_f y')^2 \right] ds \quad (2.40)$$

$$T_f = \frac{1}{2} m_f \int_0^L (\bar{u}_f^2 + \dot{w}_L^2 + 2\bar{u}_f \dot{w}_L w_L' + 2\bar{u}_f \dot{u}_L) ds \quad (2.41)$$

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^L w_L''^2 ds \quad (2.42)$$

$$-\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L (EI w_L'''' + m_f \bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + (m_f + m_g) \ddot{w}_L) \delta w_L ds dt = 0 \quad (2.43)$$

当不计管道流体压强，结构阻尼等作用时，输流管道的结构动力学方程如下：

$$EI w_L'''' + m_f \bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + (m_f + m_g) \ddot{w}_L = 0 \quad (2.44)$$

式 (2.44) 也是最基本的流体诱发振动微分方程，等式左端依次代表管道的弯曲恢复力，流体在管道弯曲作用下的离心力，流体因管道扭转产生的科氏力，

以及整个系统的惯性力。当考虑到流体内部压强以及结构阻尼时，完整动力学方程为：

$$EIw_L'''' + (m_f + pA_f)\bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + C\dot{w}_L + (m_f + m_g)\ddot{w}_L = 0 \quad (2.45)$$

但在上式中对流体速度是有一定的假设前提的，即管内流体均做平推流运动，但由于管道内部流体实际情况，如管壁粗糙，流体为湍流状态等，截面流速平方的平均值并不等同于流速平均的平方值，上式成立条件不满足。Guo 等^[116]在式(2.44)的基础上做了一定的修正，得到了如下控制方程

$$EIw_L'''' + \alpha m_f \bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + (m_f + m_g)\ddot{w}_L = 0 \quad (2.46)$$

α 为修正系数，由他们的研究可知，当流体为平推流时， $\alpha=1$ ；当流体为层流时， $\alpha=4/3$ ；当流体为湍流时，修正系数可由以下式子表示。

$$\alpha = 1 + \frac{5}{9} \left(\frac{u_{\max} - \bar{u}_f}{\bar{u}_f} \right)^2 \quad (2.47)$$

u_{\max} 表示流体中心处最大速度，结合到管壁材料粗糙程度，该团队也给出了管路内壁粗糙时， α 在雷诺数 $Re = 3 \times 10^3 \sim 3 \times 10^5$ 时对应值为 1.035~1.055；管道内壁光滑时， α 在雷诺数 $Re = 3 \times 10^3 \sim 3 \times 10^5$ 时对应值为 1.015~1.040。

2.3.5 管道振动边界条件

以上则为输流管道轴向耦合振动与横向流致振动的控制方程，在求解时还需确定其边界条件。在此列举出四种不同的两端支承条件，分别表示为：

两端固定支承：

$$\begin{aligned} u_x(0,t) = u_x(L,t) &= \frac{\partial u_x(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u_x(L,t)}{\partial x} = 0; \\ w(0,t) = w(L,t) &= \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} = 0; \end{aligned} \quad (2.48)$$

一端固定，一端简支：

$$\begin{aligned} u_x(0,t) = u_x(L,t) &= \frac{\partial u_x(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_x(L,t)}{\partial x^2} = 0; \\ w(0,t) = w(L,t) &= \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial w^2(L,t)}{\partial x^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.49)$$

两端简支：

$$\begin{aligned}
 u_x(0,t) = u_x(L,t) &= \frac{\partial^2 u_x(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_x(L,t)}{\partial x^2} = 0; \\
 w(0,t) = w(L,t) &= \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = 0;
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

悬臂式且 $x=0$ 端为固定端:

$$\begin{aligned}
 u_x(0,t) &= \frac{\partial u_x(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_x(L,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u_x(L,t)}{\partial x^3} = 0; \\
 w(0,t) &= \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0;
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

2.4 CFD 数值模拟

2.4.1 CFD 理论简介

计算流体力学 (Computational Fluid Dynamic, CFD) 是一门用以分析和模拟流体力学问题的交叉学科, 借助于计算机强大的计算能力和数学建模性能对流体模型进行求解。90 年代后得益于计算机技术的持续进步, CFD 也得到了飞速发展, 并成为流体力学相关方面研究中的重要研究方法。

FLUENT 得益于其强大的前后处理性能、直观易懂的操作界面, 已成为当下最为广泛使用的商用 CFD 软件, 工程适用性极强。FLUENT 软件在解决流动计算问题时, 能够基于不同的离散格式和数值方法组合, 得以高效完成求解任务。

针对流固耦合问题, 分离解法仍是如今的主流求解方法, 其基本思想为独立求解流体域和固体域, 在流固耦合交界面进行力和位移的数据传递来达到“耦合”的目的。依据数据传递的方式不同, 流固耦合分析可以分为两种形式, 即单向流固耦合分析和双向流固耦合分析。

通常而言, 单向流固耦合分析, 计算中只在流固耦合界面处传递单向传递 CFD 计算结果, 包括耦合面上的压力、温度、对流荷载等数据传递给到固体结构分析中, 但固体分析结果将不再传递给流体域。对于固体变形非常小的情况, 其作用可忽略不计, 以单向流固耦合分析是合理且适用的。

另一方面, 双向流固耦合分析, 则意味着发生于流固耦合面处的数据交换是流-固间双向的, 流体计算结果数据和固体计算结果数据将按照设定次序依次相互传递。特别是在固体变形明显, 会影响流体流动的情况下, 双向流固耦合分析是必不可少的, 如血液在血管中的流动、油箱的晃动和振动分析等。

从两者的定义及分析区别比较, 在进行流固耦合分析时, 单项流固耦合分析

适用于静态结构性能或者变形微小的问题,而对于结构动态响应和变形较大的情况,基于双向耦合分析方法更为合理和准确。

2.4.2 几何模型建立

在本文的研究中,以一水平输流直管段进行 CFD 分析,首先建立输流管道三维有限元模型如图 2.5,管道长度 L 为 1 m,管道横截面内部直径 d 为 12 mm,外径直径 D 为 14 mm;管道材料为普通钢材,密度 ρ_g 为 7850 kg/m^3 ,弹性模量 E 查表可知为 210 GPa,泊松比 ν 为 0.30;管道内部流体设置为水,其密度 ρ_f 为 998.2 kg/m^3 ,动力黏度为 u_f 为 $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$,流体入口面初始静压为 0,流速设置为 50 m/s ,出口为压力出口,静压为 0。

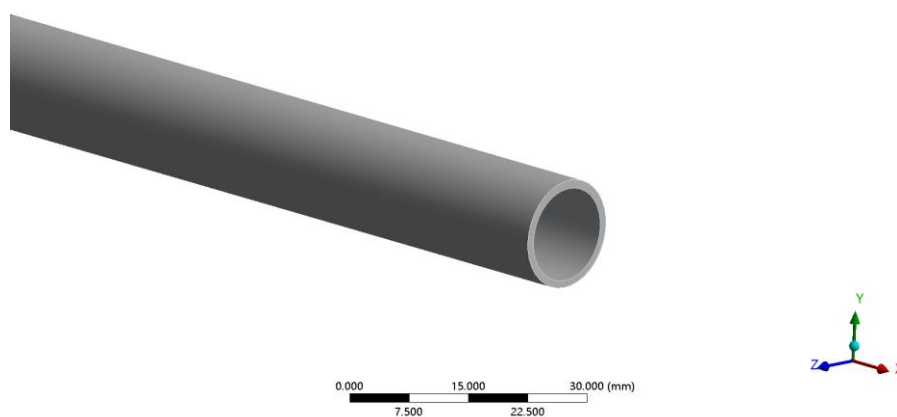


图 2.5 ANSYS 输流直管三维模型

2.4.3 计算网格划分

耦合分析中如若网格变形过大则会导致负网格的出现,会引发计算错误而停止,针对此类问题,FLUENT 采用的解决方案是标准的网格重构技术,即动网格技术。故对于流体模型部分使用四面体节点单元进行划分,并将管道内壁与管内液体耦合面设置为动网格区域。

固体与流体的网格划分采用了不同的形式,管内流体域采用四面体网格进行划分,而固体管道结构采用六面体八节点单元进行网格划分。网格划分的质量、形状等关系着后续有限元计算的准确性与计算效率,若网格划分过细则会造成计算时间过长,计算成本过高的问题,但若网格过于粗略,虽然一定程度上减轻了计算耗费,但可能导致计算结果难收敛的问题。为解决上述问题,在此进行网格无关性验证。共设置了 6 组不同的网格划分模式,通过比较在输流管道跨中截面应力平均值的大小,如表 2.1 和图 2.6 所示,不难发现当划分网格流体网格单元

数达到 412232，固体网格数达到 16640 时，即可获得较高精度结果，且不至于消耗过多计算资源。

表 2.1 网格数及对应跨中应力值

组数	流体网格数	固体网格数	跨中截面应力值 (MPa)
1	32800	4160	3.024
2	122754	7140	2.903
3	226588	16640	2.872
4	412232	16640	2.805
5	642633	33280	2.804
6	874322	33280	2.801

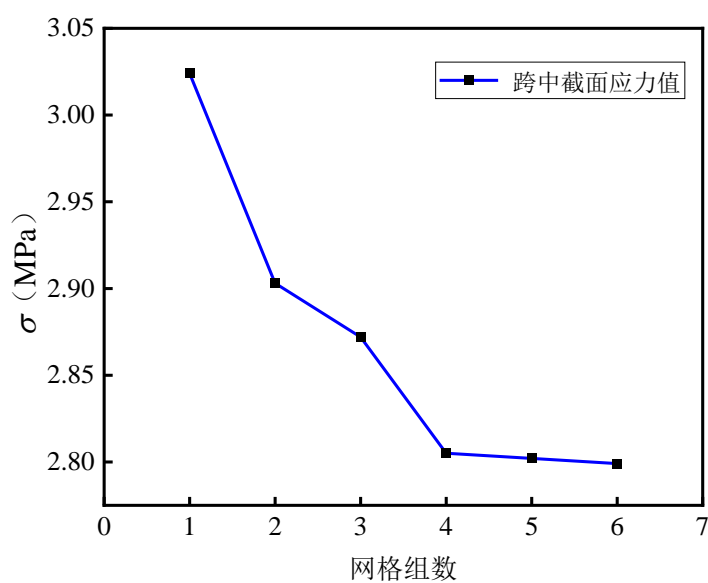


图 2.6 网格无关性验证

最终网格划分后的有限元模型如图 2.7 所示，图中左侧为流体网格划分结果，右侧为固体网格划分结果。

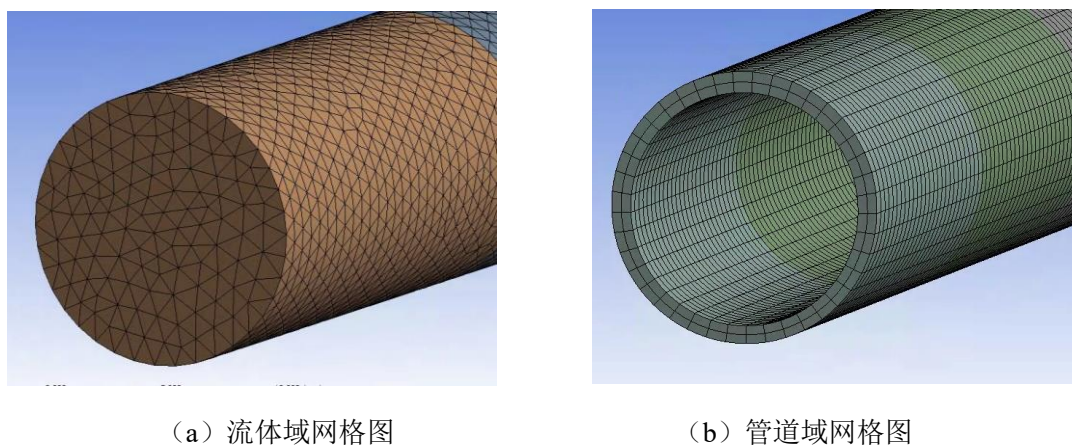


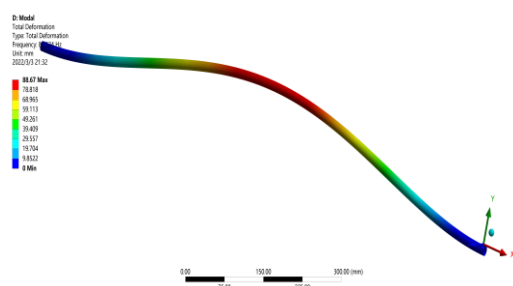
图 2.7 输流管道网格划分示意图

2.4.4 设置求解条件

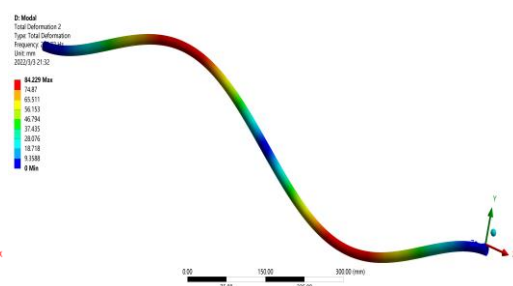
在对固体和流体合理划分网格后,还需在 CFD 计算软件中进行前处理设置。定义流体入口 (inlet) 为速度入口 (velocity inlet), 流速设置为 50 m/s; 定义流体出口 (outlet) 为压力出口 (pressure outlet), 静压设置为 0 Pa; 湍流模型选择大涡模拟模型数值模拟, 其中 WALE 子模型的涡黏系数会在管道壁面附近自然趋近于零, 较符合管内流体的实际流动情况。根据约束状态, 设置管道结构的两端为固定约束, 定义系统的流固耦合面为管道内壁与流体外表面的交界面, 以此作为数据传递界面。

2.4.5 管道模态及动力响应分析

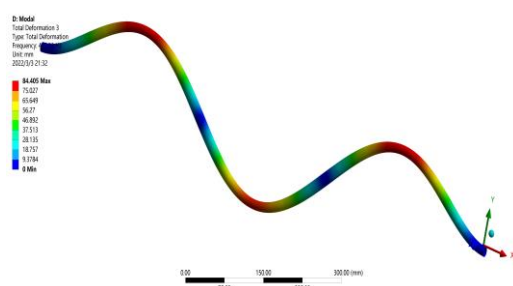
利用 Modal 模块分别求解了原有输流管道及双向流固耦合分析时该结构的固有频率和振型, 以此分析流固耦合作用对管道的模态影响, 为了使振型结果显示更加直观, 这里将管道变形进行了放大处理, 其求解结果分别如图 2.8 及图 2.9 所示。



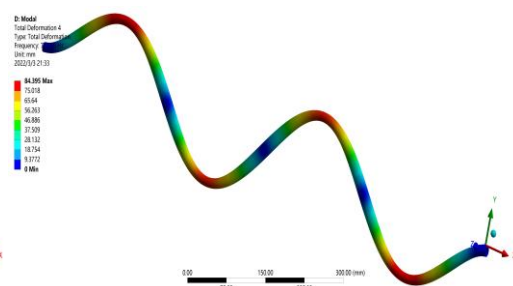
(a) 输流管道一阶振型



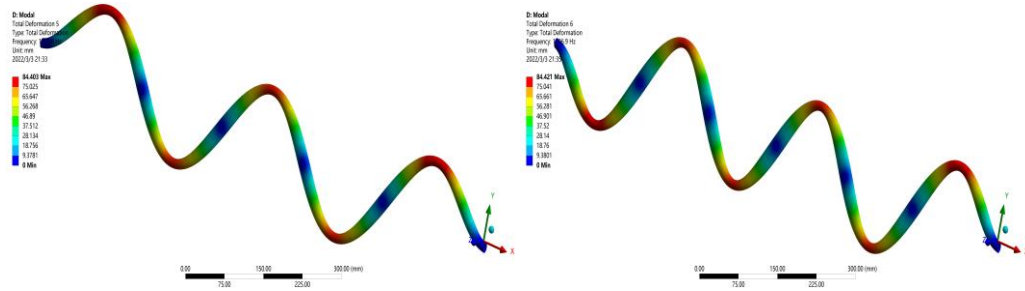
(b) 输流管道二阶振型



(c) 输流管道三阶振型



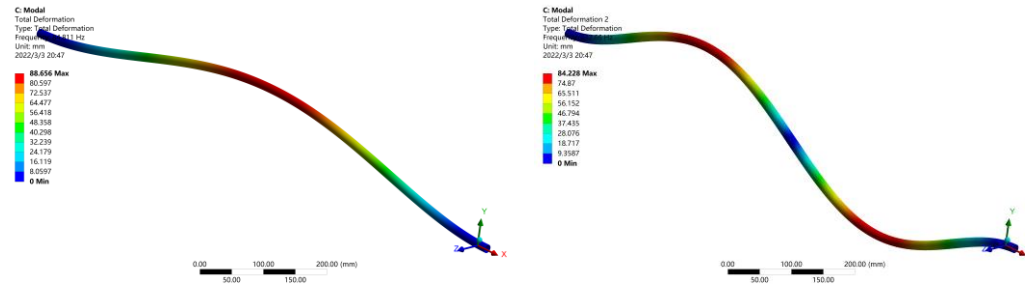
(d) 输流管道四阶振型



(e) 输流管道五阶振型

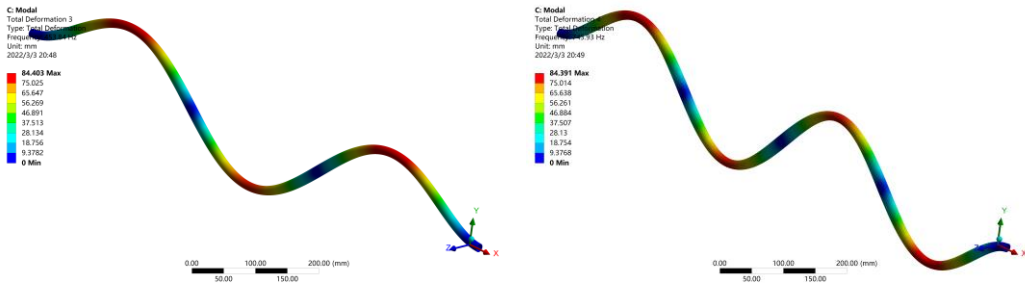
(f) 输流管道六阶振型

图 2.8 不考虑流固耦合效应的输流管道前六阶振型图



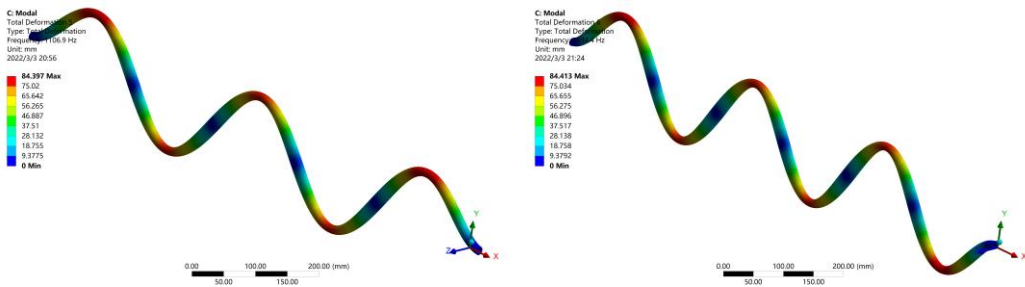
(a) 输流管道一阶振型

(b) 输流管道二阶振型



(c) 输流管道三阶振型

(d) 输流管道四阶振型



(e) 输流管道五阶振型

(f) 输流管道六阶振型

图 2.9 考虑流固耦合效应管道前六阶振型图

对比原结构及考虑流固耦合作用的输流管道前六阶振型及表 2.2 中所示频率

可知，流固耦合对于管道的固有频率有一定影响，在考虑流固耦合作用时，固有频率会有所增加，且阶数越高，偏差越大，故考虑流固耦合的影响是有必要的。

表 2.2 考虑流固耦合效应与原结构输流管道固有频率对比 (Hz)

阶数	不考虑流固耦合效应管道 FEM 解	考虑流固耦合效应管道 FEM 解
Ω_1	82.5	84.8
Ω_2	226.7	232.7
Ω_3	442.5	453.8
Ω_4	727.6	745.9
Ω_5	1079.8	1106.9
Ω_6	1496.9	1534.4

针对结构的动力响应问题，需设定为瞬态动力分析，设置总耦合时长为 2 s，每个时间步长为 0.005 s。经耦合计算后，即可得到相关的数值模拟仿真图。例如，管道内部流体域的压强云图如图 2.10 所示。

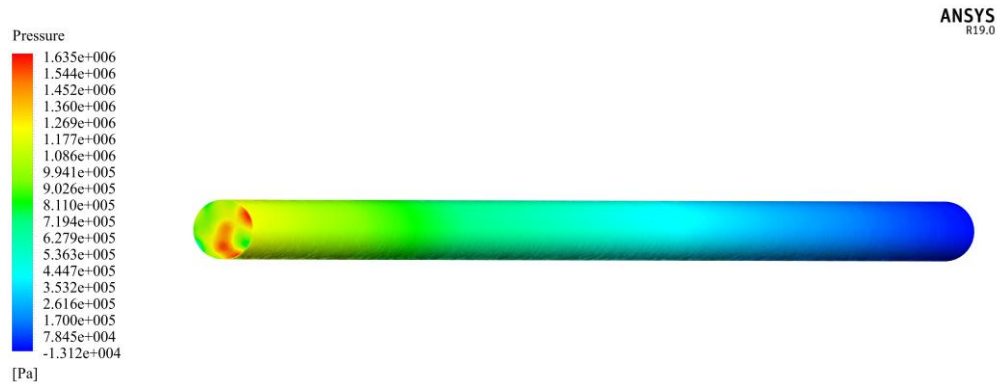
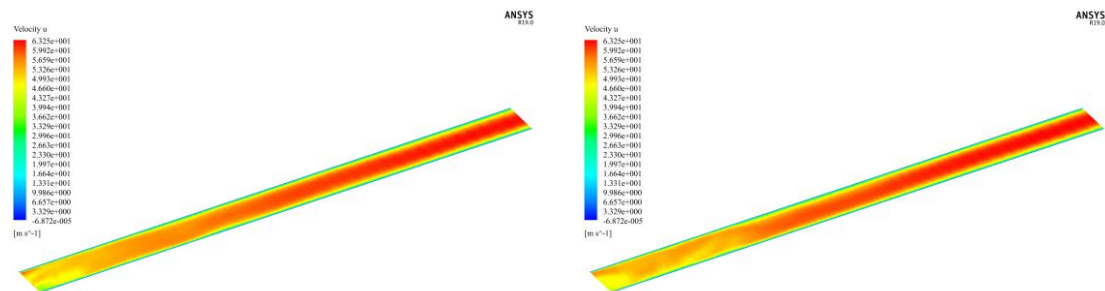


图 2.10 管道内部流体域压强云图

考虑到实际工程应用中，管道的入口通常为高速单方向流动，其余两个方向的流速数量级相比较小，可以忽略不计，故仅对管道轴方向的速度进行分析。为了更进一步探究流体内部的信息，选取 xy 平面进行分析，图 2.11 显示了各时刻点该流体截面的速度分布云图。



(a) $t=0.5$ s 时流体速度云图

(b) $t=1.0$ s 时流体速度云图

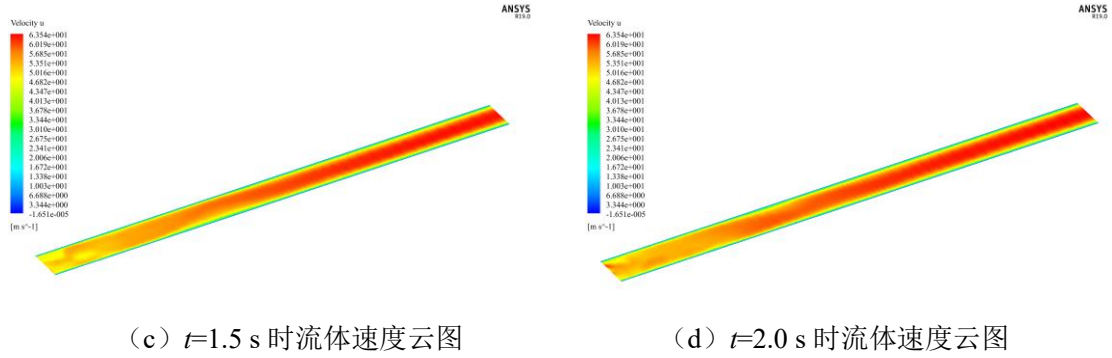


图 2.11 管内流体 xy 平面各时刻速度分布云图

由上图可知，管道内部流速在靠近入口处呈现不规则流动的形状，符合湍流瞬态形状，随着时间推移，管壁附近流体的流动因受到管壁阻滞作用，而形成边界层，而未受管壁影响的中心部分流体速度加快，在管道的后半部分则呈现出的分层均匀流动状态，较为符合层流状态。

同时也可得到该流体截面的压强云图如图 2.12，靠近流体入口面压强大，而靠近出口面压强小。随着管道长度方向压强递减，符合圆管压强递减的原理，由图 2.11 可知随着长度方向流体速度是递增的，同流速大压强小的原理相吻合。

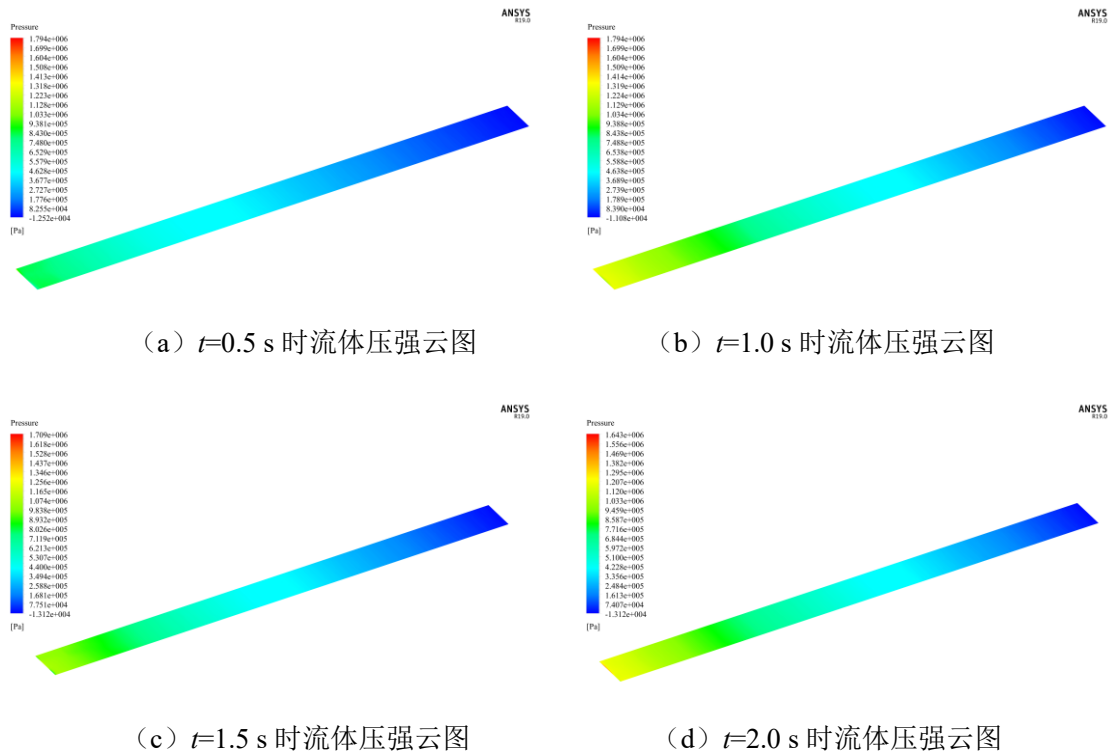


图 2.12 管内流体 xy 平面各时刻压强分布云图

图 2.13 所示为固体管道的结构弹性等效应变分布云图，图 2.14 为 Mises 等效应力分布云图，对比图 2.10 流体压强云图，不难发现管内流体压强与管道结

构的应力应变呈现出一定的相关性，这也与刘松等^[47]提出的输流管道应力应变响应同管道内流体脉动信号相关性吻合。

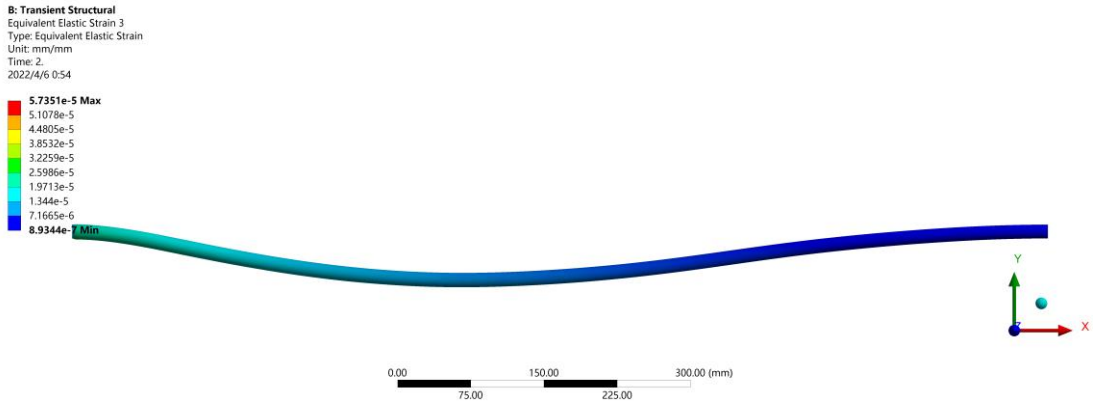


图 2.13 输流管道应变云图

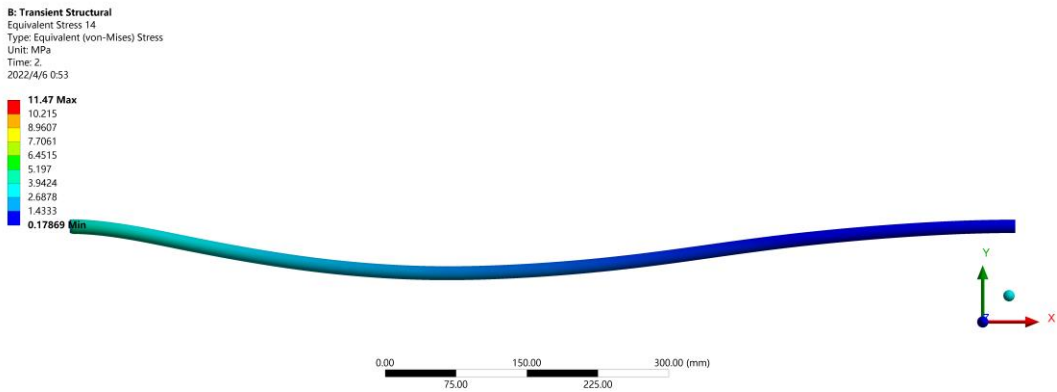


图 2.14 输流管道应力云图

管道结构的整体位移变形如图 2.15 所示，由于两端受固定约束，越靠近两端则对振动的阻力越强，管道跨中部变形最大。

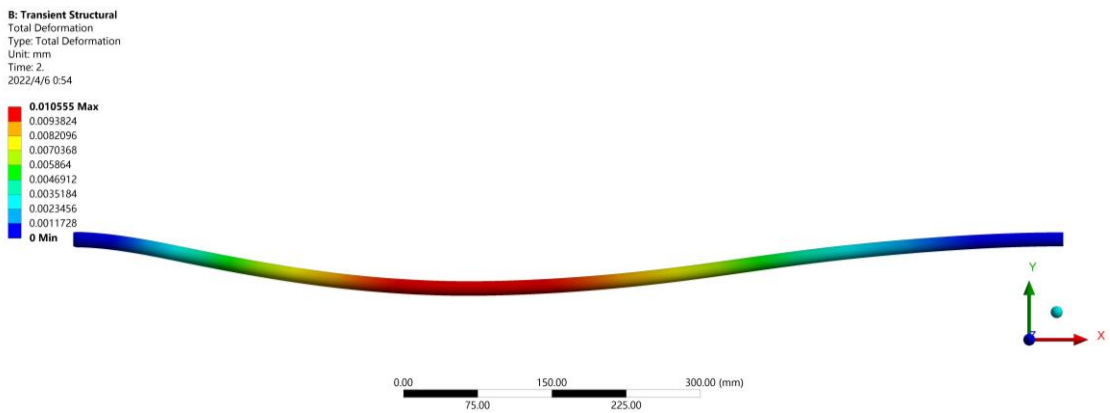


图 2.15 输流管道总变形云图

2.5 本章小结

本章主要针对于输流管道流固耦合的基础理论展开论述,首先对流体的三大基本控制方程进行了说明,并对湍流模型及其相应数值模拟方法做出了阐释。基于经典水锤耦合方程,同时考虑管道固体和内部液体在轴向运动的摩擦耦合与泊松耦合关系,通过力平衡方程、运动方程、几何相容方程得到了管道轴向振动的4-方程组耦合理论模型。同时,针对横向振动问题,基于 Euler-Bernoulli 梁理论对管道模型进行简化,通过 Hamilton 原理推导出了管道横方向流致振动的控制方程,并引入了修正系数,以推广至更多不同内部流体条件下的管道横向振动问题中。

最后运用 CFD 计算流体软件建立了输流直管模型,并进行了双向流固耦合模拟,对比了管道受流固耦合作用下固有频率与振型的变化,得到了在考虑流固耦合效应下输流管道的固有频率会有所增大的结论;同时也对管道系统数值模拟结果做出了分析,绘制了固体管道的位移、应力、应变及流体的压强、流速的模拟云图,并做出了简要分析,为后续建立深度学习训练做好数据集的准备,并为其物理约束信息提供了理论基础。

第 3 章 基于物理驱动深度学习的输流管道动力响应预测

3.1 引言

在第二章中，已经基于 CFD 软件对于某一段输流管道进行了流固耦合仿真模拟分析，在分析过程中为了获得精确的结果，数值模拟通常需要精细高质量的网格划分，为了获取精确的模拟结果通常需要耗费巨量计算资源为代价。如何更高效地计算多物理场耦合问题成为了当前热门的研究方向，深度学习凭借其极强的非线性拟合能力，在许多复杂问题中已成为有利的解决方法。特别对于嵌入物理信息的模型，其网络输入与输出的非线性映射具有了物理解释意义，同时在训练中也能快速转向符合物理定律的正确解决方法，且能降低对于海量标签数据的需求，极大地减轻了计算成本，提升了对于复杂问题的拟合能力。

本章首先全面梳理基础的深度学习理论，对基本的神经网络结构、激活函数、优化算法等基本定义做了说明，接着相比于传统的数据驱动深度学习，阐述了物理驱动深度学习（Physics-Driven Deep Learning, PDDL）的基本原理及网络框架结构，并简单描述了基于 DeepXDE 库的程序实现步骤。针对输流管道流固耦合问题，基于前述的耦合控制方程及 CFD 模拟结果，构建相应的 PDDL 模型，基于稀疏的标签数据及大量无标签数据中训练，完成管道横方向流致振动及轴向耦合振动的正问题动力响应预测。

3.2 纯数据驱动深度学习算法

3.2.1 基本原理

人工智能（Artificial Intelligence, AI）的研究近年来已得到飞速发展。其研究成果可以广泛应用于模式识别、人机交互和基础科学研究等领域。机器学习（Machine Learning, ML）是人工智能的一个重要分支，用以在训练数据中学习发掘出数据的内在联系规律，从而完成相应任务。机器学习即泛指具有这些特点算法的总称，常见算法有决策树、SVM、NBM、深度学习等。

深度学习（Deep Learning, DL）是机器学习的一种，而神经网络（Neural Network, NN）则是深度学习模型中的基本模型，深度表征着深度学习神经网络的网络层数相比传统神经网络可以达到更深的层次，并且获得更好的效果。发展

到现在，深度学习的网络深度已经可以达到几十层甚至数百层。研究人员发现，在各种条件成熟后，深度学习神经网络能表现出相比以外更加良好的性能，并且在 NLP、图像处理以及模式识别等领域大放异彩。

深度学习、机器学习、人工智能可以说是层层包含，层层递进的关系，如下图所示 3.1 所示，人工智能借助机器学习进而实现，而深度学习是机器学习中尤其重要的组成部分。

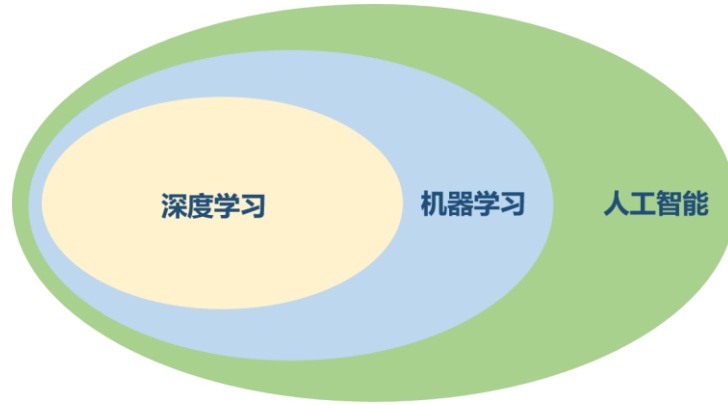


图 3.1 深度学习、机器学习、人工智能包络图

人工神经网络（Artificial Neural Network, ANN）的概念来自于生物神经元，生物神经信息的传递依赖于各个神经元的突触间相互链接而构成的生物神经系统。同生物神经系统类似，人工神经网络由多个神经元组成，和生物神经元的激活状态类似，通过激活函数等形成非线性环节，增强了 ANN 的表达力

如图 3.2 所示为某层某一个神经元的输入输出结构，其输入为 $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_D]$ ， z 为净活性值，代表该神经元输入信号 \mathbf{x} 的加权和，计算公式如下所示：

$$z = \sum_{i=1}^D w_i x_i + b = \omega^T \mathbf{x} + b \quad (3.1)$$

其中 $\mathbf{w}=[w_1, w_2, \dots, w_D]$ 是该神经元的权重向量， $b \in \mathbb{R}$ 是该神经元对加权和的偏置量。 z 经由激活函数 $f(\cdot)$ 进行非线性化转换，最终的输出结果计算公式如下，即得到该神经元的活性值 a ：

$$a = f(z) = f(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b) \quad (3.2)$$

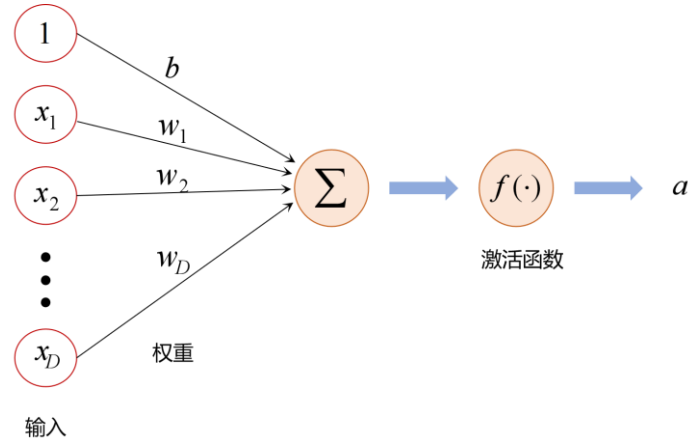


图 3.2 典型的神经元结构示例图

3.2.2 激活函数

由神经元结构可知，神经网络中的非线性化由激活函数决定，研究表明，如果没有激活函数，那么神经网络的多层结构都可以用一层隐含层来表示，由此可见激活函数大大提高了神经网络的表征能力。激活函数具有以下特点：

(a) 激活函数是连续并可导的非线性函数，方便神经网络利用梯度回传的方式调整网络参数，提高网络效果。

(b) 激活函数倒数的值域在一个合适的区间内，否则容易产生梯度弥散或梯度爆炸等不良结果。

在神经网络中常使用的激活函数有 Sigmoid、Tanh、Relu、Swish 等，其具体的数学表达式及特征性质在此进行简单阐述。

(1) Sigmoid 函数

Sigmoid 函数是最常见的神经网络激活函数之一，也称为 S 型函数，其函数及其导数定义为：

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (3.3)$$

$$\sigma'(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-x}} \right) \quad (3.4)$$

如图 3.3 所示，Sigmoid 函数是一个单调递增的函数，能够将一个实数域的输入经过神经元计算得到的输出映射到(0,1)的范围内。相比阶跃函数，Sigmoid 函数更有优势，其连续可导的性质也便于进行梯度反向传播。结合其函数性质，神经网络中运用 Sigmoid 可以更好地结合统计学习方法进行训练。

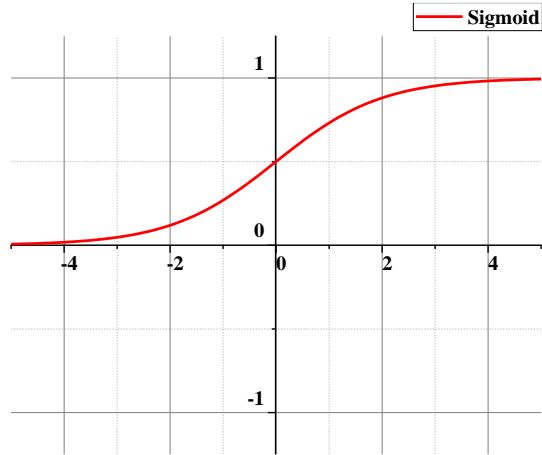


图 3.3 Sigmoid 函数图

(2) Tanh

Tanh 函数及其导数定义为:

$$\sigma(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3.5)$$

$$\sigma'(x) = 1 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right)^2 \quad (3.6)$$

Tanh 函数也是激活函数的一种, 其梯度走势和 Sigmoid 函数类似, 但值域扩展到了(-1,1)。Tanh 函数的形状如图 3.4 所示, 其输出在 y 轴相反, 关于坐标原点中心对称。

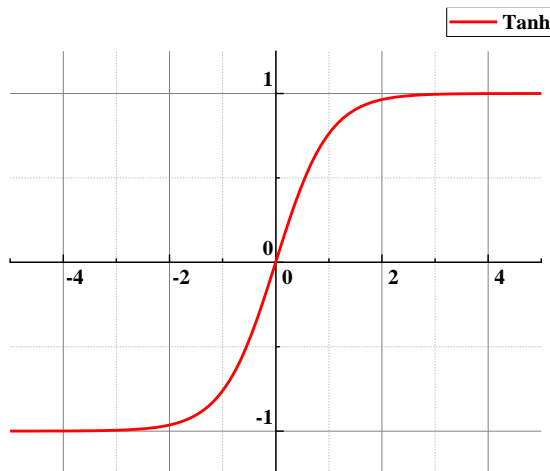


图 3.4 Tanh 函数示意图

Sigmoid 函数和 Tanh 函数都具有饱和性, 这些函数激活的神经元进行梯度反向传播时, 输出值靠近值域附近时的梯度将接近 0, 因此这些神经元被称作饱和神经元, 指其参数更新程度已达到饱和, 神经元权重也无法得到更新, 这种现象称为梯度消失或梯度弥散现象, 会导致神经网络难以更新参数, 丧失学习能力,

最终 ANN 会收敛到一个效果不佳的局部最优点。

(3) ReLU 函数

分段线性激活函数 (Rectified Linear Unit, ReLU) 由 Nair^[17] 在 2010 年第一次提出, 因为其优良的性能, 现已被大多数神经网络所采用。

ReLU 函数的表示式如下:

$$\text{Relu}(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\text{Relu}'(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

如上式所示, ReLU 函数的计算过程非常简单, 可以提高网络的训练和计算速度, 相较于上述两种激活函数, ReLU 神经元具有良好的稀疏性和泛化能力, 在输入 $x > 0$ 时梯度不为零, 缓解了神经网络的梯度消失问题, 从而使得网络更加容易训练。

但是, ReLU 函数的输出并不是关于坐标原点中心对称的, 同样会导致后面几层网络出现输入偏移的情况。另外, 若某个 ReLU 神经元在训练过程中一直未被激活, 那么这个神经元接受的反向梯度将一直为 0, 无法更新参数, 这种现象被叫做神经元“死亡”。为了避免上述情况, 研究人员提出了改进的 Leaky ReLU 和 ELU (Exponential Linear Unit) 函数, ReLU 型函数图像均在图 3.5 中表示。

为了解决神经元消亡的问题, Leaky ReLU 函数在输入 $x < 0$ 时, 会设置一个梯度 λ , 因此在神经元非激活状态下即输入小于 0 时, 也可以回传一个非 0 的较小的梯度, 避免神经元死亡。其计算公式和定义如下:

$$\text{Leaky ReLu}(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ \gamma x & x < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\text{Leaky ReLu}'(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ \gamma & x < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

同样, 将 ELU 定义为近似零中心化的非线性函数, 计算公式如下:

$$\text{ELu}(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1) & x < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{ELu}'(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ \alpha e^x & x < 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

其中 α 是一个超参数, $x < 0$ 时的曲线峰值由它决定, 调整 α 输出可以维持均值在 0 附近。

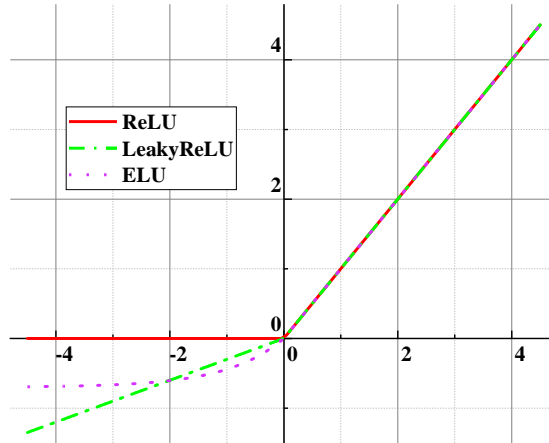


图 3.5 ReLU、Leaky ReLU 及 ELU 激活函数示意图

(4) Swish 函数

Swish 函数在 2017 年正式被提出^[118]，函数图像如图 3.6 所示，其定义为：

$$\text{Swish}(x) = \frac{x}{1 + e^{-\beta x}} \quad (3.13)$$

$$\text{Swish}'(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} \left(1 + \frac{\beta e^{-\beta x} x}{1 + e^{-\beta x}} \right) \quad (3.14)$$

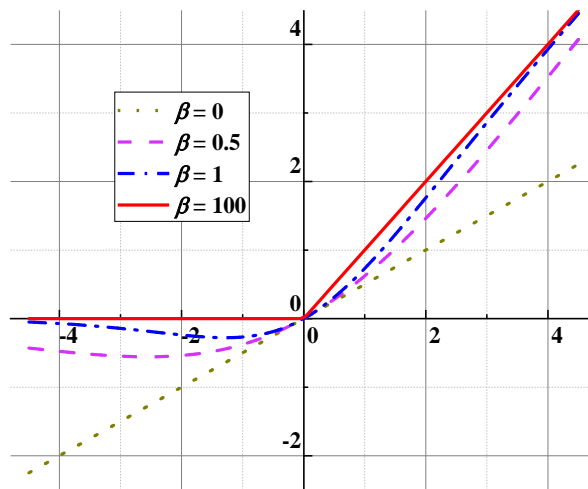


图 3.6 不同 β 取值下的 Swish 函数示意图

上式中 β 参数可以设定为一个不可训练的超参数或者可训练的参数，由上图可知，当 $\beta=0$ 时，Swish 函数退化成线性函数；当 $\beta=1$ 时，Swish 函数在 $x>0$ 时为近似的线性函数，在 $x<0$ 具有非单调性；当 $\beta \rightarrow \infty$ 时，Swish 函数近似为 ReLU 函数。通过调整 β 参数值，可以控制线性函数和 ReLU 函数之间的插值程度。

3.2.3 网络拓扑结构

神经网络由多个神经元依赖结点、链路、通路形成，可通过不同的拓扑结构协作完成复杂的任务。发展至现在，已产生如前馈神经网络、记忆神经网络和图神经网络等各种各样的网络拓扑结构。这些不同的网络拓扑结构拓展了神经网络的应用范围，可以解决更为广泛的问题。本文主要基于前馈神经网络解决问题，故在此仅对其展开详细说明。

在前馈神经网络中，各个神经元按输入信息的传递顺序可分为不同层，每一层由多个神经元之间并联构成，同时，每一层中的神经元的输入为上一层神经元的输出，经过各层神经元的处理后输出得到最终结果。在前馈神经网络结构中，作为网络输入的那一层被称为输入层，中间层称为隐藏层，最后一层称为输出层。整个网络的结构示意图如图 3.7 所示。前馈神经网络可以看作拟合了一个非线性函数，非线性的激活函数在各神经层之间起到接连作用，提炼出输入和输出之间的映射关系。研究人员已经证明，使用这种网络结构，在网络深度和神经元个数足够的情况下，可以达到很好的非线性拟合效果。

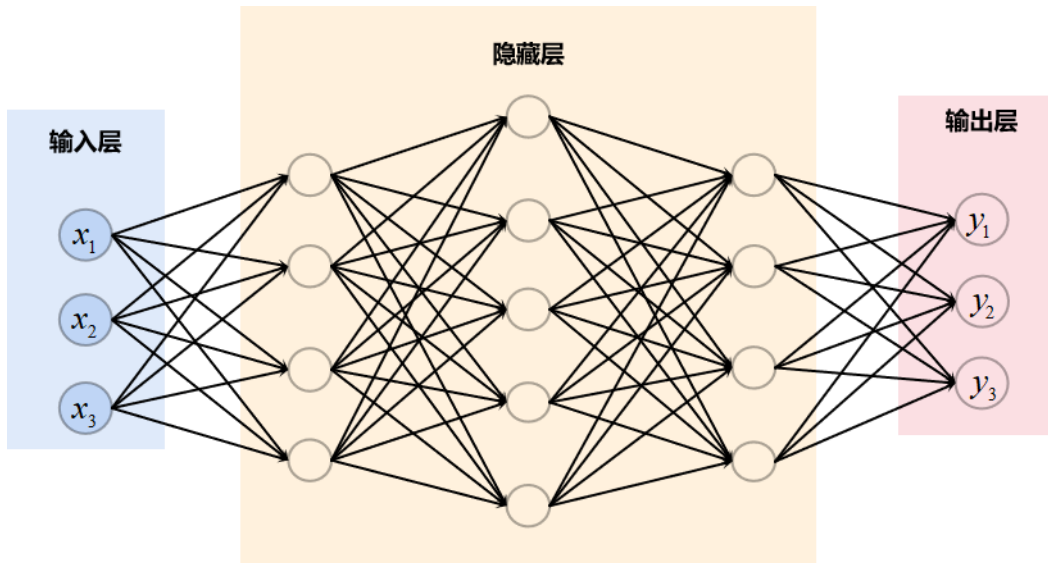


图 3.7 前馈神经网络

设前馈神经网络的层数为 L ， l 层的神经元有 M_l 个，该层的激活函数为 $f(\cdot)$ ， $l-1$ 层和 l 层的权重矩阵为 $\mathbf{W}^{(l)} \in \mathbb{R}^{M_l \times M_{l-1}}$ ， $l-1$ 层和 l 层的偏置项 $\mathbf{b}^{(l)} \in \mathbb{R}^{M_l}$ 是 $l-1$ 层和 l 层的偏置项， $\mathbf{z}^{(l)} \in \mathbb{R}^{M_l}$ 是 l 层神经元的输入， l 层神经元的输出为 $\mathbf{a}^{(l)} \in \mathbb{R}^{M_l}$ 。计算公式如下所示：

$$\mathbf{z}^{(l)} = \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{a}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{a}^{(l)} = f_l(\mathbf{z}^{(l)}) \quad (3.16)$$

由上式可知，前馈神经网络网络的最终输出为 $\mathbf{a}^{(L)}$ 。

3.2.4 学习准则

机器学习任务中最基础任务有分类问题、回归问题，基于其任务的不同其输出空间定义也不同。对于输入空间 X 和输出空间 Y 中的样本 $(x, y) \in X \times Y$ ，搭建机器学习模型旨在得到最接近真实映射关系的函数 $y = g(x)$ 或条件概率分布 $P_r(y|x)$ ，来描述 x 和 y 之间的关系。

根据经验来假设一个函数集合 F ，对样本空间进行抽样的样本集合 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ ，将样本集划分为训练集 D 和验证集，然后观测不同函数在训练集 D 上的表现，从中选择一个理想的假设 $f^* \in F$ 。假设空间 F 表示如下：

$$F = \{f(x; \theta) | \theta \in \mathbb{R}^D\} \quad (3.17)$$

其中 $f(x; \theta)$ 是参数为 θ 的函数，包含了权重向量矩阵 W 和偏置 b 。

为了实现前馈神经网络强大的拟合能力，保证在所有 (x, y) 的取值上都尽可能接近真实映射函数 $y = g(x)$ ，应当对拟合效果进行确定性度量，这里引入损失函数 $L(y, f(x; \theta))$ ，它能够量化目标的实际值与预测值之间的差距。损失函数越小表示模型拟合能力越强，完美预测时的损失为 0。平方损失函数和交叉熵损失函数均为深度学习中常用的损失函数。

在预测标签为 y 实数值的任务中，宜采用平方损失函数，定义为

$$L(y, f(x; \theta)) = \frac{1}{2} (y - f(x; \theta))^2 \quad (3.18)$$

交叉熵损失函数一般用于分类问题，若样本的标签 $Y = \{1, 2, 3, \dots, C\}$ ，则该模型 $f(x; \theta) \in [0, 1]^C$ 输出一个概率向量，它表示对给定任意输入 x ，每个类的条件概率分布，即：

$$p(y = c | x; \theta) = f_c(x; \theta) \quad (3.19)$$

并且满足：

$$f_c(x; \theta) \in [0, 1], \quad \sum_{c=1}^C f_c(x; \theta) = 1 \quad (3.20)$$

考虑整个结果分布的情况，交叉熵衡量标签概率分布的损失值，即为：

$$L(y, f(x; \theta)) = -y^T \log f(x; \theta) = -\sum_{c=1}^C y_c \log f_c(x; \theta) \quad (3.21)$$

其中 $f(x; \theta)$ 可以看作真实类别 y 的似然函数，因此交叉熵损失函数也可以用似然函数的极大似然估计进行解释，即负对数似然函数最小化。

对于一个性能优异的预测模型 $f(x; \theta)$ ，应当有一个比较小的期望误差，但由于实际数据分布的未知性和机器学习自身的“黑盒”特性，期望风险 $\mathfrak{R}(\theta)$ 无法

直接计算。因此对于给定的一个训练集可以计算的是经验风险，即在训练集上的平均损失。

给定训练集： $\mathbf{D} = \{x^{(n)}, y^{(n)}\}_{n=1}^N$

平均损失为：

$$\mathfrak{R}_D^{emp}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N L(y^{(n)}, f^{(n)}(x; \theta)) \quad (3.22)$$

因此，一个切实可行的学习准则即是找到一组参数 θ^* 使得经验风险最小，即

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \mathfrak{R}_D^{emp}(\theta) \quad (3.23)$$

基于大数定理，当训练集 \mathbf{D} 的数量为无穷大时，经验风险就等价于期望风险。但实际情况下，我们往往难以获取大量的、趋于无限的训练样本。此外，获取的训练样本往往包含一定噪声，且有可能只是真实数据的一个子集，无法精确的反映数据集的真实分布，即在真正应用中可能出现数据“协变量偏移”现象。因此经验风险最小化原则很容易导致模型在训练集上预测效果很好，然而应用于验证集上则误差很高，也就是过拟合现象。

引发过拟合问题主要有这几类原因：训练数据过少、数据噪声过大和模型复杂度过高。而为了解决这一问题，一般会对误差函数进行优化，最常见的就是在经验风险最小化的基础上加入参数的正则化，对模型参数施加惩罚项来限制模型，即：

$$\begin{aligned} \theta^* &= \arg \min_{\theta} \mathfrak{R}_D^{struct}(\theta) = \arg \min_{\theta} \mathfrak{R}_D^{emp}(\theta) + \frac{1}{2} \lambda \|\theta\|^2 \\ &= \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N L(y^{(n)}, f^{(n)}(x; \theta)) + \frac{1}{2} \lambda \|\theta\|^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

其中 $\|\theta\|$ 是 l_2 范数的正则化项，通过减少参数空间的方式，避免出现过拟合现象， λ 表征着正则化的程度。对于正则化项没有固定要求，其他函数也可以进行运用，例如 l_1 范数， l_1 范数参考套索回归，它导致参数具有一定稀疏性，使得模型权重集中在一部分特征中。

与之过拟合相对应的，另一种错误的训练结果是欠拟合，表现为模型在训练集上的错误率较高，欠拟合一般是由于模型过于简单造成的。

图 3.8 给出了欠拟合和过拟合的示例。

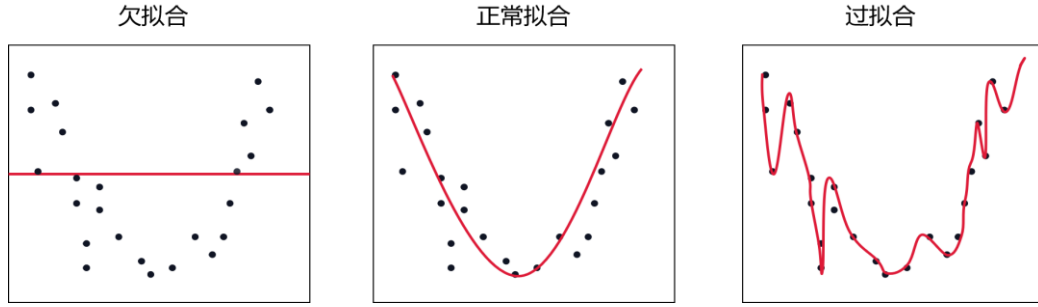


图 3.8 欠拟合、正常拟合及过拟合示意图

3.2.5 优化算法

机器学习的训练过程其实就是一个寻优求解的过程。在机器学习中，涉及到的优化可以分为两类：参数优化和超参数优化。前者则是对模型 $f(x; \theta)$ 中的 θ 进行优化，这可以通过相应的优化算法进行参数更新，也就是所谓的训练学习过程。除模型本身的参数 θ 之外，还有一类参数定义模型结构或控制优化算法的，这类参数被统称为超参数，如正则化项的系数、学习率、神经网络的层数及神经元个数等。超参数的选取在训练阶段之前且无法依赖优化算法，故调参工作是一项很依赖与经验性的任务，

优化算法中以梯度下降法最为常用，对参数 θ_0 初始化后，依照迭代公式来计算训练集 D 上风险函数的最小值。

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha \frac{\partial \mathfrak{R}_D(\theta)}{\partial \theta} = \theta_t - \alpha \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\partial L(y^{(n)}, f^{(n)}(x; \theta))}{\partial \theta} \quad (3.25)$$

其中 θ_t 为第 t 次迭代时的参数值， α 为搜索步长，一般称为学习率。

由于深度学习是一个高度非线性的复杂模型，多参数下的高维变量非凸优化问题仍是十分具有挑战的，当下还有一些优化方法可以更快地使得参数收敛，加快了优化速度，一些常用的化方法列举如下。

(1) 小批量梯度下降

小批量梯度下降法 (Mini-Batch Gradient Descent) 结合了批量梯度下降和随机梯度下降。每次迭代时随机抽取一小批次的样本进行训练，反向传播并计算该数据的梯度，同时更新参数，可以结合随机梯度下降法的优势并提高训练效率。

深度神经网络由 $f(x; \theta)$ 表示，假设每次均选取 K 个训练样本 $S_t = \{x^{(k)}, y^{(k)}\}_{k=1}^K$ ，第 t 次迭代时损失函数关于参数 θ 的偏导数为：

$$g_t(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{(x,y) \in S_t} \frac{\partial L(y, f(x; \theta))}{\partial \theta} \quad (3.26)$$

其中为 $L(\cdot)$ 可微分的损失函数，则第 t 次更新的梯度 g_t 定义为：

$$g_t \triangleq g_t(\theta_t - 1) \quad (3.27)$$

使用梯度下降来更新参数:

$$\theta_t \leftarrow \theta_{t-1} - \alpha g_t \quad (3.28)$$

每次迭代时参数更新的差值 $\Delta\theta_t$ 定义为

$$\Delta\theta_t \triangleq \theta_t - \theta_{t-1} \quad (3.29)$$

在小批量梯度下降法中,批量大小的确定尤为重要。通常情况下,批量大小,仅对随机梯度的方差有影响,对其期望值几乎不产生影响。批量大小关系着训练的稳定性,当批量值较大时训练稳定,学习率相对设置更大;而批量值较小时,为了避免错过极值点,学习率需设置较小。此外,批量大小和模型的泛化能力的也有一定的关系,批量越大,则更可能收敛到陡峭最小值;批量越小,则有可能收敛到平坦最小值。

(2) Adam 算法

Adam 结合了动量法和 RMSprop 算法,参数更新方向基于动量,且具有自适应调整学习率的能力。Adam 算法不仅会计算梯度 g_t 平方的指数加权平均,同时也会计算梯度 g_t 的指数加权平均。

$$\mathbf{M}_t = \beta_1 \mathbf{M}_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t \quad (3.30)$$

$$\mathbf{G}_t = \beta_2 \mathbf{G}_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t \odot g_t \quad (3.31)$$

其中 β_1 和 β_2 可看作移动平均的衰减率,普遍来说可取 $\beta_1=0.9$, $\beta_2=0.99$ 即可获得较好的收敛效果。 \mathbf{M}_t 为梯度的均值, \mathbf{G}_t 为梯度包含均值的方差。当 \mathbf{M}_t 和 \mathbf{G}_t 都取值为0时,迭代初期该值均会低于真实的均值和方差,尤其对于 β_1 和 β_2 都近似1的情况下,需要对过大的偏差进行修正。

$$\hat{\mathbf{M}}_t = \frac{\mathbf{M}_t}{1 - \beta_1^t}, \hat{\mathbf{G}}_t = \frac{\mathbf{G}_t}{1 - \beta_2^t} \quad (3.32)$$

Adam 算法的参数更新差值为:

$$\Delta\theta_t = -\frac{\alpha}{\sqrt{\hat{\mathbf{G}}_t + \varepsilon}} \odot g_t \quad (3.33)$$

其中学习率 a 通常设定为0.001,也可设定为衰减值,如 $\alpha_t = \alpha_0 / \sqrt{t}$ 。

(3) L-BFGS 算法

前述讨论的都是基于一阶方法的优化,二阶算法中进一步利用二阶导数对算法进行了优化,其收敛速度是远快于一阶法的。L-BFGS (Limited Broyden-

Fletcher-Goldfarb-Shanno) 算法则是基于二阶牛顿法并经过改进后的算法, 它能减少计算负担和存储负担, 因而广受使用。

牛顿法, 其基本原理为在某点 θ_0 以二阶泰勒级数展开的方式来近似 $J(\theta)$, 高阶导数忽略不计, 具体表示如下:

$$J(\theta) \approx J(\theta_0) + (\theta - \theta_0)^T \nabla_{\theta} J(\theta_0) + \frac{1}{2} (\theta - \theta_0)^T H(\theta - \theta_0) \quad (3.34)$$

其中 \mathbf{H} 是 J 相对于 θ 的 Hessian 矩阵在 θ_0 处的估计。通过求解该函数的临界点, 将得到牛顿参数更新规则:

$$\theta^* = \theta_0 - H^{-1} \nabla_{\theta} J(\theta_0) \quad (3.35)$$

牛顿法在运用过程中的难点在于对 Hessian 矩阵的逆 \mathbf{H}^{-1} 的计算。构造一个新的矩阵 \mathbf{M}_t 近似逆, 则为拟牛顿法 (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, BFGS) 采用的技巧。当 \mathbf{H}^{-1} 近似 \mathbf{M}_t 更新时, 下降方向为 $\rho_t = \mathbf{M}_t g_t$, 该方向上的步长 ε^* 取决于线搜索, 更新方式为:

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \varepsilon^* \rho_t \quad (3.36)$$

同共轭梯度算法相比, BFGS 算法迭代的线搜索方向已包含二阶信息, 且能更快速地改进线搜索。但由于需要较大的存储空间 $O(n^2)$ 用以矩阵 \mathbf{M}_t 的存储, 在高量级参数型深度学习模型中 BFGS 不再适用。

L-BFGS 算法则避免存储完整矩阵 \mathbf{M}_t 以降低存储代价, 与前述 BFGS 算法计算 \mathbf{M}_t 的方法相同, 但区别在于将 \mathbf{M}_t 初始假设为单位矩阵。也可将 L-BFGS 方法进一步拓展, 在每步中存储少量 Hessian 矩阵的信息, 例如仅用于更新 \mathbf{M}_t 的向量, 其存储代价仅需 $O(n)$ 。因其低存储、高收敛的特性, L-BFGS 在深度学习模型中也获得了研究者的青睐, 得到了广泛运用。

3.3 物理驱动深度学习算法

3.3.1 基本原理

前文中已经对深度学习的基本原理以及算法中涉及到的理论做了详细介绍, 深度学习本质上可以理解为基于深层神经网络从训练集中提取特征, 完成相应的学习任务。一般情况下, 一个典型的深度学习模型需要依赖于海量的标签数据驱动, 而从实验测量或者数值模拟结果中提取数据的成本十分昂贵, 特别是涉及到分析复杂的物理、生物或工程系统的过程, 这种数据的采集成本都是非常巨大的, 以至于通常只能在小样本的情况下进行深度学习。在这种情况下, 模型常会陷入

缺乏鲁棒性的困境，且很难达到收敛。

而物理驱动深度学习则将求解问题中的先验知识，如相关动力学物理定律或一些经验证的规则等，编码嵌入到网络结构中，由此可对稀疏数据中提取的信息内容达到增益效果，从而能够尽快转向接近真值的解决方案。也正是因为如此，PDDL 也赋予了深度学习模型的可解释性。Karniadakis^[119]在 PDDL 的应用综述中，提到了数据和物理信息之间的关系，如图 3.9 所示，PDDL 可在小数据领域，伴随着完备的物理信息，如偏微分方程系数确定，已知边界条件和初始状态的情况下进行应用。在部分数据已知和部分物理知识已知的情况，如偏微分控制方程中某些参数值未知时，PDDL 也可在此情况下表现出良好的性能。而在大数据领域，对物理信息方面一无所知的情况，则完全基于数据驱动的方法则可能是最有效的。

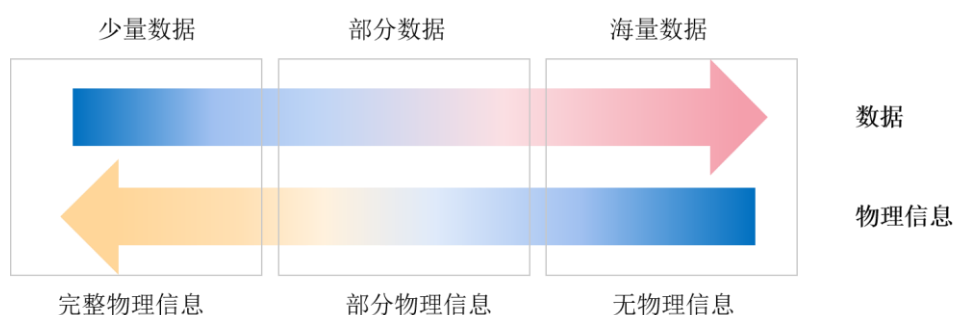


图 3.9 数据与物理信息之间的关系

如图 3.10 所示，物理驱动深度学习可视为两部分，一部分是无物理信息添加的神经网络，另一部分则是有物理信息控制的神经网络。

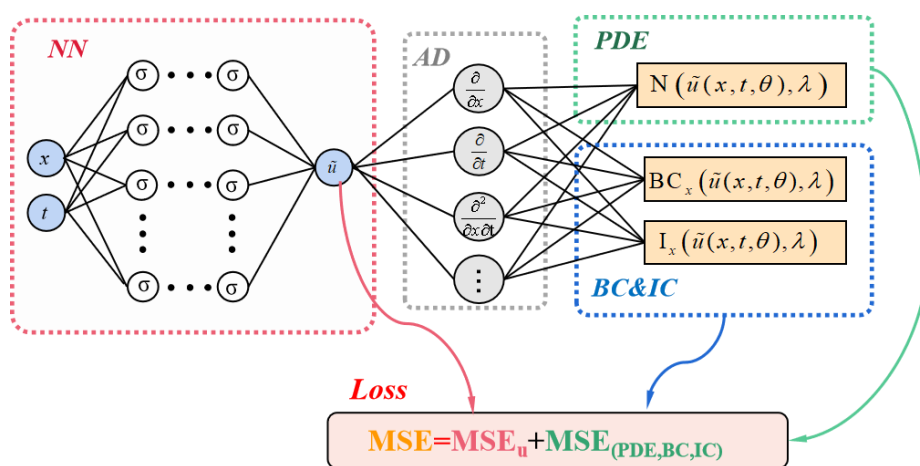


图 3.10 PDDL 网络架构示意图

第一部的输出是一个连续、可微的函数，可以使用自动微分算法计算，保证在偏微分方程中的各项都能被精确计算。再将计算后的 PDEs 残差值作为正则项

代入到损失函数中，其中还包括了求解问题的边界条件和初始状态，这部分可以一同作为软约束进行添加，也可以硬约束方式进行约束。至此，求解 PDEs 的问题已被转换为网络参数的优化问题，训练完成后，PDDL 的输出即对应着近似给定的 PDEs 的解。

考虑一个一般形式的参数化非线性偏微分方程：

$$\mathbf{N}(u(x,t), \lambda) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t \in [0, T] \quad (3.37)$$

边界条件及初始条件为：

$$\mathbf{I}_x(u(x,t), \lambda) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t = 0 \quad (3.38)$$

$$\mathbf{BC}_x(u(x,t), \lambda) = 0, \quad x \in \Omega_B, \quad t \in [0, T] \quad (3.39)$$

其中， x 为空间变量， Ω 是欧氏空间 \mathbb{R}^D 的子集， t 为时间变量， T 为停止时刻， $\mathbf{N}(\cdot)$ 是微分算子项，可以看作含参数 λ 的对 u 进行微分运算的泛函。

对于不同的学习问题，通常采用不同的损失函数来表示预测值与真实标签之间的差异。以常见的回归问题为研究对象，选择均方误差 (Mean-Square Error, MSE) 函数来度量。 $\tilde{u}(x,t,\theta)$ 定义为网络的输出，则该模型的损失函数为：

$$\text{Loss} = \omega_D \text{Loss}_D + \omega_N \text{Loss}_N + \omega_B \text{Loss}_B + \omega_I \text{Loss}_I \quad (3.40)$$

其中，第一部分是关于数据驱动部分的损失函数， u 表示训练数据中的真实标签值（通过实验数据、数值仿真等获得），表示如下：

$$\text{Loss}_D = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| \tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta) - u^n \right\|_2^2 \quad (3.41)$$

第二项则是物理信息驱动的损失函数，可通过自动微分技术获得，表示输出 $\tilde{u}(x,t,\theta)$ 在 PDEs 上的适配性，其值为：

$$\text{Loss}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| \mathbf{N}(\tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta), \lambda) \right\|_2^2 \quad (3.42)$$

第三项和第四项是关于边界条件和初始条件的损失函数，在边界上的训练数据配点 $\{x^b, t^b\}$ 以及初始状态下的训练数据 $\{x^i, t^i\}$ ，应满足这两部分条件，其损失函数可以表示为：

$$\text{Loss}_B = \frac{1}{N_B} \sum_{n=1}^{N_B} \left\| \mathbf{BC}(\tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta), \lambda) \right\|_2^2 \quad (3.43)$$

$$\text{Loss}_I = \frac{1}{N_I} \sum_{n=1}^{N_I} \left\| \mathbf{I}_x(\tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta), \lambda) \right\|_2^2 \quad (3.44)$$

$\{\omega_D, \omega_N, \omega_B, \omega_I\}$ 为各个部分损失函数的权重系数，代表了其各部分对于损失函数的贡献程度，最简单的形式即将系数都取为 1。以上则为软约束边界条件，边界条件及初始条件以一定的权重系数值添加到损失函数中，保证神经网络输出尽可能满足偏微分方程的物理定律约束，不符合原理的则会被丢弃，从而将解约束在物理框架下。

由于软约束条件下，损失函数的优化和每一部分的损失函数相对大小密切相关，如何确定 $\{\omega_D, \omega_N, \omega_B, \omega_I\}$ 的值，以保证各损失项在优化过程数量级保持同一量级，成为一项棘手的问题。与之相对的，一种更巧妙的约束边界条件的方法也应运而生，即硬边界方法，其核心思想旨在构造一个函数，其特解能满足边界条件。其表达式可写作：

$$u'(x, y, \theta) = G(x, y, \theta) + D(x, y, \theta)\tilde{u}(x, y, \theta) \quad (3.45)$$

上式中， $G(x, y, \theta)$ 为边界条件函数， $D(x, y, \theta)$ 为表征距离函数，同内部点至边界处距离相关。例如常见的 Dirichlet 边界条件，边界上的各点值为 $u(x_b, y_b, \theta)$ ，边界上的距离函数 $G(x_b, y_b, \theta) = 0$ ，因此可以得到 $u'(x, y, \theta) = G(x_b, y_b, \theta) = u(x, y, \theta)$ 。至于内部点，其距离函数不为 0，故边界函数和距离函数共同控制 $u'(x, y, \theta)$ 的值，则神经网络的损失函数可以写作：

$$\text{Loss} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| N(\tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta), \lambda) \right\|_2^2 \quad (3.46)$$

从数学意义角度解释，第一项 $G(x, y, \theta)$ 中包含了 PDEs 的特解， $D(x, y, \theta)\tilde{u}(x, y, \theta)$ 类似于求解 PDEs 的通解，而正是基于“通解+特解”的结构，硬边界的求解结果能够自动满足边界条件。

物理驱动深度学习的网络参数，则可以由对下式的求解获得：

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} (\text{Loss}) \quad (3.47)$$

其求解过程如前所述，利用一系列合理的梯度下降优化算法即可得。

3.3.2 DeepXDE 简介

在以往的研究中，通常基于 python 的深度学习库如 Tensorflow 和 PyTorch 进行深度学习模型的建立、训练与预测。2021 年，Lu 等^[80]针对求解偏微分方程问题，提供了 DeepXDE 库，可以解决给定初始和边界条件的正问题，以及给定一些部分数据求解 PDEs 中参数的反问题，其支持基于实体构造复杂的几何域，且该库能很好地适配目前的主流深度学习库。

在 DeepXDE 中求解微分方程可通过内置模块指定信息，包含了计算域（几

何空间和时间)、PDEs 方程、边界条件、初始状态、约束、训练数据、神经网络结构和训练超参数等。DeepXDE 支持四种标准边界条件,包括 Dirichlet、Neumann、Robin 和 Periodic 边界,亦可使用 OperatorBC 定义通用的边界条件;初始条件可以使用 IC 定义。同时该库支持选择不同的训练超参数,例如损失函数、优化方法、学习率、初始化和正则化、批量大小等。除了求解微分方程,DeepXDE 还可以用于从获得的已知数据中学习函数中的非线性系数,完成反问题的求解。

其求解步骤可参考以下流程图所示,黄框定义了 PDEs 问题和训练参数,红框将 PDE 问题和训练超参数进行组合,而蓝色框是求解 PDEs 的三个步骤。

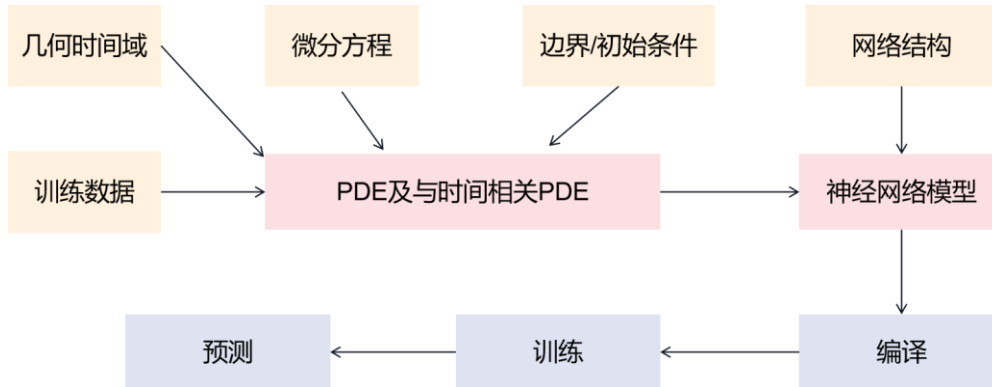


图 3.11 DeepXDE 流程图

使用 DeepXDE 求解微分方程具体步骤:

- (1) 使用几何模块指定计算域,包含空间域和时间域(求解时间相关偏微分)。
- (2) 基于选用深度学习库,采用相应语法规则定义 PDE 方程。
- (3) 定义求解边界条件和初始状态。
- (4) 将几何、PDE 和边界/初始条件信息组合成 PDE 问题,可以通过设置特定的点位置,或者只设置点的数量来制定训练数据。
- (5) 构建一个神经网络,该库中支持前馈神经网络和残差神经网络
- (6) 结合第 4 步中的 PDE 问题和第 5 步中的神经网络来定义模型。
- (7) 模型编译,设置超参数,如优化器和学习率,损失函数中的权重可以在此处进行设置。
- (8) 模型训练,使用以上超参数训练网络,同时可对网络参数进行随机初始化设置。
- (9) 预测,通过以上步骤训练好的网络,可以直接对不同时空域下的点进行预测。

3.4 输流管道横向振动动力响应 PDDL 预测

3.4.1 网络架构设计

针对细长输流管道流固耦合横向振动问题, 这里将研究对象设定为一根两端固定支承管道, 管道长度 $L=1\text{ m}$, 管道横截面内部直径 d 为 12 mm , 外径直径 D 为 14 mm ; 管道材料为普通钢材, 密度为 ρ_g 为 7850 kg/m^3 , 弹性模量 E 为 210 GPa , 泊松比 ν 为 0.30 ; 管道内部流体设置为水, 其密度 ρ_f 为 998.2 kg/m^3 , 动力黏度为 μ_f 为 0.001 Pa/s , 流体进口面初始静压为 0 , 流速设置为 50 m/s , 出口为压力出口, 静压为 0 。

参考前述第二章中的管道流固耦合横向振动模型, 其控制方程为:

$$EIw_L'''' + \alpha m_f \bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + (m_f + m_g) \ddot{w}_L = 0 \quad (3.48)$$

其中, \bar{u}_f 为流体截面的平均流速, 通过有限元数值模拟计算可得 $\bar{u}_f = 38.2\text{ m/s}$, 管内流体的雷诺数 Re 为:

$$\text{Re} = \frac{\rho_f u_0 d}{\mu_f} = \frac{998.2 \times 38.2 \times 0.012}{0.001} = 457574 \quad (3.49)$$

$\text{Re} > 4000$, 管内流体为湍流, 根据式 (2.47) 可以确定相应的修正系数为:

$$\alpha = 1 + \frac{5}{9} \left(\frac{u_{\max} - \bar{u}_f}{\bar{u}_f} \right)^2 = 1 + \frac{5}{9} \left(\frac{60.4 - 38.2}{38.2} \right)^2 = 1.187 \quad (3.50)$$

管道两端为固定约束, 可得其边界条件为:

$$w(0, t) = w(L, t) = \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.51)$$

建立物理驱动深度学习模型对输流管道横向振动进行预测, 其网络结构如下图 3.13 所示, 第一部分为全连接神经网络, 其中管道轴向位置 x 及时间 t 为输入, 管道横向振动位移 \tilde{w} 作为输出项。全连接网络结构由输入层、隐藏层、输出层、激活函数组成。其中输入层含有 2 个神经元, 隐藏层层数为 6 层, 每层神经元个数为 128 个, 输出层仅有一个神经元。在 PDDL 神经网络中, 因为可能涉及到存在高阶偏微分项, 选用激活函数如 ReLU 一类, 则会导致二阶导数为 0 的情况, 为了避免该类问题发生, 在 PDDL 中常选用 Sin 函数和 Tanh 函数作为激活函数。

第二部分为物理信息网络, 大量无标签数据经模型训练后得到的 \tilde{w} 经过自动微分后, 将代入控制方程及边界条件中进行残差计算, 而少量由 CFD 计算得到

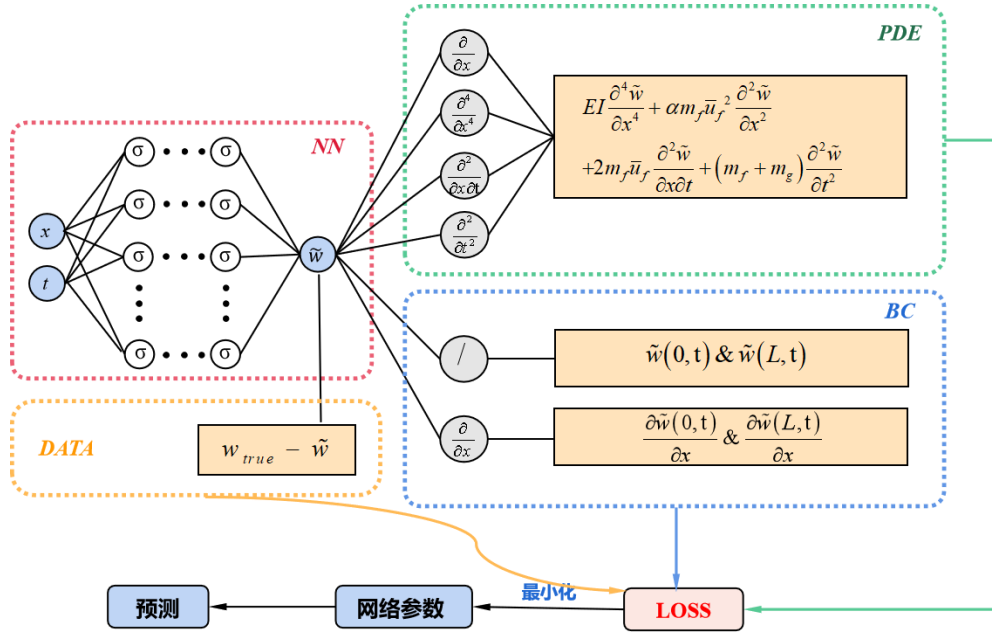


图 3.12 输流管道横向振动 PDDL 结构

该网络的损失函数定义为：

$$\text{Loss} = \omega_D \text{Loss}_D + \omega_N \text{Loss}_N + \omega_B \text{Loss}_B \quad (3.52)$$

$$\text{Loss}_D = \frac{1}{N_D} \sum_{n=1}^{N_D} \|\tilde{w}^n - w^n\|_2^2 \quad (3.53)$$

$$\text{Loss}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| \begin{array}{l} EI \frac{\partial^4 \tilde{w}^n}{\partial x^4} + \alpha m_f \bar{u}_f^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial x^2} \\ + 2m_f \bar{u}_f \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial x \partial t} + (m_f + m_g) \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial t^2} \end{array} \right\|_2^2 \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \text{Loss}_B = & \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \|\tilde{w}_x^n(x^n=0)\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \|\tilde{w}_x^n(x^n=L)\|_2^2 \\ & + \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \frac{\partial \tilde{w}_x^n(x^n=0,t)}{\partial x} \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \frac{\partial \tilde{w}_x^n(x^n=L,t)}{\partial x} \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.55)$$

其中， $\{\omega_D, \omega_N, \omega_B\}$ 为各个部分损失函数的权重系数，表征了其作为损失函数的各项贡献程度，在这里统一取值为 1。这里的损失函数由三部分组成，第一部分是纯数据驱动部分， N_D 表示该部分具有真实标签值数据的个数；第二部分则是物理信息驱动部分， N 表示定义时空域内部的自由无标签训练数据个数，该部分数据都遵循控制方程；第三部分由边界条件损失函数， N_{B1} 和 N_{B2} 为左右边界

上选取的配置点个数。

3.4.2 模型的训练

(1) 数据集的搭建

根据所求解输流管道参数信息，利用 CFD 计算流体软件建立输流管道单向流固耦合模型。由于数学理论模型建立时采用的梁理论模型，均以截面中性轴位移作为变量，在此选取数值模拟计算结果的截面横向位移平均值作为标签数据。

选取了输流管道上沿管道长 20 个位置截面，400 个离散时间点的时程横向振动响应作为数据集，截面信息如下表。选取 10 个截面参与模型的训练集、10 截面作为测试集，用于对模型的预测能力做出测试和评估，检测该模型的性能。

表 3.1 训练集测试集数据划分

	训练集	测试集
截面组数	10	10
截面位置 x	0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、 0.55、0.6、0.7、0.8、0.9	0.075、0.15、0.25、0.36、0.43、 0.52、0.66、0.75、0.85、0.95

不同于传统的深度学习，本章构建的 PDDL 模型训练集除有标签的真实数据外，还有部分无标签数据。具体而言，该训练数据集主要由三部分组成，第一部分为有真实标签即通过数值模拟计算得到的数据配置点，如图 3.14 中由虚线表示。第二部分则定义了管道长度范围内和计算时间 0 到 2s 共同组成的时空域下，利用 DeepXDE 的随机选取配置点方法，选择了 15000 个时空配置点即无标签的自由数据，该部分设定应满足物理信息控制方程；第三部分则是选定管道两端的边界上 400 个时空配置点，该配置点设定应满足边界条件。

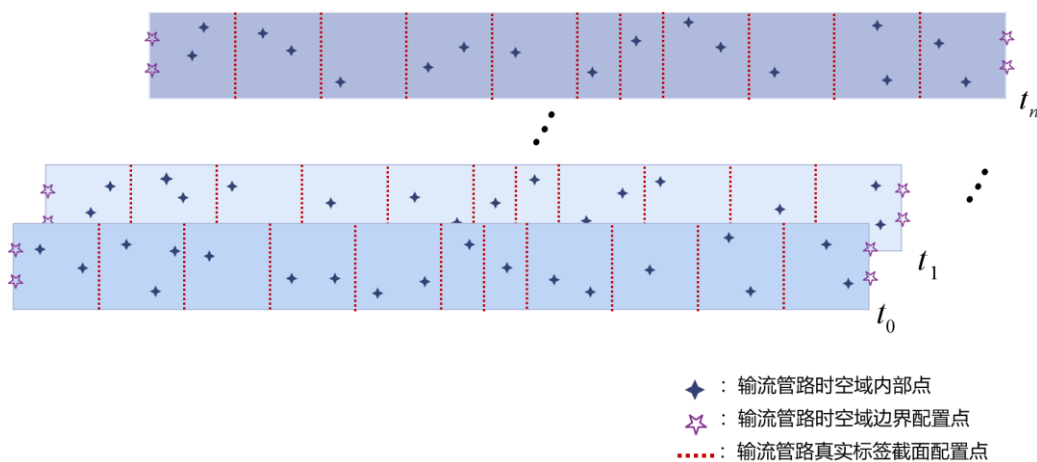


图 3.13 横向振动求解训练数据集选取示意图

这些训练数据中，除了 10 组截面点的时程数据需要依赖 CFD 计算结果外，

其余数据均为无标签数据，可在网络框架内直接进行训练点的配置，而无需进行有限元数值模拟或实际测量得到其标签值，计算成本得以大大降低。

(2) 训练过程

训练 PDDL 网络模型的使用服务器平台的具体配置参数如表 3.2 所示。后文中，若不做特殊说明，则默认均采用该配置参数进行。

表 3.2 训练环境服务器配置表

配置名称	参数
操作系统	Windows 10 64 位
CPU	Intel (R) Core (TM) i9-11900K 3.50 GHz
GPU	NVIDIA GeForce RTX 3070 Ti 8G
RAM	48 G

软件平台的版本如表 3.3 所示。

表 3.3 训练环境软件版本表

软件名称	版本
CUDA 版本	11.0
Python 版本	3.8.5
Tensorflow 版本	1.6.0

本章所设计的物理驱动深度学习模型是在 Tensorflow1.6.0 的深度学习框架上进行的，使用 Adam 和 L-BFGS 优化器进行训练，前 30000 个 iteration 中使用 Adam 优化器。后续迭代中再使用 L-BFGS 优化器，优化器 L-BFGS 中不涉及学习速率，当两个相邻迭代步间的差值小于阈值时，训练结束，故这部分 L-BFGS 的迭代次数在网络结构不作定义。

最终 PDDL 中的超参数取值如下表所示：

表 3.4 PDDL 超参数设置

超参数	隐藏层层数	隐藏层神经元数	学习率	批次大小	激活函数
值	6	128	0.0001	200	Tanh

对其中各部分 loss 值随迭代次数变化趋势曲线即图 3.15 所示，控制方程 lossPDE 部分的损失函数波动较大，且数据驱动部分的 lossData 和 lossPDE 在数值的数量级上相近，而边界条件约束下的 lossBC 较早收敛，这也表明了所建立的 PDDL 同时受到数据驱动和控制方程的约束，训练后期边界条件的约束对总体的 loss 影响并不显著。

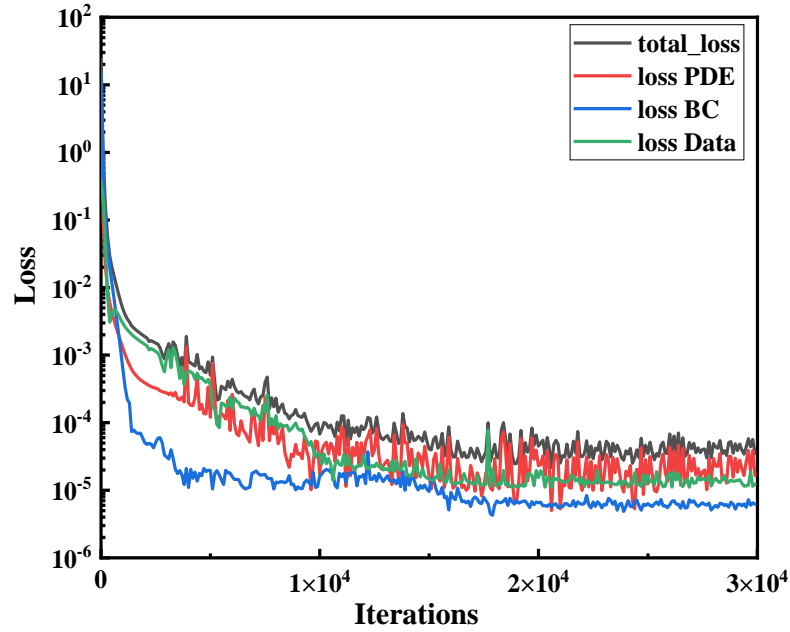
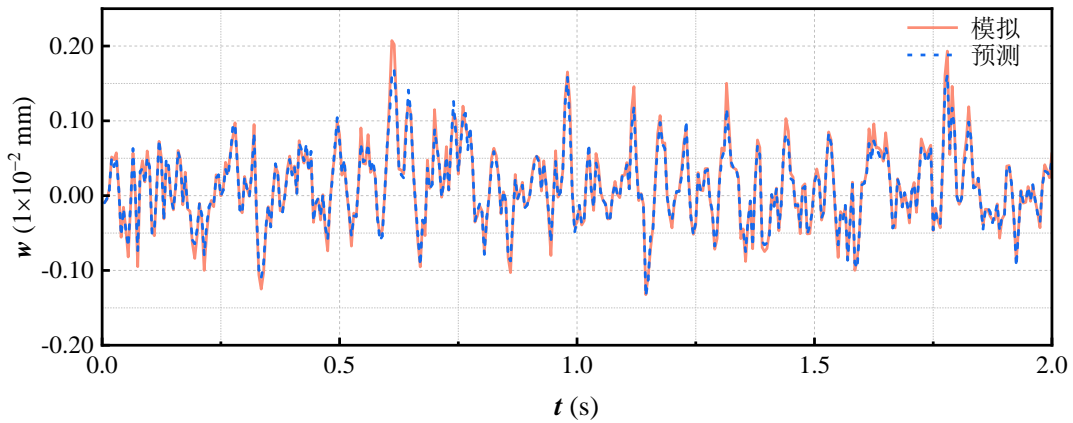


图 3.14 横向振动 PDDL 损失函数训练过程图

3.4.3 模型的评估及分析

在 PDDL 训练完成后,需要对模型的预测精度与准确性进行评估,这里选用了输流管道上 10 个截面作为测试集进行预测,其预测情况与 CFD 模拟值对比如下图所示。

图 3.15 $x=0.075$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

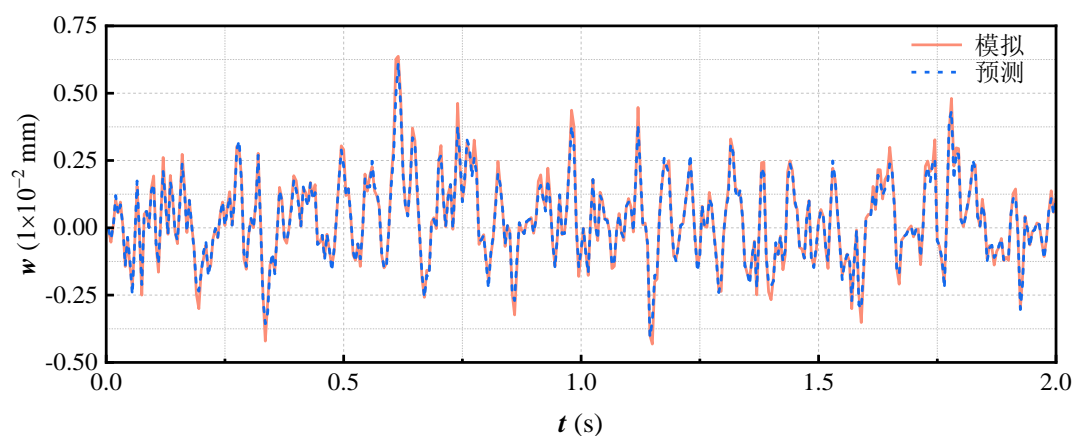


图 3.16 $x=0.15$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

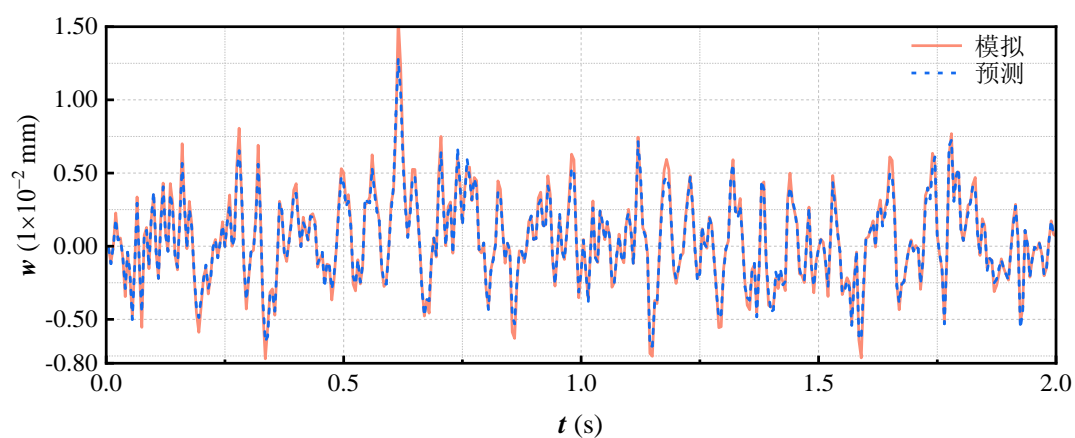


图 3.17 $x=0.25$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

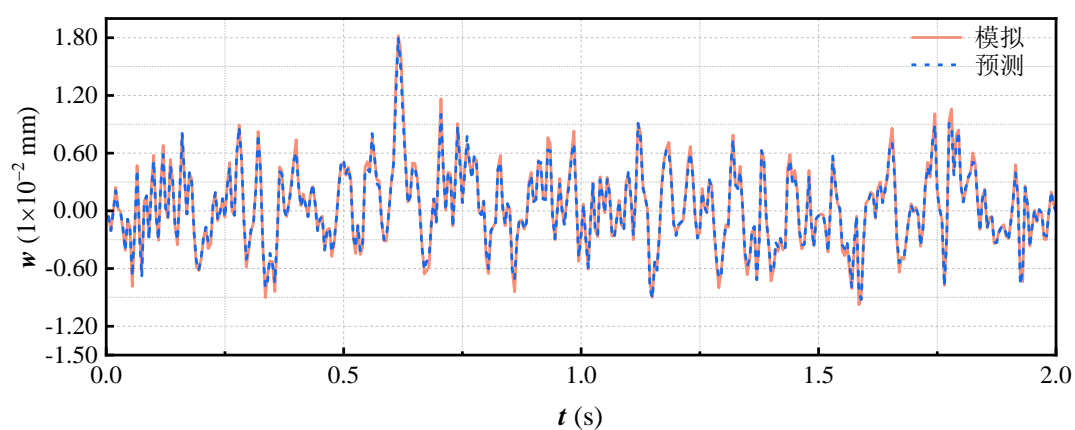


图 3.18 $x=0.36$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

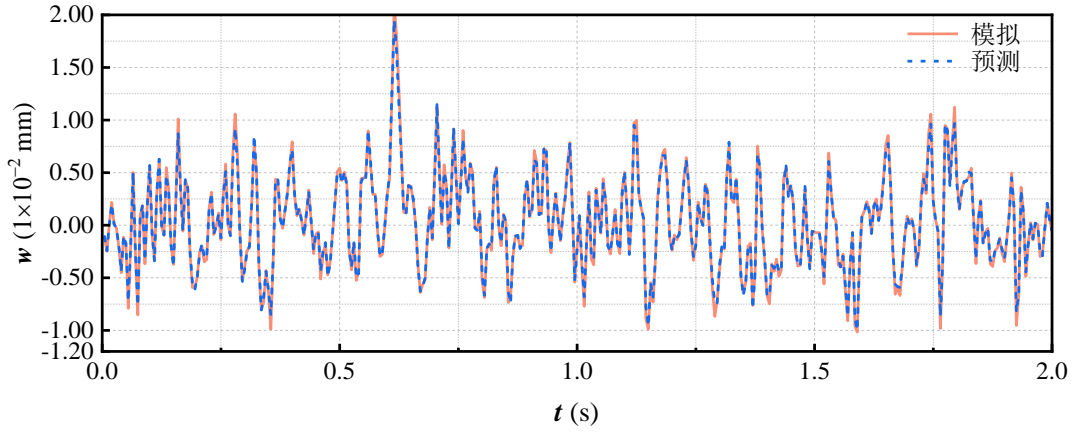


图 3.19 $x=0.43$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与模拟值对比

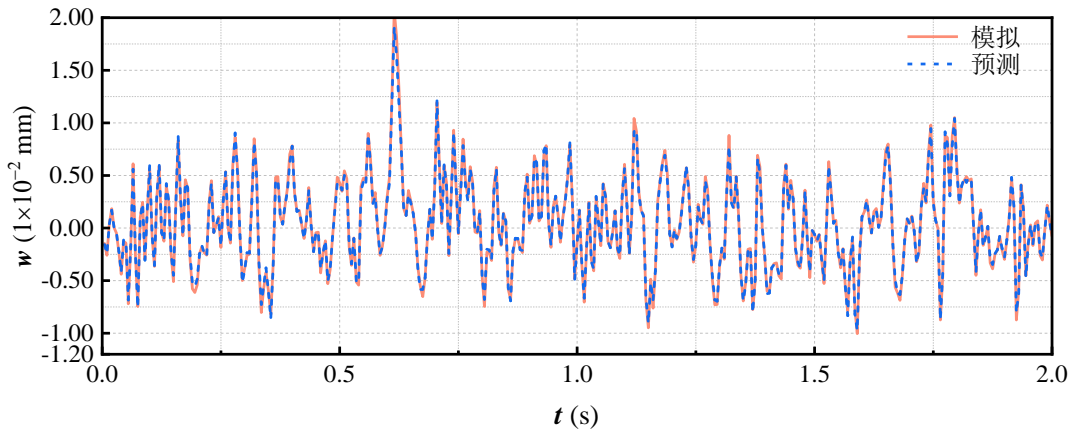


图 3.20 $x=0.52$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

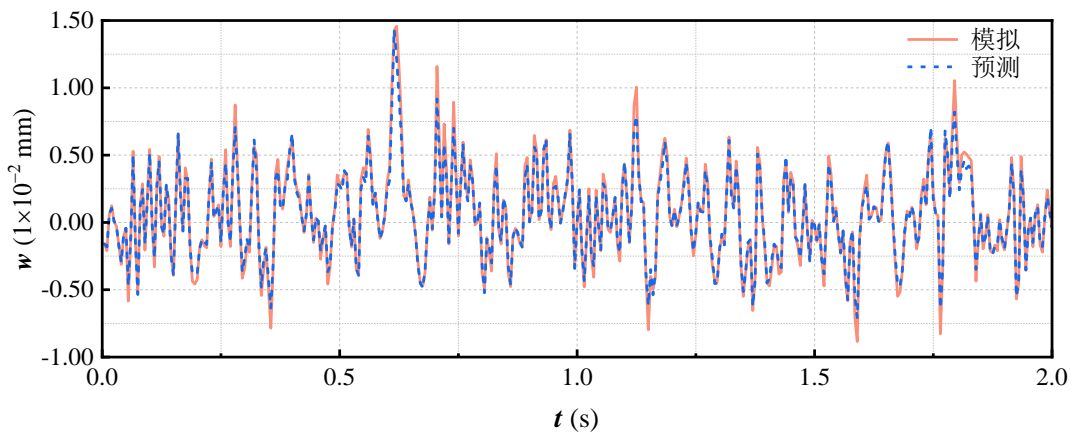


图 3.21 $x=0.66$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

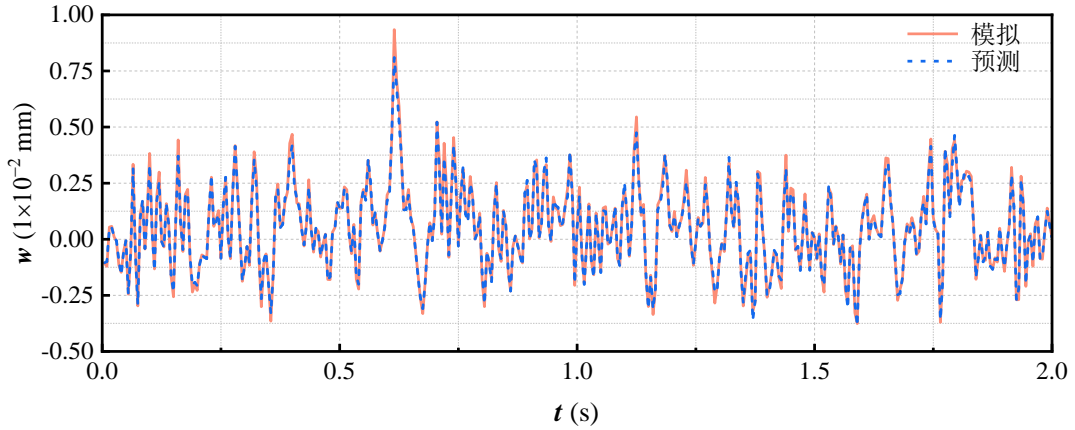


图 3.22 $x=0.75$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

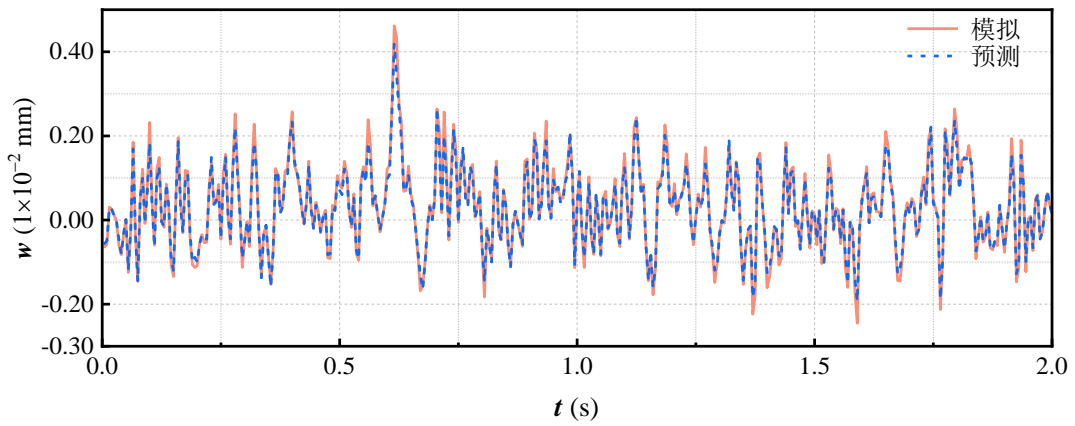


图 3.23 $x=0.85$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

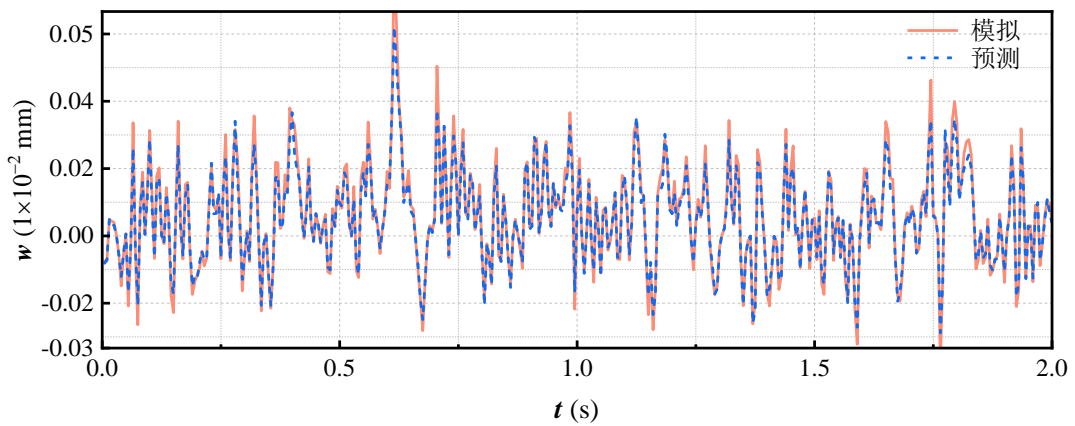


图 3.24 $x=0.95$ 处管道横向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

以上则为测试集中的 10 组截面基于物理驱动深度学习预测的横向振动位移值与 CFD 计算流体数值模拟值的时程对比图，能较为直观地发现该模型能够准

确地对横向振动位移进行预测。

为了更精确地衡量模型的预测效果,对预测集上每一组截面各时刻的预测值相对误差 δ 求均值,以表征建立的模型在各截面横向振动位移的预测能力,其公式为:

$$\delta = \frac{1}{N} \sum_{t=t_0}^T \left| \frac{\tilde{w}^t - w^t}{\max(|w|)} \right| \times 100\% \quad (3.56)$$

其中 t_0 表示初始时刻, T 表示终止时刻, N 为时刻点个数。对于预测集上的每个截面逐一计算,即可以得到如表 3.5 所示的相对误差结果。

表 3.5 测试集截面预测值相对误差

截面x位置	0.075	0.15	0.25	0.36	0.43	0.52	0.66	0.75	0.85	0.95
相对误差 $\delta\%$	2.58	2.18	1.73	1.54	1.16	0.95	2.24	1.37	2.13	2.87

从相对误差数值而言,物理驱动深度模型的预测值均值 2%左右甚至更小,但仅从均值角度分析可能会忽略了预测的整体情况,为了进一步说明其说明预测误差,这里采用归一化概率密度函数(PDF)进行处理式,其定义如下:

$$P = \text{PDF} \left\{ \frac{\tilde{w}^t - w^t}{\max(|w|)} \right\} \quad (3.57)$$

选取了部分截面的预测结果,绘制出其误差分布如图 3.25 所示,可以看出预测误差主要在 5%以内,表明该模型的预测结果均具有较高精度。

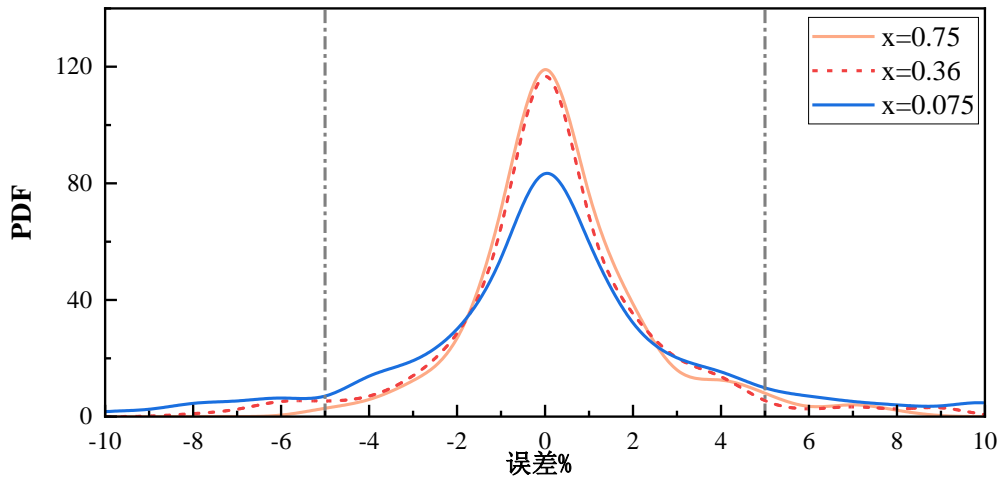


图 3.25 PDDL 横向位移预测误差概率分布图

从误差分析和上述数值对比时程图中可以发现 PDDL 在物理信息作用下,仅依赖于稀疏的 CFD 标签数据依然能较好地完成预测任务,极大地减轻了传统深度学习所依赖的海量数据需求,这也得益于将物理信息控制方程融入损失函数

后，能较好地引导网络向符合物理定律的结果进行训练。

3.5 输流管道纵向振动动力响应 PDDL 预测

3.5.1 网络结构设计

针对细长输流管道流固耦合轴向振动问题，这里将研究对象设定与 3.4 章中求解问题设置为相同。对于细长输流管道流固耦合轴向振动问题，可以采用第二章中的建立的已考虑摩擦耦合作用以及泊松耦合作用的数学模型，其控制方程前述篇章中已有详细阐述推导，即：

$$\begin{cases} \frac{\partial u_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ -\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + E \frac{\partial u_x}{\partial x \partial t} + \frac{\nu d}{2e} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{K^*} \frac{\partial p}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.58)$$

其中，由 3.4 章计算可知， $Re=457574$ ，摩擦因数 f_s 与 Re 以及管壁相对粗糙度有关，根据查摩擦阻力表可知 $f_s=0.135$ 。

$$K^* = \left[\frac{1}{K} + \frac{(1-\nu^2)d}{Ee} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{2} + \frac{(1-0.3^2) \times 0.012}{210 \times 0.001} \right]^{-1} = 1.89 \quad (3.59)$$

管道两端为固定约束，可得其边界条件为：

$$w(0,t) = w(L,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.60)$$

利用 PDDL 对输流管道轴向振动进行预测，建立其物理信息神经网络结构如图 3.26 所示，第一部分为全连接神经网络。全连接网络结构由输入层、隐藏层、输出层、激活函数组成。管道的轴向位置 x 及时间 t 为输入，网络的输出共有 4 项，分别为管道轴向振动位移 \tilde{u}_x 、管道轴向正应力 $\tilde{\sigma}_x$ 、流体截面压强 \tilde{p} 以及流体截面轴向流速 \tilde{u}_f 。

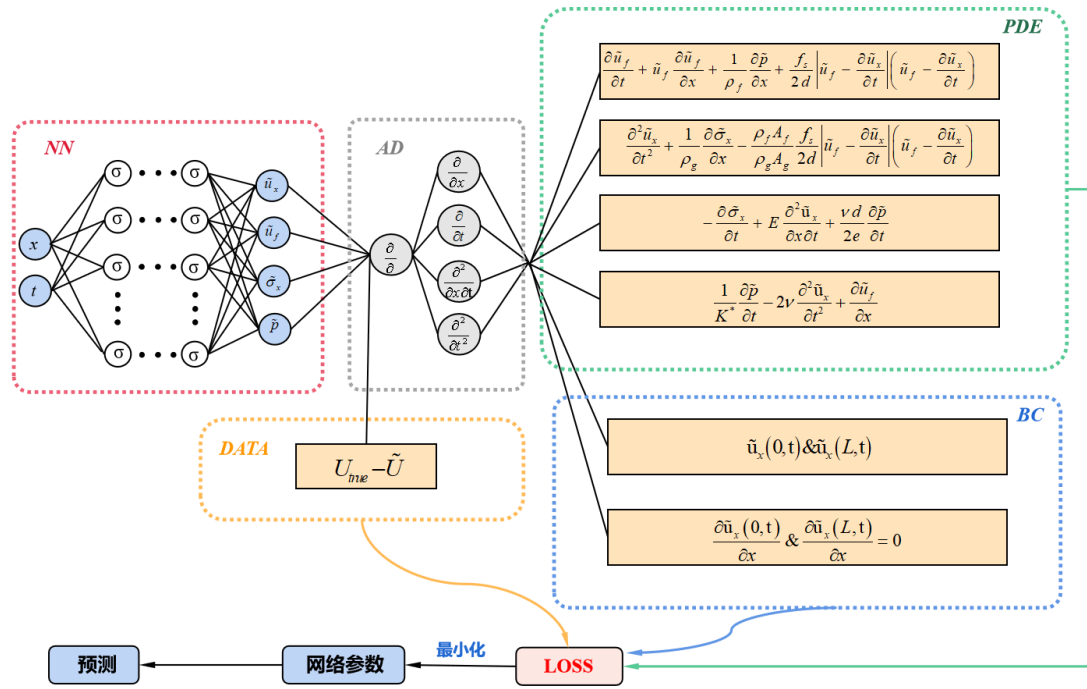


图 3.26 输流管道轴向振动 PDDL 网络结构示意图

第二部分为物理信息网络，网络的输出项经过自动微分后，将代入轴向振动控制方程及边界条件中进行残差计算。少量带有真实标签的数据将作为数据驱动部分共同组成损失函数部分，进行训练

该网络的损失函数定义为：

$$\text{Loss} = \omega_D \text{Loss}_D + \omega_N \text{Loss}_N + \omega_B \text{Loss}_B \quad (3.61)$$

$$\text{Loss}_D = \frac{1}{N_D} \sum_{n=1}^{N_D} \left(\left\| \tilde{u}_f^n - u_f^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{u}_x^n - u_x^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{\sigma}_x^n - \sigma_x^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{p}^n - p^n \right\|_2^2 \right) \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \text{Loss}_B = & \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \tilde{u}_x^n (x^n = 0) \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \tilde{u}_x^n (x^n = L) \right\|_2^2 \\ & + \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n (x^n = 0, t)}{\partial x} \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n (x^n = L, t)}{\partial x} \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\text{Loss}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\begin{aligned} & \left\| \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \tilde{\sigma}_x}{\partial x} - \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} \left| \tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right| \left(\tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right) \right\|_2^2 \\ & + \left\| -\frac{\partial \tilde{\sigma}_x}{\partial t} + E \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial x \partial t} + \frac{vd}{2e} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} \right\|_2^2 \\ & + \left\| \frac{1}{K^*} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial x} \right\|_2^2 \\ & + \left\| \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial t} + \tilde{u}_f \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{f_s}{2d} \left| \tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right| \left(\tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right) \right\|_2^2 \end{aligned} \right) \quad (3.64)$$

其中, $\{\omega_D, \omega_N, \omega_B\}$ 为各个部分损失函数的权重系数, 表征了其作为损失函数各项的贡献程度, 但由于在数据驱动部分各个物理量的量级相差较大, 如果均设置 1 则会导致预测性能较差, 尝试采用调整数据驱动部分各物理量的损失权重以改善其预测效果。这里的损失函数由三部分组成, 第一部分是纯数据驱动部分, N_D 表示该部分具有真实标签值数据的个数; 第二部分则是物理信息驱动部分, N 表示所有时空域下的训练点个数, 该部分都因遵循控制方程函数; 第三部分由边界条件损失函数, N_{B1} 和 N_{B2} 为左右边界上选取的配置点个数。

3.5.2 模型的训练

(1) 数据集准备

根据所求解输流管道参数信息, 利用 CFD 计算流体软件建立输流管道双向流固耦合模型。由于基于数学理论模型建立时采用的梁理论模型, 均以截面中性轴位移作为变量, 在此选取数值模拟计算结果的截面横向位移平均值作为标签数据。采用输流管道上沿管道长等距间隔的 19 个位置截面, 400 个离散时间点的时程轴向振动响应作为标签数据集, 包含响应数据轴向振动位移 \tilde{u}_x 、管道轴向正应力 $\tilde{\sigma}_x$ 、流体截面压强 \tilde{p} 以及流体截面轴向流速 \tilde{u}_f , 从其中选取所有截面的前 200 个时刻作为训练集, 所有截面的后 200 个时刻响应数据作为测试集, 具体的数据集信息见表 3.6。

表 3.6 训练集测试集数据划分

	训练集	测试集
截面位置 x	0.05、0.1、0.15、0.2、0.25、0.3、0.35、0.4、0.45、0.5、0.55、0.6、0.65、0.7、0.75、0.8、0.85、0.9、0.95	
数据集信息	400 个离散时刻的前 200 个时刻点数据	400 个离散时刻的后 200 个时刻点数据

训练集主要由三部分组成，其配置点选取如图 3.27 所示，第一部分为有真实标签即通过 CFD 数值模拟计算得到的数据配置点，即图中虚线处，该部分作为数据驱动部分；第二部分则为定义在在管道长度范围内和计算时间 0 到 2s 共同组成的时空域下，利用 DeepXDE 的随机选取的 30000 个时空配置点，为无标签自由数据，满足轴向振动控制方程；第三部分则是选定管道两端的边界上 400 个时空配置点，该配置点应满足边界条件。同前述的横向振动问题相似，针对输流管道流固耦合纵向振动问题，仍在稀疏的标签数据及大量无标签的自由数据配合下进行训练。

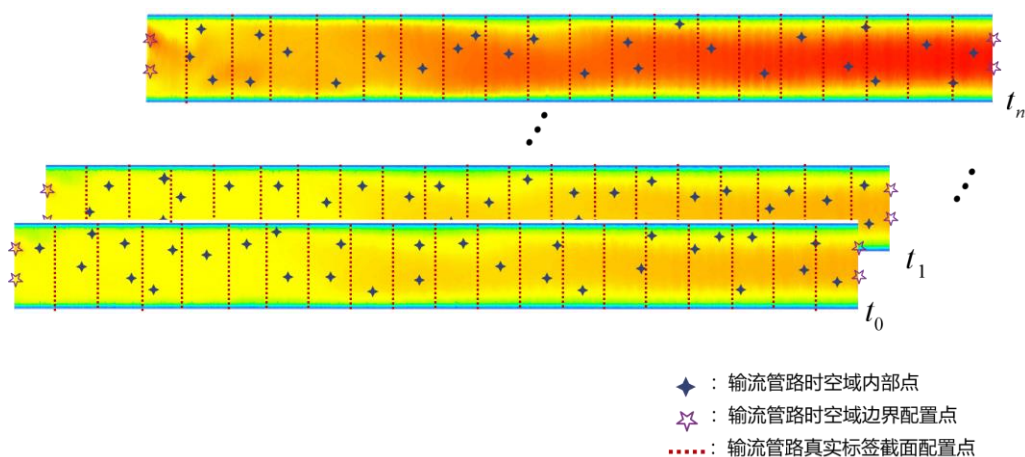


图 3.27 求解纵向振动 PDDL 训练数据集选点示意图

(2) 训练过程

训练输流管道纵向流固耦合振动的 PDDL 网络模型的使用服务器平台及环境配置参数可参考表 3.2 和表 3.3 所示。所建立的模型基于 Tensorflow1.6.0 的深度学习框架上进行，使用 Adam 和 L-BFGS 优化器进行训练，前 50000 个迭代步数中使用 Adam 优化器，之后再使用 L-BFGS 优化器。网络中的超参数设置同前述问题略有不同，参考表 3.7 所示。

表 3.7 PDDL 超参数设置

超参数	隐藏层层数	隐藏层神经元数	学习率	批次大小	激活函数
值	10	128	0.0001	300	Tanh

其中各部分 loss 值随迭代次数变化曲线如下图所示，最终达到收敛。由图 3.28 可知，控制方程 lossPDE 部分和数据驱动部分的 lossData 损失函数波动较大，所建立的 PDDL 模型同时受到数据驱动和控制方程的约束。

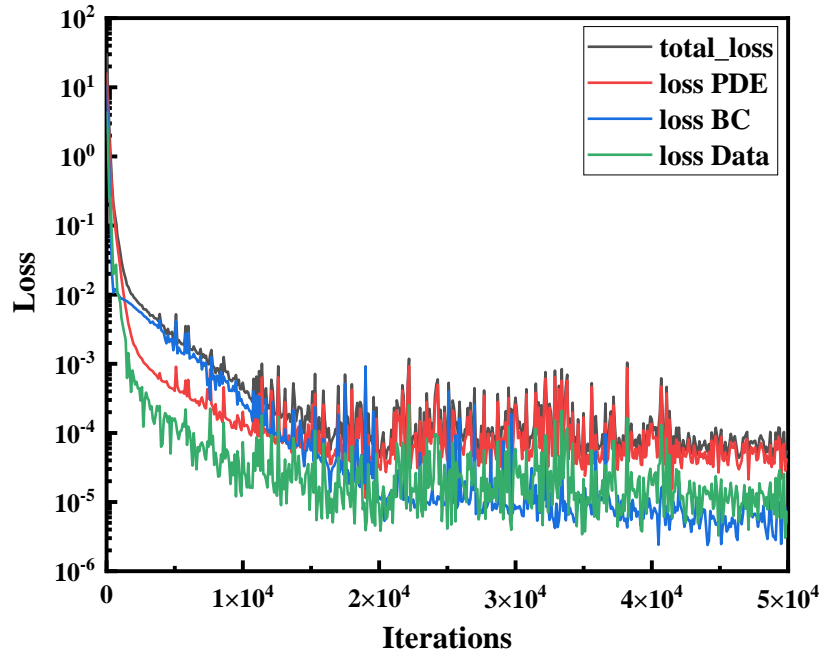
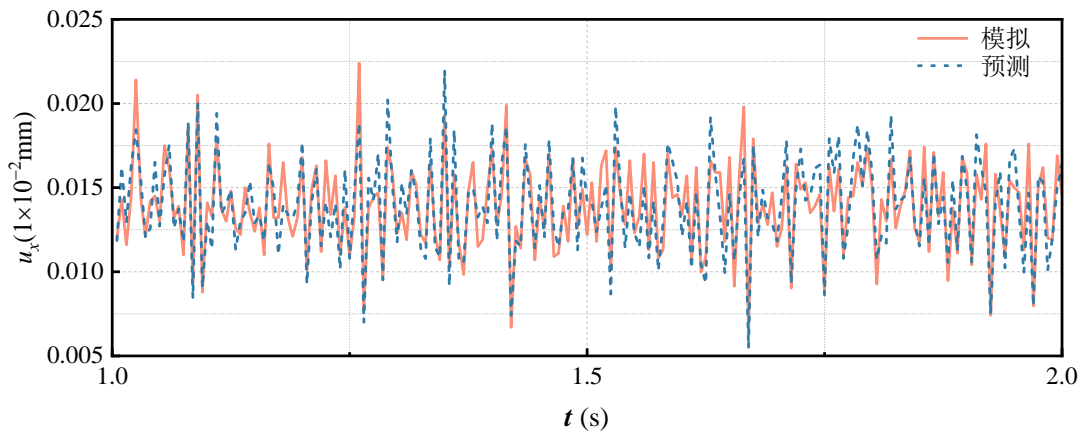


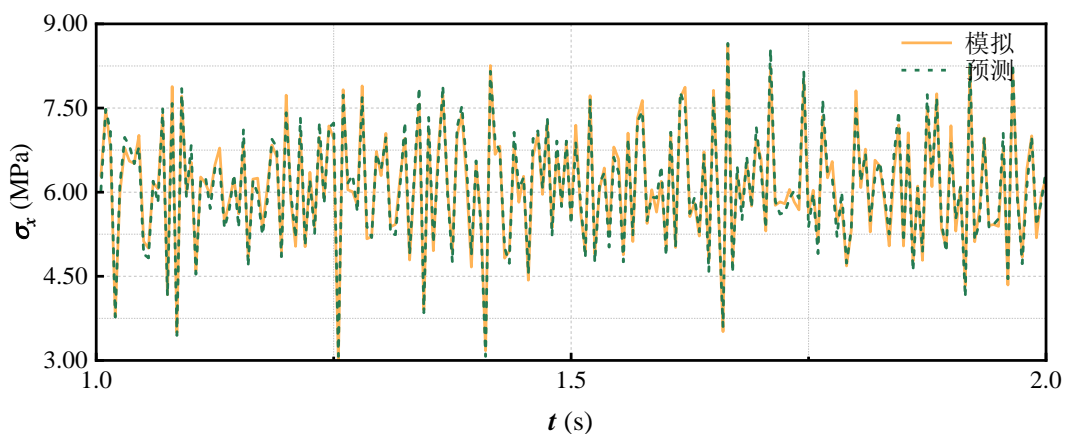
图 3.28 纵向振动 PDDL 损失函数训练过程图

3.5.3 模型评估和分析

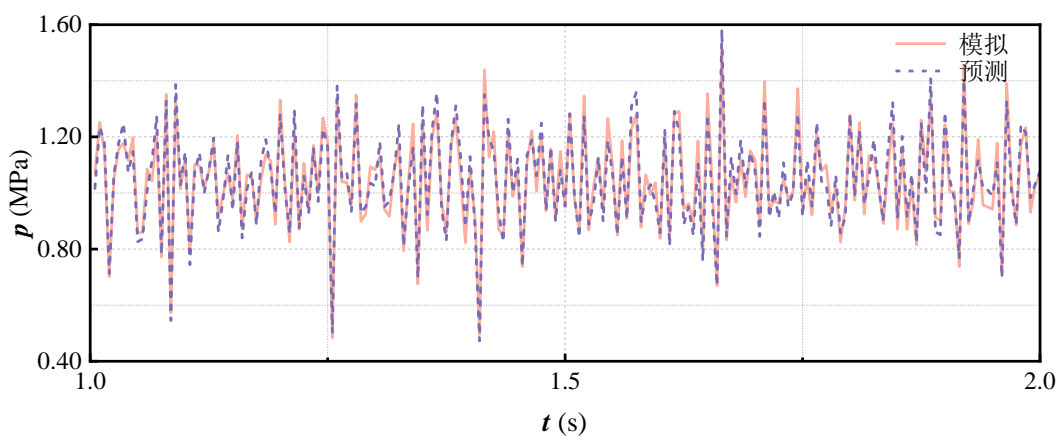
当搭建的 PDDL 模型训练完成后，尝试对测试集中 19 个截面后 200 个时刻的数据进行了预测，网络输出的物理量基于 PDDL 的预测值与 CFD 模拟值对比如下所示。



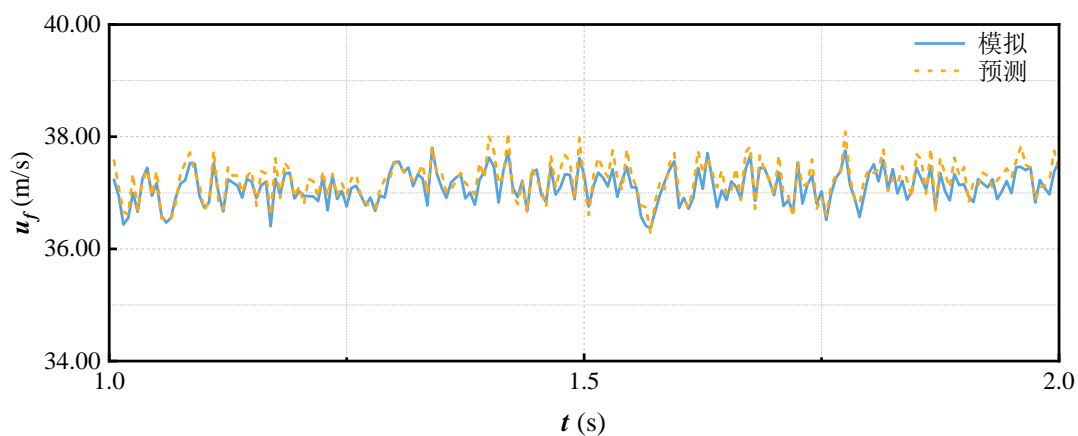
(a) 管道纵向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比



(b) 管道轴应力 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

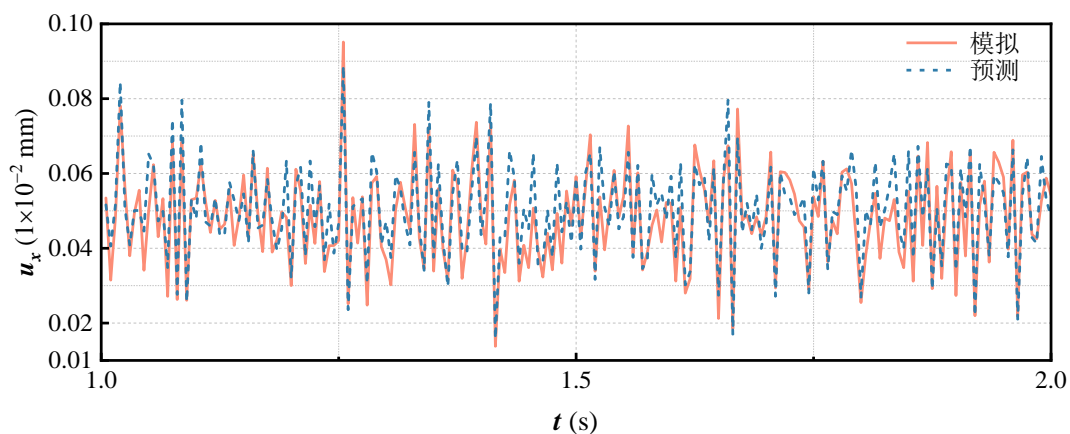


(c) 管内流体截面平均压强 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

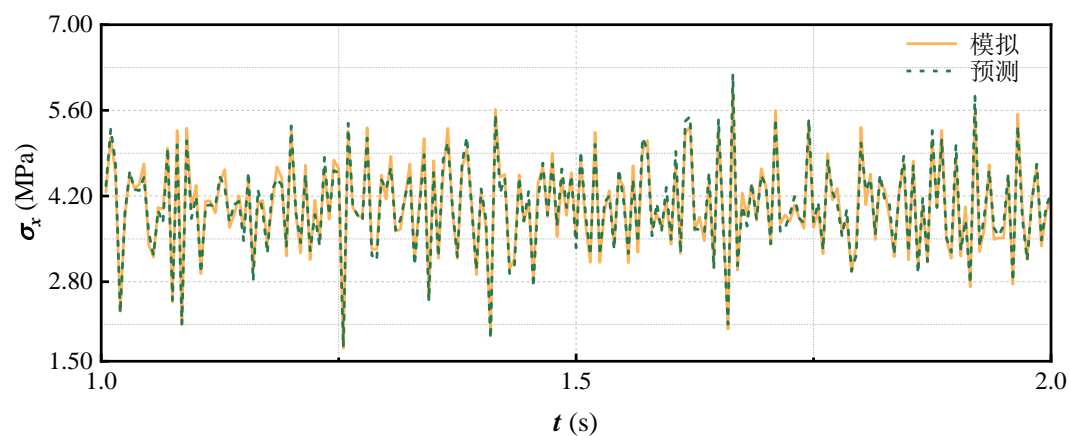


(d) 管内流体截面平均流速 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

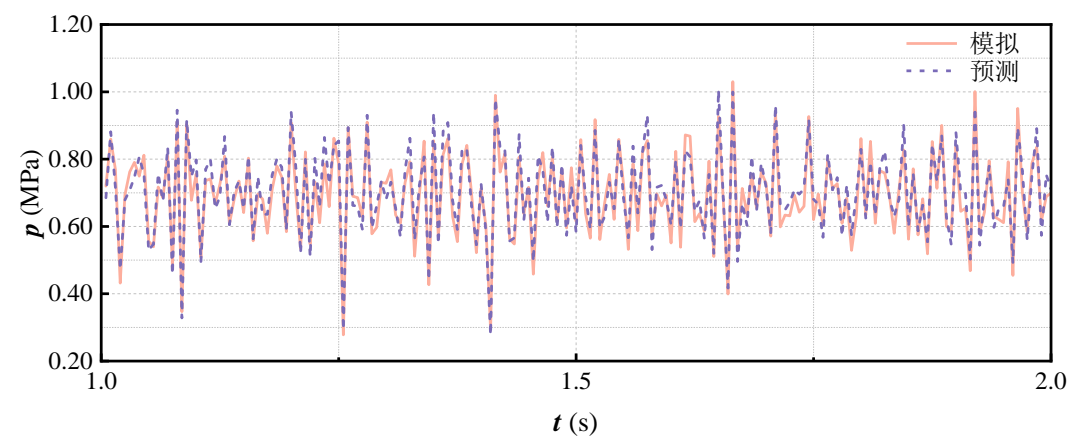
图 3.29 $x=0.05$ 处截面的 PDDL 输出各项值与 CFD 数值模拟值对比



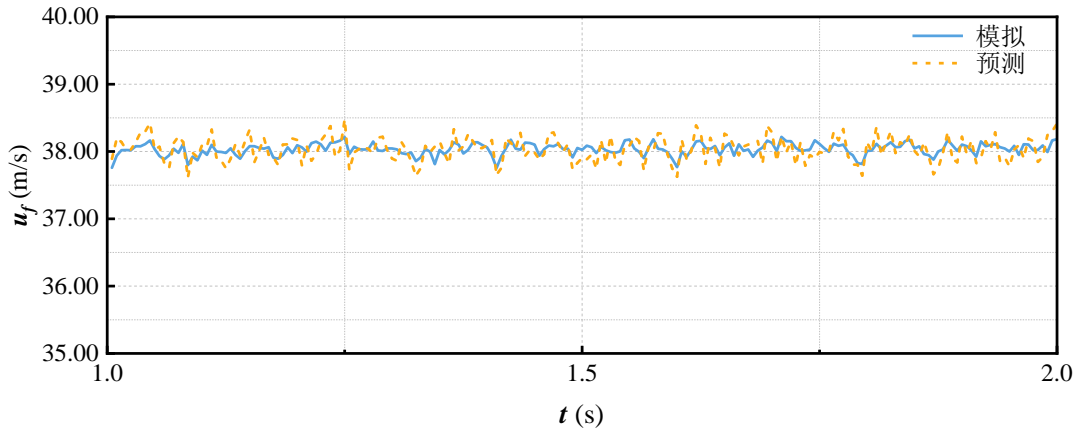
(a) 管道纵向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比



(b) 管道轴应力 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

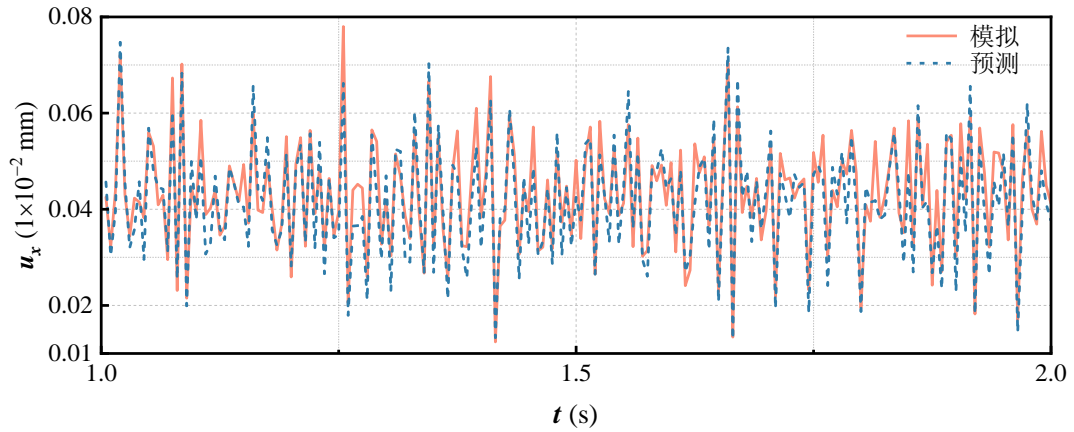


(c) 管内流体截面平均压强 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

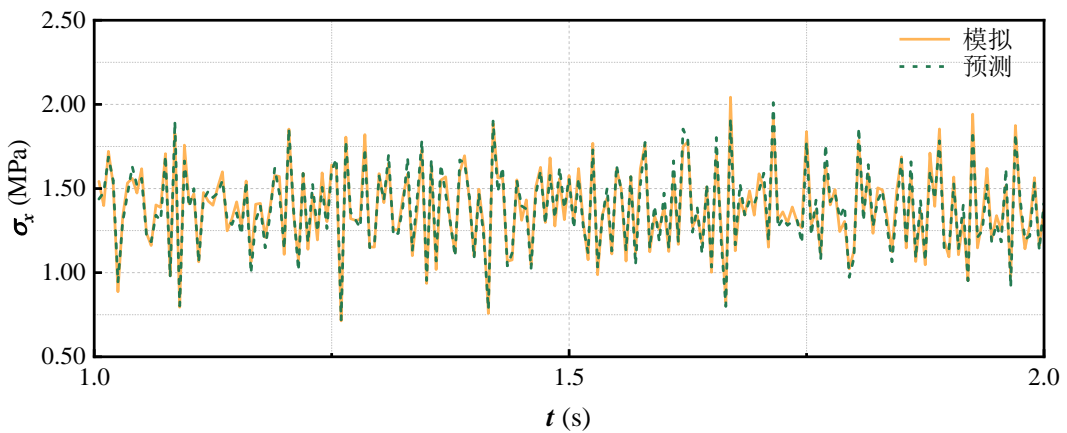


(d) 管内流体截面平均流速 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

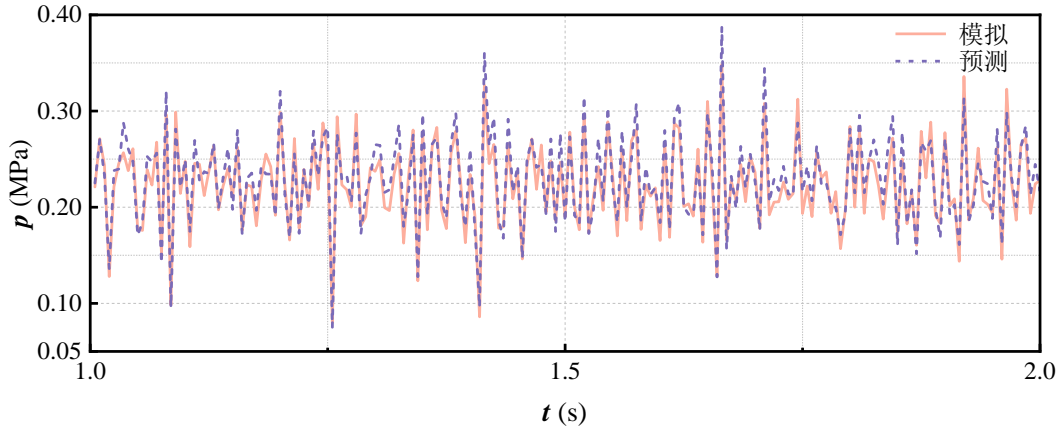
图 3.30 $x=0.3$ 处截面的 PDDL 输出各项值与 CFD 数值模拟值对比



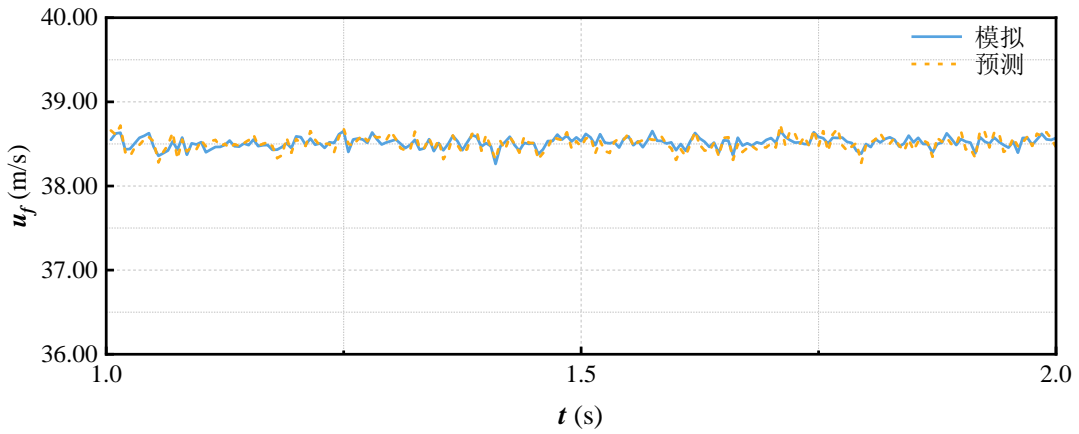
(a) 管道纵向振动位移 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比



(b) 管道轴应力 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比



(c) 管内流体截面平均压强 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比



(d) 管内流体截面平均流速 PDDL 预测值与 CFD 模拟值对比

 图 3.31 $x=0.75$ 处截面的 PDDL 输出各项值与 CFD 数值模拟值对比

从预测集的 19 个截面中选取了 3 个截面，利用物理驱动深度模型输出轴向振动位移 \tilde{u}_x 、管道轴向正应力 $\tilde{\sigma}_x$ 、流体截面压强 \tilde{p} 以及流体截面轴向流速 \tilde{u}_f 的值，并与 CFD 仿真模拟结果进行对比，可以较为直观地发现 PDDL 预测曲线能较好地同模拟值曲线拟合。同时为了更准确地评估其预测性能，在此也采用了相对误差来描述该模型的预测精确度，对每一组截面各时刻下轴向振动位移 \tilde{u}_x 、管道轴向正应力 $\tilde{\sigma}_x$ 、流体截面压强 \tilde{p} 以及流体截面轴向流速 \tilde{u}_f 的预测准确度进行求解，以表征 PDDL 对各截面纵向耦合振动各物理量的预测能力，其公式为：

$$\delta(x) = \frac{1}{N} \sum_{t=t_0}^T \left| \frac{\tilde{u}(x,t) - u(x,t)}{\max(u(x,t))} \right| \times 100\% \quad (3.65)$$

其中 $\tilde{u} = [\tilde{u}_x, \tilde{\sigma}_x, \tilde{p}, \tilde{u}_f]$ 表示 PDDL 对各物理量的预测结果， t_0 表示初始时刻， T 表示终止时刻， N 为时刻点个数。对于预测集上的各个截面进行计算，最终其

测试集 19 个截面不同网络输出物理值的相对误差结果如图 3.32 所示。

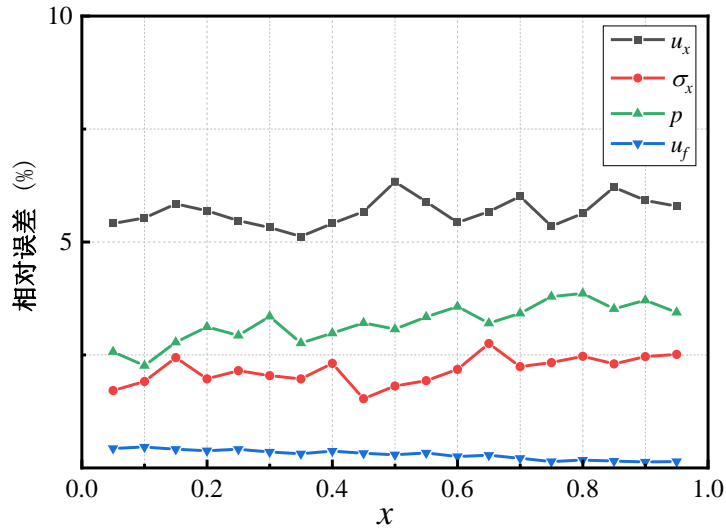


图 3.32 PDDL 预测值的相对误差

同时，选用概率密度函数对 PDDL 模型整体的预测情况进行评估，选取了 x 位于 0.05、0.30、0.75 三处截面上各物理量的预测结果，绘制出其误差分布如下图所示，可以看出其预测误差大部分仍集中分布在 5% 内，表明该模型的预测结果整体而言具有较高精度。

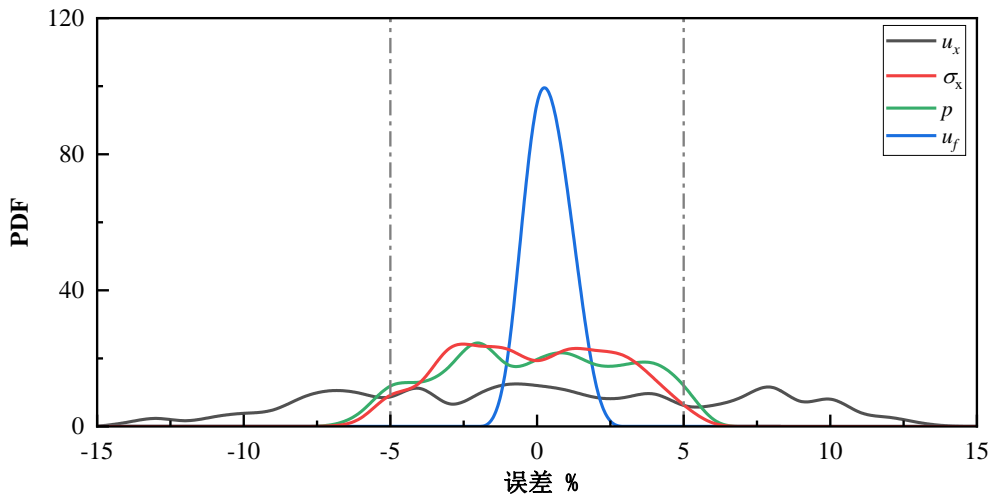
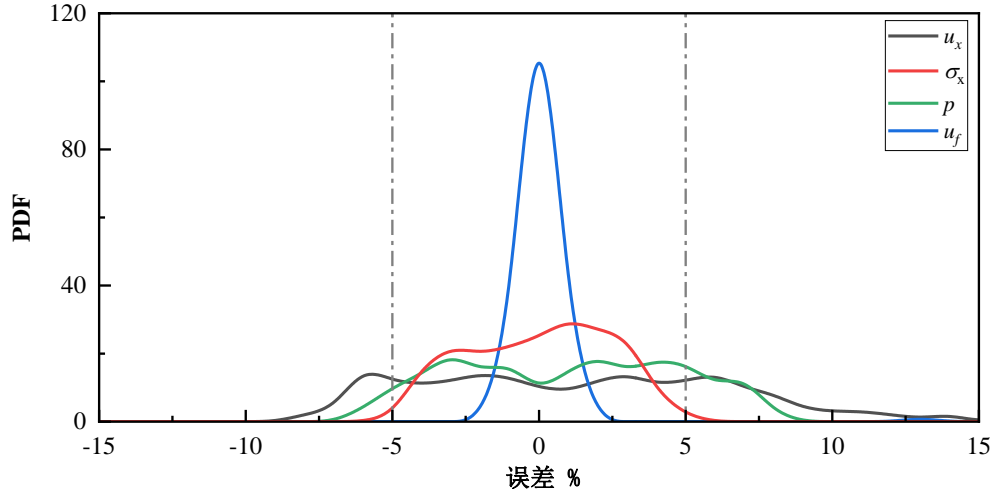
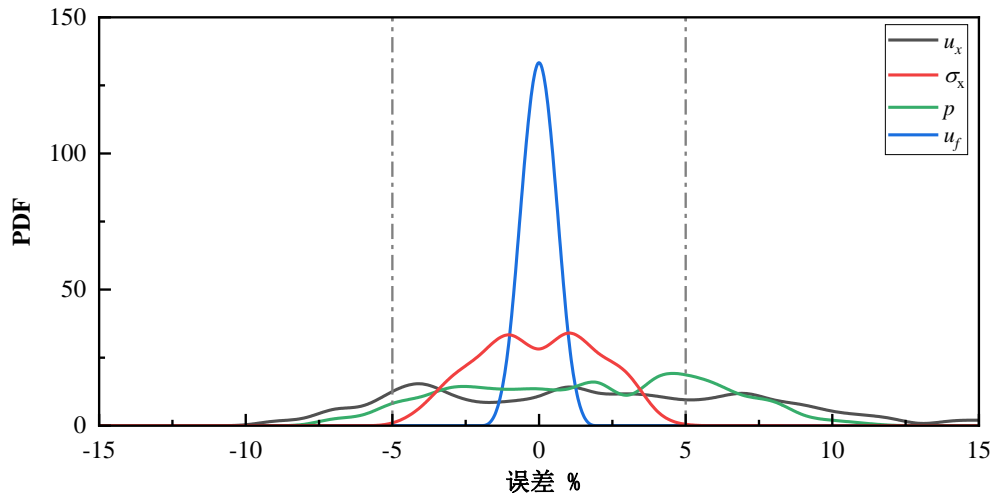


图 3.33 截面 $x=0.05$ 处各物理量预测误差概率分布图


 图 3.34 截面 $x=0.3$ 处各物理量预测误差概率分布图

 图 3.35 截面 $x=0.75$ 处各物理量预测误差概率分布图

由以上误差分析可以发现所建立的 PDDL 模型对于 \tilde{u}_f 的预测效果最佳，而对于轴向振动位移 \tilde{u}_x 的预测相对较弱一些，分析轴向振动位移值 \tilde{u}_x 预测相对误差大的原因可能在于同其他物理量相比，其数量级过小，导致无法在训练中得到理想的预测效果，但也能在可接受的误差范围内，证明 PDDL 用于输流管道纵向振动预测仍是有效的。从上述的预测结果及相对误差值中，表明 PDDL 具有从少量标签数据提取到深层关联信息的能力，能较好地完成多物理量预测任务。

3.6 本章小结

本章系统地梳理了深度学习的基本理论，对一些常见的神经网络结构、激活函数、反向传播、自动微分、优化算法等基本概念进行了阐释。在此基础上，进

一步对物理驱动深度学习模型的基本原理及针对此类模型开发的 DeepXDE 库做了说明。

将前述建立的横向振动控制方程和纵向振动耦合方程,作为物理控制方程嵌入对应物理驱动深度学习模型中进行动力响应的预测。对于输流管道横方向流致振动预测问题,选取了 10 个截面上稀疏的 CFD 模拟数据结合大量无标签数据进行训练。最终,预测结果表明该模型能在稀疏数据的情况下具有很高的精度。在输流管道纵向振动耦合动力响应预测中,模型利用 19 组截面前 200 个时刻的稀疏标签数据结合了大量无标签数据,精确地预测了后 200 个离散时刻的纵向振动位移、纵向截面应力、截面内流体速度与压强值。

以上两个算例均表明物理驱动深度学习具有从少量稀疏的标签数据提取深层关联信息的能力,预测结果仍具有很高的精度。同时由于仅采用少量有标签数据,从而大幅减轻传统算法中为获取大量标签数据而带来的昂贵计算成本降低了为获取标签数据所需的计算成本。

第 4 章 基于物理驱动深度学习的输流管道参数识别

4.1 引言

对于输流管道流固耦合正问题,前文已通过物理驱动深度学习的方法进行了有效的解决,但在求解过程中不难发现耦合方程式中含有诸多同流场信息或管道信息相关的参数,在前述的求解中,均假设在理想的条件下,这些参数信息默认已知的。但在工程实际中,由于测量条件限制等原因,参数的具体数值难以在建立模型之初确定,这也对求解造成一定的影响,故有必要针对控制方程中参数未知的情况进行参数识别的讨论,即求解偏微分方程的反问题。

本章首先对物理驱动深度学习模型求解反问题的方法进行了介绍,之后针对输流管道中流场参数信息或固体参数信息未知的情况,利用前述已建立的物理驱动深度学习模型,把未知参数看作是网络训练更新的一部分,利用稀疏的 CFD 模拟标签数据结合无标签数据进行参数识别。

4.2 反问题中的物理驱动深度学习

在工程领域中,系统的参数识别仍是一个非常值得探讨的问题,渐近性原则常被用以待定系数的确定,其思想为模型预测的输出结果应当真实值一致,其本质是数据拟合,在逼近模型系数时,率先确定对精度影响大的方程项系数,再逐步确定其他系数。这一方式可以降低小项的影响,但难以同时获得最优的系数组合解。相比于传统的方法,物理驱动深度学习具有更强的结合样本数据反推方程属性的能力,可以同时确定方程中的待定系数组合,且由第三章研究可知 PDDL 对样本标签数据的需求量更小,故 PDDL 具备在参数重建领域发挥巨大的作用的潜力。

考虑一个一般形式的参数化非线性偏微分方程:

$$N(u, \lambda) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t \in [0, T] \quad (4.1)$$

其中, x 为空间变量, Ω 是欧氏空间 \mathbb{R}^D 的子集, t 为时间变量, T 是停止时刻, $N(\cdot)$ 是微分算子项, 可以看作为对 u 进行微分运算的泛函, λ 为方程中的参数项。方程的边界条件及初始条件为:

$$I_x(u, \lambda) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{BC}_x(u, \lambda) = 0, \quad x \in \Omega_B, \quad t \in [0, T] \quad (4.3)$$

PDDL 求解反问题，即通过给定的真实数据 $\{u_i\}$ ，去识别方程中的参数 λ 。其基本步骤同前述该模型求解正问题过程基本一致，唯一的区别在于训练之初需给定未知参数的初始值，并将其定义为网络参数的一部分共同参与训练，即将困难的识别参数问题转化为了简单的优化问题。

其基本网络结构如下图所示，

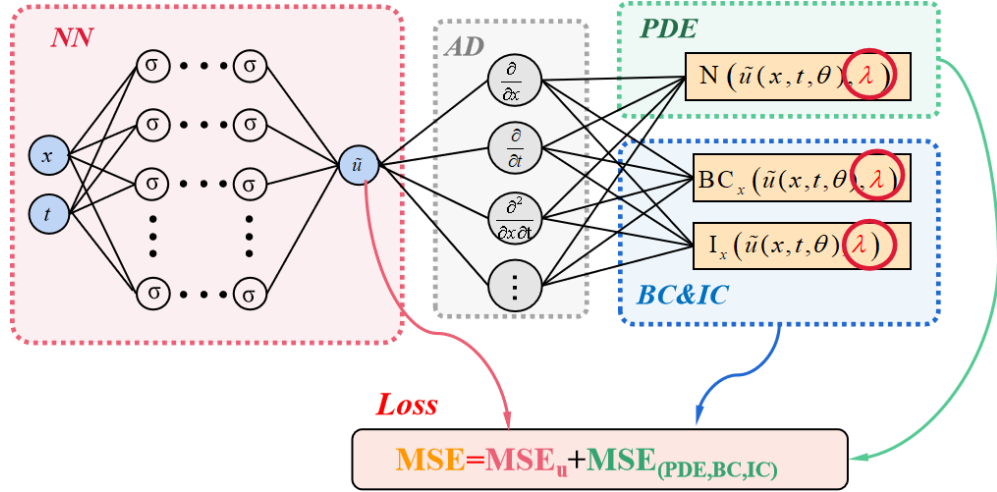


图 4.1 PDDL 求解反问题网络结构图

网络的参数及方程中待识别的参数，可以对下式优化问题求解获得：

$$\begin{aligned} \{\theta^*, \lambda^*\} &= \min_{\theta, \lambda} (\text{Loss}) \\ &= \min_{\theta, \lambda} (\omega_D \text{Loss}_D + \omega_N \text{Loss}_N + \omega_B \text{Loss}_B + \omega_I \text{Loss}_I) \end{aligned} \quad (4.4)$$

其中，

$$\text{Loss}_D = \frac{1}{N_D} \sum_{n=1}^{N_D} \left\| \tilde{u}^n(x^n, t^n, \theta) - u_{true}^n \right\|_2^2 \quad (4.5)$$

$$\text{Loss}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| N(\tilde{u}^n, \lambda, \theta) \right\|_2^2 \quad (4.6)$$

$$\text{Loss}_B = \frac{1}{N_B} \sum_{n=1}^{N_B} \left\| \text{BC}(\tilde{u}^n, \lambda, \theta) \right\|_2^2 \quad (4.7)$$

$$\text{Loss}_I = \frac{1}{N_I} \sum_{n=1}^{N_I} \left\| I_x(\tilde{u}^n, \lambda, \theta) \right\|_2^2 \quad (4.8)$$

由此，参数识别问题即通过 PDDL 得到了解决。不难发现，基于 PDDL 解

决反问题相比于前文提到的正问题解决方法,其基本的网络结构和解决思路是一致,仅仅需要在网络框架中将识别参数的值加入优化训练过程中即可,这在程序中的实现也是较为简单易操作的。

4.3 输流管道横向振动问题参数识别

4.3.1 定义待识别参数

输流管道在长时间服役使用过程中,管道外壁处在复杂的外部环境中,可能发生化学反应或物理变化等极易形成腐蚀锈损,而管道内壁结构在内部流体的不断冲蚀下,也难免会产生疲劳损坏的情况。这种管壁的变化对管道的正常运行具有极大的影响,甚至会因此造成更加严重的泄漏事故。在实际工程中,管道的横向振动数据能够通过传感器获得,相比于外部管壁,管道内部的情况更加复杂,且由于一些技术限制等,管道的壁厚和内部流体的信息难以得到完整的探测。

以一根两端固支的输流管道为例,其横向振动的控制方程如式(2.46)中所述,即:

$$EIw_L'''' + \alpha m_f \bar{u}_f^2 w_L'' + 2m_f \bar{u}_f \dot{w}_L' + (m_f + m_g) \ddot{w}_L = 0 \quad (4.9)$$

管道两端为固定约束,可得其边界条件为:

$$w(0,t) = w(L,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (4.10)$$

其中, \bar{u}_f 为流体平均流速, α 为修正系数,与内部流场的流速、雷诺数相关; EI 为管道的弹性模量和转动惯量乘积,表征管道的弯曲刚度,管道的弹性模量通常只与材料相关为常量,而转动惯量可以反映管道的内外径关系。在前述的正问题求解中,这三个参数都作为已知量参与到网络训练中,但在实际工程中,这些参数的获得是比较困难的,在此它们将作为待识别参数。

4.3.2 模型建立

(1) 网络设置

基于部分输流管道横向振动位移数据,利用 PDDL 对输流管道的参数进行识别,可建立其物理驱动深度学习模型如下 4.2 图所示。求解反问题 PDDL 模型同前述求解输流管道横向流致振动位移的网络结构相差无几,可参考前述的网络结构及超参数设置。全连接神经网络部分,其中管道轴向位置 x 及时间 t 为输入,管道横向振动位移 \tilde{w} 作为输出项。

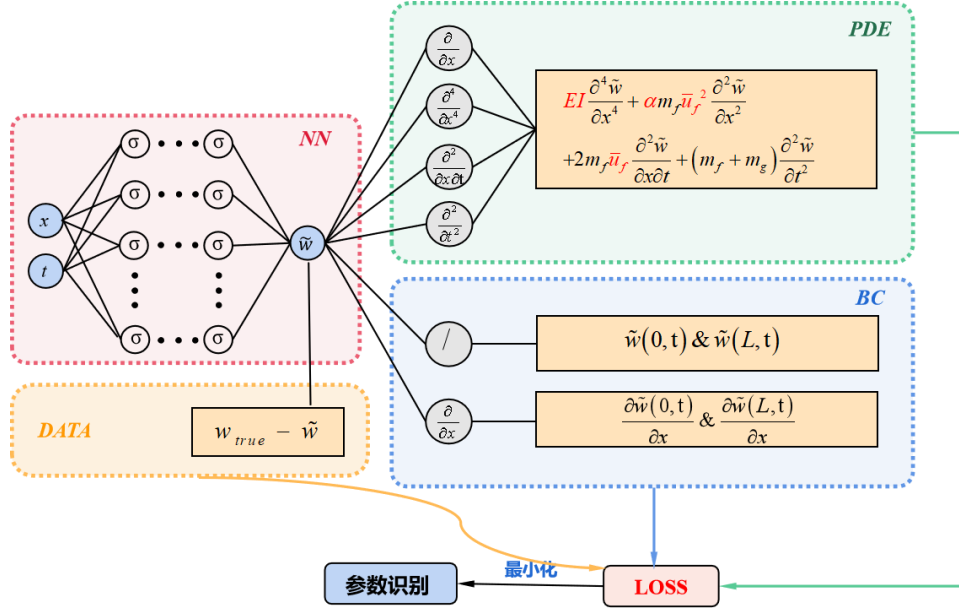


图 4.2 输流管道横向振动反问题求解 PDDL 结构

物理信息网络部分， \tilde{w} 经过自动微分后，代入控制方程及边界条件中进行残差计算，部分带有真实标签的数据将作为数据驱动部分，参数的更新则是通过下式损失函数的优化问题得到。

$$\begin{aligned} \{\theta^*, \lambda^*\} &= \min_{\theta, \lambda} (\text{Loss}) \\ &= \min_{\theta, \lambda} (\omega_D \text{Loss}_D + \omega_N \text{Loss}_N + \omega_B \text{Loss}_B) \end{aligned} \quad (4.11)$$

其中：

$$\text{Loss}_D = \frac{1}{N_D} \sum_{n=1}^{N_D} \|\tilde{w}^n - w^n\|_2^2 \quad (4.12)$$

$$\text{Loss}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| \begin{aligned} &EI \frac{\partial^4 \tilde{w}^n}{\partial x^4} + \alpha m_f \bar{u}_f^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial x^2} \\ &+ 2m_f \bar{u}_f \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial x \partial t} + (m_f + m_g) \frac{\partial^2 \tilde{w}^n}{\partial t^2} \end{aligned} \right\|_2^2 \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \text{Loss}_B &= \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \|\tilde{u}_x^n(x^n=0)\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \|\tilde{u}_x^n(x^n=L)\|_2^2 \\ &+ \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n(x^n=0, t)}{\partial x} \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n(x^n=L, t)}{\partial x} \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

同求解正问题时的设置相同，上式中， $\{\omega_D, \omega_N, \omega_B\}$ 为这三部分损失函数的权重系数，表征着其对损失函数的贡献程度，在这里统一取值为 1。

(2) 数据集准备

相较于正问题而言，反问题的对于标签数据的依赖程度更大，为了获得更准确的参数识别，选取了沿管道长度的 19 个截面 400 个时间步长的 CFD 模拟得到的横向振动位移数据作为有标签数据，作为数据驱动部分。同时结合大量无标签数据，利用 DeepXDE 的随机选取配置点方法，在定义的时空域内选择了 15000 个时空配置点，在管道两端的边界位置上选取了 400 个时空配置点。其训练数据的选配示意图如图 4.3 所示。

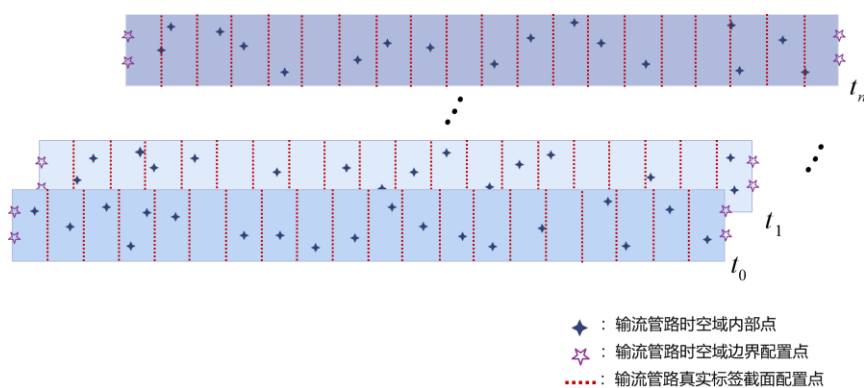


图 4.3 训练数据集选点示意图

4.3.3 识别过程及分析

训练初始，根据经验将待识别的参数的平均流速 \bar{u}_f 、修正系数 α 、管道的弯曲刚度 EI 给定初始值。为了探讨不同的初始值对于参数识别的影响，定义了两组不同的参数初始值如表 4.1 所示。

表 4.1 待识别参数初始值

待识别参数	第一组	第二组
\bar{u}_f	30	50
α	1	1.3
EI	100	200

使用 Adam 和 L-BFGS 优化器进行训练，前 30000 个迭代步中使用 Adam 优化器，接着再使用 L-BFGS 优化器，训练模型的服务器平台信息和环境配置参数均同求解横向振动正问题时设置相同，详情可见表 3.2 和表 3.3，网络中的超参数设置取值如下表 4.2 所示。

表 4.2 PDDL 超参数设置

超参数	隐藏层层数	隐藏层神经元数	学习率	批次大小	激活函数
值	6	128	0.0001	200	Tanh

训练过程中，两组不同初始值的 Loss 函数值随迭代次数变化情况如图 4.4 所

示。

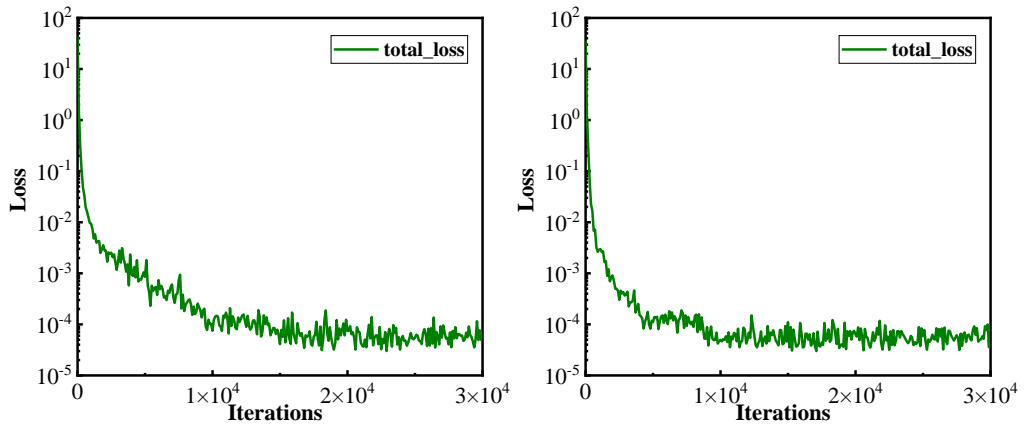


图 4.4 两组参数初始值下 loss 值变化趋势

随着模型训练过程，待识别参数不断进行迭代，不同初始值的参数随着训练次数的变化趋势如下图 4.5、图 4.6 及图 4.7 所示。待识别参数的真实值平均流速 $\bar{u}_f=38.2 \text{ m/s}$ 、修正系数 $\alpha=1.187$ 、管道的弯曲刚度 $EI=182.25 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 。

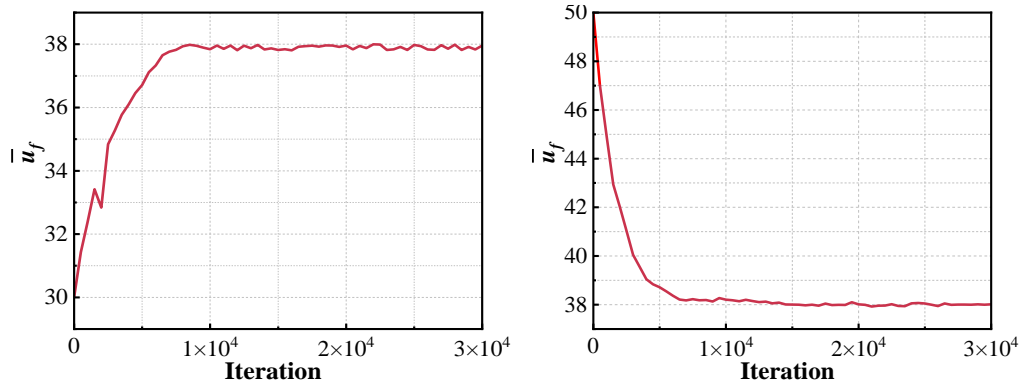


图 4.5 \bar{u}_f 在不同初始值时随迭代次数收敛变化趋势

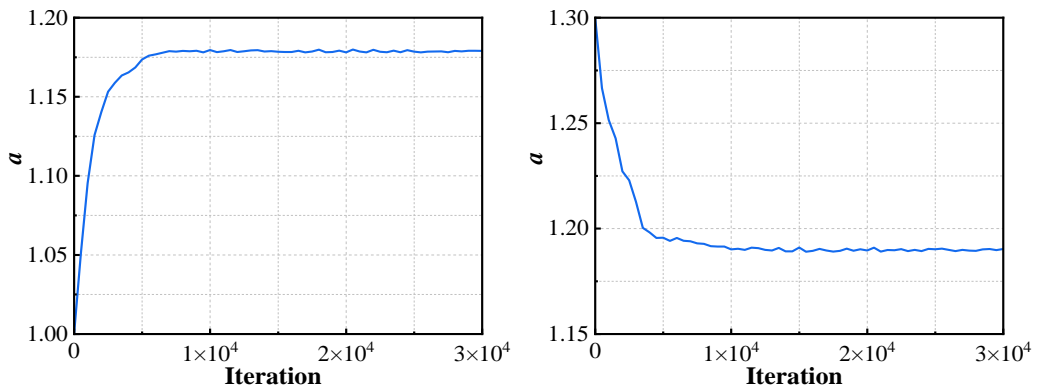


图 4.6 α 在不同初始值时随迭代次数收敛变化趋势

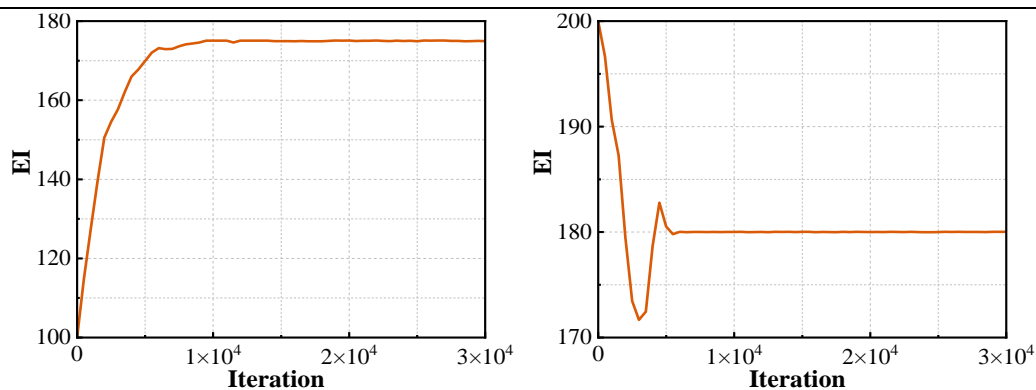


图 4.7 EI 在不同初始值时随迭代次数收敛变化趋势

从图可以看出不管初始值如何定义，其参数最终都能跳出局部最优值，达到全局最优值，尽可能地与真实值接近。最终，当识别的参数值达到收敛后，可以同真实值进行比对，其结果均反应于表 4.3 中。

表 4.3 不同初始值下的参数识别结果

组数	待识别参数	初始值 λ_0	收敛值 λ_c	相对误差 $1-\lambda_c/\lambda_{true}$
第一组	\bar{u}_f	30	37.95	0.65%
	α	1	1.179	0.67%
	EI	100	175.0	4.21%
第二组	\bar{u}_f	50	38.0	0.52%
	α	1.3	1.190	0.25%
	EI	200	180.0	1.48%

由表中结果可知，参数识别的相对误差值最大为 4.21%，最小为 0.25%，说明将输流管道的横向振动控制方程中待识别参数定义为 PDDL 中的网络训练参数中，可基于部分真实标签数据结合大量无标签数据的训练集，通过 PDDL 的模型进行学习训练，使该部分未知参数也可以收敛到真实值附近，达到参数识别的目的。

4.4 纵向振动耦合方程参数识别

4.4.1 定义待识别参数

物理驱动深度学习模型在对输流管道横向振动的控制方程中部分参数进行识别中，表现出良好的识别性能，在本节中尝试将其用于更加复杂的纵向振动耦合方程中的参数识别中，进一步探讨 PDDL 的反问题解决能力。

以一段两端固支的输流管道为例,其纵向振动耦合方程如式(2.30)中所述,即:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} \left| u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right| \left(u_f - \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) \\ -\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + E \frac{\partial u_x}{\partial x \partial t} + \frac{v d}{2e} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{K^*} \frac{\partial p}{\partial t} - 2v \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

管道两端为固定约束,可得其边界条件为:

$$w(0,t) = w(L,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (4.16)$$

其中, f_s 为流体与管壁的摩擦因数,与 Re 以及管壁相对粗糙度有关,且 K^* 是修正后的流体体积弹性模量,其中还包含了管壁弹性对它的影响。在前述正问题的求解讨论中,这两个参数的确定需要依赖于其他多项参数共同确定,在实际应用中,获得其准确值仍是有一定难度的,故在此将其作为待识别参数。

4.4.2 模型建立

(1) 网络设置

建立物理驱动深度学习模型对以上参数进行识别,可建立 PDDL 网络拓扑结构如图 4.8 所示。全连接神经网络部分,其中管道轴向位置 x 及时间 t 为输入,网络的输出共有 4 项,分别为管道轴向振动位移 \tilde{u}_x 、管道轴向正应力 $\tilde{\sigma}_x$ 、流体截面压强 \tilde{p} 以及流体截面轴向流速。隐藏层为 10 层,每层神经元个数为 128,每层的激活函数采用 Tanh 函数。这与前述的正问题求解网络结构基本一致。

网络的输出项经过自动微分后,代入控制方程及边界条件中进行残差计算,部分带有真实标签的数据将作为数据驱动部分,参数的更新则是通过下式损失函数的优化问题得到。

$$\begin{aligned} \{\theta^*, \lambda^*\} &= \min_{\theta, \lambda} (Loss) \\ &= \min_{\theta, \lambda} (\omega_D Loss_D + \omega_N Loss_N + \omega_B Loss_B) \end{aligned} \quad (4.17)$$

其中,

$$Loss_D = \frac{1}{N_D} \sum_{n=1}^{N_D} \left(\left\| \tilde{u}_f^n - u_f^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{u}_x^n - u_x^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{\sigma}_x^n - \sigma_x^n \right\|_2^2 + \left\| \tilde{p}^n - p^n \right\|_2^2 \right) \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \text{Loss}_B = & \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \tilde{u}_x^n(x^n=0) \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \tilde{u}_x^n(x^n=L) \right\|_2^2 \\ & + \frac{1}{N_{B1}} \sum_{n=1}^{N_{B1}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n(x^n=0,t)}{\partial x} \right\|_2^2 + \frac{1}{N_{B2}} \sum_{n=1}^{N_{B2}} \left\| \frac{\partial \tilde{u}_x^n(x^n=L,t)}{\partial x} \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \text{Loss}_N = & \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\left\| \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \tilde{\sigma}_x}{\partial x} - \frac{\rho_f A_f}{\rho_g A_g} \frac{f_s}{2d} \tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \left(\tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right) \right\|_2^2 \right. \\ & + \left\| -\frac{\partial \tilde{\sigma}_x}{\partial t} + E \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial x \partial t} + \frac{v d}{2e} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} \right\|_2^2 \\ & + \left\| \frac{1}{K^*} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial x} \right\|_2^2 \\ & \left. + \left\| \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial t} + \tilde{u}_f \frac{\partial \tilde{u}_f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{f_s}{2d} \tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \left(\tilde{u}_f - \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial t} \right) \right\|_2^2 \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

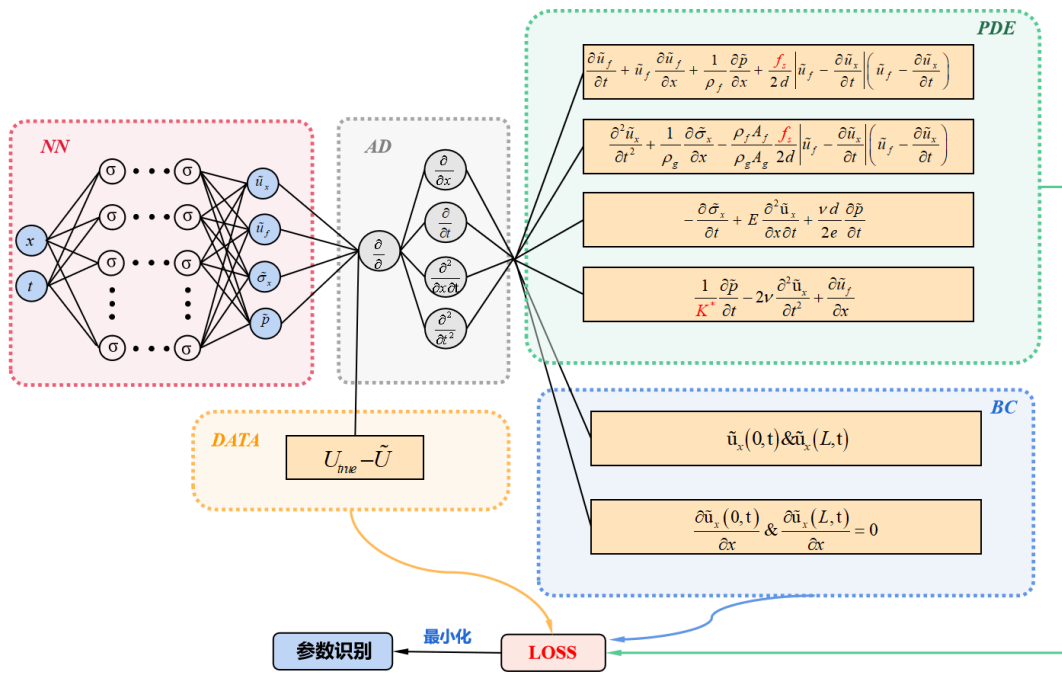


图 4.8 输流管道纵向振动反问题求解 PDDL 结构

同求解正问题时的设置相同，上式中， $\{\omega_D, \omega_N, \omega_B\}$ 为这三部分损失函数的权重系数，表征着其对损失函数的贡献程度，由于纯数据驱动部分各个输出的物理量间数据量级相差太大，对于小量级数据降采取增大损失权重的方式，使得各个损失项能够在同一量级，以改善其预测效果。

(2) 数据集准备

为了获得更准确的参数识别，选取了沿管道长度的 19 个截面 400 个时间步

长的有限元模拟得到的管道纵向振动位移、纵向应力以及截面流速、压强数据作为有标签数据，这部分作为数据驱动部分。结合大量的无标签数据共同作为训练集，利用 DeepXDE 的随机选取配置点方法，在定义的时空域内选择了 30000 个时空配置点，在管道两端的边界位置上选取了 400 个时空配置点。其训练数据的选配示意如图 4.9 所示。

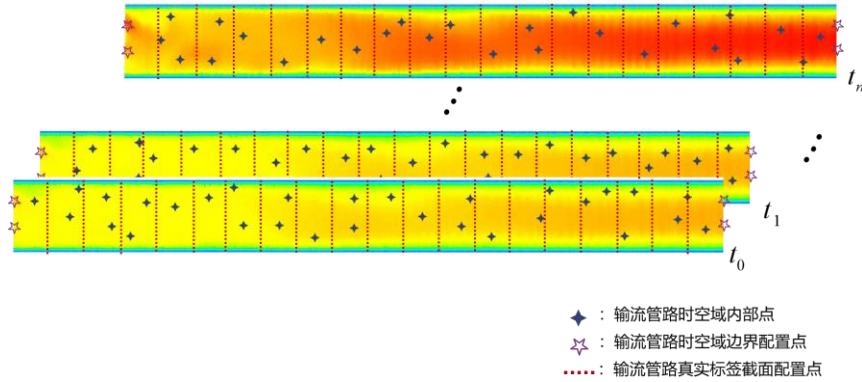


图 4.9 训练数据集选点示意图

4.4.3 识别过程及分析

训练初始，将待识别摩擦因数 f_s 以及修正后的流体体积弹性模量 K^* 给定初始值。为了探讨不同的初始值对于参数识别的影响，定义了两组不同的参数初始值如表 4.4 所示。

表 4.4 待识别参数初始值

待识别参数	第一组	第二组
f_s	0	1
K^*	2	1

使用 Adam 和 L-BFGS 优化器进行训练，前 50000 个迭代步中使用 Adam 优化器，之后再使用 L-BFGS 优化器，当两个相邻步骤的损失值之差小于某个阈值时，训练过程终止。模型的使用服务器平台及环境配置参数均同求解纵向耦合振动正问题时设置相同，详情可见表 3.2 和表 3.3，网络中的超参数设置取值如表 4.5。

表 4.5 PDDL 超参数设置

超参数	隐藏层层数	隐藏层神经元数	学习率	批次大小	激活函数
值	10	128	0.0001	300	Tanh

训练过程中，两组不同初始值的 Loss 函数值随迭代次数变化情况如图 4.10 所示。

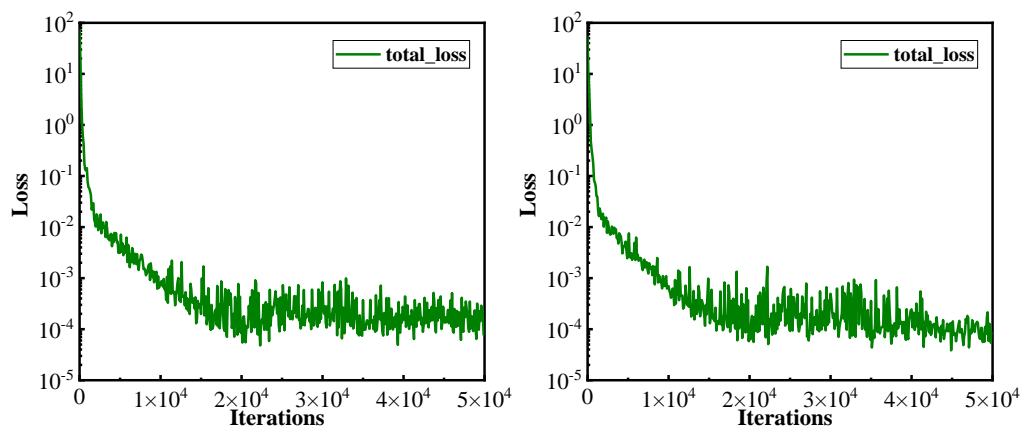
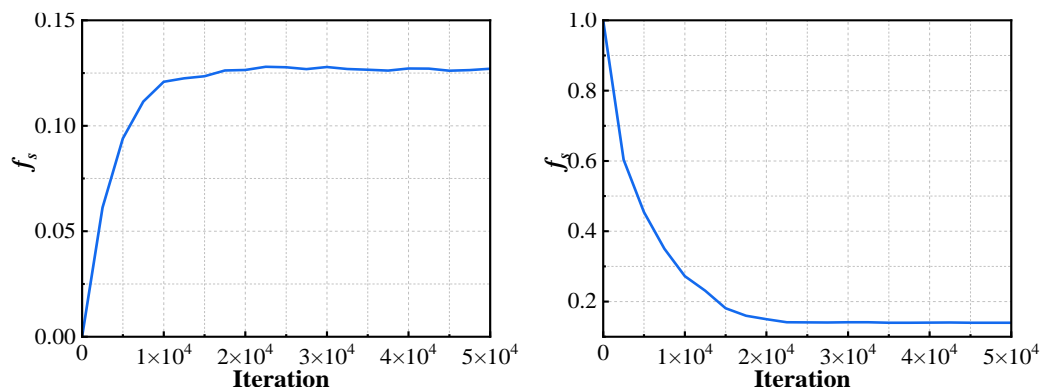
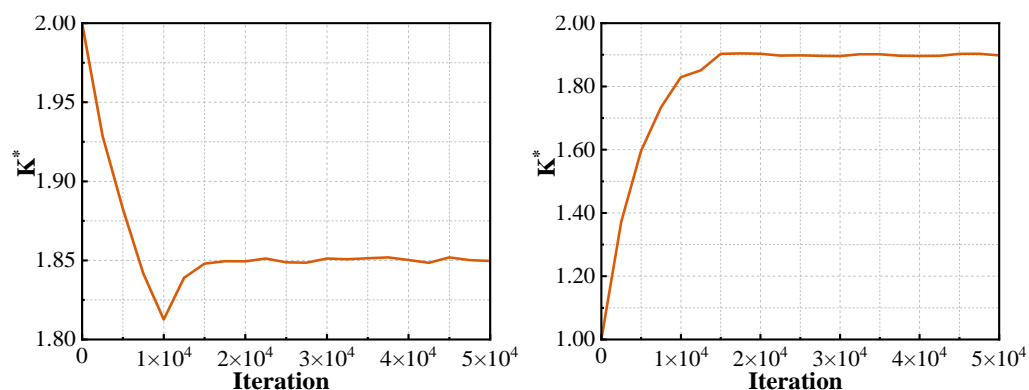


图 4.10 两组参数初始值下 loss 值变化趋势

模型训练过程中，待识别参数不断进行迭代，不同初始值的参数随着训练次数的变化趋势如图 4.11 及图 4.12 所示。由前述讨论中可知待识别参数的真实值为， $f_s=0.135$ ， $K^*=1.89$ 。

图 4.11 f_s 在不同初始值时随迭代次数收敛变化趋势图 4.12 K^* 在不同初始值时随迭代次数收敛变化趋势

从图可以看出不管初始值如何定义，其参数最终都能跳出局部最优值，达到全局最优值，与真实值接近。最终，当识别的参数值达到收敛后，可以同真实值进行比对，其结果均反应于表 4.7 中。

表 4.6 不同初始值下的参数识别结果

组数	待识别参数	初始值 λ_0	收敛值 λ_c	相对误差 $1-\lambda_c/\lambda_{\text{true}}$
第一组	f_s	0	0.127	5.92%
	K^*	2	1.85	2.11%
第二组	f_s	1	0.140	3.70%
	K^*	1	1.90	0.53%

由表中结果可知，参数识别的相对误差值最大为 5.92%，最小为 0.53%，说明将输流管道的纵向振动控制方程中待识别参数融入到 PDDL 中的网络参数中，并基于部分标签数据及大量无监督数据作为训练集进行训练，可以使该部分未知参数也可以收敛到真实值附近，达到参数识别的目的。

4.5 本章小结

本章首先对物理驱动深度学习求解反问题的基本原理的方法进行了介绍，并利用前述已建立的物理驱动深度学习模型，仅未知参数看作是网络训练更新的一部分，建立了相应的反问题求解模型。

针对流体截面的平均流速 \bar{u}_r 、修正系数 α 、管道的弯曲刚度 EI 的参数识别，利用部分 CFD 模拟结果中管道横向振动位移作为标签数据，结合大量无标签数据，设定了两组不同的初始值进行识别进行训练。结果表明，该模型能突破初始值的限制，达到全局最优值，并且该模型很精确地识别参数。对于纵向振动耦合方程中较难确定的摩擦因数 f_s 和修正后的流体体积弹性模量 K^* ，利用稀疏的 CFD 标签数据及大量无标签数据进行训练。训练时待识别的参数逐渐达到收敛，其参数识别结果同真值十分接近。

通过对以上两个对控制方程中的待定参数识别算例，证明了物理驱动深度学习仅在稀疏的数据下也能很好地识别未知参数，该方法能大大减轻获为获得标签数据的昂贵计算成本，同时也证明该模型能够运用到更多的物理领域场景中。

第 5 章 结论与展望

5.1 结论

本文致力于研究以物理驱动深度学习的方法解决复杂的非线性输流管道的流固耦合动力学问题，首先建立输流管道流固耦合的数学模型，并利用 CFD 计算流体软件建立了输流管道模型。针对管道的横方向流致振动及纵向耦合振动问题，基于少量 CFD 模拟数据作为标签数据及大量自由无标签数据，嵌入流固耦合控制方程作为物理信息约建立了相应物理驱动深度学习模型，实现了对管道动力响应的时空预测。同时，利用部分 CFD 模拟数据结合无标签数据，通过物理驱动深度学习的方法实现了对管道或流体内部参数的识别。相较于传统的流固耦合数值求解方法，物理驱动深度学习能在稀疏的数据条件下准确地预测输流管道系统的动力响应，且能更轻松地解决参数识别问题。得益于物理信息的约束，该模型能仅依赖稀疏的标签数据和大量无标签数据进行训练，极大程度缓解了传统深度学习算法对于海量标签数据的需求，减轻了为获取标签数据的高昂计算成本。可考虑将其作为输流管道流固耦合动力学正反问题求解的一种高效代理模型，本文的主要内容及结论如下：

(1) 考虑管道固体和内部液体在轴向运动的摩擦耦合与泊松耦合关系，通过力平衡方程、运动方程、几何相容方程得到了管道轴向振动的 4-方程组耦合理论模型。同时，针对横向振动问题，基于 Euler-Bernoulli 梁理论对管道模型进行简化，通过 Hamilton 原理推导出了管道横方向流致振动的控制方程，并引入了修正系数，以适应更多内部流体条件的输流管道。同时运用 CFD 计算流体软件建立了输流直管模型，并从中提取了部分模拟结果数据作为下一步模型的数据集。

(2) 针对输流管道横方向流致振动及轴向耦合振动的动力响应预测问题，将相关的控制方程作为物理信息嵌入网络框架中，构建了对应的物理驱动深度学习模型，仅利用稀疏的 CFD 模拟数据作为标签数据，并结合大量自由的无标签数据进行训练，模型的预测结果表明该模型能在稀疏数据的情况下具有很高的精度，同时由于仅采用少量有标签数据，从而大幅减轻传统算法中为获取大量标签数据而带来的昂贵计算成本。表明模型在添加物理信息的约束后，增强了深度从稀疏数据中发掘深层关联信息的能力。

(3) 在稀疏 CFD 模拟数据和部分物理信息未知的情况下，把未知参数看作是网络训练更新的一部分，利用稀疏的 CFD 模拟标签数据及大量无标签数据进

行深度网络的训练实现参数识别，识别结果表明所提。识别结果表明，该模型能不受限于初始值的设定，最终达到全局最优值。相较于传统方法，在多参数未知情况下，仍能够高效准确地完成参数识别任务，且该方法对于标签数据的需求量更低，减轻了为获取标签数据而产生的计算成本。

5.2 展望

本文通过物理驱动深度学习模型对于输流管道的流固耦合动力响应进行了预测，同时也对控制方程中的未知参数进行了识别，从目前的工作来看，PDDL模型预先将物理信息约束条件融合入深度学习中，在正反问题的解决中都有突出表现，但仍囿于本文仅做了初步的研究尝试，其中仍有些许待商榷的问题，也值得在今后的研究中进一步探讨。

(1) 对于输流管道流固耦合模型推导部分，本文中采用的主要基于梁理论建立的理论模型，对于管道的动力响应以中心线的位移进行考虑，一定程度上简化了输流管道的耦合方程。当应用于管径较大或者长径比较小的管道，可能存在较大误差，在之后的研究中，可尝试对流固耦合控制方程的推导进一步细化。

(2) 本文中用于物理驱动深度学习中的神经网络使用的是全连接神经网络，该网络仍是目前深度学习中最广泛使用的网络类型，简单且易于搭建，但全连接网络中的参数数目较多，会导致训练缓慢，且容易陷入过拟合。从长远的研究来看，运用合理的网络结构可提升计算效率，同时也应对一些更高效的优化算法进行尝试与探讨。

(3) 本文的研究均基于确定性的预测与识别，没有考虑与训练数据相关的测量噪声和由于模型不完善而导致的不确定性，但在客观实际问题中，这些不确定性都是不可避免的，所以对仍有必要对其进行不确定性的研究量化。

参考文献

- [1] Young T. Hydraulic Investigations, Subserving to an Intended Croonian Lecture on the Motion of the Blood[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1808, 98: 164-186.
- [2] Korteweg D J. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren[J]. Annalen der Physik. 1878, 241: 525-542.
- [3] Lamb H. On the velocity of sound in a tube, as affected by the elasticity of the walls[J]. Manchester Memoirs. 1898, 42: 1-16.
- [4] Bourrières F. Sur un phénomène d'oscillation auto-entretenu en mécanique des fluides réels[M]. E. Blondel La Rougery, 1939: 147.
- [5] Ashley H, Haviland G. Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid[J]. 1950: 229-232.
- [6] Housner G W. Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid[J]. 1952: 205-208.
- [7] Skalak R. An Extension of the Theory of Water Hammer[J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. 1956, 78(1): 105-115.
- [8] Williams D J. Waterhammer in non-rigid pipes: precursor waves and mechanical damping[J]. Journal of Mechanical Engineering Science. 1977, 19(6): 237-242.
- [9] Walker J S, Phillips J W. Pulse Propagation in Fluid-Filled Tubes[J]. Journal of Applied Mechanics. 1977, 44(1): 31-35.
- [10] Wiggert D C, Otwell R S, Hatfield F J. The Effect of Elbow Restraint on Pressure Transients[J]. Journal of Fluids Engineering. 1985, 107(3): 402-406.
- [11] Wiggert D C, Hatfield F J, Stuckenbruck S. Analysis of Liquid and Structural Transients in Piping by the Method of Characteristics[J]. Journal of Fluids Engineering. 1987, 109(2): 161-165.
- [12] Li-Xiang Z, Tijsseling A S, Vardy A E. Frequency response analysis in internal flows[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. B. 1995, 3: 39-49.
- [13] Wiggert D C, Tijsseling A S. Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping[J]. Applied Mechanics Reviews. 2001, 54(5): 455-481.
- [14] Tijsseling A S. Water hammer with fluid--structure interaction in thick-walled pipes[J]. Computers & structures. 2007, 85(11-14): 844-851.
- [15] Tijsseling A S, Lambert M F, Simpson A R, et al. Skalak's extended theory of water hammer[J]. Journal of Sound and Vibration. 2008, 310(3): 718-728.
- [16] Gregory R W, Paidoussis M P. Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid. II. Experiments[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1966, 293(1435): 528-542.
- [17] Gregory R W, Paidoussis M P. Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid. I. Theory[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1966, 293(1435): 512-527.
- [18] Paidoussis M P, Issid N T. Dynamic stability of pipes conveying fluid[J]. Journal of Sound and Vibration. 1974, 33(3): 267-294.
- [19] Paidoussis M P, Li G X. Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem[J]. Journal of

Fluids and Structures. 1993, 7(2): 137-204.

[20] Paidoussis M P. The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across Applied Mechanics[J]. Journal of Sound and Vibration. 2008, 310(3): 462-492.

[21] 党锡淇, 黄幼玲. 工程中的管道振动问题[J]. 力学与实践. 1993(04): 9-16.

[22] 屈展. 钻柱在内外钻井液流共同作用下的横向振动[J]. 石油机械. 1995(04): 40-43.

[23] 张立翔, 黄文虎. 输流管道非线性流固耦合振动的数学建模[J]. 水动力学研究与进展(A辑). 2000(01): 116-128.

[24] 金基铎, 邹光胜, 张宇飞. 悬臂输流管道的运动分岔现象和混沌运动[J]. 力学学报. 2002(06): 863-873.

[25] 赵凤群, 王忠民, 冯振宇, 等. 具有可移动弹性支承输流管道的稳定性分析[J]. 机械工程学报. 2004(09): 38-41.

[26] 王蕴弢. 基于Euler-Bernoulli梁模型输流管道流固耦合振动分析的快速算法[J]. 南京工业职业技术学院学报. 2011, 11(04): 14-17.

[27] 王国荣, 蒋金辰, 陶思宇, 等. 脉动内流作用下L型弯管应力振动特性实验研究[J]. 应用力学学报. 2017, 34(04): 628-633.

[28] Liang F, Yang X, Qian Y, et al. Transverse free vibration and stability analysis of spinning pipes conveying fluid[J]. International Journal of Mechanical Sciences. 2018, 137: 195-204.

[29] 曹建华, 刘永寿, 刘伟. 航空输流管道动力学的非参模型研究[J]. 振动与冲击. 2018, 37(18): 43-47.

[30] Keramat A, Fathi-Moghadam M, Zanganeh R, et al. Experimental investigation of transients-induced fluid - structure interaction in a pipeline with multiple-axial supports[J]. Journal of Fluids and Structures. 2020, 93: 102848.

[31] Bai Y, Xie W, Gao X, et al. Dynamic analysis of a cantilevered pipe conveying fluid with density variation[J]. Journal of Fluids and Structures. 2018, 81: 638-655.

[32] Giacobbi D B, Semler C, Paidoussis M P. Dynamics of pipes conveying fluid of axially varying density[J]. Journal of Sound and Vibration. 2020, 473: 115-202.

[33] Tang Y, Zhen Y, Fang B. Nonlinear vibration analysis of a fractional dynamic model for the viscoelastic pipe conveying fluid[J]. Applied Mathematical Modelling. 2018, 56: 123-136.

[34] 朱竑祯, 王纬波, 殷学文, 等. 基于分层模型的功能梯度输流管道耦合振动[J]. 振动与冲击. 2019, 38(20): 203-209.

[35] 王振华, 马习贺, 李文昊, 等. 基于改进 4-方程摩擦模型的输水管道水锤压力计算.[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering. 2018, 34(7).

[36] Buczko J, Czerwiński A. Three-dimensional dynamics of curved pipes conveying fluid[J]. Journal of Fluids and Structures. 2019, 91: 102704.

[37] 易浩然, 周坤, 代胡亮, 等. 含集中质量悬臂输流管的稳定性与模态演化特性研究[J]. 力学学报. 2020, 52(06): 1800-1810.

[38] 张挺, 林震寰, 林通, 等. 内激励型振荡衰减流作用下输流管道动力不稳定分析[J]. 振动与冲击. 2021, 40(03): 284-290.

[39] 肖斌, 周玉龙, 高超, 等. 考虑流体附加质量的输流管道振动特性分析[J]. 振动与冲击. 2021, 40(15): 182-188.

[40] 朱竑祯, 王纬波, 殷学文, 等. 基于谱单元法的船用输流管道振动建模与分析[J]. 中国造船.

2018, 59(03): 31-45.

[41] 柳贡民, 陈浩, 李帅军, 等. 求解任意分支结构动力学问题的传递矩阵方法[J]. 船舶力学. 2013, 17(04): 411-417.

[42] 柳贡民, 陈浩, 李帅军. 蒸汽参数对管路系统动力特性的影响研究[J]. 固体力学学报. 2012, 33(02): 168-175.

[43] Zeng Q, Wang D, Zang F, et al. {Vibration Attenuation of Periodic Composite Pipeline Considering Fluid Structure Interaction}[Z]. 2021: Volume 4: Materials and Fabrication.

[44] 杨超, 范士娟. 管材参数对输液管流固耦合振动的影响[J]. 振动与冲击. 2011, 30(07): 210-213.

[45] Adamkowski A, Henclik S, Lewandowski M. Experimental and numerical results of the influence of dynamic Poisson effect on transient pipe flow parameters[J]. {IOP} Conference Series: Earth and Environmental Science. 2010, 12: 12041.

[46] 唐均, 张洪明, 王文全. 长距离有压输水管道系统水锤分析[J]. 水电能源科学. 2010, 28(02): 82-84.

[47] 刘松, 吴先梅, 彭修乾, 等. 基于双向流固耦合的输流圆管应力应变响应分析[J]. 振动与冲击. 2021, 40(20): 73-79.

[48] 赵志贤, 随岁寒, 杨昌锦, 等. 基于三阶剪切变形理论的悬臂输流管道自由振动[J]. 力学季刊. 2022, 43(01): 132-140.

[49] 随岁寒, 孟华, 段闪闪, 等. 中间支承输流管道自由振动的有限元分析[J]. 井冈山大学学报(自然科学版). 2021, 42(03): 85-89.

[50] 随岁寒, 李成. 粘性流体与输流管道耦合振动的有限元分析[J]. 海南师范大学学报(自然科学版). 2021, 34(01): 34-39.

[51] 田旭, 李会娜. 船舶输流管道系统的振动分析[J]. 石油和化工设备. 2018, 21(12): 60-61.

[52] 随岁寒, 李成. 输流管道弯曲和振动的有限元分析[J]. 动力学与控制学报.: 1-11.

[53] 窦益华, 于凯强, 杨向同, 等. 输流弯管流固耦合振动有限元分析[J]. 机械设计与制造工程. 2017, 46(02): 18-21.

[54] 田晓洁, 谢大帅, 刘贵杰, 等. 基于ANSYS的气液两相流海洋立管流固耦合特性分析[J]. 振动与冲击. 2021, 40(07): 260-267.

[55] 曹立虎, 韩璐, 曹银萍, 等. 不同内压作用下连续管疲劳寿命有限元分析[J]. 石油机械. 2017, 45(11): 111-114.

[56] 赵江, 俞建峰, 楼琦. 基于流固耦合的T型管振动特性分析[J]. 振动与冲击. 2019, 38(22): 117-123.

[57] 张挺, 谭志新, 张恒, 等. 基于分离系数矩阵差分法的输流管道轴向耦合响应特性研究[J]. 振动与冲击. 2018, 37(05): 148-154.

[58] 郭庆, 刘永寿, 白雅洁, 等. 基于ALK解法的输流管道防共振可靠性分析[J]. 振动与冲击. 2019, 38(17): 238-243.

[59] 曹建华. 基于Matlab的直管流致振动的伽辽金解法[J]. 黄山学院学报. 2018, 20(03): 34-37.

[60] 赵千里. 输流管路流固耦合振动特性研究及共振可靠性分析[D]. 东北大学, 2019.

[61] 张挺, 郭晓梅, 谭志新, 等. 基于有限积分法的输流直管轴向流固耦合有限积分法数值模拟[J]. 振动工程学报. 2019, 32(01): 160-167.

[62] Elden L, Berntsson F, Reginska T. Wavelet and Fourier methods for solving the sideways heat equation[J]. SIAM Journal on Scientific Computing. 2000, 21(6): 2187-2205.

- [63] Lu S, Heng Y, Mhamdi A. A robust and fast algorithm for three-dimensional transient inverse heat conduction problems[J]. *International journal of heat and mass transfer*. 2012, 55(25-26): 7865-7872.
- [64] Liu F. A modified genetic algorithm for solving the inverse heat transfer problem of estimating plan heat source[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2008, 51(15-16): 3745-3752.
- [65] Liu F. Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse heat conduction problems of estimating surface heat flux[J]. *International journal of heat and mass transfer*. 2012, 55(7-8): 2062-2068.
- [66] Lee H, Kang I S. Neural algorithm for solving differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*. 1990, 91(1): 110-131.
- [67] Psychogios D C, Ungar L H. A hybrid neural network-first principles approach to process modeling[J]. *AIChE Journal*. 1992, 38(10): 1499-1511.
- [68] Lagaris I E, Likas A, Fotiadis D I. Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*. 1998, 9(5): 987-1000.
- [69] Lagaris I E, Likas A C, Papageorgiou D G. Neural-network methods for boundary value problems with irregular boundaries[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*. 2000, 11(5): 1041-1049.
- [70] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Machine learning of linear differential equations using Gaussian processes[J]. *Journal of Computational Physics*. 2017, 348: 683-693.
- [71] Raissi M, Karniadakis G E. Hidden physics models: Machine learning of nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*. 2018, 357: 125-141.
- [72] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*. 2019, 378: 686-707.
- [73] Pang G, Lu L, Karniadakis G E. fPINNs: Fractional Physics-Informed Neural Networks[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*. 2019, 41(4): A2603-A2626.
- [74] Meng X, Karniadakis G E. A composite neural network that learns from multi-fidelity data: Application to function approximation and inverse PDE problems[J]. *Journal of Computational Physics*. 2020, 401: 109020.
- [75] Dwivedi V, Parashar N, Srinivasan B. Distributed physics informed neural network for data-efficient solution to partial differential equations[J]. *ArXiv*. 2019, abs/1907.08967.
- [76] Meng X, Li Z, Zhang D, et al. PPINN: Parareal physics-informed neural network for time-dependent PDEs[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 370: 113250.
- [77] Kharazmi E, Zhang Z, Karniadakis G E. Variational physics-informed neural networks for solving partial differential equations[J]. *arXiv preprint arXiv:1912.00873*. 2019.
- [78] Kharazmi E, Zhang Z, Karniadakis G E M. hp-VPINNs: Variational physics-informed neural networks with domain decomposition[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021, 374: 113547.
- [79] Yang L, Meng X, Karniadakis G E. B-PINNs: Bayesian physics-informed neural networks for forward and inverse PDE problems with noisy data[J]. *Journal of Computational Physics*. 2021, 425: 109913.
- [80] Lu L, Meng X, Mao Z, et al. DeepXDE: A Deep Learning Library for Solving Differential Equations[J]. *SIAM Review*. 2021, 63(1): 208-228.
- [81] Cai S, Mao Z, Wang Z, et al. Physics-informed neural networks (PINNs) for fluid mechanics: A

- review[J]. ArXiv. 2022, abs/2105.09506.
- [82] Mao Z, Jagtap A D, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks for high-speed flows[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 360: 112789.
- [83] Mahmoudabadbozchelou M, Caggioni M, Shahsavari S, et al. Data-driven physics-informed constitutive metamodeling of complex fluids: A multifidelity neural network (MFNN) framework[J]. *Journal of Rheology*. 2021, 65: 179-198.
- [84] Lucor D, Agrawal A, Sergent A. Physics-aware deep neural networks for surrogate modeling of turbulent natural convection[J]. ArXiv. 2021, abs/2103.03565.
- [85] Raissi M, Wang Z, Triantafyllou M S, et al. Deep learning of vortex-induced vibrations[J]. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018, 861: 119-137.
- [86] Yin M, Zheng X, Humphrey J D, et al. Non-invasive Inference of Thrombus Material Properties with Physics-Informed Neural Networks.[J]. *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 2021, 375.
- [87] Kissas G, Yang Y, Hwuang E, et al. Machine learning in cardiovascular flows modeling: Predicting arterial blood pressure from non-invasive 4D flow MRI data using physics-informed neural networks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 358: 112623.
- [88] Arzani A, Wang J X, D'Souza R M. Uncovering near-wall blood flow from sparse data with physics-informed neural networks[J]. *Physics of Fluids*. 2021, 33(7).
- [89] Sun L, Gao H, Pan S, et al. Surrogate modeling for fluid flows based on physics-constrained deep learning without simulation data[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 361: 112732.
- [90] 黄朝琴, 年凯, 王斌, 等. 一种考虑物理过程信息的油气渗流深度学习新模型[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*. 2020, 44(04): 47-56.
- [91] Jin X, Cai S, Li H, et al. NSFnets (Navier-Stokes flow nets): Physics-informed neural networks for the incompressible Navier-Stokes equations[J]. *Journal of Computational Physics*. 2021, 426: 109951.
- [92] Raissi M, Yazdani A, Karniadakis G E. Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations[J]. *Science*. 2020, 367(6481): 1026-1030.
- [93] Samaniego E, Anitescu C, Goswami S, et al. An energy approach to the solution of partial differential equations in computational mechanics via machine learning: Concepts, implementation and applications[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 362: 112790.
- [94] 唐明健, 唐和生. 基于物理信息的深度学习求解矩形薄板力学正反问题[J]. *计算力学学报*. 2022, 39(01): 120-128.
- [95] Rao C, Sun H, Liu Y. Physics-Informed Deep Learning for Computational Elastodynamics without Labeled Data[J]. *Journal of Engineering Mechanics*. 2021, 147(8): 4021043.
- [96] Goswami S, Anitescu C, Chakraborty S, et al. Transfer learning enhanced physics informed neural network for phase-field modeling of fracture[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2020, 106: 102447.
- [97] Shukla K, Di Leoni P C, Blackshire J, et al. Physics-Informed Neural Network for Ultrasound Nondestructive Quantification of Surface Breaking Cracks[J]. *Journal of Nondestructive Evaluation*. 2020, 39(3): 61.
- [98] Zhang R, Liu Y, Sun H. Physics-guided convolutional neural network (PhyCNN) for data-driven seismic response modeling[J]. *Engineering Structures*. 2020, 215: 110704.

- [99] Zhang R, Liu Y, Sun H. Physics-informed multi-LSTM networks for metamodeling of nonlinear structures[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 369.
- [100] Fang Z, Zhan J Z. Deep Physical Informed Neural Networks for Metamaterial Design[J]. *IEEE Access*. 2020, 8: 24506-24513.
- [101] Liu D, Wang Y. Multi-Fidelity Physics-Constrained Neural Network and Its Application in Materials Modeling[J]. *Journal of Mechanical Design*. 2019, 141(12).
- [102] Misyris G S, Venzke A, Chatzivasileiadis S. Physics-Informed Neural Networks for Power Systems[Z]. 20201-5.
- [103] Stiasny J, Misyris G S, Chatzivasileiadis S. Physics-Informed Neural Networks for Non-linear System Identification for Power System Dynamics[Z]. 20211-6.
- [104] Laubscher R. Simulation of multi-species flow and heat transfer using physics-informed neural networks[J]. *Physics of Fluids*. 2021, 33(8): 87101.
- [105] Zobeiry N, Humfeld K D. A Physics-Informed Machine Learning Approach for Solving Heat Transfer Equation in Advanced Manufacturing and Engineering Applications[J]. *Eng. Appl. Artif. Intell*. 2021, 101: 104232.
- [106] Mao Z, Jagtap A D, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks for high-speed flows[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020, 360: 112789.
- [107] He Q, Barajas-Solano D, Tartakovsky G, et al. Physics-informed neural networks for multiphysics data assimilation with application to subsurface transport[J]. *Advances in Water Resources*. 2020, 141: 103610.
- [108] 赵曦, 周宇, 程艳青, 等. 基于内嵌物理机理神经网络的热传导方程的正问题及逆问题求解[J]. *空气动力学学报*. 2021, 39(05): 19-26.
- [109] Chen Y, Lu L, Karniadakis G E, et al. Physics-informed neural networks for inverse problems in nano-optics and metamaterials.[J]. *Optics express*. 2020, 28 8: 11618-11633.
- [110] Wang R, Kashinath K, Mustafa M, et al. Towards Physics-informed Deep Learning for Turbulent Flow Prediction[J]. *Proceedings of the 26th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining*. 2020.
- [111] Goswami S, Anitescu C, Chakraborty S, et al. Transfer learning enhanced physics informed neural network for phase-field modeling of fracture[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2020, 106: 102447.
- [112] Zhang E, Yin M, Karniadakis G E. Physics-Informed Neural Networks for Nonhomogeneous Material Identification in Elasticity Imaging[J]. *ArXiv*. 2020, abs/2009.04525.
- [113] 陈东阳. 超音速旋转弹箭气动特性及流固耦合计算分析[D]. 南京理工大学, 2014.
- [114] Launder B E, Sharma B I. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc[J]. *Letters in Heat and Mass Transfer*. 1974, 1: 131-137.
- [115] 李帅军. 管路系统流固耦合动力学计算及特性分析[D]. 哈尔滨工程大学, 2015.
- [116] Guo C Q, Zhang C H, Paidoussis M P. Modification of equation of motion of fluid-conveying pipe for laminar and turbulent flow profiles[J]. *Journal of Fluids and Structures*. 2010, 26(5).
- [117] Nair V, Hinton G. Rectified Linear Units Improve Restricted Boltzmann Machines Vinod Nair[M]. 2010: 807-814.
- [118] Ramachandran P, Zoph B, Le Q V. Searching for Activation Functions[J]. *ArXiv*. 2018, abs/1710.05941.

- [119] Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, et al. Physics-informed machine learning[J]. Nature Reviews Physics. 2021, 3(6): 422-440.

致谢

个人简历、在读期间发表的学术成果

个人简历:

2019 年 7 月毕业于重庆大学 土木工程专业 获学士学位。

2019 年 9 月进入同济大学土木工程学院攻读硕士研究生。