



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

博士学位论文

# 拉索连接惯容系统的减震机理与设计方法研究

(上海市自然科学基金 No.20ZR1461800)

(政府间国际科技创新合作重点专项 No.2021YFE0112200)

姓 名：班鑫磊

学 号：1610229

学 院：土木工程学院

学科门类：工学

学科名称：土木工程

指导教师：薛松涛

副指导教师：谢丽宇

二〇二二年五月



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to  
Tongji University in conformity with the requirements for  
the degree of Doctor of Philosophy

**Vibration reduction mechanism and  
performance-based design of cable-bracing  
inserter system**

(Supported by Natural Science Foundation of Shanghai No.20ZR1461800  
and Key Program of Intergovernmental International Scientific and  
Technological Innovation Cooperation No.2021YFE0112200)

Candidate: Xinlei Ban

Student Number: 1610229

School/Department: College of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Civil Engineering

Supervisor: Prof. Songtao Xue

Associate Supervisor: Prof. Liyu Xie

May, 2022

拉索连接惯容系统的减震机理与设计方法研究

班鑫磊

同济大学



## 摘要

建筑结构在地震等自然灾害作用下的不利振动会造成性能退化显著，带来安全性和舒适性问题。因此，需要采取一定的工程措施，如在建筑结构中安装减振系统，以尽快恢复震后建筑的使用功能，提升建筑结构的抗震防灾性能。在我国持续推进城乡协调发展的背景下，工程结构的风险防控水准要求进一步提升，高性能减振装置的研发需求日益增加。对比传统的减振系统，惯容减振系统可以为实现结构的高性能控制和抗震韧性的提升提供全新的解决方案。近年来，惯容系统的轻量化及耗能增效的优势被广泛研究并应用于土木工程结构中。然而，现有研究主要集中于惯容装置以及惯容系统参数优化策略的创新，而忽略了支撑系统和新型布置方案在惯容系统减振控制效率方面的提升潜力。鉴于此，本文将拉索支撑与惯容系统相结合提出了拉索连接惯容系统，率先对其耗能机制进行了理论推导、数值分析和试验研究。

首先，本文利用拉索安装的便利性和可调节性，同时结合惯容系统的轻量化和耗能增效的特征，建立了拉索连接惯容系统（Cable-bracing inerter system, CBIS）的数值模型，从调谐减振和耗能增效两个角度说明了该系统有别于传统减振系统的高效性。通过参数分析，建立了惯容系统内部变形与系统惯质比和刚度比的映射关系，确定了关键设计参数的最佳变化区间；基于最佳参数变化区间，通过定点理论开展了拉索连接惯容系统的参数设计，验证了调谐类惯容系统固有耗能增效优势。基于遗传算法提出了惯容系统的多目标优化设计策略。优化设计结果表明，惯容系统在减震效果与成本控制相协调的设计原则下，可以获得较好的结构响应控制效果和较为经济的设计方案。

其次，本文开展了拉索连接惯容装置和惯容减振结构的自由振动和振动台试验研究。首先，提出了滚轴式惯容系统的物理实现机制，并通过自由振动试验和构件试验验证了本文提出的惯容系统力学模型的合理性；将自适应机制引入卡尔曼滤波器，通过自适应扩展卡尔曼滤波算法（Adaptive extended Kalman filter, AEKF）对系统参数进行识别。基于以上物理模型和识别方法，进行了自由振动试验，分析了影响系统阻尼比的各个参数。研究表明，惯容装置内部的气隙是影响系统整体阻尼比的敏感参数。其次，通过振动台试验，验证了拉索连接惯容系统的良好减震效果，可有效控制结构顶层加速度和位移响应。进一步，为了简化了连接构造的复杂程度，利用正反牙丝杠，抵消传统滚珠丝杠惯容的丝杠端部的不平衡扭矩劣势，改进了滚轴式惯容系统的物理实现机制，提出了自平衡惯容系统。考虑惯容装置内部的摩擦作用，本文提出了惯容控制

系统的非线性本构模型，有效拟合了惯容装置的试验结果；建立了考虑摩擦作用的惯容减振结构的数值分析模型，有效模拟了考虑丝杠处摩擦作用的惯容减振结构试验模型的动力响应趋势。最后，开展了滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置的性能对比研究，明确了自平衡惯容装置的减振性能提升机制及其作为拉索连接惯容系统的一种物理实现机制的有效性。

再次，充分利用高层结构在地震激励下的弯曲变形，本文提出了一种正负刚度不对称的非线性拉索支撑元件。该支撑具有拉压异性的驱动性能，使惯容元件在往复拉力和压力作用下复位。利用接地惯容的调谐减震技术，提出了非线性拉索连接惯容系统（Nonlinear cable-bracing inerter system, NCBIS）。然后，考虑高层结构的弯曲变形，建立高层结构的弯剪模型。以结构峰值位移响应最小为目标，提出了非线性惯容系统的优化设计框架。针对非线性惯容减振结构，提出了基于极值理论的动力可靠度分析方法，引入四阶矩方法通过假定极值分布类型进行可靠度评估，验证了本文提出的优化设计方法在基于弯曲变形驱动模式的非线性惯容系统的优化问题中的有效性和合理性。

然后，以高层结构高阶模态响应控制为目标，本文首先分析了直连拉索连接惯容系统的模态参与消减特性（Modal participation cancellation），明确了直连拉索连接惯容系统的地震输入减小特性并总结了其控制特点。基于模态参与消减的机理，推导了直连拉索连接惯容系统参数设计的解析公式，从解析的层面揭示了惯容元件的表观质量与各阶模态参与因子的关系，通过惯容元件表观质量的合理设定可以进行模态参与因子的调节，从而实现高阶模态影响的消除。进一步，对比分析了三个基准结构的控制效果，验证了基于全模态参与消减机理设计的直连拉索连接惯容系统可以有效避免地震作用下高阶模态的激发，实现高层结构的位移、加速度和层间位移角的有效控制。

最后，本文提出了一种基于调谐设计方法的多模态控制方法，建立了相应的优化设计框架，明确了惯容减振结构的减震性能和控制成本的优化策略。根据模态控制的理念，推广了惯容系统的模态参数；推导了基于多模态控制的地震荷载作用下惯容减振结构的随机振动响应，给出了多模态控制优化问题的数学描述，依据模态阻尼比最大的原则进行惯容系统安装位置的优化设计。然后开展了惯容减振结构时程分析，以验证所提出优化设计方法的有效性。研究结果表明，将惯容系统调谐至高层结构的前三阶模态的振动频率附近，可以实现结构顶层加速度和位移响应峰值的同步控制，验证了拉索连接惯容控制技术是一种对高层建筑振动控制有效、可靠并实用的措施，具有更广阔的应用前景。

**关键词：**自平衡惯容系统，拉索支撑系统，弯剪型结构模型，性能化设计方法，结构减震

## ABSTRACT

When buildings are subjected to natural disasters such as earthquakes and typhoons, they will generate vibrations that are unfavorable to the structure, causing safety and comfort problems, and making the performance of building structures deteriorate significantly. Therefore, specific actions must be taken as quickly as possible after the earthquake to recover the building's usage function and increase its seismic performance. Installing vibration control systems in buildings can meet these needs. In recent years, the number of high-rise buildings has increased dramatically as an efficient means of addressing the housing problems, as well as providing city landmarks. This also makes the risk prevention and control level of engineering structures need to be further improved, and the demand for high-performance vibration control devices is also increasing. Compared with traditional structural vibration control systems, inerter systems can provide a better solution for realizing the high performance and applicability of the control system. In recent years, inerter systems have been widely studied and applied in the vibration control of civil engineering structures due to the advantages of mass amplification and damping enhancement. However, previous studies mainly focus on the innovation of the inerter devices and the parameter optimization strategies of the inerter system while ignoring the improvements in the utilization efficiency of the inerter system that the bracing system and novel installation methods may bring. In view of this, this paper combines the cable with the inerter-based system and proposes a cable-bracing inerter system (CBIS) and takes the lead in comprehensive research of theoretical derivation, numerical analysis and experimental research of the CBIS.

First of all, based on the convenience and adjustability of the cable-bracing system, combined with the characteristics of lightweight and damping enhancement of inerter system, CBIS is proposed. The equation of motion of a single-degree-of-freedom (SDOF) structure with CBIS is first established in this study. Then, from the perspectives of tuning rule and damping enhancement, the high-performance and high-applicability characteristics are illustrated. Through the key parameters analysis, the association between inerter element deformation and the CBIS's inertance-mass ratio and stiffness ratio is obtained. At the same time, the optimal intervals of the key

parameters can be obtained. Based on the intervals, the parameter design of the CBIS is carried out through the fixed-point theory, and it is verified that the damping enhancement is the inherent vibration control advantage of the tuned inerter-based system. This research also provides a genetic algorithm-based multi-objective optimization design method for CBIS. The optimization results show that the inerter system can obtain better structural response control effect and more economical design under the principle of coordination of damping effect and cost control.

Secondly, the experimental research on the inerter devices is carried out to further investigate the mechanical model and working mechanism. First, free vibration tests verify the accuracy of the adaptive extended Kalman filter (AEKF) method and the rationality of the proposed mechanical model of the CBIS. In the free vibration test, the key parameters that affect the damping ratio of the system are investigated, and the findings reveal that the device's air gap is a sensitive parameter that influences the damping ratio of the system; Secondly, through the analysis of the shaking table tests, it is verified that the CBIS has a good damping effect and can effectively control the acceleration response and displacement response of the structure. Furthermore, this paper proposes a self-balancing inerter system, which can offset the unbalanced torque at the end of the screw, which greatly simplifies the complexity of the connection construction. A nonlinear constitutive model considering the friction effect of the inerter device is established which can effectively predict the test performance of this device. The numerical analysis model of the structure with a self-balancing inerter system considering friction is established, which can effectively simulate the dynamic response of the controlled structure. Finally, by comparing the performance of the CBIS device with the self-balancing inerter device, it can be fully demonstrated that the self-balancing inerter device is an efficient physical realization mechanism of the cable-bracing inerter system.

Thirdly, in order to realize the application of cable connection inerter system in super high-rise structures, combined with compression-resistant materials, this paper proposes a mechanical model of nonlinear cable bracing with asymmetric positive and negative stiffness, and realizes the drive in two directions. This nonlinear cable brace model was proposed to reduce the effects of buckling and improve the performance of the steel support. It has the characteristics of being able to bear both tensile and compressive forces. Using the vertical component of the bending deformation of the high-rise structure to trigger the work of the inerter system, this nonlinear cable-bracing

inert system (NCBIS) can help to achieve the high-performance control of high-rise buildings. Optimal design frameworks to minimize the magnitudes of structural displacement responses are established for shear-bending type building using NCBISs. For the NCBIS-based structures's evaluation, a dynamic reliability analysis method based on extreme value theory is proposed. The fourth-order moment approach is used to assess reliability when the extreme value distribution type is assumed. The results of the reliability analysis suggest that the optimization design technique proposed in this paper is reliable and superior in solving the NCBIS optimization problem using bending deformation driving mode.

Then, from the perspective of higher modes participation in the vibration of high-rise buildings, especially in the acceleration responses, this paper introduces modal participation cancellation characteristics of the direct-connected cable inerter system. Based on the modal participation cancellation, the analytical design formula for the parameters of the inerter system is derived. The formula shows the relationship between the inertance of the inerter system and the modal participation factor for each mode. Thus, the modal participation factor can be adjusted through the reasonable design of the inertance to realize the cancellation of the high modes. Through the comparison of the control effects of three structures, it is verified that the direct connected cable inerter system based on the full modal participation cancellation can effectively neutralize the participation of the high modes and realize the effective control of displacement, acceleration and interlayer displacement angle of high-rise structures.

Finally, due to the large demand for the number and apparent mass of the direct connected cable inerter system based on the full mode reduction mechanism, the control cost is high. This paper follows the concept of damped outriggers and explored the multi-mode control of high-rise buildings using CBISs. It is difficult to control acceleration and displacement simultaneously, especially to control the peak acceleration of high-rise buildings without sacrificing the peak displacement control. The parameters of CBISs are distributed throughout the structure and tuned to multiple modes. Based on the multi-mode control strategy, optimal design is conducted with the optimization objective of the peak displacement and acceleration of the top floor. The results reveal that when compared to the primary structure, the ideally designed CBIS-based structures successfully lowered the top floor's maximum acceleration and maximum displacement. The CBIS has been proven to be an effective and practical passive vibration control system and has a broader application prospect.

**Key Words:** self-balance inerter system, cable bracing, shear-bending model, performance-based design, structural vibration control

## 目录

第 1 章	绪论 .....	1
1.1	引言 .....	1
1.2	被动控制技术介绍 .....	2
1.2.1	基础隔震技术.....	2
1.2.2	消能减震技术.....	2
1.2.3	动力吸振技术.....	3
1.2.4	惯容减振技术.....	3
1.3	惯容系统控制优势 .....	7
1.4	惯容减振技术的发展及应用 .....	9
1.4.1	惯容系统的国内外发展现状.....	9
1.4.2	调谐质量惯容系统.....	12
1.4.3	惯容隔震系统.....	13
1.4.4	惯容系统的工程应用.....	14
1.5	拉索控制系统的研究现状 .....	16
1.6	本文研究内容 .....	18
1.6.1	研究意义与目的.....	18
1.6.2	研究内容.....	19
第 2 章	拉索连接惯容系统 (CBIS) 的减震机理及参数分析 .....	23
2.1	引言 .....	23
2.2	拉索连接惯容系统的工作机理及力学模型 .....	24
2.2.1	CBIS 的惯容元件 .....	24
2.2.2	CBIS 的阻尼元件 .....	25
2.2.3	CBIS 的弹性支撑元件 .....	26
2.3	CBIS-单自由度结构数值仿真 .....	27
2.3.1	CBIS 的数值模型 .....	27
2.3.2	CBIS-单自由度结构的数值模型 .....	28
2.4	CBIS-单自由度结构的参数分析 .....	29
2.4.1	CBIS-单自由度结构的传递函数与设计参数 .....	29
2.4.2	参数分析指标.....	31
2.4.3	拉索支撑位移传递系数.....	31
2.4.4	参数分析结果.....	32
2.5	基于定点理论的 CBIS 理论设计 .....	36
2.5.1	定点理论.....	37
2.5.2	基于定点理论的参数设计.....	42

2.5.3	耗能增效机制.....	43
2.5.4	与普通黏滞阻尼器的对比.....	45
2.6	基于优化算法的 CBIS 优化设计.....	46
2.6.1	单目标优化问题.....	46
2.6.2	算例分析.....	47
2.6.3	多目标优化问题.....	49
2.6.4	算例分析.....	51
2.7	本章小结.....	52
第 3 章	拉索连接惯容装置的力学性能试验研究.....	53
3.1	滚轴式惯容装置的自由振动试验研究.....	53
3.1.1	试验模型.....	53
3.1.2	试验设计.....	55
3.1.3	自由振动试验数据及参数分析.....	57
3.2	滚轴式惯容装置的振动台试验研究.....	66
3.2.1	试验模型及传感器布置.....	66
3.2.2	试验方案设计.....	66
3.2.3	结构参数和惯容系统参数识别.....	68
3.2.4	惯容装置的衰减率.....	72
3.3	丝杠式惯容装置.....	77
3.3.1	自平衡惯容系统的提出.....	78
3.3.2	自平衡惯容装置的性能测试.....	81
3.3.3	滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置的性能对比.....	88
3.4	本章小结.....	89
第 4 章	非线性拉索连接惯容系统 (NCBIS) 的减震机理及优化设计.....	91
4.1	引言.....	91
4.2	非线性拉索支撑元件的提出.....	92
4.3	NCBIS 力学模型.....	94
4.4	NCBIS-单自由度结构参数分析.....	96
4.4.1	参数分析指标.....	96
4.4.2	参数分析结果.....	96
4.5	NCBIS-单自由度结构优化框架.....	99
4.5.1	优化问题.....	99
4.5.2	优化结果及时程分析.....	100
4.6	基于弯曲变形驱动模式的 NCBIS 优化设计.....	103
4.6.1	弯曲型结构模型.....	103
4.6.2	弯剪型结构模型.....	105
4.6.3	NCBIS-弯剪型结构的优化问题.....	108
4.7	高层非线性惯容减振结构的可靠度分析.....	116

4.7.1	结构可靠度分析的矩方法.....	117
4.7.2	平稳随机激励下的可靠度分析.....	120
4.7.3	非平稳随机激励下的可靠度分析.....	123
4.8	本章小结 .....	125
第 5 章	基于模态参与消减的直连拉索连接惯容系统的设计方法.....	127
5.1	引言 .....	127
5.2	直连拉索连接惯容系统的减震机理 .....	127
5.2.1	地震输入减小特性.....	128
5.2.2	模态参与消减特性.....	129
5.3	直连拉索连接惯容系统的全模态参与消减简易算法 .....	135
5.4	算例分析及减震性能验证 .....	138
5.4.1	基准结构的初步分析及直连拉索连接惯容系统的设计.....	138
5.4.2	减震性能验证.....	139
5.5	本章小结 .....	143
第 6 章	基于调谐机制的竖向安装惯容系统的多模态减震设计方法.....	145
6.1	引言 .....	145
6.2	多模态调谐设计方法 .....	146
6.2.1	模态控制的基本思想.....	146
6.2.2	惯容系统的模态参数.....	148
6.2.3	多模态调谐的数值优化问题.....	150
6.2.4	多模态控制设计流程.....	153
6.3	调谐型惯容系统的多模态控制优化设计算例 .....	154
6.3.1	高层结构的基本信息.....	154
6.3.2	单模态和多模态调谐设计方法讨论.....	156
6.4	惯容系统安装位置优化设计 .....	163
6.4.1	惯容减振结构的复模态分析.....	164
6.4.2	基于最佳安装位置的惯容参数优化设计.....	168
6.4.3	多模态控制惯容系统的有效性验证.....	170
6.5	基于多模态控制的结构性能优化设计 .....	177
6.6	本章小结 .....	180
第 7 章	结论与展望 .....	183
7.1	本文的主要结论 .....	183
7.2	后续工作展望 .....	185
参考文献	.....	187
致谢	.....	199
个人简历、在读期间发表的学术成果	.....	201



# 第 1 章 绪论

## 1.1 引言

我国大部分城乡都位于地震带，面临着严重的地震威胁。现有的抗震设计方法是提高结构本身的抗震性能，即通过结构本身储存和消耗地震能量来抵抗地震作用。但由于地震的随机性，人们无法准确预测未来地震灾害的强度，这种对策是消极的。结构振动控制<sup>[1-7]</sup>是近 40 年来发展起来的一门新兴技术，它可以减小结构在地震、风等外部激励下的动力响应，显著提高土木工程结构抑制各类有害振动的能力，保障结构在地震和强风中的安全性及舒适度<sup>[4, 8-10]</sup>。

结构振动控制技术<sup>[11]</sup>根据外界能量输入情况可分为：被动控制技术<sup>[12-15]</sup>、主动控制技术<sup>[6, 16-18]</sup>、半主动控制技术<sup>[10, 19-22]</sup>和混合控制技术<sup>[23-26]</sup>。其中，被动控制技术不需要输入外部能量，其基本思想是通过在结构上增加装置来调节结构质量、阻尼和刚度。根据控制原理，被动控制可分为隔振技术、消能减震技术和动力吸振技术。本文采用“振”来广泛地代表地震、风振、设备等导致的环境振动等振动作用，采用“震”代表地震作用。隔震结构的设计思想是通过设置隔震层来延长主体结构的周期，并主动减少对主体结构的地震能量输入；消能减震技术通过附加消能装置改变结构的阻尼特性，在地震作用或风荷载等外部激励下消能装置可消耗大部分输入主体结构的能量，抑制结构的反应和损伤。1970 年，美国泰勒公司成功研制了线性黏滞阻尼器<sup>[27, 28]</sup>，此后更多种类的消能装置问世，常见的有黏滞阻尼器<sup>[29]</sup>、粘弹性阻尼器<sup>[30, 31]</sup>、金属屈服型阻尼器<sup>[32]</sup>和摩擦阻尼器<sup>[8]</sup>；动力吸振是通过在主结构上附加振动子系统来吸收和耗散主体结构的振动能量，比如经典的调谐质量阻尼器和调谐液体阻尼器。

传统的力学元件中阻尼元件和弹簧元件可以被简化为典型的两节点力学模型，而质量元件则属于单节点接地模型，惯性力与其相对于地面的绝对加速度相关<sup>[32]</sup>。质量元件的单端特性在一定程度上限制了各力学元件的拓扑组合形式。近年来，惯容（inertor）作为一种两节点的控制元件<sup>[33, 34]</sup>逐渐为学者所重视，用以提升结构振动控制系统的性能。基于质量增效机制的惯容减振技术可显著提升工程结构的安全韧性，推进我国防灾减灾事业发展。

## 1.2 被动控制技术介绍

### 1.2.1 基础隔震技术

基础隔震是一种成熟的被动控制技术<sup>[35]</sup>。典型地震动加速度记录的特征周期一般出现在 0.1s~1s，其结构的自振周期与场地的特征周期值较为接近。当地震发生时，按照抗震设计规范进行设计的抗震结构可能因为处于场地特征周期值附近而发生共振引发结构的损伤和破坏，这是导致传统抗震结构体系不安全的重要因素。在地震作用中，安装在隔震层的柔性支座可以改变结构的刚度特性，从而延长了结构的周期（图 1.1），滤除地震动中的高频成分，可以有效减小结构的地震动响应<sup>[36-40]</sup>。由于中低层建筑具有高频特征，所以基础隔震技术为中低层建筑提供了有效的防护。

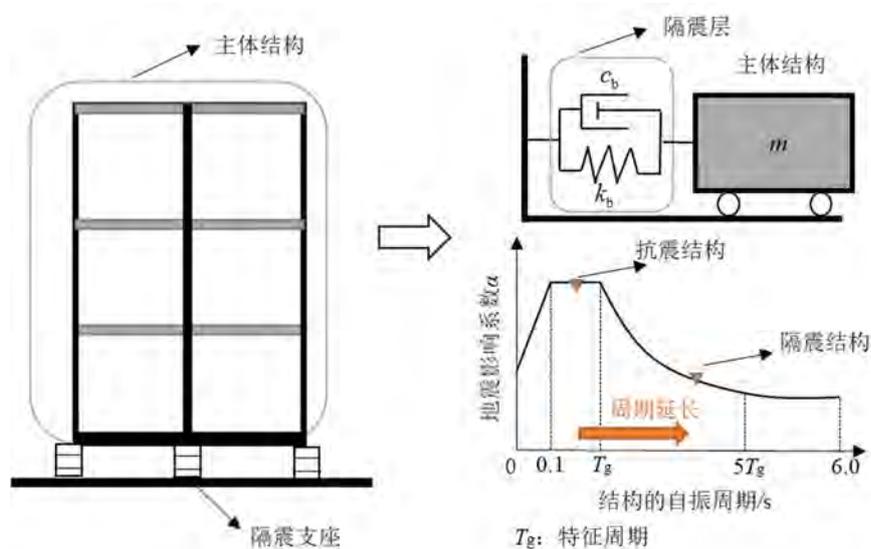


图 1.1 基础隔震结构

基础隔震技术在结构中的应用始于上世纪 60 年代。自从美国加利福尼亚州兰卡库蒙加的社区法律和司法中心<sup>[41]</sup>采用了隔震设计后，隔震技术得到了快速的发展，已经广泛应用于钢支撑框架、混凝土剪力墙、加固或未加固的砌体墙以及木结构中<sup>[42]</sup>，并在实际结构中得到了考验。我国的《建筑抗震设计规范》（GB50011-2010）<sup>[43]</sup>将基础隔震和传统抗震结构设计方法进行有效衔接，方便设计人员进行隔震结构中上部结构的设计。

### 1.2.2 消能减震技术

消能减震技术是指在结构上附加耗能装置<sup>[44]</sup>或采用非承重构件作为耗能装

置<sup>[45]</sup>。在主体结构进入塑性状态前，耗能装置率先进入工作状态来耗散地震输入结构的能量<sup>[46]</sup>，从而避免或者延缓了结构的塑性发展或破坏，极大地保护了主体结构的安全，也因此该技术在结构工程中的应用越来越广泛<sup>[47]</sup>，常用的耗能装置有速度型的黏滞阻尼器<sup>[11]</sup>和黏弹性阻尼器<sup>[48]</sup>、位移型的摩擦阻尼器<sup>[44,49,50]</sup>和金属阻尼器<sup>[51-53]</sup>等。

### 1.2.3 动力吸振技术

利用弹簧和附加质量组成的动力吸振器在上个世纪初期就出现了，这种动力吸振器的特点在于，对于特定外界激励的频率，主结构的部分振动被动力吸振器吸收，因而减少主结构的振动。Frahm<sup>[54]</sup>在 1909 年的专利中首次提出了动力吸振器的概念：动力吸振是通过在主结构上附加振动子系统来吸收和耗散主体结构的振动能量。调谐质量阻尼器几乎是最早出现的振动控制装置，由质量块和弹簧组成。由于早期的吸振器不含阻尼元件，所以仅对共振频率处的振动具有良好的抑制作用（具体工作机制在第 2 章进行详细阐述）。1928 年，Ormondroyd<sup>[55]</sup>指出，若在前述的动力吸振器上添加附加阻尼，偏离共振时减小被放大的结构响应幅值。随后 Hahnkamm<sup>[56]</sup>提出在动力吸振器的响应曲线上存在两个定点，可以假定阻尼为零和无穷来求解这两个定点坐标，给出了最优同调。Den Hartog 等<sup>[57]</sup>推导了最优调谐公式，创造性地提出了定点理论，成为调谐吸振装置设计的基本方法。1946 年，Brock<sup>[58]</sup>根据定点等高的原理推导了最优阻尼比。至此，经典的调谐质量阻尼器（Tuned mass damper, TMD）被提出，之后不断地发展和改进<sup>[59-61]</sup>，如多重 TMD<sup>[62]</sup>、主动控制 TMD<sup>[63-65]</sup>等。1972 年，Yao<sup>[7]</sup>首次提出了结构控制的概念，将当时更多的应用在机械工程领域的调谐质量阻尼器引入土木工程领域，并引发研究人员对其在实际工程中减振性能的进一步研究。随着科学技术的进步，各种新材料、新技术应用到动力吸振器上，使得其种类更加多样化。

### 1.2.4 惯容减振技术

#### （1）基本的力学元件

结构振动控制技术的原理可以概括为通过在结构中附加质量元件、弹簧元件和阻尼元件这三类基本力学元件，来改变结构的动力特性。其中弹簧元件和阻尼元件是两节点力学元件（例如：粘弹性阻尼器中的弹簧元件和阻尼元件），其两端的出力与端点的相对位移或相对速度成比例，如图 1.2(a)和图 1.2(b)所示。而质量元件和弹簧元件与阻尼元件在力学特性上存在着本质的区别：（1）质量

元件是单节点元件，输出的惯性力只与元件的绝对加速度有关，如图 1.2(c)所示，即质量元件的一端永远与大地相连，这一特征限制了其在结构中的安装方式和安装位置；(2) 弹簧元件和阻尼元件输出的弹性力和阻尼力与它们的物理质量无关，力学模型可以忽略元件本身的物理质量；而质量元件输出的惯性力与其物理质量成正比，为了避免加入质量元件后结构主体变成机构，会对质量元件的上限进行限制，这些特征约束了质量元件在减振装置的应用。

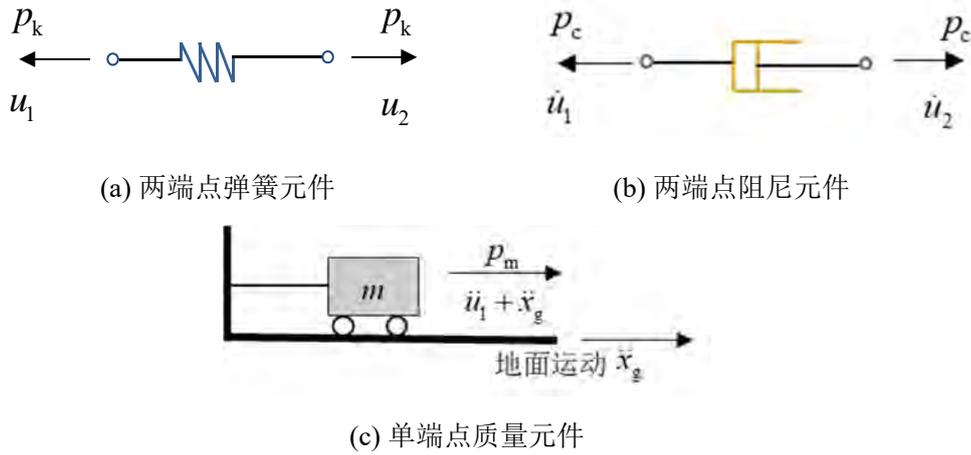


图 1.2 基本的力学元件

图 1.2 中， $u_1$ ， $u_2$ ， $\dot{u}_1$ ， $\dot{u}_2$  分别为两端点的位移和速度， $\ddot{u}_1$  是质量元件相对于地面的加速度， $\ddot{x}_g$  是地面加速度， $P_m$  是质量元件的惯性力，它只与质点的绝对加速度有关：

$$P_m = m(\ddot{u}_1 + \ddot{x}_g) \quad (1.1)$$

## (2) 惯容元件力学模型

惯容元件是一种具有质量增效特性的两端点元件，出力与元件两端的相对加速度成正比，如图 1.3 所示， $p$  为惯容元件的惯性力：

$$p = m_d(a_2 - a_1) \quad (1.2)$$

式中  $m_d$  通常称为表观质量或惯容系数，单位为 kg。与传统的单节点质量元件的不同之处体现在：(1) 表观质量远大于自身的物理质量，可产生数千倍于实际物理质量的表观质量，因此可以在几乎不增加结构实际质量的同时实现结构的振动控制；(2) 惯容元件的两端点特性提高了其安装方式的灵活性<sup>[66-68]</sup>，使其不仅仅局限于如悬挂等单端点连接的方式，还可以采用与普通消能减震装置相同的层间安装方式，这样一来，惯容元件就可以利用楼层间的加速度差进行减震；(3) 惯容所增加的惯性质量并不会增加结构所受的地震作用，具有地震输入减小特性。

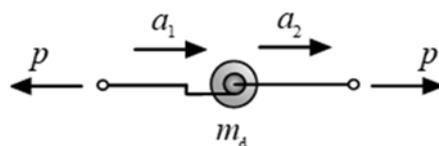


图 1.3 两端点惯容元件

### (3) 惯容的物理实现机制

惯容的实现方式有多种，本质上都是利用了装置内部的质量（固体、流体）之间的相对运动（转动<sup>[69-71]</sup>、流动<sup>[72-77]</sup>），本文从流体惯容和固体惯容两个方面介绍惯容的物理实现机制。

#### 1) 流体惯容

两节点惯容元件的物理实现机制可以追溯到 1973 年日本学者 Kawamata<sup>[78]</sup>发明的液体质量泵（Liquid mass pump），利用流体在管道中的运动可以实现对液体质量惯性的封装。2012 年，日本学者船木尚己等人<sup>[79]</sup>提出利用导管的长度控制液体流量的分离式流体惯容的实现机制，并在 2015 年完成了模型制作和振动台试验研究，如图 1.4 所示，验证了液式惯容器的减振效果，结果表明可以获得 200 倍于物理质量的表观质量<sup>[80]</sup>。

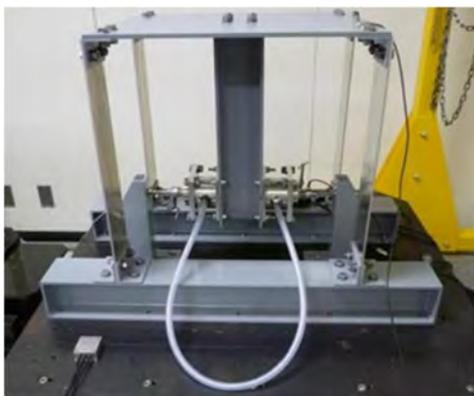


图 1.4 分离式流体惯容减振系统的实验室模型

2013 年，Swift 等<sup>[81]</sup>提出了一种螺旋流体惯容的实现方式，如图 1.5 所示。该液压型惯容主要由液压缸、活塞和螺旋管组成。通过液力推动活塞运动，从而推动流体在螺旋管路内的流动，由于液压缸内流体流量于螺旋管内流量相同，而螺旋管管径远小于液压缸内径，所以螺旋管内流速增大，实现了对惯性质量的封装和放大<sup>[74]</sup>，液压型惯容元件的表观质量  $m_{in}$  如下：

$$m_{in} = \rho l \frac{A_1^2}{A_2} \quad (1.3)$$

式中， $\rho$  为液体的密度， $A_1$  和  $A_2$  分别为活塞工作的面积和螺旋管道截面的面积，

$l$ 为管道的长度。

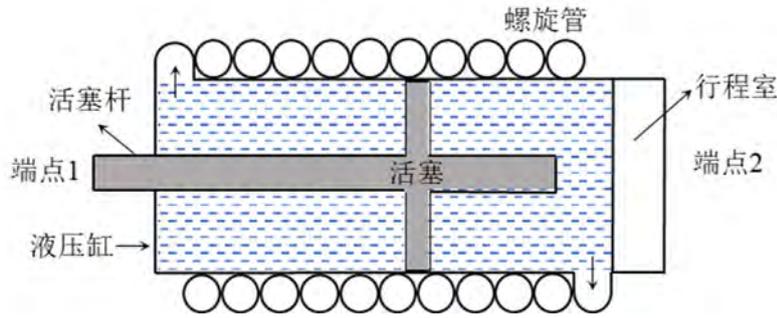


图 1.5 螺旋流体惯容示意图<sup>[74]</sup>

## 2) 固体惯容

滚珠丝杠型惯容是固体惯容装置最常见的一种实现机制也是转动模式实现方式的代表<sup>[33,82,83]</sup>，由滚珠丝杠和旋转螺母组成，特点是将直线运动转化为旋转运动，传动原理如图 1.6 所示。相较于其他类型的传动构件，滚珠丝杠能够将较小的轴向位移转化成较大的旋转角位移，具有传动效率高、摩擦小、精度高、寿命长等优点。Inoue 和 Ikago 团队<sup>[33,84-88]</sup>对其进行了系统性的研究，并出版了第一部关于惯容减震系统的学术专著<sup>[89]</sup>。通过滚珠丝杠装置，将两端点间丝杠的直线运动转化为螺母的旋转运动，并驱动飞轮放大转动惯量。由于飞轮的转动惯量产生的惯性作用远大于其物理质量的惯性作用，故该装置可以使用较小的物理质量产生较大的惯性力，从而达到惯性增效的效果<sup>[32]</sup>。但利用此类惯容元件组成的惯容减震系统对机械加工的精度要求较高，粘滞阻尼耗能元件对密封也有很高的要求，此外，它还需要保持腔内的高压。

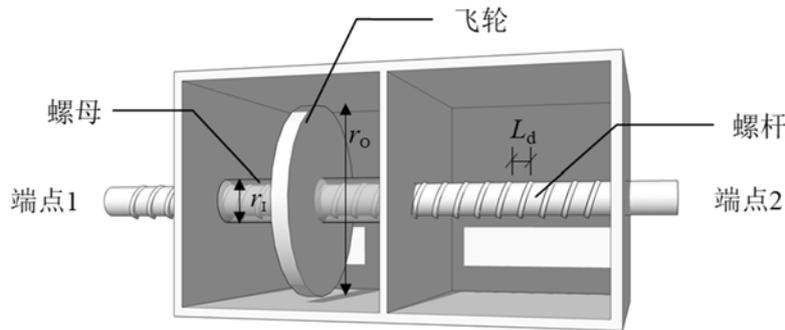


图 1.6 滚珠丝杠型惯容示意图

滚珠丝杠型惯容元件的表观质量  $m_{in}$  可以表达如下<sup>[33]</sup>：

$$m_{in} = \left(\frac{2\pi}{L_d}\right)^2 I = \left(\frac{2\pi}{L_d}\right)^2 \frac{1}{2} (r_o^2 + r_i^2) m_0 \quad (1.4)$$

式中， $L_d$ 为螺杆菌的导程， $I$ 为飞轮的转动惯量， $m_0$ 为飞轮的实际质量， $r_o$ 和  $r_i$ 分

别为飞轮的外径和内径。由上式可知，通过设置较小导程的滚珠丝杠和较大半径的飞轮可以将物理质量放大几千倍。

张瑞甫等<sup>[90-91]</sup>利用曲轴机制提出了一种具有非线性能量阱的惯容减震系统，解决了传统惯容元件对加工精度要求高的问题。该系统由连接元件、非线性能量阱耗能元件和平面连杆型惯容元件组成，如图 1.7。在外荷载作用下，滑块的水平平动通过曲轴连杆带动飞轮做高速转动，实现惯容质量的放大。

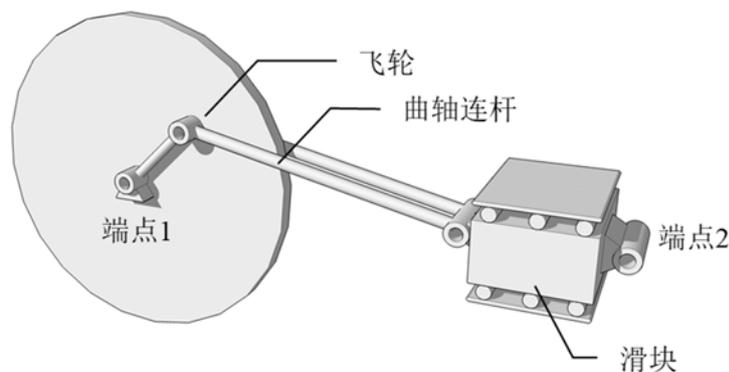


图 1.7 曲轴型惯容示意图

曲轴型惯容通过平面连杆型惯容元件的两节点质量增效作用吸收振动能量，利用能量阱耗能元件消耗能量，提供恢复力，可以有效地降低结构的动力响应，能够在更大的激励频率带宽上对结构进行控制。

以上所述总结了目前已有的一些惯容的实现机制，这些惯容装置都具有三个共同的特点：（1）利用流体和固体的惯性和空间上的优势，将势能转化为流体和固体流动或旋转时所需要的动能。并将小范围的平移转化为一个较大范围内的旋转运动，利用几千克的物理质量甚至可以达到数百万吨的表观质量；（2）具有两个可以产生相对运动的自由端点。

### 1.3 惯容系统控制优势

由惯容元件、阻尼元件和弹簧元件共同组成的振动控制系统（图 1.8）被统一命名为惯容系统<sup>[32,92]</sup>。由于惯容元件在结构中类似于动力吸振的装置，可以起到储存能量的作用，但是自身并不具备消耗能量的功能，所以通常需要和弹簧元件、阻尼元件配合使用。惯容系统中这三类控制元件协同工作可以有效提高阻尼元件的能量消耗效率<sup>[33,87,93]</sup>，这是由于惯容元件和弹簧元件串联可以放大惯容元件内部自由度的变形，然后阻尼元件和惯容元件进行并联，则可以同时放大阻尼元件的变形，进而实现耗能增效<sup>[94]</sup>。

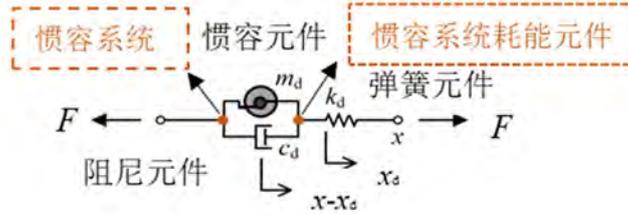


图 1.8 惯容系统力学模型

基于惯容控制元件的振动控制技术的优势体现在：（1）质量增效：与传统减振系统相比，惯容系统通过惯容元件两端点的相对运动增加减振系统的表观质量可以达到良好的振动控制效果。已有学者<sup>[95]</sup>成功实现用较小的物理质量获得高达 1350 吨的表观质量，可以在不增加结构实际质量的条件下实现对结构动力特性的调整，大大减少了外部激励对结构的作用，降低了地震动的输入，实现了地震输入减少的特性。此外，惯容元件和弹簧元件通过调频来避免结构自身与外部激励的共振；（2）耗能增效：图 1.8 中惯容系统外部自由度的位移  $x$ 、弹簧元件变形  $x_d$  和系统内部自由度的位移  $x_i$  之间的关系如下式：

$$x_i = x - x_d \quad (1.5)$$

惯容元件与阻尼元件协同工作时，由于惯容系统内部自由度与惯容系统外部自由度（即主体结构自由度）的振动不同步，存在相位差，所以可以有效放大阻尼元件内部的变形，实现了耗能增效的效果，惯容系统外部自由度的位移  $x$  与系统内部自由度的位移  $x_i$  之间的关系如图 1.9 所示；（3）可以实现精准的模态控制：通过调谐设计的惯容系统可以将系统的振动频率调整到结构的目标控制模态，实现结构振动的精准模态控制。本节总结了惯容系统的控制优势，在后续章节中，将详述基于质量增效优势的惯容系统的减震机理和设计方法。

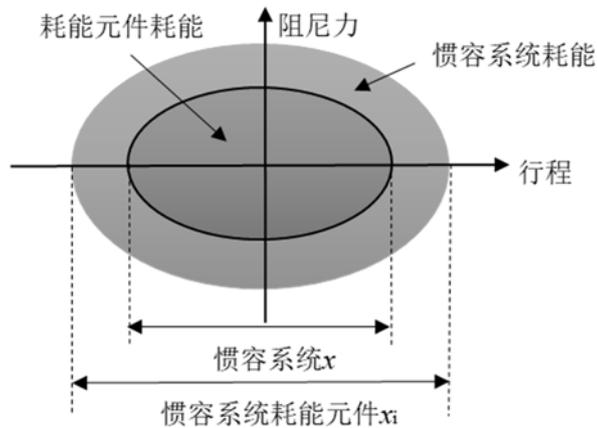


图 1.9 惯容系统的耗能增效机制<sup>[33,93]</sup>

## 1.4 惯容减振技术的发展及应用

惯容是一种两端点的加速度相关型的新型结构控制元件，质量增效及耗能增效是惯容减振系统相较于传统减振系统的主要优势。相关研究已表明基于惯容元件的减振结构体系可高效地抑制结构振动，因而具有广阔的应用前景。近几年，基于惯容元件的高效减振体系的研究在国内外发展势头强劲。

### 1.4.1 惯容系统的国内外发展现状

对于两节点惯性质量的研究萌芽于 1973 年日本学者 Kawamata<sup>[73,78,96]</sup>基于液压机发明的液体质量泵，该装置利用连接两个容器的管道中流体产生的惯性力对结构响应进行控制。在流体惯容的研究方面<sup>[97]</sup>，2021 年，曾璟琳<sup>[98]</sup>提出了一种分离式流体惯容器，并与防倾覆滚动隔震结合提出了混合控制结构体系。通过振动台试验研究表明，在近场和远场的地震动激励下，分离式流体惯容器可以在不放大结构顶层加速度的情况下，显著降低隔震层位移。虽然流体惯容的起源较早，但现阶段，基于滚珠丝杠机制的固体惯容的研究更为广泛。

20 世纪 90 年代，日本东北大学的研究团队<sup>[33,95,99-103]</sup>利用滚珠丝杠机制的惯性质量元件，提出了经典的调谐黏滞质量阻尼器（Tuned viscous mass damper, TVMD），首次明确使用了质量增效作用并发现了耗能增效现象，通过试验验证了 TVMD 的高效减振作用。惯容系统在土木工程领域的研究萌芽可以追溯到上世纪 70 年代<sup>[73]</sup>，到 90 年代末，Arakaki 等<sup>[102,103]</sup>利用滚珠丝杠机制提出了一种旋转阻尼器（Rotational damping tube, RDT）用来控制结构在地震激励下的响应。同一时期，Kuroda 等<sup>[104]</sup>和 Wang 等<sup>[105]</sup>对 RDT 进行改进，附加了外部飞轮对表观质量进一步放大，提出了旋转质量阻尼器（Gyro-mass damper, GMD）。Hessabi 等<sup>[106]</sup>提出了齿轮-齿条机制的 GMD 实现形式，并提出了 GMD-黏滞阻尼-支撑系统（GMD-viscous damper-brace, GVB）<sup>[107]</sup>，在 GVB 系统中，GMD 与粘滞阻尼器并联，与支撑元件串联安装在结构中，证实了该系统可以提高体系抵御地震灾害的能力。Wang 等<sup>[104]</sup>提出了设置惯容系统的竖向隔震体系，进一步对 RDT 进行了改进。Saito<sup>[108]</sup>在 RDT 的端部串联弹簧元件，形成了由惯容、阻尼和弹簧三个元件组成的装置，即 Ikago 等<sup>[33]</sup>命名的调谐黏滞质量系统（图 1.15）。与 TMD 类似，TVMD 也是一种可调谐的装置，通过调整弹簧元件的刚度  $k_d$  和惯质元件的惯性质量  $m_d$ ，可以根据主体结构的目标模态进行调谐，以获得最优的振动控制效果。TVMD 不仅可以产生足够大的惯质力，而且内筒的快速转动使内外筒之间的粘滞材料产生阻尼力。TVMD 能够实现比 TMD 更大的惯性质量和比粘滞阻尼器更强的耗能能力<sup>[33,109]</sup>，但增效作用过大会导致支撑元件、

阻尼元件和主结构的附加应力增加。Kida 等<sup>[86,95]</sup>提出了一种限力调谐黏滞质量阻尼系统 (Force restriction tuned viscous mass damper, FRTVMD), 通过限力机制在保证控制效果的同时有效限制减震系统的出力。Ikenaga 等<sup>[110]</sup>通过一系列的振动台试验对 FRTVMD 的控制效果进行了验证, 结果表明, 限力机制产生的摩擦阻尼可以在一定程度上补偿阻尼力限制带来的耗能损失, 从而保证 TVMD 的减震效果。

基于惯容的质量增效作用, 许多研究者将惯容元件与 TMD 相结合以减小 TMD 所需的附加质量, Garrido 等<sup>[111]</sup>将 TMD 中的耗能元件替换为惯容系统, 提出了一种旋转惯性双调谐质量阻尼器 (Rotational inertia double-tuned mass damper, RIDTMD, 图 1.10), 该装置的减震效果优于具有相同附加质量的 TMD。Marian 等<sup>[112-114]</sup>将惯容元件和 TMD 相连, 提出了调谐质量阻尼惯容器 (Tuned mass damper inerter, TMDI, 图 1.11), TMDI 的控制效果优于 TMD, 尤其在附加质量比较小时, TMDI 的优越性愈显著。Pietrosanti 等<sup>[115]</sup>分析了 TMDI 系统的性能, 使用白噪声信号作为输入激励进行优化设计, 结构在实际地震动作用下的分析结果证实了 TMDI 具有更加优异的减震性能和鲁棒性。Ruiz 等<sup>[116]</sup>指出 TMDI 可以更有效地控制高层结构的顶层加速度响应。Zhang 等<sup>[117-119]</sup>在 RIDTMD 力学模型的基础上进一步提出如图 1.12 所示的同时包含惯容子系统和单节点质量元件的调谐质量惯容系统 (Tuned mass inerter system, TMIS), 以及对应的基于性能需求的设计方法。

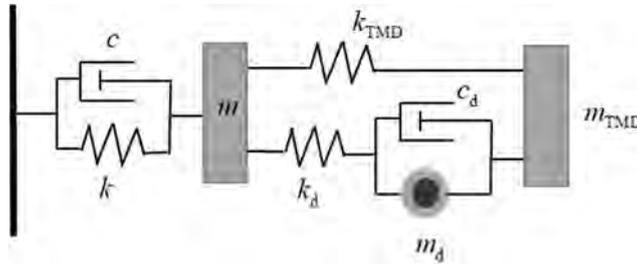


图 1.10 RIDTMD 力学模型

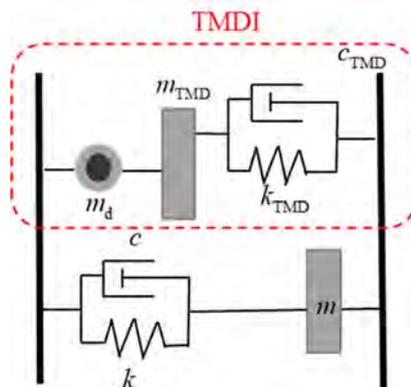


图 1.11 TMDI 力学模型

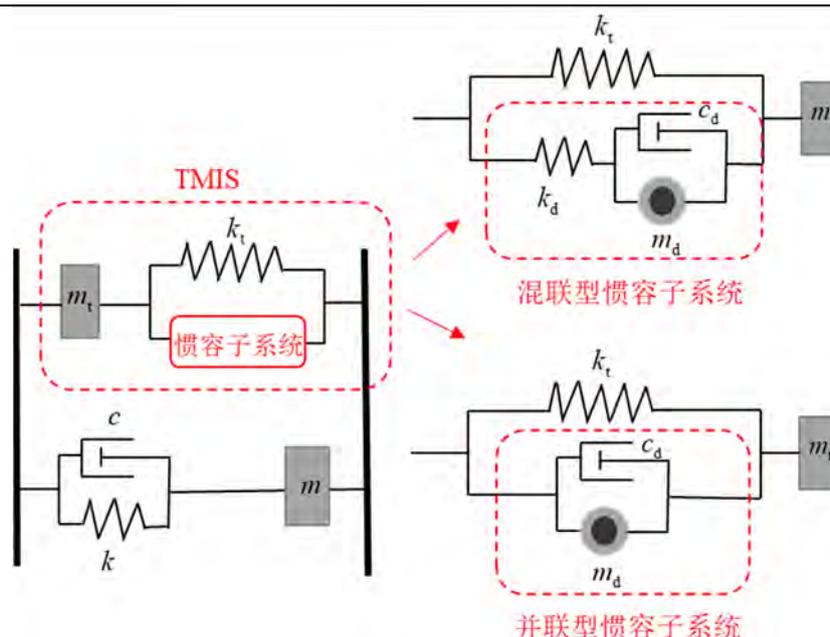


图 1.12 TMIS 力学模型

近几年，惯容系统的研究在我国发展也十分迅猛，国内学者在基础理论上的研究成果亦具有较高的国际影响力。2014年，陈龙等<sup>[120]</sup>对液体惯容进行了试验研究；2016年，阎武通等<sup>[121]</sup>基于滚珠丝杠机制的固体惯容系统提出了装置参数优化方法；之后，罗一帆等<sup>[122]</sup>提出了电磁惯容阻尼器的  $H_2$  优化设计理论；Zhu 等<sup>[123]</sup>针对具有能量收割特性的电磁惯容装置提出了一种能量收割模型；同年，Shen 等<sup>[124]</sup>利用流体驱动电机对一种具有磁性阻尼的流体惯容系统进行了研究。赵志鹏等<sup>[125-127]</sup>、潘超等<sup>[128]</sup>通过地震波和随机振动输入后结构能量耗散方式的分布，验证了惯容器能够增加由减振系统所耗散的能量；王超等<sup>[129]</sup>介绍了安装 TVMD 的单自由度结构的减震机理和基于耗能增效的优化设计原则。Zhang 等<sup>[93,130]</sup>提出了结构隔震惯容系统混合控制策略，并首次从理论角度揭示了惯容耗能增效机制与结构减震性能之间的本质关系。Xie 等<sup>[131]</sup>在 TVMD 的基础上提出了一种拉索连接惯容系统，利用拉索驱动滚轴来带动飞轮旋转，为结构的震后快速恢复提供了方案。Xue 等<sup>[67,132]</sup>提出了惯容系统的布置效率指标来确定惯容系统的安装位置，给出惯容系统在金井清谱随机激励下的参数优化方法并从最优减震效果、相同减震效果下的经济指标等多方面验证了跨层安装拉索式惯容装置的优越性。这些研究都推动了惯容系统在国内的进一步发展。

以下，本文将依据惯容系统在土木工程结构中的控制机制和工程应用，分别对调谐质量惯容系统、惯容隔震系统以及惯容系统的工程应用进展进行梳理介绍。

## 1.4.2 调谐质量惯容系统

日本学者 Ikago 等<sup>[84]</sup>将 TVMD 框架结构的侧向变形模式为剪切型, 通过假定表观质量分布与楼层刚度成比例提出了一种忽略主结构阻尼的优化设计方法, 并推导了适用于单自由度体系的 TVMD 调谐设计公式, 如图 1.13 和式(1.6)所示。经过调谐设计的 TVMD 能显著减小单自由度体系的地震位移和加速度响应, TVMD 在工作状态中, 弹簧元件与阻尼元件作反向运动, 进一步加大了阻尼元件的变形, 相较于一般粘滞阻尼器, 等位移下 TVMD 的耗能能力更优, 详细的耗能机制将在第 2 章进行介绍。

但是, 当考虑主结构的本征阻尼时, 定点理论将不再适用, 并且质量比、刚度比和阻尼比三个参数中只有当两个参数确定时, 另外一个参数才有最优解; 另一方面, 在最优化的参数下, 惯容系统或者主结构局部连接部位可能不能承受惯容器的总出力而发生破坏。同时, 定点理论只能说明控制的最终效果取决于质量比, 但是通常只能根据经验给出初始的质量比。对于质量比的优化, 李超等<sup>[133]</sup>则利用遗传算法求解最优的设计参数, 在考虑结构本征阻尼的同时考虑到共振频率和非共振频率的影响。但从最终的优化结果上看, 质量比的优化最终都取到上界值, 在计算前需限定最大质量比的取值范围, 这仍然需要人为根据经验取值。张瑞甫、潘超等<sup>[92]</sup>克服了定点理论的局限性, 2014 年提出基于性能需求的惯容系统设计理念。赵志鹏等<sup>[126,134]</sup>提出可以用减振率目标来对作为一个限制条件, 利用附加目标来限制质量比的最大值, 符合了基于性能需求的优化设计方法; 同时也将舒适度作为优化目标对颗粒惯容系统进行参数优化设计。Brzeski 等<sup>[135]</sup>利用舒适度作为优化参数, 并且在实验的基础上研究了惯性参数的变化对惯容系统的影响。Shinjo 等<sup>[136]</sup>对表观质量与层刚度不存在比例关系的情况进行了补充研究, 指出高层结构的加速度响应会受到高阶振型的影响, 也有学者对高层 TVMD 框架结构体系的多模态调谐减震设计方法进行了研究。Wen<sup>[137]</sup>基于体系传递函数定义了惯容系统的安装位置指标, 该指标可表示安装位置对结构体系各阶模态响应控制的贡献, 依据该指标可以确定 TVMD 的安装位置和调谐的目标模态。Ikago<sup>[84,87,138]</sup>在单模态调谐设计方法的基础上, 通过对 TVMD 进行分组, 将顶部的 TVMD 调谐到结构的二阶模态, 将底部的 TVMD 调谐到结构的一阶模态, 这样的设计可以更加有效地控制结构的顶层加速度响应。Sugimura 等<sup>[139]</sup>将 TVMD 应用到钢结构建筑中, 证明了 TVMD 的质量增效作用和良好的响应控制效果。张峻山<sup>[94]</sup>提出了一种新型的调谐惯质阻尼联肢墙高层建筑结构体系, 通过实时混合模拟试验验证了体系的抗震性能, 也提出了针对 TVMD 联肢墙体系的调谐减振设计方法。

$$\beta^{\text{opt}} = \frac{\omega_r}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{1-\mu}}, \quad \xi^{\text{opt}} = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{3\mu}{(1-\mu)(2-\mu)}} \quad (1.6)$$

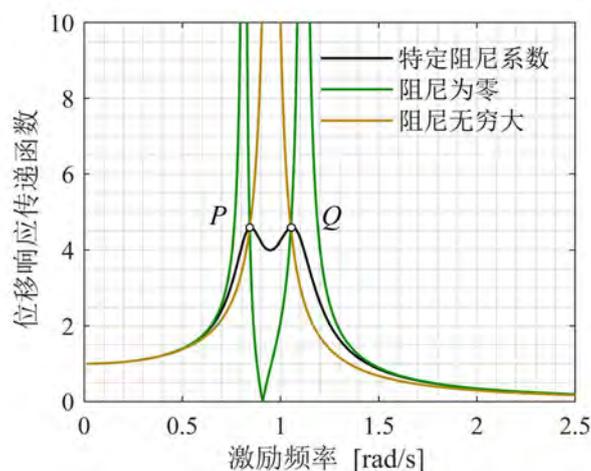


图 1.13 TVMD 单自由度体系的固定点法

### 1.4.3 惯容隔震系统

隔震技术是现代结构工程中最常见且有效的减震方式之一，但是在地震作用下，隔震层本身会发生较大程度的位移响应，而过大的水平位移会使隔震橡胶垫失稳而破坏，甚至导致隔震结构与周围维护结构发生碰撞，这是隔震结构设计时所面临的一个问题。为了解决这一问题，现有的工程中一般会采用设置限位器或是提供附加阻尼来满足设计规范的要求，但这有可能会反过来增大上部结构的加速度。惯容概念的提出则进一步拓宽了隔震结构的研究空间，使得传统隔震结构有了进一步发展的潜力<sup>[140]</sup>。莊初立等<sup>[141]</sup>将惯容器系统应用于隔震结构中，分析了受极端地震作用时惯容系统可以抑制过大的隔震层位移，同时控制加速度响应的增加，叶昆等<sup>[142]</sup>用 TID 进行基础隔震结构的设计，以上部结构绝对加速度最小为优化目标可以实现对基础隔震结构性能的理想控制，能同时降低隔震层水平位移和上部结构绝对加速度。Domenico 等<sup>[143,144]</sup>针对 TMDI 惯容系统在隔震结构中的应用进行了一系列的研究，通过在隔震层上加装 TMDI，可以同时降低基础隔震层和上部结构的位移响应。在考虑隔震层非线性的基础上，建立了反映隔震结构和惯容系统的三自由度简化模型，得到了该体系的最优参数。Di Matteo 等<sup>[145]</sup>发现经过合理的优化设计后，TMDI 隔震体系可以有效控制结构在大震中的响应。Zhao 等<sup>[146]</sup>将惯容系统用于摩擦摆隔震结构中，研究了不同布置方式的惯容系统对隔震效果的影响；基于隔震结构的多目标位移控制需求，提出了适用于实用惯容隔震系统的解析优化设计方法<sup>[147]</sup>。Wang 等<sup>[148]</sup>分析了横向安装的惯容元件和隔震体系的几何非线性对性能控制的

影响。与线性隔震系统相比，非线性隔震系统的控制带宽更广。Yang等<sup>[149]</sup>提出了另一种非线性惯容隔震体系，其中惯容的非线性通过将两个倾斜惯容在一端铰接、另一端固定的方式实现，与线性惯容隔震体系相比，非线性惯容隔震在降低频响函数曲线和力传递曲线方面有更好的表现。

也有研究采用 TMD 等装置与隔震结构进行混合控制，但是 TMD 的质量和行程常受到结构的限制，使其在隔震建筑中的应用存在着一定的局限性。王云寨<sup>[150]</sup>将隔震结构与流体惯容装置相结合，通过对不同性能指标的权衡取优，一方面可以利用柔性隔震层的设置使上部结构加速度响应有效降低，另一方面可以发挥惯容系统对隔震层位移的控制作用，避免了在强震作用下隔震层位移超限的问题，两者进行混合控制，实现了扬长避短互为补充的效果，如图 1.14。

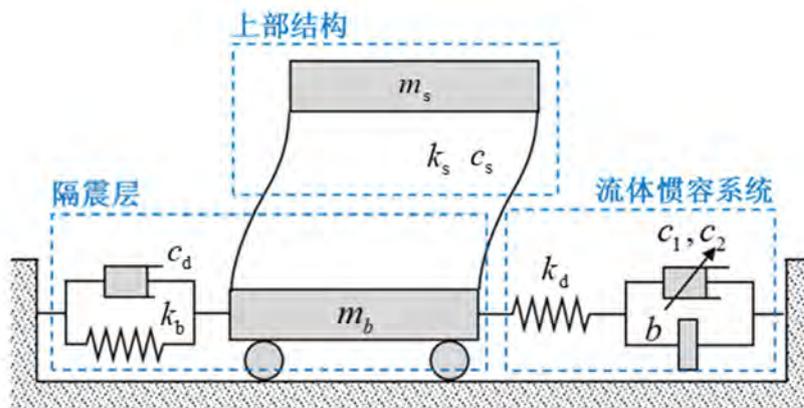


图 1.14 基础隔震与惯容系统混合控制体系<sup>[143]</sup>

#### 1.4.4 惯容系统的工程应用

土木工程领域首个完整意义上的惯容减震系统是 2012 年 Inoue 和 Ikago 团队提出的 TVMD<sup>[33]</sup>，如图 1.15(a)所示。2013 年，成功制造了 TVMD 的足尺装置并进行了试验；同年，该团队在日本仙台的 NTT 青叶通大楼安装了世界首个惯容系统，该惯容器的实际质量是 560 千克，表观质量可以达到 5400000 千克，放大系数高达 9643，如图 1.16 所示，结构 1-4 层布置粘滞阻尼器，5-14 层布置 TVMD<sup>[139]</sup>，TVMD 放置在 V 字层间支撑的底部两端，利用框架结构的层间变形使 TVMD 发挥作用。计算结果表明，设置 TVMD 之后结构的第一阶振型阻尼比相比原框架结构增大了 12%。

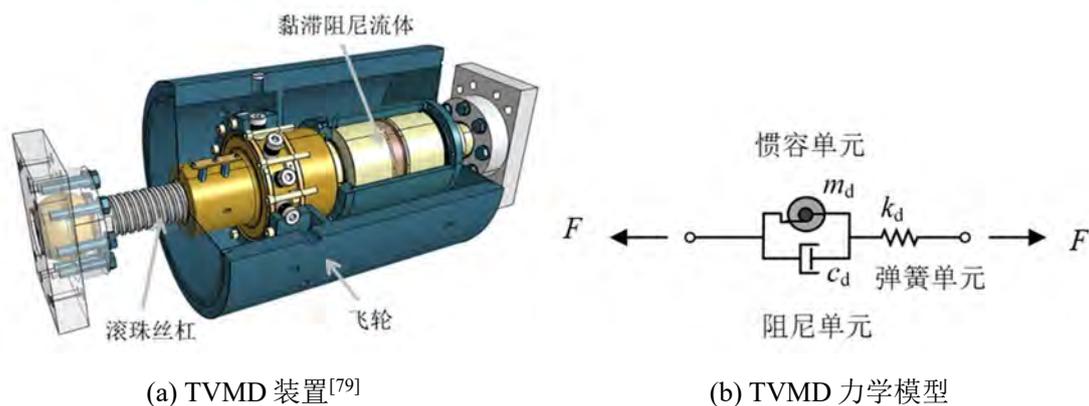
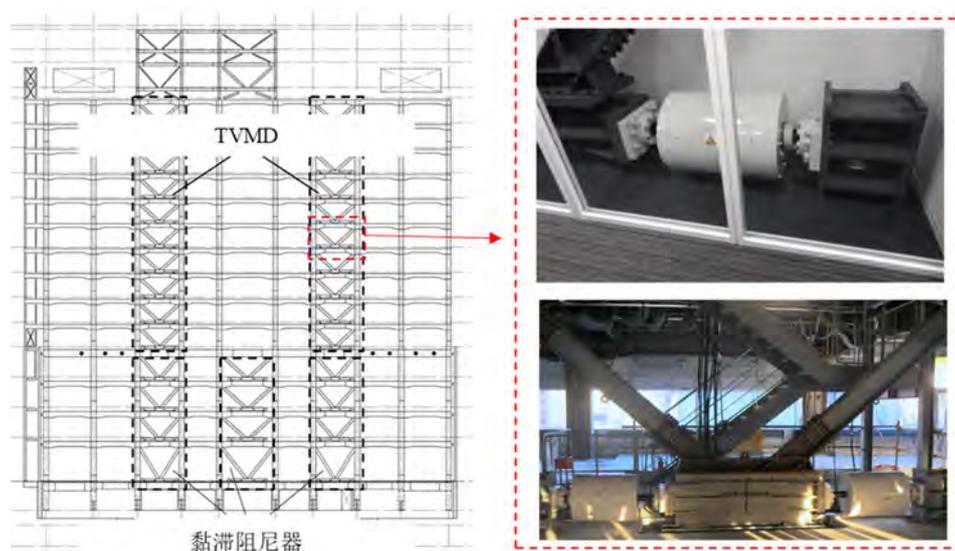
图 1.15 TVMD 的示意图<sup>[33]</sup>

图 1.16 世界首个利用惯容系统的结构工程

除此之外，日本东京的一栋 200m 的高层结构也成功应用了 TVMD。2014 年，Ogino 等<sup>[151-153]</sup>通过模态等效的原则将 TVMD 安装到一个 37 层的高层建筑中（见图 1.17）。以水平方向刚度低的短边为例进行模态控制，结合位移相关型的屈曲约束支撑和 TVMD，其中，TVMD 跨 3 层布置，充分利用了惯容元件两端点的特征，这种跨层布置可以大量减少惯容系统的使用数量，大大降低了控制成本。

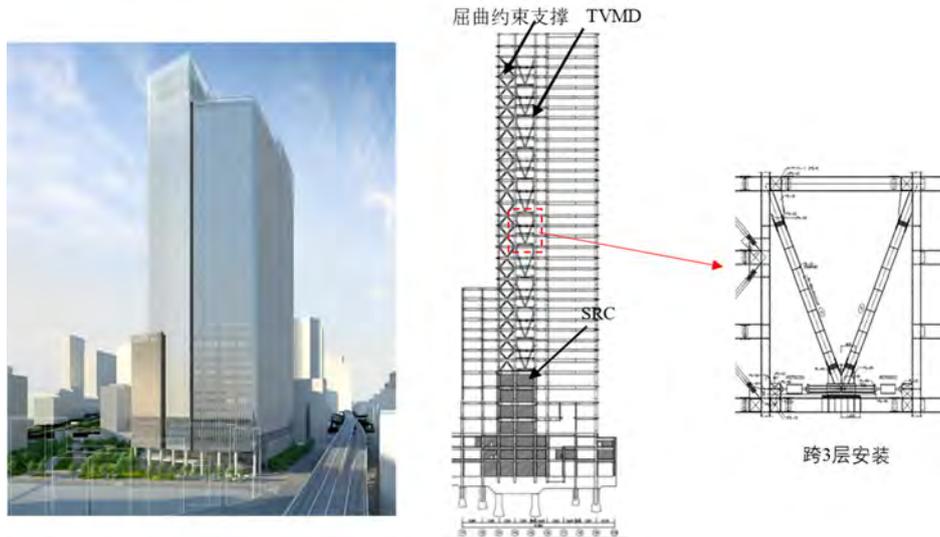


图 1.17 首个跨层安装惯容系统的实际工程<sup>[151-153]</sup>

## 1.5 拉索控制系统的研究现状

为了提高结构的抗侧刚度和减轻地震作用对结构的破坏往往在结构中设置支撑来提高结构的抗侧刚度和耗散地震输入能量。目前，大多数的耗能支撑都是通过材料进入塑形阶段来耗能，产生的残余变形会对结构产生不利的影响。为了解决这个问题，一些可提供恢复力的元件（比如预应力钢筋）被应用到耗能支撑中，形成自复位耗能支撑<sup>[154,155]</sup>，使得残余变形几乎为零，大大提高了结构的可恢复性，符合“可恢复功能抗震城市”<sup>[156,157]</sup>的发展趋势<sup>[158]</sup>。

然而，这类具有自复位功能的支撑目前仍存在施工工作量大、轴向变形能力有限、构造复杂、造价较高等缺点<sup>[159]</sup>，从而限制了自复位耗能支撑的大规模推广和应用<sup>[160-162]</sup>。因此，对具有复位功能的耗能支撑进行构造、造价和使用性能上的简化以及轴向变形能力的提升等成为了目前复位耗能支撑研究领域的重要工作。拉索支撑在结构加固、中心消能构件、结构延性提升等方面有优异的性能<sup>[163-165]</sup>，与传统支撑相比，拉索支撑具有以下优势：安装快速便捷、安装空间小、无需改变主体结构的建造方式、维护方便、造价便宜、构造简单、能够自复位；拉索的质量更轻，截面更小，自身的惯性力可以忽略，因此可用于大震下结构的振动控制中。传统消能减震支撑中广泛存在受压屈曲的问题<sup>[166]</sup>，拉索和受压材料的结合，可以避免支撑构件受压屈曲的问题。

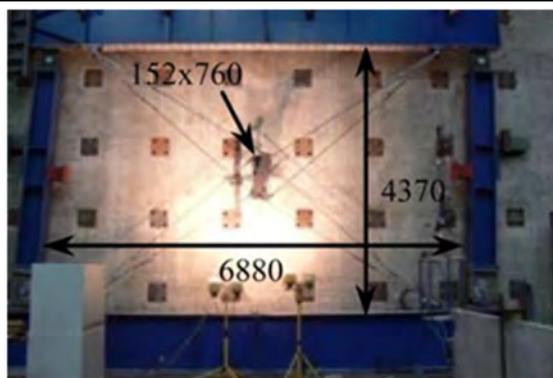
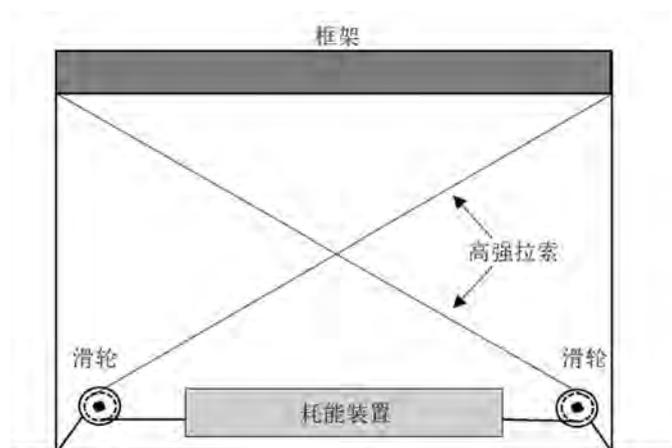
图 1.18 拉索连接中心摩擦构件<sup>[164]</sup>

图 1.19 自复位摩擦耗能拉索支撑

1983 年, Pall<sup>[167]</sup>提出了利用拉索连接的摩擦装置; Mualla 等<sup>[168]</sup>将摩擦装置利用拉索倒 V 形安装, 通过实验证明了该拉索系统可以显著减少结构的位移响应和基底剪力, 为新建建筑的减震和已有建筑的加固都提供了新的选择; 2012 年 Kurata 等<sup>[164]</sup>设计了拉索连接中心摩擦耗能构件 (图 1.18), 结构的层间相对位移通过拉索带动两个钢板转子朝相反方向运动, 通过转子间的摩擦作用起到耗能减震的作用; 2016 年, 池沛等<sup>[169]</sup>提出了一种自复位摩擦耗能拉索支撑, 如图 1.19 所示, 该支撑将自复位耗能装置和拉索串联, 能够减小结构的初始刚度, 从而减小地震作用: 在楼层层间位移角达到 2% 时, 该支撑仍具有理想的自复位能力。同年, Gao 等<sup>[163]</sup>提出了基于超弹性记忆金属环的耗能减震拉索系统, 这种抗侧力系统四个仅承受拉力的拉索组成, 可应用于已有建筑加固和改造中。2018 年, 郭彤等<sup>[170]</sup>提出了一种自复位金属耗能拉索, 包括复位耗能元件、连接元件和拉索筋材, 通过高强螺栓连接, 不需要张拉设备和施焊设备, 安装方便、施工效率高且安全性高, 大大降低了复位耗能支撑的自重和成本、充分利用了高强材料强度, 提高了支撑耗能稳定性。2019 年, 王际帅<sup>[171]</sup>针对现有耗能减震支撑的局限性, 借助预先压缩的碟形弹簧提供恢复力提出了一种新型摩擦耗能

式自复位拉索，该装置由摩擦装置耗散地震能量，在强地震作用下的控制效果优于屈曲约束支撑。

## 1.6 本文研究内容

### 1.6.1 研究意义与目的

城市中高层、高层结构越来越多，目前我国高层建筑的数量已居世界第一。高层建筑仍是我国未来建设的主要发展方向，是人多地少的城市朝集约化发展不可替代的建筑形式。近年来，高层建筑的震后功能可恢复性已经受到了广泛的关注，应该采取相关的措施以确保震后快速实现建筑功能的恢复以及社会经济损失的最小化<sup>[172]</sup>。高层建筑顶层在地震作用下的加速度响应较大，导致非结构构件和设备的破坏，影响震后使用功能，造成较大的经济损失。此外，较大的加速度响应也是影响高层结构振动的舒适性的重要因素。因此，为提升重要高层建筑的震后恢复能力和建筑结构的使用舒适性，需对层间位移和楼面加速度采取同步控制措施。

目前较多针对 TVMD 剪切型框架结构的研究，而惯容系统在高层弯剪型结构中的布置方式和设计方法的研究尚未完善。当地震激励作用于高层建筑时，弯曲变形分量的影响不容忽视，这与中低层建筑的剪切变形占主导地位的摇摆不同。特别是在高宽比大的高层建筑物中，当施加水平力时，由于整个建筑物的倾覆力矩而引起的柱的轴向膨胀和收缩所引起的整体弯曲变形的影响变得显著。当这种总弯曲变形占主导时，即使在建筑物的各楼层之间安装了减震器，也无法充分发挥减震效果。已有学者从结构的变形特征出发，提出了一种伸臂式惯容系统，将 TVMD 安装与框架核心筒结构的外伸支臂和周边柱之间，利用结构的弯曲变形而非剪切变形，提高了 TVMD 的利用效率；图 1.17 所示的利用 V 型钢支撑将 TVMD 跨层安装以更好地利用结构的变形。然而，伸臂式惯容系统仅适用于弯曲变形为主的具备外伸支撑的高层结构，V 型钢支撑由于受压杆件屈曲问题的存在，使得减振装置不可避免的变得笨重。此外，采用 V 型钢支撑将惯容系统跨层安装时还需进行额外辅助设计以防止支撑的面外失稳。相比之下，第 1.5 节所介绍的纯拉力系统由于纯拉力及可调节的特性，在轻量化和易于快速部署方面具有显著优势。由于 TVMD 在土木工程中具有应用前景，本文以 TVMD 的力学模型为研究对象，本文的主要研究目的为：提出一种拉索式惯容系统，利用纯拉力系统的安装便利性及可调节性，扩展惯容系统在结构中的安装形式，提高惯容系统在弯剪结构中的利用效率，为实现高层建筑结构层间

位移和加速度的同步控制提供新的设计方案。本文的研究内容以促进惯容减震系统的设计方法研究的进一步成熟，推进惯容系统在实际工程中的应用为目标。

## 1.6.2 研究内容

基于以上的研究背景和研究目的，本文开展的主要研究内容和论文章节（各章节的关系见图 1.20 所示）如下：

第 1 章：绪论。本章简要进行了振动控制技术的介绍，对惯容系统的发展以工程应用背景脉络进行了梳理，并指出随着理论的完善和建筑结构的性能需求的改变，传统动力吸振技术显示出的局限性。对惯容元件的基本力学原理和实现机制进行了阐述和总结，从耗能增效和质量增效的角度对惯容系统的控制原理和优势进行了介绍。对惯容系统在动力吸振技术中的研究应用和设计方法进行了说明，随后阐明了本文的研究目的及意义。

第 2 章：拉索连接惯容系统（CBIS）的减振机理及参数分析。本章提出了拉索连接惯容系统（CBIS）并介绍了其工作机理。首先分别介绍了 CBIS 的组成元件：惯容元件、阻尼元件和支撑元件；其次进行了安装 CBIS 的单自由度结构（CBIS-单自由度结构）的数值仿真模拟，建立 CBIS-单自由度结构的动力方程；然后，针对该系统进行了参数分析，通过参数分析的结果进行基于定点理论的拉索连接惯容系统的参数设计，最后基于优化算法进行拉索连接惯容系统的单目标和多目标的优化设计，旨在发挥惯容系统质量增效优势的同时，也实现系统的耗能增效。

第 3 章：拉索连接惯容装置的力学性能试验研究。本章在 CBIS 减振机理研究的基础上提出了 CBIS 的两种实现机制：滚轴式惯容实现机制和丝杠式惯容实现机制。首先，通过自由振动试验验证了滚轴式惯容系统具有较强的耗能能力，基于自适应扩展卡尔曼滤波法对系统的惯容表观质量等参数进行了识别，验证了上一章提出的仿真模型的合理性；其次，本章提出了另一种 CBIS 的实现机制——丝杠式惯容系统，即自平衡惯容系统，通过构件试验提出了考虑物理摩擦作用的装置非线性本构模型；基于自适应扩展卡尔曼滤波法，实现了惯容表观质量及摩擦力幅值等参数的识别；然后，针对安装自平衡惯容装置的单自由度框架结构进行了试验研究，分析了该装置的耗能效果和质量增效的优势；最后，通过两种不同的惯容装置的性能对比，说明了自平衡惯容装置对滚轴式惯容装置实现了性能参数的提升，是一种高效的拉索连接惯容系统的物理实现机制。

第 4 章：非线性拉索连接惯容系统（NCBIS）减振机理及优化设计。本章在拉索连接惯容系统的理论分析和试验研究基础上，结合受压材料，提出了一种正负刚度不对称的非线性拉索支撑，避免了传统钢材支撑易屈曲的问题，实

现了支撑元件拉压异性的驱动性能。首先，提出了非线性拉索支撑的力学模型，推导了 NCBIS-单自由度结构的运动方程，并基于力学模型进行了结构的参数分析和优化设计；然后，通过竖向安装 NCBIS，提出了利用高层弯曲变形的竖向分量触发惯容系统工作的模式，从而实现对高层建筑整体弯曲变形的有效控制；最后，通过对高层惯容减振结构在平稳和非平稳随机激励下的可靠度分析，验证了数值优化算法在基于弯曲变形驱动模式的惯容系统的优化问题中的可靠性和适用性。

第 5 章：基于模态参与消减的直连拉索连接惯容系统的设计方法。本章通过模态参与消减机制来探究高层结构的模态参与因子对结构振动响应的影响。首先，基于地震输入减小特性，推导了直连拉索连接惯容系统参数设计的解析公式；然后，分别从数值分析和解析的层面揭示了惯容的表观质量与各阶模态参与因子的关系；最后，以高阶模态控制为目标，通过三个基准结构的控制效果的对比，验证基于全模态参与消减机理设计的直连拉索连接惯容系统通过惯容表观质量的合理设定，可以进行模态参与因子的调节，从而实现高阶模态影响的消除，实现高层结构的位移、加速度和层间位移角的有效控制。

第 6 章：基于调谐机制的竖向安装惯容系统的多模态减震设计方法。首先，根据模态控制的理念，推广惯容系统的模态参数；推导基于多模态控制的地震荷载作用下惯容减振结构的随机振动响应，给出多模态控制的优化问题的表达；然后，依据模态阻尼比最大的原则确定惯容系统的安装位置，将惯容系统调谐至高层结构的前三阶模态的振动频率附近，实现高层结构楼面加速度和各层位移峰值的协同控制。

第 7 章：结论与展望。总结了本文的研究内容和主要结论，指出了有待进一步研究的课题方向，并对今后的研究方向提出了展望。

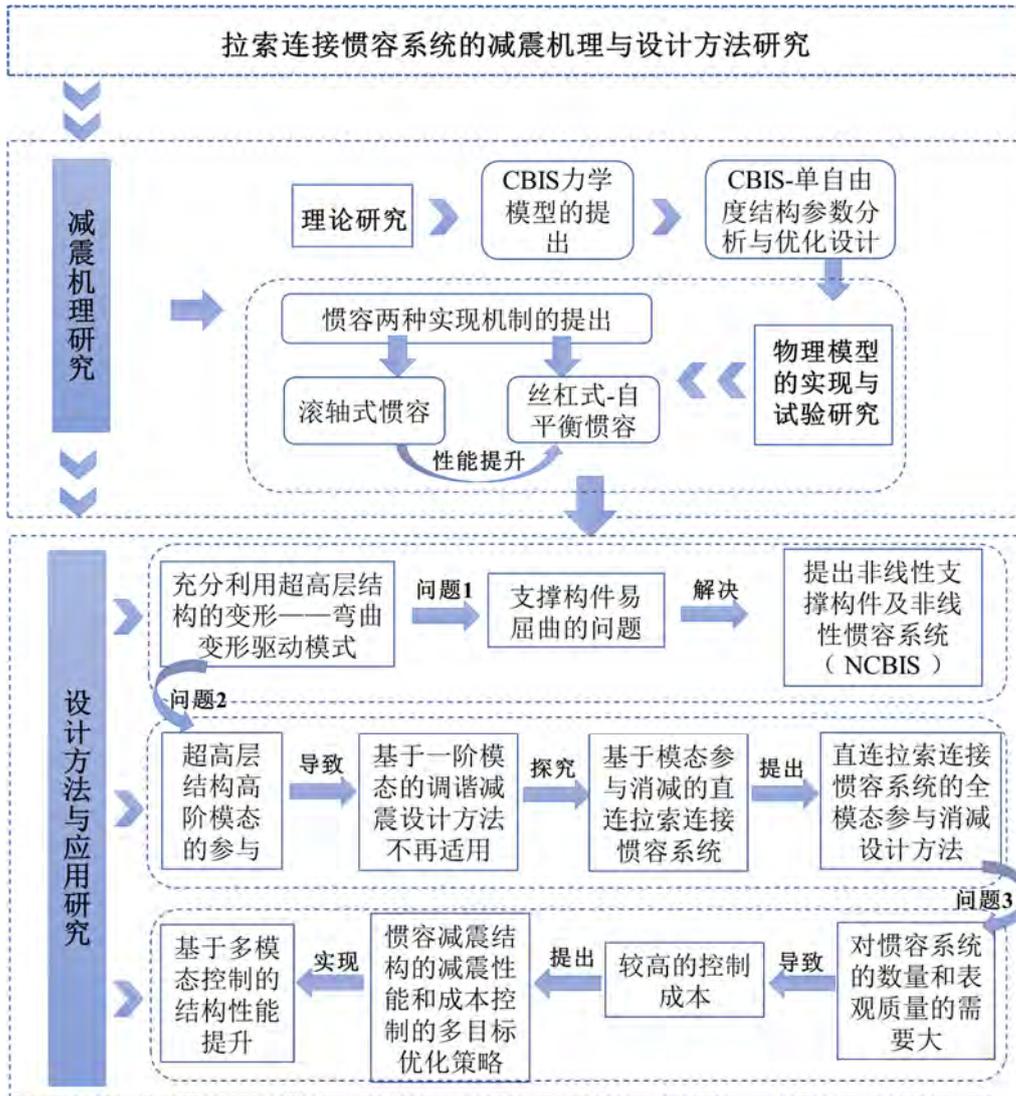


图 1.20 论文结构



## 第2章 拉索连接惯容系统（CBIS）的减震机理及参数分析

### 2.1 引言

早在上世纪末，拉索便已应用到结构振动控制领域中，Pekcan<sup>[173]</sup>提出了一种负载平衡式的拉索系统，该系统采用纯拉力的拉索元件将阻尼元件连接到主体结构中，实现了轻质化，并且避免了钢构件的屈曲问题，为结构的振动控制和震后结构性能快速恢复提供了新的方案。之后，日本学者 Hou 等人<sup>[174]</sup>提出了一种带中央圆筒的拉索支撑系统，拉索能够在更高的框架水平位移下达到极限强度，并将该支撑系统对钢框架进行加固，分析表明可以在不降低整体延性的情况下提高框架的侧向强度，并且它能够在指定范围内控制层间位移。

进一步，一些学者将拉索与其他耗能材料相结合，提出了相应的拉索耗能体系<sup>[175]</sup>。2002年，Mualla 等<sup>[168]</sup>利用拉索和摩擦阻尼元件，提出了摩擦阻尼纯拉力减振系统，通过理论研究和试验验证，表明该减振系统具有较好的控制效果。2009年，Sorace 团队<sup>[176]</sup>将提出的拉索阻尼系统（Damped cable system, DCS）应用于意大利一所学校钢结构的改造加固之中，通过对 DCS 的模态和非线性动力分析表明了主体结构的位移响应及扭转均得到了很好的控制。该团队进一步将预应力拉索固定在结构基础上并和阻尼器连接<sup>[177,178]</sup>，实现了拉索与各层楼板之间的滑动连接件，阻尼器可以消耗地震能量，拉索施加的反作用力也可以直接抵消层间的地震作用，充分发挥了 DCS 的减振优势。2012年，Kurata 等<sup>[164]</sup>通过拉索连接钢板转子提出了拉索连接中心摩擦耗能构件，通过实验研究验证了该拉索连接中心摩擦耗能构件可以发挥有效的耗能减震的效果。2016年，Gao 等<sup>[163]</sup>设计了基于超弹性记忆金属环的耗能减震拉索系统，这种抗侧力系统由 SMA 环和四个仅承受拉力的缆绳组成，该系统利用了记忆金属环较强的超弹性性能，既能够实现重新定心性能，又具有耗散能量的能力。这些研究都表明拉索和耗能材料结合形成的拉索耗能体系具有良好的减振优势，既可以应用于新建建筑的减振种，也可以应用于已有建筑的加固与改造中。

本章利用拉索安装的便利性和可调节性，结合惯容减振系统的轻量化和耗能增效的特征，提出了一种拉索连接惯容系统（Cable-bracing inerter system, CBIS），为实现结构的高性能、高适用性提供新的解决方案。本章从拉索连接

惯容系统的基本组成和减震机理出发，提出了 CBIS 的力学模型，以及 CBIS-单自由度结构的数值仿真模型，对影响结构性能指标的参数进行了具体的分析，基于遗传算法，导出了结构性能控制和成本控制的多目标优化设计帕累托前沿。

## 2.2 拉索连接惯容系统的工作机理及力学模型

拉索连接惯容系统利用拉索所具备的安装便利和调节性强的优势，同时采用了构造简单的电磁阻尼耗能元件。该拉索连接惯容系统由旋转的飞轮（导体盘）组成的惯容元件、阻尼元件和拉索支撑元件组成，模型示意图如图 2.1。

CBIS 在结构中通过拉索连接到结构上，当结构产生水平方向的振动时，右侧拉索张力升至  $T_2$ （式(2.7)），左侧拉索张力降至  $T_1$ （式(2.7)），左右拉索中的力之差作为惯容系统的驱动力。结构的平动通过拉索转化为飞轮的旋转运动，产生较大的表观质量，即为惯容元件。

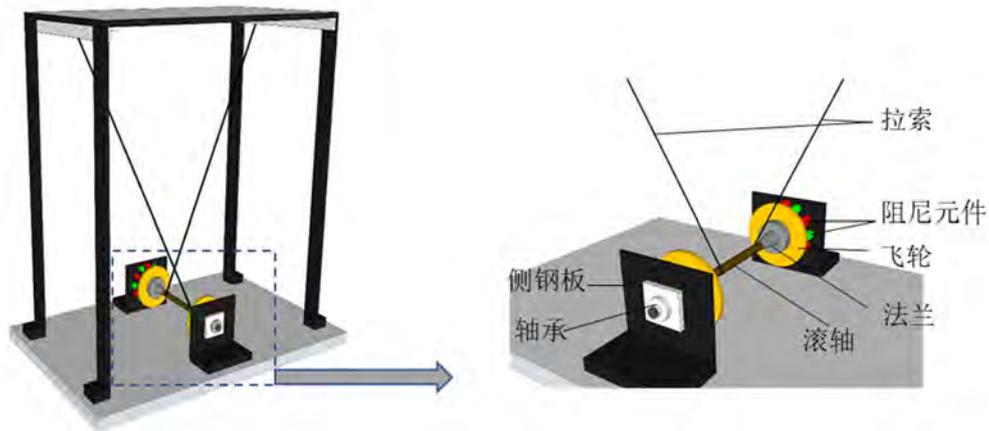


图 2.1 CBIS 模型示意图

### 2.2.1 CBIS 的惯容元件

如 0 节所述，惯容元件是一个两端点元件，其惯性力与两端点间的相对加速度成正比。当滚轴转动的角度为  $\varphi$  时（如图 2.2），拉索力  $f_c(t)$  满足旋转中心的力矩平衡：

$$J\ddot{\varphi}(t) = f_c(t)r_0 \quad (2.1)$$

其中， $r_0$  为滚轴的半径， $J$  为飞轮的转动惯量，可由下式求得：

$$J = \frac{m_1 R^2}{2} \quad (2.2)$$

$R$  为飞轮的半径， $m_1$  为飞轮的实际物理质量，拉索连接惯容系统以倾斜角度  $\theta$  安

装于结构中。

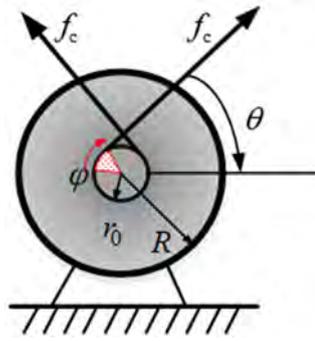


图 2.2 惯容元件

由式(2.1)和式(2.2)可知，拉索的水平分力为：

$$f_c(t) \times \cos \theta = \frac{J \ddot{\varphi}(t)}{r_0} \cos \theta \quad (2.3)$$

此时，结构的水平位移  $u_s(t)$  与飞轮转动角度的关系如下：

$$u_s(t) \cos \theta = \varphi(t) r_0 \quad (2.4)$$

整理式(2.3)和式(2.4)可得飞轮表观质量  $m_d$  的表达式为：

$$m_d = \frac{f_c(t) \cos \theta}{\ddot{u}_s(t)} = \frac{J \ddot{\varphi}(t)}{r_0} \cos \theta \times \frac{\cos \theta}{r_0 \ddot{\varphi}(t)} = \frac{J \cos^2 \theta}{r_0^2} \quad (2.5)$$

## 2.2.2 CBIS 的阻尼元件

如图 2.3 所示，当导体板在静磁场中以相对速度  $v$  移动，导体板在磁极正下方的投影处的磁通量会发生变化，即产生了电磁感应现象，感应电动势在导体板内激发感应电流，由楞次定律可知，感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量变化，感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量变化，即导体板始终受到一个抑制其运动的力，即电磁阻尼力。

该阻尼力与速度之间呈非线性关系，但是当转动速度较小时，二者接近线性关系，类似线性黏滞阻尼<sup>[179]</sup>。本章重点在于研究拉索连接惯容系统的减震机理和优化设计思路，为简化分析模型，本文所采用的阻尼力为速度相关型的线性元件， $c_d$  是阻尼系数，电磁阻尼力可表达为：

$$f_d(t) = c_d \dot{\varphi}(t) r_0 \quad (2.6)$$

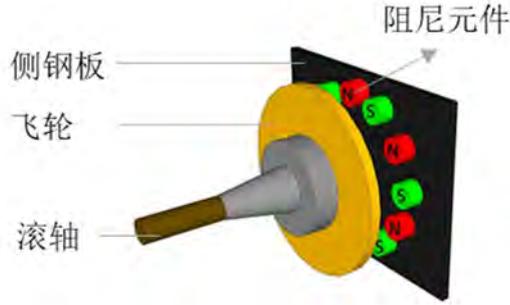


图 2.3 电磁阻尼元件

### 2.2.3 CBIS 的弹性支撑元件

当结构有正变形（以向右为例） $u(t)$ 时，滚轴和飞轮会随之发生转动（图 2.4）。右侧拉索  $T_2$  和左侧拉索  $T_1$  中的力如下：

$$\begin{aligned} T_2 &= T_0 + k_b^0 (u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0) \\ T_1 &= T_0 - k_b^0 (u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0) \end{aligned} \quad (2.7)$$

式中， $k_b^0$  为拉索的初始刚度， $\varphi(t)$  为飞轮转动的角度，此时  $u(t)$  为结构的水平位移。平衡状态时，拉索的倾斜角为  $\theta$ ，当飞轮旋转时，拉索主要沿其自身的轴向移动，故而倾斜角  $\theta$  的偏转角  $\Delta\theta$  非常小，可忽略不计，如图 2.5 所示，故在惯容装置处于工作状态时，拉索提供的恢复力为：

$$T_2 - T_1 = 2k_b^0 (u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0) \quad (2.8)$$

上式中， $u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0$  是拉索的轴向伸长。其中，拉索支撑的刚度  $k_b^0$  为：

$$k_b^0 = \frac{EA}{l} \quad (2.9)$$

式中， $E$  为拉索的弹性模量， $l$  为拉索的有效长度， $A$  为截面面积。为方便分析，定义拉索的等效刚度  $k_b$ ： $k_b = 2k_b^0$ ，下文简称弹簧元件的刚度系数。值得注意的是，由惯容元件、阻尼元件和弹簧元件组成的惯容系统本身就具有较好的耗能增效的效果，可以在一定程度上放大阻尼元件的位移响应，拉索支撑所带来的位移转换侧重于支撑体系可调节性方面的提升。

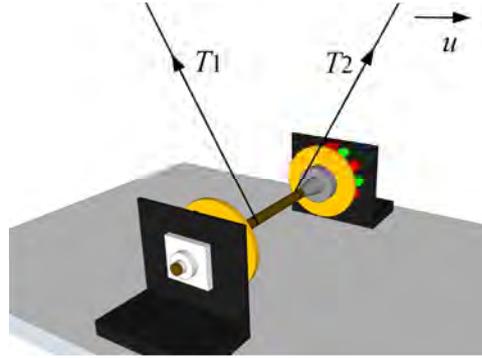


图 2.4 拉索支撑元件

## 2.3 CBIS-单自由度结构数值仿真

### 2.3.1 CBIS 的数值模型

当结构发生向右的位移  $u(t)$  时，滚轴和飞轮会随之发生转动  $\varphi(t)$ ，拉索轴向的伸长总量为  $u(t)\cos\theta$ ，如下图 2.5 所示。总伸长量与滚轴转动带来的拉索轴向变化量  $\varphi(t)r_0$  之差是弹性拉索元件的伸长，图中用  $\Delta l$  表示：

$$\Delta l = u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0 \quad (2.10)$$

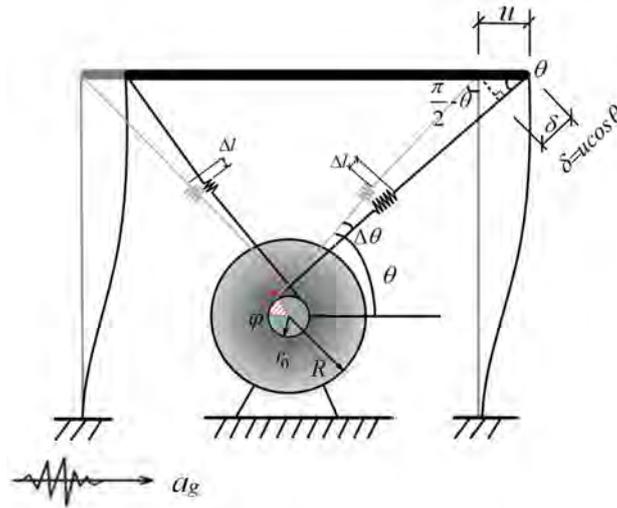


图 2.5 位移关系图

根据拉索和结构层间位移之间的变形关系可知 CBIS 作用于结构上的力为：

$$f = k_b(u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0) \quad (2.11)$$

在 CBIS 内部，需要满足关于滚轴旋转中心的力矩平衡：

$$J\ddot{\varphi}(t) + c_d\dot{\varphi}(t)r_0^2 = k_b(u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0)r_0 \quad (2.12)$$

式中各参数定义同上节。

### 2.3.2 CBIS-单自由度结构的数值模型

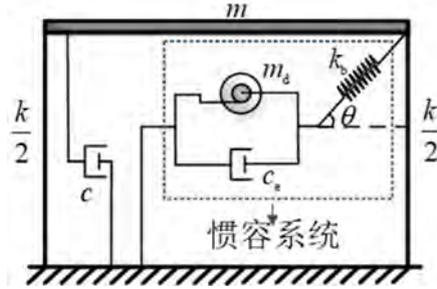


图 2.6 CBIS-单自由度系统的力学模型

根据 CBIS 的数值模型和工作机理，建立设置 CBIS 的单自由度结构的力学模型，如图 2.6 所示，CBIS-单自由度结构在外部激励下的运动方程如下：

$$\begin{cases} m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) + k_b(u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0)\cos\theta = -ma_g \\ J\ddot{\varphi}(t) + c_d\dot{\varphi}(t)r_0^2 = k_b(u(t)\cos\theta - \varphi(t)r_0)r_0 \end{cases} \quad (2.13)$$

式中， $m$ 、 $c$  和  $k$  分别是结构的质量，阻尼和刚度系数； $c_d$  是惯容系统的阻尼系数， $k_b$  是弹簧元件的刚度系数； $u(t)$ 、 $\dot{u}(t)$  和  $\ddot{u}(t)$  分别为结构的位移、速度和加速度； $\varphi(t)$ 、 $\dot{\varphi}(t)$  和  $\ddot{\varphi}(t)$  是惯容元件的角位移、角速度和角加速度； $a_g$  为地面运动加速度。整理式(2.13)可得到其矩阵形式：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (2.14)$$

其中  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{K}$  矩阵代表着系统的组装质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵； $\mathbf{X}$  为系统的位移向量， $\mathbf{F}$  为系统所受的外部激励，其表达式如下所示：

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c_d r_0^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k + k_b \cos^2\theta & -k_b r_0 \cos\theta \\ -k_b r_0 \cos\theta & k_b r_0^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{X} &= \begin{Bmatrix} u \\ \varphi \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} -ma_g \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

定义该模型的状态空间向量为：

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{Bmatrix} = [u, \varphi, \dot{u}, \dot{\varphi}]^T \quad (2.16)$$

将上式代入运动控制方程(2.14)，可构造如下所示的状态方程：

$$\mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{X}}} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \quad (2.17)$$

其中：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c & 0 & m & 0 \\ 0 & c_d r_0^2 & 0 & J \\ m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} k + k_b \cos^2 \theta & -k_b r_0 \cos \theta & 0 & 0 \\ -k_b r_0 \cos \theta & k_b r_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} u \\ \varphi \\ \dot{u} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix}, \quad \dot{\bar{\mathbf{X}}} = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{u} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} -m a_g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

为研究系统的动力特性，首先研究结构自由振动的状态，方程(2.17)的解可写成如下形式：

$$\bar{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\Psi} e^{\lambda t}, \quad \dot{\bar{\mathbf{X}}} = \boldsymbol{\Psi} \lambda e^{\lambda t} \quad (2.19)$$

式中， $\boldsymbol{\Psi}$ 为特征向量， $\lambda$ 为特征值；代入方程(2.17)中，可以得到如下表达式：

$$(\mathbf{A}\lambda + \mathbf{B}) \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \boldsymbol{\Psi}\lambda \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.20)$$

若想得到频率方程，式(2.20)有非零解，令：

$$\det|\mathbf{A}\lambda + \mathbf{B}| = 0 \quad (2.21)$$

求解上式可得到系统的特征值，进而可得系统的频率：

$$\omega_j = |\lambda_{2j-1}| = |\lambda_{2j}| \quad (2.22)$$

在进行多自由度结构分析时，采用状态空间方程，同样可以得到系统的各阶模态的频率和振型。

## 2.4 CBIS-单自由度结构的参数分析

### 2.4.1 CBIS-单自由度结构的传递函数与设计参数

为了研究 CBIS 对结构振动的控制效果，本节对 CBIS-单自由度结构进行了参数分析，定义以下三个无量纲参数对惯容系统的控制性能进行描述：

表 2.1 惯容系统的设计参数

设计参数	定义
$\mu = m_d/m$	惯质比：惯容元件的表观质量与结构质量之比。
$\kappa = k_b \cos^2 \theta / k$	等效刚度比：惯容系统支撑弹簧的水平刚度与结构刚度之比。
$\xi = c_d / 2m\omega_s$	名义阻尼比：惯容系统的阻尼元件的附加阻尼比， $\omega_s$ 为结构圆频率。

首先，根据上述无量纲参数，对(2.17)进行拉普拉斯变换：

$$\begin{bmatrix} sU \\ s^2U \\ s\phi \\ s^2\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_s^2 - \kappa\omega_s^2 & -2\zeta\omega_s & \kappa\omega_s^2 r_0 / \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \kappa\omega_s^2 m r_0 / J \cos\theta & 0 & -\kappa\omega_s^2 m r_0^2 / J \cos^2\theta & -2\xi\omega_s r_0^2 m / J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ sU \\ \phi \\ s\phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A_g(s) \quad (2.23)$$

式中， $s=i\omega$ ， $\omega$ 是外部激励的圆频率。 $A_g(s)$ 是外部激励的拉普拉斯变换， $U$ 和 $\phi$ 分别为结构位移和惯容元件角位移 $u$ 和 $\phi$ 的拉普拉斯变换， $\omega_s$ 和 $\zeta$ 分别是结构的圆频率和固有阻尼比：

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \zeta = c/2m\omega_s \quad (2.24)$$

基于式(2.23)，可以得到 $U$ 和 $\phi$ 的表达式（式(2.25)），从而得到结构和惯容元件的传递函数。

$$\begin{bmatrix} U(s) \\ \dot{U}(s) \\ \Phi(s) \\ \dot{\Phi}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(s^2\mu + 2\zeta\omega_s s \cos^2\theta + \kappa\omega_s^2)A_g(s)}{C(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s)} \\ \frac{-s(s^2\mu + 2\zeta\omega_s s \cos^2\theta + \kappa\omega_s^2)A_g(s)}{C(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s)} \\ \frac{-\kappa\omega_s^2 \cos\theta A_g(s)}{D(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s, r_0)} \\ \frac{-s\kappa\omega_s^2 \cos\theta A_g(s)}{D(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s, r_0)} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

其中，

$$\begin{aligned} C(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s) &= s^4\mu + 2s^3(\zeta\cos^2\theta + \zeta\mu)\omega_s + s^2(\kappa + 4\zeta\zeta\cos^2\theta + \mu + \kappa\mu)\omega_s^2 \\ &+ 2s(\zeta\kappa + \zeta\cos^2\theta + \kappa\zeta\cos^2\theta)\omega_s^3 + \kappa\omega_s^4 \\ D(s, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s, r_0) &= s^4\mu r_0 + 2s^3(r_0\zeta\cos^2\theta + r_0\zeta\mu)\omega_s + s^2(\kappa\mu r_0 + 4\zeta\zeta\cos^2\theta r_0 \\ &+ \mu r_0 + \kappa r_0)\omega_s^2 + 2s(\zeta\kappa r_0 + \zeta\kappa r_0 + \zeta\cos^2\theta r_0)\omega_s^3 + \kappa r_0\omega_s^4 \end{aligned} \quad (2.26)$$

因此，结构和惯容元件的位移相对于地面激励加速度的传递函数为：

$$H_U(s) = \frac{U(s)}{A_g(s)} = \frac{-(s^2\mu + 2\zeta\omega_s s \cos^2\theta + \kappa\omega_s^2)}{C(s, \zeta, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s)} \quad (2.27)$$

$$H_\phi(s) = \frac{\phi(s)r_0}{A_g(s)} = \frac{-\kappa\omega_s^2 \cos\theta}{D(s, \zeta, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s, r_0)/r_0} \quad (2.28)$$

同时，定义惯容系统提供的 CBIS 标准力为：

$$F(t) = k_b(u(t) \cos\theta - \phi(t)r_0)/m \quad (2.29)$$

根据惯容系统标准出力函数与结构位移和惯容元件位移的关系 ((2.29))， $F(t)$ 相对于地面激励加速度的传递函数可以表示为：

$$H_F(s) = \frac{F(s)}{A_g(s)} = \frac{-(2\kappa\zeta\omega_s^3 s \cos^2\theta + \kappa\omega_s^2 \mu s^2)}{C(s, \zeta, \zeta, \mu, \kappa, \omega_s) \cos\theta} \quad (2.30)$$

## 2.4.2 参数分析指标

结构振动控制的措施很多，其主要目的是协调结构体系的刚度与外部激励频率之间关系，控制结构在共振激励下结构的动力响应。众所周知，结构在共振频率处的响应比其他频率处的响应大得多，因此系统传递函数的峰值模量应该引起设计者的高度重视。为了控制结构峰值位移响应，通过 $H_\infty$ 控制理论，引入外部激励与结构自振频率之比 $\beta = \omega/\omega_s$ ，并将 $s = i\beta\omega_s$ 带入式(2.27)，结构的位移放大系数定义如下，可作为本节参数分析的指标：

$$H_\infty = \max\{|H_U(i\beta)|\omega_s^2\} \quad (2.31)$$

此后，利用 $H_\infty$ 范数将主结构的位移放大系数作为优化设计的目标函数。

## 2.4.3 拉索支撑位移传递系数

由2.2节中描述的拉索连接惯容系统的工作原理可知，拉索的安装角度 $\theta$ 对位移传递机制有一定的影响，该传动机制的位移传递系数定义为：拉索支撑传递给阻尼元件和惯容元件的位移与结构水平位移之间的比值，由图2.5可知，该比值为 $\cos\theta$ ，故位移传递系数与拉索安装角度之间的关系如下图：

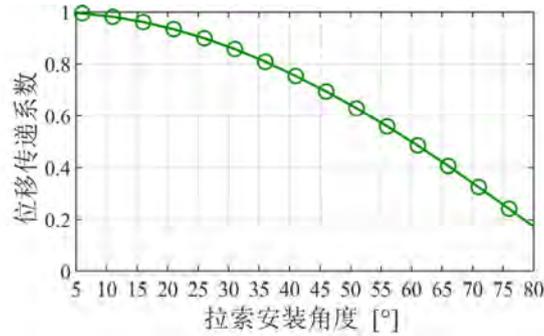


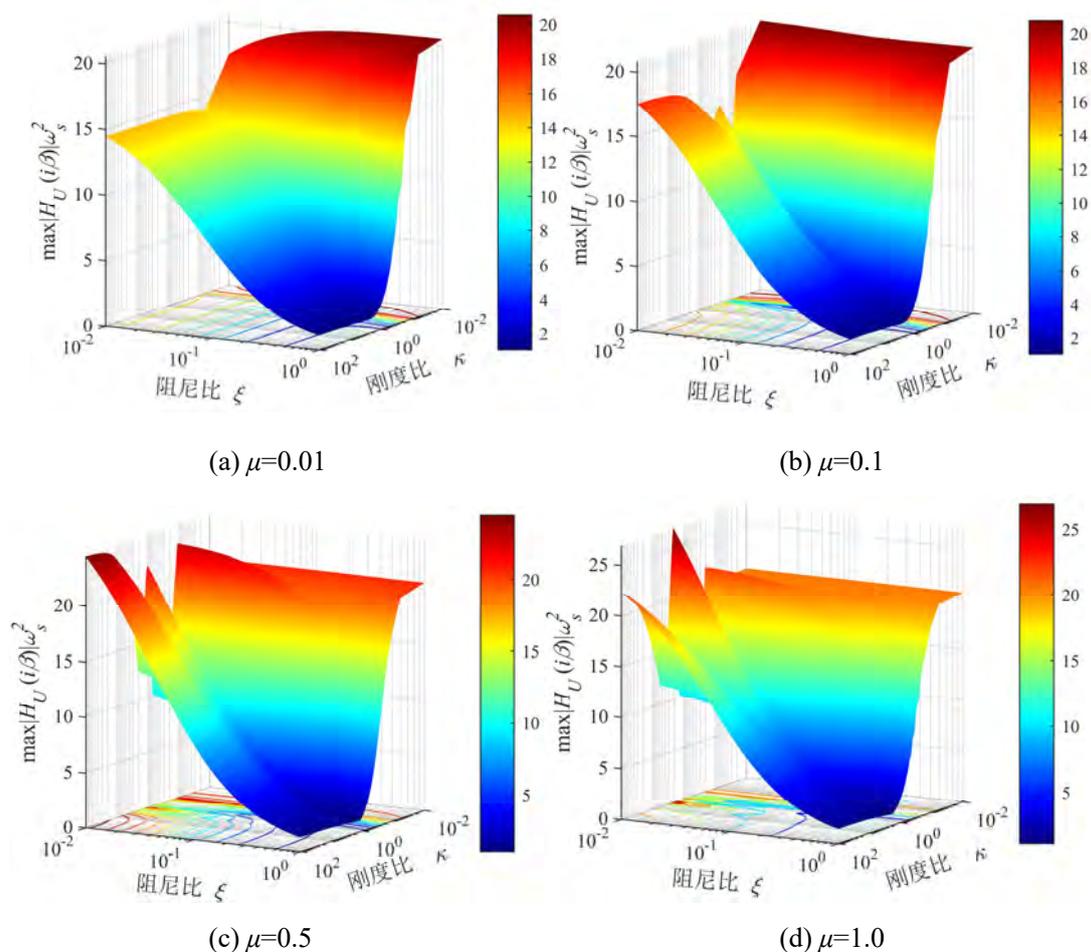
图 2.7 拉索支撑的位移传递系数

由图可知，当拉索的安装角度接近 $0^\circ$ 时，即拉索水平安装，位移传递系数最大，此时水平位移可完全转化为惯容系统的位移，随着安装角度的增加，拉索支撑的位移传递系数降低。但是，该拉索支撑并未安装位移放大机制，最大传递系数为1，因为惯容系统本身就具有较好的耗能增效效果，可以在一定程度上放大阻尼元件的位移，拉索支撑所带来的位移转换系数的变化更侧重于实际工程中拉索支撑的调节性与适用性，可根据不同的实际工况，例如安装方式和安装空间，对拉索安装角度进行选择，至于具体的位移放大机制，例如：滑轮、杠杆、跷跷板系统等<sup>[123]</sup>，可根据设计需求进行选择，本文不再做详细描述。

#### 2.4.4 参数分析结果

##### (1) 主体结构峰值位移放大系数

基于 2.4.2 节中的参数分析指标，本节将通过一系列的数值算例来进行参数分析。在参数分析中，设置拉索的安装角度 $\theta$ 为 $\pi/4$ ，此时的位移传递系数为0.7，结构的自振频率 $\omega_s$ 为1Hz，结构的固有阻尼比为 $\zeta=0.02$ ，从工程实际出发，选取 CBIS 参数的取值范围： $\mu$  取值范围为 $[0.01,1]$ ， $\kappa$  的取值范围为 $[0.1,100]$ ， $\zeta$  的取值范围为 $[0.01,1]$ 。考虑地震激励的频率分布，外部激励的频率范围为 $[0.01,5]$ Hz。当惯质比 $\mu=0.01, 0.1, 0.5, 1$ ，刚度比 $\kappa$ 和阻尼比 $\zeta$ 在各自范围内连续性变化时，CBIS-单自由度结构的峰值位移放大系数 $\max\{|H_U(i\beta)|\omega_s^2\}$ 的变化如图 2.8 所示。

图 2.8 峰值位移放大系数( $\mu=0.01, 0.1, 0.5, 1.0$ )

在图 2.8 的三维参数空间中，每个点的颜色对应结构位移的峰值位移放大系数的数值结果。在图 2.8(a)中固定惯质比，结构的峰值位移放大系数随着附加阻尼比和刚度比的增加而显著降低，最小值出现在阻尼比和刚度比的上边界处，这意味着此时并没有局部最优解。从理论角度出发，此时参数的最优值可以得到，只是需要牺牲尽可能大的阻尼比和刚度比；但是在工程实际中，该最优值却无法实现，原因在于实现如此大的阻尼比和刚度比在实际工程的减震设计方案中是不现实的。因此，需要引入合理的边界条件和约束条件来实现该系统的参数设计和参数最优。

图 2.8(a)-(d)中，随着惯质比  $\mu$  的增加，结构位移响应的整体变化趋势一致，但是可以发现，当  $\mu=1.0$  时，峰值位移放大系数的上限达到 25，比(a)-(c)中的上限要大，这说明并非附加质量越大越好，此时存在一个最优的惯质比和系统的刚度比实现调谐型惯容系统，这将在下一节的内容中进行探讨。

不改变结构自身参数，当设置惯容系统的阻尼比为以下固定值时： $\zeta=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ ，结构的峰值位移放大系数如下图所示：

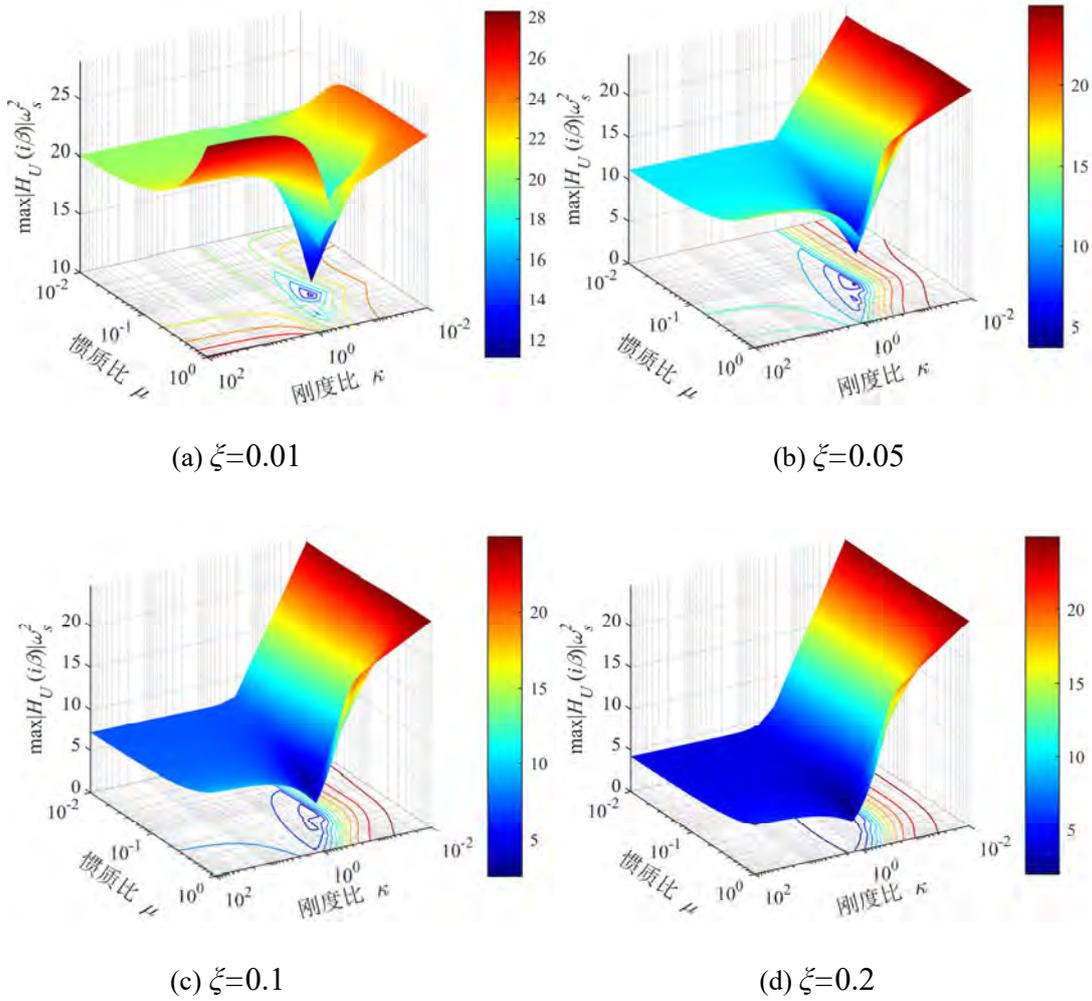


图 2.9 峰值位移放大系数( $\zeta=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ )

由图 2.9 可知，在参数变化范围内，结构峰值位移放大系数存在最小值，具有局部最优解。例如：在图 2.9(a)中，当 CBIS 的惯质比取 0.20，刚度比取 0.21 时，结构的峰值位移放大系数为 11.2，这组参数是阻尼比为 0.01 时，该算例中惯容系统的最优参数。从图 2.9(a)-(d)中还可以看出，当刚度比在[1,100]范围内变化时，惯质比的增加对结构峰值位移响应的总体影响较小；当刚度比在[0.1, 1]范围内变化时，惯质比在 0.1 附近时，对响应的总体影响最大，这说明惯质比和刚度比之间存在一定的关系，可以使得响应目标函数取到局部最小值，这将在下文中进行深入的分析。

此外，随着阻尼比的增加，从图(a)-(d)中可以看出，结构的峰值位移响应的放大系数的最小值逐步减小，从阻尼比为 0.01 时的 11.32 分别减小到 3.94、2.76 和 2.03；当系统惯质比和刚度比取值最优参数时，阻尼比越大，结构的峰值位移响应的放大系数越小。为了分析惯容系统内部惯容元件的工作机制，进行了 CBIS 内部的变形的分析。根据式(2.28)可以得到 CBIS 内部变形与系统惯质比和

刚度比的关系:

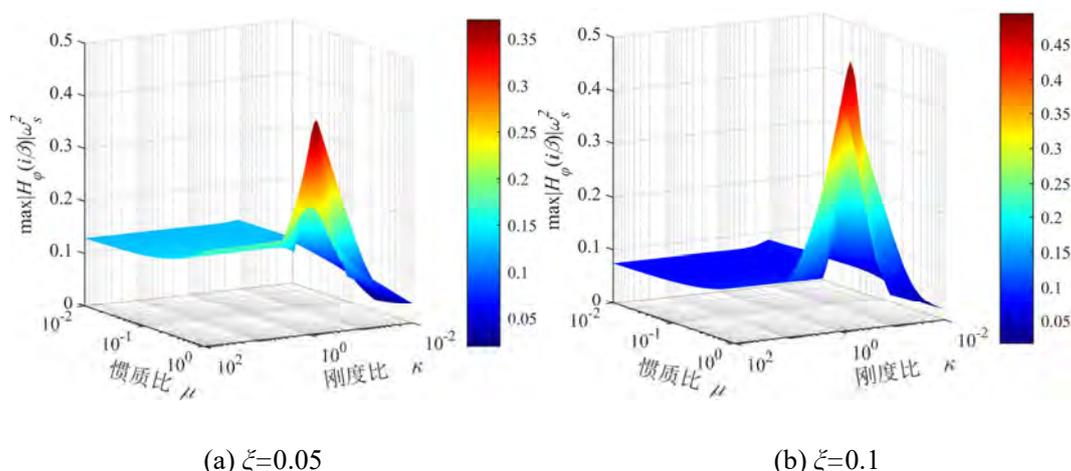


图 2.10 惯容系统内部峰值位移放大系数

图 2.9 中, 当系统刚度比在 $[0.1,1]$ 区间内, 惯质比在 $[0.1,1]$ 区间内变化时, 结构的位移控制最佳, 此时惯容系统内部的变形也取得最大值(图 2.10)。充分说明了惯容系统的减振机理: 由于惯容元件和阻尼元件并联协同工作, 与弹簧元件的串联关系可以使其与主体结构不同时变形, 并放大 CBIS 内部的变形, 发挥耗能增效的作用。对比图 2.9(b)、(c)和图 2.10(a)、(b), 当结构的位移响应较大时对应惯容系统内部变形较小, 即惯容元件和阻尼元件没有充分发挥作用, 使得结构的振动控制效果不佳; 相反, 当结构峰值位移得到最佳控制时, 对应惯容系统内部变形最大, 即充分发挥了质量增效和耗能增效的效果。

由本小节的参数分析结果可知, 阻尼比、惯质比和刚度比这三个设计变量对惯容系统的控制效果均有不可忽略的影响, 必须在参数的优化设计中加以考虑。需要合理地设计系统的惯质比和刚度比和阻尼比, 从而发挥惯容系统质量增效优势的同时, 也实现系统的耗能增效。

## (2) CBIS 出力响应的峰值

合理的减震设计方案是结构减震效果与成本控制相协调的结果<sup>[120]</sup>。上述惯容系统的参数分析只关注了主体结构的响应降低, 并未关注预期控制效果所需带来的成本问题。对于设置 CBIS 的单自由度体系, 惯容系统的最大出力往往和系统所需的制造成本紧密相关。本小节通过惯容系统出力响应的峰值来体现系统的成本控制:

$$H_{\infty} = \max \{ |H_F(i\beta)| \omega_s^2 \} \quad (2.32)$$

式(2.32)中的  $H_F(i\beta)$ 为惯容系统提供的标准力相对于地面激励加速度的传递函数, 可通过式(2.30)确定。总结图 2.9 参数分析的结果可知, 结构的位移响应在特定的阻尼比条件下, 当刚度比在 $[0.1,10]$ 范围内变化, 惯质比在 $[0.1,1]$ 范围内变化

时，位移的峰值控制效果最佳。本小节关注在该参数范围内 CBIS 的出力情况。采用与上节参数分析相同的固定阻尼比： $\zeta=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ ，基于 CBIS 出力响应的参数分析指标  $\max\{|H_F(i\beta)|\omega_s^2\}$ ，该系统的出力响应见下图：

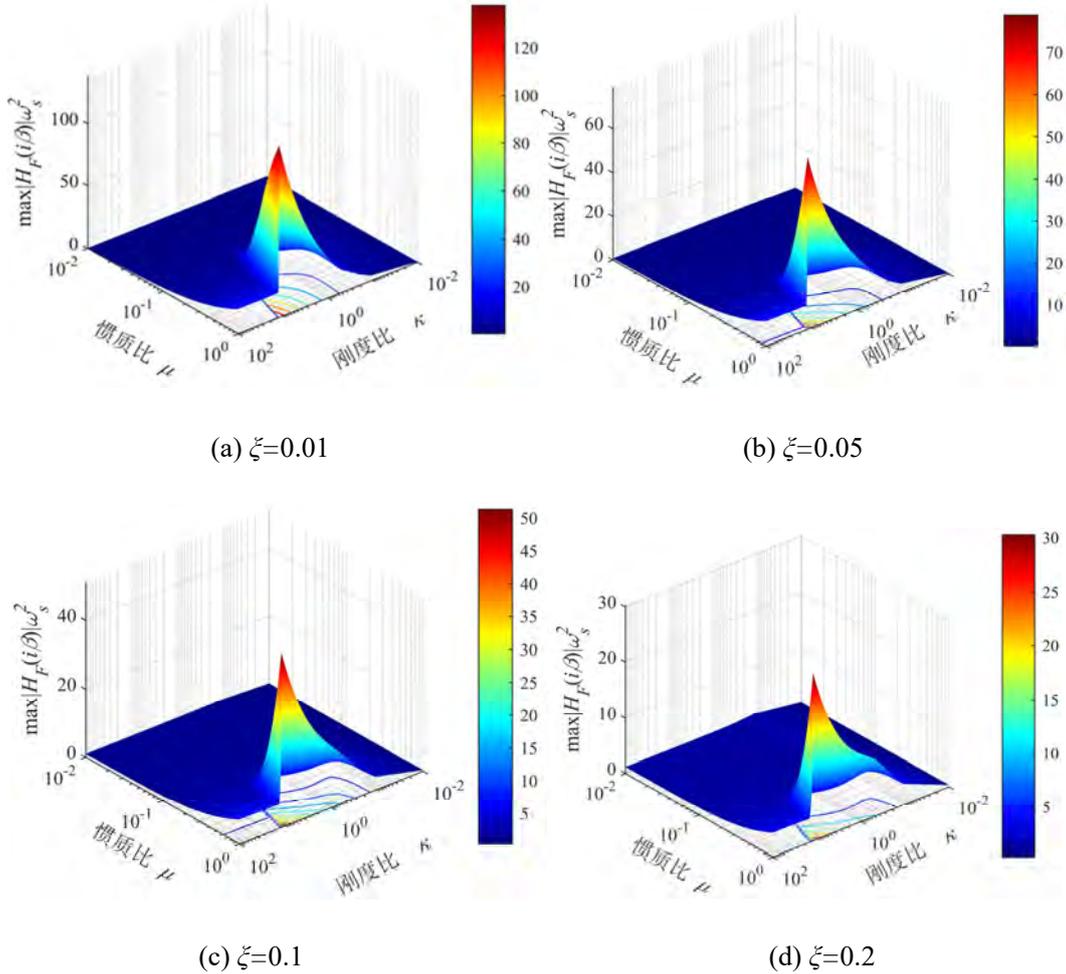


图 2.11 CBIS 出力响应的峰值放大系数( $\zeta=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ )

由图可知，在位移控制效果最佳的参数范围内，惯容系统的出力响应往往较大。所以，在结构的振动控制中，仅仅考虑结构的位移指标而忽略控制成本是不合理的。为实现系统的减震控制最优设计，基于性能需求的多目标优化有待进一步开展，本文 2.6 节将进行进一步的优化设计。

## 2.5 基于定点理论的 CBIS 理论设计

通过上节 CBIS 的参数分析，我们可以得到如下结论：系统的阻尼比、刚度比和惯质比之间存在着最佳设计可使结构实现最优控制。目前，既有的惯容系统的设计方法多基于 Den Hartog 定点理论，没有明确利用惯容系统的耗能增效

优势, Zhang 和王超等<sup>[86, 121]</sup>利用惯容系统的耗能增效作用, 提出了基于需求的惯容系统的优化设计方法和概念优化的参数分布模式。由于调谐型惯容系统的共振特性能够显著提升阻尼元件的耗能效率, 相较于普通黏滞阻尼器具有优势。本节将基于 Den Hartog 定点理论<sup>[125]</sup>, 对设置惯容系统的单自由度结构进行调谐设计并同时确保惯容系统的耗能增效优势。通过和传统黏滞阻尼器性能的对比, 阐述基于定点理论设计的调谐型惯容系统的优势。

### 2.5.1 定点理论

1924 年, Den Hartog 等人提出了定点理论, 之后定点理论的最佳设计被广泛应用。通过该理论得出吸振器的最优同调频率和最优阻尼比, 能够使主系统的共振峰值尽可能的小。但是当主系统存在较大阻尼时, 定点理论将不再成立。本小节将对定点理论的概念、特点以及以此为基础的设计思路进行介绍。

一般地, 一个振动系统的传递函数可以写成:

$$\mathcal{H}(\omega) = \frac{C(\omega) + \alpha D(\omega)}{A(\omega) + \alpha B(\omega)} \quad (2.33)$$

其中,  $\alpha$  为系统的阻尼元素, 一般为系统的阻尼比  $\zeta$ 。  $A(\omega)$ 、  $C(\omega)$  是传递函数中不含阻尼元素的系数项,  $B(\omega)$ 、  $D(\omega)$  为传递函数中包含阻尼元素的系数项。关于  $\alpha$  做以下说明:

1)  $\alpha=0$  时, 传递函数

$$\mathcal{H}(\omega)|_{\alpha=0} = \frac{C(\omega)}{A(\omega)} \quad (2.34)$$

2)  $\alpha=\infty$  时, 传递函数

$$\mathcal{H}(\omega)|_{\alpha=\infty} = \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \quad (2.35)$$

3)  $\alpha$  为任意值时, 传递函数

$$\mathcal{H}(\omega)|_{\alpha=\text{任意值}} = \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \left( \frac{C(\omega)/D(\omega) + \alpha}{A(\omega)/B(\omega) + \alpha} \right) \quad (2.36)$$

由于频响函数曲线上定点的位置与阻尼无关, 即对任意的阻尼元素  $\alpha$ , 频响函数曲线均通过定点, 式(2.36)应满足:

$$\frac{C(\omega)}{D(\omega)} = \frac{A(\omega)}{B(\omega)} \text{ 或 } \frac{C(\omega)}{A(\omega)} = \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \quad (2.37)$$

相对阻尼元素独立的频率传递函数由下式决定：

$$\mathcal{H}(\omega)|_{\alpha=0} = \mathcal{H}(\omega)|_{\alpha=\infty} \quad (2.38)$$

当频响函数曲线上与阻尼无关的定点就是  $\xi=0$  与  $\xi \rightarrow \infty$  两条曲线的交点，以  $P$ 、 $Q$  表示（如图 1.13），该交点称之为固定点，即此处频率响应曲线的最大值，所确定的  $\xi$  为最佳阻尼系数。通过调谐附加吸振系统与主结构的频率比，使得在两个定点处对应的函数值相同，该过程称之为最优调谐。以定点作为频率响应最大值的减振设计理论定义为定点理论。

基于定点理论，求解经典 TMD 最优设计参数的思路总结如下：

步骤一：求解定点的坐标位置；

步骤二：令两定点的高度相等，此时传递函数的最大值达到最小，TMD 的控制效果是最佳的。整理方程求得 TMD 的最优连接刚度；

步骤三：在两定点的高度相等后，令在这两个定点关于频率变化的导数为 0，使得定点即为峰值点，整理求得 TMD 的最优附加阻尼。

经典 TMD 的设计参数如下式：

$$\frac{\sqrt{\frac{k_d}{m_d}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{1}{1 + \frac{m_d}{m}} \quad (2.39)$$

$$\xi = \frac{c_d}{2m_d \sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{\sqrt{\frac{3m_d}{m}}}{\sqrt{\left(1 + \frac{m_d}{m}\right)^3}} \quad (2.40)$$

当 TMD 的设计参数均取为最优时，可以求得主体结构的振幅比为：

$$\frac{X}{X_{st}} = \sqrt{\frac{2m + m_d}{m_d}} = \sqrt{\frac{2 + \frac{m_d}{m}}{\frac{m_d}{m}}} \quad (2.41)$$

式中， $X_{st}$  为结构的静挠度。

### 1) 最佳调谐条件

由式附加惯容系统的单自由度结构的运动方程可知，减振对象和动力吸振器的幅度系数如下式：

$$X_1 = \sqrt{\frac{(k_d - m_d \omega^2)^2 + (c_d \omega)^2}{\{(k - m \omega^2)(k_d - m_d \omega^2) - m_d k_d \omega^2\}^2 + \{(k - m \omega^2 - m_d \omega^2)\}^2 (c_d \omega)^2}} F \quad (2.42)$$

$$X_2 = \sqrt{\frac{k_d^2 + (c_d \omega)^2}{\{(k - m \omega^2)(k_d - m_d \omega^2) - m_d k_d \omega^2\}^2 + \{(k - m \omega^2 - m_d \omega^2)\}^2 (c_d \omega)^2}} F \quad (2.43)$$

为便于应用定点理论设计,引入以下定义:动力吸振系统固有频率 $\omega_d$ ;主结构固有频率 $\Omega$ ;固有频率比 $\gamma = \omega_d/\Omega$ ;受迫振动频率比 $\beta = \omega/\Omega$ ;质量比 $\mu = m_d/m$ ;阻尼比 $\xi$ ;静挠度 $X_{st} = F/k$ 。引入上述无量纲参数,式(2.42)和式(2.43)可以写成:

$$X_1 = \sqrt{\frac{(\gamma^2 - \beta^2)^2 + (2\beta\gamma)^2 \xi^2}{\left\{ (1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2 \right\}^2 + (1 - \beta^2 - \mu\beta^2)^2 (2\beta\gamma)^2 \xi^2}} X_{st} \quad (2.44)$$

$$X_2 = \sqrt{\frac{\beta^4 + (2\beta\gamma)^2 \xi^2}{\left\{ (1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2 \right\}^2 + (1 - \beta^2 - \mu\beta^2)^2 (2\beta\gamma)^2 \xi^2}} X_{st} \quad (2.45)$$

求 $\xi=0$ 与 $\xi \rightarrow \infty$ 的幅度系数,导出求解交点的公式如下:

$$\frac{(\gamma^2 - \beta^2)^2}{\left\{ (1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2 \right\}^2} = \frac{1}{(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)^2} \quad (2.46)$$

将上式对 $\beta$ 进行整理后得:

$$\beta^4 - 2\beta^2 \frac{1 + \gamma^2 + \mu\gamma^2}{2 + \mu} + \frac{2\gamma^2}{2 + \mu} = 0 \quad (2.47)$$

在这两个定点 $P$ 、 $Q$ 的高度相等的条件下,最佳调谐条件:

$$\gamma = \frac{\omega_d}{\Omega} = \frac{1}{1 + \mu} \text{(最佳调谐条件)} \quad (2.48)$$

两个固有角频率 $\omega_d$ 和 $\Omega$ 的比作为质量比 $\mu$ 的函数,由式(2.48)确定的定点高度就相等了。这个条件叫做最佳调谐条件。此时定点 $P$ 和 $Q$ 的频率比 $\beta_P$ 、 $\beta_Q$ 分别为:

$$\begin{cases} \beta_P \\ \beta_Q \end{cases} = \frac{1}{1 + \mu} \mp \frac{1}{1 + \mu} \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \quad (2.49)$$

定点的高度就是将频率比 $\beta_P$ 、 $\beta_Q$ 分别代入式(2.47),得:

$$\frac{X}{X_{st \beta=\beta_P=\beta_Q}} = \sqrt{\frac{\mu + 2}{\mu}} \text{(最大幅度系数)} \quad (2.50)$$

上式即为最佳调谐时的最大幅度系数。

## 2) 最佳阻尼条件

由图 1.13 可知,当 $\xi=0$ 与 $\xi \rightarrow \infty$ 时,频响函数曲线均趋于无穷大,因此,在 $0 \rightarrow \infty$ 之间,必然存在一个特定的阻尼值 $\xi$ ,使得频响函数曲线峰值最小。频响函数曲线的峰值出现在定点位置,即定点处曲线的梯度为零。因此,最佳阻尼条件可从下式导出:

$$\frac{\partial^2(X_1/X_{st})}{\partial\beta^2} = \frac{\partial}{\partial\beta^2} \left[ \frac{(\gamma^2 - \beta^2)^2 + (2\beta\gamma)^2 \xi^2}{\left\{ (1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2 \right\}^2 + (1 - \beta^2 - \mu\beta^2)^2 (2\beta\gamma)^2 \xi^2} \right] = 0 \quad (2.51)$$

其中  $\xi$  可由下式求得:

$$\xi^2 = \frac{(\gamma^2 - \beta^2) [2 + \beta^2 + \mu\gamma^2 - (3 + \mu)\beta^2]}{4(1 + \mu)\beta^2} \quad (2.52)$$

分别将式(2.48)、式(2.49)带入式(2.52)可求得最佳阻尼条件:

$$\begin{cases} \xi_p^2 \\ \xi_0^2 \end{cases} = \frac{\mu}{8(1 + \mu)^2} \left( 3 \mp \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right) \quad (2.53)$$

假定质量比  $\mu \ll 1$ , 求两个  $\xi$  的平均值 (即最佳阻尼比) 如下所示:

$$\xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (2.54)$$

动力系统的最佳设计就是具备了最佳调谐和最佳阻尼的设计。控制对象的最大响应振幅在式(2.50)决定的值以内的振动都可以被控制。惯容系统的实质便是一种调谐型质量阻尼器, 基于定点理论的调谐设计可为惯容系统的参数设计提供初步的理论依据, 下文将继续探讨惯容系统的调谐设计方法。

Ikago 通过振型分解法<sup>[125]</sup>, 用模态质量将多自由度框架结构等效为单自由度体系, 假定了 TVMD 沿楼层的惯质大小分布, 并利用 TVMD 等效振型求出附加体系的附加振型质量, 从而将适用于 TVMD 单自由度体系的固定点法拓展到了多自由度框架结构中。本节将阐述基于该定点理论的 TVMD 参数设计, 分析模型如图 2.12 所示。TVMD 的表观质量、阻尼系数和刚度系数分别采用  $m_d$ 、 $c_d$  和  $k_d$ , 结构的位移为  $x(t)$ , 惯容元件的位移为  $x_d(t)$ , 设 TVMD 系统的出力为  $F$ , 附加惯容系统的结构运动方程为:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + F &= -m\ddot{x}_g(t) \\ F &= k_d(x_d(t) - x_d(t)) = m_d\ddot{x}_d(t) + c_d\dot{x}_d(t) \end{aligned} \quad (2.55)$$

定义  $\zeta$  为主结构的阻尼比,  $\kappa$  为惯容系统和主结构的刚度比:

$$\zeta = c / 2m\omega_s, \quad \kappa = k_d / k \quad (2.56)$$

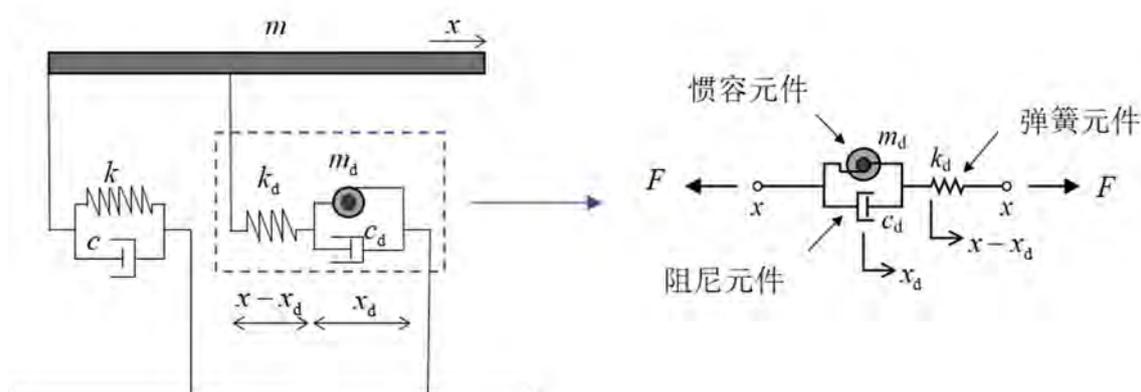


图 2.12 单自由度分析模型

方程(2.42)可以改写为:

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x + \kappa\omega^2(x - x_d) = -\ddot{x}_g \\ \mu\ddot{x}_d + 2\xi\omega\dot{x}_d - \kappa\omega^2(x - x_d) = 0 \end{cases} \quad (2.57)$$

将上式进行拉普拉斯变换:

$$\begin{cases} s^2 X(s) + 2\zeta\omega s X(s) + \omega^2 X(s) + \kappa\omega^2[X(s) - X_d(s)] = -X_g(s) \\ \mu s^2 X_d(s) + 2\xi\omega s X_d(s) - \kappa\omega^2[X(s) - X_d(s)] = 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

结构位移的拉普拉斯变换表达式  $X(s)$  和 TVMD 位移的拉普拉斯变换表达式  $X_d(s)$  分别为:

$$X(s) = \frac{-(s^2\mu + 2s\xi\omega + \kappa\omega^2)X_g(s)}{\left[ s^4\mu + 2s^3(\zeta\mu + \xi)\omega + s^2(\kappa + \mu + \kappa\mu + 4\zeta\xi)\omega^2 + 2s(\zeta\kappa + \xi + \kappa\xi)\omega^3 + \kappa\omega^4 \right]} \quad (2.59)$$

$$X_d(s) = \frac{-\kappa\omega^2 X_g(s)}{\left[ s^4\mu + 2s^3(\zeta\mu + \xi)\omega + s^2(\kappa + \mu + \kappa\mu + 4\zeta\xi)\omega^2 + 2s(\zeta\kappa + \xi + \kappa\xi)\omega^3 + \kappa\omega^4 \right]} \quad (2.60)$$

当地面以  $x_g = X_g e^{i\omega t}$  的形式运动时:

$$\left| \frac{X}{X_g} \right| = \sqrt{\frac{\{(\beta^2 - \gamma^2)^2 + 4(\xi\beta\gamma)^2\}\beta^4}{\{(1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2\}^2 + 4\{\xi\beta\gamma(1 - \beta^2 + \mu\gamma^2)\}^2}} \quad (2.61)$$

即求  $\xi=0$  与  $\xi \rightarrow \infty$  的幅度系数, 可导出求解交点的公式如下:

$$\left| \frac{X}{X_g} \right|_{\xi=0} = \left| \frac{X}{X_g} \right|_{\xi \rightarrow \infty} \quad (2.62)$$

结合式(2.61)和式(2.62), 可得:

$$\frac{\beta^2(\beta^2 - \gamma^2)}{\{(1 - \beta^2)(\gamma^2 - \beta^2) - \mu\gamma^2\beta^2\}^2} = -\frac{\beta^2}{(1 - \beta^2 + \mu\beta^2)^2} \quad (2.63)$$

将上式对  $\beta$  进行整理后得：

$$\beta^4 - (1 + \gamma^2 + \mu\gamma^2)\beta^2 + (1 + \frac{\mu\gamma^2}{2}) = 0 \quad (2.64)$$

在这两个定点  $P$ 、 $Q$  的高度相等的条件下有：

$$\begin{cases} \beta_P^2 + \beta_Q^2 = 1 + \gamma^2 + \mu\gamma^2 \\ \beta_Q^2 = \gamma^2 + \frac{\mu\gamma^4}{2} \end{cases} \quad (2.65)$$

因此，将上式带入式(2.62)可得：

$$(1 + \mu\gamma^2)(\beta_P^2 + \beta_Q^2) = 2\beta_Q^2\beta_P^2 \quad (2.66)$$

根据以上推导，可根据式(2.62)和式(2.63)得到以下关系：

$$(1 + \mu\gamma^2)(1 + \mu\gamma^2 + \gamma^2) = 2\gamma^2 + \mu\gamma^4 \quad (2.67)$$

结合式(2.65)可解上式可得附加 TVMD 系统的频率比：

$$\begin{aligned} \gamma_1^{\text{opt}} &= \frac{1 - \sqrt{1 - 4\mu}}{2\mu} \\ \gamma_2^{\text{opt}} &= \frac{1 + \sqrt{1 - 4\mu}}{2\mu} \end{aligned} \quad (2.68)$$

当  $\gamma^2 = \gamma_1^2, \gamma_2^2$  时，式(2.61)应取得极值，即：

$$\left. \frac{\partial |X/X_g|}{\partial \gamma^2} \right|_{\gamma^2 = \gamma_1^2 \text{ 或 } \gamma_2^2} = 0 \quad (2.69)$$

与最佳阻尼条件求解过程相同，此处不再做详细求解。可得出最优阻尼比为：

$$\begin{aligned} \xi_P^{\text{opt}} &= \frac{\sqrt{3(1 - \sqrt{1 - 4\mu})}}{4} \\ \xi_Q^{\text{opt}} &= \frac{\sqrt{3(1 + \sqrt{1 - 4\mu})}}{4} \end{aligned} \quad (2.70)$$

## 2.5.2 基于定点理论的设计

由于 CBIS 的理论模型与 TVMD 一致，所以本节基于 TVMD 的最优阻尼比和频率比公式，进行 CBIS 的参数设计。当忽略结构自身阻尼比时，将  $\zeta=0$  带入

式(2.27)可得主体结构的位移传递函数为:

$$H_U(\beta) = \frac{\kappa - \beta^2 \mu + 2\xi \beta \cos^2 \theta}{-(1 - \beta^2)(\kappa - \beta^2 \mu) + \mu \kappa \beta^2 - 2\xi \beta \cos^2 \theta (1 + \kappa - \beta^2)} \cdot \frac{1}{\omega_s^2} \quad (2.71)$$

假设惯质比  $\mu=0.1$ ，拉索的位移传递系数同上节一样设置为 0.7。根据定点理论的最优频率比和阻尼比的理论公式可以得到系统的刚度比和阻尼比的设计值如下:

表 2.2 基于定点理论的 CBIS 设计参数

设计参数	阻尼比	刚度比	惯质比
定点理论	0.042	0.111	0.100

通过这三个无量纲的参数进行 CBIS 的参数设计，下图分别展示了惯容系统阻尼比分别选取为  $\xi=0$  与  $\xi \rightarrow \infty$  的频响函数曲线，任意参数组合下的设计参数及依据表 2.2 选取的设计参数所对应传递函数。可以看出，任意一条频响函数的曲线都经过固定点  $P$ 、 $Q$ ，由定点理论给出的设计参数使得传递函数的两个峰值等高，同时其峰值远小于任意设计参数组合时的传递函数的峰值。

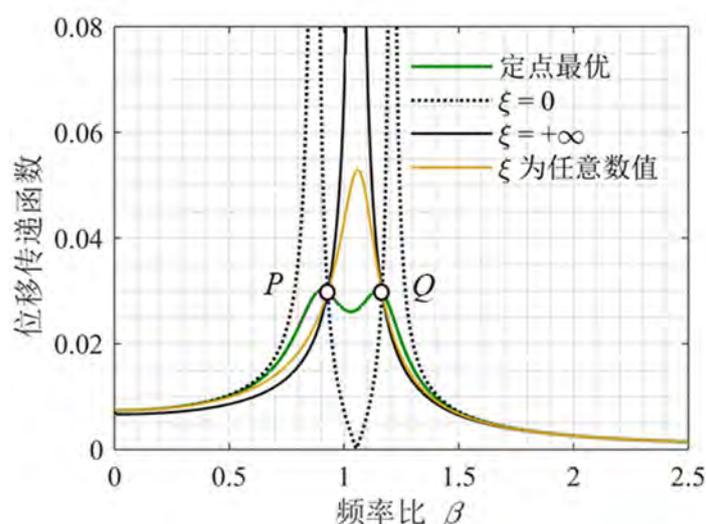


图 2.13 基于定点理论的 CBIS 设计参数

### 2.5.3 耗能增效机制

惯容系统通过调谐弹簧的刚度设计，使得系统的共振特性能够显著放大耗能元件的变形，从而提升耗能阻尼元件的利用效率，为定量描述惯容系统耗能增效的程度，定义以下耗能增效系数<sup>[121]</sup>:

$$\alpha = \frac{\sigma_{U_d}}{\sigma_U} \quad (2.72)$$

其中， $\sigma_{u_d}$ 为惯容系统中阻尼元件在白噪声激励下的均方值响应； $\sigma_U$ 为结构传递给惯容系统的位移在白噪声激励下的均方值响应。固有阻尼比为  $\zeta$  的单自由度结构在白噪声激励下的均方值响应为：

$$\sigma_U^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H_U(\beta)|^2 S_0 d\beta \quad (2.73)$$

$$\sigma_{u_d}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{u_d}(\beta)|^2 S_0 d\beta \quad (2.74)$$

式中， $S_0$  为白噪声激励的功率谱密度幅值。将定点理论给出的关于惯质比的最优阻尼比和刚度比带入公式(2.72)、式(2.73)和式(2.74)中，可以获得基于定点理论的惯容系统的耗能增效系数。为了探讨基于定点理论给出的设计参数的阻尼耗能情况，对表 2.2 中的设计参数进行耗能效果验证，如图 2.14(a)所示。由图可知，在共振频率段附近，系统的耗能增效系数可以达到 3.5。需要注意的是，在进行惯容系统的调谐设计时，要考虑结构的固有频率，将 CBIS 的频率向特定控制频率段进行调整，这样基于定点理论的设计参数可以发挥惯容系统耗能增效的优势。

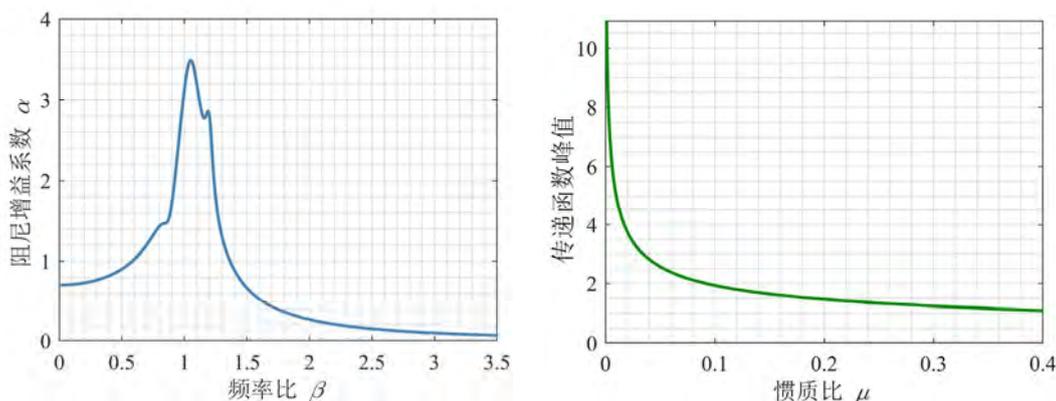
当系统在频率比  $\beta=1$  时（共振频率段处），系统的耗能增效系数仅与惯质比  $\mu$  与结构阻尼比  $\zeta$  有关，此时的耗能增效系数  $\alpha$  见下表所示：

表 2.3 系统的耗能增效系数  $\alpha$

$\zeta \backslash \mu$	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40
0	11.36	4.77	3.12	2.37	1.91	1.36	1.03
0.02	11.36	4.77	3.13	2.38	1.92	1.37	1.04
0.05	11.37	4.78	3.14	2.39	1.93	1.38	1.05
0.10	11.38	4.79	3.15	2.40	1.95	1.40	1.07
0.20	11.40	4.82	3.18	2.43	1.97	1.43	1.10

从表中所列的耗能增效系数可知，表中所列工况中  $\alpha$  的值均大于 1，说明通过弹簧元件和惯容元件的调谐作用，阻尼元件的变形得以放大  $\alpha$  倍，阻尼元件的耗能效率得以提高，可以发挥惯容系统耗能增效的优势。随着原结构固有阻尼比的增加（从无阻尼结构逐渐增加到阻尼比为 0.20），共振点处系统的耗能增效系数几乎保持一致。这说明由于引入结构阻尼造成的定点理论失谐<sup>[63]</sup>带来的影响对耗能元件的变形放大率而言很小。

随着惯质比的增加，惯容系统的耗能增效系数逐渐减小，意味着耗能增效效果变差（表 2.3），例如： $\zeta=0.02$  时， $\alpha$  从 11.36 减小至 1.04，而此时结构的传递函数峰值见图 2.14(b)，随着惯质比的增加，原结构的传递函数的数峰值降低，CBIS 的控制效果得以提升。这说明惯容系统的控制效果和阻尼元件的耗能变形之间存在着需要相互调协的关系。



(a) 耗能增效系数

(b) 传递函数峰值

图 2.14 耗能增效机理

为了探讨减振控制效果与耗能增效之间的内在关系，Zhang 等<sup>[86]</sup>提出了耗能增效方程：

$$\gamma^2(1 + \alpha^2 \frac{\xi}{\zeta}) = 1 \quad (2.75)$$

上述耗能增效方程可通过求解单自由度惯容减振结构在白噪声激励下的响应解析解的形式求得。其中， $\gamma$ 为响应减振比，定义为受控结构的均方位移响应 $\sigma_U$ 和无控结构的均方位移响应 $\sigma_{U_0}$ 之比，表达式如下：

$$\gamma = \frac{\sigma_U}{\sigma_{U_0}} \quad (2.76)$$

观察方程(2.75)可知，对于固定的结构阻尼比 $\zeta$ ，当 CBIS 的阻尼比 $\xi$ 为固定值时，响应减振比 $\gamma$ 和耗能增效系数 $\alpha$ 是一一对应的关系。这就验证了惯容系统的控制效果和阻尼元件的耗能变形之间的权衡关系，即随着 $\mu$ 的增加，结构响应减小，控制效果较好，而惯容系统中耗能增效逐渐减弱。

#### 2.5.4 与普通黏滞阻尼器的对比

以普通黏滞阻尼器为例，进行振动控制效果的对比，其无量纲化的运动学方程如下：

$$\ddot{u}(t) + 2(\zeta\omega_s + \xi_v\omega_s)\dot{u}(t) + \omega_s^2 u(t) = -a_g(t) \quad (2.77)$$

其中， $\xi_v$ 是黏滞阻尼器提供的附加阻尼比。其传递函数可表示成如下的形式（忽略结构的阻尼， $\zeta=0$ ）：

$$H_U(\beta) = \frac{1}{-\beta^2 + 2\xi_v\beta + 1} \cdot \frac{1}{\omega_s^2} \quad (2.78)$$

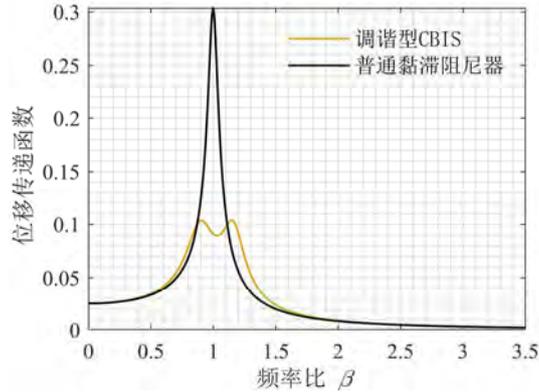


图 2.15 调谐型 CBIS 和普通黏滞阻尼器的对比

基于式(2.71)和式(2.78)，利用定点理论给出的设计参数，对分别设置 CBIS 和黏滞阻尼器的单自由结构的位移传递函数进行对比，如图 2.15 所示。上图中的数值模型为惯质比 0.1，阻尼比 0.042（表 2.2）时的 CBIS 系统和黏滞阻尼比为 0.042 时的黏滞阻尼器。调谐型惯容系统的减振效果主要集中于结构的共振频率段，此时惯容系统中阻尼元件的变形远大于黏滞阻尼器单独作用时的变形，CBIS 的控制效果最佳。在低频区段，惯容系统部分被激发，减振效果与一般黏滞阻尼器相近，在高频激励下，惯容系统弹簧元件位移增大，而惯容元件及阻尼元件位移逐渐减小（图 2.14(a)），导致其控制效果低于一般黏滞阻尼器，这与上节中 CBIS 的耗能增效中的结论相符。因此，在进行惯容系统的调谐设计时，需要注意结构的固有频率，要将 CBIS 的频率向特定控制频率段进行调整。

## 2.6 基于优化算法的 CBIS 优化设计

由 2.4 节中 CBIS-单自由度结构的参数分析可知：阻尼比、惯质比和刚度比这三个设计变量对惯容系统的控制效果有着至关重要的影响，在参数的优化设计中需加以考虑。2.5.1 节中基于定点理论，对惯容系统的调谐设计可以发挥惯容的耗能增效的优势。本节将基于遗传算法（Genetic algorithm, GA），对 CBIS 进行单目标优化设计和基于成本和结构性能目标的多目标优化设计，旨在充分发挥惯容系统的质量增效优势的同时也确保系统的耗能增效。

### 2.6.1 单目标优化问题

首先，根据随机振动理论基于式(2.73)定义无量纲的位移减震比  $\gamma_U$  来评价 CBIS 的控制效果（位移减震比越小表明减震效果越好）：

$$\gamma_U(\zeta, \mu, \xi, \kappa) = \frac{\sigma_U}{\sigma_{U_0}} = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_U(i\beta\omega_s)|^2 S_0 \omega_s d\beta}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{U_0}(i\beta\omega_s)|^2 S_0 \omega_s d\beta}} = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_U(i\beta\omega_s)|^2 d\beta}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{U_0}(i\beta\omega_s)|^2 d\beta}} \quad (2.79)$$

其中,  $S_0$ 表示输入白噪声激励的功率谱,  $\sigma_{U_0}$ 为无控结构的位移响应均方根值,  $|H_{U_0}(i\beta\omega_s)|$ 为对应的位移传递函数的模:

$$|H_{U_0}(i\beta\omega_s)|^2 = \frac{1}{[4\beta^2\zeta^2 + (1-\beta^2)]^2} \cdot \omega_s^4 \quad (2.80)$$

以结构的性能指标位移减震比  $\gamma_U$  为目标的优化问题可以写成如下数学表达式:

$$\begin{aligned} \text{find} \quad & y = \{\mu, \xi, \kappa\} \\ \text{to minimize} \quad & \gamma_U(\mu, \xi, \kappa) \\ \text{subject to} \quad & \mu_{\min} \leq \mu \leq \mu_{\max} \\ & \xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max} \\ & \kappa_{\min} \leq \kappa \leq \kappa_{\max} \end{aligned} \quad (2.81)$$

式中, 下标  $\min$  和  $\max$  表示变量可取到的最小值和最大值。采用设置 CBIS 的单自由度模型进行参数的优化设计, 增加非线性约束条件 ( $\psi$  为耗能系数):

$$\psi \leq \psi_0 \quad (2.82)$$

$$\psi = \frac{\sigma_{U_0}(\zeta) - \sigma_U(\mu, \xi, \kappa)}{\sigma_{U_0}(\zeta) - \sigma_{U_0}(\zeta + \xi)} \quad (2.83)$$

式中各符号代表的含义同本章 2.5.3 节一致。该非线性约束的设置是增加与 CBIS 附加阻尼比相同的普通黏滞阻尼进行对比, 为了确保惯容系统中的惯容元件表观质量参数范围上限的提高, 需限制 CBIS 中的阻尼元件的作用, 增设式(2.82)约束条件, 耗能系数  $\psi$  越大, 代表耗能增效效果越佳, 系数  $\psi$  越小, 代表扩大了优化过程的惯质比的参数范围。本节中建议取值范围<sup>[92]</sup>为  $1 < \psi_0 \leq 2$ , 下文将通过算例分析进行耗能增效效果的验证。

## 2.6.2 算例分析

本节以一单层单跨结构作为计算模型, 验证本节所提出的基于目标减震比的单目标优化算法的有效性。该结构质  $m=20\text{ton}$ , 抗侧刚度为  $k=2700\text{kN/m}$ , 结构固有阻尼比为  $\zeta=0.02$ , 自振周期为  $T=0.54\text{s}$ 。

本节采用单目标遗传算法, 以结构的位移减震比最小时得到的系统参数为最优值, 优化问题的非线性约束系数  $\psi$  取 2, 参数优化结果见表 2.4。

表 2.4 基于遗传算法单目标优化的 CBIS 设计参数

阻尼比 $\zeta$	阻尼系数 $c_d$ (kN·s/m)	刚度比 $\kappa$	刚度系数 $k_b$ (kN/m)	惯质比 $\mu$	表观质量 $m_d$ (ton)
0.70	325.6	0.50	1350	0.35	7

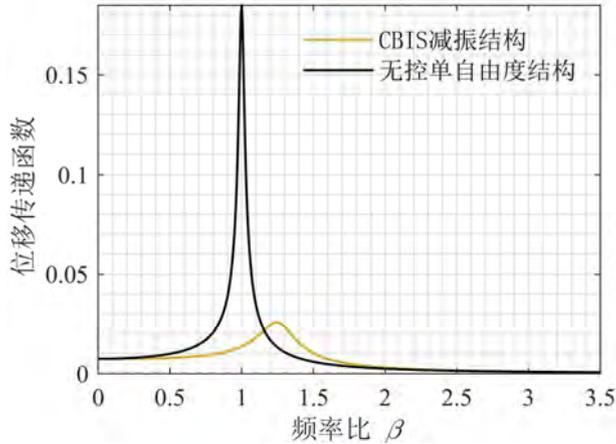
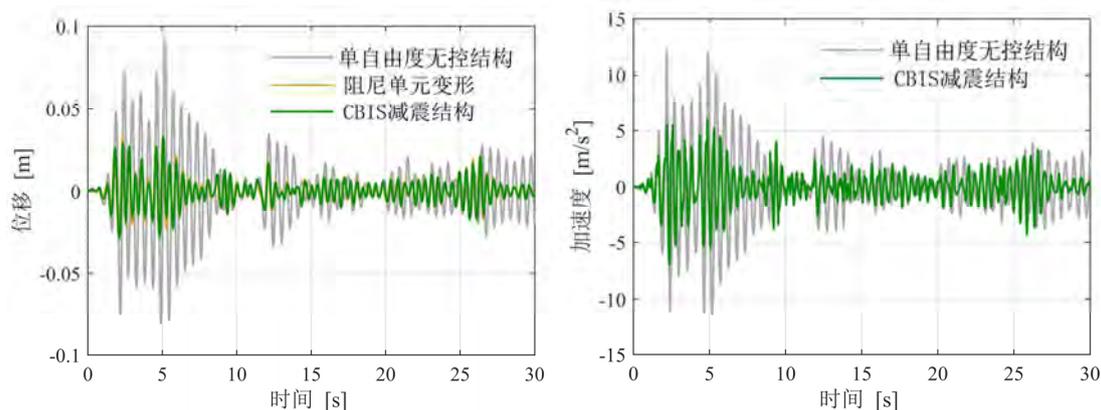


图 2.16 GA 单目标优化结果频域验证

采用上述优化参数，CBIS 减振结构和无控单自由度结构的位移传递函数如图 2.16 所示。惯容系统对结构响应产生了有效的控制，位移传递函数曲线峰值明显降低。采用 El Centro 地震激励对结构进行时程分析验证，下图为地震激励下原结构和惯容减振结构的位移时程和加速度时程曲线。从图中可以看出，在 CBIS 的作用下，结构的位移和加速度响应控制效果均较好，该地震激励下原结构和有控结构的位移响应均方根值分别为 0.022 m 和 0.008 m，位移响应峰值为 0.093 m 和 0.033 m，此时位移均方根减震比  $\gamma_U$  为 36.4%，峰值减震比为 35.5%。原结构和惯容减振结构的加速度响应均方根值分别为 2.980 m/s<sup>2</sup> 和 1.551 m/s<sup>2</sup>，加速度均方根减震比为 52.1%，结构加速度峰值响应分别为 12.188 m/s<sup>2</sup> 和 6.928m/s<sup>2</sup>。峰值减震比为 56.8%。因此，基于遗传算法的单目标优化参数可以实现较好的位移和加速度的控制效果。实际工况中，可根据目标减震比，合理设置优化目标，进行 CBIS 的参数设计。

此外，通过非线性约束系数  $\psi$  的设置，可以扩大使用时惯容元件表观质量的优化参数范围，此时，阻尼元件的耗能变形的放大率仅为 1.03，几乎没有耗能增效效果，符合所增加的约束条件，从图 2.17(a)中也可以看出，阻尼元件的变形受到了限制。这与优化问题想要达到的目标一致，也验证了惯容元件此时在结构的震动控制中起到了主导作用。



(a) 位移时程

(b) 加速度时程

图 2.17 GA 单目标优化结果时域验证

### 2.6.3 多目标优化问题

理想的设计应在性能需求和经济需求之间取得平衡，因此，设计参数  $\mu$ 、 $\zeta$ 、 $\kappa$  的确定在满足性能需求的同时也应考虑成本的控制。本研究中，性能需求通过响应减震比  $\gamma$  来体现，惯容系统的出力将作为结构成本控制的依据。本节将基于单目标的优化设计过程，以结构的性能为前提，以成本代价最小为目标，进行多目标优化设计。

首先，根据随机振动理论基于式(2.30)定义无量纲的耗能元件出力响应比  $\gamma_{F_d}$ （耗能元件出力响应比越小表明控制成本越低），通过该参数的设置对 CBIS-单自由度体系进行成本控制的评估：

$$\gamma_{F_d}(\zeta, \mu, \xi, \kappa) = \frac{\sigma_{F_d}}{\sigma_{F_{d0}}} = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{F_d}(i\beta\omega_s)|^2 d\beta}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{F_{d0}}(i\beta\omega_s)|^2 d\beta}} \quad (2.84)$$

其中， $\sigma_{F_d}$  为惯容减震系统的均方出力， $|H_{F_d}(i\beta\omega_s)|$  为对应的传递函数的模，可由式(2.30)获得。 $\sigma_{F_{d0}}$  为无控结构的阻尼力响应均方根值， $|H_{F_{d0}}(i\beta\omega_s)|$  是传递函数的模：

$$|H_{F_{d0}}(i\beta\omega_s)|^2 = \frac{4\beta^2\zeta^2}{4\beta^2\zeta^2 + (1 - \beta^2)^2} \quad (2.85)$$

将结构的性能指标和成本设为优化目标，安装 CBIS 的单自由度体系的优化设计问题可以写成：

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && y = \{\mu, \xi, \kappa\} \\
 & \text{to minimize} && [\gamma_U(\mu, \xi, \kappa), \gamma_{Fd}(\mu, \xi, \kappa)] \\
 & \text{subject to} && \mu_{\min} \leq \mu \leq \mu_{\max} \\
 & && \xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max} \\
 & && \kappa_{\min} \leq \kappa \leq \kappa_{\max}
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

依据上述优化问题的表达，选定设计减震指标，利用帕累托前沿可以获得基于优化目标的设计参数，图 2.18 为上述优化问题的帕累托前沿，基于该多目标优化结果，图中相应的位移减震比和出力响应比及其对应的 CBIS 的设计参数总结至表 2.5 中。表中列出了单自由度结构基于不同的目标减震比下的参数值，随着性能目标的增加，即结构控制效果不佳时（即  $\gamma_U$  为 1 时，代表 CBIS 没有发挥任何结构振动的控制作用），耗能元件的出力响应减小，意味着此时控制成本降低，这与工程实际中面临的情况相一致，我们需要根据特定结构的性能要求和成本预算，进行不同工况的选取，具体优化结果将在下一节算例分析中进行验证。

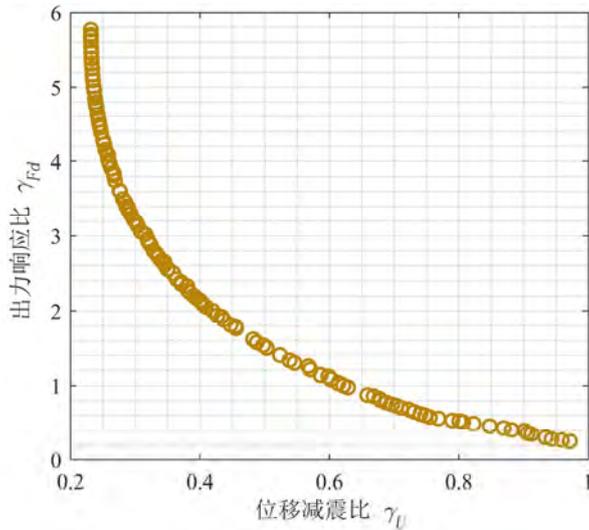


图 2.18 多目标优化帕累托前沿

表 2.5 优化参数与优化目标

优化设计参数			优化目标	
阻尼比 $\xi$	刚度比 $\kappa$	惯质比 $\mu$	位移减震比 $\gamma_U$	出力响应比 $\gamma_{Fd}$
0.10	0.79	0.04	40%	2.14
0.06	0.75	0.02	50%	1.52
0.03	0.39	0.02	60%	1.11
0.02	0.16	0.01	70%	0.74
0.01	0.03	0.01	80%	0.49

## 2.6.4 算例分析

以 2.6.2 节中所述原结构模型进行算例分析。采用多目标遗传算法，以结构的位移减震比  $\gamma_U$  和耗能元件出力响应比  $\gamma_{F_d}$  为优化目标，帕累托前沿见图 2.18 所示，以图中性能指标即位移响应减震比为 40% 为例，进行参数优化结果的选取，见下表：

表 2.6 基于遗传算法多目标优化的 CBIS 设计参数

阻尼比 $\zeta$	阻尼系数 $c_d$ (kN·s/m)	刚度比 $\kappa$	刚度系数 $k_b$ (kN/m)	惯质比 $\mu$	表观质量 $m_d$ (ton)
0.10	46.52	0.79	2133	0.04	0.80

由帕累托前沿优化结果表 2.5 可知，当  $\gamma_U=40\%$  时，耗能元件出力响应比  $\gamma_{F_d}$  为 2.14，该组参数基于 40% 的性能目标获得了较为经济的设计方案。采用上述优化参数，CBIS 减振结构和无控单自由度结构的位移传递函数如图 2.19 所示。惯容系统对结构响应产生了有效的控制，由于该组设计参数中惯质比较小，设置 CBIS 后结构的振动频域依旧接近原结构的固有频率，但位移传递函数曲线峰值明显降低。

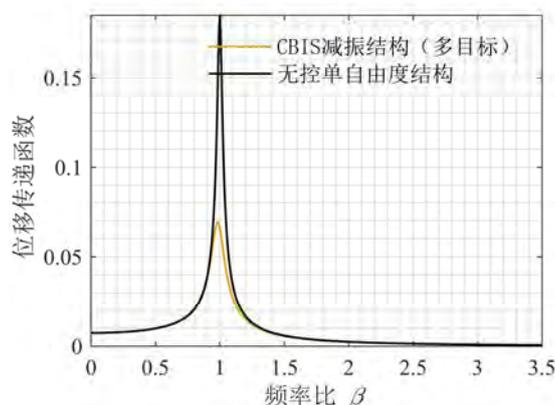
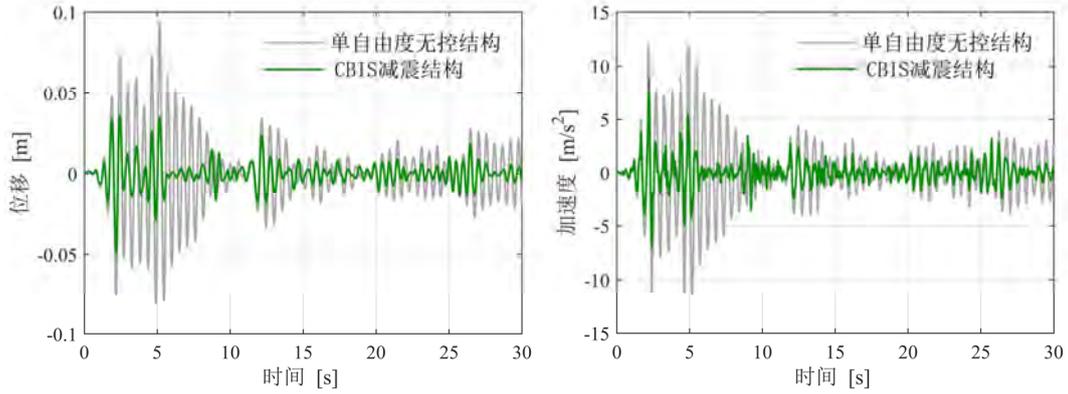


图 2.19 GA 多目标优化结果频域验证

依旧采用 El Centro 地震激励对结构进行时程分析验证，图 2.20 为地震激励下原结构和惯容减振结构的位移时程和加速度时程曲线。

从图中可以看出，设置 CBIS 后，结构的位移和加速度响应控制效果较佳，该地震激励下惯容减振结构的位移响应均方根值 0.002，位移响应峰值为 0.013，此时位移均方根减震比  $\gamma_U$  为 9.1%，峰值减震比为 14.0%。惯容减振结构的加速度响应均方根值为 1.173，加速度均方根减震比为 39.4%，结构加速度峰值响应为 8.722。峰值减震比为 71.6%。通过基于 GA 的多目标优化，可以获得较为合理的设计参数，实现较好的位移和加速度的控制效果。实际工况中，可根据性能目标和成本预算，合理选择优化目标。



(a) 位移时程

(b) 加速度时程

图 2.20 GA 多目标优化结果时域验证

## 2.7 本章小结

本章从拉索连接惯容系统的基本组成和基本概念出发，提出了 CBIS 的理论模型，通过参数分析和基于定点理论的优化设计，详细介绍了 CBIS 的减振机理。本章的主要结论如下：

(1) 拉索连接惯容系统可以充分利用拉索所具备的安装便利和调节性强的优势。通过 CBIS-单自由度结构状态空间方程的建立，可以得到系统的频率和振型。

(2) 通过参数分析可知阻尼比、惯质比和刚度比这三个设计变量对惯容系统的控制效果均有不可忽略的影响，必须在参数的优化设计中加以考虑。合理地设计系统的惯质比和刚度比和阻尼比，从而发挥惯容系统质量增效优势的同时，也实现系统的耗能增效。

(3) 通过基于定点理论的调谐设计，可以发现惯容系统的控制效果和阻尼元件的耗能变形之间存在着需要相互调协的关系。随着惯质比的增加，原结构的传递函数峰值，CBIS 的控制效果得以提升。

(4) 基于 GA 算法，在合理的优化目标和约束条件下，可实现惯容系统的质量增效优势的同时也确保系统的耗能增效。

## 第3章 拉索连接惯容装置的力学性能试验研究

第2章提出了拉索连接惯容系统 CBIS 的理论模型，为了研究该惯容系统在实际土木工程领域的应用性，并探讨惯质比、阻尼比等参数变化对 CBIS 实际使用性能的影响，同时对第2章提出的理论模型进行试验验证，本章从轻量化惯容系统的物理实现机制入手，实现了滚轴式和丝杠式两种惯容装置，并进行拉索连接惯容装置力学性能的试验研究。首先，通过滚轴式 CBIS 的实物装置<sup>[180]</sup>以及安装滚轴式 CBIS 的框架结构的自由振动试验和振动台试验，对 CBIS 的理论模型及其有效性进行验证；之后，在传统丝杠类惯容器的基础上提出了自平衡惯容系统<sup>[181]</sup>，实现了滚轴式 CBIS 的性能提升，使得惯容装置表观质量增效显著。最后，通过性能的对比分析，说明该物理机制是一种高效的拉索连接惯容系统的物理实现方式，下图说明了本章所进行的试验内容之间的逻辑关系。

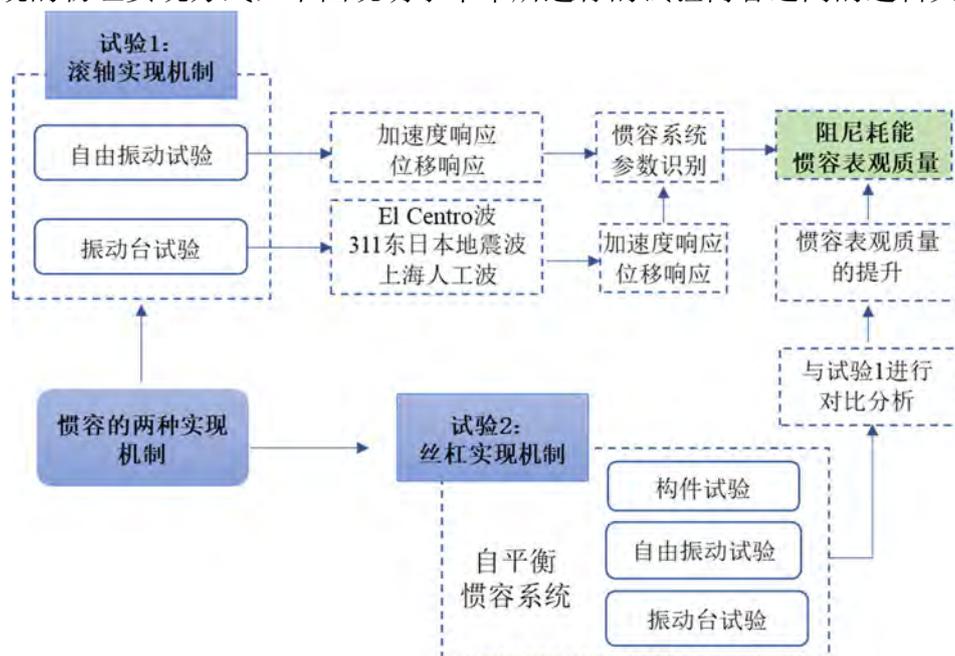


图 3.1 本章试验的逻辑关系图

### 3.1 滚轴式惯容装置的自由振动试验研究

#### 3.1.1 试验模型

本试验采用单层钢框架模型（图 3.2(a)）。框架的高度为 1m，楼板的长为

834mm，宽为 390mm，厚度为 10mm。柱均采用一字型截面柱，采用 Q235 钢板，尺寸为 1000×60mm，厚度为 3mm，底部通过角钢连接在钢板上。框架底板安装滚轴式 CBIS（图 3.2(b)），整体结构的计算质量为 23.0kg。

测试装置包括加速度传感器和激光位移传感器。通过加速度传感器和位移传感器的布置，可以获取结构的振动加速度和位移响应。加速度传感器采用 PCB333B32 型传感器，灵敏度为  $100\text{mv}\cdot\text{g}^{-1}$ ，量程 50g，频率范围 0.5Hz~3kHz，采样频率 1000Hz<sup>[182]</sup>。在上部平板上布置一个角钢，将位移传感器沿运动方向布置在框架一侧钢架上，上位位移传感器对准结构顶板的角钢，下部位移传感器对准结构底部。通过监测位移传感器与角钢之间的距离变化来获取结构的相对位移响应。在运动方向上布置 IL300 激光位移传感器，量程  $300\text{mm}\pm 140\text{mm}$ ，具体布置方式见图 3.2。

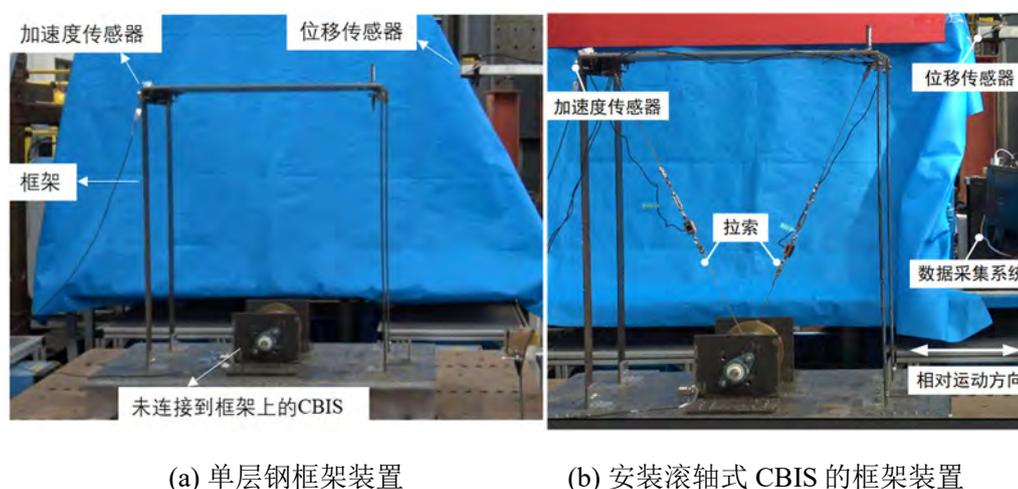


图 3.2 自由振动试验装置示意图

利用电磁阻尼机制<sup>[182]</sup>，滚轴式惯容装置的基本构造如图 3.3 所示，由固定在结构上的侧板（背铁）、用于支撑滚轴旋转的轴承、滚轴、导体板以及用于连接导体板和滚轴的法兰（构成理论模型中的惯容元件）组成，惯容装置与结构之间用拉索连接。拉索夹具及收紧装置如图 3.4(b)所示，每次试验之前通过夹具对拉索施加预应力，使其处于变形的临界状态。由于在滚轴上每隔一定的距离有几个固定铜板位置的孔，图 3.4(a)所示，可用于改变导体盘与磁铁之间的距离，便于根据结构的性能要求来调整阻尼系数，这是本装置相对于其他惯容装置的优点。

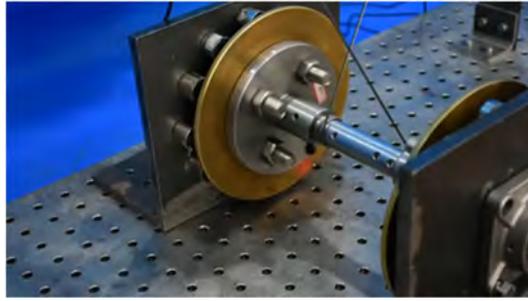
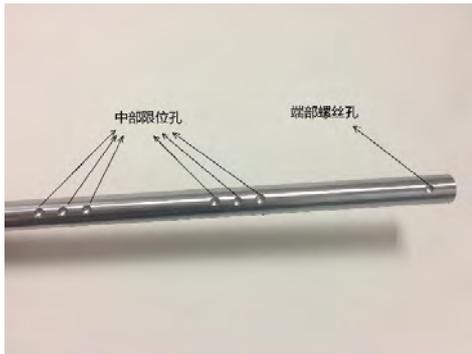


图 3.3 滚轴式 CBIS 实物装置图



(a) 滚轴



(b) 拉索夹具和收紧器

图 3.4 装置细部构造图

### 3.1.2 试验设计

#### (1) 自由振动初始位移的计算

自由振动试验控制初始位移为 8cm，选择 8cm 的依据如下：

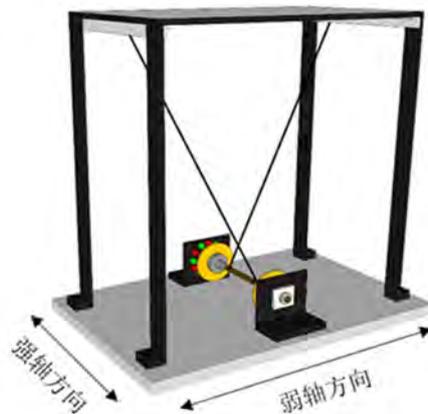


图 3.5 强轴、弱轴方向示意图

框架柱绕弱轴方向的弹性截面模量为：

$$W = \frac{bh^2}{6} \quad (3.1)$$

柱截面尺寸  $b=3\text{mm}$ ,  $h=60\text{mm}$ , 材料使用 Q235。当截面最外边缘的正应力达到屈服点  $f_y$  时, 截面承受的弯矩即屈服弯矩  $M_e$  为:

$$M_e = Wf_y = \frac{0.60 \times 0.003^2}{6} \times 235 \times 10^6 = 21.15\text{N} \cdot \text{m} \quad (3.2)$$

由框架内力图可知柱端弯矩  $M$  与层间位移  $\Delta$  的关系为:

$$M = \frac{6i\Delta}{l} = \frac{6EI\Delta}{l^2} = \frac{3EhW\Delta}{l^2} \quad (3.3)$$

框架的层间弹性位移为:

$$\Delta = \frac{f_y l^2}{3Eh} = \frac{235 \times 1000^2}{3 \times 206 \times 10^3 \times 3} = 126.8\text{mm} \quad (3.4)$$

由于振动试验要多次进行参数改变, 进行多种工况的设计, 为实现框架结构的重复利用, 故框架释放时的初始位移不宜大于框架的弹性位移 12.68cm。为了有一个可控的初始位移并且避免框架柱出现塑性变形, 本试验选用了 8cm 作为自由振动的初始位移, 并且试验过程中也证明了在 8cm 的初始位移条件下, 惯容系统已有较大的转动, 能够在发挥耗能作用, 同时结构也并未出现塑性变形。

## (2) 自由振动试验方案设计

本文的自由振动试验分为两种工况: 1) 不设置阻尼元件只有飞轮转动带来的表观质量; 2) 设置阻尼元件, 当导体盘转动时产生表观质量的同时也会产生阻尼, 发挥耗能的作用。由于惯容系统提供的转动惯量取决于导体盘的厚度, 与气隙大小无关, 故采用铜板导体盘研究惯容元件的质量增效时, 只需要改变导体盘的厚度, 使用一组气隙即可。本文采用 10mm 气隙时 5mm、10mm 和 15mm 的铜板进行工况 1 的设计。选取工况 1 中的 5mm 铜板, 设置阻尼元件, 调整气隙的间距 10, 20, 30, 40mm, 分析气隙大小对阻尼效果的影响, 进行工况 2 的设计, 试验工况具体见表 3.1。

表 3.1 试验工况设计

工况	工况名	导体盘的厚度	气隙	实物对照
1	Cu5-I	5mm	-	
	Cu10-I	10mm	-	
	Cu15-I	15mm	-	
2	Cu5-E10	5mm	10mm	
	Cu5-E20	5mm	20mm	
	Cu5-E30	5mm	30mm	
	Cu5-E40	5mm	40mm	

其中, 试验工况的命名方式为: 导体板材质+导体盘厚度-E (增加阻尼元件)

+气隙的大小 / I (未加阻尼元件仅含惯容的表观质量)。例如: Cu5-E10 表示: 导体盘为 5mm 厚的铜板, 设置阻尼元件, 气隙为 10mm 的试验工况。

### 3.1.3 自由振动试验数据及参数分析

#### (1) 无控结构响应

首先进行空框架无控结构的自由振动试验, 结构的总质量为 23kg, 对框架顶部通过位移限位计施加 8cm 的初始位移, 使得空框架进行自由振动, 通过使用位移和加速度传感器可以获得结构顶部加速度响应和位移响应, 取其中 50s 的结构响应进行参数分析和识别, 绘制结构时程曲线和频谱图如下所示:

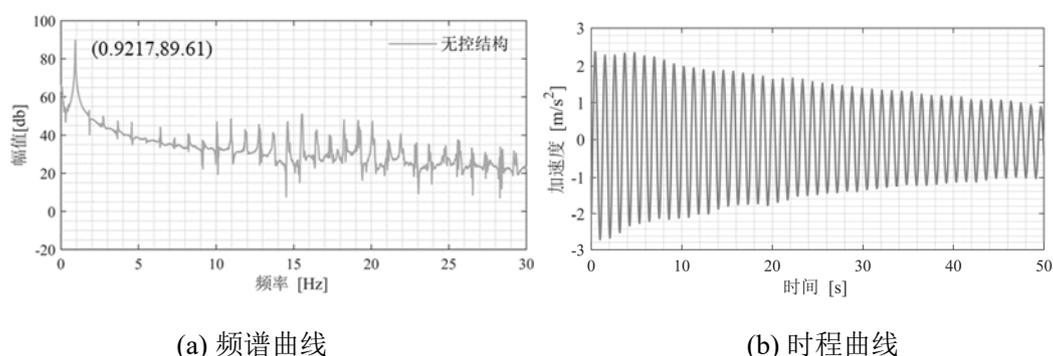


图 3.6 结构加速度响应

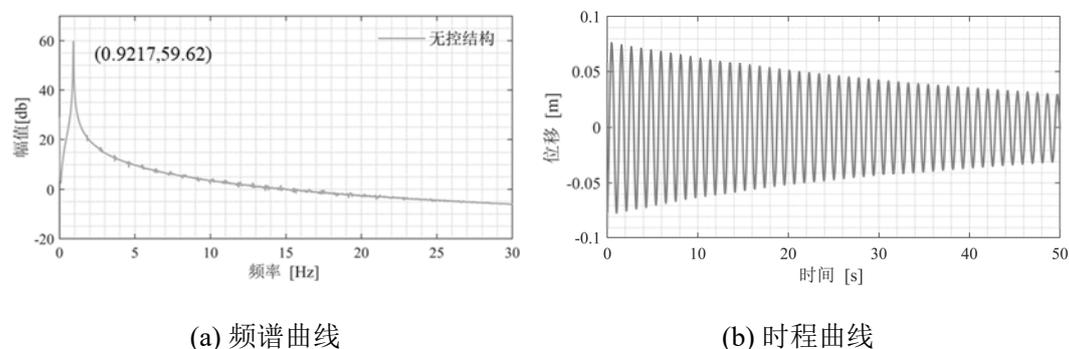


图 3.7 结构位移响应

由于原始加速度响应时程数据存在明显的高频噪声污染, 此处进行了滤波处理, 保留 25Hz 以内的频段, 将高频成分进行滤波。图 3.6 和图 3.7 显示了空框架自由振动时的时程和频谱图, 无控结构的固有频率为 0.9217Hz, 采用对数衰减法进行结构阻尼比  $\zeta_0$  的计算:

$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{\delta^2}{\delta^2 + 4\pi^2 t^2}} \quad (3.5)$$

式中  $\delta = \ln(u_P/u_Q)$ , 为振动的对数衰减率<sup>[182]</sup>,  $u_P$  和  $u_Q$  表示自由衰减曲线上相隔  $t$

个周期的两个幅值。选取曲线中两处振幅不同的 P、Q 点，由公式(3.5)计算单自由度系统阻尼比  $\zeta_0$ ，结果图下表：

表 3.2 框架阻尼比

$u_P$ (cm)	$u_Q$ (cm)	相隔周期 $t$	对数衰减率 $\delta$	阻尼比 $\zeta_0$ (%)
2.137	1.229	16	0.5532	0.5503
2.004	1.168	16	0.5399	0.537
1.838	1.111	16	0.5034	0.5007
1.714	1.027	16	0.5122	0.5095
1.615	0.9622	16	0.5179	0.5152
1.492	0.9084	16	0.4962	0.4936
1.408	0.8674	16	0.4844	0.4818
1.327	0.8183	16	0.4834	0.4808
平均值			0.5113	0.5086

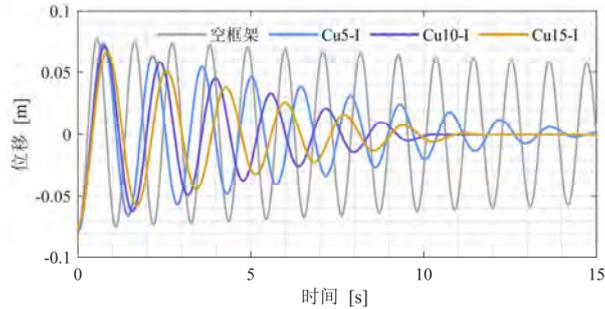
将框架的自由振动结果汇总至下表：

表 3.3 框架自由振动测试结果

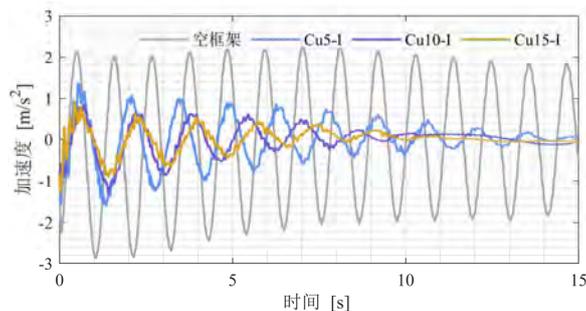
工况	固有频率 (Hz)	阻尼比 (%)	质量 (kg)
纯框架	0.9217	0.5086	23.0

## (2) 有控结构的响应

完成空框架的自由振动试验后，将滚轴式 CBIS 通过两侧拉索连接至框架中，首先进行未设置阻尼元件的三组试验，即：表 3.1 中工况 1，结构的位移和加速度响应如下图 3.8 所示；其次选取 5mm 铜板作为导体盘，增加阻尼效应。通过更改不同的气隙，实现阻尼系数的调整，不同气隙时结构的响应见图 3.9。



(a) 结构位移时程曲线（工况 1）



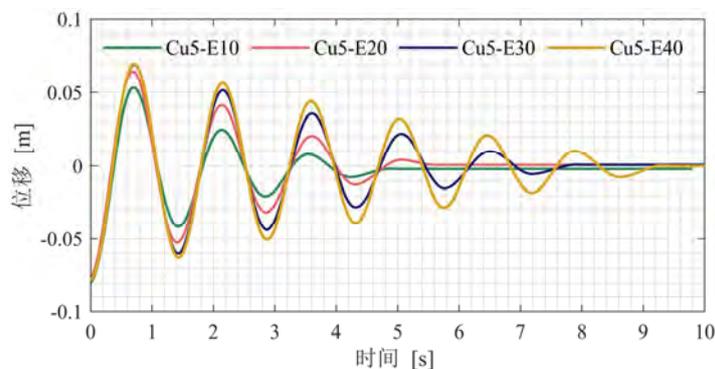
(b) 结构加速度时程曲线（工况1）

图 3.8 惯容减振结构时程响应曲线

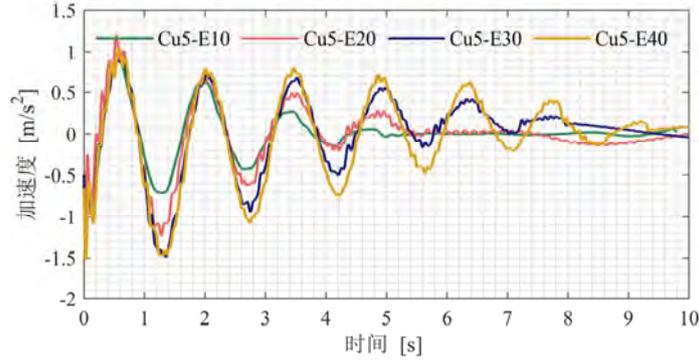
当把未设置阻尼元件的 CBIS 连接到空框架时，结构的自由振动响应得到了显著的控制。无控钢框架的自振周期为 1.085s，安装惯容元件后系统的周期分别变为 1.441s、1.619s 和 1.679s，随着导体盘的厚度增大，惯容元件的表观质量增大，减振结构的周期变长，减振效果越佳。采用公式(2.5)计算 CBIS 惯容元件的表观质量，结果见表 3.4。其中，Cu15-I 的表观质量约为 Cu5-I 的 3 倍，Cu10-I 的表观质量约为 Cu5-I 的 2 倍，即相同材质相同导体盘半径时，表观质量与导体盘的厚度成正比。

表 3.4 滚轴式 CBIS 试验参数

工况	工况名	表观质量计算值 (kg)	附加阻尼比计算值 (%)	系统周期 (s)
1	Cu5-I	12.03	-	1.441
	Cu10-I	23.95	-	1.619
	Cu15-I	35.77	-	1.679
2	Cu5-E10	12.03	12.15	1.312
	Cu5-E20	12.03	7.02	1.485
	Cu5-E30	12.03	5.82	1.375
	Cu5-E40	12.03	3.37	1.433



(a) 位移时程曲线



(b) 加速度时程曲线

图 3.9 不同气隙下结构响应的时程曲线（工况 2）

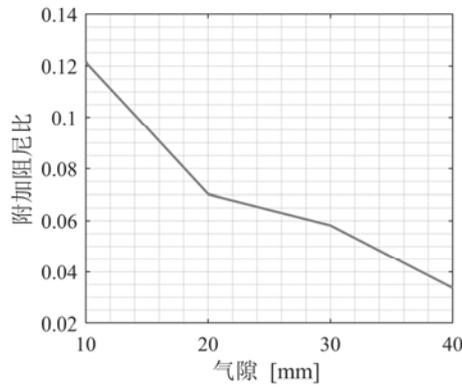
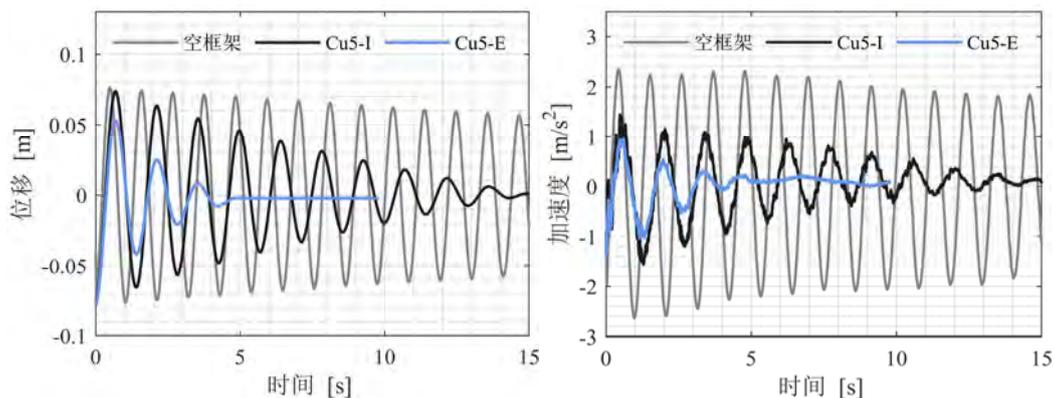


图 3.10 附加阻尼比与气隙的关系

在上述工况 1 的基础上，设置电磁阻尼元件<sup>[182]</sup>。气隙是影响电磁阻尼的关键因素，随着气隙的增大，阻尼系数迅速降低<sup>[182]</sup>。由图 3.9 和图 3.10 可知，随着气隙从 10mm 到 40mm 逐步增加时，结构响应衰减减慢，附加阻尼比从 12.15% 逐渐减小至 3.37%。

为了对比阻尼效应对结构响应衰减的影响，图 3.11 举例了导体盘为 5mm 铜板时，Cu5-I 与 Cu5-E 两种工况下结构的位移和加速度响应。加入阻尼元件后，附加阻尼比为 12.15%，结构响应得到快速衰减，阻尼元件发挥了耗能的作用，也证实了这种拉索连接惯容系统具有非常好的减振效果。



(a) 位移时程

(b) 加速度时程

图 3.11 阻尼效应对结构响应衰减的影响

### (3) 结构参数识别

卡尔曼滤波器已经被证明是线性最优状态估计器，扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman filter, EKF）可以解决非线性滤波问题，识别非线性系统参数。然而，卡尔曼型滤波器只能在一定的先验假设下实现良好的性能，本节将自适应机制引入卡尔曼滤波器，通过自适应卡尔曼滤波算法<sup>[183]</sup>（Adaptive extended Kalman filter, AEKF）来提高参数识别的追踪能力。常用的自适应算法时在卡尔曼滤波器中加入一个遗忘因子，每次迭代计算过程中给误差方差矩阵乘以一个大于 1 的加权因子，从而增大了每一步的误差方差矩阵及卡尔曼增益矩阵。换言之，自适应卡尔曼滤波增大了新的量测数据的增益作用，“遗忘”了旧的量测数据。

对于自由振动，外力为零，用状态空间方程表示系统，并令系统的状态向量为  $\mathbf{X}(t)=[u \dot{u} c k]^T$ 。系统的时间连续状态方程和量测方程可以写成：

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ m^{-1}(-c\dot{u} - ku) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

已知结构质量  $m=23\text{kg}$ ，观测量为结构顶部的加速度响应或位移响应：

$$\begin{aligned} y &= u \\ y &= a = -c\dot{u} - ku \end{aligned} \quad (3.7)$$

量测噪声协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_k = 1 \times 10^1 \mathbf{I}_{1 \times 1} \quad (3.8)$$

过程噪声协方差矩阵为：

$$\mathbf{Q}_k = 1 \times 10^{-12} \mathbf{I}_{4 \times 4} \quad (3.9)$$

初始状态向量:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

初始状态估计误差协方差矩阵:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

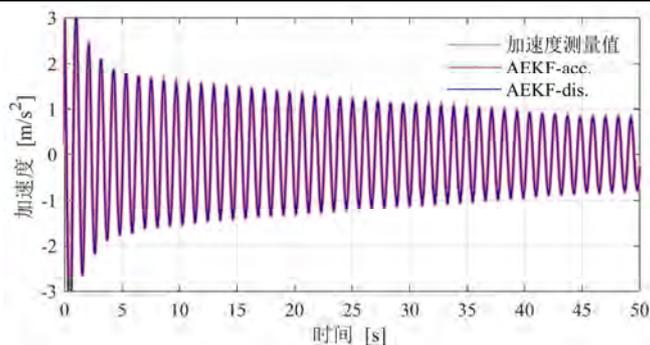
分别采用 AEKF 法和 EKF 法对系统参数进行识别, 每一种方法都分别采用位移和加速度作为观测量, 通过识别结果来对比 AEKF 法和 EKF 法的精度, 为后续识别观测量的选择提供方案。已知框架质量 23kg, 根据结构自由振动测量数据进行结构阻尼和刚度的识别。分别采用上述两种识别方法, 将结构位移和加速度作为观测量进行参数识别的结果汇总于下表。

表 3.5 结构参数和响应识别结果

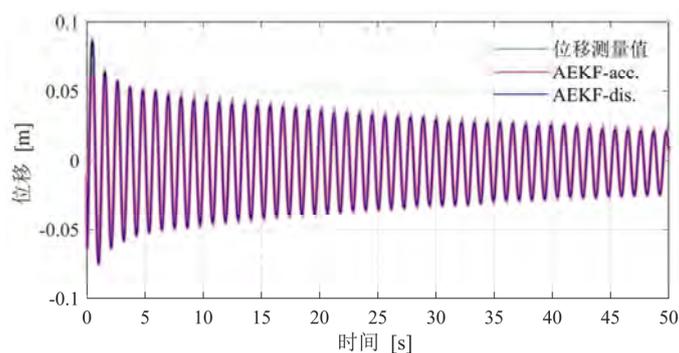
识别方法	EKF-dis.	AEKF-dis.	EKF-acc.	AEKF-acc.	实测结果
阻尼比识别值 (%)	0.34	0.33	0.35	0.34	0.51
刚度识别值 (N/m)	755.93	756.00	757.55	756.57	770.60
自振频率识别值 (Hz)	0.9124	0.9125	0.9134	0.9128	0.9217
位移识别相对均方根误差 (%)	2.23	1.65	3.81	3.32	-
加速度识别相对均方根误差 (%)	3.44	3.04	2.76	1.25	-

其中, EKF-dis.代表采用扩展卡尔曼滤波方法, 以位移作为观测量; AEKF-dis.代表采用自适应扩展卡尔曼滤波方法, 以位移作为观测量; EKF-acc.代表采用扩展卡尔曼滤波方法, 以加速度作为观测量; AEKF-acc.代表采用自适应扩展卡尔曼滤波方法, 以加速度作为观测量。

从表 3.5 中可以看出, 结构的自振频率的识别结果和框架位移响应频谱中的到的固有频率 0.9217Hz 十分接近, 可认为该识别结果精度满足要求; 并且从位移识别相对均方根误差和加速度识别相对均方根误差两方面可以说明基于自适应扩展卡尔曼滤波法的识别结果优于扩展卡尔曼滤波法, 故本节后续的系统参数识别结果将采用自适应扩展卡尔曼滤波法。采用 AEKF 法, 分别以结果位移和加速度响应作为观测量的结构识别响应见下图:



(a) 加速度响应识别



(b) 位移响应识别

图 3.12 基于 AEKF 的结构响应识别

表 3.6 CBIS 的参数识别结果

工况	工况名	表观质量识别值 (kg)	附加阻尼比识别值 (%)
1	Cu5-I	17.69	-
	Cu10-I	22.31	-
	Cu15-I	47.80	-
2	Cu5-E10	17.69	15.75
	Cu5-E20	17.69	13.02
	Cu5-E30	17.69	7.60
	Cu5-E40	17.69	7.34

通过对空框架自由振动实测数据的识别得到结构固有参数，然后基于 AEKF 法进一步对工况 1 和工况 2 的试验结果进行识别，参数识别结果汇总于表 3.6 中。

#### (4) 试验结果与数值模拟结果对比

本小节将基于上述参数识别结果，利用第 2 章中的 CBIS-单自由度结构的数值模型，对试验中的实测数据以及数值模拟结果进行对比，结果如下图所示：

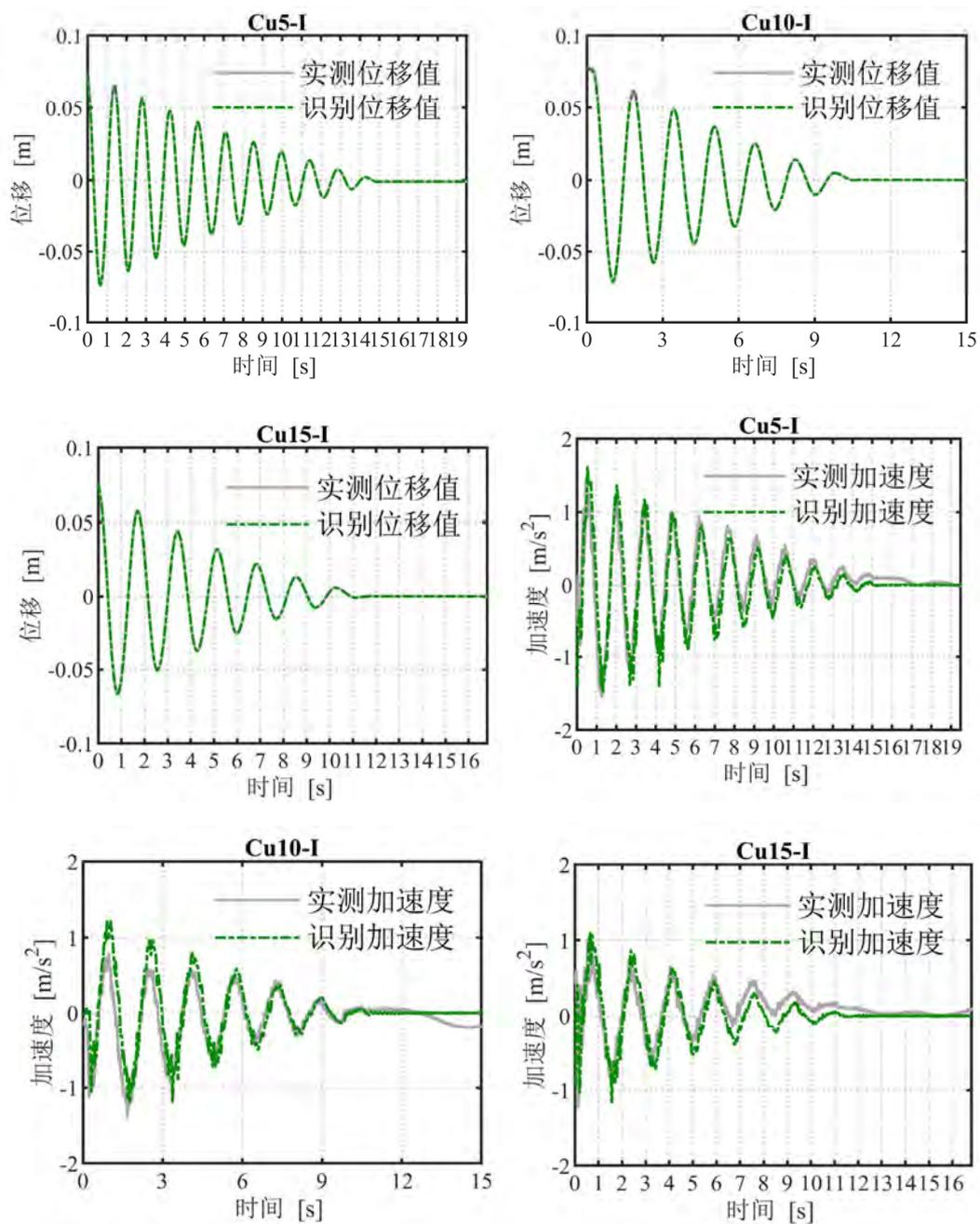


图 3.13 试验结果与数值模拟结果对比 (工况 1)

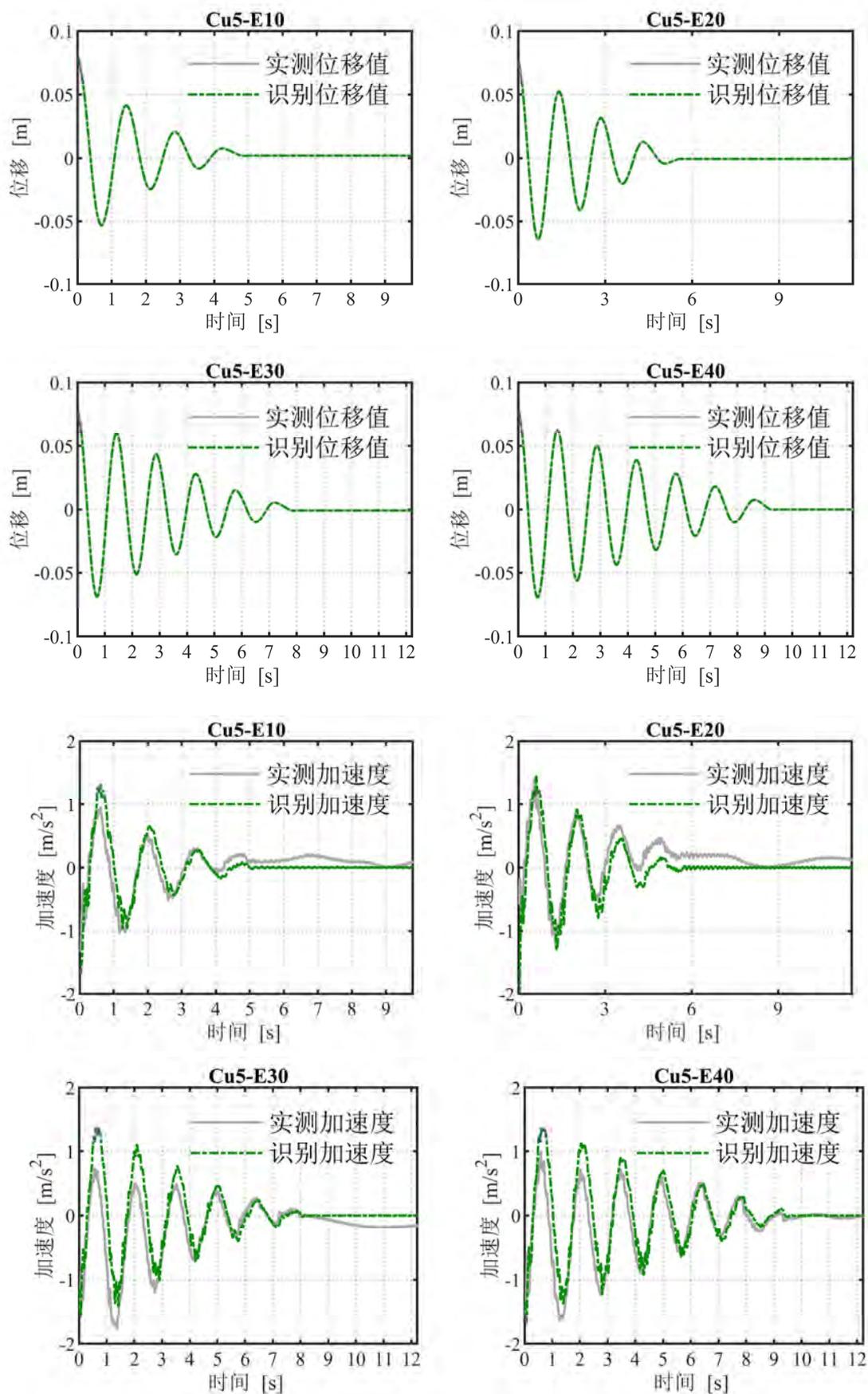


图 3.14 试验结果与数值模拟结果对比 (工况 2)

通过实测结果与数值模拟结果的对比，可以说明本文提出的理论模型的合理性，同时，基于 AEKF 法对惯容减振结构的参数识别，可以看出随着滚轴式 CBIS 气隙的增大，附加阻尼比逐渐减小，与理论分析规律一致。阻尼比的识别结果比基于实测数据的对数衰减法得到的附加阻尼比略大，这是由于采用识别算法进行参数识别时未对原始数据进行滤波去噪处理以及去趋势处理，采用对数衰减法进行计算时采用的试验数据经过了高频滤波以及去趋势处理，故二者之间存在差异。同样，参数识别的惯容元件表观质量的结果与理论计算结果相近但也存在差异。但是，通过该单自由度减振结构的数据分析，可以说明 AEKF 法的精度以及验证了理论模型的合理性，为后续基于滚轴式 CBIS 的单自由结构的参数分析和优化设计提供了试验依据。

### 3.2 滚轴式惯容装置的振动台试验研究

本试验采用的模拟地震振动台参数如下表 3.7 所示。

表 3.7 模拟地震振动台主要技术指标

台面尺寸	2m×2m
自由度	XY 两向、两自由度（水平方向）
最大位移	±125mm、250mm P-P
最大速度	1500mm/s
最大加速度	空载时：0.1~50Hz, 2.6g 满负载（20 吨）时：0.1~50Hz, 1.0g
最大荷载	20000kgf（约 20 吨）
频率范围	0.1~50Hz

#### 3.2.1 试验模型及传感器布置

滚轴式惯容装置的振动台试验依旧采取 3.1.1 节中自由振动的试验框架，不同之处在于将柱子的厚度从 3mm 增大到 5mm，框架的质量由 23kg 增大到 26.6kg，以防止在地震波激励下产生塑性变形。传感器的种类、型号以及布置均与自由振动试验一样，如图 3.2 所示，此处不再进行描述。

#### 3.2.2 试验方案设计

阻尼效益的效果已经通过自由振动试验得以验证，故振动台试验的重点在于研究滚轴式惯容装置的动力性能以及验证在不同惯质条件下惯容系统的振动控制效果，故振动台试验采用了两个厚度不同的导体盘，分别是 5mm 和 20mm

厚的铜板，两种惯容装置分别命名为（试验工况命名方式同 3.1 节）：Cu5-E10 和 Cu20-E10。

为了研究滚轴式惯容装置在不同场地类型和不同频谱特性地震波作用下的减震效果，采用了 3 种地震波，分别是 El Centro 波（1940 年美国 IMPERIA 山谷地震，II 类场地，NS），311 波（2011 年 3 月 11 日东日本大地震，III 类场地，NS）和上海人工波（VI 类场地）。地震峰值加速度变化范围为 100gal~300gal。试验采用单向加载，方向为沿主体结构的弱轴向（见图 3.5）。对无控框架的加载过程如下（试验工况汇总于表 3.8）：

工况 1：对空框架进行第 1 次白噪声扫频，用来识别框架结构的固有频率和阻尼比；

工况 2-4：对空框架分别输入 El Centro 地震波，其加速度峰值为 100gal、200gal 和 300gal；

工况 5：进行第 2 次白噪声扫频，用来确保框架结构的动力特性没有发生改变，确保没有出现塑性变形；

工况 6-8：对空框架分别输入加速度峰值为 100gal、200gal 和 300gal 的 311 地震波；

工况 9：进行第 3 次白噪声扫频，用来确保框架结构的动力特性没有发生改变，确保没有出现塑性变形；

工况 10-12：对空框架分别输入加速度峰值为 100gal、200gal 和 300gal 的上海人工波；

工况 13：进行第 4 次白噪声扫频，用来确定无控结构试验结束时框架未出现塑性变形。

表 3.8 无控框架的试验工况表

工况	试验工况编号	激励	PGA (gal)
1	WN50-1-Frame	第 1 次白噪声	50
2	EL100-Frame	El Centro 波	100
3	EL200-Frame	El Centro 波	200
4	EL300-Frame	El Centro 波	300
5	WN50-2-Frame	第 2 次白噪声	50
6	311-100-Frame	311 东日本地震波	50
7	311-200-Frame	311 东日本地震波	200
8	311-300-Frame	311 东日本地震波	300
9	WN50-3-Frame	第 3 次白噪声	50
10	SH100-Frame	上海人工波	100
11	SH200-Frame	上海人工波	200
12	SH300-Frame	上海人工波	300
13	WN50-4-Frame	第 4 次白噪声	50

对框架的动力测试结束后，分别安装 Cu5-E10 和 Cu20-E10 两个惯容装置，构成 CBIS-单自由度结构，对框架的加载过程和地震激励的输入同无控框架，此处不再赘述，试验工况汇总于表 3.9。

表 3.9 惯容减震框架的试验工况表

工况	惯容装置	工况编号	激励	PGA (gal)
14	Cu5-E10	WN50-1	第 1 次白噪声	50
15		EL100	El Centro 波	100
16		EL200	El Centro 波	200
17		EL300	El Centro 波	300
18		WN50-2	第 2 次白噪声	50
19		311-100	311 东日本地震波	100
20		311-200	311 东日本地震波	200
21		311-300	311 东日本地震波	300
22		WN50-3	第 3 次白噪声	50
23		SH100	上海人工波	100
24		SH200	上海人工波	200
25		SH300	上海人工波	300
26		WN50-4	第 4 次白噪声	50
27		Cu20-E10	WN50-5	第 5 次白噪声
28	EL100		El Centro 波	100
29	EL200		El Centro 波	200
30	EL300		El Centro 波	300
31	WN50-6		第 6 次白噪声	50
32	311-100		311 东日本地震波	100
33	311-200		311 东日本地震波	200
34	311-300		311 东日本地震波	300
35	WN50-7		第 7 次白噪声	50
36	SH-100		上海人工波	100
37	SH-200		上海人工波	200
38	SH-300		上海人工波	300
39	WN50-8	第 8 次白噪声	50	

### 3.2.3 结构参数和惯容系统参数识别

#### (1) 无控框架参数的识别

首先针对无控框架，通过位移传感器和加速度传感器的数据采集，可以获得结构顶部绝对加速度响应和相对位移响应，由于原始数据存在着高频噪声污染的问题，结构自振频率在 2Hz 附近，故将 25Hz 以上的高频成分进行滤波处理，不影响结构自身参数的识别，工况 1 (WN50-1-Frame) 的频谱图如图 3.15 所示。试验过程中 (表 3.8)，对无控框架共进行白噪声扫频 4 次，四次结构均

和第一次扫频结果一样，结构的固有频率为 2.125Hz，说明施加三种共 9 次地震波的过程中，框架没有发生塑性变形，始终和初始状态一样，确保了试验结果的可信度。此外，结构的时程响应将在后文和惯容减振结构的时程响应分析时通过对比分析时呈现。

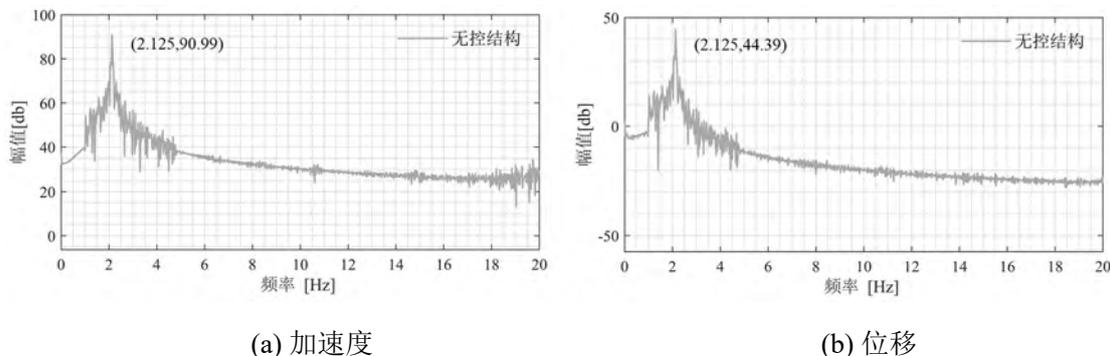


图 3.15 白噪声激励下无控结构的频谱曲线

本节基于表 3.8 所列出工况 1、5、9、13 的试验数据，即白噪声扫频数据，使用 0 节提到的自适应卡尔曼滤波算法 (AEKF) 对钢框架的固有阻尼系数进行识别。相比于位移作为识别观测量，当加速度作为识别观测量时或位移和加速度同时作为识别观测量时，AEKF 可以更精确地识别结构自身的参数，识别收敛效果更好，故本节分别采用加速度和同时采用加速度和位移作为识别观测量进行参数识别的对比，框架刚度和阻尼系数的识别结果汇总于表 3.10。

表 3.10 白噪声激励下结构参数识别结果汇总

识别值 工况	结构刚度 (N/m)		结构阻尼系数 (N·m/s)		阻尼比 (%)	
	加速度 观测量	加速度、位 移观测量	加速度 观测量	加速度、位 移观测量	加速度 观测量	加速度、位 移观测量
1: WN50-1	4795.7	4795.7	1.5902	1.5904	0.22	0.22
5: WN50-2	4778.6	4778.6	1.6138	1.6140	0.23	0.23
9: WN50-3	4782.2	4782.2	1.5773	1.5775	0.22	0.22
13: WN50-4	4786.5	4786.5	1.4988	1.4989	0.21	0.21
均值	4785.75	4785.75	1.5700	1.5702	0.22	0.22
	4785.75		1.5701		0.22	

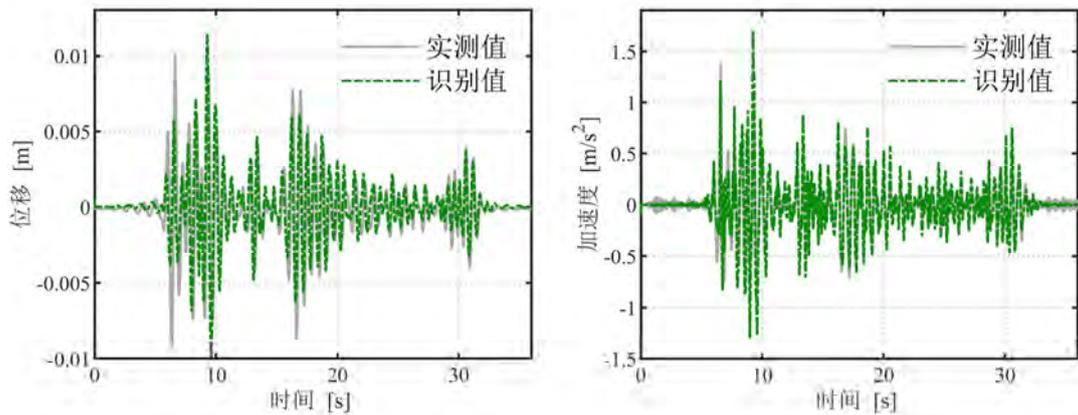
由上表可知，在同一工况下，当采用加速度识别量和同时使用加速度和位移作为识别量时结构刚度的识别结果是相同的，各个工况之间的刚度识别结果十分接近，刚度的均值均为 4785.75N/m；阻尼系数的识别结果差异性也很小，误差在允许范围内，证明了 AEKF 识别方法的有效性和精确性，也充分说明了只采用单一加速度作为识别观测量时，AEKF 识别方法仍具有高效性。最终，结构的参数识别结果为：刚度 4785.75N/m，阻尼系数 1.5701N·m/s，阻尼比 0.22%。

## (2) 惯容系统参数的识别

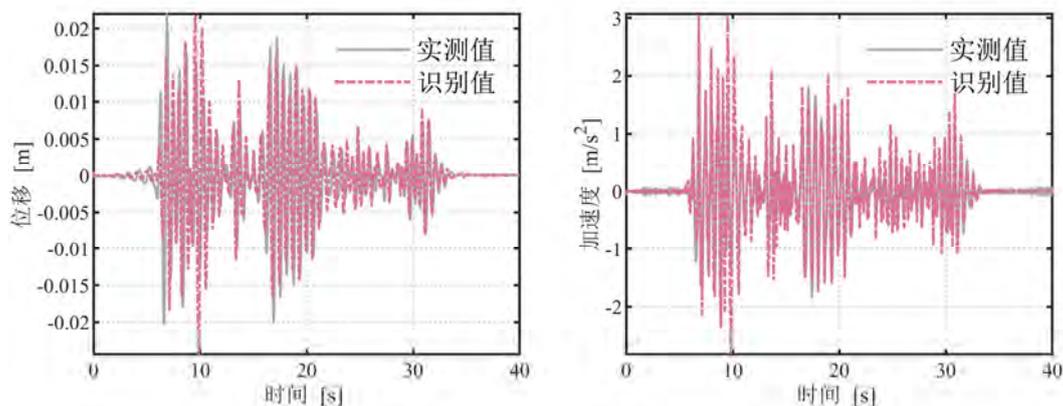
分别采用三种地震波当峰值加速度变化范围从 100gal~300gal 变化时的加速度作为输入激励时结构的加速度响应作为识别观测量，对两种惯容系统参数进行识别，识别结果汇总于表 3.11 中。基于第 2 章提出的 CBIS 的理论模型和数值计算方法，利用安装 Cu5-E10 装置工况下的识别参数，进行地震波作用下结果响应的计算，并将其结果和试验实测数据进行对比，实测结果和识别结果吻合地均较好，这里选取每种地震波激励中 100gal 幅值作为举例，图 3.16 所示。由图可知，可以充分说明惯容系统识别参数的准确性，也表明本文提出的数值分析方法可以用于指导拉索连接惯容系统的设计和应用。

表 3.11 惯容系统参数识别结果汇总

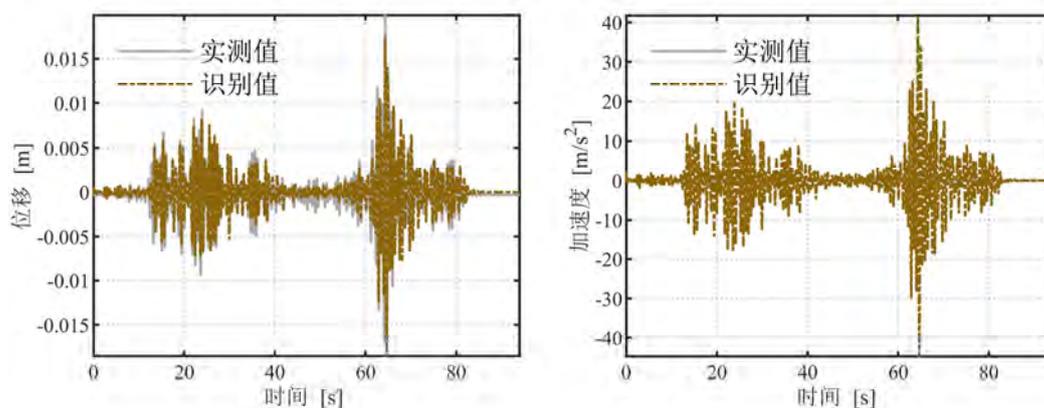
识别值 地震波		表观质量 (kg)		阻尼系数 (N.m/s)		附加阻尼比	
		Cu5-E10	Cu20-E10	Cu5-E10	Cu20-E10	Cu5-E10	Cu20-E10
El Centro 波	100gal	7.78	10.58	187.23	275.04	0.26	0.39
	200gal	8.62	11.78	169.84	276.14	0.24	0.39
	300gal	9.98	11.41	163.35	271.73	0.23	0.38
311 地震波	100gal	8.85	11.87	181.45	277.41	0.26	0.39
	200gal	10.86	14.03	155.23	270.44	0.22	0.38
	300gal	11.21	14.12	147.46	270.15	0.21	0.38
上海人工波	100gal	7.24	9.78	200.44	274.27	0.28	0.39
	200gal	9.05	11.85	178.86	269.36	0.25	0.38
	300gal	9.46	11.83	171.57	269.96	0.24	0.38



(a) El Centrol 地震波 (工况 15)



(b) 311 地震波 (工况 19)



(c) 上海人工波 (工况 23)

图 3.16 结构加速度和位移识别值与试验值对比 (Cu5-E10)

由表 3.11 可知, 使用 20mm 厚铜板的 CBIS 的表观质量大于 5mm 厚铜板的 CBIS, 这与第 2 章中惯容元件表观质量的计算公式得到的结果相一致。但是, 与自由振动试验中使用的 Cu5-E10 (表 3.6) 的表观质量 17.69kg 相比, 振动台试验中 Cu5-E10 所有工况的表观质量 (7.78kg~11.21kg) 偏小很多; 而且 Cu20-E10 表观质量的识别值和理论值 47.69kg 相比, 也相差较大。这是由于在振动台试验中, 当输入地震波激励时, 连接结构和惯容装置的拉索出现变形、应力松弛和夹具的滑移现象, 拉索的位移传递效率降低 (导致公式 2.5 中  $\cos\theta$  降低), 导致惯容装置的工作效率降低, 基于试验数据的惯容识别参数较小 (在参数分析中, 可以通过参数优化实现改进)。此外, 该惯容装置是通过滚轴和拉索, 将地震激励下结构的振动响应转换成惯容装置的转动, 该位移放大机制有待改善, 这也是该装置物理实现上的局限。在阻尼耗能方面, Cu5-E10 惯容装置和 Cu20-E10 惯容装置均表现出了较佳的耗能能力。其中 Cu20-E10 的耗能能力优于 Cu5-E10, 这是因为 Cu20-E10 中惯容元件吸收的能量较大, 从而阻尼元件可以消耗较多的能量, 充分体现了惯容系统的工作机理。

### 3.2.4 惯容装置的衰减率

本节将对 Cu5-E10 和 Cu20-E10 两种装置在地震动激励下的减震效果进行分析。在不同地面峰值加速度（100gal、200gal 和 300gal）的 El Centro 地震波记录、日本 311 地震波记录和上海人工波激励下，分别选择结构绝对加速度和相对位移的峰值和均方值衰减率作为惯容装置减震效果的评价指标，该值越大，代表减震效果越好，定义如下：

$$\text{衰减率} = \frac{\text{Peak/RMS(无控结构)} - \text{Peak/RMS(有控结构)}}{\text{Peak/RMS(无控结构)}} \quad (3.12)$$

其中，峰值衰减率反映了某一具体时刻结构的动力响应的控制效果，均方值衰减率反映了在整个振动过程中结构的动力响应的控制效果以及耗能效果。表 3.12 和表 3.13 分别列举了在不同强度地震动作用下，安装两种惯容装置的结构位移和加速度的衰减率。

表 3.12 位移响应衰减率汇总

PGA (gal)	惯容装置	El Centro 波		311 地震波		上海人工波	
		峰值	均方值	峰值	均方值	峰值	均方值
100	Cu5-E10	63.88%	83.28%	-3.13%	54.78%	53.95%	79.84%
	Cu20-E10	73.07%	86.84%	45.63	70.42%	72.77%	84.32%
200	Cu5-E10	56.18%	79.27%	-11.37%	43.29%	41.87%	76.06%
	Cu20-E10	69.37%	84.40%	41.13%	65.76%	64.94%	80.53%
300	Cu5-E10	53.94%	70.95%	-7.60%	41.82%	26.89%	64.34%
	Cu20-E10	69.29%	81.23%	41.45%	65.35%	54.89%	71.28%

表 3.13 加速度响应衰减率汇总

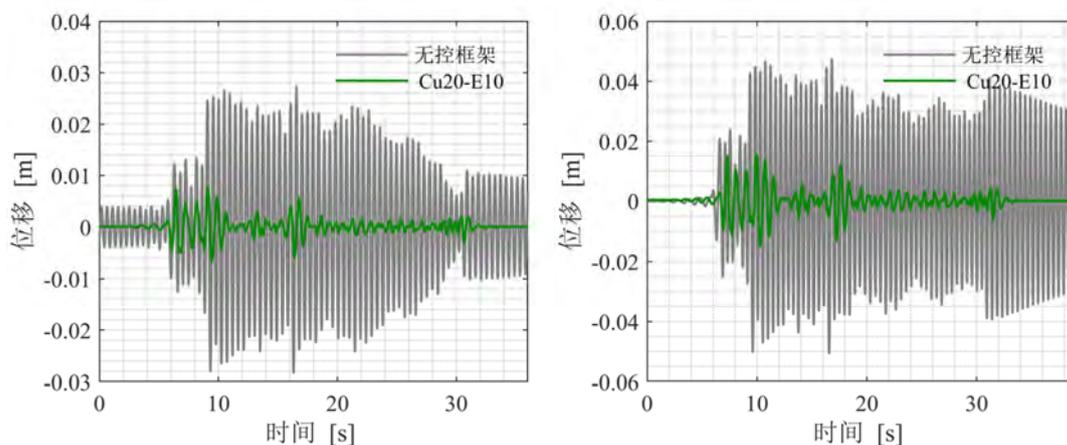
PGA (gal)	惯容装置	El Centro 波		311 地震波		上海人工波	
		峰值	均方值	峰值	均方值	峰值	均方值
100	Cu5-E10	73.07%	91.29%	48.59%	77.21%	73.62%	89.49%
	Cu20-E10	68.79%	90.38%	73.50%	85.61%	62.81%	84.92%
200	Cu5-E10	70.32%	89.63%	44.24%	71.55%	67.64%	87.54%
	Cu20-E10	68.86%	90.87%	77.42%	86.92%	64.26%	85.34%
300	Cu5-E10	72.36%	85.51%	44.13%	71.04%	61.19%	81.42%
	Cu20-E10	76.64%	90.87%	71.42%	86.88%	56.58%	81.72%

由表中数据可知，CBIS 的减震效果良好。从时域来看，CBIS 可有效控制结构顶层加速度响应和位移响应，将响应峰值控制在了较低水平，同时，阻尼元件的存在，有效增加了系统的阻尼，使波峰过后的结构位移响应快速衰减，阻尼元件发挥了良好的耗能作用。

对于结构位移的控制效果而言，装置 Cu20-E10 优于 Cu5-E10，尤其在 311 地震波作用下，Cu5-E10 工况出现了衰减率为负数的情况，意味着安装惯容装

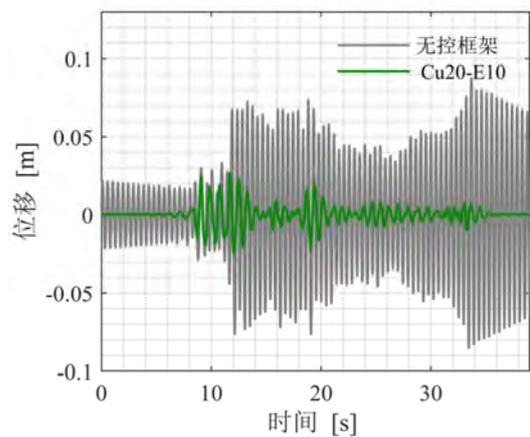
置后结构的峰值位移比原结构的峰值位移大，这是由于 311 地震动持时较长，经历第一个加速度峰值后拉索出现松弛现象，这直接降低了减震效果。但位移均方值衰减率均大于 40%，依旧可以保证整个过程中的控制效果。Cu20-E10 的位移控制较好，是因为 20mm 厚的飞轮产生了更大的表观质量，可以吸收更多的地震能量，阻尼元件可以消耗更多的能量，因此结构的动力响应就可以大幅减小，这与表 3.11 中的参数识别结果相一致。对于结构加速度的控制效果，两个装置的控制效果均较好，这里以 Cu20-E10 为例，绘制在所有地震激励下结构加速度和位移响应的对比图，如图 3.17 和图 3.18 所示。其中需要说明的是，在 El Centro 波和上海人工波无控框架的时程曲线中，初始时刻结构存在较小的位移和加速度，这是由于试验开始前的白噪声后使结构存在一个初始位移和加速度。由于初始位移和加速度较小，不影响惯容装置减震性能的验证。

由下图和衰减率汇总数据可知，拉索连接惯容装置的位移控制效果与输入地震波的类型有关，对于位移响应均方值的控制效果而言，以 Cu20-E10 为例，El Centro 波和上海人工波作用于结构时的控制效果为 71%~86%，311 地震波作用下的控制效果为 65%~70%。此外，无论是加速度还是位移响应，能量的耗散能力并不会随输入地震动峰值强度的增大而降低，同一个地震动输入下，当 PGA 从 100gal 增大到 300gal 时，均方值衰减率基本可以维持在相同的程度，上下波动很小，这也说明了该拉索连接惯容装置的有效性和稳定性。

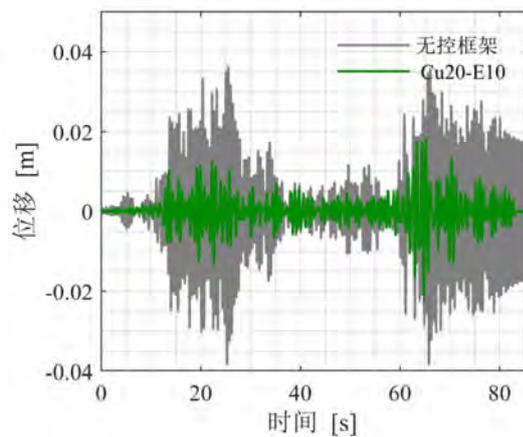


(a) El Centro 波 100gal

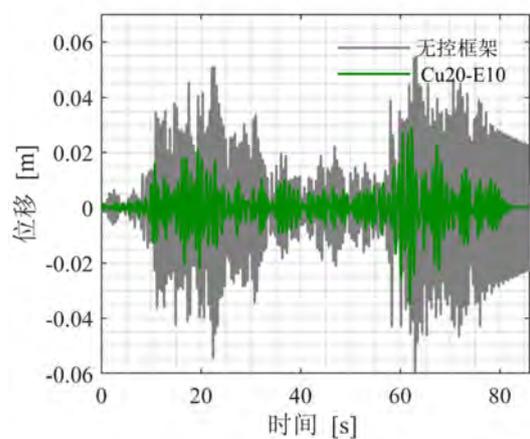
(b) El Centro 波 200gal



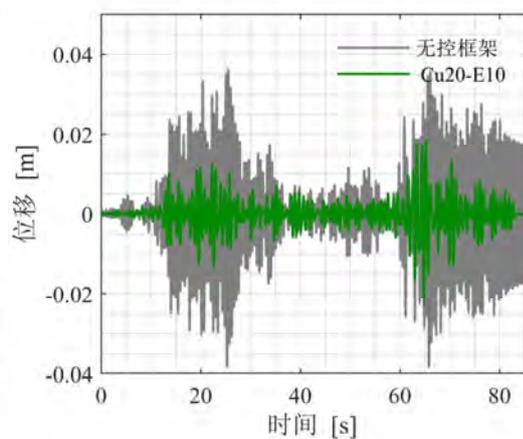
(c) El Centro 波 300gal



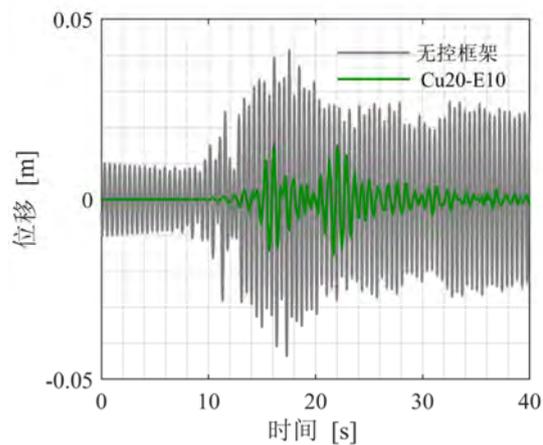
(d) 311 地震波 100gal



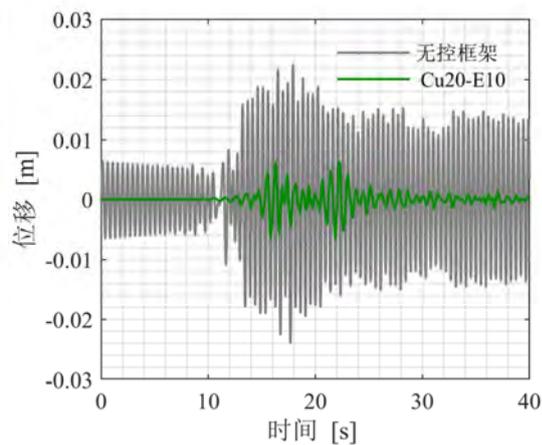
(e) 311 地震波 200gal



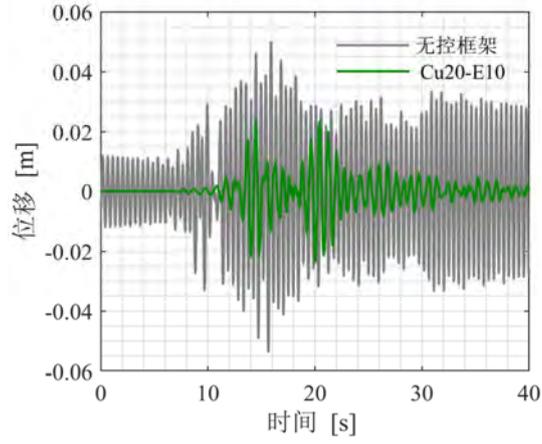
(f) 311 地震波 300gal



(g) 上海人工波 100gal

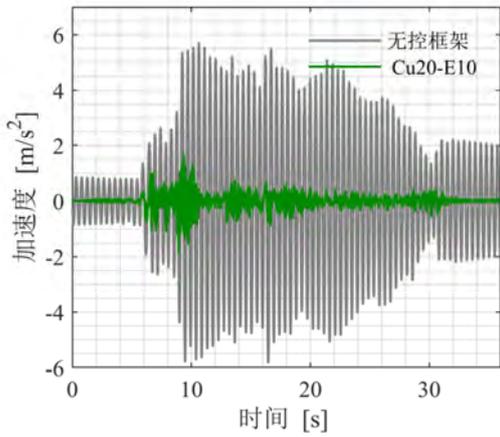


(h) 上海人工波 200gal

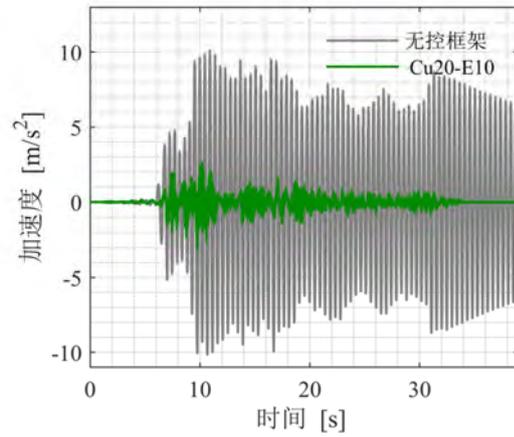


(i) 上海人工波 300gal

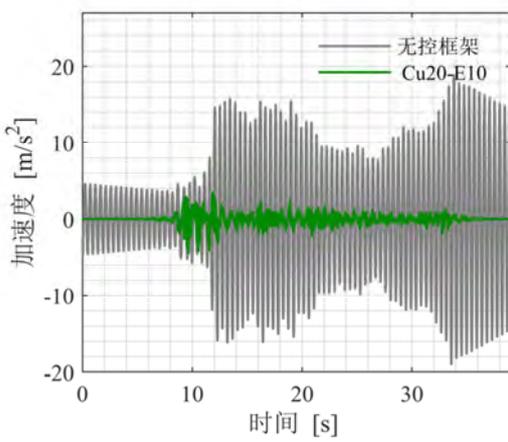
图 3.17 有控无控框架相对位移时程对比 (Cu20-E10)



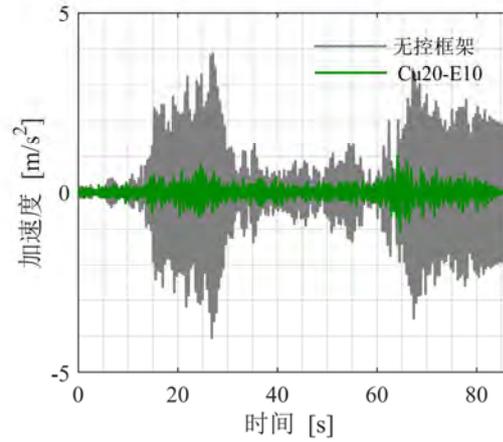
(a) El Centro 波 100gal



(b) El Centro 波 200gal



(c) El Centro 波 300gal



(d) 311 地震波 100gal

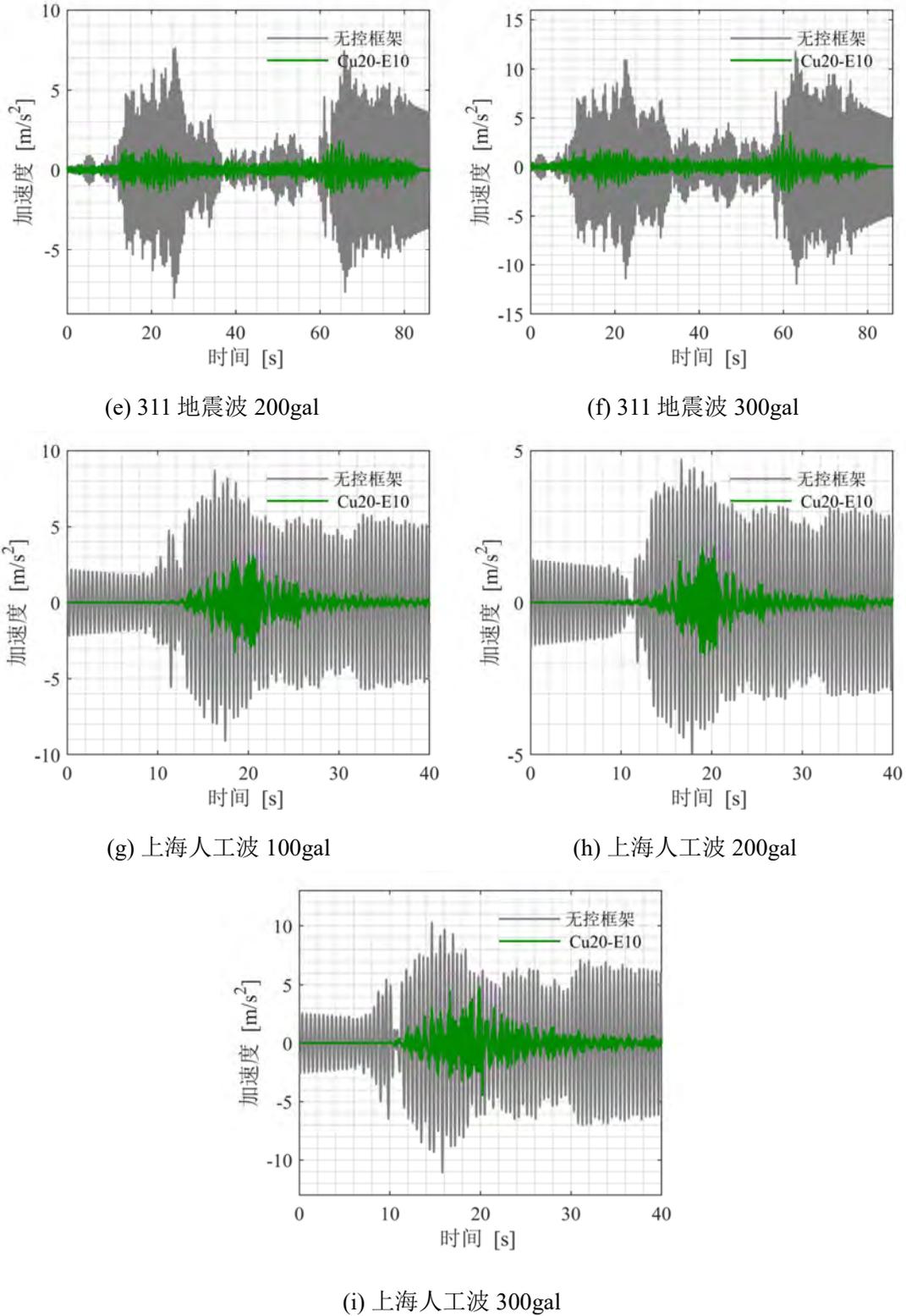


图 3.18 有控无控框架绝对加速度时程对比 (Cu20-E10)

由表 3.12 可知，位移峰值减震效果不佳，这是由于惯容装置或者说所有利用附加质量减振的设备都不能抑制结构的起振；同时，从静止进入运动状态时惯容装置需要克服更大的摩擦，因此惯容装置也不是即时启动的。因此，在每

当激励突然增大时，峰值位移的减震效果就会不佳。但是位移的均方值、加速度的峰值与均方值都有较大的衰减率，特别是加速度的均方根衰减率。这说明从外界输入结构的能量很大程度地被惯容装置吸收并耗散掉，这其中惯容装置的阻尼元件和摩擦耗能起到了很大的作用，也因此可以说明，通过该装置进行结构的振动控制是可行和有效的。

本节对两种惯容装置的衰减率进行对比分析，数值模拟结果和试验结果吻合程度较好，验证了上一章提出的理论模型的合理性。虽然，通过振动台试验数据可以看到装置的动力减震性能较佳，这与惯容减震系统的参数设计有关，以 Cu5-d-10 装置为例，该装置的惯质比可达 0.3，阻尼比接近 30%，惯容放大机制的效率不高，表观质量是物理装置的 5.4 倍，故以较大的飞轮和阻尼力为代价获得了较好的减震效果，这也是该装置惯容物理实现上的局限性。因此，本团队提出了基于丝杠机制的自平衡惯容装置，丝杠能够将较小的轴向位移转换成较大的角位移，传动效率高，实现了对滚轴型惯容装置进行了性能提升，下文对该装置的优进行详细的阐述。

### 3.3 丝杠式惯容装置

传统的丝杠式惯容装置利用丝杠机制将直线运动转化成高速旋转运动，从而使飞轮获得质量放大的效果。但由于在丝杠端部存在不平衡的扭矩，因而连接构造复杂。本团队<sup>[174]</sup>提出将飞轮分为两半（如图 3.19 所示），调整丝杠的螺纹方向使两个飞轮的旋转方向相反，达到相同的调谐作用，同时使得丝杠端部的不平衡扭矩被抵消，实现了丝杠式惯容系统的自平衡。本节利用拉索支撑仅提供轴向约束的特点，简化连接节点的构造，避免多维地震作用下的应力集中问题，采用端部扭矩可以自平衡的惯容装置以及构造简单的阻尼元件，形成自平衡惯容系统。



图 3.19 自平衡惯容装置实物图

### 3.3.1 自平衡惯容系统的提出

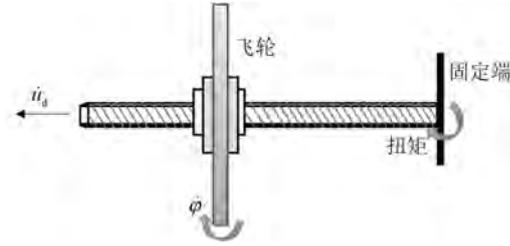


图 3.20 传统惯容器示意图

图 3.20 是经典飞轮丝杠式惯容器，丝杠被固定于一固定端上以防止丝杠产生自转；飞轮被丝杠驱动，但只能绕轴自转，不能发生沿丝杠轴线方向的运动。假设固定端推动沿丝杠轴向的相对运动速度为  $\dot{u}_d$ ，则飞轮绕轴旋转的速度为  $\dot{\varphi} = 2\pi\dot{u}_d/L_d$ ，其中  $L_d$  为丝杠的导程。假设质量为  $m$ ，直径为  $R$ ，则飞轮的转动惯量  $J = mR^2/2$ 。丝杠轴线上的惯性力就是惯容元件的出力，该出力做功与飞轮旋转做功相等，有：

$$L_d \cdot F = 2\pi \cdot J \ddot{\varphi} \quad (3.13)$$

将惯容元件的惯性力表达式带入式(3.13)中，由于丝杠的加速度差和飞轮的角加速度有线性关系：

$$\frac{u}{\varphi} = \frac{\dot{u}}{\dot{\varphi}} = \frac{\ddot{u}}{\ddot{\varphi}} = \frac{L_d}{2\pi} \quad (3.14)$$

可解得该丝杠式惯容器的表观质量为：

$$m_d = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi R}{L_d} \right)^2 \right] m = \rho m \quad (3.15)$$

式(3.15)中， $m$  即为飞轮的物理质量， $\rho$  为被放大的倍数， $m_d$  为一个飞轮的表观质量，可以看出，丝杠式惯容装置可以通过增大飞轮的直径或者减小丝杠的导程来放大飞轮原本的物理质量，丝杠导程的选择会直接影响丝杠式惯容装置的表观质量放大系数，丝杠导程越小，放大倍数越大， $\rho$  与  $1/L_d^2$  成正比<sup>[174]</sup>。

传统惯容器在连接端上存在扭矩，连接构造上较为复杂。在图 3.20 所示的传统惯容器中，由于丝杠右端固定，因此在飞轮和固定端之间的丝杠会产生扭矩。扭矩的大小由下式决定：

$$J_F \ddot{\varphi} = T_{SF} \quad (3.16)$$

其中， $J_F$  为飞轮的转动惯量， $T_{SF}$  为丝杠驱动飞轮的扭矩， $\ddot{\varphi}$  为丝杠的角加速度。在设计惯容器时，应当注意惯容器的出力不应过大，否则这个扭矩将会破坏丝杠。同时，实际工程中的地震是三向的振动，对于传统惯容器来说，丝杠两端

不能完全固定于结构上，需要将丝杠两端的垂直于丝杠轴线方向上的位移释放，否则这两个方向上的位移同样也会对惯容器产生不必要的内力。事实上，传统惯容装置中丝杠两端的扭矩是这些问题产生的根本，这正是本团队提出自平衡惯容装置的原因。

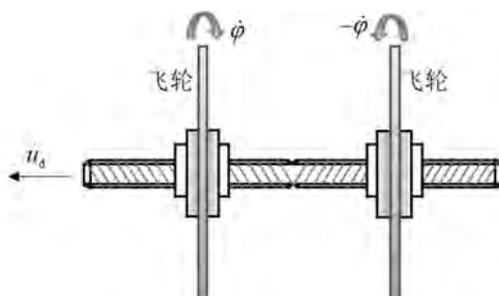


图 3.21 自平衡惯容装置示意图

惯容装置产生惯性力与飞轮的旋转方向无关，因此可以考虑将单个飞轮拆分为两个飞轮，但是双飞轮通过改变丝杠的螺纹方向来达到相反旋转。图 3.21 为自平衡惯容装置的示意图，自平衡惯容器将传统惯容器的单个飞轮拆分为两个转动惯量相等的飞轮，两个飞轮在两侧导程相等但是旋向相反的螺纹上运动，这样两个飞轮的转速相同但转向相反。同样，假设丝杠发生向左的轴向运动，左侧第一个飞轮顺时针旋转，第二个飞轮逆时针旋转。因此，可以写出运动方程如下：

$$(-1)^{i+1} J_{Fi} \ddot{\phi} = T_{SF_i} \quad (i=1,2) \quad (3.17)$$

其中， $i$ 用以区分左右两个飞轮。由于相互作用力是相同的，因此对于丝杠来说可以写出力学平衡方程：

$$T_{FS1} + T_{FS2} = -T_{SF1} - T_{SF2} = -J_{F1} \ddot{\phi} + J_{F2} \ddot{\phi} = 0 \quad (3.18)$$

$T_{FS1}$  和  $T_{FS2}$  代表两个飞轮对丝杠的反作用力。式(3.18)可以证明丝杠达到了自平衡，无需另外限制丝杠的转动。同时，如果自平衡惯容器和传统惯容器能够达到相同的调谐效果，即表观质量相同的情况下，自平衡惯容器丝杠上的扭矩为传统惯容器的一半。

图 3.22(a)为传统惯容装置丝杠上的扭矩图。对于自平衡惯容装置，可以先假定右端固定，并只考虑单个飞轮的情况，如图 3.22(b)所示。由于两个飞轮的转速相反，因此这两个飞轮分别对丝杠产生的扭矩的大小相同但方向相反，并且大小均为传统惯容装置的一半。叠加这两个扭矩图得到图 3.22(c)，此时丝杠的扭矩只分布在两个飞轮之间的丝杠上，而在飞轮以外部分的丝杠上没有扭矩，因此右侧的固定端可以取消，形成自平衡惯容器的内力分布图。由于丝杠两端

没有扭矩，惯容器的连接难度可以大大降低，可以采用拉索这样的柔性连接方式。自平衡式惯容器连接简单，实际工程应用也会更加方便，不需要考虑释放另外两个方向上的位移。同时，由于双飞轮的转速相反，利用飞轮间的双倍的相对速度可以进一步放大阻尼效应，增加耗能能力。并且，如果阻尼力和飞轮的运动状态有关（如阻尼力和飞轮转速成正比），那么阻尼力并不会影响惯容器本身的自平衡性。假设两个飞轮上的阻尼力矩分别为  $T_{D1}$  和  $T_{D2}$ ，由于双飞轮的运动状态只是方向上不同，则两个阻尼力矩也是大小相等方向相反。式(3.17)可以改写为：

$$(-1)^{i+1} J_{Fi} \ddot{\phi} = T_{SF_i} - T_{D_i} \quad (i=1,2) \quad (3.19)$$

可以证明，丝杠此时的自平衡性：

$$T_{FS1} + T_{FS2} = -(T_{SF1} - T_{D1}) - (T_{SF2} - T_{D2}) = -J_{F1} \ddot{\phi} + J_{F2} \ddot{\phi} = 0 \quad (3.20)$$

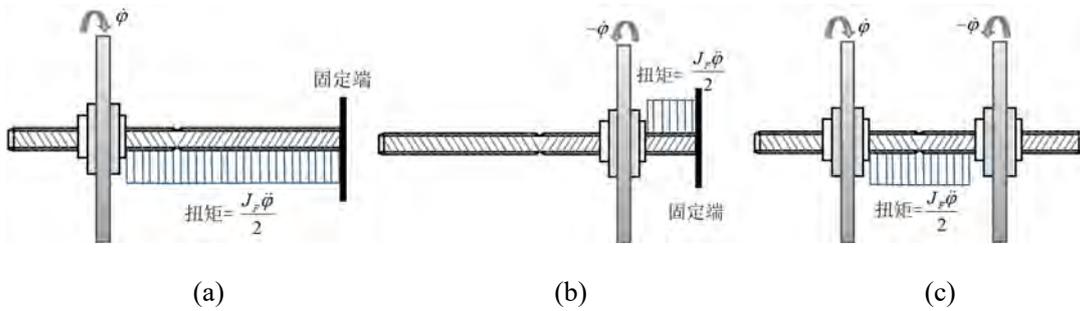


图 3.22 传统和自平衡惯容装置丝杠扭矩示意图

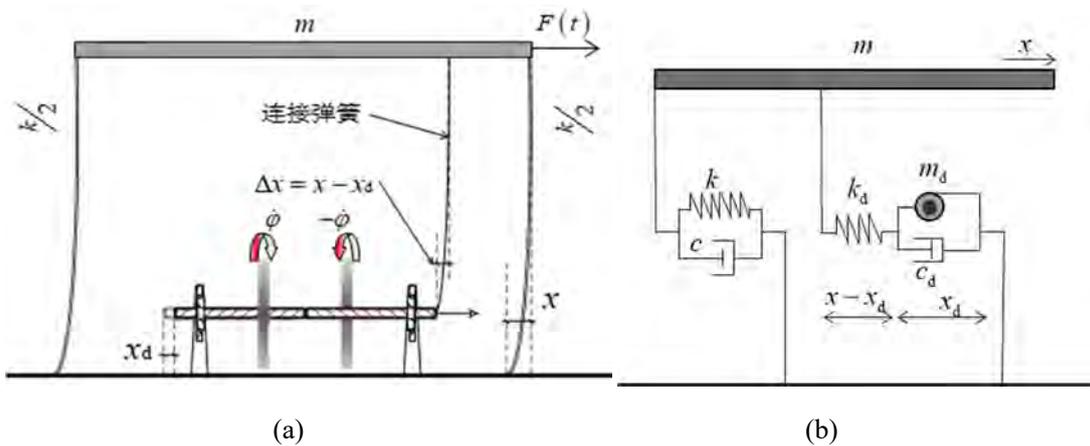


图 3.23 带自平衡惯容装置的框架简图

采用拉索支撑，通过滑轮支座将对角拉索转向后与惯容系统相连，将结构的变形传递给丝杠，丝杠再将直线运动转化为高速的旋转运动，实现惯容表观质量的放大以及激发阻尼元件耗能。

图 3.23(a)显示了装配自平衡惯容系统的单层框架。框架的楼板通过连接弹

簧和自平衡惯容装置相连。整个系统的质量  $m$  认为集中于楼板，框架柱仅提供侧向抗力，其抗侧刚度为  $k$ 。假设楼板受到一个侧向力  $F(t)$ ，以向左运动为正方向，楼板的位移为  $x(t)$ 。楼板产生位移后通过连接弹簧驱动自平衡惯容装置工作。

假设丝杠的轴向位移为  $x_d(t)$ ，则两者之间的位移差值为  $\Delta x = x(t) - x_d(t)$ ，即为连接弹簧的变形量。丝杠不能转动，因此飞轮的转角  $\varphi(t)$  和丝杠的轴线轴向位移  $x_d(t)$  有关系  $x_d(t) = L_d \varphi(t) / 2\pi$ 。假设连接弹簧的刚度为  $k_d$ ，则其内力  $T_N$  为：

$$T_N = k_d \left[ x(t) - \frac{\varphi(t)}{2\pi} L_d \right] \quad (3.21)$$

由于自平衡惯容器在构造上会相对复杂一些，惯容装置内部不同材料之间的接触作用和机械加工缺陷，不可避免带来一些非线性因素，尤其是摩擦力的影响，是难以忽略的，由于惯容构件的非线性耗能行为是不依赖频率改变的，因此可以采用摩擦元件和惯容元件并联的力学模型来模拟自平衡惯容装置，其力学模型见图 3.25(b)所示。假设框架的阻尼系数为  $c$ ，可以写出框架在外界激励  $F(t)$  作用下的运动方程为：

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + T_N = F(t) \quad (3.22)$$

自平衡惯容系统在连接弹簧的驱动下的运动方程为：

$$J\ddot{\varphi}(t) + c_d\dot{\varphi}(t) = T_N \quad (3.23)$$

其中， $J$  为自平衡惯容装置两个飞轮的转动惯量之和， $c_d$  为惯容系统的耗能元件的阻尼系数。

### 3.3.2 自平衡惯容装置的性能测试

#### (1) 构件试验

由于实际装置会存在各部件之间的接触作用和加工制造缺陷，不可避免地会导致摩擦力的产生，给装置带来非线性作用。基于以上对自平衡惯容装置的力学模型的分析，本文首先进行了自平衡惯容装置的构件试验<sup>[184,185]</sup>，旨在测试惯容实物装置的摩擦非线性特性，对该惯容装置进行进一步的性能分析。以 80mm 梯形导程丝杠（记为 T80）为例，惯容构件的参数见表 3.14，表观质量为 23.47kg，阻尼元件和磁体盘的表观质量为 11.6kg，与导体盘的表观质量 11.87kg 基本相等，满足自平衡条件。使用 T80 丝杠的惯容构件中，两个飞轮的加入（磁体盘和导体盘），大幅度增加了装置的表观质量，并且飞轮的惯容放大系数为 35.55 倍。由于丝杠两端没有扭矩，惯容构件的连接难度可以大大降低，因此可以采用拉索这样的柔性连接方式<sup>[178]</sup>。

通过对装置的低频加载，识别装置的摩擦力，构件试验装置如图 3.24 所示，加载示意图见图 3.25。共使用 3 个位移传感器，丝杠两端设置 2 个型号为 LH-S09A-M8 的力传感器，传感器布置位置见图 3.25 所示。

表 3.14 T80 梯形丝杠的惯容表观质量汇总表

	外半径 (mm)	内半径 (mm)	高度 (mm)	体积 (mm <sup>3</sup> )	密度 (g/mm <sup>3</sup> )	物理质量(g)	表观质量(kg)
转接盘×4	37	14	3	11050	0.0028	30.9	0.15
法兰筒×2	25	22	65	28778	0.0028	80.6	0.28
总合						284.8	1.16
磁体盘	90	22	1	23914	0.00785	187.7	4.97
阻尼元件	-	-	-	-	-	23.9	6.63
导体盘	90	22	7	167400	0.0027	448.6	11.87
总合						660.2	23.47



图 3.24 自平衡惯容装置试验平台

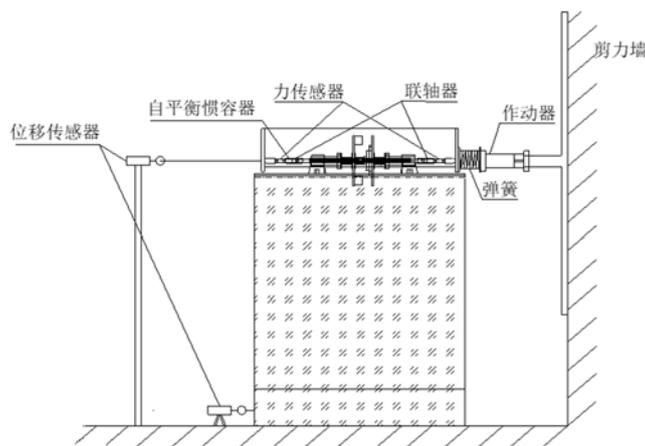


图 3.25 构件测试加载示意图

为了获得装置的非线性摩擦力，在不施加阻尼力的情况下，使用正弦 0.1Hz 低频激励进行加载测试，位移加载幅值为 10mm，此时装置的惯性力较小，整

体出力以摩擦力为主。图 3.26 为惯容装置在 0.1Hz 谐波作用下的出力时程曲线和控制力-变形曲线。由图可知，此时装置的摩擦呈现方波形状，摩擦力幅值为一常数，摩擦力幅值可以通过低频时惯容装置出力识别。通过对试验数据的参数拟合，可以求解得到该装置的摩擦力幅值为 12.70N。因此，该装置摩擦力与丝杠螺母相对速度（即丝杠速度）之间的关系可以用下式表示：

$$F_f = -f_r \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad (3.24)$$

其中， $\operatorname{sgn}$  为符号值函数（当丝杠速度  $\dot{u} < 0$  时，函数值取 -1， $\dot{u} = 0$  时取 0， $\dot{u} > 0$  取 1）， $f_r$  为摩擦力幅值。该式表明摩擦力为在振动过程中是一种大小不变、方向保持与运动方向相反的作用力。

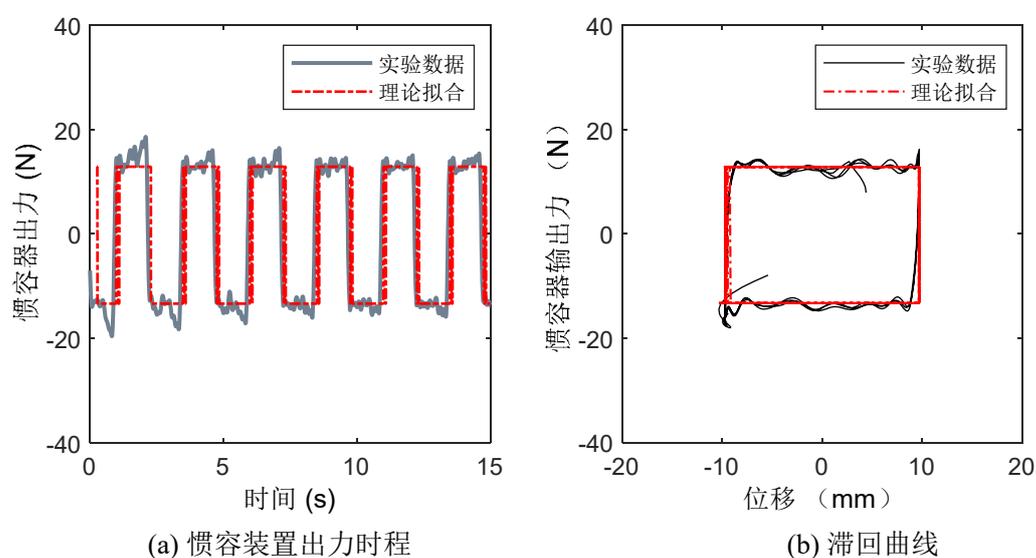


图 3.26 惯容装置控制力时程和滞回曲线（激励频率 0.1Hz，振幅 10mm）

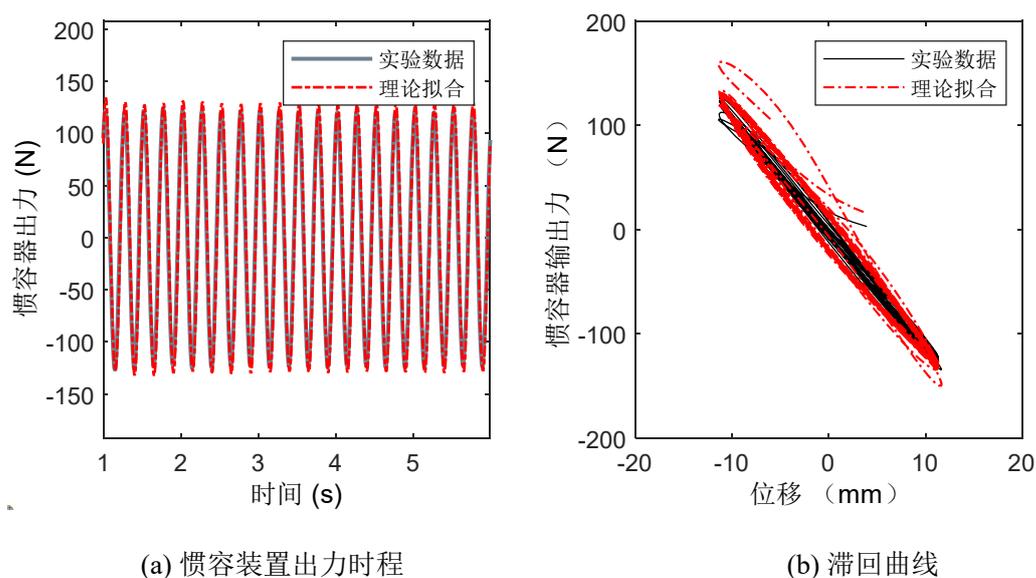


图 3.27 惯容装置控制力时程和滞回曲线（激励频率 4Hz，振幅 10mm）

通过构件试验的低频加载，可以得到丝杠和螺母之间的摩擦力，以及验证了使用库伦摩擦力（式(3.24)）来模拟该系统摩擦耗能的合理性。基于库伦摩擦力模型，对 4Hz 谐波作用下惯容出力进行参数识别（图 3.27），可以得到装置的表现质量为 17.29kg（未安装阻尼元件），与理论值 16.84 误差为 2.6%。因此，考虑库伦摩擦力的自平衡惯容系统的力学模型更为合理，如图 3.28 所示。接下来，基于构件试验的结果和装置的非线性力学模型，旨在分析惯容构件表现质量的放大效果，进行了安装该惯容装置的单层框架的自由振动试验。

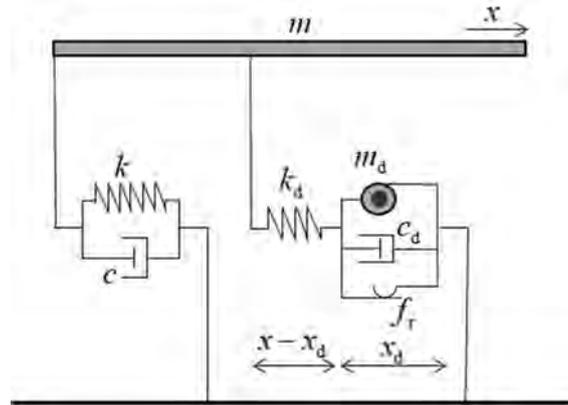


图 3.28 考虑非线性摩擦作用的自平衡惯容系统的力学模型

## (2) 自由振动试验

通过低频正弦激励的构件测试，可以得到装置的摩擦力，使用上节的非线性摩擦力模型，考虑惯容在实际工程中的应用性，将自平衡惯容装置安装在单层框架结构中，通过自由振动试验分别测试惯容装置的惯容放大效应和阻尼效应。本节使用两种类型的丝杠（T80 丝杠和 20mm 导程的滚珠丝杠（记为 G20））通过自由振动试验识别两种惯容装置的表现质量增效特性，试验装置如图 3.29 所示，将惯容装置放置到可视为刚性无限大的工作平台，相当于装置一端接地一端与框架刚接。

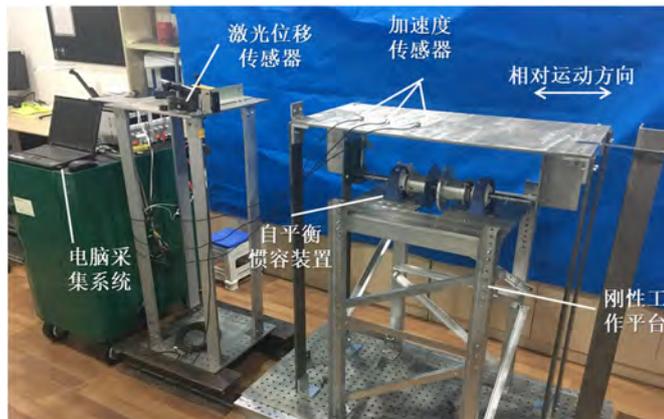
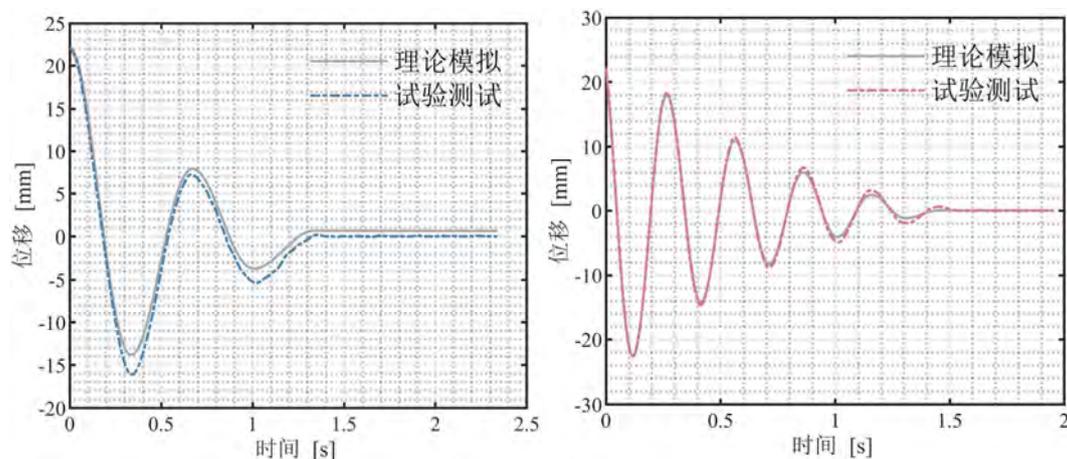


图 3.29 安装惯容装置的单层框架自由振动试验

自由振动初始位移依旧采用式(3.4)进行确定，初始位移定为 2.2cm，装置的自由振动位移时程曲线见图 3.30。从图中可以看出，试验测试值和理论值吻合较好，说明使用库伦摩擦来模拟该系统的摩擦耗能是合理的。同时，通过两种不同类型的丝杠的对比，可以看到采用 T80 型惯容装置的阻尼小于 G20 型惯容装置，安装 G20 型惯容装置的框架自由运动得到了快速的衰减，具体识别结果汇总于表 3.15 中。

表 3.15 自平衡惯容系统参数识别结果

丝杠类型	阻尼系数 $c_d$ ( $N \cdot s/m$ )	附加阻尼比 (%)	摩擦力幅值 $f_r(N)$	表观质量 试验值 $m_d$ (kg)	物理质量 $m$ (kg)	惯容放大倍数 $\rho$
G20	305.42	33.81	30.00	188.74	0.84	224.69
T80	38.58	10.76	12.70	24.63	0.95	25.93



(a) G20 丝杠

(b) T80 丝杠

图 3.30 安装惯容装置的单层框架自由振动位移时程曲线

由表可知，G20 装置丝杠处的摩擦大于 T80 丝杠，这是因为滚珠丝杠对加工精度要求高，工艺水平的限制导致 G20 装置螺母和丝杠间的摩擦增大；此外，由于 G20 丝杠的导程  $L_d$  小，惯容放大倍数  $\rho$  明显高于 T80 装置；G20 丝杠方案中耗能增效也明显高于 T80 丝杠方案。表 3.16 进行表观质量的实验值和理论计算值的对比，可以看出二者之间的误差较小，虽然不可避免得存在摩擦非线性因素的影响，仍然可以说明两种丝杠类型的惯容装置的设计加工的可靠性。

表 3.16 表观质量增效特性试验值和理论值的对比

丝杠类型	表观质量 $m_d$		
	试验值 (kg)	理论值 (kg)	误差 (%)
G20	188.74	196.38	4
T80	23.56	26.56	13

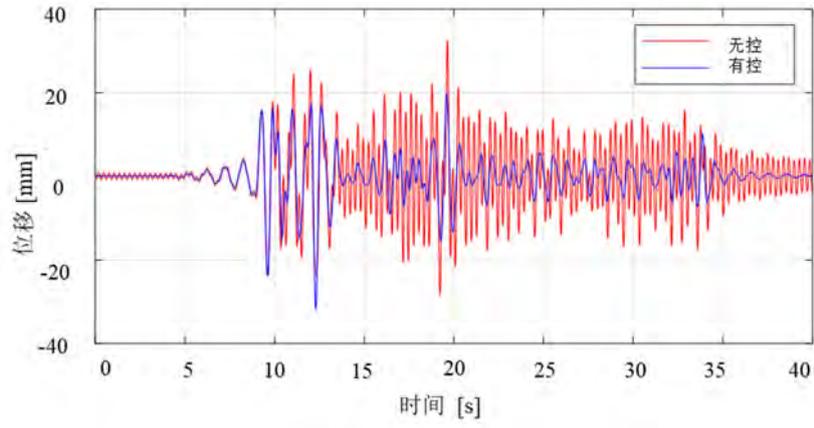
### (3) 振动台试验

基于前述对自平衡装置的理论研究和构件试验结果，为了研究该装置在土木工程领域的应用性和模型的准确性，并探讨地震波对惯容系统各参数的影响，本节以 T80 丝杠型自平衡惯容装置为例，采用拉索连接仅提供轴向约束，通过振动台试验来验证装置的控制效果，试验模型如图 3.31 所示。通过拉索连接惯容装置使其与框架共同工作拉索通过三角钢支架与滑轮改变传力的方向。其中，柱均采用一字型截面柱，尺寸为  $1000 \times 60\text{mm}$ ，厚度为  $10\text{mm}$ ，框架总质量为  $52\text{kg}$ ，拉索与水平面间的夹角为  $\beta$ ， $\cos\beta=0.76$ 。布置 2 个位移传感器，2 个加速度传感器和 2 个力传感器，布置位置见图 3.31。同样采用 3.2 节振动台试验中的 3 条地震波激励，所不同的是，每条地震波加速度峰值为  $100\text{gal}$ 、 $300\text{gal}$  和  $500\text{gal}$ ，试验过程与本章 3.2 节中振动台试验一致，此处不再进行描述。

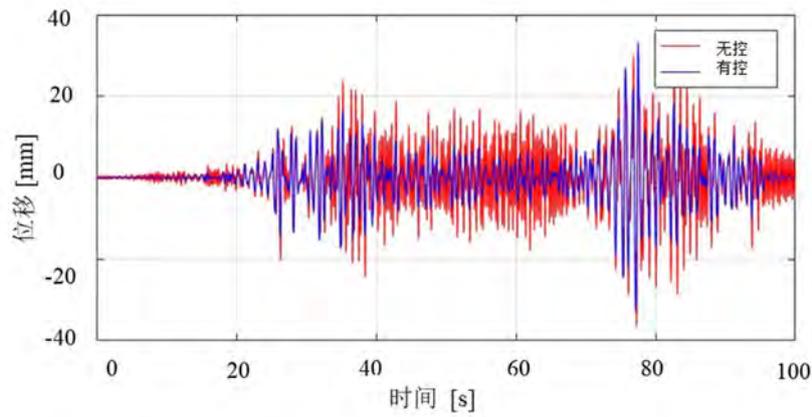


图 3.31 振动台试验装置示意图

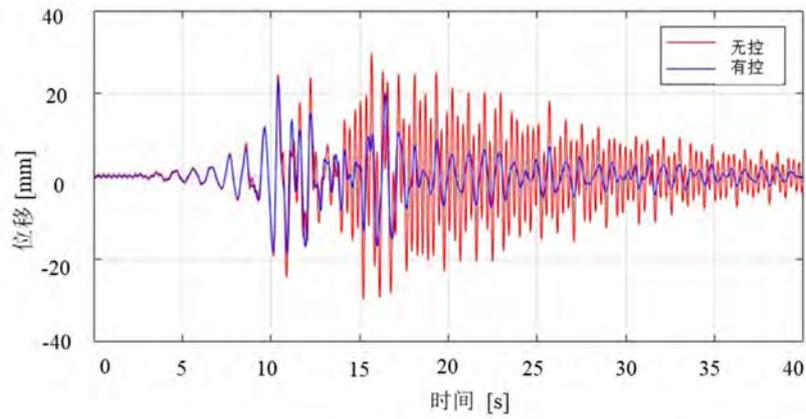
选择惯容减振结构的峰值衰减率和均方值衰减率来综合反映自平衡惯容装置的控制效果，计算公式见(3.12)式，表 3.17 和表 3.18 为装配自平衡惯容装置的框架结构位移和加速度响应的衰减率。当地震波 PGA 从  $100\text{gal}$  增加到  $500\text{gal}$ ，EL Centro 波加速度均值衰减率从  $80.41\%$  提升到了  $83.83\%$ ；311 地震波作用下，加速度均值衰减率从  $78.22\%$  提升到了  $81.30\%$ ；上海人工波作用下，加速度均值衰减率从  $84.03\%$  降低到了  $85.99\%$ ，衰减率均在  $50\%$  以上。均值位移响应的衰减率均在  $40\%$ ，可以看出装置对框架加速度响应的控制效果是十分显著的。其中，以 PGA 为  $300\text{gal}$  为例，对比了有控和无控的框架结构的位移响应控制效果，如图 3.32。



(a) El Centro 波 300gal



(b) 311 地震波 300gal



(c) 上海人工波 300gal

图 3.32 有控无控框架相对位移时程对比

表 3.17 位移响应衰减率汇总

PGA (gal)	El Centro 波		311 地震波		上海人工波	
	峰值	均方值	峰值	均方值	峰值	均方值
100	31.88%	41.59%	24.02%	34.24%	61.60%	59.36%
300	11.08%	49.25%	26.70%	47.20%	50.87%	58.01%
500	17.52%	54.83%	25.61%	37.86%	50.84%	61.09%

表 3.18 加速度响应衰减率汇总

PGA (gal)	El Centro 波		311 地震波		上海人工波	
	峰值	均方值	峰值	均方值	峰值	均方值
100	67.14%	80.41%	72.73%	78.22%	78.07%	84.03%
300	62.20%	84.00%	75.01%	85.31%	77.89%	86.01%
500	55.01%	83.83%	68.61%	81.30%	70.78%	85.99%

基于本节所提出的考虑非线性摩擦作用的自平衡惯容系统的力学模型和振动台试验数据，可以识别惯容系统的表观质量为 24.54kg，与理论值的误差较小，为 7.61%（见表 3.19），证明了本节所提出的非线性力学模型较为合理。

表 3.19 表观质量增效特性试验值和理论值的对比

装置名称	表观质量 (kg)			惯容放大倍数		
	试验值	理论值	误差 (%)	试验值	理论值	误差 (%)
T80 自平衡装置	24.54	26.56	7.61	25.83	27.96	8.25

通过自平衡惯容装置的性能试验可以看到该装置具有很好的振动控制效果和耗散振动能量的作用<sup>[185]</sup>。本节重点讨论自平衡装置的质量增效特性和非线性摩擦的影响。通过本节的讨论，可以看出自平衡装置相比滚轴式惯容装置有了进一步的性能提升，下一节将继续进行讨论。

### 3.3.3 滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置的性能对比

本章通过滚轴式 CBIS 的实物装置以及单自由度结构的试验研究发现该装置物理实现机制的存在局限性导致装置表观质量增效并不显著，但是拉索支撑系统安装方便，为了提升适用于拉索支撑系统的惯容装置，又提出了自平衡惯容系统，实现了另一种 CBIS 的实现机制，对滚轴式惯容装置进行了性能提升。本节将通过表观质量放大效果和附加阻尼比两方面，对滚轴式惯容装置和自平衡惯容装置进行对比分析，其中，以气隙间距 20mm 为例，分析 Cu5-E20 装置、G20 和 T80 自平衡惯容装置的性能参数（以自由振动试验结果为例），如表 3.20 所示。

首先通过理论计算和试验数据进行对比，Cu5-E20 装置表观质量理论放大倍数最小，说明对该惯容进行物理机制的改进是有必要的；其次，T80 装置由

于采用导程较大的丝杠，同样也会带来表观质量增效不佳的情况；最后，G20装置采用滚珠丝杠且为小导程，实现了较佳的表观质量增大效果。同时，基于试验数据识别的阻尼比，G20装置同样也表现出了最大的阻尼比。图3.33可以直观地看到这三个装置性能参数的对比，其中，G20装置的表观质量放大倍数与Cu5-E20相比，提升了28倍（试验值），由此可见，G20装置是一种较为理想的CBIS的实现机制。

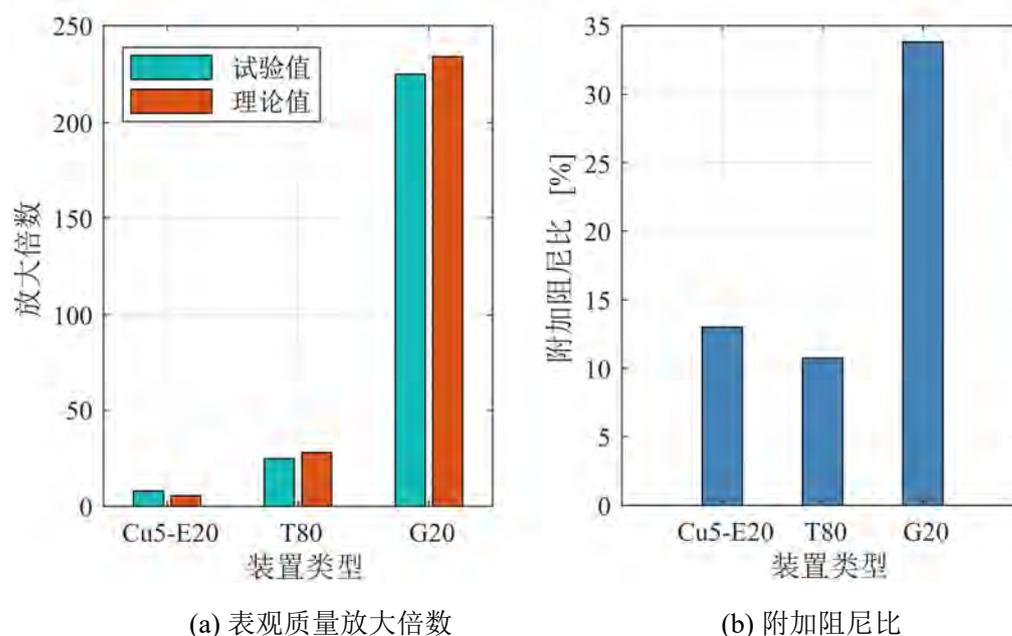


图 3.33 滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置性能参数的对比

表 3.20 不同装置间性能参数的对比

装置名称	表观质量 (kg)		惯容放大倍数		附加阻尼比 (%)
	试验值	理论值	试验值	理论值	试验值
Cu5-E20	17.69	12.03	8.02	5.44	13.02
T80 自平衡装置	23.56	26.56	24.80	27.96	10.76
G20 自平衡装置	188.74	196.38	224.69	233.79	33.81

通过以上的性能对比分析，说明自平衡惯容装置对滚轴式惯容装置实现了性能参数的提升，是一种高效的拉索连接惯容系统的物理实现机制。

### 3.4 本章小结

本章从拉索连接惯容系统的基本组成和基本概念出发，提出了CBIS的两种物理实现方式，通过滚轴式CBIS-单自由度结构的自由振动试验的分析，验证了本文提出的力学模型的合理性；也发现了滚轴式CBIS的物理实现机制在惯容

表观质量放大方面不具有优势。鉴于此，本章提出了自平衡惯容系统，实现了丝杠式 CBIS 的实现方式，也通过试验（构件试验、自由振动试验和振动台试验）和理论研究验证了该装置对滚轴式 CBIS 实现了性能参数的提升，是一种高效的拉索连接惯容系统的物理实现机制。本章的主要结论如下：

（1）本章提出了滚轴式 CBIS 的物理模型，通过自由振动试验证实了该种惯容装置具有较强的耗能能力。气隙是影响电磁阻尼元件的关键因素，在实际工程中，通过调节气隙大小改变附加阻尼比是最有效和最容易的方法。

（2）通过自由振动和振动台试验数据的分析，可以看到滚轴式 CBIS 的减震效果良好。从时域分析的角度看，滚轴式 CBIS 可有效控制结构顶层加速度响应和位移响应，不仅可以降低结构响应的峰值，还可以使结构波峰过后得到更快的衰减。

（3）通过自平衡惯容装置的扭矩和轴力计算，从理论的层面说明了正反牙丝杠能够有效地释放装置端部扭矩，使其能够通过拉索支撑进行连接，实现了便捷的连接方式。建立了考虑摩擦作用的惯容试验减震结构的数值模型，通过自平衡惯容装置的构件试验，验证了该模型可有效模拟考虑丝杠处摩擦作用的惯容减震结构的动力响应趋势。

（4）通过对滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置的性能对比，可以充分说明自平衡惯容装置实现了性能的提升，丝杠式惯容装置在表观质量放大方面具有明显的优势，是一种高效的拉索连接惯容系统的物理实现机制。

（5）本章试验数据识别采用自适应扩展卡尔曼滤波，通过在卡尔曼滤波器中加入一个遗忘因子实现了自适应扩展卡尔曼滤波器，基于实测数据的识别，验证了 AEKF 方法的精度，基于实测数据的分析也验证了本章所提出的惯容装置的理论模型的合理性。

## 第4章 非线性拉索连接惯容系统（NCBIS）的减震机理及优化设计

### 4.1 引言

20世纪80年代末，我国高层建筑进入了快速发展的时代<sup>[186]</sup>。与低层和多层建筑不同，高层建筑在地震激励下的倾覆力矩会导致柱子轴向膨胀和收缩，因此会引起弯曲变形。当结构的高宽比大于4时<sup>[187]</sup>，这种弯曲变形将占主导，在这种情况下，即使在建筑物的各楼层之间安装了减震器，也无法充分发挥减震效果。例如：将惯容装置安装于结构的每一层中，由于层间变形较小，会限制每一个惯容装置的耗能效果，如图4.1(a)(b)所示。如果将支撑部件直接连接到结构顶部（图4.1(c)），则可以充分利用结构的弯曲变形来增加惯容系统的变形，从而增强耗能效果。但是由于所需的支撑构件较长，使用传统的钢支撑会带来屈曲问题。

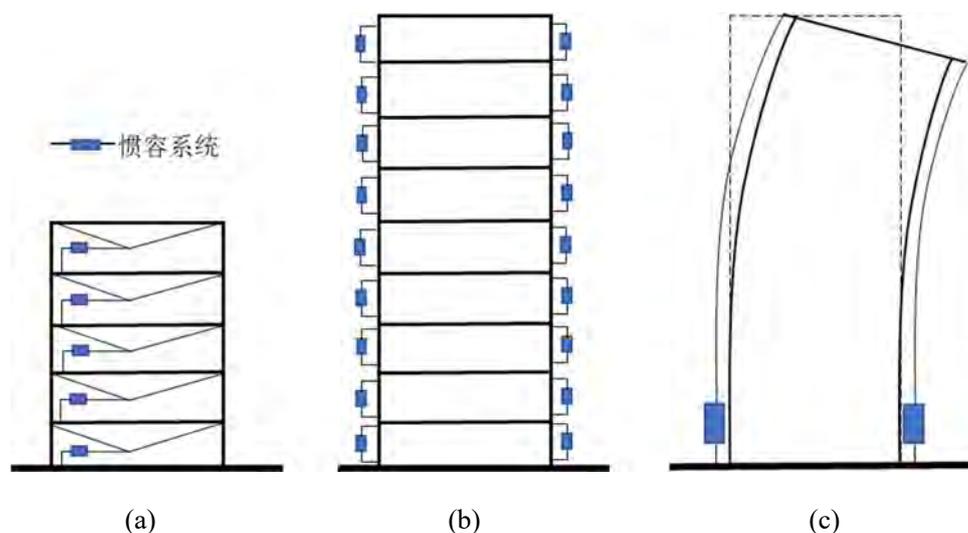


图4.1 惯容系统的安装方式

为了将拉索连接惯容系统进一步推广应用到高层结构的振动控制中并有效降低惯容调谐减震技术的耗能成本，本章提出一种非对称刚度的支撑元件，可以放大阻尼元件的变形实现耗能增效的同时，也可以避免使用具有相同正刚度和负刚度系数的钢材带来的压缩阶段的屈曲问题<sup>[188]</sup>。其次，利用接地惯容的调谐减震技术，提出非线性拉索连接惯容系统（Nonlinear cable-bracing inerter system, NCBIS），研究非线性惯容系统的减震机理。建立弯曲变形驱动模式下

的 NCBS-弯剪型结构的优化设计框架。对非线性系统的动力可靠性进行分析，验证该驱动模式的有效性以及所提优化算法的可靠性。

## 4.2 非线性拉索支撑元件的提出

拉索具有易安装、可用于震后快速恢复的优势，当拉索连接惯容系统应用于高层结构减震中时，还需要考虑拉索以下特点：单方向的驱动性。本节将基于拉索这个特点进行阐述，并提出正负刚度不对称的非线性拉索支撑模型。

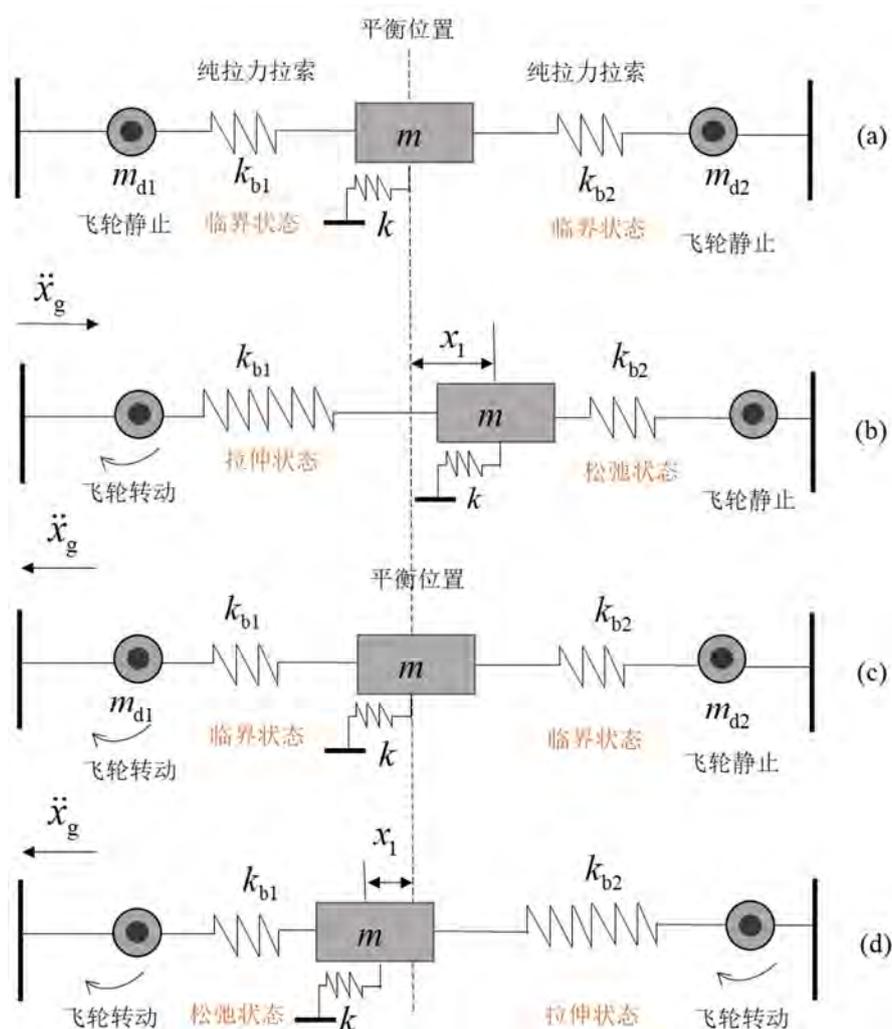


图 4.2 纯拉力拉索模型

由于拉索是一种只能承受拉力的元件，当使用纯拉力拉索支撑（Tension-only cables）传递结构位移，将结构的直线位移转化为惯容系统的旋转运动时，会对惯容系统的行程提出无限大的要求，而这在工程实际中难以实现。例如图 4.2 中所示的单自由度结构（忽略结构阻尼和惯容系统阻尼），当结构（质量  $m$ ，

刚度系数  $k$ ) 处于平衡状态(a)时, 左右两侧的拉索处于受拉的临界状态, 当结构受到向右的激励时 (状态(b)), 产生向右的位移  $x_1$ , 左侧拉索处于拉伸状态, 右侧拉索处于松弛状态, 此时左侧飞轮受到拉索的拉力, 开始转动产生表观质量, 此时由于拉索的单向拉力, 左侧飞轮一直产生向右的行程; 如果此时受到向左的外部激励, 结构会恢复到平衡状态(c), 左右两侧拉索处于受拉的临界状态; 如果激励方向继续向左, 左侧拉索处于松弛状态, 拉索中的拉力消失, 左侧惯容系统的行程暂停, 右侧拉索处于拉伸状态, 右侧飞轮开始转动, 产生转动惯量, 惯容系统的行程向左。当结构受到地震激励时, 会经历多次这个循环, 由于左侧和右侧拉索处于拉伸或松弛状态, 左侧惯容系统会一直产生向右、停止、继续向右的行程, 右侧惯容会产生向左、停止、继续向左的行程, 均无法恢复原位, 在惯容系统的设计时, 均需要无限长的行程。因而, 在实际工程应用中是无法实现的。

如果使用较长的钢管支撑作为高层减震结构的支撑体系, 容易出现压缩侧失稳的现象, 为实现拉索连接惯容系统在高层结构中的应用, 并提高支撑体系的抗屈曲性, 与混凝土相结合, 本章提出了图 4.3 和图 4.4 所示的非线性拉索支撑示意图和非线性支撑的力学模型。其中, 由于混凝土的加入增加了支撑体系的抗压强度。通过拉索和受压材料的结合, 可以实现惯容系统在往复拉力压力作用下的复位, 进一步为实现高层结构中通过弯曲变形触发惯容系统工作。当外部荷载为拉力时, 拉索开始工作, 承受拉力; 当拉力逐渐减小并开始承受压力时, 钢管混凝土发挥作用, 承受压力, 由此产生了正负不对称的刚度。地震是场地的往复运动, 在地震中结构也会经历往复运动, 非线性拉索支撑可以使惯容装置在往复拉力压力作用下, 在有限的行程内实现复位, 同时也避免了支撑构件的屈曲问题, 进一步推广了装置在高层结构中的应用。

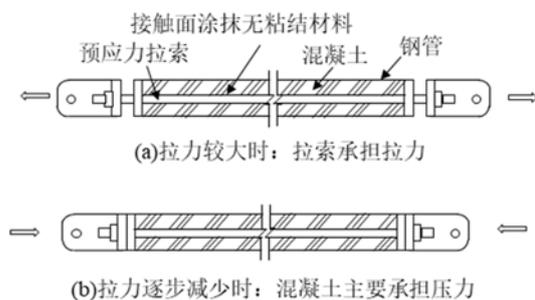


图 4.3 非线性拉索支撑示意图

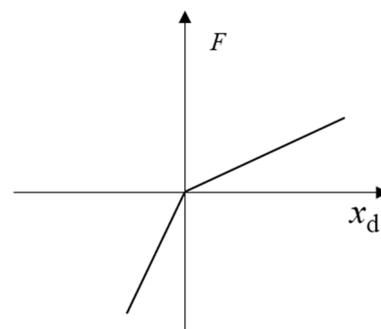


图 4.4 非线性拉索支撑的力学模型

基于图 4.4 所示的力学模型, 非线性拉索支撑的等效刚度  $k_d$  的表达式如式 (4.1), 其中  $k_T$  为受拉时拉索支撑的刚度系数,  $k_C$  为受压时钢管和混凝土支撑的刚度系数。其中受压刚度大于受拉刚度, 其目的是在受拉侧具有适当的低刚度,

而在受压侧具有较高的刚度，从而可以最大程度地防止受压时的屈曲问题。

$$\begin{cases} k_d = k_T, & x_d > 0 \\ k_d = k_C, & x_d < 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

定义支撑元件的压拉刚度比  $\gamma$ ：

$$\gamma = \frac{k_C}{k_T} \quad (4.2)$$

### 4.3 NCBIS 力学模型

用上节中非线性拉索支撑元件替换 CBIS 中的线性弹簧元件，形成非线性拉索连接惯容系统的力学模型，如图 4.5 所示。其中  $k_d$  为支撑元件的等效刚度， $x_d$  为支撑元件的变形， $x$  为 NCBIS 的变形，此时，惯容系统的出力  $F$  为：

$$F = k_d(t)x_d(t) = m_d(\ddot{x}_d(t) - \ddot{x}(t)) + c_d(\dot{x}_d(t) - \dot{x}(t)) \quad (4.3)$$

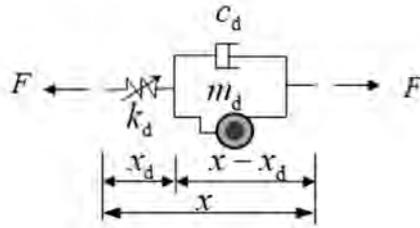


图 4.5 非线性拉索连接惯容系统的力学模型

图 4.6 为 NCBIS-单自由度结构的力学模型，结构的运动方程如下：

$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) + c_0\dot{x}(t) + kx(t) + F(t) = -m\ddot{x}_g(t) \\ F(t) = k_d(t)x_d(t) = m_d(\ddot{x}_d(t) - \ddot{x}(t)) + c_d(\dot{x}_d(t) - \dot{x}(t)) \end{cases} \quad (4.4)$$

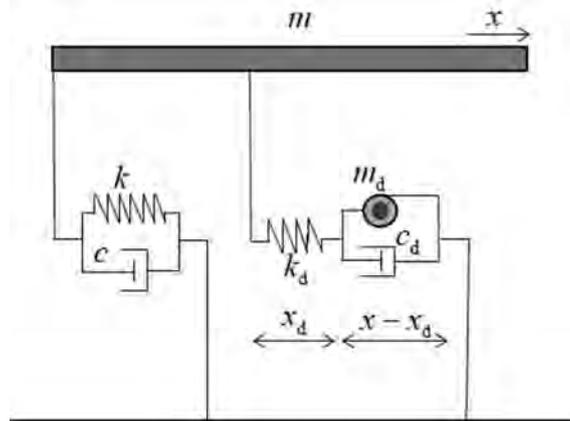
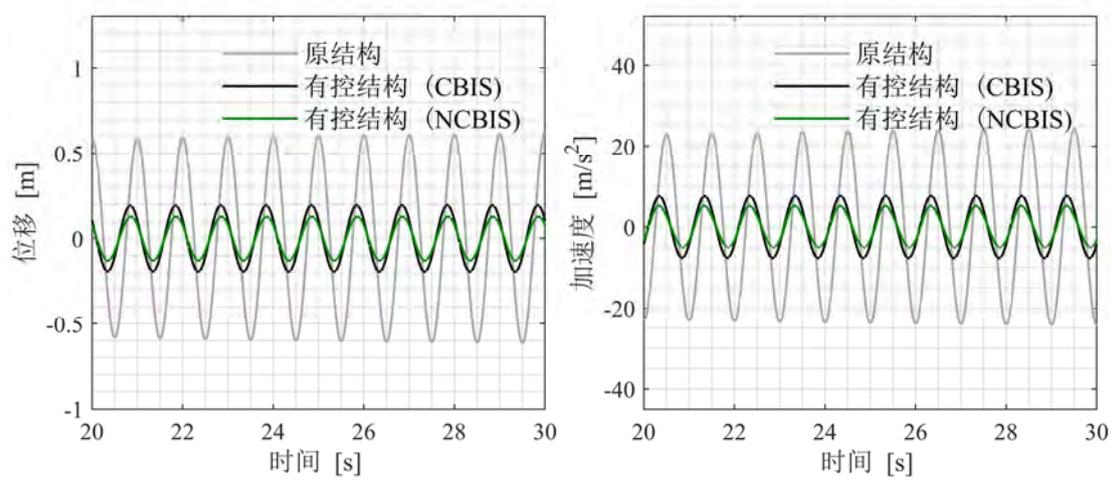


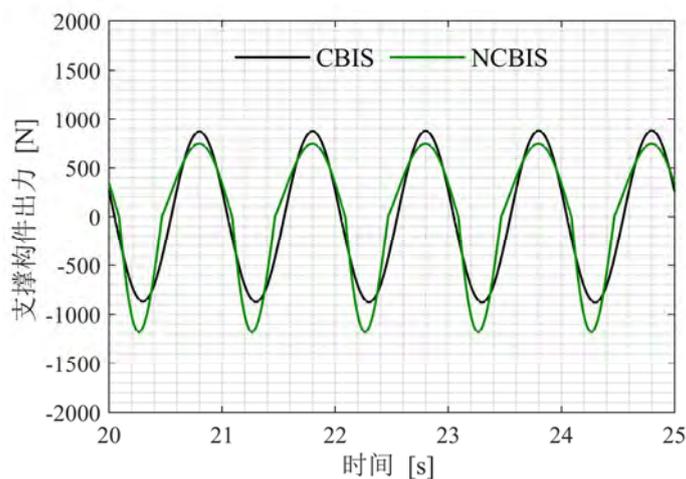
图 4.6 非线性拉索连接惯容系统-单自由度结构力学模型

从简谐激励下设置 NCBIS 的单自由度结构的减振效果来分析，并与相同参数下 CBIS 的减振效果做对比，如图 4.7 所示。其中单自由度结构的自振频率  $\omega_s$  为 1Hz，质量为 1ton，固有阻尼比为  $\zeta=0.02$ ，支撑元件的压拉刚度比  $\gamma$  取 3，NCBIS 与 CBIS 的参数初步由定点理论得到，优化参数将在本章后文中继续探讨。通过简谐激励下结构响应的分析，可以初步看到 NCBIS 的控制效果优于 CBIS，并且 NCBIS 的拉索支撑构件的出力在压缩侧的短周期和拉伸侧的长周期交替发生，减少了受压时间，降低了屈曲发生的可能。NCBIS 各元件的参数变化对不同激励下结构响应的影响将在下文中继续展开。



(a) 位移响应

(b) 加速度响应



(c) 拉索支撑体系的出力

图 4.7 简谐激励下惯容减振系统响应对比

## 4.4 NCBIS-单自由度结构参数分析

### 4.4.1 参数分析指标

首先定义以下无量纲参数，在时域内对 NCBIS-单自由度结构进行参数分析：

$$\omega_s = \sqrt{k/m}, \zeta = c/2m\omega_s, \xi = c_d/2m\omega_s, \mu = m_d/m, \kappa = k_T/k, \gamma = k_c/k_T \quad (4.5)$$

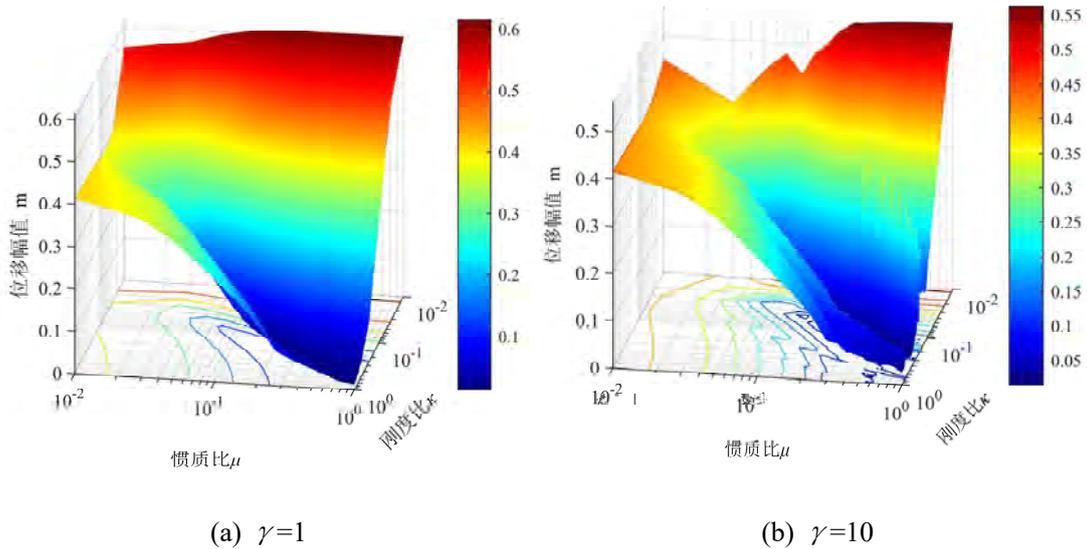
其中，各参数的物理意义与表 2.1 中的设计参数的物理意义相同，此处不再进行描述。定义参数分析指标  $H_{dis}$  为结构位移响应的最大值：

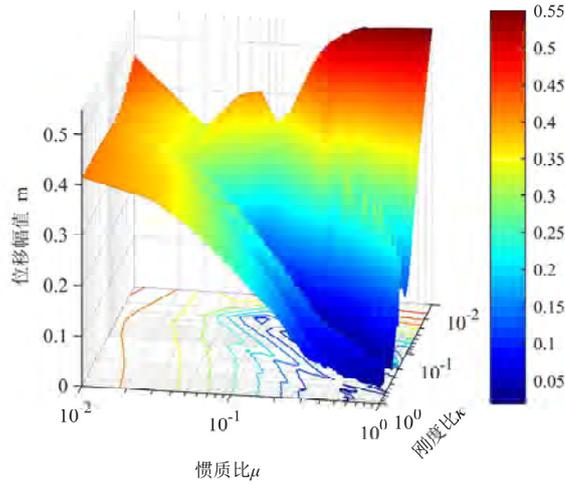
$$H_{dis} = \max|x(t)| \quad (4.6)$$

在参数分析中仍采用本章 4.3 节中单自由度的结构模型，选取惯容系统参数的取值范围：惯质比  $\mu$  取值范围为[0.01,1]，刚度比  $\kappa$  的取值范围为[0.01,1]，附加阻尼比  $\zeta$  的取值范围为[0.01,1]，压拉刚度比  $\gamma$  的取值范围为[1,20]。

### 4.4.2 参数分析结果

当固定惯容系统的附加阻尼比  $\zeta=0.01$ ，分别采取  $\gamma=1, 10, 20$  时结构的峰值位移响应为分析指标，探究系统惯质比  $\mu$ 、刚度比  $\kappa$  以及压拉刚度比  $\gamma$  的变化对参数分析指标的影响，结果如下图所示：



(c)  $\gamma=20$ 图 4.8 NCBIS-单自由度结构峰值位移响应( $\gamma=1, 10, 20$ )

上图所示的三维参数空间中, 各个点的颜色代表对应参数下结构的峰值位移响应, 蓝色代表响应较小, 红色代表响应较大。结构的峰值位移随着惯质比和刚度比的增加而显著降低, 最小值出现在惯质比和刚度比的上边界处, 这意味着此时并没有局部最优解。响应的控制依赖于系统参数的上界, 这在工程实际中难以实现。这也意味着以结构性能为优化目标的非线性惯容系统的参数优化需要添加合理的约束条件, 这将在下文中继续探讨。

图 4.8(a)-(c)中, 随着压拉刚度比  $\gamma$  的增加, 结构的峰值位移响应的整体变化趋势一致, 但是可以发现, 当  $\gamma=10$  和  $20$  时, 峰值位移的上限从  $0.6$  减小到  $0.55$ , 峰值位移的下限从  $0.1$  减小到  $0.05$ , 说明非线性拉索支撑的引入可以降低单自由度结构的峰值位移响应。

由上述工况的分析结果可知, 当系统的刚度比  $\kappa=0.5$  附近时, 结构的位移响应可以达到较小值。因此, 固定惯容系统的刚度比  $0.5$ , 分别采取  $\mu=0.01, 0.05, 0.1$  时结构的峰值位移响应为分析指标, 分析系统附加阻尼比  $\zeta$ 、压拉刚度比  $\gamma$  以及惯质比  $\mu$  的变化对参数分析指标的影响, 结果如图 4.9 所示。

由图 4.9 可知, 随着惯质比的增加, 结构的峰值位移响应的上限有所降低, 从  $0.11$  降低到  $0.1$ 、 $0.09$ , 这与第 2 章中线性惯容系统的参数分析结论相似, 结构的动力放大系数随着惯质比的增加而显著降低。此外, 附加阻尼比的增加有助于降低结构的位移响应; 当阻尼比趋近于  $1$  时, 结构的位移响应在压拉刚度比等于  $10$  的附近出现局部最优, 此时惯容系统的出力如图 4.10 所示。非线性拉索的引入, 使得支撑元件既可以承受拉力又可以承受压力, 由于受压刚度是受拉刚度的  $10$  倍, 故在简谐激励下受压阶段的位移明显小于受拉阶段的位移, 由图可知, 受压位移大约是受拉位移的  $1/3$ , 因此, 承受的最大压力约为最大拉力

的  $10/3$  倍。因此，非线性支撑元件的引入有助于降低结构的峰值位移响应，且存在最优的设计参数可以最大限度地降低结构的目标响应。

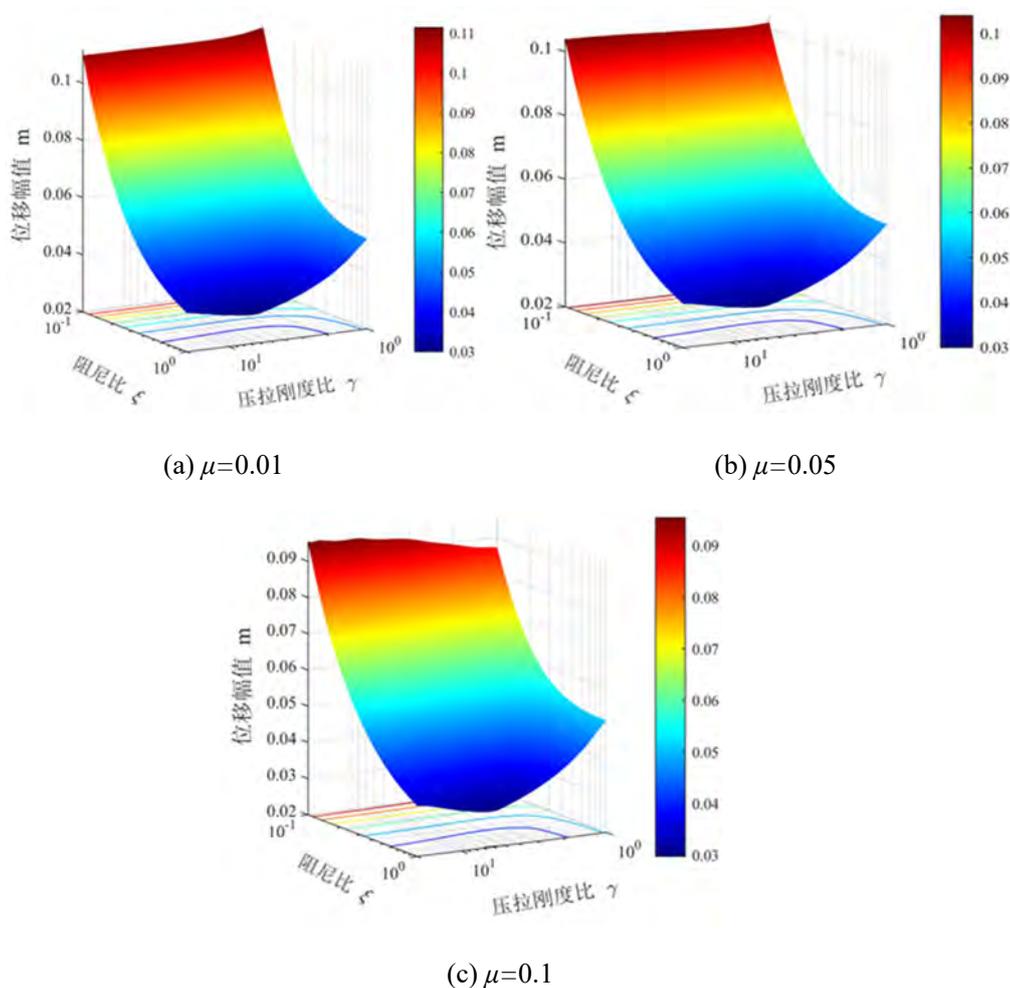


图 4.9 NCBIS-单自由度结构峰值位移响应( $\mu=0.01, 0.05, 0.1$ )

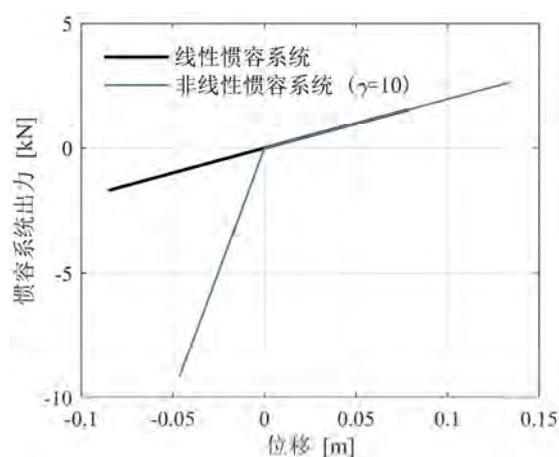


图 4.10 线性、非线性惯容系统出力对比

## 4.5 NCBIS-单自由度结构优化框架

### 4.5.1 优化问题

已知基于特定的性能优化目标非线性惯容系统存在最优的设计参数。本节将通过序列二次规划方法（SQP法），寻找最优的设计参数。首先设置初始惯质比为0.1，根据定点理论确定优化设计的初始参数，见表4.1所示，其中压拉刚度比的初始值分别设为1、3和10。优化目标为结构峰值位移响应最小，优化问题的变量为系统的四个主要无量纲参数：附加阻尼比、惯质比、刚度比和压拉刚度比。

优化问题的约束条件通过将受拉刚度和受压刚度的均值（等效均值刚度）与单自由度结构通过定点理论进行调谐来确定，具体过程如下：

由压拉刚度比 $\gamma$ 的定义以及刚度比的定义可得受压刚度的表达式为：

$$k_c = \gamma k_T = \gamma \kappa k \quad (4.7)$$

定义结构的等效均值刚度为：

$$k_d = \frac{k_c + k_T}{2} \quad (4.8)$$

将式(4.7)带入式(4.8)中可得系统的等效均值刚度的表达式：

$$k_d = \frac{k_c + k_T}{2} = \frac{(1 + \gamma)\kappa}{2} k \quad (4.9)$$

将式(4.9)带入定点理论的调谐公式(1.6)，有：

$$\frac{(1 + \gamma)\kappa}{2} k = \beta_{opt}^2 \mu k = \frac{\mu}{1 - \mu} k \quad (4.10)$$

因此，系统的刚度比可以用惯质比和压拉刚度比进行表达：

$$\kappa = \frac{2\mu}{(1 + \gamma)(1 - \mu)} \quad (4.11)$$

式(4.11)为考虑调谐条件的优化问题的约束条件，因此，NCBIS-单自由度结构的优化问题可以表达为：

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{find} & y = \{\xi, \mu, \kappa, \gamma\} \\ \text{to minimize} & x_{\max}(y) \\ \text{subject to} & \kappa = \frac{2\mu}{(1+\gamma)(1-\mu)} \end{array} \right. \quad (4.12)$$

#### 4.5.2 优化结果及时程分析

##### (1) 参数优化结果

基于式(4.12)的优化问题的数学表达，通过 SQP 法对 NCBIS 进行时域内的优化设计。采用频率为 0~6Hz 的简谐荷载作为外部激励，进行参数优化设计，同时验证 NCBIS 的减振效果。在时域优化和时程分析中，采用 Newmark- $\beta$  法进行结构在地震激励下的动力时程响应分析，采用平均加速度法 ( $\beta=1/4$ ) 即  $\Delta t$  时间间隔内加速度为常数进行非线性地震反应分析的逐步积分。3 组初始参数的优化结果见表 4.1，其中参数  $\alpha$  为耗能增效系数，用来衡量 NCBIS 的耗能增效程度，其定义见式(2.72)。

表 4.1 优化设计参数

工况	$\mu=0.1$				
	设计参数	$\kappa$	$\xi$	$\gamma$	$\alpha$
1	初始参数	0.111	0.199	1.000	-
	优化结果	0.104	0.015	1.141	2.40
2	初始参数	0.056	0.199	3.000	-
	优化结果	0.101	0.015	1.197	2.33
3	初始参数	0.020	0.199	10.000	-
	优化结果	0.099	0.015	1.251	2.34

由上表可知，通过设置等效均值刚度与单自由度结构进行调谐这一优化约束条件，得到的优化 NCBIS 的耗能增效系数均大于 2，这说明该约束条件的设置，不仅可以实现 NCBIS 的调谐，还可以提升耗能元件的利用效率，实现耗能增效机制。其中，以工况 1 为例，将 NCBIS 和线性惯容系统的优化结果进行对比，将不同频率简谐荷载作用下结构加速度和位移响应的峰值绘制于如图 4.11 中。

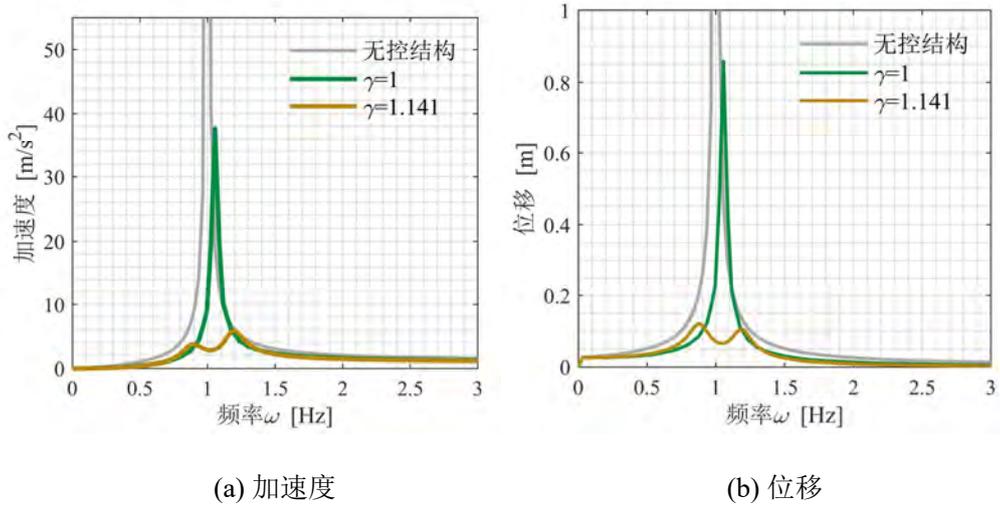


图 4.11 非线性惯容系统与线性惯容系统对比

由图可知，基于优化设计参数的非线性惯容系统相比于定点理论调谐设计的线性惯容系统，可以更好地降低结构的加速度和位移响应的峰值，不论是基于定点理论得到 NCBIS 还是通过优化设计得到的 NCBIS，其控制效果均优于 CBIS，这说明通过调整系统的刚度系数，适当增加受压侧刚度，可以提高惯容装置的减振效果，也说明了等效均值刚度这一约束条件的施加可以得到有效的非线性惯容系统的优化设计参数，NCBIS-单自由度结构的优化设计方法具有可行性。

## (2) 动力时程分析

基于本节的优化设计参数，采用 Newmark- $\beta$  法进行结构在地震激励下的动力时程响应分析，采用上述三种不同压拉刚度比的非线性惯容减振结构的动力时程如图 4.12。

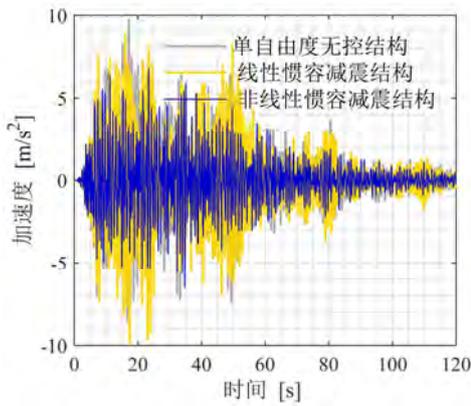
表 4.2 结构位移响应峰值、均方根汇总 (BCJ-L2)

	Peak (m)	RMS (m)	Peak 衰减率	RMS 衰减率
无控结构	0.222	0.048	-	-
工况 1	0.100	0.027	0.550	0.438
工况 2	0.100	0.027	0.550	0.438
工况 3	0.100	0.027	0.550	0.438

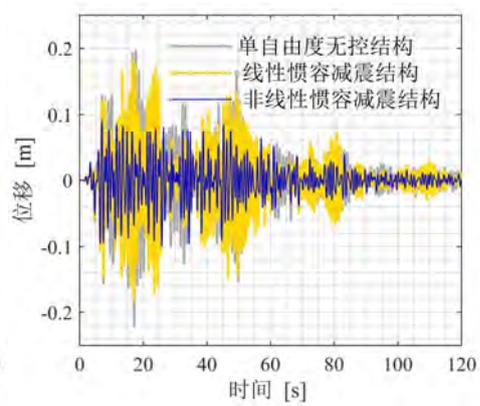
表 4.3 结构加速度响应峰值、均方根汇总 (BCJ-L2)

	Peak ( $m/s^2$ )	RMS ( $m/s^2$ )	Peak 衰减率	RMS 衰减率
无控结构	9.790	2.070	-	-
工况 1	6.783	1.492	0.307	0.279
工况 2	6.829	1.494	0.304	0.278
工况 3	6.827	1.493	0.303	0.279

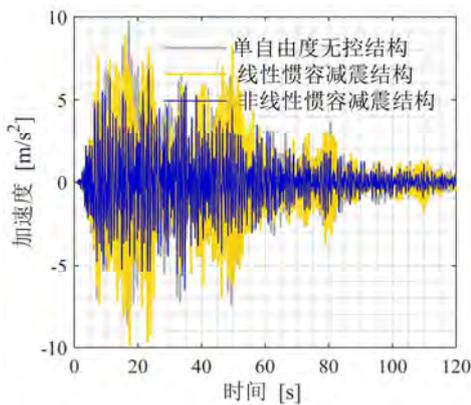
将惯容减震结构的衰减率汇总于表 4.2 和表 4.3 中，三组优化结果的减震效果十分相近，尤其在位移响应的控制方面，采用不同压拉刚度比初值得到的惯容减震结构的控制效果相同。并且位移和加速度的峰值和均方根响应的控制效果均较佳，其中位移的控制效果优于加速度，尤其是峰值位移的控制效果优于均方根值的控制效果，这是因为优化目标的设置是使结构的峰值位移最小化，故峰值位移的控制效果最佳。此外，图 4.12 也列出了 3 种工况下通过定点最优得到的线性惯容减震结构的时程响应。非线性惯容系统的控制效果优于线性系统，也进一步从时域空间验证了本节所提出的 NCBIS 的优化方法的有效性，通过适当增加支撑元件受压侧的刚度系数，在惯质比相同，附加阻尼比较小的条件下，可以获得较好的减震效果，更重要的是为拉索连接惯容系统在高层结构中的应用提供了可能。



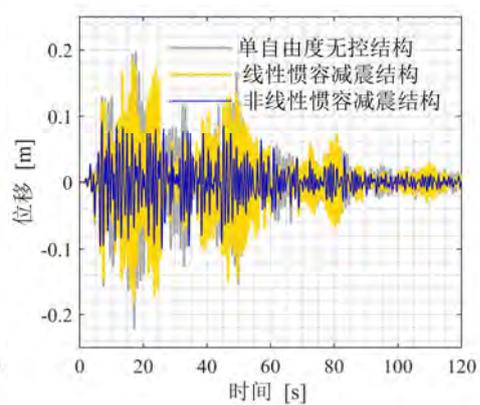
(a) 加速度时程 (工况 1)



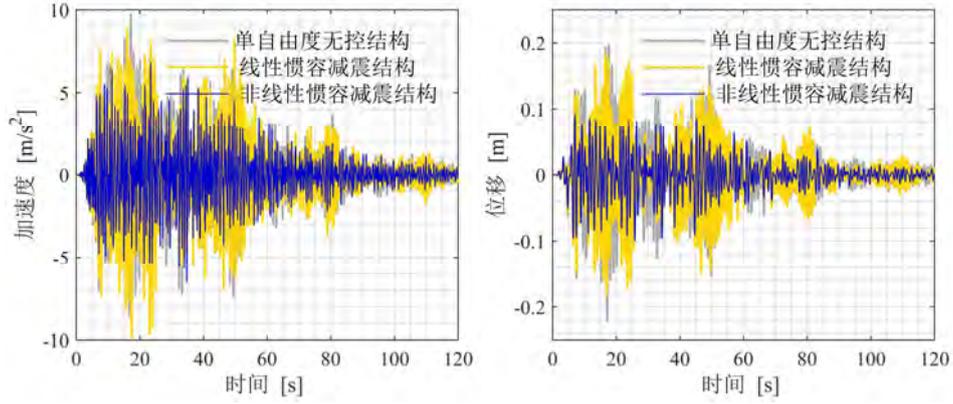
(b) 位移时程 (工况 1)



(c) 加速度时程 (工况 2)



(d) 位移时程 (工况 2)



(e) 加速度时程 (工况 3)

(f) 位移时程 (工况 3)

图 4.12 地震激励下原结构与惯容减振结构加速度和位移时程响应

## 4.6 基于弯曲变形驱动模式的 NCBIS 优化设计

### 4.6.1 弯曲型结构模型

在地震激励下高宽比较大的高层建筑物中, 弯曲变形在结构的整体变形中的影响变得十分显著。垂直安装正负刚度不对称的 NCBIS 可以有效控制高层建筑的弯曲变形。由于 NCBIS 的驱动模式是结构的弯曲变形的竖向分量, 本节忽略结构的水平剪切变形, 从结构的弯曲变形入手, 建立简化的弯曲型结构模型, 重点研究 NCBIS 的减振机理和驱动模式。进一步, 在 4.6.2 节中, 将综合考虑结构的弯曲变形和剪切变形, 建立高层结构的弯剪模型。

本节将两个惯容系统安装到忽略剪切变形的结构中, 研究模型见图 4.13。图中  $L$  为建筑物的宽度,  $\alpha$  为结构的高宽比,  $\ddot{x}_g$  为水平地震激励,  $y_r$  为结构的竖向变形同时也是惯容系统的整体变形 (完全由结构的弯曲变形引起), 其中, 竖向变形和水平变形  $x$  之间的关系为:

$$y_r = \frac{x}{2\alpha} \quad (4.13)$$

此时, 结构的水平恢复力  $k_H x$  为:

$$\frac{k y_r L}{\alpha L} = k_H x \quad (4.14)$$

结合式(4.13)和式(4.14), 结构的等效水平刚度可由下式获得:

$$\frac{k y_r L}{\alpha L} = \frac{k}{\alpha} \frac{x}{2\alpha} \Rightarrow k_H = \frac{k}{2\alpha^2} \quad (4.15)$$

因此，结构水平振动的基本周期为：

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 2\pi\sqrt{\frac{2m\alpha^2}{k}} \quad (4.16)$$

正负刚度不对称支撑系统的周期为：

$$T_d = \frac{(T_C + T_T)}{2} = 2\pi\sqrt{m_d/k_d} \quad (4.17)$$

式中受压周期  $T_C$  和受拉周期  $T_T$  分别为：

$$T_C = 2\pi\sqrt{m_d/k_C}, \quad T_T = 2\pi\sqrt{m_d/k_T} \quad (4.18)$$

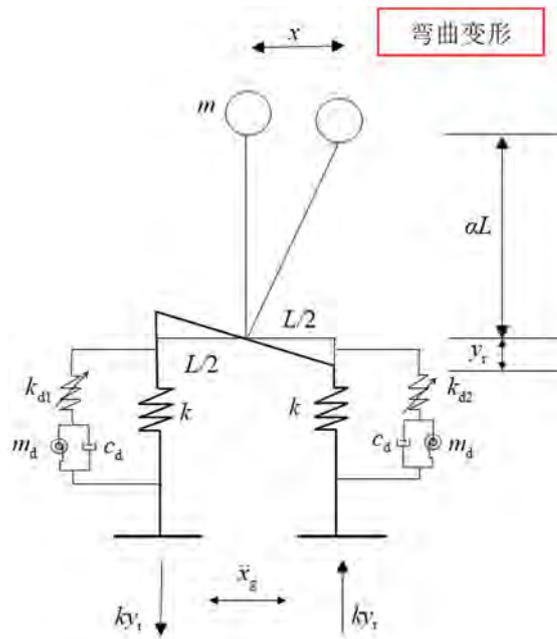


图 4.13 弯曲型结构模型

基于弯曲型结构的整体变形关系，结构的运动方程为：

$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) + \frac{k}{2\alpha^2}x(t) + \left(\frac{k_{d2}}{2\alpha}y_{d2}(t) - \frac{k_{d1}}{2\alpha}y_{d1}(t)\right) = -m\ddot{x}_g(t) \\ k_{d1}y_{d1}(t) = m_d\left(-\frac{\ddot{x}(t)}{2\alpha} - \ddot{y}_{d1}(t)\right) + c_d\left(-\frac{\dot{x}(t)}{2\alpha} - \dot{y}_{d1}(t)\right) \\ k_{d2}y_{d2}(t) = m_d\left(-\frac{\ddot{x}(t)}{2\alpha} - \ddot{y}_{d2}(t)\right) + c_d\left(-\frac{\dot{x}(t)}{2\alpha} - \dot{y}_{d2}(t)\right) \end{cases} \quad (4.19)$$

其中， $k_{d1}$  和  $k_{d2}$  分别为 NCBIS 的刚度系数：

$$\begin{cases} k_{di} = k_T, y_{di} > 0, i = 1, 2 \\ k_{di} = k_C, y_{di} < 0, i = 1, 2 \end{cases} \quad (4.20)$$

基于以上力学模型以及本章 4.3 节中的单自由度结构计算模型，惯容系统的

设计参数取表 4.1 中工况 2 的初始设计参数，得到安装于结构左右两侧惯容系统的出力如图 4.14。由图可知，由于系统的压拉刚度比为 3，即抗压刚度是抗拉刚度的 3 倍，故受压周期  $T_C$  小于受拉周期  $T_T$ ，在一个振动周期中，支撑构件的压缩侧上的短周期和拉伸侧上的长周期交替发生，并且可以看出，存在左右两个支撑元件均处于受拉的阶段（图中黄色区域），减少了受压阶段的出现，从而降低了屈曲发生的可能。

图 4.15 显示了结构的竖向位移和左右两支撑元件的位移时程响应，结构的竖向位移和支撑构件的位移之间存在相位差，且相位差为  $\pi/2$ ，可以获得有效的减振效果。

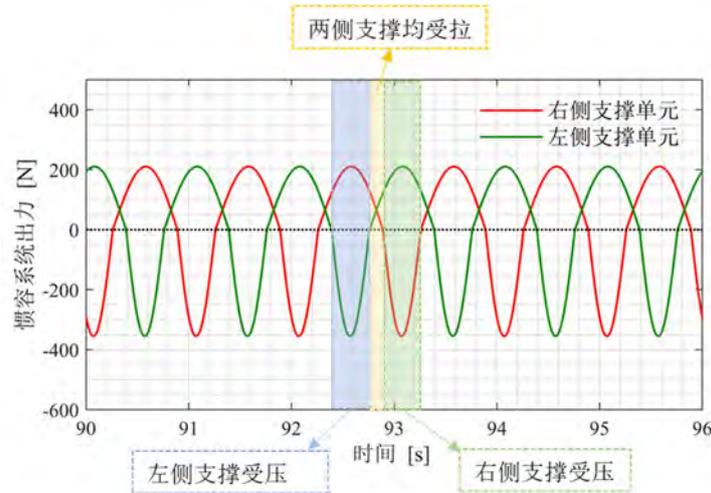


图 4.14 左右两侧惯容系统出力

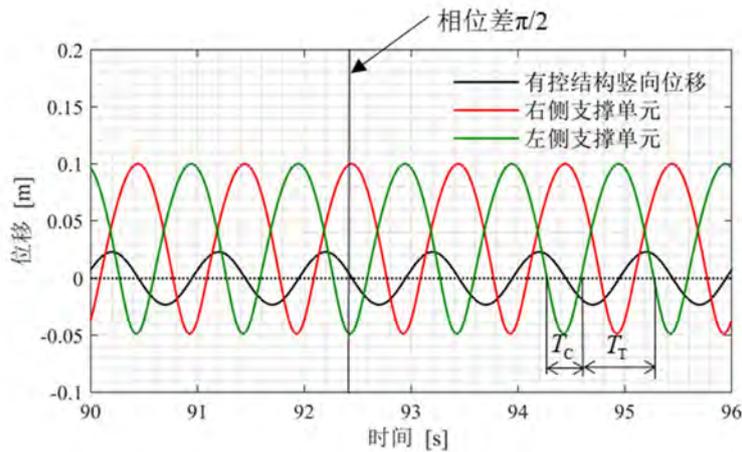


图 4.15 结构竖向位移和支撑位移响应时程对比

## 4.6.2 弯剪型结构模型

### (1) 无控结构弯剪模型的建立

本节根据高层结构的变形特点，同时考虑了结构的弯曲变形和剪切变形，建立了弯剪型结构模型（Shear-bending model, SB），如图 4.16 所示。其中，结构的水平位移由剪切变形和弯曲变形的水平分量组成，竖向位移由弯曲变形的竖向分量组成，该部分作为 NCBS 的驱动变形。

根据图 4.16 所示的 SB 模型，结构在受到基底激励  $\ddot{x}_g$  作用下的动力平衡方程为：

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{X}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{X}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{X}_s = -\mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma}_s \ddot{x}_g \quad (4.21)$$

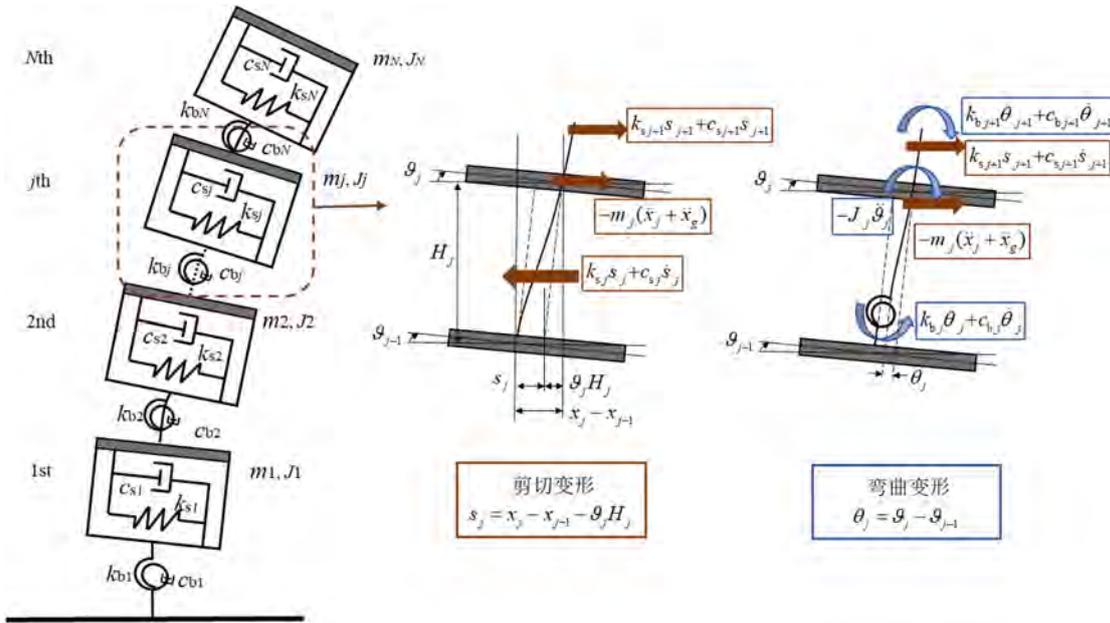


图 4.16 SB 模型

其中， $\mathbf{X}_s = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N \ \theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N]^T$  为主结构的位移矢量， $\mathbf{\Gamma}_s = [1 \ \dots \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$  为地震激励参与向量， $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$  和  $\mathbf{K}_s$  分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵，式(4.22)中， $m_j$  和  $J_j$  为第  $j$  层的质量和转动惯量。式(4.24)中， $h_j$  为结构第  $j$  层的高度， $\mathbf{K}_{ss}$  为剪力与结构侧移的关系矩阵， $\mathbf{K}_{sb}$  为剪力与变形转角的关系矩阵， $\mathbf{K}_{bs}$  为弯矩与结构侧移的关系矩阵， $\mathbf{K}_{bb}$  为弯矩与变形转角的关系矩阵。

$$\mathbf{M}_s = \text{diag}[m_1 \ m_2 \ \dots \ m_N \ J_1, J_2 \ \dots \ J_N] \quad (4.22)$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_{bb} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{ss} = \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{s2} & -c_{s2} & & \mathbf{0} \\ -c_{s2} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & c_{sN-1} + c_{sN} & -c_{sN} \\ \mathbf{0} & & -c_{sN} & c_{sN} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_{sb} = \begin{bmatrix} c_{s2}h_2 & & \mathbf{0} \\ -c_{s2}h_2 & \ddots & \\ & \ddots & c_{sN}h_N \\ \mathbf{0} & & -c_{sN}h_N & 0 \end{bmatrix}, (4.23)$$

$$\mathbf{C}_{bs} = \mathbf{C}_{sb}^T, \mathbf{C}_{bb} = \begin{bmatrix} c_{s2}h_2^2 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ & & c_{sN}h_N^2 \\ \mathbf{0} & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{ss} = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{s2} & -k_{s2} & & \mathbf{0} \\ -k_{s2} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & k_{sN-1} + k_{sN} & -k_{sN} \\ \mathbf{0} & & -k_{sN} & k_{sN} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{sb} = \begin{bmatrix} k_{s2}h_2 & & \mathbf{0} \\ -k_{s2}h_2 & \ddots & \\ & \ddots & k_{sN}h_N \\ \mathbf{0} & & -k_{sN}h_N & 0 \end{bmatrix}, (4.24)$$

$$\mathbf{K}_{bs} = \mathbf{K}_{sb}^T, \mathbf{K}_{bb} = \begin{bmatrix} k_{b1} + k_{b2} + k_{s2}h_2^2 & -k_{b2} & & \mathbf{0} \\ -k_{b2} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & k_{bN-1} + k_{bN} + k_{sN}h_N^2 & -k_{bN} \\ \mathbf{0} & & -k_{bN} & k_{bN} \end{bmatrix}$$

(2) 有控结构弯剪模型的建立

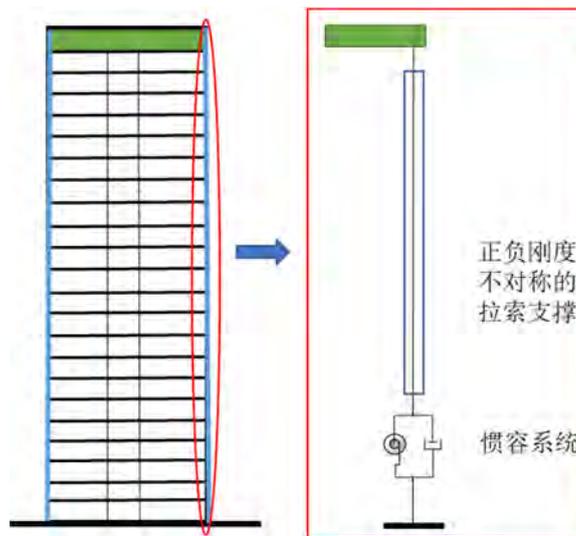


图 4.17 安装非线性惯容系统的高层结构

考虑结构的一阶振型，顶部的弯曲变形最大，通过不对称的支撑体系将惯

容系统连接于结构顶层，最大效率地利用结构的竖向变形驱动惯容系统发挥作用，如图 4.17 所示，此时单个惯容系统作用到顶层的力矩为：

$$M_N = \frac{l}{2} k_d \left( \frac{l}{2} \theta_N - y_{di} \right) \quad (4.25)$$

系统受到基底激励  $\ddot{x}_g(t)$  作用下的动力平衡方程为：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\mathbf{\Gamma}\ddot{x}_g \quad (4.26)$$

式中  $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N \ \theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N \ y_{d1} \ y_{d2} \ \dots \ y_{di}]^T$  为系统的位移向量，由结构的水平位移、转角和附加惯容系统的位移  $y_{di}$  构成，其中  $x_j$  为第  $j$  层相对于地面的位移，此时地震激励参与向量为：

$$\mathbf{\Gamma} = [\underbrace{1 \dots 1}_N \ \underbrace{0 \dots 0}_N \ \underbrace{0 \dots 0}_i]^T \quad (4.27)$$

$\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{K}$  分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s + \mathbf{T}\mathbf{M}_d\mathbf{T}^T & \mathbf{T}\mathbf{M}_d \\ \mathbf{M}_d\mathbf{T}^T & \mathbf{M}_d \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s + \mathbf{T}\mathbf{C}_d\mathbf{T}^T & \mathbf{T}\mathbf{C}_d \\ \mathbf{C}_d\mathbf{T}^T & \mathbf{C}_d \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{2N \times i} \\ \mathbf{0}_{i \times 2N} & \mathbf{K}_d \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

其中， $\mathbf{T}$  为支撑元件的位移转换矩阵，用来表示  $i$  个惯容系统的安装位置和地面的相对位移关于各层位移矢量的转换矩阵，当惯容系统安装到顶层（如图 4.17 所示）时，转换矩阵的形式为：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{L}{2} & \frac{L}{2} & -\frac{L}{2} & -\frac{L}{2} \end{bmatrix}_{2N \times i} \quad (4.29)$$

$\mathbf{M}_d$ 、 $\mathbf{C}_d$  和  $\mathbf{K}_d$  为  $i$  个非线性惯容系统的质量、阻尼和刚度矩阵：

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} m_d & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & m_d \end{bmatrix}_{i \times i}, \mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} c_d & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & c_d \end{bmatrix}_{i \times i}, \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} k_d & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & k_d \end{bmatrix}_{i \times i} \quad (4.30)$$

式中，非线性支撑的刚度系数  $k_d$  的计算见式(4.1)。

#### 4.6.3 NCBIS-弯剪型结构的优化问题

本节以 50 层 Benchmark 模型为例<sup>[189]</sup>，阐述设置 NCBIS 的高层结构的优化

设计方法。

### (1) 结构的基本特性

本节以 50 层的弯剪结构作为主结构，各层质量相同均为 1275ton，层高均为 3.8m，结构的基本参数见表 4.4，动力特性见表 4.5 所示。结构的阻尼系数通过下式获得：

$$C_s = \frac{2 \times 0.02}{\omega_s} K_s \quad (4.31)$$

表 4.4 结构基本信息

楼层	层高 $h$ (m)	$m$ (kg)	EI ( $\times 10^{13}$ N $m^2$ )	GA ( $\times 10^9$ N)	楼层	层高 $h$ (m)	$m$ (kg)	EI ( $\times 10^{14}$ N $m^2$ )	GA ( $\times 10^{10}$ N)
50	3.8	127465	4.80	4.80	25	3.8	127465	0.973	0.97
49	3.8	127465	5.00	5.00	24	3.8	127465	0.99	0.99
48	3.8	127465	5.19	5.19	23	3.8	127465	1.01	1.01
47	3.8	127465	5.39	5.39	22	3.8	127465	1.03	1.03
46	3.8	127465	5.58	5.58	21	3.8	127465	1.05	1.05
45	3.8	127465	5.78	5.78	20	3.8	127465	1.07	1.07
44	3.8	127465	5.98	5.98	19	3.8	127465	1.09	1.09
43	3.8	127465	6.17	6.17	18	3.8	127465	1.11	1.11
42	3.8	127465	6.37	6.37	17	3.8	127465	1.13	1.13
41	3.8	127465	6.56	6.56	16	3.8	127465	1.15	1.15
40	3.8	127465	6.76	6.76	15	3.8	127465	1.17	1.17
39	3.8	127465	6.96	6.96	14	3.8	127465	1.19	1.19
38	3.8	127465	7.15	7.15	13	3.8	127465	1.20	1.20
37	3.8	127465	7.35	7.35	12	3.8	127465	1.22	1.22
36	3.8	127465	7.54	7.54	11	3.8	127465	1.24	1.24
35	3.8	127465	7.74	7.74	10	3.8	127465	1.26	1.26
34	3.8	127465	7.93	7.93	9	3.8	127465	1.28	1.28
33	3.8	127465	8.13	8.13	8	3.8	127465	1.30	1.30
32	3.8	127465	8.33	8.33	7	3.8	127465	1.32	1.32
31	3.8	127465	8.52	8.52	6	3.8	127465	1.34	1.34
30	3.8	127465	8.72	8.72	5	3.8	127465	1.36	1.36
29	3.8	127465	8.91	8.91	4	3.8	127465	1.38	1.38
28	3.8	127465	9.11	9.11	3	3.8	127465	1.40	1.40
27	3.8	127465	9.31	9.31	2	3.8	127465	1.42	1.42
26	3.8	127465	9.50	9.50	1	3.8	127465	1.44	1.44

表 4.5 结构动力特性

模态	周期 (s)	圆频率 (rad/s)
1	5.41	1.16
2	1.76	3.57
3	0.98	6.43

采用结构前三阶振型参与向量来描述各阶振型的贡献，如图 4.18 所示。由图 4.18 和图 4.19 可知，弯曲变形分量随着层数的增加而增大，在顶层的 50 层位置处，结构的弯曲变形达到最大值，故图 4.17 中将惯容系统安装到结构顶层具有合理性。其中第 20 层约为剪切变形的 40%，第 40 层约为 60%，第 50 层约为 90%。由此可见，在 SB 模型的低阶模态中，弯曲变形是不容忽略的，在第 3 振型及之后的高阶振型中，整体变形曲线和剪切变形曲线几乎重合，说明在所有楼层中，剪切变形占主导，故本节算例分析中，将 1 阶模态作为控制目标。

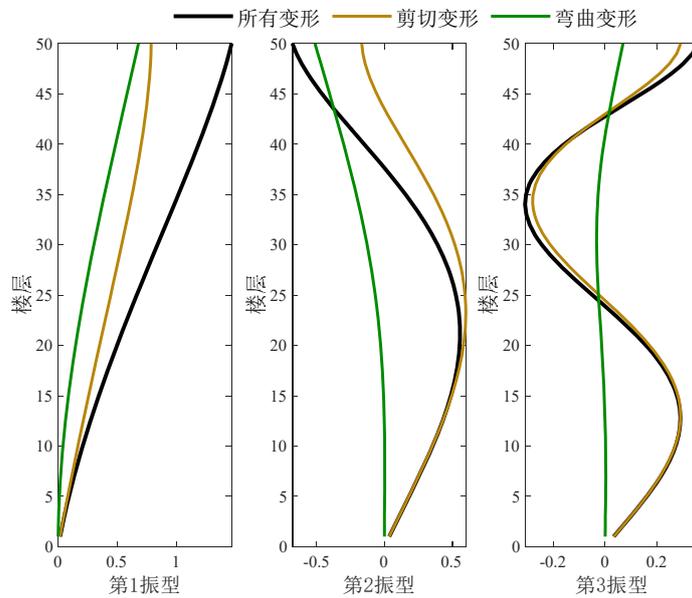


图 4.18 结构的振型参与向量

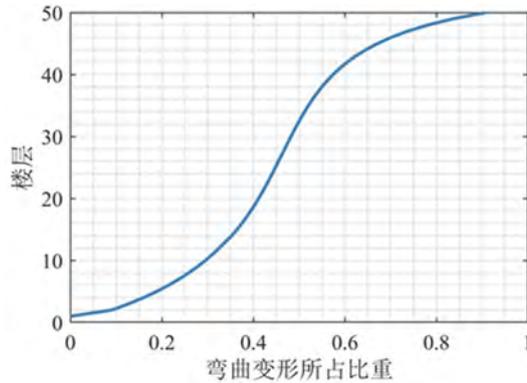


图 4.19 层间弯曲变形和剪切变形之比

(2) 设置惯容系统的高层结构的优化设计

基于 4.6.2 节中有控弯剪型结构力学模型, 建立该 50 层结构的数值模型如图 4.20, 在结构顶层安装  $i=4$  个惯容系统为例, 即有控结构的动力平衡方程 (见式(4.26)) 中  $N=50, i=4$ 。通过该高层弯剪模型, 验证基于弯曲变形驱动模式的有效性以及探究以结构 1 阶模态为控制目标的优化设计方法。

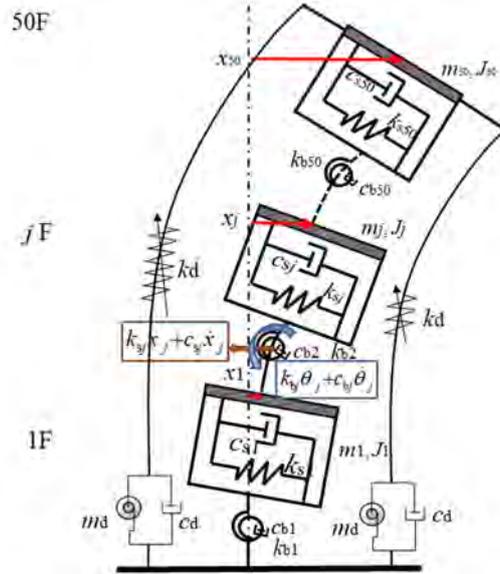


图 4.20 弯剪型惯容减振结构力学模型

由于惯容系统的触发机制是通过弯曲变形驱动惯容元件发挥作用, 故定义模态惯质比为:

$${}_j\mu = \frac{M_d}{M_s} = \frac{{}_j\phi^T \mathbf{T}^T \mathbf{M}_d \mathbf{T} {}_j\phi}{{}_j\phi^T \mathbf{M}_s {}_j\phi} \quad (4.32)$$

式中,  ${}_j\phi$  为结构第  $j$  模态的振型。惯容系统的不同安装位置会影响支撑元件的位移转换矩阵, 从而影响惯容系统的模态质量  $M_d$ , 而不影响结构的模态质量  $M_s$ , 此外, 不同的振型, 其模态惯质比也不同, 有必要进行模态惯质比的定义。

考虑惯容系统的调谐条件, 将目标模态下惯容系统的频率进行调谐设计, 该调谐设计作为优化问题的约束条件, 同时设定模态惯质比为 0.1, 附加阻尼比  $\zeta$  和支撑元件的刚度比  $\gamma$  作为优化设计的变量, 刚度比  $\kappa$  可以根据附加阻尼比  $\zeta$  和支撑元件的刚度比  $\gamma$  的优化结果基于式(4.11)得出。  $a_{\max}$  和  $d_{\max}$  分别为设置惯容系统的高层结构的顶层最大楼面加速度和层间位移, 优化的目标是同时控制高层建筑的位移和加速度响应, 同时优化设计时增加了优化目标权重系数 0.6 和 0.4 (此处并非将位移峰值响应和加速度峰值响应赋予相同的权重系数 0.5, 而是将加速度响应的权重调至 0.6, 是因为惯容系统直接连接至结构顶层这种安装方式不利于对结构加速度峰值的控制, 故此处将其权重系数稍作增大, 由于加速

度数值略大于位移数值，为了侧重对加速度响应的控制，此处并未将其数量级进行统一），因为同时进行高层弯剪结构的峰值加速度响应和层间位移响应控制存在难度，二者之间互相冲突，往往以牺牲其中一个指标来达到另一指标的最优。一些学者的研究表明，TVMD 无法在实现位移控制最优时也实现顶层加速度的控制，甚至会出现加速度响应大于原结构的响应，因此，本节优化目标的权重系数将峰值加速度响应一项增加到 0.6。非线性惯容系统多自由度弯剪结构的优化问题可以表达为式(4.33)。采用 SQP 优化算法，在时域中（此处选择图 4.22 中人工地震激励 AW1 作为输入激励）基于定点理论，以结构的 1 阶模态性能指标为惯容系统的调谐目标，进行优化初值的设定，最终得到的系统参数优化结果和使用定点理论公式得到的结果进行对比，汇总于表 4.6 中，优化后的非线性惯容系统的阻尼系数远小于定点理论的结果，支撑元件的压拉刚度比也小于定点理论的设定，基于该优化结果的结构振动控制效果见下一节分析。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && y = \{\xi, \gamma\} \\
 & \text{to minimize} && 0.6 \times a_{\max}^{\text{top floor}} + 0.4 \times d_{\max}^{\text{top floor}} \\
 & \text{subject to} && \kappa = \frac{2\mu}{(1+\gamma)(1-\mu)}
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

表 4.6 非线性惯容系统参数优化结果

优化变量	$\mu$	$\kappa$	$\xi$	$\gamma$
数值优化结果	0.1	0.096	0.055	1.31
定点理论结果	0.1	0.074	0.200	2.00

### (3) 动力时程分析

采用表 4.6 所示的优化设计参数，通过动力时程分析进一步对惯容减振结构进行有效性验算。本节基于高层结构的设计反应谱进行时程分析的地震波选取，《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)<sup>[43]</sup>规定：采用时程分析法时，应按照建筑场地类别和地震分组选取实际强震记录和人工模拟的加速度时程曲线，其中实际强震记录的数量不应少于总数的 2/3<sup>[190]</sup>。本节采用 5 条天然地震动（NW1-NW5）和 2 条人工地震激励（AW1、AW2）作为输入激励，其中天然地震动激励选取自 PEER 数据库，人工地震激励通过地震信号处理工具 EQSignal 产生。把设计反应谱输入 PEER 数据库中作为目标反应谱，通过均方差（Mean square error, MSE）来量化地震记录的反应谱与目标反应谱的匹配程度，最后选取了 5 条天然地震动（表 4.7）。将 7 条地震波归一化处理后，进行调幅处理，将地震激励的峰值加速度值调整为 0.30g（中震），图 4.21 为输入激励的反应谱，其加速度时程曲线见图 4.22。

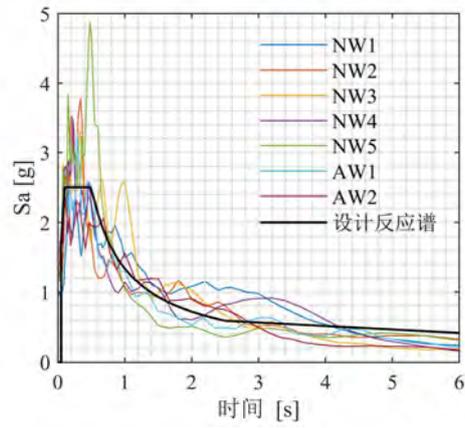


图 4.21 输入激励的反应谱

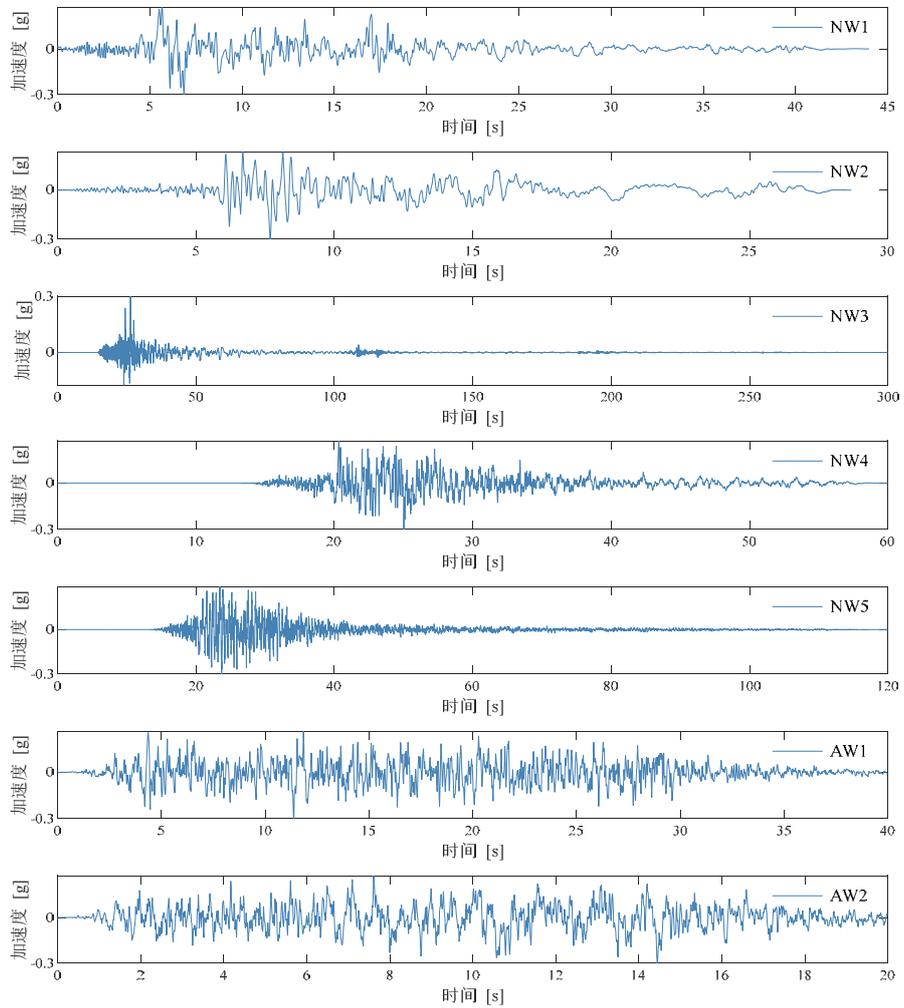


图 4.22 天然地震动和人工地震激励时程曲线 (中震)

表 4.7 天然地震动记录基本信息

地震波	RSN	发生年份	烈度	地震台	名称
NW1	827	1992	7.01	Fortuna-Fortuna Blvd	Cape Mendocino
NW2	3750	1992	7.01	Loleta Fire Station	Cape Mendocino
NW3	5284	2007	6.8	NIGH11	Chuetsu-oki Japan
NW4	5776	2008	6.9	Kami Miyagi Miyazaki City	Iwate Japan
NW5	5783	2008	6.9	Semine Kurihara City	Iwate Japan

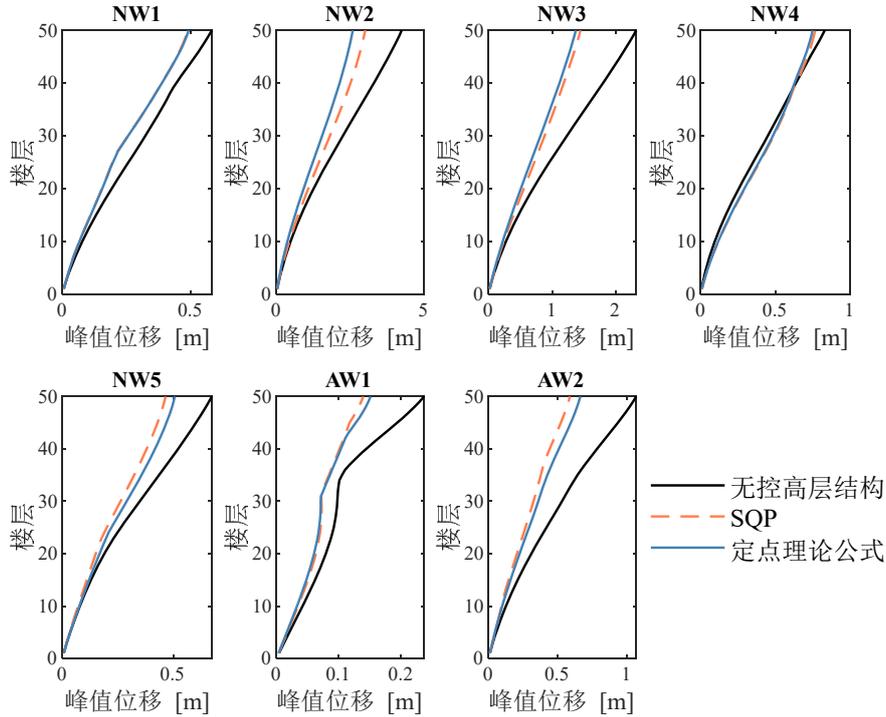
采用上述地震激励对结构进行时程分析验算，以人工地震激励 AW1 作为输入激励为例对结构进行弹性时程分析，其中，控制目标专注于结构顶层层间位移峰值和加速度峰值。上述 7 条地震波作用下惯容系统对高层结构顶层位移和加速度的控制效果见图 4.23，各层峰值位移和加速度响应的均值见图 4.24。

采用数值优化结果时的峰值位移响应均值衰减率为 30.28%，峰值加速度响应均值衰减率为 4.73%。采用固定点调谐公式时的峰值位移衰减率为 34.51%，峰值加速度响应没有得到控制（-1.51%）。因此，结构顶层位移和加速度响应的控制效果，采用数值优化参数的控制效果优于直接采用定点理论的效控制果。从图 4.23 中可以看出，对于高层结构的位移控制效果而言，两种优化方法的控制效果与所选的地震动有关，确定的地震动无法获得结构的随机地震响应，也无法全方面把握结构的性能参数，故控制效果存在一定的离散性。因此，有必要开展基于随机激励下的非线性惯容减振结构的可靠性分析，本章将进行进一步的分析和说明。

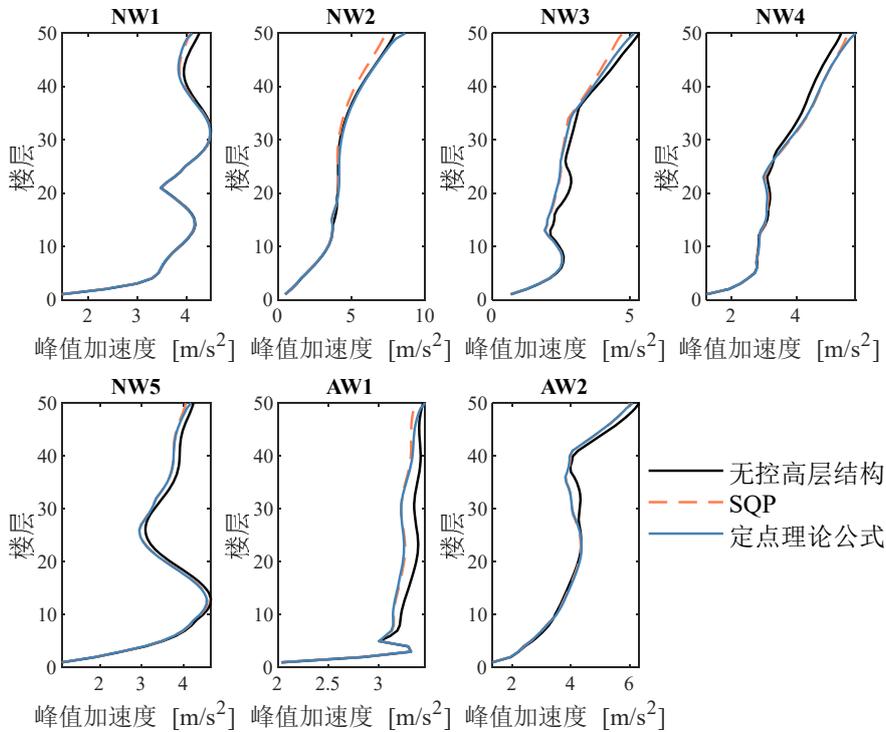
通过动力时程分析（具体的位移和加速度衰减率整理至表 4.8 和表 4.9），采用数值优化算法时，控制 1 阶模态可以有效控制结构各层的峰值位移响应，这是由于在高层结构的层间位移响应中，1 阶模态占主导位置，因而在控制结构的层间位移时，应将惯容系统的调谐模态设定为 1 阶即可，无需考虑结构的高阶影响。采用数值优化算法时，各层峰值加速度的响应虽然得到了控制，但是控制效果远不如位移响应，这是由于：（1）高层建筑结构的楼面加速度响应往往受到高阶振型的影响，本节只采用单模态调谐，因而峰值加速度的控制效果有限；（2）采用单模态调谐时，NCBIS 无法在实现高层结构位移控制最优的同时也实现顶层加速度的控制最优，甚至会出现加速度响应大于原结构的响应，采用多模态调谐可以实现加速度和位移的同时控制，实现加速度控制较优的效果，这将在第 6 章的研究内容中得到说明。（3）安装位置对高层结构顶层的峰值加速度控制效果有很大的影响，本节将惯容系统均安装到结构弯曲变形的最大处，并未考虑安装位置的不同对系统模态阻尼的影响，因此加速度控制效果不佳，下文 6.4 节将针对惯容系统的安装位置进一步展开分析验证。

本节采用的非线性惯容系统，优化结果压拉比均大于 1，具有一定程度的非

线性，这也说明增加了非线性支撑元件，可以在避免拉索支撑发生屈曲的同时，也不影响弯曲变形驱动模式下惯容系统的正常工作。



(a) 峰值位移



(b) 峰值加速度

图 4.23 高层结构顶层峰值位移和加速度响应

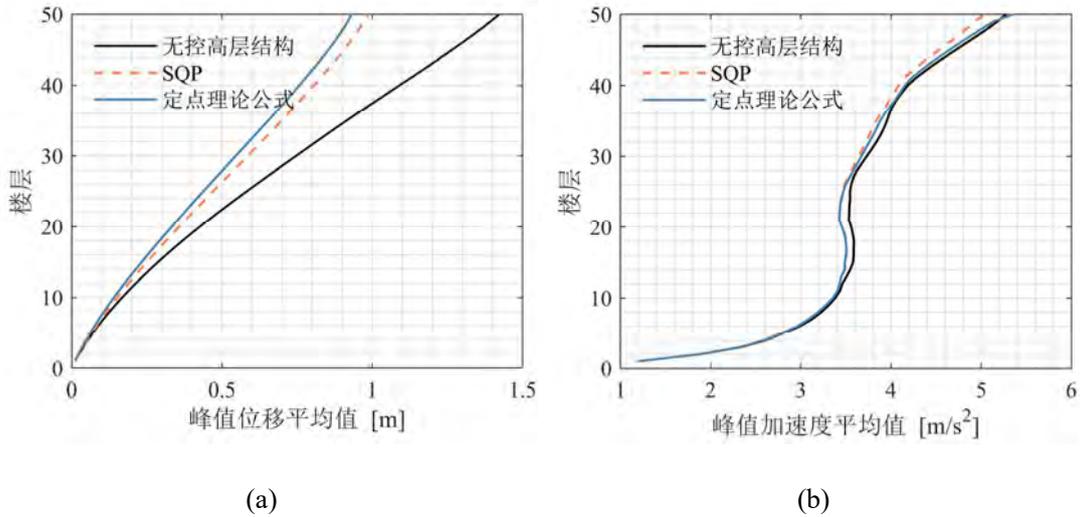


图 4.24 峰值位移和峰值加速度响应均值

表 4.8 结构顶层峰值位移、加速度响应 (SQP)

工况	峰值位移响应			峰值加速度响应		
	无控结构 (m)	有控结构 (m)	衰减率 (%)	无控结构 (m/s <sup>2</sup> )	有控结构 (m/s <sup>2</sup> )	衰减率 (%)
NW1	0.58	0.49	15.52	4.27	4.08	4.45
NW2	4.25	3.01	29.18	7.94	7.41	6.68
NW3	2.32	1.45	37.50	5.33	4.71	11.63
NW4	0.83	0.77	7.23	5.40	5.61	-3.89
NW5	0.67	0.47	29.85	4.23	4.05	4.26
AW1	0.24	0.14	41.67	3.44	3.36	2.33
AW2	1.07	0.59	44.86	6.33	6.00	5.21

表 4.9 峰值位移和加速度响应均值控制效果

优化方法	峰值位移响应			峰值加速度响应		
	无控结构 (m)	有控结构 (m)	衰减率 (%)	无控结构 (m/s <sup>2</sup> )	有控结构 (m/s <sup>2</sup> )	衰减率 (%)
SQP	1.42	0.99	30.28	5.28	5.03	4.73
定点理论	1.42	0.93	34.51	5.28	5.36	-1.51

#### 4.7 高层非线性惯容减振结构的可靠度分析

上一节的优化设计方法和时程分析结果依赖于所选地震动的特性，容易使结构的分析结果出现离散，确定性的地震动输入难以反映出地震动的随机性本质，因而无法获得结构的随机地震响应，无法全方面把握结构的性能。鉴于此，本节将随机分析方法引入到结构的时程响应分析中，对高层结构在平稳和非平

稳激励下的随机地震响应进行分析，基于首次超越准则，研究平稳随机地震激励和非平稳随机地震激励下基于 SQP 算法和定点理论公式设计的非线性惯容减振结构的可靠度。

结构随机振动的可靠度是指在随机振动荷载作用下，在给定的一段时间内不发生破坏或失效的概率。结构随机振动分析的最终目的是要定量地评价结构的可靠度，即从概率的角度定量地评价结构的安全程度。要进行结构的动力可靠度分析首先要给出结构安全与破坏准则。目前，结构动力可靠度分析所采用的破坏准则一般有两种：一种是首次超越破坏准则，另一种是疲劳破坏准则。对于建筑结构而言，结构系统的首次超越概率表征了结构系统在特定时间段内的动力安全性。首次超越破坏准则是指假定结构的动力响应首次超越临界值或安全界限时，结构就会发生破坏。因此，研究结构的响应极值分布对于结构在地震作用下的可靠度问题具有重要的意义。在首次超越破坏准则下，由单个响应  $y(t)$  控制的结构动力可靠度就是响应  $y(t)$  在给定的时间段  $[0, T]$  内，一次也不超过给定的界限的概率。

#### 4.7.1 结构可靠度分析的矩方法

首次超越准则的基本理论有基于跨越率和基于极值的失效概率计算方法，其中，基于跨越率的方法通常会受到一些限制：（1）跨越事件发生的独立性假设可能不成立，即使基于 Markov 过程假设仍存在近似时变累积失效概率方面的误差；（2）基于跨越率的方法对于高度非线性问题，结构系统响应方差和跨越率的求解不仅技术难度大，而且计算成本极高。故本节采用基于极值的失效概率计算方法。

对于一个结构动力系统，在外部随机激励  $\ddot{x}_g(t)$  作用下，通过式(4.21)的运动方程求解，结构系统的响应可以表达为：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(y_1(t), y_2(t)) \quad (4.34)$$

其中， $\mathbf{y}(t)$  为  $2 \times 1$  结构系统响应状态向量， $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  分别为结构顶层加速度响应状态向量和顶层位移响应状态向量，假定  $y_{1,e}(t)$  和  $y_{2,e}(t)$  是一系列的随机变量，定义极值变量如下：

$$\begin{aligned} y_{1,e}(T) &= \max_{t \in [1, T]} \{y_1(t)\} \\ y_{2,e}(T) &= \max_{t \in [1, T]} \{y_2(t)\} \end{aligned} \quad (4.35)$$

进一步，考虑结构在地震激励下的加速度和位移响应的动力可靠性，加速度响应和位移响应分别超过阈值  $b_{1,\tau}$  和  $b_{2,\tau}$  则认为结构失效，根据首次超越准则对应

阈值为  $b_\tau$  的结构系统动力响应的失效概率为：

$$\begin{aligned} P_f(|b_\tau|, T) &= P\{y_{1,e}(T) \geq |b_{1,\tau}|\} \\ P_f(|b_\tau|, T) &= P\{y_{2,e}(T) \geq |b_{2,\tau}|\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

通过式(4.36)可以看出结构系统响应的动力可靠度可以转换为对应极值分布进行求解。

非线性结构系统的动力可靠度问题仍是可靠度领域的研究难点。由于在非线形系统中叠加原理不再成立，以叠加原理为基础的杜哈梅积分和傅里叶变换将不再适用，由此求得的激励与响应之间的频域关系也就不存在了，此时线性随机振动理论将无法应用，如果直接求解该非线性系统的随机振动响应将是十分困难的。因此，本章重点探讨 NCBIS 的减振机理，采用  $\gamma > 1$  的惯容系统作为研究对象，不能采用通常的等效线性化的近似方法来求解。

由于四阶矩法计算简单，能够反映分布的特性，因此，利用前四阶矩匹配结构动力响应的极值分布，为动力可靠度分析提供了有效的途径。四阶矩方法是通过假定极值分布类型进行可靠度评估，本文采用基于 Edgeworth 展开的四阶矩方法。非线性结构系统在外部随机激励  $\ddot{x}_g$  作用下，对于响应在时间段  $[0, T]$  内的极值变量  $y_{1,e}(T)$  和  $y_{2,e}(T)$  的定义如式(4.35)，定义标准化后的极值变量：

$$y_u(T) = \frac{y_e(T) - \mu_{y_e(T)}}{\sigma_{y_e(T)}} \quad (4.37)$$

如果极值变量的前四阶矩已知，根据高阶矩标准化技术，标准化变量通过下式与标准正态随机变量相关：

$$u(T) = \frac{\alpha_{3,y}(T) + 3(\alpha_{4,y}(T) - 1)y_u(T) - \alpha_{3,y}(T)y_u^2(T)}{\sqrt{(5\alpha_{3,y}^2(T) - 9\alpha_{4,y}(T) + 9)(1 - \alpha_{4,y}(T))}} \quad (4.38)$$

其中， $\alpha_{3,y}(T)$  和  $\alpha_{4,y}(T)$  分别为三阶和四阶无量纲中心矩，即  $y_e(T)$  的偏度和峰度。本文选取四矩法利用 Edgeworth 展开式，式(4.37)中标准化变量的概率分布函数用以下展开式的前四阶矩表示

$$\begin{aligned} F(y_u(T)) &= \Phi(y_u(T) - \phi(y_u(T))) \left[ \frac{1}{6} \alpha_{3,y}(T) H_2(y_u(T)) + \right. \\ &\left. \frac{1}{24} (\alpha_{4,y}(T) - 3) H_3(y_u(T)) + \frac{1}{72} \alpha_{3,y}^2(T) H_5(y_u(T)) \right] \end{aligned} \quad (4.39)$$

式中， $\Phi(\cdot)$  和  $\phi(\cdot)$  分别表示标准正态分布的累积分布函数及概率密度函数，且有：

$$\begin{aligned}
 H_2(y_u(T)) &= y_u^2(T) - 1 \\
 H_3(y_u(T)) &= y_u^3(T) - 3y_u(T) \\
 H_5(y_u(T)) &= y_u^5(T) - 10y_u^3(T) + 15y_u(T)
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

分别为2阶、3阶、5阶 Hermite 多项式。

采用四阶矩方法得到的 4.6.3 节中结构顶层位移极值的累积分布函数和位移失效概率如图 4.25 所示。此外，取计算截止频率 100rad/s，离散频率区间 0.2rad/s，采用蒙特卡洛模拟（Monte Carlo simulation, MCS），生成  $10^5$  次地震激励随机样本，带入 4.6.4 节中的惯容减震结构，拟合对应的累积分布函数和条件失效概率曲线作为对比，如图 4.25 所示。在平稳随机地震激励下根据四阶矩方法得到的累积分布函数（Cumulative distribution function, CDF）曲线在[0,1]范围内可以较好的模拟  $10^5$  次 MCS 得到的 CDF 曲线，四阶矩法可以在确保计算精度的前提下大幅度得提高非线性惯容减振系统的计算效率。从图 4.25(b)中可以看出利用  $10^5$  次 MCS 在 $[10^{-2},1]$ 范围内能够较好地估计惯容减震结构顶层极值位移响应条件失效概率曲线，在 $[10^{-3},10^{-2}]$ 范围内的失效概率估计的准确性和稳定性开始变差，这说明  $10^5$  次 MCS 仅能用于估计范围内的位移响应失效概率。在图 4.26(b)中利用四阶矩与基于跨越率的失效概率计算公式结合的方法计算得到的条件失效概率曲线，与  $10^5$  次 MCS 得到的条件失效概率曲线在重合在 $[10^{-2},1]$ 范围内。并且在失效概率小于  $10^{-3}$  的范围内，对条件失效概率的预测结果具有很好的稳定性，这表明在平稳随机激励下四阶矩方法可以有效地实现对非线性惯容减震系统失效概率事件的预测。下文将基于四阶矩方法进一步开展平稳和非平稳随机激励下非线性惯容减振结构的可靠度分析。

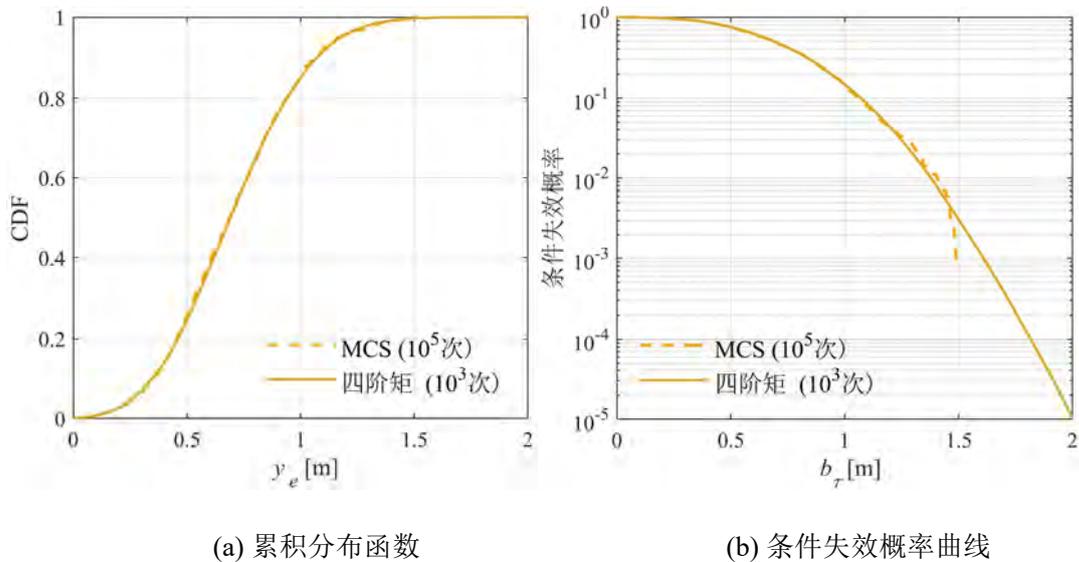


图 4.25 四阶矩方法和 MCS 对比

#### 4.7.2 平稳随机激励下的可靠度分析

分别采用基于极值的失效概率计算方法计算 4.6.3 节中两种优化设计参数的条件失效概率，得到的结构顶层加速度和位移响应极值的 CDF 和基于四阶矩方法的失效概率计算公式得到的顶层加速度和位移的失效概率如图 4.27 和图 4.28 所示。

对于绝大多数地震的地面加速度记录曲线而言，在振动比较强烈的中间一段时间相对较平稳，而弹性结构系统响应的峰值绝大多数发生在该时间段内，因此，地震时地面运动的随机模型可看作为一个平稳随机过程，一般常用的地震模型有：平稳脉冲随机过程；白噪声随机过程；过滤白噪声随机过程；平稳 Gauss 随机过程。早期的研究多局限于平稳脉冲随机过程，白噪声地震模型在数学上较为简单，分析工程中结构随机响应时较为方便，Housner<sup>[191]</sup>最早采用随机过程模拟地震地面运动，并提出了平稳白噪声模型。功率谱密度函数作为随机过程的一个重要的统计特征，可以描述地震地面运动过程中能量的频域分布规律以表征其频率特性。平稳白噪声模型的特点是功率谱密度始终为常数，所表示的地震地面加速度的谱密度函数可以表达为：

$$S_g(\omega) = S_0 \quad (4.41)$$

白噪声模型是最简单的地震动模型，在频域范围内是一个常数，是一种无频率特性的平稳地震动模型。白噪声模拟地震和实际地震相比有较大的差异性，这是由于实际的地震加速度的功率谱密度  $S_g(\omega)$  不是常数，会在某一个频率区段较大，为了改进上述缺点，1957 年，日本学者 Kanai 和 Tajimi 在白噪声模型的基础上提出了过滤白噪声模型<sup>[192]</sup>（金井清谱，简称 K-T 谱），将基岩输入的激励视为谱密度恒定  $S_0$  的白噪声过程，将基岩上的覆盖土层视作单自由度线性滤波器。它的自相关函数具有和地震加速度  $X_g(t)$  的自相关函数具有相似的形状；它的功率谱密度函数不是常数，而是在某个频段上有较大的值，如图 4.26 所示。经过土层滤波的地震动的功率谱密度函数为：

$$S_g(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega^2 \omega_g^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} S_0 \quad (4.42)$$

其中， $\omega_g$  和  $\zeta_g$  分别为金井清谱中场地卓越周期圆频率和金井清谱中场地阻尼比。对于坚固的土壤条件，Kanai 曾建议  $\omega_g$  取为 15.6rad/s、 $\zeta_g$  取为 0.6，当土壤条件差别较大时，应适当选取其他数值。 $S_g$  为地震激励的功率频谱密度， $S_0$  为功率谱密度曲线的幅值系数。

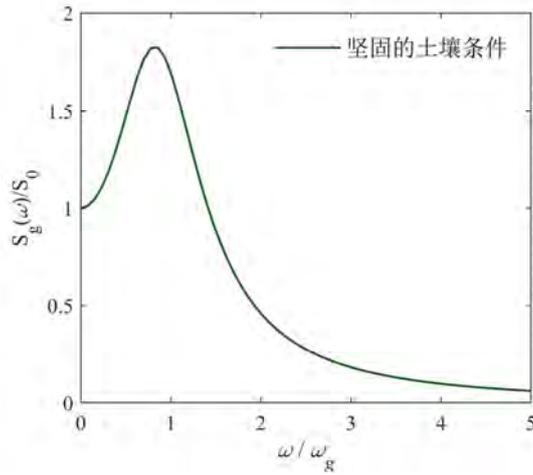


图 4.26 金井清模型的功率谱曲线

首先考虑结构在地震激励下的顶层加速度响应的动力可靠性，加速度响应超过阈值  $b_{1,\tau}$  则认为结构失效；其次考虑结构在地震激励下的顶层位移响应的动力可靠性，位移响应超过阈值  $b_{2,\tau}$  则认为结构失效。将 4.6.3 节的两组优化参数，带入原始运动方程（式(4.26)），对两种优化设计下的惯容减振结构的加速度响应和位移响应进行统计分析，拟合对应的条件失效概率作为对比。

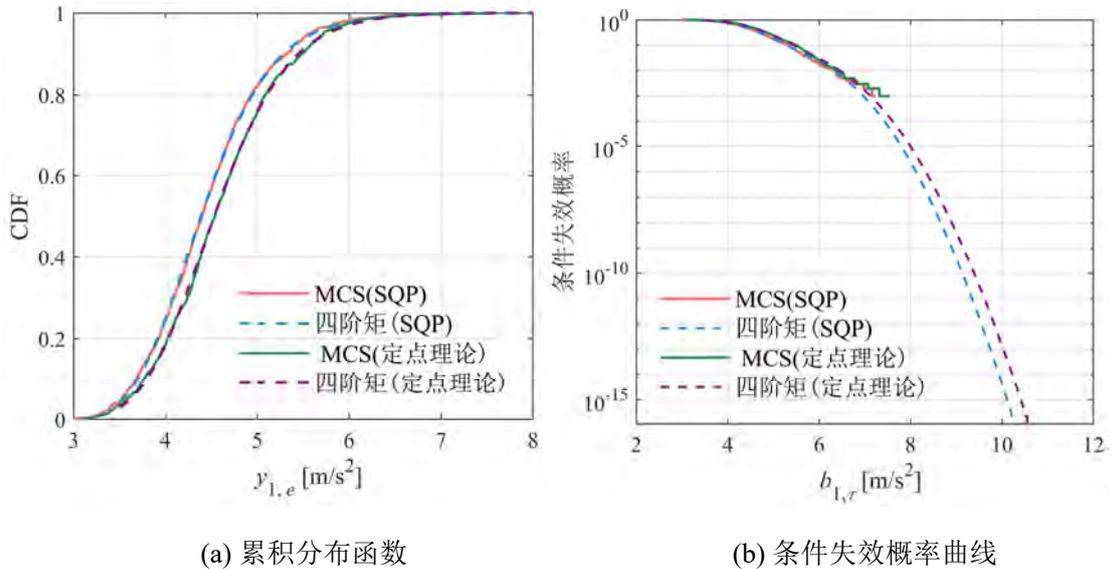


图 4.27 顶层峰值加速度条件失效概率结果

如图 4.27 所示，在平稳随机激励下，根据四阶矩方法得到的 CDF 在累积分布 [0.4,1] 范围内能够较好的拟合  $10^3$  次 MCS 得到的 CDF 曲线。从图 4.27(b) 中可以看出，利用  $10^3$  次 MCS 在  $[10^{-2}, 1]$  范围内能够较好地估计结构加速度响应条件失效概率曲线，然而在  $[10^{-3}, 10^{-2}]$  范围内的失效概率估计的准确性和稳定性开始变差，这说明  $10^3$  次 MCS 仅能用于估计该范围内的加速度响应失效概率。在图

4.28(b)中，利用四阶矩方法计算得到的条件失效概率曲线，与  $10^3$  次 MCS 得到的条件失效概率曲线重合在  $[10^{-2}, 1]$  范围内，并且在失效概率小于  $10^{-3}$  的范围内，对条件失效概率的预测结果具有很好的稳定性，这表明在平稳随机激励下四阶矩方法可以有效地对非线性结构系统进行动力可靠度的评估，也可以采用四阶矩法实现对小失效概率事件的预测。

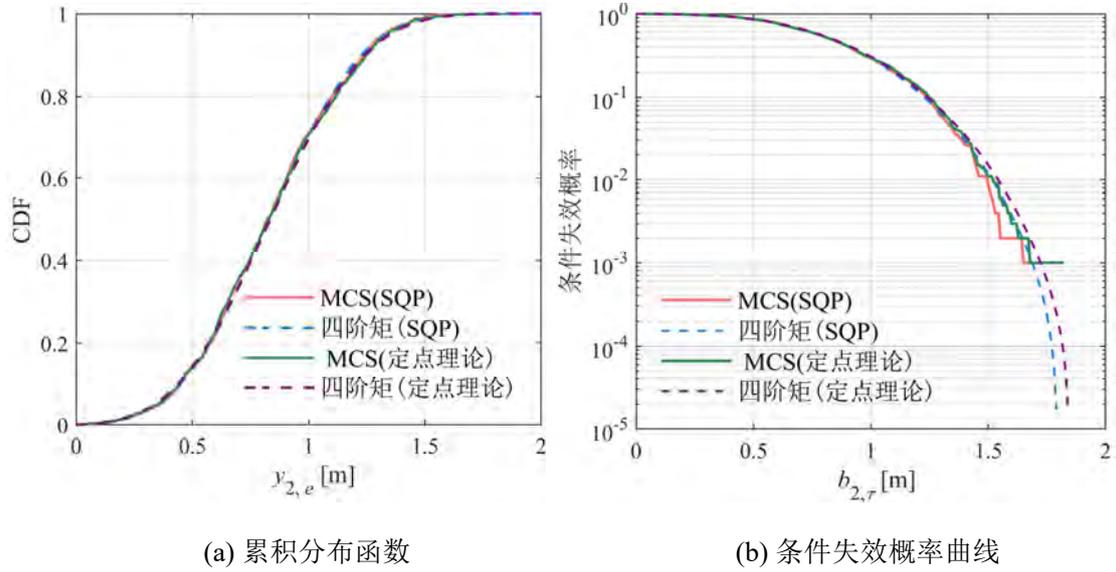


图 4.28 顶层峰值位移条件失效概率结果

通过对基于两种优化设计参数的惯容减振结构的可靠度分析，可以看出，在平稳随机激励下，通过定点理论公式得到的惯容减振结构顶层峰值加速度和位移的条件失效概率均大于数值优化算法得到的惯容减振结构，这说明 4.6 节中提出的基于弯曲变形驱动模式的惯容系统可以在不提高位移失效概率的前提下实现了对加速度的同步控制。以图中三个阈值（峰值加速度阈值  $b_{1,\tau}$  取 6、7、 $8\text{m/s}^2$ ；位移阈值  $b_{2,\tau}$  取 1.4、1.6、1.8m）为例，得到对应的条件失效概率如下表 4.10 所示。

表 4.10 条件失效概率

优化方法		四阶矩	
		SQP	定点理论
加速度 $b_{1,\tau}$	$6\text{m/s}^2$	$8.53 \times 10^{-2}$	$1.38 \times 10^{-1}$
	$7\text{m/s}^2$	$5.42 \times 10^{-3}$	$1.18 \times 10^{-2}$
	$8\text{m/s}^2$	$7.18 \times 10^{-5}$	$3.61 \times 10^{-4}$
位移 $b_{2,\tau}$	1.4m	$2.97 \times 10^{-2}$	$3.50 \times 10^{-2}$
	1.6m	$3.79 \times 10^{-3}$	$5.38 \times 10^{-3}$
	1.8m	$1.72 \times 10^{-5}$	$1.88 \times 10^{-4}$

相对于定点理论设计参数，SQP 算法得到的惯容减振结构相比于定点理论得到的惯容减振结构的加速度可靠性提升了 57.46%，位移可靠性提升了 45.20%。

因此, 在平稳随机地震激励作用下, 数值优化算法具有一定的优越性, 在赋予加速度优化权重系数 0.6 的情况下, 数值优化的结果也可以同时满足位移可靠性要求的约束条件, 惯容减振系统的优化参数更具鲁棒性。

### 4.7.3 非平稳随机激励下的可靠度分析

一般说来, 从地震发生到结束的整个过程中, 其统计特征会在持续时间内发生一定程度的变化, 通过对实际地震记录的分析发现, 通常可以把一次地面运动的发生划分为三个阶段: 第一阶段从静止开始逐渐增强, 具有小振幅与小周期的特征, 主要反映地震纵波的作用; 第二阶段具有大振幅的特征, 振动周期与第一阶段相似或稍大, 主要反映地震横波的作用; 第三阶段仍具有长周期的特征, 振幅衰减至零。因此整个地震动过程应视为非平稳随机过程, 其振动强度以及能量的频域分布均表现出明显的非平稳性。但非平稳随机过程不具有各态历经性, 往往在计算上较为困难, 因此为了计算分析上的方便, 通常会把非平稳的地震动随机过程简化为平稳随机过程。但是这种简化增加了分析过程的不准确性, 甚至会使分析结果产生显著的误差。有时建筑物受到的地震动随机作用仅持续很短暂的时间, 在这种情况下激励的平稳性假定便将不再成立。所以, 有必要考虑对安装惯容系统的高层结构进行非平稳随机振动分析。本节对安装 NCBIS 的高层结构在非平稳随机激励下, 结构加速度响应和位移响应的失效概率进行分析。

针对工程中常见的非平稳随机过程, 本节采用 Priestley 非平稳随机过程的演变谱表示理论, 导出了非平稳随机过程模拟的一个谱表示方法, 一维、均值为零的非平稳随机激励  $\ddot{x}_g(t)$ , 其样本函数是由余弦级数公式计算产生的<sup>[193]</sup>:

$$\ddot{x}_g(t) = \sum_{k=1}^N 2|A(t)| \sqrt{S_{\ddot{x}_g}(\omega)} \Delta\omega \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (4.43)$$

式中,  $S_{\ddot{x}_g}$  为功率谱密度函数,  $\Delta\omega = \omega_u/N$ ,  $\omega_u$  表示计算截止频率, 超过  $\omega_u$  所对应功率谱能量可忽略不计,  $\theta_k$  为在  $[0, 2\pi]$  区间上均匀分布、相互独立的随机相位角。 $A(t)$  为结构所受非平稳随机激励的调制函数:

$$A(t) \begin{cases} (t/t_a)^2 & 0 \leq t \leq t_a \\ 1 & t_a \leq t \leq t_b \\ \exp[-\beta(t-t_b)] & t_b \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.44)$$

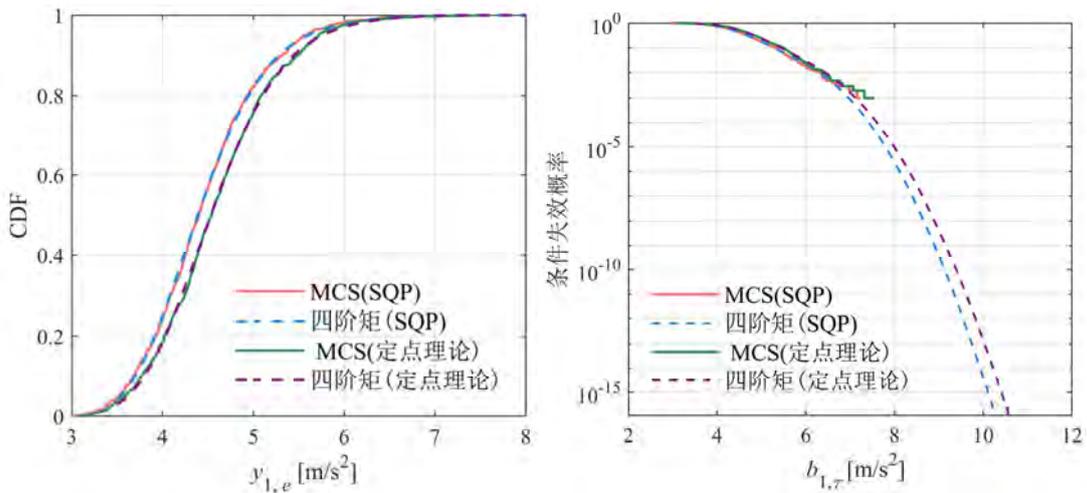
式中, 激励持续时长为  $T=20\text{s}$ ,  $t_a=2.5\text{s}$  和  $t_b=10\text{s}$  分别表示稳态部分起始和终止时间,  $\beta=0.1$  为稳态部分衰减参数数, 积分时变步长为  $\Delta t=0.02\text{s}$ 。激励的功率谱密

度函数仍使用 Kanai-Tajimi 模型 (式(4.42)), 模型中参数选取与 0 节相同, 采用 MCS 生成  $10^3$  条地震激励随机样本。与平稳随机激励下的可靠度分析步骤一样, 首先考虑结构在地震激励下的顶层加速度响应的动力可靠性, 其次考虑结构在地震激励下的顶层位移响应的动力可靠性, 将 4.6.3 节的两组优化参数带入结构的原始运动方程中, 对两种优化设计下的惯容减振结构的加速度响应和位移响应进行统计分析, 拟合对应的条件失效概率作为对比, 如图 4.29 和图 4.30 所示。

非平稳随机地震激励下, 以图中三个阈值 (加速度阈值  $b_{1,\tau}$  依旧取 6、7、 $8\text{m/s}^2$ ; 位移阈值  $b_{2,\tau}$  取 1.4、1.6、1.8m) 为例, 通过 SQP 算法得到的惯容减振结构相比于定点理论得到的惯容减振结构的加速度可靠性提升了 50.06%, 位移可靠性和基于定点理论设计的惯容减振结构的可靠性相当, 具体失效概率汇总于表 4.11 中。同样也可以说明在非平稳随机地震激励作用下, SQP 数值优化算法依旧具有一定的优越性, 可以同时满足峰值位移和峰值加速度可靠性要求的约束条件。

表 4.11 条件失效概率

四阶矩			
优化方法		SQP	定点理论
加速度 $b_{1,\tau}$	$6\text{m/s}^2$	$2.13 \times 10^{-2}$	$2.94 \times 10^{-2}$
	$7\text{m/s}^2$	$8.67 \times 10^{-4}$	$1.64 \times 10^{-3}$
	$8\text{m/s}^2$	$2.34 \times 10^{-6}$	$9.55 \times 10^{-6}$
位移 $b_{2,\tau}$	1.4m	$8.13 \times 10^{-3}$	$8.16 \times 10^{-3}$
	1.6m	$1.21 \times 10^{-3}$	$1.11 \times 10^{-3}$
	1.8m	$1.43 \times 10^{-4}$	$1.22 \times 10^{-4}$



(a) 累积分布函数

(b) 条件失效概率曲线

图 4.29 顶层峰值加速度条件失效概率结果

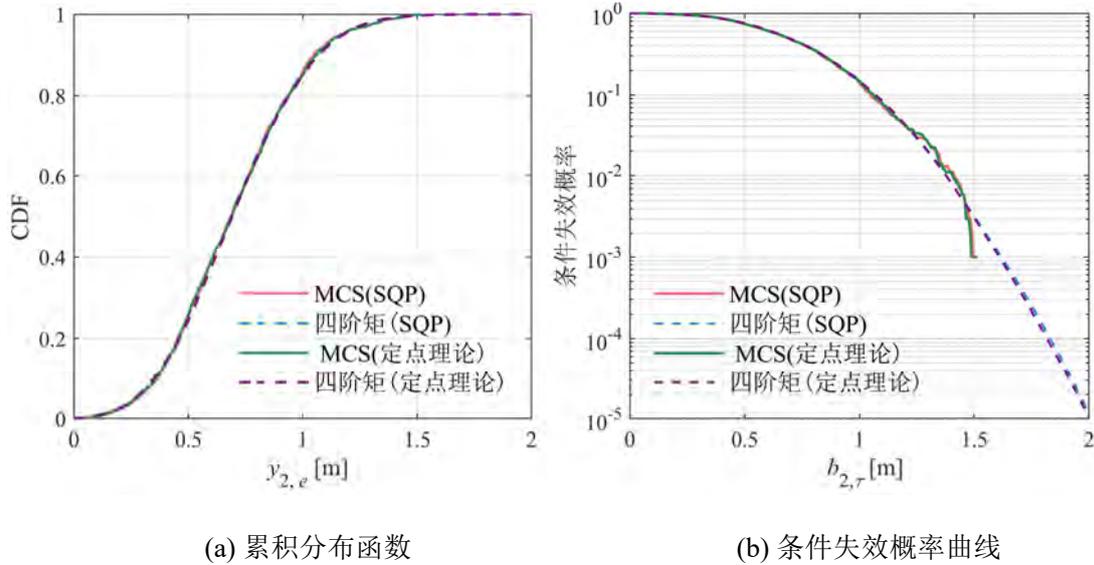


图 4.30 顶层峰值位移条件失效概率结果

由于在非线性系统中叠加原理不再成立，对应于首次超越问题中的基于极值的失效概率计算方法，本节引入四阶矩方法实现了对极值分布的近似拟合，从而进行了结构的可靠度的评估。并对基于 SQP 优化算法和定点理论公式得到的惯容减振结构参数进行了可靠度分析，从失效概率的角度评估了两种优化算法的可靠性，验证了数值优化参数在基于弯曲变形驱动模式的惯容系统的优化问题中具有一定的可靠性和优越性。

## 4.8 本章小结

本章在拉索连接惯容系统的基础上，结合受压材料，提出了一种正负刚度不对称的非线性拉索支撑，避免了钢支撑易屈曲的问题，实现了拉压异性的驱动性能。通过垂直安装该系统，充分利用弯曲变形的竖向分量触发惯容系统工作，可以有效地控制高层建筑的整体弯曲变形，为拉索连接惯容系统在高层结构中的应用提供了可行性方案。本章的主要结论如下：

(1) 通过定义支撑元件的压拉刚度比，系统惯质比、刚度比和阻尼比，对非线性惯容减振结构进行的参数分析可知，非线性拉索支撑的引入可以降低结构的峰值位移，增大支撑元件的压拉刚度比，可以使结构的峰值位移降低。与线性惯容系统的参数分析规律相似，在没有任何约束条件的情况下，NCBIS-单自由度结构的位移动力放大系数随着惯质比的增大而显著降低。

(2) 通过定义等效均值刚度，将 NCBIS 与主结构通过定点理论进行调谐设计，理论推导了系统刚度比与压拉刚度比的关系，由此可以确定非线性结构

体系优化设计的约束条件，从而提出了 NCBIS-单自由度结构的优化设计框架。

(3) 以结构性能指标作为优化目标的优化设计结果表明，基于性能的拉索连接惯容系统参数不仅可以使结构动力响应得到有效控制，同时也可以提升耗能元件的利用效率，实现耗能增效。依据所提出的优化方法得到的具有最优参数配比的惯容系统对结构的一阶模态的响应抑制效果显著。

(4) 通过高层弯剪模型的算例分析可知，在高层弯剪模型的低阶模态中，弯曲变形是不容忽略的。弯曲变形分量随着层数的增加而增大，在结构顶层位置处，结构的弯曲变形达到最大值，一阶模态中顶层处弯曲变形与剪切变形之比达到 90%，为基于弯曲变形驱动模式的惯容系统安装位置提供了方案。通过时程分析，验证了该驱动模式的有效性以及所提优化算法的可靠性。

(5) 在高层结构的层间位移响应中，1 阶模态占主导位置，因而采用单模态调谐方法可以有效控制结构各层的峰值位移响应；而高层结构的加速度响应往往受到高阶振型的影响，在加速度响应的控制中，高阶模态也有较大的贡献，仅仅采用单模态调谐无法实现峰值加速度的有效控制。

(6) 通过非线性高层惯容减振结构的可靠度分析表明，四阶矩方法可以实现对极值分布的近似拟合，从而实现了非线性高层惯容减振结构的可靠度评估。通过对基于数值优化算法和定点理论公式得到的惯容减振结构参数的可靠度分析，验证了数值优化算法在基于弯曲变形驱动模式的惯容系统的优化问题中表现出了一定的可靠性和优越性。

## 第5章 基于模态参与消减的直连拉索连接惯容系统的设计方法

### 5.1 引言

通过上一章的研究可知，高层结构的各层位移响应峰值可以通过安装惯容系统得到有效的控制，而各层加速度响应峰值往往受到高阶模态的影响，仅仅采用单模态调谐无法实现加速度峰值的有效控制。本章回归惯容元件的控制机理，从直连拉索连接惯容系统入手，研究模态参与消减机制，利用直连拉索连接惯容直接消减结构的多阶模态，从而实现多模态控制，为惯容减振结构的振动控制提供新的设计方案。

对于动力学问题而言，结构的响应大小一般由外部激励形式和结构自身的质量、阻尼、刚度三个要素控制。通过调整结构刚度、结构阻尼进行结构动力响应控制的研究十分丰富，例如：通过调整楼层刚度的底部及层间隔震体系，通过附加额外阻尼的消能减振结构。然而，由于双端质量元件的缺失，针对质量这一要素的调整一般通过改变结构负荷来实现。事实上，当建筑用途及形式已经确定时，结构负荷也随之确定，调整范围极其有限。得益于拉索支撑对于轴向刚度的直接利用以及惯容显著的表现质量的放大作用，可以通过直连拉索连接惯容系统改变结构的质量分别，实现独立于传统技术的新型减震方法。

本章首先介绍了直连拉索连接惯容系统的地震输入减小性能及模态参与消减特性。通过耦合有拉索连接惯容系统的单自由度结构量化了惯容装置的地震输入减小的影响。针对多自由度结构，介绍了层间分布式直连拉索连接惯容系统的全模态参与消减的简易算法。最后通过多个结构模型，对所提设计方法的有效性进行验证。

### 5.2 直连拉索连接惯容系统的减震机理

追溯到土木工程领域惯容装置的雏形——Kawamata 等<sup>[78]</sup>开发的液体泵，学者们针对惯容装置作为双端质量元件，在不增加额外自由度的条件下实现减震控制已经开展了系列研究。Saito 等<sup>[194]</sup>分析了安装惯容控制元件的单自由度结构的动力响应，首次从降低结构激励幅值的角度分析了惯容控制元件的工作机制。

Furuhashi 等<sup>[195-197]</sup>也得出了安装惯容控制元件可以有效控制结构响应的结论。Hessabi 等<sup>[106,107]</sup>通过采用齿轮惯容装置提高了薄弱层结构的抗震性能，增加了底层结构的抗侧承载力，降低了地震能量的输入。然而上述研究均未考虑支撑系统的改进，为此，结合拉索支撑的特性，本节将从地震输入减小及模态参与消减两个角度分析直连拉索连接惯容系统的减震机理及其优势。

### 5.2.1 地震输入减小特性

惯容作为具有两节点的质量元件，可以通过拉索支撑直接与结构相连接，从而调整结构的质量特性。直连拉索连接惯容系统是拉索连接惯容系统不使用调谐弹簧并忽略拉索柔度时的特殊形式，其基本构造如图所示。

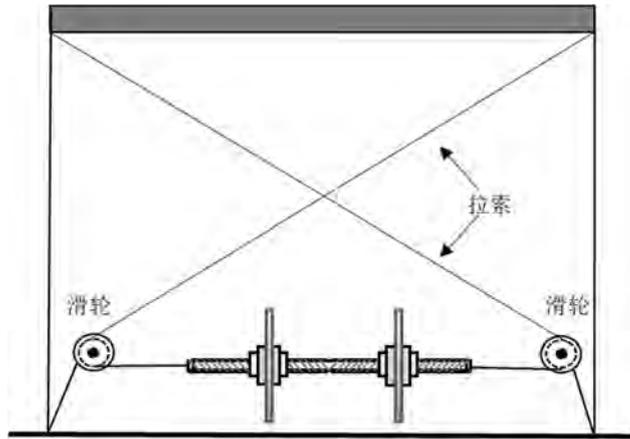


图 5.1 直连拉索连接惯容系统模型示意图

拉索的倾斜角为  $\theta$  惯容的表观质量为  $m_d$ ，如图 5.1 中所示，单自由度结构在地震激励下的运动方程可以表达为：

$$\left(m + m_d (\cos \theta)^2\right) \ddot{u}_s(t) + c \dot{u}_s(t) + k u_s(t) = -m a_g(t) \quad (5.1)$$

其中， $m$ ， $c$ ， $k$  分别是结构的质量，阻尼和刚度； $\ddot{u}_s(t)$ ， $\dot{u}_s(t)$ ， $u_s(t)$  分别是结构的加速度，速度及位移响应； $a_g(t)$  是外部激励输入。

当定义等效惯质比为  $\mu = \left(m_d \cdot (\cos \theta)^2\right) / m$  时，式(5.1)可以等效换为：

$$m \ddot{u}_s(t) + \frac{c}{1 + \mu} \dot{u}_s(t) + \frac{k}{1 + \mu} u_s(t) = -\frac{m}{1 + \mu} a_g(t) \quad (5.2)$$

对比公式(5.1)和公式(5.2)可知，通过直连拉索连接惯容系统调整单自由度结构的质量信息，我们可以获得等效的阻尼折减，刚度折减及地震输入减小。该特性是由惯容双端质量特性引起的，惯容显著的表观质量增加了式(5.1)左半部分的质量信息的改变而相对较小的物理质量对右半部分的地震输入力的影响几乎

可以忽略。

广义而言，直连拉索连接惯容系统具备以下控制特点：

- (1) 通过等效折减结构刚度，将结构周期延长至原周期的  $\sqrt{1+\mu}$  倍；
- (2) 通过等效折减结构阻尼，将结构的固有阻尼系数降低为原固有阻尼系数的  $1/(1+\mu)$ ；

(3) 安装直连拉索连接惯容系统的单自由度结构地震输入等效折减为了原结构的  $1/(1+\mu)$ 。

应当注意的是，此处定义的地震输入减小是指输入到主体结构的加速度减小，而非减少地震力本身。这是基于接地惯容的加速度补偿机制实现的，部分地震加速度通过惯容直接传递。

### 5.2.2 模态参与消滅特性

模态消滅特性，最初由 Furuhashi 等<sup>[190]</sup>针对直连惯容装置提出。由于模态消滅的本质是借助外部质量元件将高阶模态的参与系数消滅为 0，故本文将模态参与消滅特性重新命名为：模态参与消滅（Modal participation cancellation）特性。

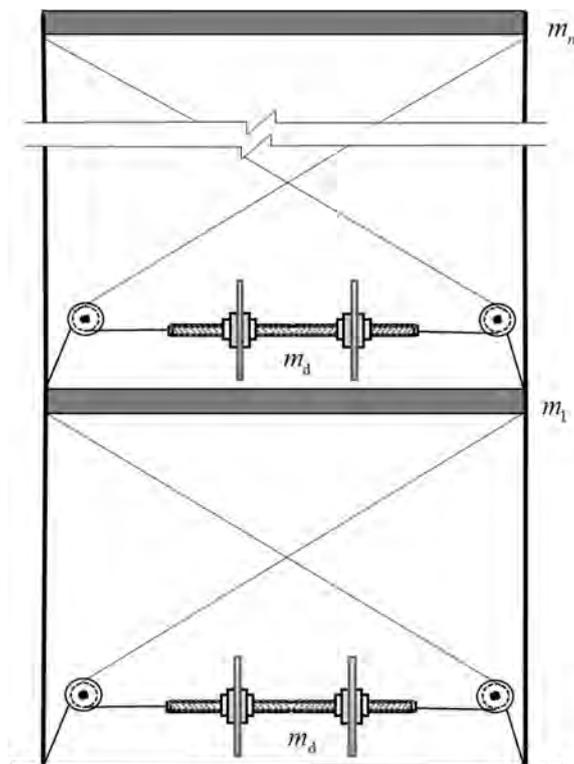


图 5.2 安装直连拉索连接惯容系统的多自由度结构

本节结合拉索连接惯容系统的特性对此进行简要分析。当考虑如图 5.2 所示的多自由度结构体系时，通过适当调整直连拉索连接惯容系统在结构中的分布，

可以有效地控制结构的模态特性。安装有直连拉索连接惯容系统的多自由度结构受地震激励的控制方程可以表达为：

$$([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\ddot{\mathbf{X}}_s(t) + [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{X}}_s(t) + [\mathbf{K}]\mathbf{X}_s(t) = -[\mathbf{M}_0]\{1\}a_g(t) \quad (5.3)$$

其中， $[\mathbf{M}_0]$ ， $[\mathbf{M}_d]$ 质量矩阵和直连拉索惯容系统的惯容表观质量矩阵（表达式见式(5.4)和式(5.5)，其中  $\beta_c$  是拉索的传递系数，表达式见式(5.8)）； $[\mathbf{C}]$ ， $[\mathbf{K}]$ 是结构的阻尼矩阵和刚度矩阵（表达式见式(5.6)和式(5.7)）； $\ddot{\mathbf{X}}_s(t)$ ， $\dot{\mathbf{X}}_s(t)$ ， $\mathbf{X}_s(t)$ 代表结构的加速度、速度及位移的响应向量； $\{1\}$ 为地震激励系数，指代地震输入对于多自由度各个楼层的一致激励。

$$[\mathbf{M}_0] = \text{diag}\{m_1, m_2, \dots, m_n\} \quad (5.4)$$

$$[\mathbf{M}_d] = \begin{bmatrix} m_{d,1}\beta_{c,1} + m_{d,2}\beta_{c,2} & -m_{d,2}\beta_{c,2} & & 0 \\ -m_{d,2}\beta_{c,2} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & m_{d,n-1}\beta_{c,n-1} + m_{d,n}\beta_{c,n} & -m_{d,n}\beta_{c,n} \\ 0 & & -m_{d,n}\beta_{c,n} & m_{d,n}\beta_{c,n} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & & 0 \\ -c_2 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & c_{n-1} + c_n & -c_n \\ 0 & & -c_n & c_n \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & 0 \\ -k_2 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

当充分利用结构的宽度，并采用滑轮式拉索支撑时，拉索的传递效率可以依据下式进行计算：

$$\beta_{c,i} = \frac{B^2}{B^2 + h_i^2} \quad (5.8)$$

其中  $B$  是结构的立面宽度， $h_i$  是结构第  $i$  层的结构高度。当定义等效地震激励系数  $\{\beta\} = ([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])^{-1}[\mathbf{M}_0]\{1\}$  时，方程(5.3)可以等效变形为：

$$([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\ddot{\mathbf{X}}_s(t) + [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{X}}_s(t) + [\mathbf{K}]\mathbf{X}_s(t) = -([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\{\beta\}a_g(t) \quad (5.9)$$

假定受控结构的  $i$  阶模态向量为  $\phi_i$ ，则受控结构的  $i$  阶模态响应可以通过求解如下等效单自由度结构的运动方程获取：

$$\begin{aligned}
 {}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])_i\phi_i\ddot{u}(t) + {}_i\phi^T[\mathbf{C}]_i\phi_i\dot{u}(t) + {}_i\phi^T[\mathbf{K}]_i\phi_iu(t) \\
 = -{}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])\{\beta\}a_g(t)
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

$${}_i\ddot{u}(t) + 2{}_i\omega_i h_i \dot{u}(t) + {}_i\omega_i^2 u(t) = -\frac{{}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])\{\beta\}}{{}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])_i\phi} a_g(t)
 \tag{5.11}$$

其中， ${}_i\omega$  和  $h$  分别为受控结构的  $i$  阶圆频率和阻尼比。 ${}_i\Gamma$  为  $i$  阶模态响应的参与因子：

$${}_i\Gamma = \frac{{}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])\{\beta\}}{{}_i\phi^T([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])_i\phi}
 \tag{5.12}$$

与无控结构的模态参与因子不同的是，公式(5.12)中受控结构的模态参与因子可以通过惯容表观质量的合理设定，来改变地震激励系数  $\{\beta\}$  从而调整模态参与因子。最为极端的工况为，地震激励系数  $\{\beta\}$  与特定的模态向量  $\{\phi\}$  关于质量矩阵  $([\mathbf{M}_0]+[\mathbf{M}_d])$  正交，则此模态向量对应的模态响应在受控结构总体响应的贡献为 0。

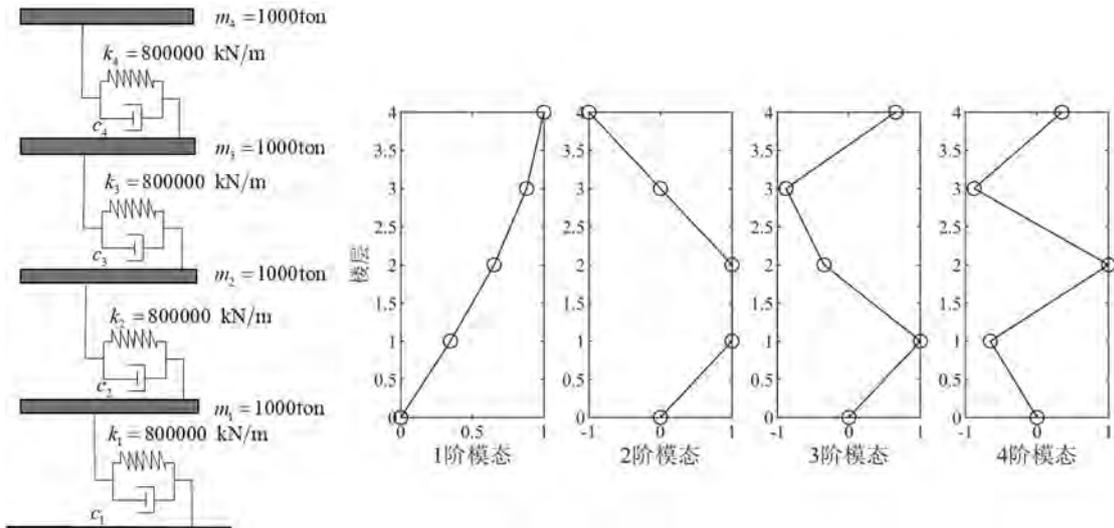


图 5.3 4 层结构振型

从参数分析的层面，以图 5.3 中的 4 层结构为例，结构的各层质量均为 1000 ton，各个楼层的层间刚度均为 800000 kN/m。在其底层接地安装一个直连拉索连接惯容系统，假定各层的拉索传递系数  $\beta_c$  均为 0.5。当直连拉索连接惯容系统的表观质量由 0 ton 开始连续变化时，依据模态参与因子的定义，可以计算其相对应的各阶模态参与因子  $\Gamma$ 。惯容的表观质量与各阶模态参与因子平方值的关系如图 5.4 所示。

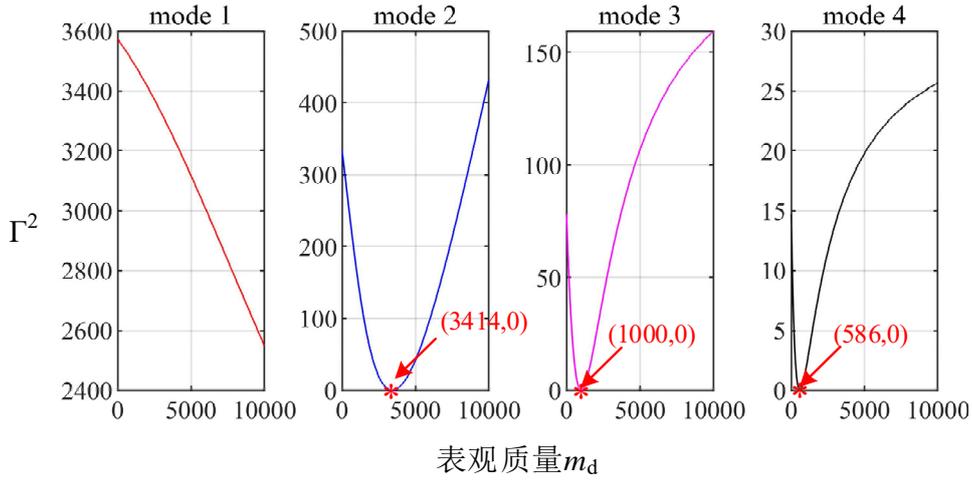


图 5.4  $m_d - \Gamma^2$  关系图

由图 5.4 可知，在所选取的惯容表观质量范围内，结构的一阶模态参与因子随着表观质量的增加而减小。对于二阶、三阶及四阶模态而言，总是存在特定的表观质量使得相应的模态参与因子降为 0 值。

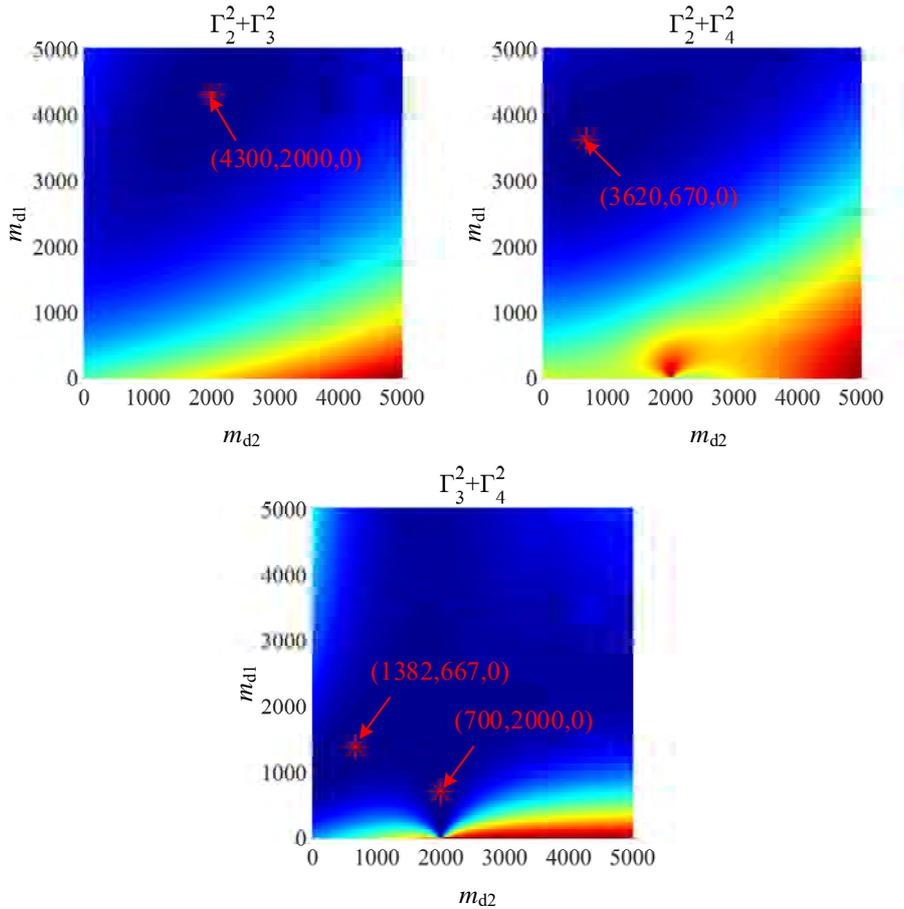


图 5.5 表观质量-多个模态参与系数关系图

进一步，当考虑同时消减多个模态时，以直连拉索连接惯容系统分别安装

于结构的底层及二层为例，其表观质量的变化同样将引起结构各模态参与系数的改变。如图 5.5 所示，至少存在一个表观质量的组合使得结构的二阶至四阶模态中的两个同时为零。

从解析的层面，通过观察  $i$  阶模态响应参与因子的表达式可知，模态参与消滅的本质为通过调整惯容表观质量改变受控结构的模态向量  ${}_i\phi$  使得如下方程成立：

$$\{{}_i\phi\}^T([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\{\beta\} = \{{}_i\phi\}^T[\mathbf{M}_0]\{\mathbf{1}\} = 0 \quad (5.13)$$

假定模态向量  $\{{}_i\phi\} = \{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T$ ，则上述方程可以改写为：

$$\sum_{j=1}^n {}_i\phi_j \cdot m_j = 0 \quad (5.14)$$

又因为  $\{{}_i\phi\}$  是模态向量，需要满足特征值方程：

$${}_i\omega^2[\mathbf{M}]\{{}_i\phi\} = [\mathbf{K}]\{{}_i\phi\} \quad (5.15)$$

利用直连拉索连接惯容系统进行模态参与消滅设计的本质为求解由公式 (5.14) 和公式 (5.15) 组成的关于变量  $\{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T$ 、 ${}_i\omega$  及惯容表观质量  $m_{d,1}, \dots, m_{d,n}$  的联立方程。

同样以一个 4 层结构为例，用于消滅特定模态  $\{{}_i\phi\} = \{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T$  的直连拉索惯容系统安装于底层，则控制方程可以表达为：

$${}_i\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 + m_{d,1}\beta_{c,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_i\phi_1 \\ {}_i\phi_2 \\ {}_i\phi_3 \\ {}_i\phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_i\phi_1 \\ {}_i\phi_2 \\ {}_i\phi_3 \\ {}_i\phi_4 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$[m_1, m_2, m_3, m_4]\{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T = 0 \quad (5.17)$$

将式 (5.16) 中的各行相加并减去式 (5.17) 可得：

$$\begin{aligned} & {}_i\omega^2 [m_{d,1}\beta_{c,1} \quad 0 \quad 0 \quad 0]\{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T \\ & = [k_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]\{{}_i\phi_1 \quad {}_i\phi_2 \quad {}_i\phi_3 \quad {}_i\phi_4\}^T \Rightarrow m_{d,1} = \frac{k_1}{\beta_{c,1}{}_i\omega^2} \end{aligned} \quad (5.18)$$

将式 (5.18) 带入式 (5.16) 并整理可得：

$${}_i\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_i\phi_1 \\ {}_i\phi_2 \\ {}_i\phi_3 \\ {}_i\phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_i\phi_1 \\ {}_i\phi_2 \\ {}_i\phi_3 \\ {}_i\phi_4 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

方程(5.19)是一个常规的特征值问题，因此可以采用 MATLAB 中的“eig()”函数直接求解。将求解所得到的特征值带入公式(5.18)即可求得对应的惯容表观质量。值得注意的是，由于方程(5.19)右侧的刚度矩阵非满秩，存在一个数值为 0 的一阶特征值。因此，当系统尝试控制一阶模态时，则所需的惯容表观质量由公式(5.18)计算为无穷，这与图 5.4 中的参数分析结果一致。依据图 5.3 中 4 层结构的参数，可以计算得出用于控制二阶、三阶及四阶的惯容表观质量分别为：3414.21 ton，1000.00 ton 和 585.79 ton，这与图 5.4 中的参数分析的结果一致。

当考虑多个模态参与消减时，为了简化惯容参数的计算流程，防止控制效果的耦合导致设计困难，在此，指定安装位置较高的直连拉索连接惯容系统用于消减较高阶模态，并尽可能的将直连拉索连接惯容系统安装于结构下部。同样以在底层和第二层安装直连拉索连接惯容系统的 4 层结构为例，其控制方程可以写为：

$$\begin{aligned}
 {}_k\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 + m_{d,1}\beta_{c,1} + m_{d,2}\beta_{c,2} & -m_{d,2}\beta_{c,2} & 0 & 0 \\ -m_{d,2}\beta_{c,2} & m_2 + m_{d,2}\beta_{c,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_k\phi_1 \\ {}_k\phi_2 \\ {}_k\phi_3 \\ {}_k\phi_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_k\phi_1 \\ {}_k\phi_2 \\ {}_k\phi_3 \\ {}_k\phi_4 \end{bmatrix} \quad (k=i, j) \quad (5.20)
 \end{aligned}$$

$$[m_1, m_2, m_3, m_4] \{ {}_k\phi_1 \quad {}_k\phi_2 \quad {}_k\phi_3 \quad {}_k\phi_4 \}^T = 0 \quad (k=i, j) \quad (5.21)$$

其中， $i, j$  为目标控制模态。

由上述单一模态参与消减的计算流程可知，安装于上层的直连拉索连接惯容系统的控制效果不受下层系统影响。因此，从较高层的直连拉索连接惯容系统的表观质量开始计算。假定，第二层直连拉索连接惯容系统所控制的模态向量为： $\{ {}_j\phi_2 \} = \{ 0 \quad {}_j\phi_2 \quad {}_j\phi_3 \quad {}_j\phi_4 \}^T$ ，则将方程(5.20)的第 2 行至第 4 行相加并减去方程(5.21)可得：

$$\begin{aligned}
 &{}_j\omega^2 [-m_{d,2}\beta_{c,2} \quad m_{d,2}\beta_{c,2} \quad 0 \quad 0] \{ 0 \quad {}_j\phi_2 \quad {}_j\phi_3 \quad {}_j\phi_4 \}^T \\
 &= [-k_2 \quad k_2 \quad 0 \quad 0] \{ 0 \quad {}_j\phi_2 \quad {}_j\phi_3 \quad {}_j\phi_4 \}^T \quad (5.22) \\
 &\Rightarrow m_{d,2} = \frac{k_2}{\beta_{c,2} {}_j\omega^2}
 \end{aligned}$$

将公式(5.22)带入公式(5.20)并整理可得：

$${}_j\omega^2 \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}_j\phi_2 \\ {}_j\phi_3 \\ {}_j\phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 & 0 \\ -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}_j\phi_2 \\ {}_j\phi_3 \\ {}_j\phi_4 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

方程(5.23)是一个传统的特征值问题。考虑到方程(5.23)右侧的刚度矩阵为秩为 2 的矩阵，因此在此假定下，安装于结构二层的直连拉索惯容系统仅能消滅第三或第四阶模态。将求解所得的特征值带入公式(5.22)即可求得对应的惯容表观质量。进一步的，获取安装于二层的直连拉索连接惯容系统的相关参数后，则安装于底层的直连拉索连接惯容系统的参数求解与消滅单一模态的流程完全一致。依据图 5.3 中的 4 层结构的参数，可以计算得出用于同时控制二阶和三阶，二阶和四阶及三阶和四阶的惯容表观质量的组合分别为：(4303ton, 2000ton)，(3618ton, 667ton)和(1382ton, 667ton)，这与图 5.5 中的参数分析结果一致。值得注意的是，同样是示出了基于本解析假定以外的解，解的不唯一性主要来源于高阶模态在底层模态坐标为 0 的假设。

### 5.3 直连拉索连接惯容系统的全模态参与消滅简易算法

当结构除了一阶以外的模态的参与系数都通过逐层安装惯容装置消滅为 0 时，一般此控制方法称为全模态控制。依据定义，用于全模态控制的直连拉索惯容系统的各层惯容表观质量可以通过自上而下逐层计算。本节将结合结构各阶模态关于其质量矩阵正交给出全模态参与消滅的简易算法。

观察式(5.12)的  $i$  阶模态响应的参与因子可知，其消滅为 0 的条件可以描述为结构的第  $i$  阶模态向量  $\{i\phi\}$  与等效地震激励系数  $\{\beta\}$  关于结构质量矩阵正交。依据结构各阶模态关于其质量矩阵正交可知，令等效地震激励系数  $\{\beta\}$  与受控结构的一阶模态相同时，对一阶以外的模态而言，其参与因子恒为 0。

若结构的一阶模态向量与等效地震激励系数  $\{\beta\}$  相等，则下式成立：

$${}_1\omega^2 ([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d]) \{\beta\} = [\mathbf{K}] \{\beta\} \quad (5.24)$$

将等效地震激励系数  $\{\beta\} = ([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])^{-1} [\mathbf{M}_0] \{1\}$  带入公式(5.24)可得：

$${}_1\omega^2 [\mathbf{M}_0] \{1\} = [\mathbf{K}] \{\beta\} \quad (5.25)$$

将矩阵展开可得：

$$\begin{cases} {}_1\omega^2 m_1 = -k_2(\beta_2 - \beta_1) + k_1\beta_1 \\ {}_1\omega^2 m_2 = -k_3(\beta_3 - \beta_2) + k_2(\beta_2 - \beta_1) \\ \vdots \\ {}_1\omega^2 m_{n-1} = -k_n(\beta_n - \beta_{n-1}) + k_{n-1}(\beta_{n-1} - \beta_{n-2}) \\ {}_1\omega^2 m_n = k_n(\beta_n - \beta_{n-1}) \end{cases} \quad (5.26)$$

公式(5.26)由下至上逐项累加可得:

$$\begin{cases} {}_1\omega^2 \left( \sum_{i=1}^n m_i \right) = k_1\beta_1 \\ \vdots \\ {}_1\omega^2 (m_{n-1} + m_n) = k_{n-1}(\beta_{n-1} - \beta_{n-2}) \\ {}_1\omega^2 m_n = k_n(\beta_n - \beta_{n-1}) \end{cases} \quad (5.27)$$

由此, 可求得:

$$\beta_1 = \frac{{}_1\omega^2 \left( \sum_{i=1}^n m_i \right)}{k_1}, \quad \beta_i = \beta_{i-1} + \frac{{}_1\omega^2 \left( \sum_{j=i}^n m_j \right)}{k_i}, i = 2 \dots n \quad (5.28)$$

考虑到控制  $n-1$  阶模态仅需  $n-1$  个直连拉索连接惯容系统, 且尽可能将直连拉索惯容系统安装于下部, 顶层未安装惯容系统。由此可知  $m_{d,n} = 0$ 。根据等效地震激励系数  $\{\beta\}$  的定义可知:

$$\begin{aligned} ([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d]) \{\beta_1 \ \dots \ \beta_{n-1} \ \beta_n\}^T &= [\mathbf{M}_0] \{1\} \\ \Rightarrow m_n \beta_n &= m_n \cdot 1 \Rightarrow \beta_n = 1 \end{aligned} \quad (5.29)$$

将  $\beta_n = 1$  带入公式(5.28)可知:

$$\beta_n = {}_1\omega^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \left( \sum_{j=i}^n m_j \right) = 1 \Rightarrow {}_1\omega^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \left( \sum_{j=i}^n m_j \right)} \quad (5.30)$$

由此, 将公式(5.30)带入公式(5.28)可以求解得出等效地震激励系数。将等效地震激励系数  $\{\beta\}$  带入公式(5.29)并求解各层直连拉索连接惯容系统的惯容表观质量  $m_{d,i}$  可得:

$$\begin{aligned} m_{d,1} &= \frac{(1 - \beta_1)m_1 + \beta_{c,2} \cdot m_{d,2}(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_{c,1}} \\ m_{d,i} &= \frac{m_i + \beta_{c,i+1} \cdot m_{d,i+1} \left( 1 - \frac{1 - \beta_{i+1}}{1 - \beta_i} \right)}{\left( \frac{1 - \beta_{i-1}}{1 - \beta_i} - 1 \right) \beta_{c,i}} \quad (2 \leq i \leq n-1) \\ m_{d,n} &= 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

其中，各层拉索支撑的传递效率指标可以依据结构的层高，建筑立面宽度及拉索支撑种类预先确定。

基于此，直连拉索连接惯容系统的全模态参与消滅简易计算流程可汇总如下：

(1) 利用结构的刚度和质量，由公式(5.30)计算全模态控制的受控 1 阶圆频率 $\omega_1$ ；

(2) 利用结构的刚度和质量及上一步求解的 1 阶圆频率 $\omega_1$ ，由公式(5.28)计算等效地震激励系数 $\{\beta\}$ （等价于受控结构的一阶模态向量）；

(3) 利用结构的刚度和质量，上一步求解的等效地震激励系数 $\{\beta\}$ 以及各层拉索支撑的传递效率指标 $\beta_{c,i}$ ，由公式(5.31)计算各层惯容的表观质量 $m_{d,i}$ 。

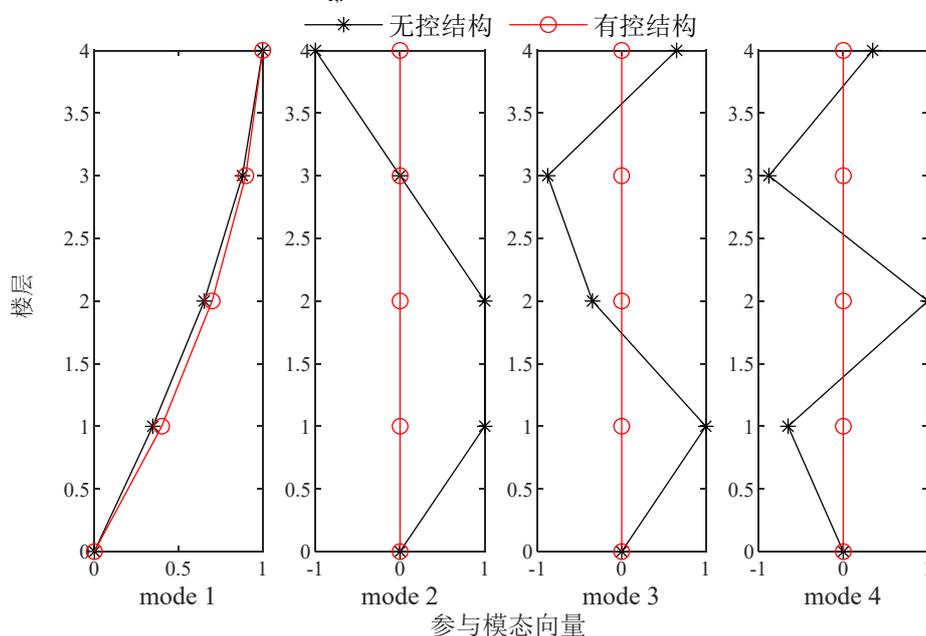


图 5.6 4 层结构的参与模态向量

以图 5.3 中的 4 层结构为例，依据上述流程设计的用于消滅结构 2 阶至 4 阶模态的直连拉索连接惯容系统应安装于结构的底层，二层及三层，相应的惯容表观质量应选取为：5000.00 ton，2666.67 ton，1000.00 ton。可以验证的是该计算结果与利用 5.2.2 节中的多模态控制迭代计算的结果是一致的。在本简易方法中，采用的计算均为一般的四则运算，不存在求解耦合方程亦或指定的模态特征值，这在数值稳定及工程应用方面具有一定的价值。

从图 5.6 中的参与模态向量可知，所设计的直连拉索连接惯容系统有效地消滅了结构的二至三阶模态。

## 5.4 算例分析及减震性能验证

为了验证基于全模态参与消减设计的直连拉索连接惯容系统的减震性能，本节采用日本隔震结构协会提出的 3 个基准结构作为算例，设计对应的直连拉索连接惯容系统并验证其减震性能。

### 5.4.1 基准结构的初步分析及直连拉索连接惯容系统的设计

4 层、10 层及 20 层基准结构的立面图如图 5.7 所示，3 个基准结构的底层层高均为 6m，标准层层高为 4m。基准结构的等效剪切模型的各层弹性刚度及楼层质量汇总于表 5.1 中。

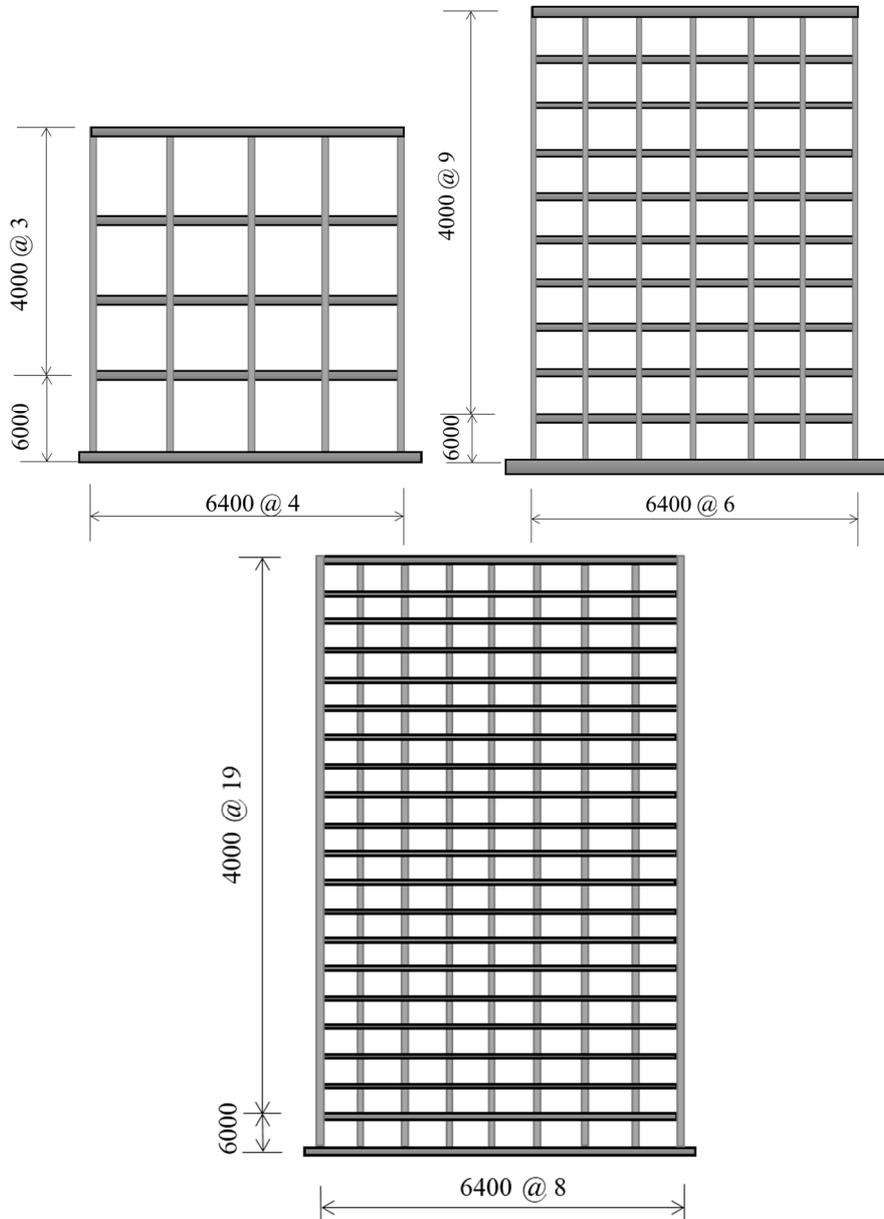


图 5.7 4 层、10 层及 20 层基准结构立面图

表 5.1 基准结构的基本参数及用于全模态参与消滅的直连拉索连接惯容系统的设计参数

4 层结构				10 层结构			
楼层	质量 (ton)	刚度 (kN/m)	表观质量 (ton)	楼层	质量 (ton)	刚度 (kN/m)	表观质量 (ton)
4	489.4	62950	0.00	10	875.4	158550	0.00
3	366.8	73360	399.75	9	649.5	180110	428.16
2	369.2	91910	992.50	8	656.2	220250	1303.00
1	376.2	56460	1346.48	7	660.2	244790	2485.30
-	-	-	-	6	667.2	291890	4391.72
-	-	-	-	5	670.1	306160	6226.01
-	-	-	-	4	675.7	328260	8571.40
-	-	-	-	3	680.0	383020	12385.73
-	-	-	-	2	681.6	383550	14886.26
-	-	-	-	1	699.9	279960	12991.43
20 层结构							
楼层	质量 (ton)	刚度 (kN/m)	表观质量 (ton)	楼层	质量 (ton)	刚度 (kN/m)	表观质量 (ton)
20	1830.3	278890	0.00	10	1417.9	630600	53551.41
19	1363.6	292940	825.80	9	1417.9	638150	65949.58
18	1368.4	312500	2263.77	8	1421.3	694730	77521.74
17	1368.4	342860	4462.74	7	1426.0	729130	86956.18
16	1384.2	444000	8858.29	6	1426.0	736710	111273.17
15	1384.2	452990	12374.12	5	1430.6	854990	124792.12
14	1389.1	473310	16725.11	4	1438.0	875890	144310.43
13	1401.9	491330	21658.17	3	1443.6	930850	163452.51
12	1407.2	599170	32063.61	2	1449.3	974220	153746.36
11	1412.4	613920	38832.26	1	1495.2	842840	53551.41

进一步的，依据 5.3 节的全模态参与消滅简易算法，直连拉索连接惯容系统的惯容表观质量可以通过计算得到，相应的参数汇总于表 5.1 中。

#### 5.4.2 减震性能验证

为了验证直连拉索连接惯容系统的控制效果，首先进行谐振分析，重点研究各层位移相对于地面位移的频响函数。假定各结构的固有阻尼比为 0.05。考虑公式(5.3)右端的加速度输入为简谐激励： $a_g = \omega^2 X_0 e^{i\omega t}$ ，则响应可以表达为  $X_s(t) = X e^{i\omega t}$ ，公式(5.3)可以转化为：

$$(-([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\omega^2 + i\omega[\mathbf{C}] + [\mathbf{K}])X e^{i\omega t} = -[\mathbf{M}_0]\{1\}\omega^2 X_0 e^{i\omega t} \quad (5.32)$$

因此，各层位移响应相对于地面位移的频响函数可以表达为：

$$FRF_{\text{disp}}(\omega) = \left| \frac{X}{X_0} \right| = \left| \frac{[\mathbf{M}_0]\{1\}\omega^2}{(-([\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_d])\omega^2 + i\omega[\mathbf{C}] + [\mathbf{K}])} \right| \quad (5.33)$$

其中， $[\mathbf{M}_d]$ 为零矩阵时上式代表了无控结构的频响函数。

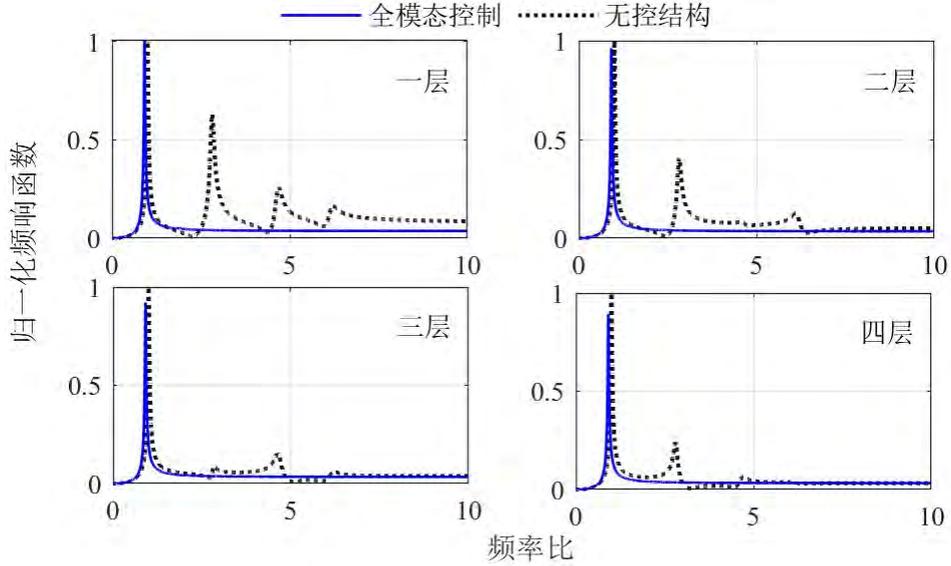


图 5.8 4层基准结构的频响函数

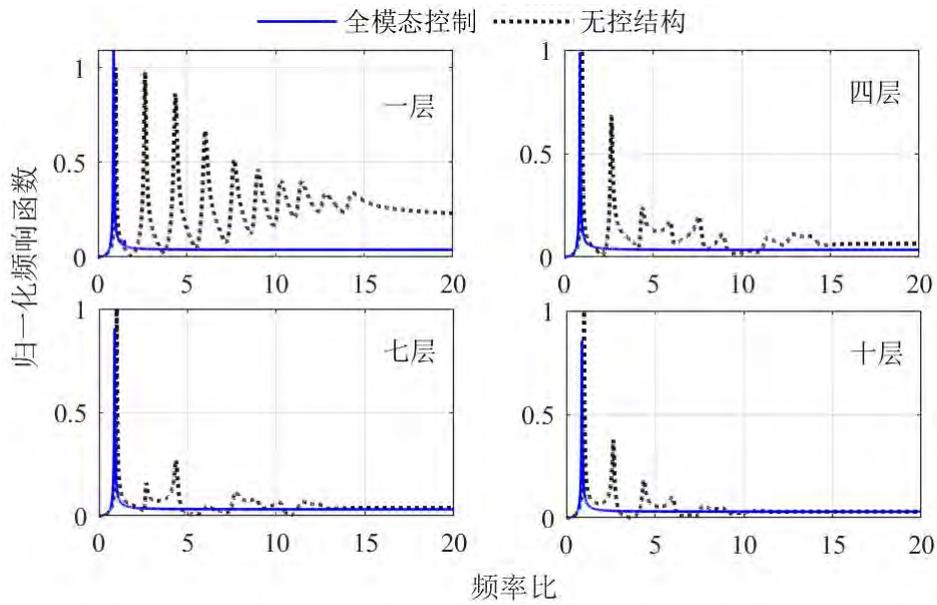


图 5.9 10层基准结构的频响函数

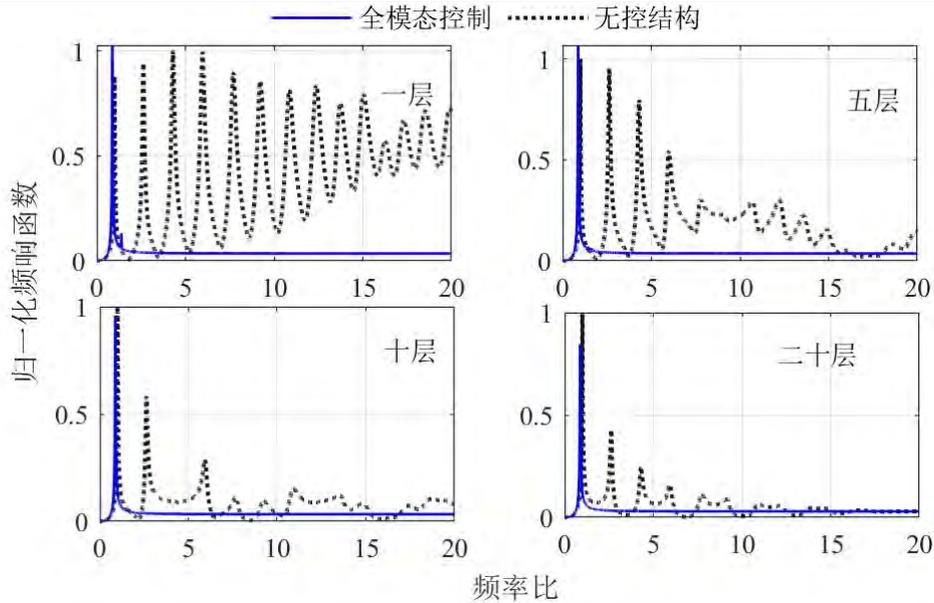


图 5.10 20 层基准结构的频响函数

图 5.8 至图 5.10 展示了无控结构及有控结构的底层、顶层和中间层的位移传递函数。以 4 层基准结构的频响函数为例，无控结构在一阶、二阶、三阶以及四阶模态对应的频率处存在局部峰值，通过全模态参与消减简易算法进行设计的有控结构针对位移频响函数在高阶模态的峰值均有较好的消除作用。这与全模态参与消减算法的目标是一致的，即消除高阶模态的参与，使结构以一阶模态为主。通过位移传递函数的对比，可以验证基于全模态参与消减机理设计的直连拉索连接惯容系统可以有效去除高阶模态的影响。通过逐层安装直连拉索连接惯容系统（除去各结构的顶层），可以实现惯容减振结构的模态消减，在频域范围内验证了本文提出的全模态参与消减简易算法的有效性以及该方法所推导的惯容系统表观质量解析公式的便捷性。

进一步的，采用记录加速度时程对无控结构及有控结构进行时程分析，对基于全模态参与消减设计直连拉索连接惯容系统的减震效果进行验证并进一步分析其减震机理。图 5.11 至图 5.13 显示了记录地震加速度 1940 年 El-Centro 波的计算结果。由图可知，在时域分析的角度，对于三个 4 层、10 层和 20 层的结构而言，在地震激励作用下，20 层结构的位移和加速度的控制效果优于 10 层结构的位移和加速度的控制效果，4 层结构的控制效果最差。尤其对于加速度的控制效果，越是高层结构，加速度的控制效果越显著，这正是因为，高层建筑的楼面加速度响应往往同时受到多阶模态的控制，高阶模态的参与因子较大。通过使用全模态参与消减简易算法设计的直连拉索连接惯容系统对于高层结构的位移、加速度和层间位移角的控制效果是显著的。对比无控结构的层间位移角，可以看出由于惯容系统的出力使得全模态控制的结构变形变得更加均匀，没有

层间位移角的突变，变形更接近于结构的一阶模态（高阶模态被消减）。

对于高层结构而言，由于高阶模态的参与会导致剪力在楼层间的分布不均匀（图 5.12(b)和图 5.13(b)），但是通过模态参与消减设计的受控结构的层间剪力分布均匀，这也是由于高阶模态导致的楼层间的剪力不均匀被直连拉索连接惯容系统出力所抵消掉。此外，由于惯容系统的反作用力与刚度项的反作用力处于相反的相位，因此可以看出，惯容系统减少了整个结构的层间剪力。

对于中高层结构而言，基于全模态参与消减机制的惯容减振结构的控制效果十分显著，由表 5.1 中可知，相对应的层数越高对于惯容表观质量的需求越高。考虑到目前已经成熟的惯容表观质量放大机制的物理实现，对表观质量的需求在实际工程中已不存在挑战性。

目前模态参与消减技术可以快速有效地控制受特定频率荷载下响应较大的结构，但该技术仍存在一定的应用局限性：（1）虽惯容表观质量放大机制已成熟，但在高层结构的振动控制中该方法仍对惯质的数量需求较多，因而在工程实用方面存在局限性；（2）目前研究尚未考虑阻尼的影响，所设计的惯容模态消减效果会因结构阻尼的影响而劣化；（3）模态消减中对于刚性连接的假定使得在工程应用中需要实用刚度较大的直连拉索。

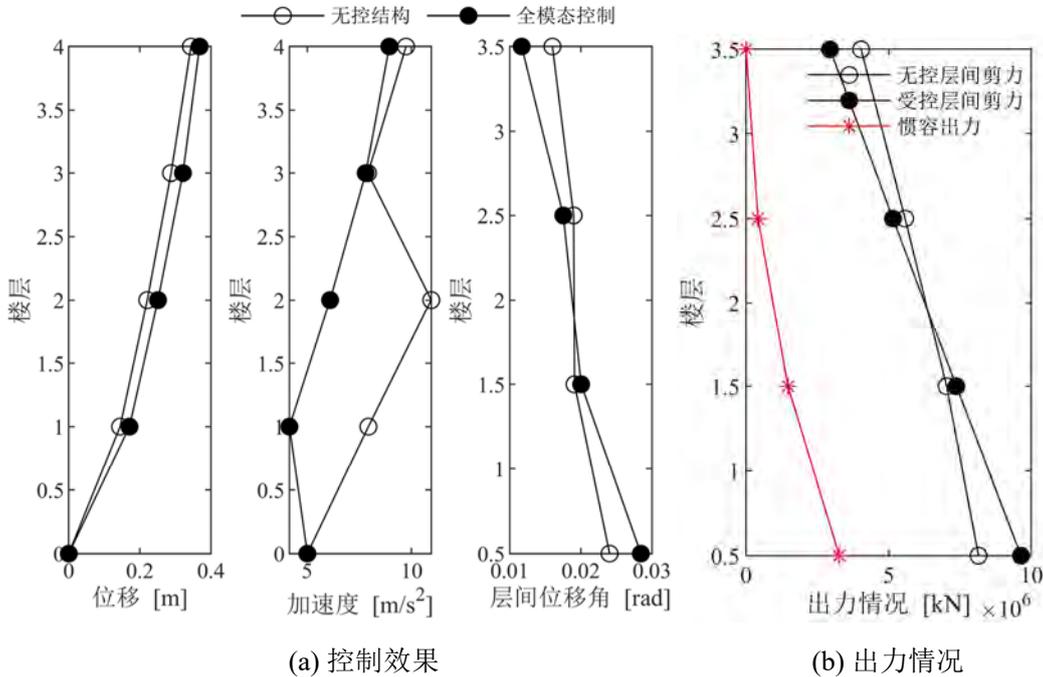


图 5.11 4 层基准结构的控制效果

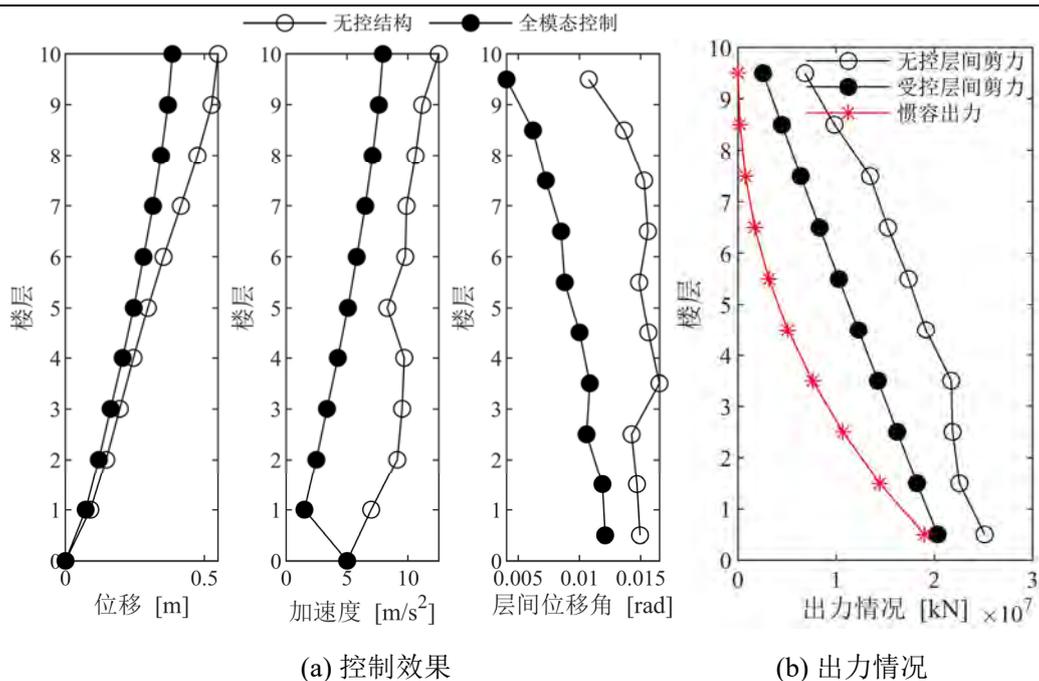


图 5.12 10 层基准结构的控制效果

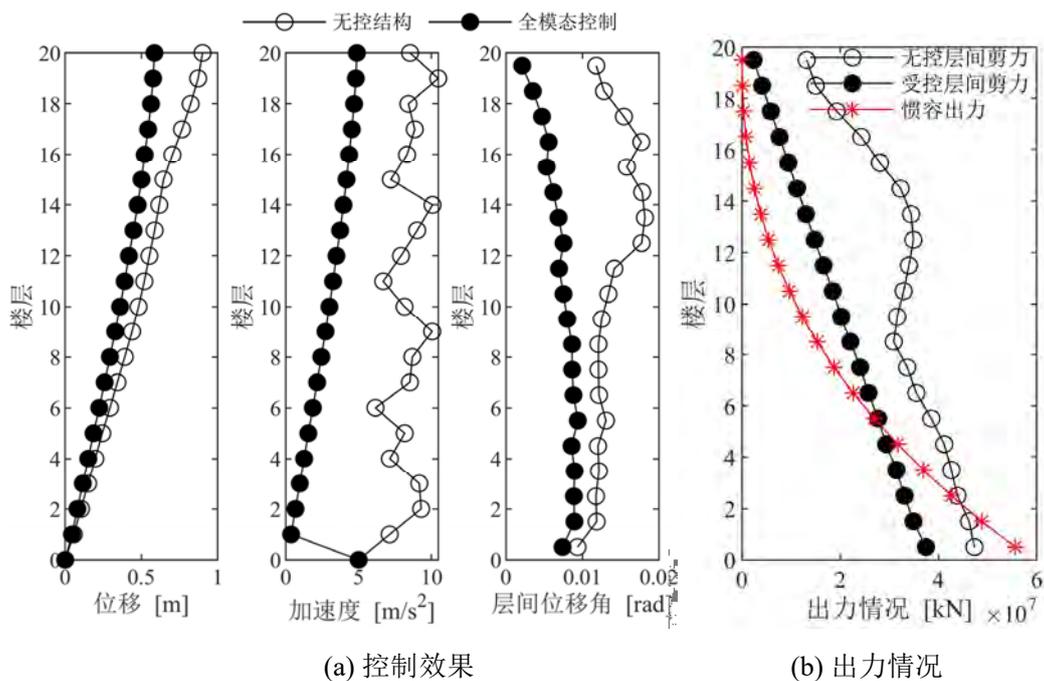


图 5.13 20 层基准结构的控制效果

## 5.5 本章小结

第 4 章的研究表明高层结构的加速度响应往往受到高阶振型的影响，在加速度响应的控制中，高阶模态有较大的参与，仅仅采用单模态调谐无法实现峰值加速度的有效控制。本章从惯容元件入手，通过模态参与消减机制来探究高

层结构的模态参与因子对结构振动响应的影响，探究基于模态参与消减机制的拉索连接惯容系统的减震机理及其控制优势，并验证直连拉索连接惯容系统对高层结构的振动控制效果。本章的主要结论如下：

(1) 介绍了直连拉索连接惯容系统的地震输入减小性能及模态参与消减特性，给出了直连拉索连接惯容系统的控制特点。基于接地惯容的加速度补偿机制，将地震加速度通过惯容直接传递，可以将单自由度结构的地震输入等效折减为原结构的  $1/(1+\mu)$ ，揭示了惯容系统地震输入减小的机理。

(2) 推导了基于模态参与消减机制的直连拉索连接惯容系统的解析解，并与参数分析结果相吻合，从解析的层面揭示了惯容的表观质量与各阶模态参与因子的关系，可以通过惯容表观质量的合理设定进行模态参与因子的调节，为惯容系统的参数设计提供了理论依据。

(3) 给出了全模态控制的定义，并结合结构各阶模态关于其质量矩阵正交给出了全模态参与消减的简易算法流程。该算法不存在求解耦合方程和指定的模态特征值，在数值稳定及工程应用方面具有一定的价值。

(4) 通过位移传递函数的对比，可以验证基于全模态参与消减机理设计的直连拉索连接惯容系统可以有效去除高阶模态的影响。因此，通过使用全模态参与消减简易算法设计的直连拉索连接惯容系统可以实现对高层结构的位移、加速度和层间位移角的有效控制。

## 第 6 章 基于调谐机制的竖向安装惯容系统的多模态减震设计方法

### 设计方法

#### 6.1 引言

利用高层结构的弯曲变形在结构中设置非承重构件或安装消能装置，是实现结构减震的有效途径。消能伸臂体系和钢管支撑直连方式均为利用高层结构弯曲变形实现消能减震的方式。对于高层结构而言，当结构受到水平荷载作用时，核心筒承受侧向荷载，发生弯曲变形，随着结构高度的增高，其抗侧刚度已经不能满足结构控制变形的需要。此时，采用伸臂体系是一种较为常见提高结构抗侧刚度的方式。2010 年建成的世界第一高的迪拜哈利法塔以及 2015 年竣工的世界第二高的上海中心均采用伸臂体系作为主要抗侧体系。另一方面，为提高其减震性能，Smith 等<sup>[198]</sup>在伸臂体系的基础上，提出了耗能伸臂减震系统，在伸臂桁架和外柱之间竖向安装阻尼器，利用核心筒和外柱的之间的竖向变形，发挥阻尼器耗能的作用，从而实现结构的振动控制。但是，目前已有的伸臂体系的控制效果存在以下的不足：这类消能体系往往可以有效地控制结构的位移响应，但结构各层峰值加速度无法得到有效的控制<sup>[199]</sup>。

另一方面，在日本，利用高层结构的弯曲变形，实现结构的震动控制还有一种方式，如图 6.1 所示，位于东京都新宿区的新宿住友大厦（地上 52 层，地下 4 层）通过钢管直接将竖向安装在地面上的阻尼器连接到结构顶层，对既有高层结构进行抗震性能的提升。

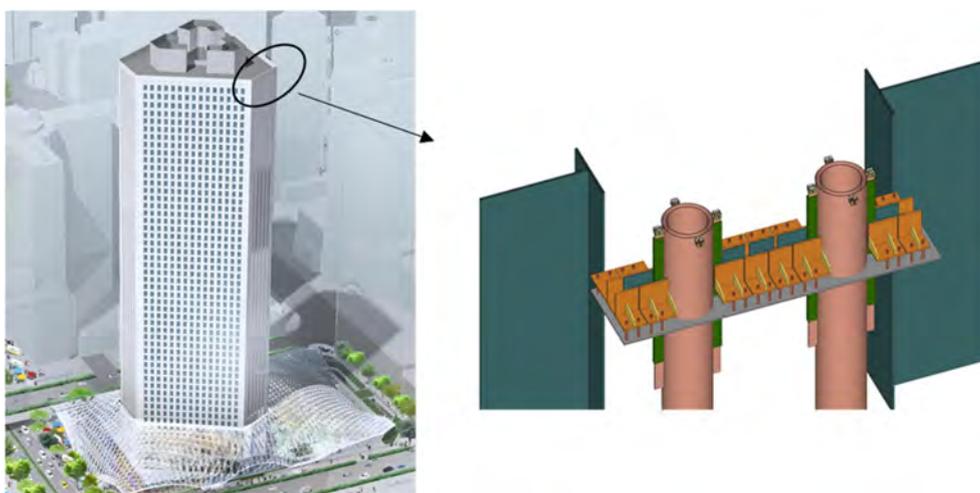


图 6.1 新宿住友大厦

本文第 5 章基于模态参与消减直连拉索连接惯容系统可以通过消除高阶模态的影响实现对高层结构的位移、加速度和层间位移角的控制，但是对于一个  $N$  层的高层结构，需要安装  $N-1$  个惯容系统，且对惯容系统的表观质量的要求也很大，这无疑增大了控制成本。为了综合考虑高层建筑的控制成本，实现结构性能最优，本章将通过调谐机制对高阶模态进行精准控制。受到日本新宿住友大厦减震方案的启发，采用拉索支撑体系作为连接构件，将竖向安装的惯容系统跨层连接到结构各层中，安装方式如图 4.17，当结构受到往复地震作用时，支撑体系可以通过调谐作用实现阻尼元件的变形放大，充分利用结构变形的同时也减少了惯容系统的安装数量，从而实现成本控制和性能控制的双重目标。此外，本章专注于调谐型拉索连接惯容系统的高层减震设计方法研究，采用压拉刚度比为 1 时的支撑系统进行理论分析。

Zhang 等<sup>[200]</sup>建议了地震作用下高耸结构的多模态控制优化设计理论，通过 TMIS-高耸结构的多模态控制，实现了结构顶层位移响应的有效控制；Zhang 等<sup>[201]</sup>提出了使用惯容进行模态精准控制的公式，阐明了结构多阶模态的靶向控制机理，实现了对任意一阶或多阶模态响应幅值的精准控制。由于高层建筑的楼面加速度响应往往同时受到多阶模态的控制，当对结构的第 1 阶模态进行调谐时，只用层间位移可以得到很好得控制；当同时对结构的高阶模态进行调谐时，结构的层间位移和楼面加速度响应均可以得到控制。本文基于调谐机制通过安装惯容系统进行结构的多模态控制 (Multi-mode control)，实现结构层间加速度和位移峰值的协同控制。最后，结合伸臂系统的设计思路，基于多模态调谐设计方法，进行了高层结构的性能控制和成本控制的优化设计。

## 6.2 多模态调谐设计方法

### 6.2.1 模态控制的基本思想

模态分析是将系统振动微分方程组中的物理坐标变换为模态坐标，使得方程组可以解耦，成为一组以模态坐标和模态参数描述的独立方程，其中，坐标的变换矩阵为振型矩阵，二者的关系如图 6.2 所示。

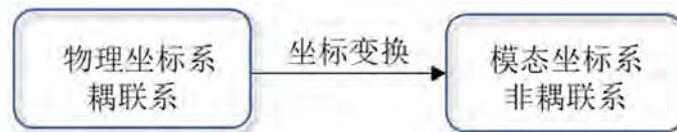


图 6.2 物理坐标系和模态坐标系的关系

本文第 4 章中已经介绍了在一般的物理空间中可以通过下式描述一个  $N$  自由度系统在地震激励下的运动方程：

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{X}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{X}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{X}_s = -\mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma}_s \ddot{x}_g \quad (6.1)$$

该方程表明多自由度系统的各物理坐标相互干涉，耦合。为了有针对性的表达结构不同频率下的响应，可利用特征向量的正交性，将公式(6.1)进行解耦。假定阻尼矩阵和地面激励均为 0 时，结构的稳态响应为：

$$x_s = \{X_s\} e^{j\omega t} \quad (6.2)$$

将上式代入式(6.1)，可以得到：

$$(-\omega^2 \mathbf{M}_s + \mathbf{K}_s) \{X_s\} = 0 \quad (6.3)$$

式中  $\{X_s\}$  为物理空间中结构自振稳态响应的幅值向量，为物理坐标。系统运动时有  $\{X_s\} \neq 0$ ，所以式(6.3)存在非零解的条件为：

$$|-\omega^2 \mathbf{M}_s + \mathbf{K}_s| = 0 \quad (6.4)$$

该式为特征方程式，解该式可以得到系统的特征值，因而可以得到特征向量。通过特征值分析得到的特征向量构成的矩阵叫做模态矩阵，定义如下：

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_N] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

矩阵成分  $\phi_{ji}$  的  $j$  表示坐标序号， $i$  表示模态的阶数。利用该模态矩阵实行物理坐标和模态坐标之间的变换，有：

$$\{X_s\} = [\Phi] \{\delta\} = \sum_{r=1}^N \delta_r \{\phi\}_r = [\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_N] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_N \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

式中  $\{\delta_r\}$  为  $N$  行 1 列的模态坐标向量，由于正交性的存在，模态坐标具有可以相互解耦的特性。

假定地面运动为简谐激励  $\ddot{x}_g = A_0 e^{j\omega t}$  ( $A_0$  为激励的幅值， $\omega$  为激励的频率)，结构的稳态响应为  $x_s = \{X_s\} e^{j\omega t}$ ，带入系统在外部激励下的运动方程(6.1)可得：

$$(-\omega^2 \mathbf{M}_s + j\omega \mathbf{C}_s + \mathbf{K}_s) \{X_s\} = -\mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma}_s A_0 \quad (6.7)$$

假定结构阻尼为比例阻尼时，上式可以通过  $N$  个相互独立的模态坐标方程进行表达：

$$(-\omega^2 \mathbf{M}_{s,r} + j\omega \mathbf{C}_{s,r} + \mathbf{K}_{s,r})\{\delta_r\} = -\{\phi\}_r^T \mathbf{M}_s \Gamma_s A_0 \quad (6.8)$$

式中  $\mathbf{M}_{s,r}$ ,  $\mathbf{C}_{s,r}$ ,  $\mathbf{K}_{s,r}$  分别为第  $r$  阶模态质量、模态阻尼和模态刚度:

$$\mathbf{M}_{s,r} = \{\phi\}_r^T \mathbf{M}_s \{\phi\}_r, \mathbf{C}_{s,r} = \{\phi\}_r^T \mathbf{C}_s \{\phi\}_r, \mathbf{K}_{s,r} = \{\phi\}_r^T \mathbf{K}_s \{\phi\}_r \quad (6.9)$$

单自由度体系的受迫振动的解为:

$$\delta_r = \frac{-\{\phi\}_r^T \mathbf{M}_s \Gamma_s A_0}{-\omega^2 \mathbf{M}_{s,r} + j\omega \mathbf{C}_{s,r} + \mathbf{K}_{s,r}} \quad (6.10)$$

将式(6.10)代入式(6.6)可得到利用模态坐标的解来表达物理空间中的结构响应:

$$\{X_s\} = \sum_{r=1}^N \delta_r \{\phi\}_r = \sum_{r=1}^N \frac{-\{\phi\}_r^T \mathbf{M}_s \Gamma_s A_0}{-\omega^2 \mathbf{M}_{s,r} + j\omega \mathbf{C}_{s,r} + \mathbf{K}_{s,r}} \{\phi\}_r \quad (6.11)$$

### 6.2.2 惯容系统的模态参数

通过式(6.9)和特征向量即可确定结构的任意一阶的模态质量、模态阻尼和模态刚度,但是由于特征向量是由振幅比确定的,可以任意放缩,并没有附加特别的物理意义,结构的模态质量、模态阻尼和模态刚度等的模态特性值的物理意义比较含糊不清,其参数值也不唯一,日本学者<sup>[202]</sup>在讨论动力吸振器的设计时,利用解耦后的单自由度模型位移响应与原结构对应位移模态上某一点响应相同的原理,将结构特征向量进行归一化,由此依据公式(6.9)计算得到的模态质量唯一,被称为等效质量。这意味着,当解耦单自由度结构的模态质量符合等效质量定义时,该单自由度结构的响应值均与相应模态指定点的响应相同。在该等效单自由度模型上安装动力吸振器时,所能获得的减振效果,与将动力吸振器安装于原结构所指定的等效节点处的效果一致。

惯容系统的加入可以提高系统阻尼比,增加结构的耗能能力,系统阻尼比随惯容系统安装位置和阻尼参数的变化而产生变化,因此,可以通过计算不同模态下各楼层的安装位置对整个结构系统阻尼比的影响来确定控制结构不同模态响应的惯容系统的安装位置。以解耦后的单自由度模型的位移响应与原结构在对应模态的某两点位置之间安装惯容系统所能获得的相对位移相同作为原则,将特征向量进行归一化并带入公式(6.9)即可得到定义在对应模态指定两节点上的等价质量  $M_{e,r}$ :

$$M_{e,r} = \begin{Bmatrix} \frac{\phi_{1r}}{\{\phi_r\}^T T} \\ \frac{\phi_{2r}}{\{\phi_r\}^T T} \\ \vdots \\ \frac{\phi_{Nr}}{\{\phi_r\}^T T} \end{Bmatrix}^T \mathbf{M}_s \begin{Bmatrix} \frac{\phi_{1r}}{\{\phi_r\}^T T} \\ \frac{\phi_{2r}}{\{\phi_r\}^T T} \\ \vdots \\ \frac{\phi_{Nr}}{\{\phi_r\}^T T} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\{\phi_r\}^T T} \{\phi_r\}^T \mathbf{M}_s \{\phi_r\} \frac{1}{T^T \{\phi_r\}} \quad (6.12)$$

式中,  $T$  为惯容系统的位移转换矩阵, 用来表示惯容系统的安装位置和地面的相对位移关于各层位移矢量的转换矩阵, 具体定义见第 4 章,  $\{\phi_r\}$  为未归一化的  $r$  阶模态的特征向量。当针对  $r$  阶模态解耦后的单自由度结构进行控制, 安装有惯容系统表观质量矩阵为  $\mathbf{M}_d$  时,  $r$  阶模态惯质比  ${}_r\mu$  可以表达为:

$${}_r\mu = \frac{\mathbf{M}_d}{M_{e,r}} = \frac{\mathbf{M}_d}{\frac{1}{\{\phi_r\}^T T} \{\phi_r\}^T \mathbf{M}_s \{\phi_r\} \frac{1}{T^T \{\phi_r\}}} = \frac{\{\phi_r\}^T T^T \mathbf{M}_d T \{\phi_r\}}{\{\phi_r\}^T \mathbf{M}_s \{\phi_r\}} \quad (6.13)$$

式(6.13)即为惯容系统的模态惯质比, 针对不同的安装位置计算得到的等效质量适用于单自由度结构的调谐公式亦可在  $r$  阶模态解耦后的单自由度结构进行使用。同理可得惯容系统的模态阻尼比  $\xi$  和刚度比  $\kappa$  为:

$$\xi = \frac{C_d}{2M_s \omega_r} = \frac{\{\phi_r\}^T T^T C_d T \{\phi_r\}}{2\{\phi_r\}^T \mathbf{M}_s \{\phi_r\} \omega_r} \quad (6.14)$$

$$\kappa = \frac{K_d}{K_s} = \frac{\{\phi_r\}^T T^T K_d T \{\phi_r\}}{\{\phi_r\}^T \mathbf{K}_s \{\phi_r\}}$$

由式(6.11)可知, 结构的响应是各个模态响应的综合体现, 模态控制就是将响应较大的几个模态分别进行控制, 达到降低结构响应的目标。当增加惯容系统对结构某一阶模态进行控制时, 以设置 1 个惯容系统作为反馈系统为例, 在振动角频率为  $\omega$  的稳态振动作用下, 外力向量为  $\{F\}$ , 惯容系统的反馈力向量  $\{F_d\}$  是位移向量  $\{X_s\}$  的函数, 传递函数为  $H(\omega)$  为:

$$H(\omega) = \frac{-\omega^2 m_d k_d + j\omega c_d k_d}{-\omega^2 m_d + j\omega c_d + k_d} \quad (6.15)$$

其中,  $m_d$ ,  $c_d$  和  $k_d$  分别为控制结构第  $r$  阶模态的惯容系统的表观质量、阻尼系数和支撑体系的刚度系数。传递函数和附加系统反馈力向量之间的关系为:

$$\{F_d\} = H(\omega) \{X_s\} \quad (6.16)$$

当对  $r$  阶模态进行控制时, 其模态控制的示意图如图 6.3 所示, 图中  $G_r$  为结构的传递函数。将多自由度体系分离成  $N$  个单一的反馈系统,  $r$  阶模态的响应计

算流程如图 6.3，该过程实现了非耦合化，建立了目标控制模式的通过非耦合惯容体系进行的被动控制系统。

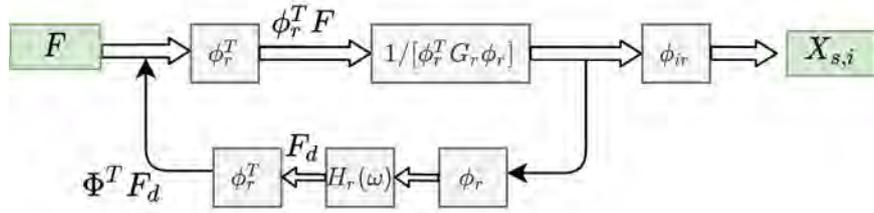


图 6.3 多自由度体系的  $r$  阶模态控制

### 6.2.3 多模态调谐的数值优化问题

#### (1) 附加 CBIS 结构体系的模态分析

高层结构的楼面加速响应中高阶模态会有较大的影响（如图 6.4 所示），因而要实现位移和加速度的协同控制，就需要关注结构的高阶模态。采用 CBIS 实现高层建筑减震的关键就在于同时安装多个惯容系统以控制多阶模态对地震响应的贡献，多模态控制下高层结构的运动方程为：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\Gamma\ddot{x}_g \quad (6.17)$$

式中各参数定义同第 4 章，此处不再进行赘述。关于支撑元件的位移转换矩阵  $\mathbf{T}$ ，由于多模态控制下安装方式与第 4 章单模态控制不同，此处将进行重新定义，假设分别在  $r$ 、 $s$ 、 $n$  层安装  $i$  个惯容系统进行多模态控制，此时的转换矩阵为：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & -\frac{L}{2} & \dots & -\frac{L}{2} & \dots & -\frac{L}{2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & \frac{L}{2} & \dots & 0 \end{bmatrix}_{i \times 2N} \quad (6.18)$$

$\rightarrow r^{th} \qquad \rightarrow s^{th} \qquad \rightarrow n^{th}$

图 6.4 为取结构一阶模态为控制目标，通过定点理论进行调谐设计时结构的加速度和位移频响函数。由图可知，结构顶层位移响应主要由第 1 阶模态起控制作用，顶层加速度响应中第 2 阶和第 3 阶模态所占比重不能忽略。

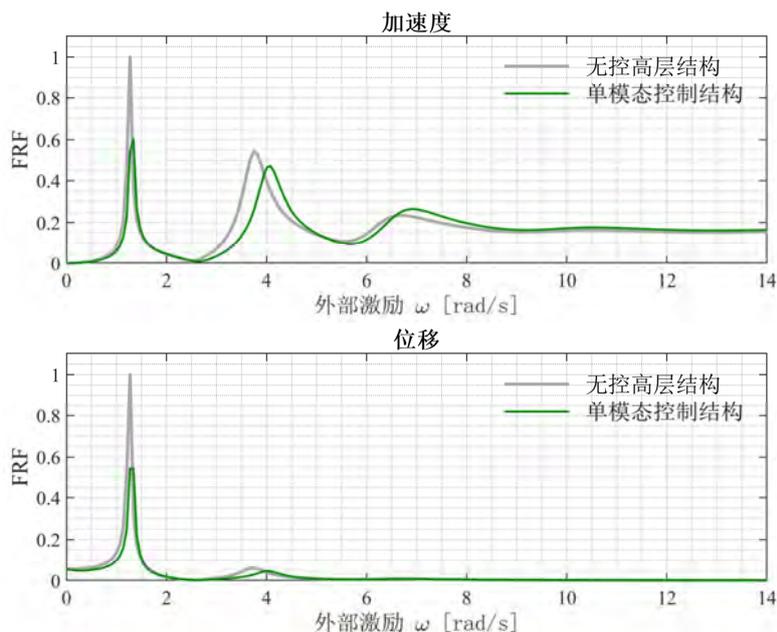


图 6.4 结构顶层位移和加速度传递函数

## (2) 结构随机振动响应分析

由于地震动的不确定性，地震时地面运动加速度  $X_g(t)$  不是时间  $t$  的确定性函数，进行地震荷载作用下结构的动力分析时，可将地震加速度  $X_g(t)$  看成一个随机过程。本节结构随机振动响应分析采用的平稳随机激励的功率谱密度模型为 Kanai-Tajimi 模型（见式(4.42)）。K-T 谱是一种单峰值功率谱模型，具有物理意义明确的模型参数，能够反映场地的滤波作用，体现了场地特征对地震动的影响规律。考虑 K-T 谱的物理意义，地面激励的状态空间表达式为：

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_q(t) &= \mathbf{A}_q \mathbf{X}_q(t) + \mathbf{E}_q w(t) \\ \ddot{x}_g(t) &= \mathbf{C}_q \mathbf{X}_q(t)\end{aligned}\quad (6.19)$$

其中，

$$\mathbf{A}_q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_g^2 & -2\zeta_g \omega_g \end{bmatrix}, \mathbf{C}_q = \sqrt{2\pi S_0} \begin{bmatrix} -\omega_g^2 & -2\zeta_g \omega_g \end{bmatrix}, \mathbf{E}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\quad (6.20)$$

为了在结构随机振动响应分析中考虑合适的随机地震动输入模型，需要将地震作用下结构运动状态空间方程进行拓展。首先，定义扩展状态空间向量  $x_s = \{\mathbf{X}^T, \dot{\mathbf{X}}^T, \mathbf{X}_q^T\}^T$ ，设置惯容系统的结构运动方程可改写成如下状态方程：

$$\begin{aligned}\dot{x}_s(t) &= \mathbf{A} x_s(t) + \mathbf{E} w(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C} x_s(t)\end{aligned}\quad (6.21)$$

其中， $\mathbf{z}(t)$  为观测输出向量，包括结构各层的相对位移和绝对加速度响应以及用来进行多模态控制的各个惯容系统的出力。矩阵  $\mathbf{A}$ ， $\mathbf{C}$ ， $\mathbf{E}$  分别可以表达为：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(2N+i) \times (2N+i)} & \mathbf{I}_{(2N+i) \times (2N+i)} \\ -\mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{2N \times i} & \mathbf{C}_s + \mathbf{TC}_d \mathbf{T}^T & \mathbf{TC}_d \\ \mathbf{0}_{i \times 2N} & \mathbf{K}_d & \mathbf{C}_d \mathbf{T}^T & \mathbf{C}_d \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(2N+i) \times 1} \\ -\mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{0}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ \mathbf{0}_{2 \times (4N+2i)} & \mathbf{A}_q \end{bmatrix} \mathbf{C}_q \quad (6.22)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2N \times 2N} & \mathbf{0}_{2N \times (2N+2i)} \\ -\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2N \times (2N+i)} & \mathbf{I}_{2N \times 2N} & \mathbf{0}_{2N \times i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(2N+i) \times (2N+i)} & \mathbf{I}_{(2N+i) \times (2N+i)} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{(4N+i) \times 2} \\ \mathbf{0}_{i \times 2N} & \mathbf{K}_d & \mathbf{0}_{i \times (2N+i)} \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(4N+2i) \times 1} \\ \mathbf{E}_q \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

式中各符号含义与第 4 章中定义相同。根据直接随机分析方法<sup>[203]</sup>，将观测输出向量  $\mathbf{z}$  的协方差矩阵  $\mathbf{K}_{zz}$  表达为：

$$\mathbf{K}_{zz} = \mathbf{CPC}^T \quad (6.24)$$

其中， $\mathbf{P}$  可以通过求解与之相关的 Lyapunov 方程获得，可利用 MATLAB 中的 lyap 函数直接实现，对应 Lyapunov 函数的输入格式，该方程可表达为：

$$\mathbf{AP} + \mathbf{PA}^T + 2\pi S_0 \mathbf{EE}^T = 0 \quad (6.25)$$

根据均方值响应的定义，惯容减震系统的层间相对位移、绝对加速度以及惯容系统出力的均方值可以通过对输出向量  $\mathbf{z}$  的协方差矩阵  $\mathbf{K}_{zz}$  对角线元素进行开方获得。

### (3) 多模态控制的优化问题的数学表达

为了能综合考虑高层建筑的控制成本和结构性能，提高建筑结构在 seismic 荷载作用下的性能，惯容系统多模态控制的目标选取为层间位移响应比、加速度响应比和惯容系统控制力之比组合而成的综合目标  $f(\alpha, \beta)$ ：

$$f(\alpha, \beta) = \alpha \times \frac{\sigma_{\text{dis.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{0 \text{ dis.}}^{\text{top floor}}} + \beta \times \frac{\sigma_{\text{acc.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{0 \text{ acc.}}^{\text{top floor}}} + (1 - \alpha - \beta) \times \frac{F_{\text{di}}^{\text{max}}(j, y)}{F_{\text{di opt}}^{\text{max}}(j, y)} \quad (6.26)$$

其中， $\sigma_{\text{dis.}}^{\text{top floor}}$  和  $\sigma_{\text{acc.}}^{\text{top floor}}$  为设置惯容系统后结构在随机激励下的顶层位移均方值和加速度均方值， $F_{\text{di}}^{\text{max}}(j, y)$  为惯容系统出力均方值的最大值； $\sigma_{0 \text{ dis.}}^{\text{top floor}}$  和  $\sigma_{0 \text{ acc.}}^{\text{top floor}}$  为无控高层结构在随机激励下的层间位移和绝对加速度的均方值  $F_{\text{di opt}}^{\text{max}}(j, y)$  为  $\alpha=0$ ， $\beta=0$  时惯容系统的控制力均方值的最大值。 $\alpha$  和  $\beta$  为权重系数，用来表示对位移、加速度和控制成本之间的权衡程度和重视程度。 $\alpha$  越大，表示控制目标以位移控制为主， $\beta$  越大，表示控制目标以加速度控制为主， $1-\alpha-\beta$  越大，代表控制目标以成本控制为主。基于不同优化目标权重的多模态控制的优化问题表达如下：

$$\begin{aligned}
 & \text{find} \quad {}_j y = \{ {}_j m_d, {}_j \xi_d \} \\
 & \text{to minimize} \quad f(\alpha, \beta) = \alpha \times \frac{\sigma_{\text{dis.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{0\text{dis.}}^{\text{top floor}}} + \beta \times \frac{\sigma_{\text{acc.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{0\text{acc.}}^{\text{top floor}}} + (1 - \alpha - \beta) \times \frac{F_{\text{di}}^{\text{max}}({}_j y)}{F_{\text{di opt}}^{\text{max}}({}_j y)} \quad (6.27) \\
 & \text{subject to} \quad {}_j \omega_r = \frac{1}{\sqrt{1 - {}_j \mu}} {}_j \omega_0
 \end{aligned}$$

其中，权重系数的约束条件为：

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq \alpha \leq 1 \\
 & 0 \leq \beta \leq 1 \\
 & \alpha + \beta \leq 1
 \end{aligned} \quad (6.28)$$

### 6.2.4 多模态控制设计流程

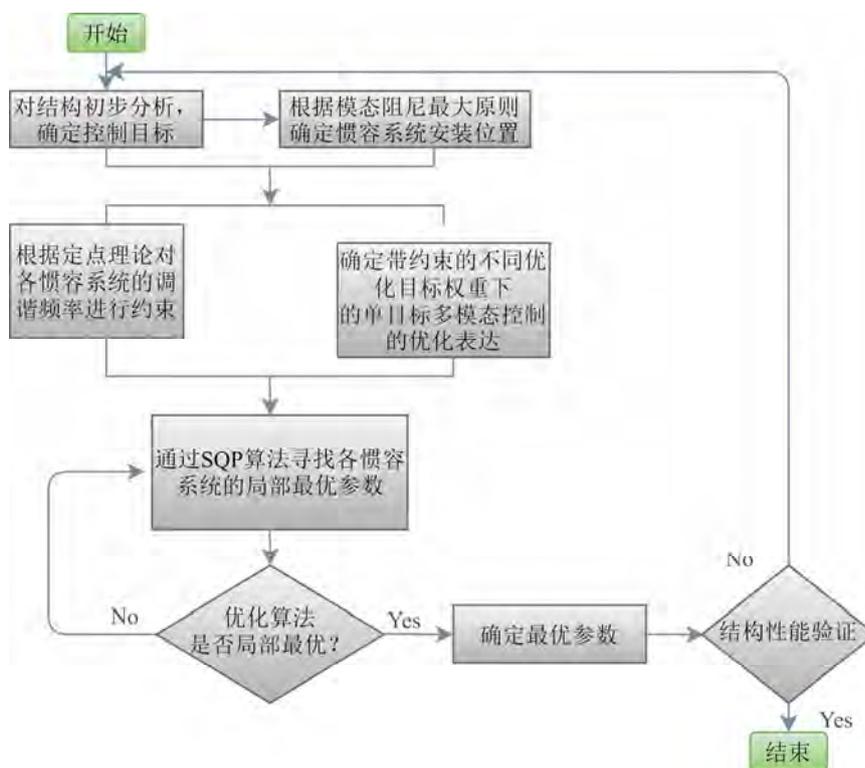


图 6.5 多模态控制设计流程

基于模态控制的基本思想，考虑安装多个惯容系统，针对结构的不同模态进行多模态的控制设计。总结设计流程如下（流程图见图 6.5）：

- (1) 分析结构的基本参数，确定结构需要控制的目标模态；
- (2) 计算各目标模态不同安装位置处的模态阻尼比，依据模态阻尼比最大的原则确定各惯容系统的安装位置；

(3) 针对各受控模态的单自由度等效模型，利用定点理论确定各惯容系统的调谐频率约束条件；

(4) 依据惯容系统控制力约束及结构性能控制目标，将减振控制设计问题表达为带约束的不同优化目标权重下的单目标寻优问题；

(5) 利用 SQP 算法寻找各惯容系统的表观质量，阻尼系数和支撑刚度的局部最优解；

(6) 基于以上优化设计的参数进行结构性能的验证。

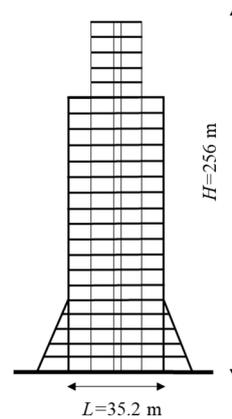
## 6.3 调谐型惯容系统的多模态控制优化设计算例

### 6.3.1 高层结构的基本信息

本节采用的高层结构是日本大阪府咲洲厅舍（原大阪世界贸易中心大楼）<sup>[189]</sup>，该建筑于 1995 年 2 月竣工，地下 3 层，采用钢筋混凝土结构，地上 53 层，采用钢结构，共 256m 高。



(a) 建筑物外观



(b) Y(短边)方向轮廓图

图 6.6 建筑概述

考虑该模型的变形特点，Y 方向（即短边方向）的弯曲变形分量占主导，可以为竖向安装的惯容系统提供充足的驱动变形，故本节的算例分析对象采用结构的 Y 方向，图 6.6 显示了建筑物的外观和 Y 方向的框架轮廓。由图可知，该高层结构的高宽比为  $256/35.2=7.27$ ，Smith 和 Coull<sup>[204]</sup>认为，当高层结构的高宽比大于 4 时，由柱子轴向变形产生的弯曲变形不容忽略，该结构的高宽比 7.27，弯曲变形在整体变形中所占比重不容忽略，其中，不同振型下结构弯曲变形和剪切变形的贡献如图 6.7 所示。表 6.1 显示了该弯剪质点体系模型前三阶模态的

基本周期特性，表 6.2 显示了结构的基本信息，其中阻尼系数的计算见式(4.33)。

表 6.1 结构的基本周期

模态	一阶模态	二阶模态	三阶模态
周期 (s)	5.00	1.68	0.99
频率 $j\omega_0$ (rad/s)	1.257	3.734	6.367

表 6.2 结构基本信息

楼层	层高 $h$ (m)	$m$ (kg)	EI (N m <sup>2</sup> )	GA (N)	楼层	层高 $h$ (m)	$m$ (kg)	EI (N m <sup>2</sup> )	GA (N)
53	6	128622	2.30E+15	1.92E+10	26	4	139230	4.40E+13	3.30E+09
52	5	192576	1.52E+14	1.83E+09	25	4	140556	4.65E+13	3.48E+09
51	5	132192	1.48E+14	1.78E+09	24	4	140964	4.75E+13	3.58E+09
50	5	135048	1.51E+14	1.82E+09	23	4	141066	4.98E+13	3.73E+09
49	5	132804	1.53E+14	1.84E+09	22	4	141984	5.20E+13	3.90E+09
48	5	133722	1.59E+14	1.90E+09	21	4	142392	5.43E+13	4.08E+09
47	4	132702	7.08E+12	2.65E+09	20	4	156570	7.60E+13	3.64E+09
46	4	128214	2.96E+13	2.78E+09	19	4	160854	5.98E+13	4.07E+09
45	4	128520	1.55E+14	2.90E+09	18	5	144840	6.10E+13	4.14E+09
44	4	115464	1.70E+14	3.18E+09	17	4.2	150654	6.29E+13	4.29E+09
43	4	114240	1.91E+14	3.55E+09	16	4.2	151674	6.43E+13	4.38E+09
42	5	160854	3.40E+11	4.08E+09	15	4.2	152184	6.64E+13	4.52E+09
41	4	151980	5.98E+12	2.24E+09	14	4.2	152082	6.90E+13	4.69E+09
40	4	135864	3.00E+13	2.25E+09	13	4.2	152592	7.17E+13	4.88E+09
39	4	135864	3.08E+13	2.30E+09	12	4.2	152898	7.52E+13	5.12E+09
38	4	135966	3.15E+13	2.36E+09	11	4.2	153306	8.00E+13	5.45E+09
37	4	136782	3.23E+13	2.42E+09	10	4.2	154836	8.76E+13	5.95E+09
36	4	136986	3.30E+13	2.48E+09	9	4.2	155346	9.60E+13	6.52E+09
35	4	136986	3.38E+13	2.53E+09	8	4.2	155754	2.29E+13	7.79E+09
34	4	137088	3.45E+13	2.60E+09	7	4.2	226746	1.37E+13	4.12E+11
33	4	137088	3.58E+13	2.68E+09	6	4.2	205224	3.68E+17	6.88E+11
32	4	136986	3.73E+13	2.78E+09	5	5	143820	1.27E+18	1.17E+12
31	5	152184	5.52E+13	2.64E+09	4	4	761940	4.84E+17	7.18E+11
30	4	156060	4.05E+13	3.05E+09	3	5.7	160854	2.82E+17	4.18E+11
29	4	138006	4.08E+13	3.05E+09	2	4.5	177276	1.07E+17	1.58E+11
28	4	138822	4.13E+13	3.10E+09	1	4.5	230112	1.71E+13	3.16E+10
27	4	139230	4.25E+13	3.20E+09					

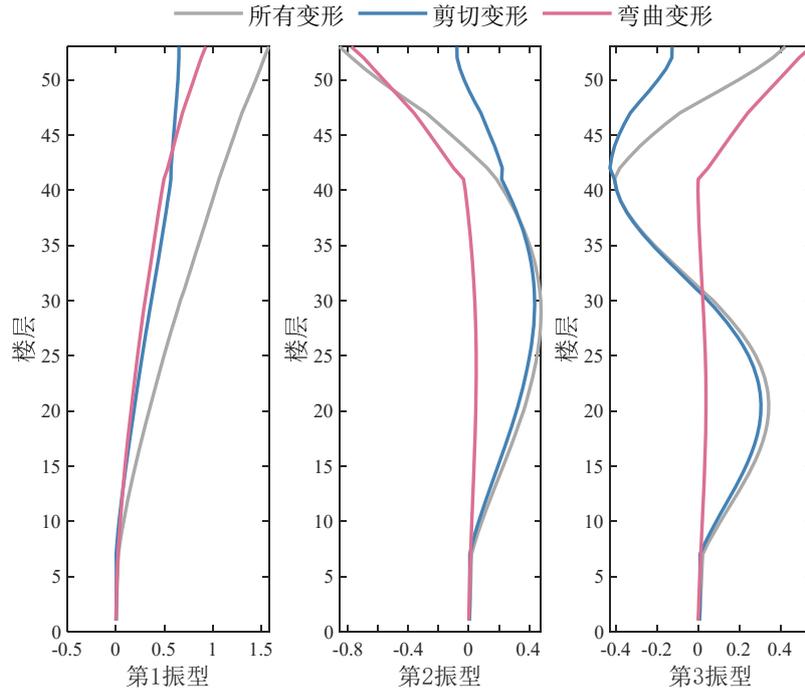


图 6.7 结构的振型参与向量

图 6.7 采用结构前三阶振型参与向量来描述各阶振型中剪切变形和弯曲变形的贡献。可以看出，直到第 7 层结构的变形几乎没有，说明结构底层具有很大的主体刚度。在一阶振型中，直到第 43 层结构的剪切分量和弯曲分量都十分接近，而在第 43 层以上的楼层中，弯曲变形占主导地位。在第二和第三阶振型中，剪切分量在第 41 层以下的楼层中占主导地位，而在 41 层以上的楼层中，弯曲变形的贡献逐渐增大，结构的整体变形逐渐向弯曲变形曲线贴近。初步确定惯容系统的安装位置为 53 层，41 层。弯剪型结构的振型特性对结构减震控制时惯容系统的安装具有重要的影响，这将在下面的论述中进一步说明。

### 6.3.2 单模态和多模态调谐设计方法讨论

由图 6.4 可知，结构顶层位移响应主要由一阶模态起控制作用，高阶响应的贡献可以忽略，而顶层加速度响应中高阶模态所占比重不能忽略。第 4 章通过弯剪型模型的单模态调谐的算例分析，我们也可以发现对于高层结构各层的峰值加速度而言，以一阶振型作为调谐目标时，峰值加速度的控制效果不佳（表 4.8），以二阶振型作为调谐目标的控制效果最好。本节将充分考虑高阶振型对高层结构性能的影响，结合第 4 章中单模态调谐的控制效果进行多模态控制研究，并和单模态调谐结果进行对比。

考虑惯容系统的调谐条件，将前三阶模态下惯容系统的频率分别进行调谐

设计，并将该调谐设计作为优化问题的约束条件，同时将惯容元件的表观质量  $m_d$ 、附加阻尼比  $\xi_d$  作为优化设计的变量，为了综合控制高层结构的顶层层间位移和楼面加速度响应，提高建筑结构在地震荷载作用下性能，将优化目标设定为顶层层间位移减震比和加速度减震比的组合，为了实现对顶层加速度的控制，权重系数  $\alpha$  取 0.4， $\beta$  取 0.6（这里并非优化整个结构的各层加速度响应和位移响应）。基于 6.2.3 节中多模态控制的优化问题表达式，用于多模态控制的多个惯容系统的参数优化问题可以表达为：

$$\begin{aligned} & \text{find} \quad y = \{ m_d, \xi_d \} \\ & \text{to minimize} \quad 0.4 \times \frac{\sigma_{\text{dis}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{\text{dis}0}^{\text{top floor}}} + 0.6 \times \frac{\sigma_{\text{acc}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{\text{acc}0}^{\text{top floor}}} \quad (6.29) \\ & \text{subject to} \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu}} \omega_0, j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

式中各参数定义同 6.2.3 节，为方便进行对比，单、多模态调谐时的初始模态惯质比均取为 0.1，优化初值通过定点理论可以计算得到各惯容系统的  $m_d$ 、 $\omega_r$  和  $\xi_d$ 。将地震时的地面运动看成一个平稳随机过程（金井清模型），通过对地震荷载作用下结构的随机振动响应进行分析，可以得到惯容减振结构的层间相对位移和绝对加速度的均方值，基于定点理论以及结构的基本频率（表 6.1）进行调谐设计可以确定优化问题的约束条件，最终可以得到惯容系统的优化设计参数见表 6.3。

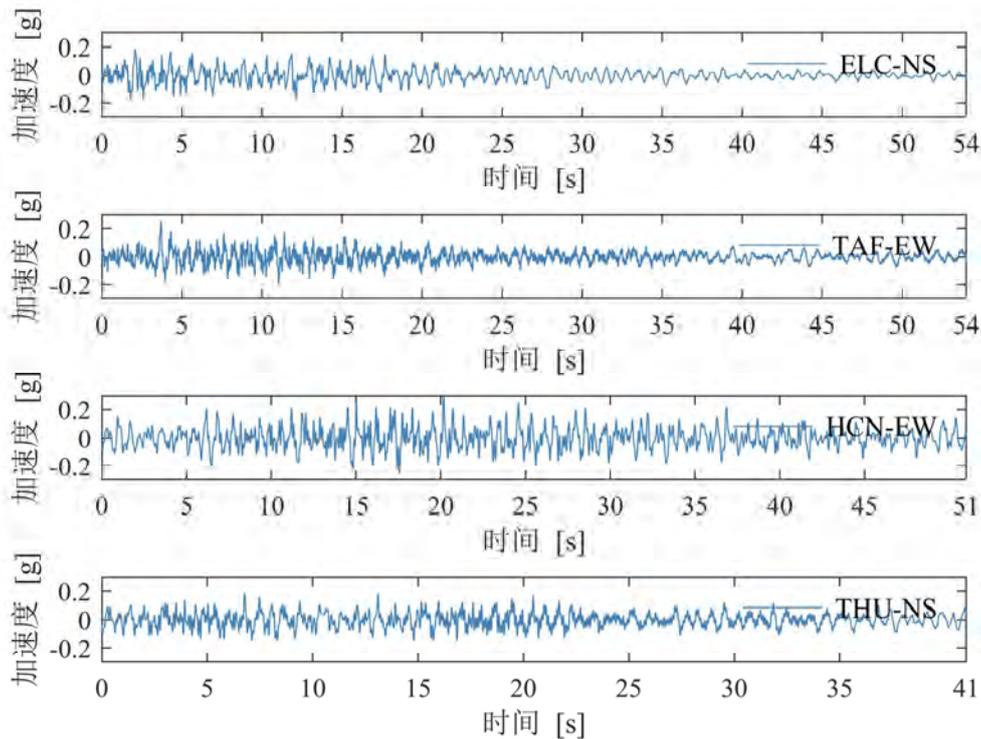
表 6.3 惯容系统设计参数

调谐方式	控制模态	$m_d$ (ton)	$\omega_r$ (rad/s)	$c_d$ (kN/m/s)	惯容系统安装数量	安装楼层
单模态	1 阶模态	20826.71	1.32	10430.32	12	53F
	2 阶模态	27140.84	3.94	42715.87	12	41F
	3 阶模态	1020903.44	6.87	1405025.92	12	41F
多模态	前 3 阶模态	165680	1.70	115230	4	53F
		11729	4.50	60789	4	41F
		15112	8.96	72993	4	41F

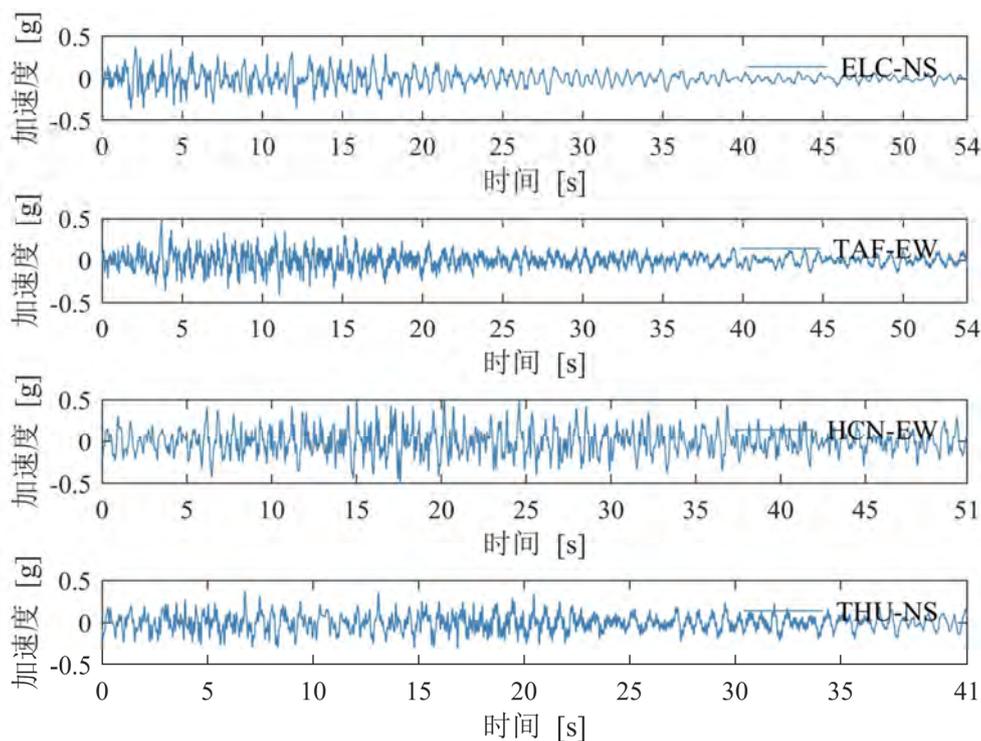
表中分别罗列了单模态调谐和多模态调谐的惯容系统的优化参数，其中，单模态优化的过程中，惯容系统的安装位置分别与多模态优化时对应模态的惯容系统的安装位置相同。共采用 12 个（3 组）惯容系统实现多模态的同步控制，每组 4 个惯容系统分别控制对应的目标模态：第 1 组惯容系统控制 1 阶模态，第 2 组惯容系统控制 2 阶模态，第 3 组惯容系统控制 3 阶模态。用于多模态控制的惯容系统的表观质量分别为 1 阶、2 阶和 3 阶模态控制时的 3.08、2.36 和 0.06

倍，阻尼系数分别是 1 阶、2 阶和 3 阶模态控制时的 7.96、1.94 和 0.06 倍，表现出了多模态控制的惯容系统在参数需求上相对于 1 阶和 2 阶模态有很大程度地提升，相对于 3 阶模态有很大程度地降低。这说明，当需要严格控制高层结构的峰值位移和峰值加速度响应时，需要引入的惯容系统的表观质量和阻尼系数会较大，但当考虑三阶及更高阶模态时，多模态控制却体现出了对惯容系统参数需求低的特点以及轻量化的优势。本节的重点在于实现高层结构顶层峰值加速度和位移的同步控制，故优先采取多模态的控制模式，接下来针对各阶模态控制的减震效果进行对比分析与验证。

不同于第 4 章中采用我国《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)<sup>[43]</sup>进行地震波选取，本章计算采用的结构参数提取于日本大阪府咲洲厅舍，故根据日本建筑性能标准促进协会 (Building Performance Standardization Association, BPSA) 发布的典型地震动加速度数据中关于高层建筑动力特性分析的地震动研究<sup>[205]</sup>，选取 4 条代表性的地震波进行结构时程分析验证 (表 6.4)，采用日本建筑中心以地面峰值速度 (Peak ground velocity, PGV) 为调幅指标，对 4 条实际地震波记录数据进行调幅来获得结构在不同地震动强度下的响应。其中，50cm/s 的 PGV 是日本抗震设计中普遍采用的第 2 水准地震动强度水平，相当于我国抗震设计规范中 8 度设防的罕遇地震，调幅后的第 1 水准和第 2 水准对应的地震动时程曲线如图 6.8 所示。



(a) 第 1 水准地震动



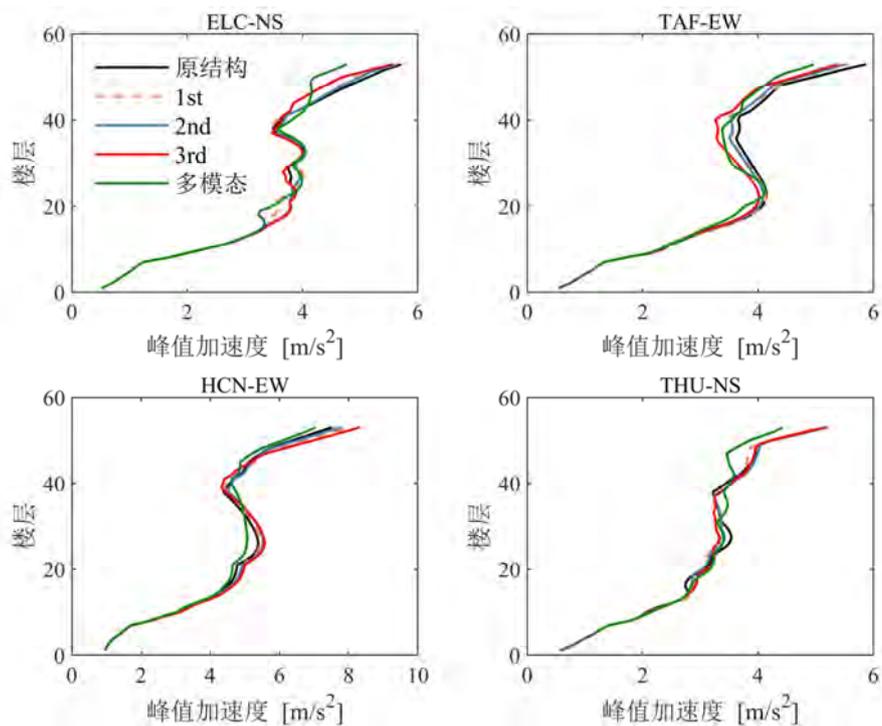
(b) 第 2 水准地震动

图 6.8 4 条地震波时程曲线

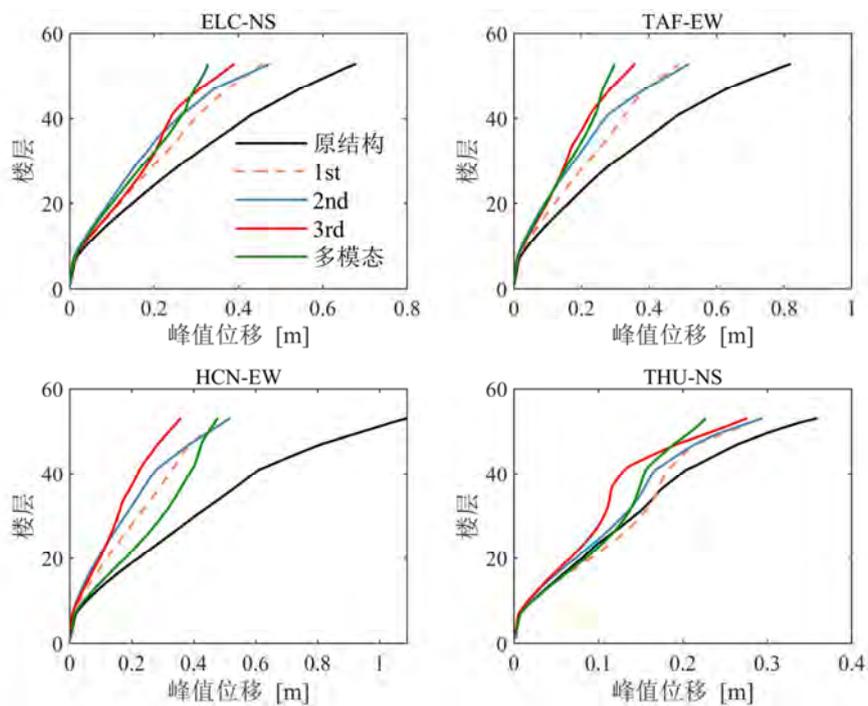
表 6.4 输入地震动

地震动		命名		第 1 水准 PGV (cm/s)	第 2 水准 PGV (cm/s)
1940 年	Imperial Valley 地震 El Centro NS 记录	ELC-NS	El Centro 波	25	50
1952 年	Kern County 地震 Taft EW 记录	TAF-EW	Taft 波		
1968 年	十胜冲地震 Hachinohe EW 记录	HCN-EW	八户波		
1978 年	宫城县地震 Tohoku NS 记录	THU-NS	东北波		

采用表 6.3 中的优化设计参数，该高层结构在实际记录的地震动作用下（第 1 水准地震动和第 2 水准地震动）峰值层间位移和楼面加速度响应的控制效果如图 6.9 和图 6.10 所示，此处数值优化的目标为结构顶层的性能指标，故控制效果将基于该目标进行阐述。

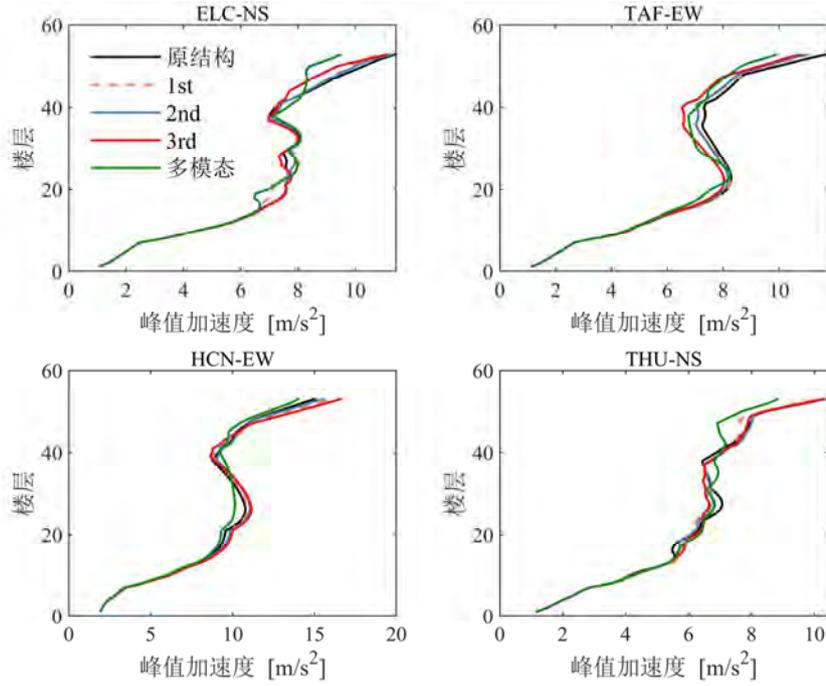


(a) 楼面峰值加速度

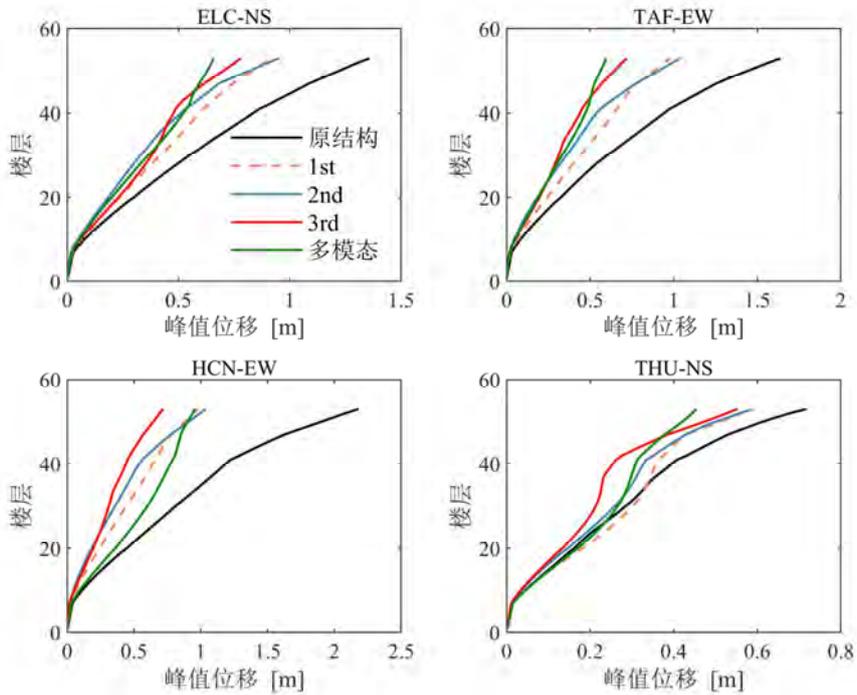


(b) 层间峰值位移

图 6.9 多模态调谐与单模态调谐减震结果对比 (第一水准)



(a) 楼面峰值加速度



(b) 层间峰值位移

图 6.10 多模态调谐与单模态调谐减震结果对比 (第二水准)

由图 6.9 和图 6.10 的减震效果对比可知, 无论是第一水准地震动强度水平还是第二水准地震动强度水平, 对于顶层峰值加速度而言, 多模态调谐的控制

效果明显优于单模态调谐控制效果，这正是因为高层结构的加速度响应往往会受到高阶振型的影响，只控制某一阶模态无法实现对加速度和位移的同步控制，对其进行振动控制时首先要确定结构需要控制的目标模态。对于顶层峰值加速度而言，由图可知，采取单模态控制无法控制结构顶层的峰值加速度，而采取多模态控制后，结构顶层的峰值加速度得到了很好地控制，这也验证了多模态调谐设计方法的优越性。对于顶层峰值位移而言，无论是单模态调谐还是多模态同时调谐，控制效果均较好。大部分情况下，多模态调谐的结果也优于单模态调谐的结果（除十胜冲地震记录 HCN-EW 外）。在 HCN-EW 地震动下，出现单模态控制优于多模态控制的情况，其原因可能是：地震动存在较大的随机性，HCN-EW 的频谱特性与用于优化的金井清谱不一致；当要严格控制高层结构的峰值位移和峰值加速度响应时，需要引入的惯容系统的表观质量较大，不可避免得改变了惯容减振结构的周期（图 6.11 中红色竖线所标注的为结构的前 3 阶模态对应的频率位置），而该地震波针对改变后的周期处位移响应影响较大。然而，该结果仍能说明多模态控制的有效性和该设计方法的有效性。

从图 6.11 中可以看出，无控结构在 1 阶，2 阶及 3 阶模态对应的频率处存在局部峰值，多模态控制结构不论是针对结构位移还是加速频响函数在 1 阶，2 阶及 3 阶模态的峰值均有较好的抑制作用。

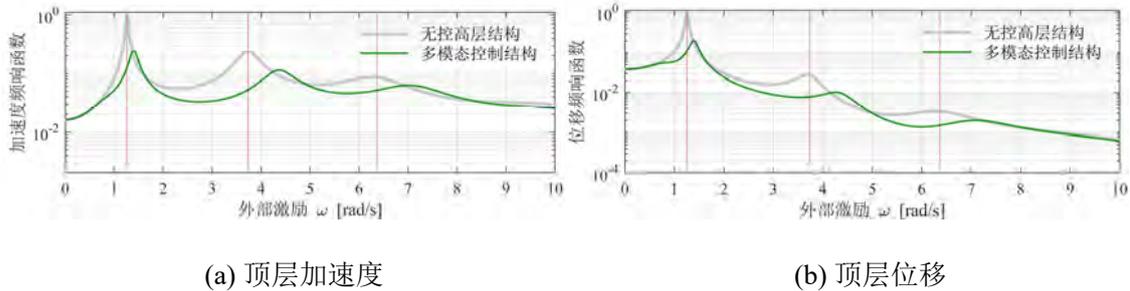


图 6.11 无控结构及多模态控制结构的加速度、位移频响函数

最后，选取两水准的十胜冲地震波（HCN-EW）作用下单模态和多模态控制时结构的层间位移角进行对比，如图 6.12 和图 6.13 所示。以结构顶层加速度响应减震比和位移响应减震比为优化目标获得的惯容减震系统，结构的层间位移角也得到了有效地控制，其中对于顶层控制效果，依旧是多模态控制优于单模态控制。位移角也符合日本抗震设计的规定，第一水准地震动：各层的层间位移角峰值小于 1/200，位移角均方值远小于 1/200；第二水准地震动：各层的层间位移角峰值小于 1/100，位移角均方值远小于 1/100。综上，对于高层结构顶层峰值加速度和位移的控制，多模态控制显示出了明显的优势。

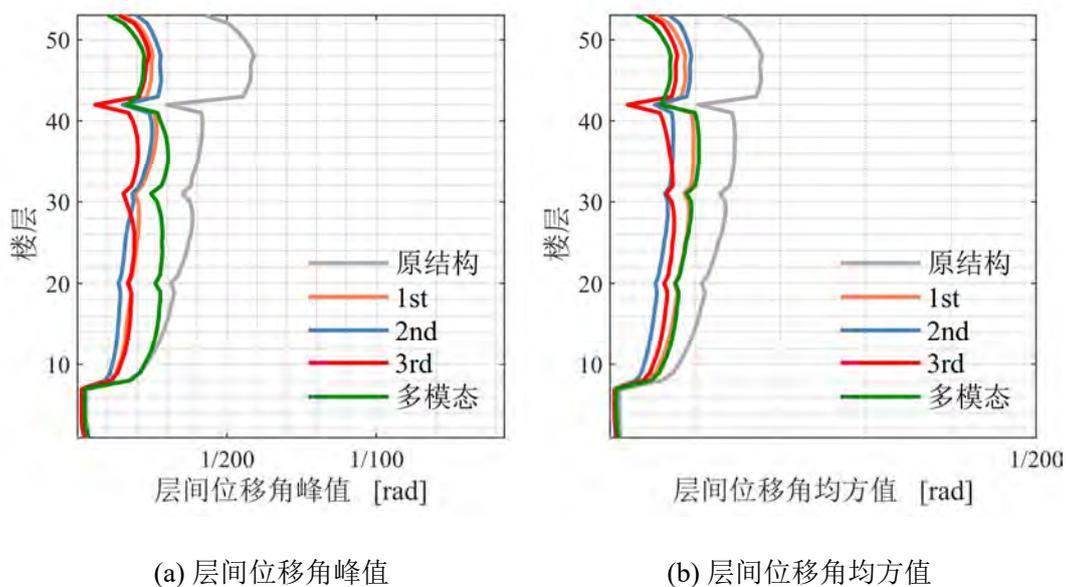


图 6.12 单模态和多模态控制下结构层间位移角对比（第一水准，HCN-EW）

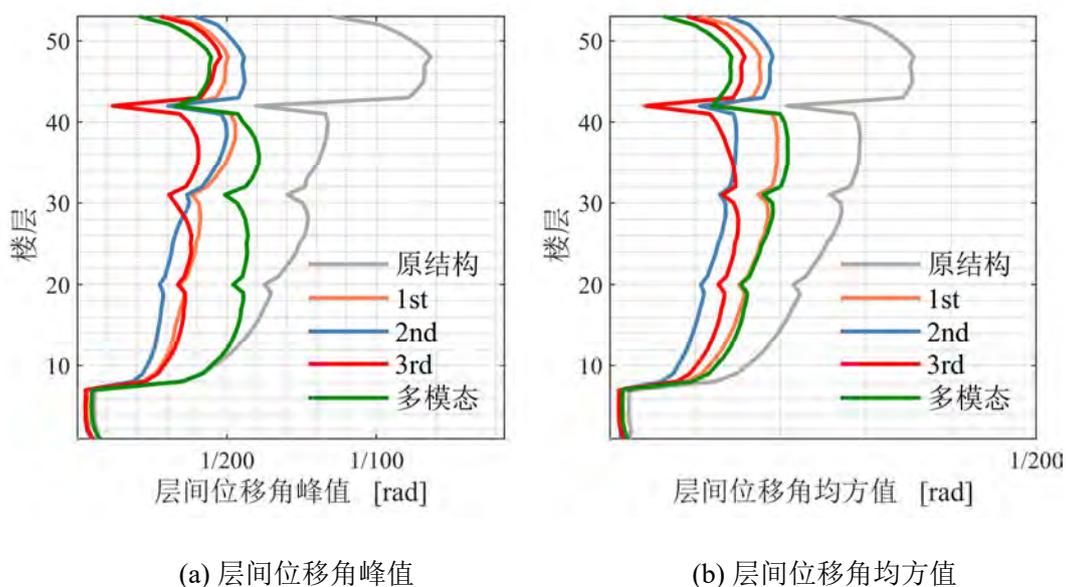


图 6.13 单模态和多模态控制下结构层间位移角对比（第二水准，HCN-EW）

## 6.4 惯容系统安装位置优化设计

由第四章和本章 6.3 节的分析可以看到惯容系统的安装位置直接影响对结构响应的控制效果。由于本文采用的基于弯曲变形驱动的惯容装置，与耗能伸臂减震系统中在伸臂桁架和外柱之间竖向安装的阻尼器的驱动模型相同，Wang 等<sup>[192]</sup>用欧拉-伯努利梁模型简化核心筒，提出安装竖向阻尼器的分布质量模型，如图 6.14 所示，从理论上分析了阻尼器的安装楼层（用  $\alpha$  表示： $\alpha=1$  代表安装

在顶层) 会直接影响系统阻尼比。在一阶阻尼比最大的阻尼器安装位置处 ( $\varepsilon = 0.5$ , 图 6.15), 二阶和三阶模态的阻尼往往比较小, 因而对于高阶模态参与较大的高层结构响应而言, 加速度响应的控制往往需要根据所需控制的模态分别设计阻尼器的安装位置。借鉴伸臂桁架体系中阻尼器安装位置的确定方法, 本节通过寻找各阶模态阻尼比最大时惯容装置的安装位置来进行惯容系统安装位置的优化设计。

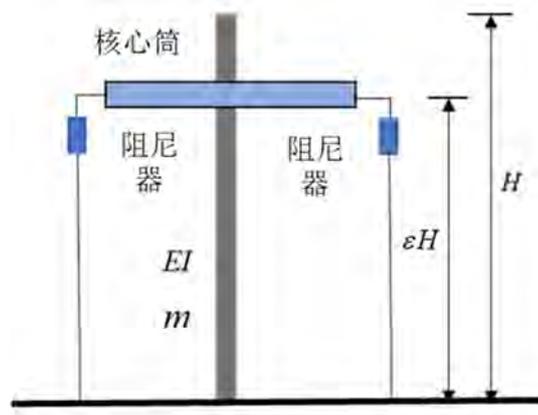


图 6.14 分布质量模型

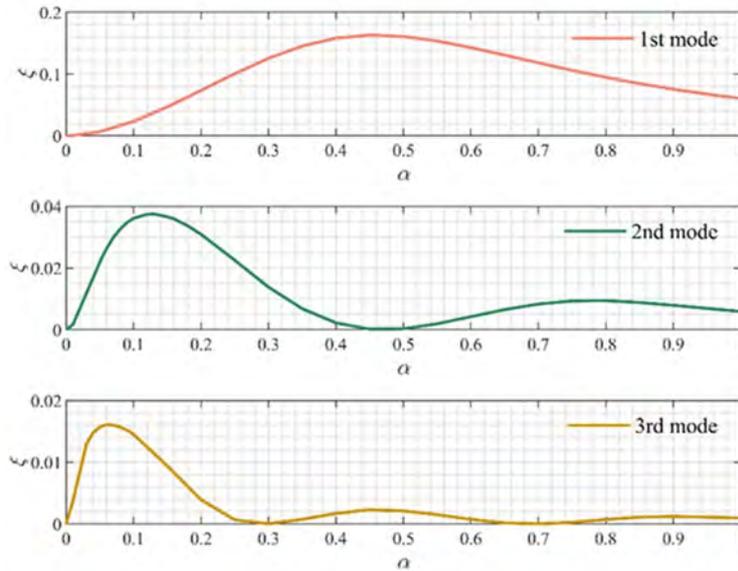


图 6.15 系统不同模态的阻尼比与阻尼器安装位置的关系

### 6.4.1 惯容减振结构的复模态分析

目前在计算线性结构的地震反应时多采用实模态理论, 通过振型叠加法, 将多自由度耦联振动化为单自由度振动的叠加, 使问题得到简化且具有足够的计算精度, 当结构的阻尼满足一定条件 (如比例阻尼) 时, 其振动问题可以用

实模态理论计算<sup>[206]</sup>。通过坐标变换可将原微分方程解耦，成为可以独立求解的方程组。此时每个主振型模态都可以用一个实数向量表示。

但是，当结构阻尼不满足解耦条件时，利用实模态理论求解会产生很大误差<sup>[206]</sup>。本章研究对象为安装惯容系统的多自由结构，其阻尼矩阵为非比例阻尼，模态坐标下振动微分方程依然存在耦合的问题，本节引用复模态理论对这类问题进行求解。

地震作用下，结构反应的振动方程如式(6.17)，根据状态空间法，并假设位移  $\{x(t)\}$  和速度  $\{\dot{x}(t)\}$  相互独立，定义向量  $y$  为系统的状态向量，令

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}_{(4N+4i) \times 1} \quad (6.30)$$

其中，前  $N$  行为惯容减振结构的水平位移； $N+1$  行到  $2N$  行为惯容减振结构的转角； $2N+1$  行到  $2N+2i$  行中的奇数行为右侧惯容系统的竖向位移；偶数行为左侧惯容系统的竖向位移； $2N+2i+1$  行到  $3N+2i$  行为惯容减振结构的水平方向的速度； $3N+2i+1$  行到  $4N+2i$  行为惯容减振结构的角速度； $4N+2i+1$  行到  $4N+4i$  的奇数行为右侧惯容系统的速度；偶数行为左侧惯容系统的速度。

补充方程：

$$\mathbf{M}\ddot{x}(t) - \mathbf{M}\dot{x}(t) = \mathbf{0} \quad (6.31)$$

则附加惯容系统的结构运动方程可改写为：

$$\mathbf{A}\dot{y} + \mathbf{B}y = \mathbf{A}\varpi\ddot{x}_g(t) \quad (6.32)$$

式中， $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  为实对称矩阵：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix}_{4N \times 4N}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix}_{4N \times 4N}, \quad \varpi = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{\Gamma} \end{bmatrix}_{4N \times 1} \quad (6.33)$$

式(6.32)即为系统的状态方程，与之对应的特征值问题为：

$$\mathbf{B}\Phi = -\lambda\mathbf{A}\Phi \quad (6.34)$$

这是实系数的  $2N$  阶复特征值问题，由于  $\mathbf{M}$  是正定矩阵，实际的结构体系又是小阻尼的，故特征值共轭成对出现，设为  $\lambda_i$ ， $\bar{\lambda}_i$ ，(-)为共轭符号；对应的

特征向量也是共轭成对出现，设为  $\begin{Bmatrix} \lambda_i \phi_i \\ \phi_i \end{Bmatrix}$ ， $\begin{Bmatrix} \bar{\lambda}_i \bar{\phi}_i \\ \bar{\phi}_i \end{Bmatrix}$ 。这样，方程(6.34)的特征向

量矩阵为：

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_i & \bar{\phi}_i \\ \phi_i \lambda_i & \bar{\phi}_i \bar{\lambda}_i \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

主结构第  $i$  阶的特征频率为:

$${}_i\omega_p = |\lambda_i| \quad (6.36)$$

第  $i$  阶的阻尼比为:

$${}_i\xi = \frac{\text{Re}[\lambda_i]}{|\lambda_i|} \quad (6.37)$$

特征向量  $\Phi$  具有如下的正交性:

$$\begin{aligned} \Phi_i^T \mathbf{A} \Phi_j &= \mathbf{0} & \Phi_i^T \mathbf{B} \Phi_j &= \mathbf{0}, \quad (i \neq j) \\ \Phi_i^T \mathbf{A} \Phi_j &= a_i & \Phi_i^T \mathbf{B} \Phi_j &= b_i, \quad (i = j) \end{aligned} \quad (6.38)$$

定义复模态质量  $a_i$  和复模态刚度  $b_i$ :

$$\begin{aligned} a_i &= \begin{Bmatrix} \lambda_i \phi_i \\ \phi_i \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda_i \phi_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} \\ b_i &= \begin{Bmatrix} \bar{\lambda}_i \bar{\phi}_i \\ \bar{\phi}_i \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\lambda}_i \bar{\phi}_i \\ \bar{\phi}_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6.39)$$

且有  $\bar{a}_i$  和  $\bar{b}_i$  分别为复模态质量  $a_i$  和复模态刚度  $b_i$  的共轭, 其中的关系为:

$$\lambda_i = -\frac{b_i}{a_i}, \quad \bar{\lambda}_i = -\frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_i} \quad (6.40)$$

通过坐标变换:  $y(t) = \Phi \mathbf{Z}(t)$  (各阶模态向量组成的模态矩阵为  $\Phi$ , 模态坐标为  $\mathbf{Z}(t)$ ), 运动方程可以写为如下解耦的模态方程:

$$a_i \dot{z}_i + b_i z_i = -\Phi^T \mathbf{A} \varpi \ddot{x}_g(t) \quad (6.41)$$

由于公式(6.40)的关系, 上式亦可以整理成:

$$\dot{z}_i(t) - \lambda_i z_i(t) = r_i \ddot{x}_g(t) \quad (6.42)$$

其中:

$$r_i = \frac{-\Phi^T \mathbf{A} \varpi}{a_i} \quad (6.43)$$

结构第  $i$  阶振型的参与向量可由下式计算得到:

$$\phi_i = r_i \lambda_i \bar{\phi}_i, \quad \bar{\phi}_i = \bar{r}_i \bar{\lambda}_i \phi_i \quad (6.44)$$

通过以上分析, 安装 CBIS 的多自由度系统的响应可由复模态法求解, 复模态法通过求解特征值和特征向量使原运动方程解耦。通过该方法, 可以求解惯容减振结构的模态周期和模态阻尼比。

采用 6.3 节中的高层结构的简化弯剪模型，依旧以安装 12 个惯容装置进行多模态控制为例，惯容系统惯质比取 0.1，模态阻尼比取 0.2，通过改变装置位置（从第 1 层到第 53 层）可以获得受控结构的前 3 阶模态阻尼比如图 6.16，其中各阶最大模态阻尼比统计于表 6.5 中。从表中可以看出，受控结构的 1 阶、2 阶和 3 阶的最大模态阻尼比分别是无控结构的 9.89、3.19 和 1.88 倍。惯容系统的安装使得结构的前 3 阶模态阻尼比获得了几乎同等幅度地提升（均为 20%左右），这是因为确定惯容装置最大模态阻尼比时使用的单一模态控制法，将初始模态阻尼比均取为 0.2，综合考虑结构的最大弯曲变形确定装置的安装位置后，再通过数值优化进行惯容装置参数的确定。

表 6.5 前三阶模态阻尼比

模态	无控结构模态阻尼比	受控结构最大模态阻尼比	安装楼层
一阶模态	2.00%	19.78%	53F
二阶模态	5.94%	18.95%	53F
三阶模态	10.13%	19.06%	4F

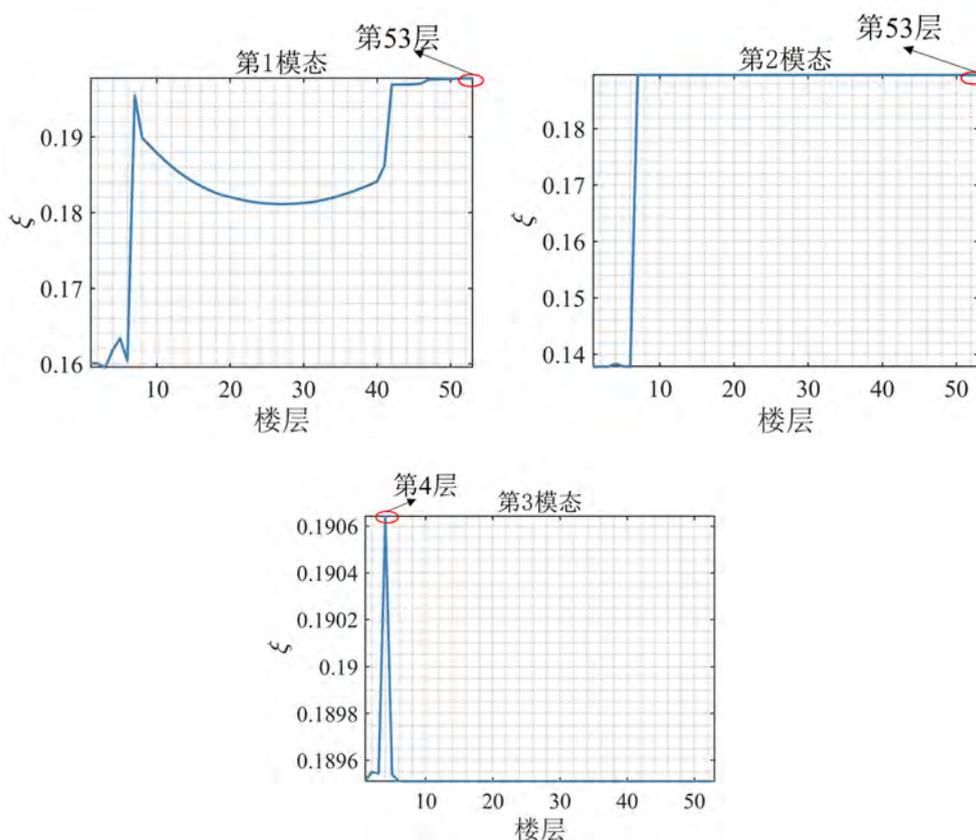


图 6.16 惯容减振结构的模态阻尼比与安装楼层的关系

由图 6.16 可知，各阶模态的阻尼比随着惯容装置安装位置的变化而发生显

著变化。第 1 模态的模态阻尼比最大值发生在惯容装置安装于第 53 层；第 2 模态的模态阻尼比最大值发生在第 7-53 层；第 3 模态的模态阻尼比最大值发生在第 4 层。此外，确定惯容装置的安装位置除了要对结构进行复模态分析，得到基于初始惯容参数下有控结构各阶模态的最大阻尼比，由于 CBIS 是竖向安装的，还需考虑充分利用结构的最大弯曲变形，实现基于弯曲变形驱动的惯容实现机制。故最终的安装位置可以确定为：用于控制 1 阶模态的装置安装位置为第 53 层，用于控制 2 阶模态的装置安装位置为第 53 层，用于控制 3 阶模态的装置安装位置为第 4 层。接下来将基于最佳的安装位置，进行惯容系统的参数优化设计。

#### 6.4.2 基于最佳安装位置的惯容参数优化设计

对于 1 阶模态，当惯容装置安装在 53 层时，结构模态阻尼比最大，如果采用单一模态控制设计，该位置在高阶模态中的阻尼比往往得不到提高（均与最初模态阻尼比接近），并且 3 阶模态阻尼比在该处达到最小值，而对于高层结构而言，高阶模态的参与往往不能忽略，故需进行多模态控制，提高高阶模态的阻尼比，进行多模态的协同控制。

针对高层拉索连接惯容系统的优化控制，包含惯容系统安装位置的确定以及惯容系统参数的确定两方面。由上节的分析可知，惯容系统安装位置可以根据无控结构的振型参与向量和安装惯容系统后结构最大模态阻尼比的原则进行确定（见图 6.17），惯容系统参数的确定则需要通过优化算法进行求解，在合理的参数范围内获得结构地震响应的最优控制。

在这里，我们分别考虑 CBIS 的控制性能和经济指标。在优化设计过程中，CBIS 对于结构的控制效果通过层间位移角均方响应减振比  $\delta$  进行表达，其定义如下：

$$\delta = \max_{i=1}^n [\sigma_u(i)/h_i] \quad (6.45)$$

$\delta$  即为惯容减振结构的响应与原无控结构响应之比。其中， $h_i$  表示第  $i$  层的层高， $\sigma_u(i)$  表示减振结构第  $i$  层的层间位移均方根，可以根据式(6.24)所求出的位移响应均方值进行求解：

$$\sigma_u(i) = \sqrt{\mathbf{K}_{zz}(i,i)} \quad (6.46)$$

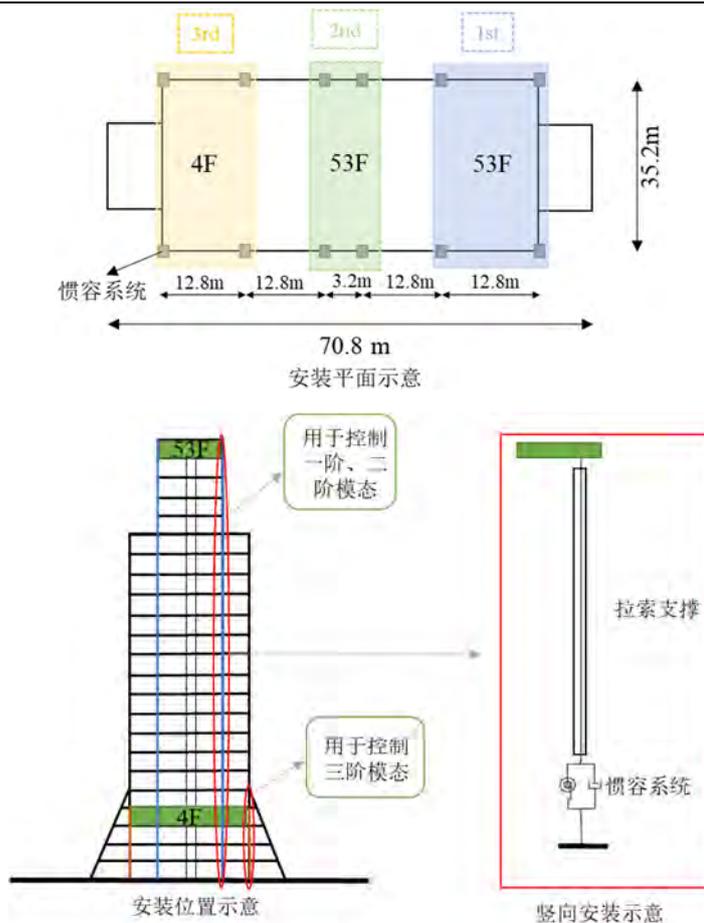


图 6.17 CBIS 的最佳安装位置和对应的调谐模态

值得注意的是，通过增加惯容系统的连接刚度，可以使得惯容系统对于结构的地震响应控制效果在一定程度上有所提升，但是这样将使得惯容系统的调谐效果消失，造成对惯容系统的表观质量及阻尼需求的增加。因此，为了保证惯容系统的调谐效果以获得较为合理的优化结果，需要对拉索连接惯容系统的刚度进行限制，具体通过限制惯容系统的频率来实现：

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{1 - j\mu}} j\omega_0 \quad (6.47)$$

其中， $j\omega_0$  表示无控结构的第  $j$  阶频率， $j\mu$  表示拉索连接惯容的  $j$  阶有效惯质比，可以通过将无控结构的质量矩阵  $\mathbf{M}_s$ ， $j$  阶振型  $j\phi$ ，惯容系统的设计表观质量  $m_d$ ，以及表示拉索位移转换的矩阵  $\mathbf{T}$ ，带入式(6.13)中计算得到。定义  $F$  为惯容系统的出力均方值的最大值，该值往往影响控制系统的造价成本，故除了基于性能的优化目标外也增加了该优化目标：

$$F = \max_{i=1}^{n_d} \{\sigma_F(i)\} \quad (6.48)$$

其中， $\sigma_F(i)$  是第  $i$  个惯容系统的出力均方值， $n_d$  表示惯容系统的安装数量。因此

基于性能的拉索连接惯容系统的优化设计可以表达为如下的数学问题：

$$\begin{aligned}
 & \text{find} \quad {}_j y = \{ {}_j m_d, {}_j \omega_r, {}_j \xi_d \} \\
 & \text{to minimize} \quad \text{Case 1: } F_{di}^{\max}({}_j y); \\
 & \quad \quad \quad \text{Case 2: } 0.6 \times \frac{\sigma_{\text{acc.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{\text{accopt}}^{\text{top floor}}} + 0.4 \times \frac{\sigma_{\text{dis.}}^{\text{top floor}}}{\sigma_{\text{disopt}}^{\text{top floor}}} \quad (6.49) \\
 & \text{subject to} \quad \begin{cases} \delta({}_j y) \leq \delta_{\text{target}} \\ {}_j \omega_r = \frac{1}{\sqrt{1 - {}_j \mu}} {}_j \omega_0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

其中，Case 1 为基于经济指标的优化方案；Case 2 为基于结构性能参数的优化方案，本节将分别进行优化设计，其中目标减振比  $\delta_{\text{target}}$  由结构设计的性能目标决定，这里以  $\delta_{\text{target}}=1/100$ （日本抗震设计的规定第二水准地震动各层的层间位移角峰值小于 1/100）为例进行算例分析。通过参数的数值优化设计，可以得到两种优化目标下的惯容系统的优化参数，汇总于表 6.6 和表 6.7 中。下一节将进行基于该优化参数的惯容系统的有效性的验证。

表 6.6 惯容系统优化设计参数 (Case 1)

调谐模态	安装位置	安装数量	$m_d$ (ton)	$\omega_r$ (rad/s)	$\xi_d$
前 3 阶模态	53F	4	6562.2	1.26	0.57
	53F	4	8262.1	4.17	0.78
	4F	4	4370100	7.12	0.75

表 6.7 惯容系统优化设计参数 (Case 2)

调谐模态	安装位置	安装数量	$m_d$ (ton)	$\omega_r$ (rad/s)	$\xi_d$
前 3 阶模态	53F	4	60260	1.32	0.19
	53F	4	4157.5	3.94	0.67
	4F	4	1763500	6.64	0.44

### 6.4.3 多模态控制惯容系统的有效性验证

为了验证与对比跨层型拉索连接惯容系统的控制效果，首先通过加速度和位移的频响函数针对谐振激励下的结构响应进行分析。

高层结构顶层的位移响应和加速度响应往往较其他层而言较大，本节基于上节优化设计参数，从惯容减振结构的顶层加速度和位移传递函数入手，进行惯容系统有效性的分析与验证，如图 6.18 和图 6.19 所示。图 6.18 为基于经济指标的优化结果 (Case 1)，图 6.19 为基于结构性能参数的优化结果 (Case 2)。由

无控结构的频响函数曲线中可知，结构顶层的加速度和位移响应均在一阶频率附近响应最大，不同的是，结构顶层加速度响应在 2 阶和 3 阶频率附近响应也较大。在 Case 1 和 Case 2 中，前 3 阶响应均被有效地控制，Case 1：惯容减振结构的位移响应分别是原结构的 26.48%、29.31%和 48.08%，惯容减振结构的加速度响应分别是原结构的 29.39%、38.85%和 54.99%；Case 2：惯容减振结构的位移响应分别是原结构的 26.90%、36.95%和 55.00%，惯容减振结构的加速度响应分别是原结构的 33.94%、43.99%和 63.40%。通过多模态控制，惯容系统被调谐至结构前三阶模态，结构的前三阶频率附近的响应均得到了有效得降低，同时也验证了基于弯曲变形驱动模式的惯容系统的有效性，通过数量不多的惯容装置即可实现该高层结构的位移和加速度的协同控制。

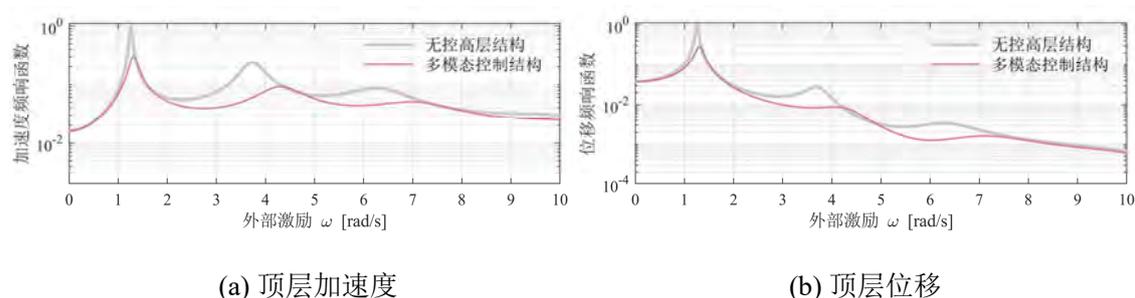


图 6.18 惯容减振结构的顶层频响函数 (Case 1)

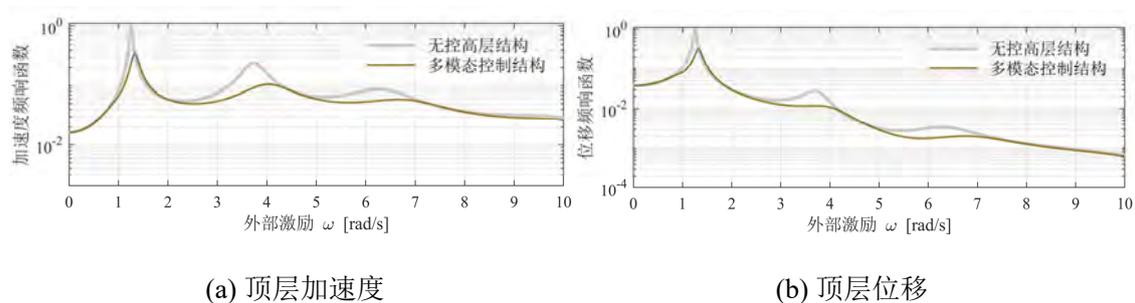
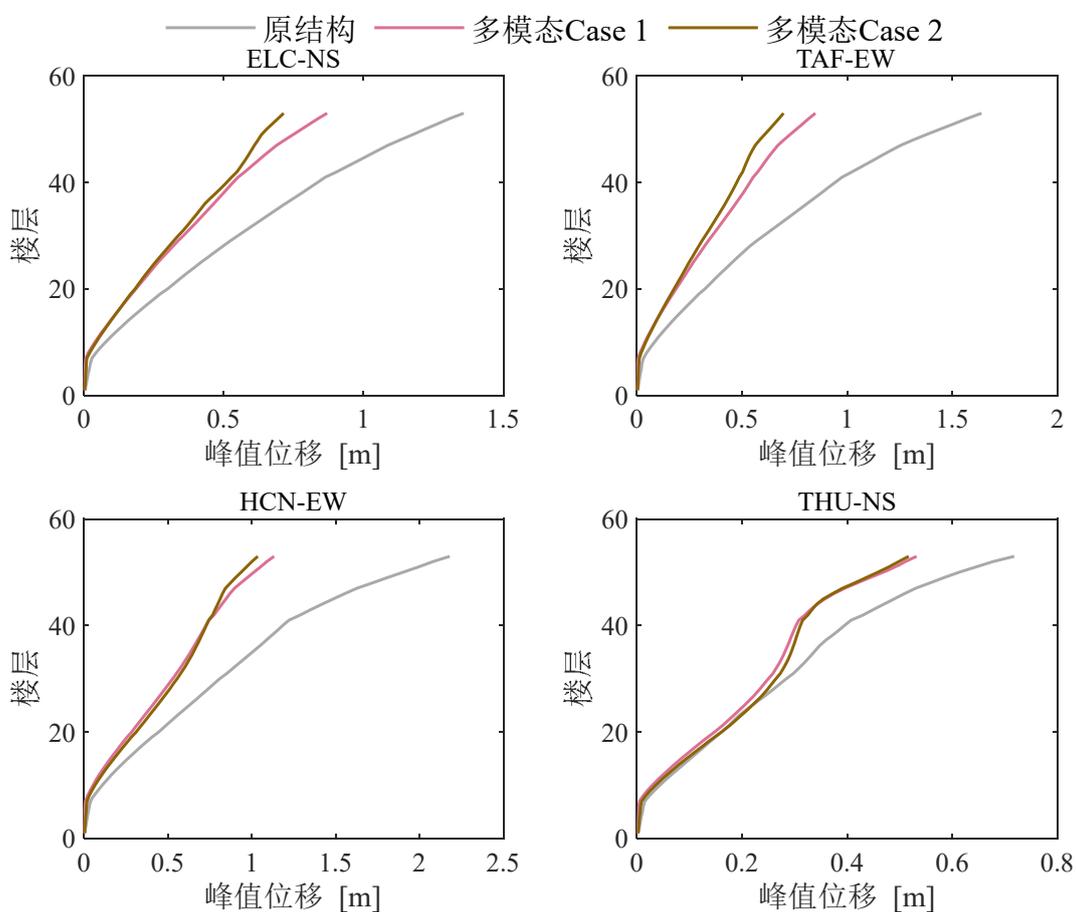


图 6.19 惯容减振结构的顶层频响函数 (Case 2)

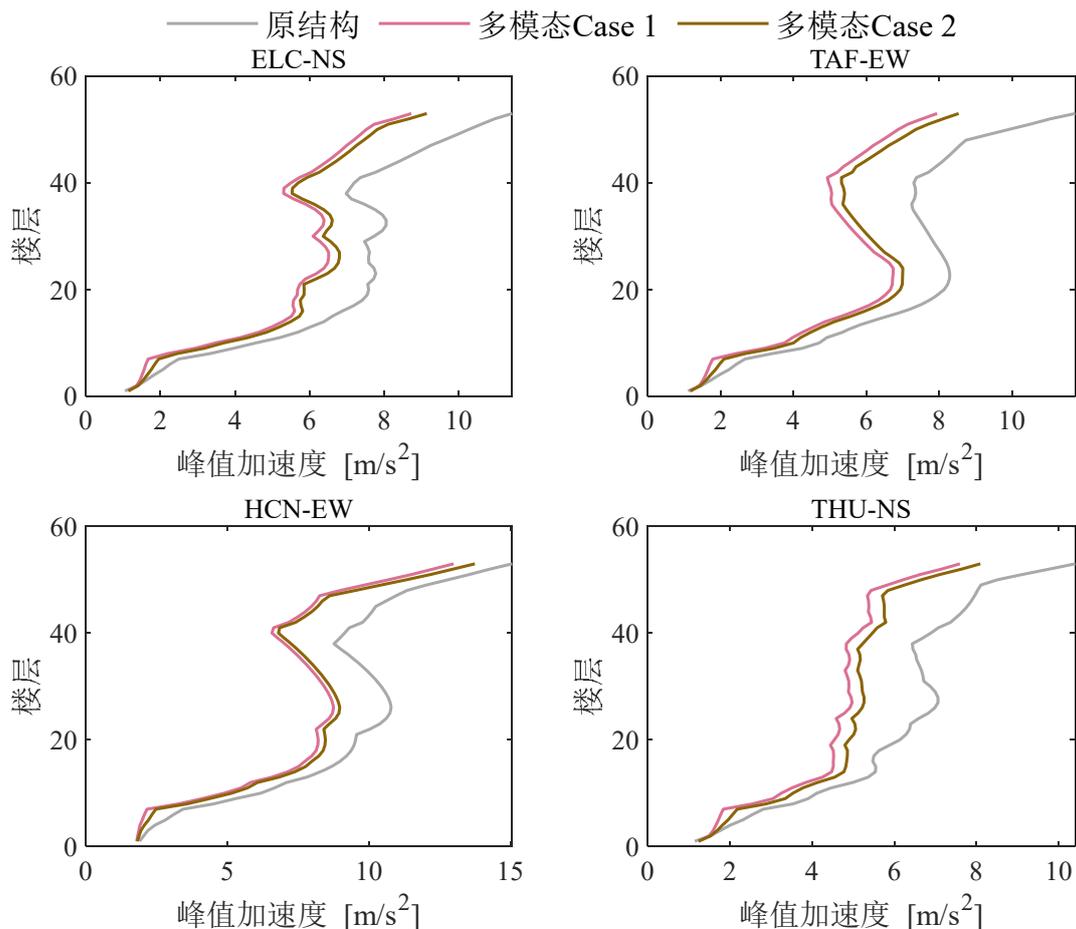
以上为结构在频域内的控制效果，接下来将从时域分析的角度出发，验证多模态控制的减震效果。采用弹性时程分析的方法，对两种优化方案下拉索连接惯容系统的有效性进行验证。同样使用 6.3.2 节中日本建筑性能标准促进协会发布的 4 条典型的第二水准地震动加速度数据（罕遇地震）进行时程分析（表 6.4）。原结构在无控状态以及 Case 1 和 Case 2 优化方案下的各层层间位移响应和加速度响应最大值如图 6.20 所示。以 ELC-NS 工况为例，选择结构每 5 层和顶层的峰值加速度和位移响应数据汇总于表 6.8 中。

表 6.8 峰值加速度和位移响应汇总 (ELC-NS)

楼层	峰值加速度 ( $m/s^2$ )			峰值位移 (m)		
	无控	Case 1	Case 2	无控	Case 1	Case 2
5	2.068	1.560	1.756	0.019	0.004	0.008
10	4.559	3.478	3.697	0.077	0.039	0.043
15	6.611	5.514	5.731	0.179	0.109	0.110
20	7.585	5.677	5.855	0.299	0.187	0.183
25	7.589	6.486	6.771	0.419	0.265	0.255
30	7.726	6.093	6.366	0.548	0.354	0.337
35	7.757	6.152	6.377	0.691	0.446	0.418
40	7.197	5.502	5.697	0.835	0.533	0.510
45	8.688	6.656	6.900	1.014	0.642	0.586
50	10.270	7.523	7.816	1.220	0.778	0.654
53	11.433	8.731	9.145	1.358	0.869	0.714



(a) 各层峰值位移响应



(b) 各层楼面峰值加速度响应

图 6.20 基于最佳安装位置的多模态控制效果对比（第二水准）

由上图可知，当惯容装置安装在最佳的位置时，不论是基于经济指标的优化方案 Case 1 还是基于结构性能参数的优化方案 Case 2，其多模态控制效果均较佳，并且，除了顶层的峰值加速度和位移响应得到了控制，其余各层的峰值响应也得到了不同程度得控制，优化结果明显优于 6.3.2 节的结果，这说明通过结构各模态的附加模态阻尼比的最大值确定惯容装置的安装位置的可行性和有效性。

由表 6.8 可知，控制效果最佳的楼层出现在顶层，这是由于本节的优化算法将控制高层结构顶层的位移和加速度作为优化目标，值得指出的是，通过多模态调谐和寻找最佳安装位置，该优化算法不仅实现了对结构顶层响应的控制，而且实现了对高层结构各楼层峰值响应的控制。

对于 20 层以上的各层峰值位移的控制效果而言，Case 2 的控制效果优于 Case 1；对于各层的峰值加速度的控制效果，Case 2 的控制效果和 Case 1 的控制效果十分接近。这是由于，Case 2 是以结构顶层加速度和位移响应为优化目标，

故对于结构的性能控制效果较佳，但是却牺牲了惯容系统的经济性能，其中 12 个惯容装置共出力高达 227761.874kN，而 Case 1 惯容装置出力仅仅为 42954.962kN（以惯容装置出力为优化目标），是 Case 2 的 0.19 倍，故 Case 1 大大优化了惯容系统的经济性能，该优化结果均与优化目标相符，说明了该优化方法的有效性。基于不同的性能目标，对两种优化结果该如何进行取舍，下一节将进行详细阐述。此外，多模态控制下结构的各层层间位移角的对比见图 6.21。层间位移角减振比汇总于表 6.9 中。

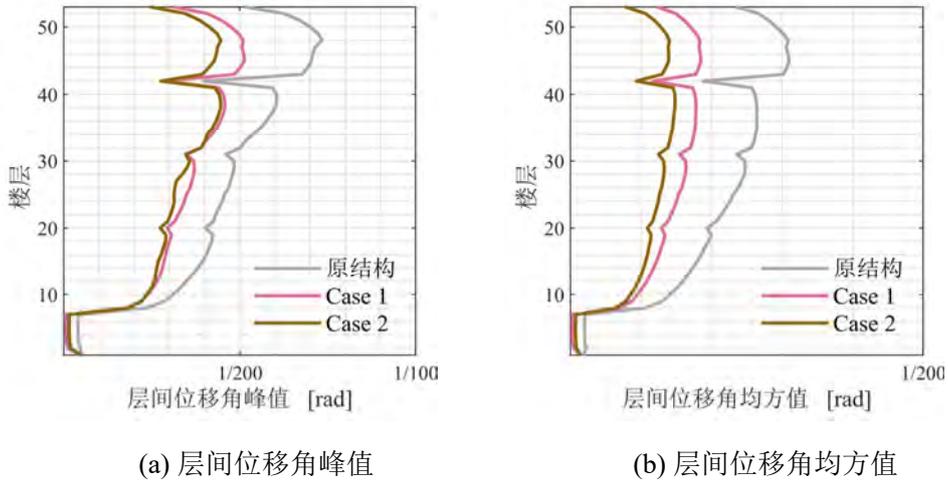


图 6.21 多模态控制下结构层间位移角对比（第二水准，ELC-NS）

表 6.9 层间位移角减振比及增效系数汇总（ELC-NS）

楼层	层间位移角峰值减振比		层间位移角均方值减振比		耗能增效系数		
	Case 1	Case 2	Case 1	Case 2			
5	0.156	0.384	0.150	0.367	Case 1	1st	2.191
10	0.767	0.761	0.674	0.606		2nd	1.364
15	0.723	0.681	0.679	0.594		3rd	1.102
20	0.731	0.681	0.666	0.563			
25	0.763	0.685	0.664	0.547	Case 2	1st	2.857
30	0.763	0.740	0.660	0.534		2nd	1.499
35	0.778	0.756	0.669	0.548		3rd	1.045
40	0.749	0.730	0.675	0.566			
45	0.730	0.609	0.597	0.449			
50	0.679	0.591	0.583	0.439			
53	0.605	0.478	0.526	0.333			

通过结构的各层位移角可以计算得到各层的位移角减振比见表 6.9 所示。和上述分析结果一致，对于大部分楼层，Case 2 的控制效果优于 Case 1，并且顶层的控制效果最佳。此外，无控结构在设防地震下（罕遇地震）的层间位移响应大于规范限值，不能满足结构性能的需求，通过安装惯容系统，不论是 Case 1

还是 Case 2 中惯容减振结构层间位移角峰值和层间位移角均方值均小于  $1/100$ ，符合日本抗震设计的规定，也符合本节优化算法设置的约束条件  $\delta_{\text{target}}=1/100$ 。

图 6.22 示出了在 El Centro 地震波作用下的各设计方案的顶层惯容系统及其阻尼元件的位移时程响应。图中粉色实线和深黄色实线代表了惯容装置中阻尼元件的位移时程响应，灰色和黑色虚线代表了惯容系统整体的位移时程响应（通过计算拉索元件的位移响应得到），可以看到，两种优化设计方案下，阻尼元件的位移响应均大于惯容系统的位移响应，这就是惯容系统与一般阻尼器相比的显著优势，通过惯容元件表观质量和拉索支撑元件的调谐作用，使得阻尼元件的位移获得放大，达到吸能的效果，从而达到耗能增效的效果。通过阻尼元件的位移时程均方值与惯容系统位移时程均方值的比值可以获得响应的增效系数（汇总于表 6.9 中），针对图 6.22 中所示的时程数据可以计算得出，Case 1 和 Case 2 对应用于 1 阶模态调谐的惯容系统的耗能增效系数分别为 2.191 和 2.857，表明本文提出的设计方法可以充分地利用惯容系统的耗能增效作用，放大阻尼元件的位移。

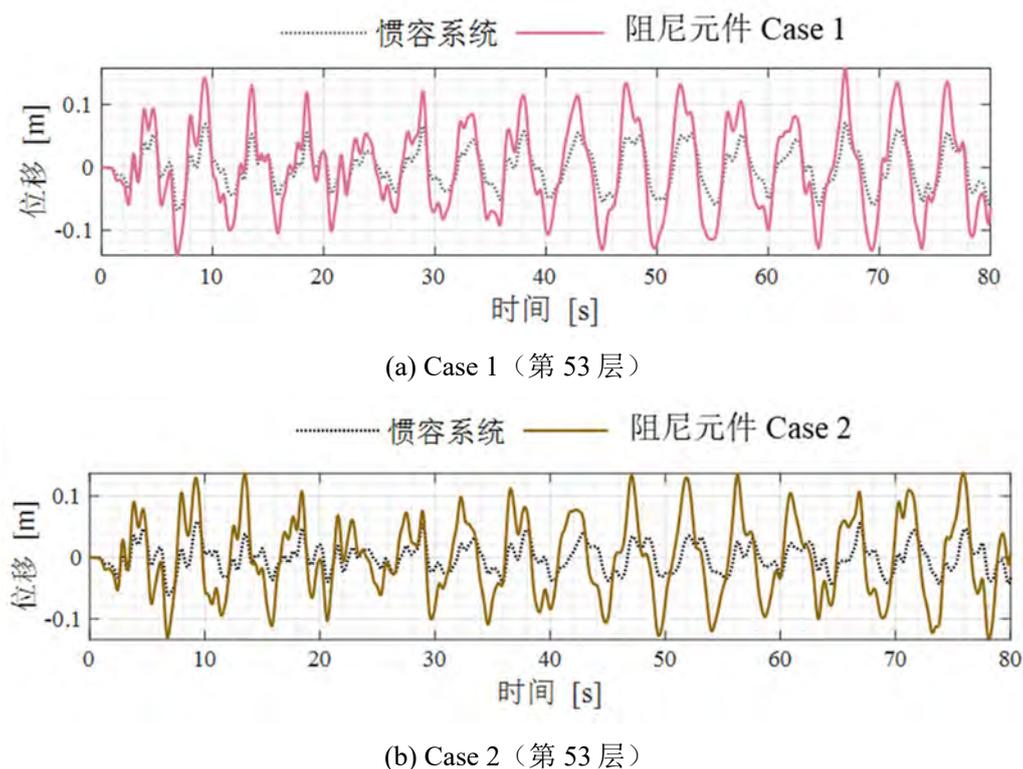


图 6.22 惯容系统及其阻尼元件位移时程响应（第二水准，ELC-NS）

由上述验证结果可知，基于经济指标的优化结果和基于结构性能指标的优化结果均较好，这里进一步地展示 Case 1 方案下在 4 条地震动记录数据下顶层的位移和加速度时程响应结果，如图 6.23 和图 6.24 所示。定义响应减震比：

$$\gamma = \frac{\text{惯容减震结构响应}}{\text{原结构响应}} \quad (6.50)$$

基于减震比的定义，顶层峰值加速度和位移响应减震比汇总于表 6.10 中。4 种地震动作用下，基于最佳安装位置的多模态控制，可以有效抑制结构的高阶模态响应，实现高层结构的峰值位移和加速度响应的协同控制。

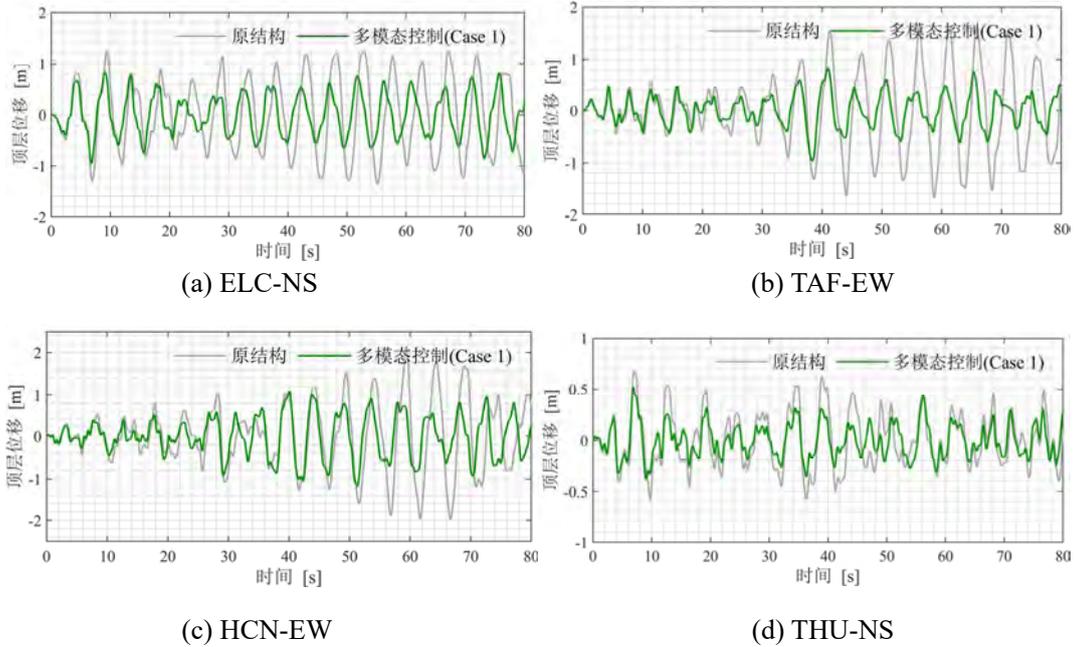


图 6.23 顶层位移控制效果对比

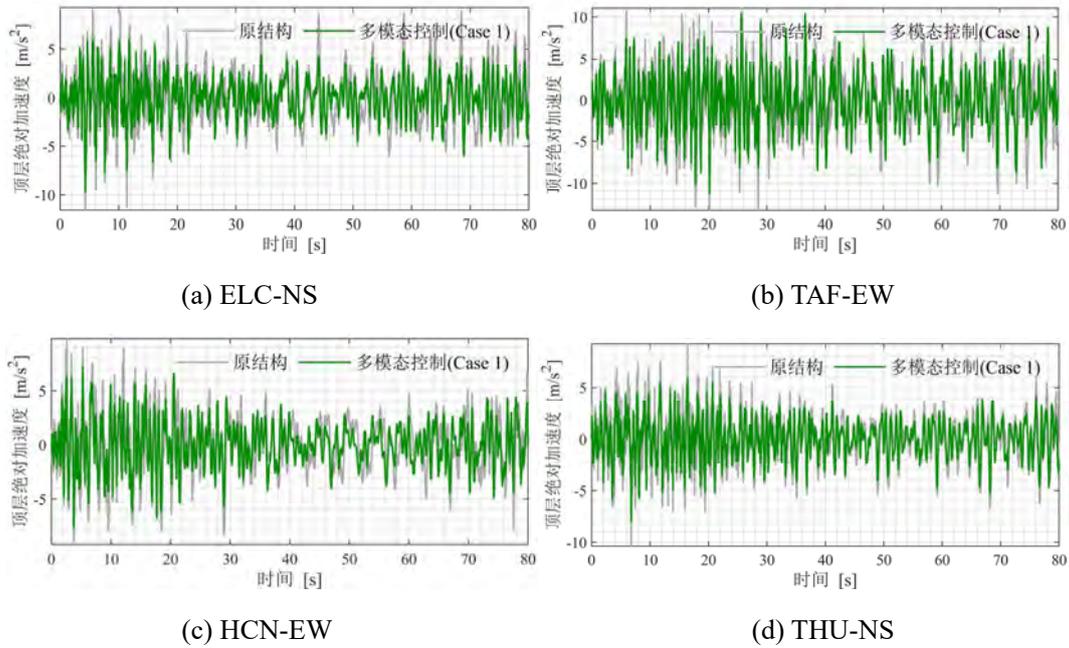


图 6.24 顶层绝对加速度控制效果对比

工况	峰值加速度 ( $m/s^2$ )			峰值位移 (m)		
	无控结构	惯容减振结构	$\gamma$	无控结构	惯容减振结构	$\gamma$
ELC-NS	11.433	8.731	0.764	1.358	0.869	0.640
TAF-EW	11.742	7.945	0.677	1.639	0.849	0.518
HCN-EW	15.064	12.994	0.863	2.180	1.133	0.520
THU-NS	10.403	7.596	0.730	0.718	0.532	0.741

## 6.5 基于多模态控制的结构性能优化设计

6.2.3 节中对多模态控制的优化问题进行了阐述和优化问题的数学表达（见式(6.27)），6.4 节对惯容系统基于经济指标的和结构性能参数指标分别进行了优化设计（见式(6.49)），本节将权衡优化表达中不同的权重系数，对高层结构多模态控制时基于多参数指标优化问题提供便捷的系数选择。

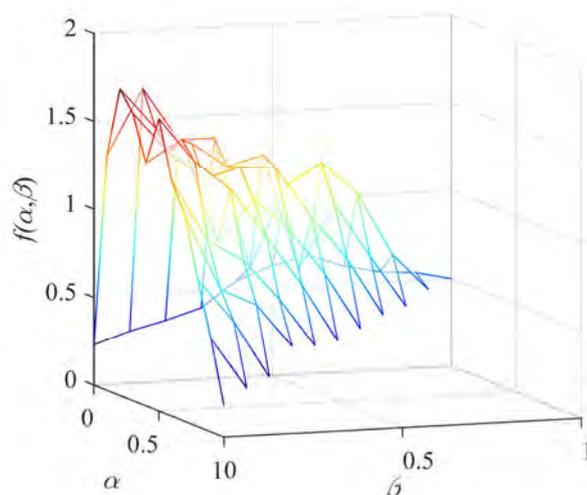


图 6.25 权重系数空间

当结构性能指标权重系数  $\alpha$ （位移响应权重）和  $\beta$ （加速度响应权重）在  $[0,1]$  范围内且满足经济指标权重系数  $1-\alpha-\beta \geq 0$  的约束条件变化时，通过多模态调谐的控制思路，对惯容系统进行数值优化， $f(\alpha, \beta)$  为衡量结构响应和经济指标的综合评价指标，该值越小，代表控制效果越好越经济，可通过地震荷载作用下减震结构顶层随机振动位移响应均方值与无控结构位移响应均方值之比、加速度均方值响应之比和惯容系统出力均方值的最大值与经济指标权重系数为 1 时控制力均方值的最大值之比求得。图 6.25 为多模态控制时不同的结构性能指标权重系数和优化问题中综合评价指标的关系。当赋予结构位移响应和加速度响应不同的重要程度即不同的权重系数时，衡量优化结果的评价指标  $f(\alpha, \beta)$  越

小（网格空间中的蓝色区域），说明综合优化结果越好。

由图可知，当  $\alpha=0.2$ ,  $\beta=0$  时， $f(\alpha,\beta)=1.744$  此时达到最大值；当  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.6$  时（即系数空间中综合指标最小的蓝色部分）， $f(\alpha,\beta)=0.3775$  达到了较小值。为了分析不同权重系数作用下，高层结构多模态控制的效果，以下选取三个算例进行分析，分别命名为:Case 1、Case 2 和 Case 3，权重系数选取见图 6.26 所示。其中，Case 1 将经济指标赋予较大的权重（ $1-\alpha-\beta=0.8$ ），此时综合评价指标最高，优化结果相对最差；Case 3 所处系数空间中的蓝色区域，将结构响应控制赋予充分的重要性，此时综合评价指标较低，意味着优化结果较佳；Case 2 则取二者之间的中间值，将结构响应控制和经济指标赋予同样的重要性（ $\alpha+\beta=1-\alpha-\beta$ ）。通过三组权重系数的选择，对惯容减振结构进行多模态控制的参数优化（见式(6.27)），结果汇总于表 6.11 中。

表 6.11 基于不同权重系数的惯容系统优化参数

工况	权重系数	调谐模态	$j\mu$	$j\omega_r$ (rad/s)	$j\zeta_d$	安装数量
Case 1	$\alpha=0.2$	第 1 模态	0.01	1.26	0.64	4
	$\beta=0$	第 2 模态	0.06	3.84	0.38	4
	$1-\alpha-\beta=0.8$	第 3 模态	0.05	6.53	0.37	4
Case 2	$\alpha=0.3$	第 1 模态	0.11	1.33	0.19	4
	$\beta=0.2$	第 2 模态	0.10	3.93	0.18	4
	$1-\alpha-\beta=0.5$	第 3 模态	0.11	6.73	0.19	4
Case 3	$\alpha=0.4$	第 1 模态	0.57	1.93	0.20	4
	$\beta=0.6$	第 2 模态	0.80	8.37	0.19	4
	$1-\alpha-\beta=0$	第 3 模态	0.56	9.56	0.19	4

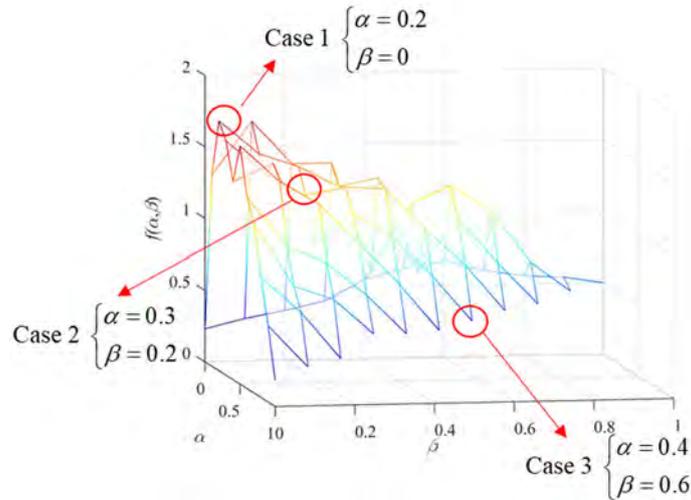
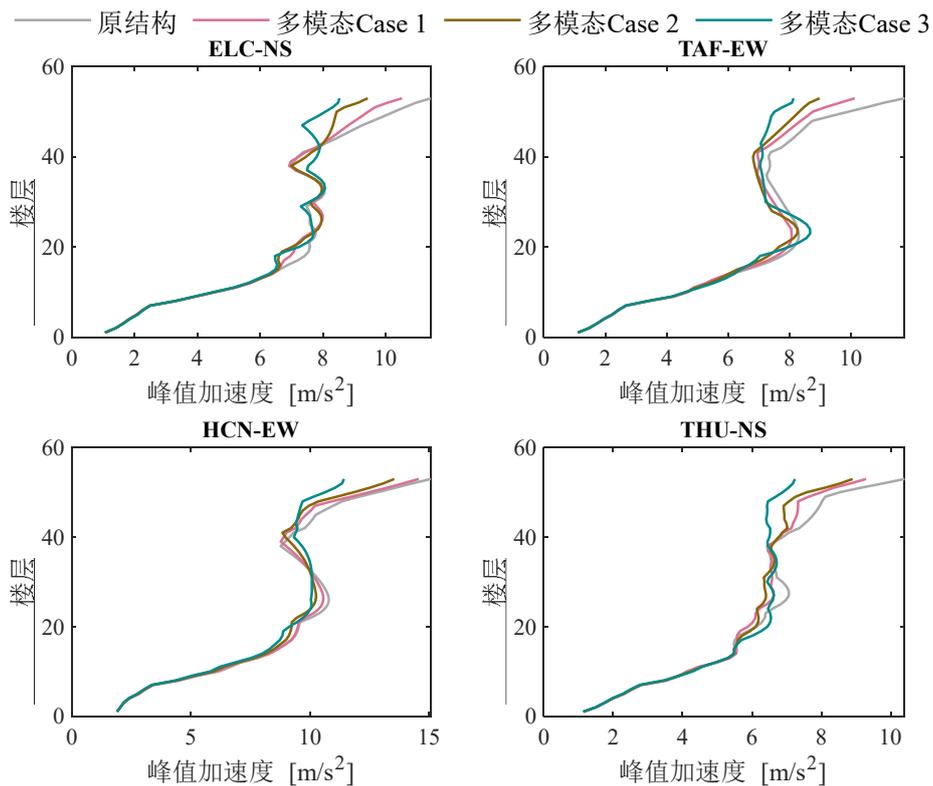
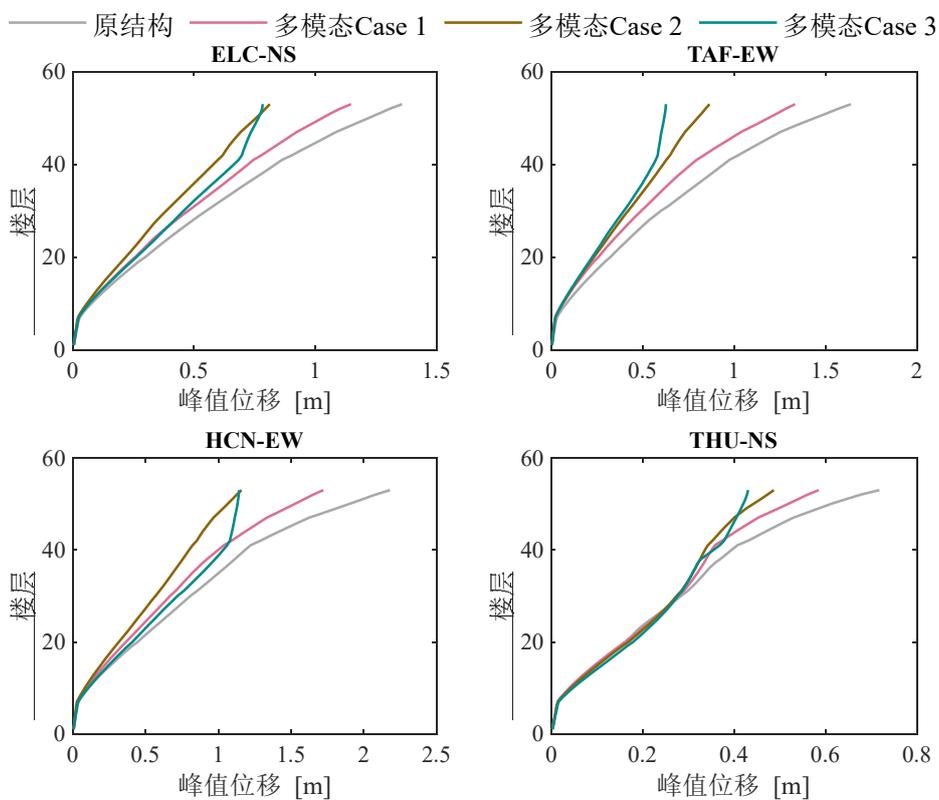


图 6.26 三个权重系数的选择



(a) 峰值加速度的控制效果



(b) 峰值位移的控制效果

图 6.27 基于不同权重系数的结构性能控制效果

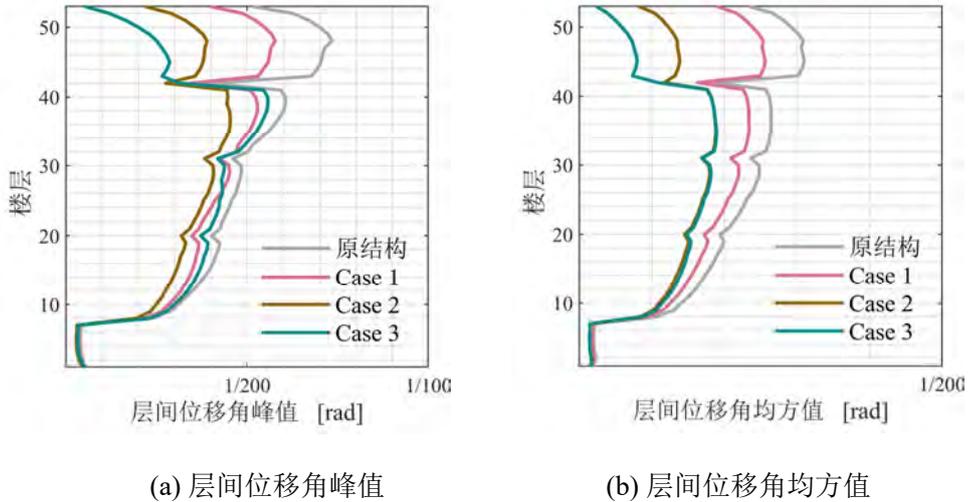


图 6.28 基于不同权重系数的结构层间位移角的控制效果

使用上表 6.11 的结果对惯容减震结果进行设计，此时 Case 1 的惯容系统出力均方值的最大值为 1074.342kN；Case 2 的惯容系统出力均方值的最大值为 9269.692kN；Case 3 的惯容系统出力均方值的最大值为 14563.327kN。Case 1 将经济指标赋予了较大的重要性，优化结果显示该工况下惯容出力最小，可以达到较好的经济性能，该工况下结构响应的控制效果见图 6.27 和图 6.28。

由图可知，此时结构顶层加速度和位移虽然得到了控制，但是控制效果与其他两组相比效果不佳；相反，Case 3 中对经济指标没有赋予重要性，带了较大的惯容系统出力，但此时结构顶层位移和加速度的峰值得到了较好的控制。Case 2 对结构性能控制和经济指标赋予相同的重要性，因而惯容系统出力和结构顶层的加速度和位移响应控制效果均位于 Case 1 和 Case 3 的中间水平。由此可以得知，结构的性能控制和经济指标之间存在着彼此制约的权衡关系，进行惯容减振结构的优化设计时，需要根据设计目标在权重系数空间中进行选择。

## 6.6 本章小结

本章主要研究了 CBIS 在需要考虑多阶模态影响的高层结构中的布置和优化问题。基于多模态控制的理念，实现了结构层间加速度和位移峰值的同步控制，也验证了 CBIS 是一种有效、可靠并实用的高层建筑减震（振）控制技术。本章主要结论如下：

(1) 建立了 CBIS-高层建筑耦联体系的运动方程，对附加惯容系统的结构体系进行了模态分析，阐述了多模态控制的必要性。推广了等价质量的定义，说明了模态惯质比与等价质量之间的共通性，通过模态惯质比进行各阶模态响

应控制方法的高效性，为 CBIS 在高层结构中的分布方式提供了有效的途径。

(2) 通过地震荷载作用下结构随机振动响应的分析，综合考虑高层建筑的控制成本和结构性能，提出了多模态调谐的设计流程，验证了基于模态控制理念的惯容系统的多模态控制方法能够实现对结构多阶模态响应的控制，可以取得比单模态控制更显著的结构性能控制效果。

(3) 由于惯容系统的安装位置会对惯容减振结构各阶模态阻尼比造成影响。本章通过寻找各阶模态阻尼比最大和弯曲变形最大处的楼层，可以快速确定各控制目标模态下的惯容系统的安装位置。算例分析表明，所提出的惯容系统的安装方式提升了惯容系统在弯剪型结构中的利用效率。

(4) 通过分析多模态控制中结构性能优化表达中不同的权重系数，对高层结构多模态控制时基于多系数指标的优化问题提供了便捷的系数选择。综合考虑了结构性能指标权重系数 ( $\alpha$  和  $\beta$ ) 以及经济指标权重系数 ( $1-\alpha-\beta$ ) 对优化结果的影响。分析表明，结构的性能控制和经济指标之间存在着彼此制约的权衡关系，进行惯容减震的优化设计时，需要根据设计目标在权重系数空间中进行选择。



## 第7章 结论与展望

### 7.1 本文的主要结论

本文开展了拉索连接惯容系统的减震机理和优化设计方法的研究工作，基于纯拉力系统与惯容系统提出了拉索连接惯容系统，丰富了惯容系统在结构中的安装与布置形式，提升了惯容系统在结构中的利用效率。首先，介绍了拉索连接惯容系统的基本组成，建立了相应的力学模型，提出了基于定点理论的惯容系统的单目标和多目标优化设计框架。其次，从惯容的物理实现机制入手，提出了滚轴式和丝杠式两种惯容力学装置；从试验研究的角度出发，验证了滚轴式惯容装置力学模型的合理性，利用正反牙丝杠，抵消传统滚珠丝杠惯容的丝杠端部的不平衡扭矩劣势，提出了另一种改进了拉索连接惯容系统的物理实现机制。然后，以高层结构的振动控制需求为导向，提出了拉索连接惯容系统非线性支撑元件，建立了基于弯曲变形驱动模式下的拉索连接惯容系统，开展了非线性惯容系统的减震机理研究，提出了基于结构性能控制的非线性惯容系统的优化设计框架，开展了非线性惯容系统的动力可靠性分析。最后，围绕高层结构的峰值位移和峰值加速度的协同控制，结合了惯容减振结构多模态控制的基本概念，从单模态和多模态控制两个方面分析了惯容系统在结构减震控制中的适用性与高效性，进行了高层结构性能控制和成本控制的优化设计，进一步推动惯容系统在高层结构振动控制中的实际应用。本文的主要研究成果总结如下：

(1) 本文所提出的惯容元件具有显著的表现质量，即通过较小的实际物理质量可有效获得土木工程中减振控制所需的表现质量，可以在不增大地震作用输入能量的前提下实现对结构惯性的调整。利用定点理论将拉索连接惯容系统调谐至结构共振频率附近可以获得可观的耗能增效效果，使得拉索连接惯容系统工作时，阻尼元件变形幅值远大于受控结构位移响应幅值，提高了惯容系统的耗能能力和吸能能力。基于遗传算法，导出了同时具备质量增效优势和耗能增效优势的惯容系统设计参数。

(2) 所开展的拉索连接惯容装置和惯容减振结构的自由振动和振动台试验研究验证了所提出惯容系统的减振有效性和适用性。首先，通过自由振动试验验证了自适应扩展卡尔曼滤波(AEKF)法的精度以及本文所提出的惯容系统力学模型的合理性。自由振动试验中，减小装置内部气隙可有效提高滚轴式惯容

装置的阻尼比；其次，通过振动台试验，验证了滚轴式惯容装置具有良好的减震效果，可有效控制结构顶层加速度响应和位移响应。进一步，提出了自平衡惯容系统，从理论的层面说明了正反牙丝杠能够有效地释放装置端部扭矩，使其能够通过拉索支撑进行连接，实现了便捷的连接方式。考虑惯容装置内部的摩擦作用，建立了惯容控制系统的非线性本构模型，有效预测拟合了惯容装置的试验结果；建立了考虑摩擦作用的惯容减振结构的分析模型，有效模拟了考虑丝杠处摩擦作用的惯容减振结构试验模型的动力响应趋势。最后，通过对滚轴式惯容装置与自平衡惯容装置的性能对比，说明了自平衡惯容装置实现了性能的提升，使得惯容装置表观质量增效显著，可改进拉索连接惯容系统的物理实现机制。

(3) 以高层结构减震控制需求为导向，所提出的正负刚度不对称的非线性拉索支撑元件可有效避免钢支撑易屈曲问题并实现惯容系统拉压异性的驱动性能。通过垂直安装该非线性惯容系统，利用高层结构弯曲变形的竖向分量触发惯容系统工作，可以有效地控制高层建筑的整体弯曲变形，为拉索连接惯容系统在高层结构中的应用提供了可行性方案。进一步，本文提出了基于结构位移性能和加速度性能最优的非线性惯容系统的优化设计框架，并针对非线性惯容减振结构，提出了基于极值理论的动力可靠度分析方法，引入四阶矩方法通过假定极值分布类型进行可靠度评估，验证了本文提出的优化设计方法在基于弯曲变形驱动模式下的非线性惯容系统的优化问题中的可靠性和有效性。

(4) 所推导的基于模态参与消减的直连拉索连接惯容系统解析设计公式从理论层面揭示了惯容的表观质量与各阶模态参与因子的关系，可用于拉索连接惯容系统的简化参数设计。通过惯容表观质量的合理设定可以对模态参与因子进行调节，实现了高阶模态影响的消除。进一步，本文提出了全模态参与消减的简易算法流程，解决了全模态参与消减的惯容系统的实用化设计问题。以高阶模态为控制目标，通过 3 个基准结构的算例分析，验证了基于全模态参与消减简易算法设计的直连拉索连接惯容系统可以有效去除高阶模态的影响，实现高层结构的位移、加速度和层间位移角的控制。

(5) 所提出的基于模态控制理念的拉索连接惯容系统多模态控制设计方法可有效实现惯容系统对高层结构的多模态控制。所提出的多模态控制方法综合考虑了地震荷载作用下结构随机振动响应特征、高层建筑的控制成本和结构性能最优目标，量化了结构性能指标权重系数以及经济指标权重系数对结构优化结果的影响，为高层结构基于多系数指标的优化问题提供了便捷的系数选择。进一步，本文分析了惯容系统的安装位置对惯容减振结构各阶模态阻尼比造成的影响，提出了依据模态阻尼比最大的原则确定惯容系统布置方式的方法，算

例分析表明,所提出的惯容系统的安装方式提升了惯容系统在高层结构中的利用效率,说明了拉索连接惯容系统是一种有效并实用的振动控制措施,具有广阔的发展前景。

## 7.2 后续工作展望

结构振动控制技术是保证强震下结构安全性的有效途径之一,在我国大规模城镇化进程的背景下,惯容减震技术作为一种高性能的减震技术,具有广阔的应用前景。拉索支撑在结构加固和结构延性提升等方面具有优异的性能,本文结合拉索支撑提出了拉索连接惯容系统,并率先开展了拉索连接惯容系统的减震机理的理论研究、数值分析和试验研究,然后还存在很多不足之处有待后续进一步研究。未来可以在如下几个方面继续开展研究工作:

(1) 本文将阻尼元件简化为黏滞阻尼。然而,电磁阻尼元件在稳态下才会表现出良好的线性特征,考虑到地震作用的非稳态激励特性,今后研究应当建立更为精确的非线性阻尼模型和计算公式,使得惯容系统的力学模型更加精准。

(2) 本文开展了安装拉索连接惯容系统的单自由度结构的试验研究,后续工作可以开展多自由度减震结构的试验研究,并在实际工程中进行推广应用。

(3) 开展弯曲型结构的试验研究,验证本文所提出的多模态控制方法在基于弯曲变形驱动模式的惯容减振结构中的有效性。本文提出了非线性拉索支撑元件的理论模型,尚未开展试验验证,未来的研究可以进一步进行非线性拉索连接惯容系统的试验研究,为惯容系统在高层结构中的应用提供方案。

(4) 本文所提出的模态参与消减方法无法控制结构一阶模态的响应,因此可以在后续研究中与精准控制一阶模态响应的调谐式惯容系统协同控制,开展进一步的研究。

(5) 拉索连接惯容系统不仅适用于新建结构同样也适用于由灾变和老化引起的结构体系损伤时的性能提升。在今后的研究中,可以进一步考虑结构在服役过程中发生的性能退化和失效,为建立基于拉索连接惯容系统结构性能提升的设计方法提供科学依据。



## 参考文献

- [1] 社团法人日本隔震结构协会编. 被动减震结构设计·施工手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008
- [2] 胡聿贤. 地震工程学(第2版). 北京: 地震出版社, 2006
- [3] Housner G. W., Bergman L. A., Caughey T. K., Chassiakos A. G., Yao J. T. P. Structural control: past, present, and future. *Journal of engineering mechanics*, 1997, Vol.123(9): 897-971
- [4] 周福霖. 工程结构减震控制. 北京: 地震出版社, 1997
- [5] 唐家祥, 刘再华. 建筑结构隔震设计. 武汉: 华中理工大学出版社, 1993
- [6] Soong T. T., Spencer B. F. Active Structural Control: Theory & Practice. *Journal of Engineering Mechanics*, 1992, Vol.118(6): 1282-1285
- [7] Yao J. T. P. Concept of structural control. *Journal of the Structural Division*, 1972, Vol.98(7):1567-1574
- [8] Soong T. T., Dargush G. F. Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering. New York: Wiley, 1997
- [9] Soong T. T. Active structural control: theory and practice. New York: Wiley, 1990
- [10] Soong T. T., Spencer B. F. Active, semi-active and hybrid control of structures. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 2000, Vol.33(3): 387-402
- [11] Cheng F. Y. Smart structures: innovative systems for seismic response control. BocaRaton: CRC press, 2008
- [12] Kasai K., Fu Y., Watanabe A. Passive control systems for seismic damage mitigation. *Journal of Structural Engineering*, 1998, Vol.124(5): 501-512
- [13] 吕西林, 蒋欢军. 复杂高层建筑抗震与消能减震研究进展. *建筑结构学报*, 2010, Vol.31(6):52-61
- [14] Tong Y. J., Xie L. Y., Xue S. T., Tang H. S. Performance of a passively-controlled steel building before and after the 2011 great east japan earthquake. *Proceedings of the 11th International Workshop on Structural Health Monitoring*. Stanford, USA, 2017
- [15] 周云, 吴从晓, 张崇凌, 杨光明. 芦山县人民医院门诊综合楼隔震结构分析与设计. *建筑结构*, 2013, Vol.23(24): 23-27
- [16] Seto K. Trends on active vibration control in Japan. *Proceedings International Symposium Motion Vibration Control*, 1992
- [17] Spencer B. F., Sain M. K. Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine*, 1997, Vol.17(6): 19-35
- [18] 欧进萍. 结构振动控制: 主动, 半主动和智能控制. 北京: 科学出版社, 2003
- [19] 肖炜, 王磊, 温阿东. 智能控制在汽车悬架控制系统中的应用研究. *建筑工程技术与设计*, 2017(13): 5119
- [20] 张鹏. 基于非线性摆的输电塔结构减震研究: [博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2016
- [21] 樊禹江, 王社良. 基于新型压电摩擦阻尼器的高压输电塔半主动抗震控制. *河海大学学报*, 2013, Vol.41(4): 336-341
- [22] 郭鹏飞, 关新春, 欧进萍. 磁流变液阻尼器响应时间的试验研究及其动态磁场有限元分析. *振动与冲击*, 2009, Vol.28(6): 1-5

- [23] 谭平, 张颖, 刘彦辉, 宁响亮, 周福霖, 滕军. 广州新电视塔混合控制技术研究. 第八届全国地震工程会议. 重庆, 2010
- [24] Yoshioka H., Ramallo J. C., F Spencer J. B. "Smart" base isolation strategies employing magnetorheological dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, Vol.128(5): 540-551
- [25] Cheng F. Y., Jiang H. Optimum control of a hybrid system for seismic excitations with state observer technique. *Smart Materials and Structures*, 1998, Vol.7(5): 654
- [26] Fujita T. Application of hybrid mass damper with convertible active and passive modes using hydraulic actuator to high-rise building. *Proceedings of 1994 American Control Conference ACC'94*. IEEE. Baltimore, USA, 1994
- [27] Snowdon J. C. Dynamic vibration absorbers that have increased effectiveness. *Journal of Engineering for Industry*, 1974(96): 940-945
- [28] Kelly J. M., Skinner R. I., Heine A. J. Mechanisms of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 1972, Vol.5(3): 63-88
- [29] Lee D., Taylor D. P. Viscous damper development and future trends. *The Structural Design of Tall Buildings*, 2001, Vol.10(5): 311-320
- [30] Shen K. L., Soong T. T., Chang K. C., Lai M. L. Seismic behaviour of reinforced concrete frame with added viscoelastic dampers. *Engineering Structures*, 1995, Vol.17(5): 372-380
- [31] Zhang R. H., Soong T. T., Mahmoodi P. Seismic response of steel frame structures with added viscoelastic dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1989, Vol.18(3): 389-396
- [32] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超. 惯容减震(振)系统及其研究进展. *工程力学*, 2019, Vol.36(10): 8-27
- [33] Ikago K., Saito K., Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(3): 453-474
- [34] Smith M. C. Synthesis of mechanical networks: the inerter. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, Vol.47(10): 1648-1662
- [35] 日本建筑学会著, 刘文光译. 隔震结构设计. 北京: 地震出版社, 2006
- [36] 吴香香, 李宏男. 结构偏心对基础隔震结构地震反应的影响. *地震工程与工程振动*, 2003, Vol.23(1): 145-151
- [37] 周锡元, 阎维明, 杨润林. 建筑结构的隔震, 减振和振动控制. *建筑结构学报*, 2002, Vol.23(2): 2-12
- [38] 何永超, 邓长根, 曾康康. 日本高层建筑基础隔震技术的开发和应用. *工业建筑*, 2002, Vol.32(5): 29-31
- [39] 唐家祥, 李黎. 叠层橡胶基础隔震房屋结构设计与研究. *建筑结构学报*, 1996, Vol.17(2): 37-47
- [40] Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. *An introduction to seismic isolation*. New York: Wiley, 1993
- [41] Naeim F., Kelly J. M. *Design of seismic isolated structures: from theory to practice*. New York: John Wiley & Sons, 1999
- [42] Symans M. D., Cofer W. F., Fridley K. J. Base isolation and supplemental damping systems for seismic protection of wood structures: Literature review. *Earthquake Spectra*, 2002, Vol.18(3): 549-572

- [43] GB50011-2010 建筑抗震设计规范. 北京: 建筑工业出版社
- [44] Pall A. S., Marsh C. Response of friction damped braced frames. *Journal of the Structural Division*, 1982, Vol.108(6): 1313-1323
- [45] 李杰, 李国强. 地震工程学导论. 北京: 地震出版社, 1992
- [46] 吴波, 李惠. 建筑结构被动控制的理论与应用. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1997
- [47] 周云, 刘季. 耗能减震技术研究与应用进展. *世界地震工程*, 1995(1): 20-28
- [48] 徐赵东, 周洲, 赵鸿铁, 沈亚鹏. 粘弹性阻尼器的计算模型. *工程力学*, 2001, Vol.18(06): 90-95
- [49] 史春芳, 徐赵东, 卢立恒. 摩擦阻尼器在工程结构中的研究与应用. *工程建设与设计*, 2007(9): 37-41
- [50] Pall A. S., Pall R. Friction-dampers for seismic control of buildings-a Canadian experience. 11th World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico, 1996
- [51] Chan R. W., Albermani F. Experimental study of steel slit damper for passive energy dissipation. *Engineering Structures*, 2008, Vol.30(4): 1058-1066
- [52] 李宏男, 李钢, 李中军, 邢福国. 钢筋混凝土框架结构利用"双功能"软钢阻尼器的抗震设计. *建筑结构学报*, 2007, Vol.28(4): 36-43
- [53] 吴斌, 欧进萍. 软钢屈服耗能器的疲劳性能和设计准则. *世界地震工程*, 1996(4): 8-13
- [54] Frahm H. Device for damping vibrations of bodies. US989958 A, 1911-04-18
- [55] Ormondroyd J. The theory of the dynamic vibration absorber. *Transation of the ASME*, 1928, Vol.50(7): 9-22
- [56] Hahnkamm E. Die dämpfung von fundamentschwingungen bei veränderlicher erregfrequenz. *Ingenieur-Archiv*, 1933, Vol.4(2): 192-201
- [57] Den Hartog J P. *Mechanical vibrations*. New York: Courier Corporation, 1985
- [58] Brock J. E. A note on the damped vibration absorber. *Journal of Applied Mechanics*, 1946, Vol.4(13): 287
- [59] Leung A. Y. T., Zhang H., Cheng C. C., Lee Y. Y. Particle swarm optimization of TMD by non-stationary base excitation during earthquake. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2008, Vol.37(9): 1223-1246
- [60] Yang J. N., Lin S., Kim J. H., Agrawal A. K. Optimal design of passive energy dissipation systems based on  $H_\infty$  and  $H_2$  performances. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2002, Vol.31(4): 921-936
- [61] Kaynia A. M., Veneziano D., Biggs J. M. Seismic effectiveness of tuned mass dampers. *Journal of the Structural Division*, 1981, Vol.107(8): 1465-1484
- [62] Abu-Akeel A. K. The electrodynamic vibration absorber as a passive or active device. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1967, Vol.4(89): 741-753
- [63] Chang J. C. H., Soong T. T. Structural control using active tuned mass dampers. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1980, Vol.106(6): 1091-1098
- [64] Skinner R. I., Kelly J. M., Heine A. J. Hysteretic dampers for earthquake - resistant structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1974, Vol.3(3): 287-296
- [65] Cowley A., Boyle A. Active dampers for machine tools. *Annals of the CIRP*, 1970, Vol.18(1): 213-222
- [66] 舒率. 附加调谐惯容阻尼器的基础隔震结构的抗震性能优化研究: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2020

- [67] Xue S. T., Kang J. F., Xie L. Y., Zhang R. F., Ban X. L. Cross-layer installed cable-bracing inerter system for MDOF structure seismic response control. *Applied Sciences*, 2020, Vol.10(17): 5914
- [68] 康建飞, 薛松涛, 谢丽宇. 双向地震作用下拉索支撑惯容系统及其在钢结构中的应用. *建筑结构学报*: 1-10 [2022-05-04]. 2021.0718.
- [69] Papageorgiou C., Houghton N. E., Smith M. C. Experimental testing and analysis of inerter devices. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2009, Vol.131(1): 1-11
- [70] Smith M. C., Wang F. C. Performance benefits in passive vehicle suspensions employing inerters. *Vehicle System Dynamics*, 2004, Vol.42(4): 235-257
- [71] 杨晓峰, 沈钰杰, 陈龙, 汪若尘, 孙晓强. 基于动力吸振理论的车辆 ISD 悬架设计与性能分析. *汽车工程*, 2014, Vol.36(10): 1262-1266
- [72] Schönfeld J. C. Analogy of hydraulic, mechanical, acoustic and electric systems. *Applied Scientific Research, Section A*, 1954, Vol.3(1): 417-450
- [73] Kawamata S. Development of a vibration control system of structures by means of mass pumps. Tokyo, Japan: Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 1973
- [74] Wang F. C., Hong M. F., Lin T. C. Designing and testing a hydraulic inerter. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2010, Vol.225(1): 66-72
- [75] Ma R., Bi K., Hao H. A novel rotational inertia damper for amplifying fluid resistance: Experiment and mechanical model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 149: 107313
- [76] Shen Y., Chen L., Liu Y., Zhang X., Yang X. Optimized modeling and experiment test of a fluid inerter. *Journal of Vibroengineering*, 2016, Vol.18(5): 2789-2800
- [77] Domenico D. D., Ricciardi G., Zhang R. F. Optimal design and seismic performance of tuned fluid inerter applied to structures with friction pendulum isolators. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, Vol.132:106099
- [78] Kawamata S. Liquid type mass damper with elongated discharge tube. 4,872,649, 1989-10-10
- [79] Hatanaka T, Funaki N. Experimental study on dynamic behavior of test frame passively controlled by liquid damper with inertia mass effect. *Journal of Structural Engineering*, 2017, 63B: 205-211
- [80] Hatanaka T, Xue S T, Funaki N. Dynamic behavior of single story frame passively controlled by liquid damper with inertia mass effect. *The 15th Japan Earthquake Engineering Symposium*, Sendai, Japan, 2018.
- [81] Swift S. J., Smith M. C., Glover A. R., Papageorgiou C., Gartner B., Houghton N. E. Design and modelling of a fluid inerter. *International Journal of Control*, 2013, Vol.86(11): 2035-2051
- [82] Ikago K. Seismic control of buildings using apparent mass dampers with rotational amplifying mechanisms: A review of the state of the art: *The 13th World Conference on Seismic Isolation*. Sendai, Japan: JSSI, 2013
- [83] Sun X. Q., Chen L., Wang S. H., Zhang X. L., Yang X. F. Performance investigation of vehicle suspension system with nonlinear ball-screw inerter. *International Journal of Automotive Technology*, 2016, Vol.17(3): 399-408
- [84] Ikago K., Sugimura Y., Saito K., Inoue N. Modal response characteristics of seismic controlled mdf shear buildings using tuned viscous mass dampers: A study on a case in which the

- secondary masses are arranged proportional to the primary stiffness distribution. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2014, Vol.79(697): 367-374
- [85] Nakamura Y., Hanzawa T., Isoda K. Performance-based placement design of tuned inertial mass dampers. *Proceedings of 13th World Conference on Seismic Isolation*. Sendai, Japan, 2013
- [86] Kida H., Ikago K., Inoue N. Applicability of force-restricted tuned viscous mass dampers to high-rise buildings subjected to long-period ground motions. *Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisbon, Portugal, 2012
- [87] Ikago K., Sugimura Y., Saito K., Inoue N. Simple design method for a tuned viscous mass damper seismic control system. *Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisbon, Portugal, 2012
- [88] Ikago K., Sugimura Y., Saito K., Inoue N. Modal response characteristics of a multiple degree-of-freedom structure incorporated with tuned viscous mass dampers. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 2012, Vol.11(2): 375-382
- [89] Inoue N. Ikago K. Displacement control design of buildings: design method of long-period seismic isolation buildings against earthquake. Tokyo: Morgan Kaufmann Japan: Maruzen Publishing, 2012
- [90] Zhang L., Xue S.T., Zhang D. F., Hao L. F., Pan C., Xie L.Y. A novel crank inerter with simple realization: Constitutive model, experimental investigation and effectiveness assessment. *Engineering Structure*, 2022, Vol. 262:114308
- [91] Zhang R. F., Zhang L, Xie L, Xue S. Experimental investigation on mechanical performance of a crank inerter. *The 17th World Conference on Earthquake Engineering*. Sentai, Japan. 2020
- [92] Pan C., Zhang R. F. Design of structure with inerter system based on stochastic response mitigation ratio. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, Vol.25(6): e2169
- [93] Zhang R. F., Zhao Z. P., Pan C., Ikago K., Xue S. T. Damping enhancement principle of inerter system. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020, Vol.27(5): e2523
- [94] 张峻山. 调谐惯质阻尼联肢墙减震控制研究: [硕士学位论文]. 北京: 清华大学, 2018
- [95] Kida H., Watanabe Y., Nakaminami S., Tanaka H., Sugimura Y., Saito K., Ikago K., Inoue N. Full-scale dynamic tests of tuned viscous mass damper with force restriction mechanism and its analytical verification. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2011, Vol.76(665): 1271-1280
- [96] Kawamata S., Funaki N., Itoh Y. Passive control of building frames by means of liquid dampers sealed by viscoelastic material. *12th World Conference on Earthquake Engineering*. Auckland, Newland, 2000
- [97] Glover A. R., Smith M. C., Houghton N. E., Long P. J. G. Force-controlling hydraulic device. 8881876, 2009-01-01
- [98] 曾璟琳. 液式惯容与防倾覆滚动隔震混合控制研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2021
- [99] Ikago K., Sugimura Y., Saito K., Inoue N. Optimum seismic response control of multiple degree of freedom structures using tuned viscous mass dampers. *10th International Conference on Computational Structures Technology*. Valencia, Spain, 2010
- [100] Saito K., Inoue N. A study on optimum response control of passive control systems using viscous damper with inertial mass substituting equivalent nonlinear viscous elements for linear

- viscous elements in optimum control systems. *AIJ Journal of Technology and Design*, 2007, Vol.13(26)
- [101] Saito K. Dynamic loading test and application to a high-rise building of viscous damping devices with amplification system. *Proceedings of the Third World Conference on Structural Control*. Como, Italy, 2002
- [102] Arakaki T., Kuroda H., Arima F., Inoue Y., Baba K. Development of seismic devices applied to ball screw: Part 1 Basic performance test of RD-series. *AIJ Journal of Technology and Design*, 1999, Vol.5(8): 239-244
- [103] Arakaki T., Kuroda H., Arima F., Inoue Y., Baba K. Development of seismic devices applied to ball screw: Part 2 Performance test and evaluation of RD-series. *AIJ Journal of Technology and Design*, 1999, Vol.5(9): 265-270
- [104] Kuroda H., Arima F., Baba K., Inoue Y. Principles and characteristics of viscous damping devices (gyro-damper), the damping forces which are highly amplified by converting the axial movement to rotary one. *12th World Conference on Earthquake Engineering*. Auckland, New Zealand, 2000
- [105] Wang F. C., Hong M. F., Chen C. W. Building suspensions with inerters. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2010, Vol.224(8): 1605-1616
- [106] Hessabi R. M., Mercan O. Application of gyro-mass dampers to mitigate the seismic failure in soft first story buildings. *Structures Congress*. Portland, Oregon, 2015
- [107] Hessabi R. Mi, Mercan O. Investigations of the application of gyro-mass dampers with various types of supplemental dampers for vibration control of building structures. *Engineering Structures*, 2016, Vol.126: 174-186
- [108] Saito K., Sugimura Y., Inoue N. A study on response control of a structure using viscous damper with inertial mass. *Journal of Structural Engineering*, 2008, Vol.54: 623-648
- [109] Lazar I. F., Neild S. A., Wagg D. J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, Vol.43(8): 1129-1147
- [110] Ikenaga M., Yoshikawa T., Nagase T., Ikago K., Inoue N. Shaking table test of seismic control system using force restricted tuned viscous mass damper. *AIJ Journal of Technology and Design*, 2012, Vol.18(39): 437-440
- [111] Garrido Hernán, Curadelli Oscar, Ambrosini Daniel. Improvement of tuned mass damper by using rotational inertia through tuned viscous mass damper. *Engineering Structures*, 2013, Vol.56: 2149-2153
- [112] Marian L., Giaralis A. The tuned mass-damper-inerter for harmonic vibrations suppression, attached mass reduction, and energy harvesting. *Smart Structures and Systems*, 2017, Vol.19(6): 665-678
- [113] Marian L., Giaralis A. Optimal design of a novel tuned mass-damper– inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, Vol.38: 156-164
- [114] Marian L., Giaralis A. Optimal design of inerter devices combined with TMDs for vibration control of buildings exposed to stochastic seismic excitation. *Proceedings of the 11th International Conference on Structural Safety and Reliability*. New York, USA, 2013
- [115] Pietrosanti D., De Angelis M., Basili M. Optimal design and performance evaluation of

- systems with Tuned Mass Damper Inerter (TMDI). *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2017, Vol.46(8): 1367-1388
- [116] Ruiz R., Giaralis A., Taflanidis A., Lopez-Garcia D. Risk-informed optimization of the tuned mass-damper-inerter (TMDI) for seismic protection of buildings in Chile. *The 16th World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, 2017
- [117] Zhang R. F., Zhao Z. P., Dai K. S. Seismic response mitigation of a wind turbine tower using a tuned parallel inerter mass system. *Engineering Structures*, 2019, Vol.180: 29-39
- [118] Chen Q. J., Zhao Z. P., Zhang R. F., Pan C. Impact of soil-structure interaction on structures with inerter system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, Vol.433: 1-15
- [119] 张瑞甫,曹嫣如,潘超,胡岫岩. 典型激励下调谐质量惯容系统 TMIS 的轻量化结构控制. *工程力学*,2021,Vol.39.
- [120] 陈龙,任皓,汪若尘,孙泽宇,陈兵. 液力式惯容器力学性能仿真与试验研究. *振动与冲击*, 2014, Vol.33(012): 87-92
- [121] 阎武通,韩冰,文永奎. 新型调谐黏滞质量阻尼器对斜拉桥的减震控制分析. *土木工程学报*, 2016(S1): 66-71
- [122] 罗一帆,孙洪鑫,王修勇. 电磁调谐质量阻尼器的 H2 参数优化及对结构减震分析. *振动工程学报*, 2018(3)
- [123] Zhu H. P., Li Y. M., Shen W. A., Zhu S. Y. Mechanical and energy-harvesting model for electromagnetic inertial mass dampers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.120: 203-220
- [124] Shen Y. J., Liu Y. L., Chen L., Yang X. F. Optimal design and experimental research of vehicle suspension based on a hydraulic electric inerter. *Mechatronics*, 2019, Vol.61: 12-19
- [125] Zhao Z. P., Zhang R. F., Jiang Y. Y., De Domenico D., Pan C. Displacement-dependent damping inerter system for seismic response control. *Applied Sciences*, 2020, Vol.10(1): 257
- [126] 赵志鹏,张瑞甫,陈清军,潘超,王超. 基于减震比设计方法的惯容减震结构分析. *工程力学*, 2019, Vol.36(S1): 125-130
- [127] 赵志鹏,张瑞甫,陈清军,潘超,王超. 基于减震比设计方法的惯容减震结构分析. 第 27 届全国结构工程学术会议论文集. 西安, 中国, 2018
- [128] 潘超,张瑞甫,王超,逯静洲. 单自由度混联 II 型惯容减震体系的随机地震响应与参数设计. *工程力学*, 2019, Vol.36(01): 132-140
- [129] 王超. 基于需求的惯容减震结构振动控制研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020
- [130] 张瑞甫. 储液罐地震响应控制研究: 上海: 同济大学, 2014
- [131] Xie L. Y., Ban X. L., Xue S. T., Ikago K., Kang J. F., Tang H. S. Theoretical study on a cable-bracing inerter system for seismic mitigation. *Applied Sciences*, 2019, Vol.9(19): 4096.
- [132] 康建飞. 拉索式惯容系统的性能分析及其优化布置研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020
- [133] 李超,张瑞甫,赵志鹏,李俊卫,罗浩,翁大根. 调谐黏滞质量阻尼器基于遗传算法的参数优化研究. *结构工程师*, 2016, Vol.32(4): 124-131
- [134] Zhao Z. P., Zhang R. F., Lu Z. A particle inerter system for structural seismic response mitigation. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, Vol.356(14): 7669-7688
- [135] Brzeski P., Lazarek M., Perlikowski P. Experimental study of the novel tuned mass damper with inerter which enables changes of inertance. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, Vol.404: 47-57

- [136] Shinjo T., Ikenaga M., Ikago K., Inoue N. Optimum response control of multi-degree-of-freedom seismic control system incorporated with concentratedly arranged tuned viscous mass dampers. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2015, Vol.80(715): 1393-1402
- [137] Wen Y. K., Chen Z. Q., Hua X. G. Design and evaluation of tuned inerter-based dampers for the seismic control of MDOF structures. *Journal of Structural Engineering*, 2017, Vol.143(4): 4016207
- [138] Ikago K., Sugimura Y., Saito K., Inoue N. Modal response characteristics of a seismic control multi-story shear building using a tuned viscous mass damper. 14th International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing. Cagliari, Italy, 2013
- [139] Sugimura Y., Goto W., Tanizawa H., Saito K., Nimomiya T. Response control effect of steel building structure using tuned viscous mass damper. *Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisbon, Portugal, 2012
- [140] De Angelis M., Giaralis A., Petrini F., Pietrosanti D. Optimal tuning and assessment of inertial dampers with grounded inerter for vibration control of seismically excited base-isolated systems. *Engineering Structures*, 2019, Vol.196: 109250
- [141] 莊初立, 张永山. 极端地震下惯容器-弹簧-阻尼装置对隔震结构减震效果研究. *振动与冲击*, 2019, Vol.38(12): 112-117
- [142] 叶昆, 舒率. 基于性能需求的基础隔震结构附加调谐惯容阻尼器的优化设计研究. *动力学与控制学报*, 2020, Vol.15(5): 59-64
- [143] De Domenico D., Impollonia N., Ricciardi G. Soil-dependent optimum design of a new passive vibration control system combining seismic base isolation with tuned inerter damper. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, Vol.105: 37-53
- [144] De Domenico D., Ricciardi G. Improving the dynamic performance of base-isolated structures via tuned mass damper and inerter devices: A comparative study. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, Vol.25(10): e2234
- [145] Di Matteo A., Masnata C., Pirrotta A. Simplified analytical solution for the optimal design of Tuned Mass Damper Inerter for base isolated structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.134: 106337
- [146] Zhao Z. P., Zhang R. F., Jiang Y. Y., Pan C. Seismic response mitigation of structures with a friction pendulum inerter system. *Engineering Structures*, 2019, Vol.193: 110-120
- [147] Zhao Z. P., Zhang R. F., Wierschem N. E., Jiang Y. Y., Pan C. Displacement mitigation-oriented design and mechanism for inerter-based isolation system. *Journal of Vibration and Control*, 2021, Vol.27(17-18): 1991-2003
- [148] Wang Y., Wang R. C., Meng H. D., Zhang B. Y. An investigation of the dynamic performance of lateral inerter-based vibration isolator with geometrical nonlinearity. *Archive of Applied Mechanics*, 2019, Vol.89(9): 1953-1972
- [149] Yang J. N., Jiang J. Z., Neild S. A. Dynamic analysis and performance evaluation of nonlinear inerter-based vibration isolators. *Nonlinear Dynamics*, 2020, Vol.99(3): 1823-1839
- [150] 王云骞. 流体惯容系统与基础隔震的混合控制研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020
- [151] Ogino M, Sumiyama T, H Takeu. Structural design of a high-rise building using tuned viscous mass dampers installed across three consecutive storeys, Part 1. *Summaries of Technical*

- Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan. Kinki, Japan, 2014
- [152] T Sumiyama, H Takei, M Ogino. Structural design of a high-rise building using tuned viscous mass dampers installed across three consecutive sotreys, Part 2. Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan. Kinki, Japan, 2014
- [153] Takei H., Sumiyama T., Ogino M. Structural design of a high-rise building using tuned viscous mass dampers installed across each three consecutive stories, Part 3. Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan. Kinki, Japan, 2014
- [154] 冯立力. 基于自复位耗能支撑的结构减震控制研究: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2016
- [155] 宋子文. 自复位耗能支撑结构的地震响应分析: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010
- [156] 吕西林, 武大洋, 周颖. 可恢复功能防震结构研究进展. 建筑结构学报, 2019, Vol.40(02): 5-19
- [157] 吕西林, 周颖, 陈聪. 可恢复功能抗震结构新体系研究进展. 地震工程与工程振动, 2014, Vol.01(4): 130-139
- [158] 周颖, 吴浩, 顾安琪. 地震工程:从抗震、减隔震到可恢复性. 工程力学, 2019, Vol.36(6): 12
- [159] 张爱林, 叶全喜, 詹欣欣, 刘学春. 具有复位功能的支撑研究综述. 北京工业大学学报, 2016, Vol.42(9): 1338-1344
- [160] Speicher M. S., Desroches R., Leon R. T. Investigation of an articulated quadrilateral bracing system utilizing shape memory alloys. Journal of Constructional Steel Research, 2017, Vol.130: 65-78
- [161] 谢钦, 周臻, 孟少平. SMA 预拉杆式自定心屈曲约束支撑的滞回性能分析. 东南大学学报: 自然科学版, 2014, Vol.44(4): 799-804
- [162] Zhu S. Y., Zhang Y. F. Seismic analysis of concentrically braced frame systems with selfcentering friction damping braces. Journal of Structural Engineering, 2008, Vol.134(1): 121-131
- [163] Gao N., Jeon J. S., Hodgson D. E., DesRoches R. An innovative seismic bracing system based on a superelastic shape memory alloy ring. Smart Materials and Structures, 2016, Vol.25(5): 55030
- [164] Kurata M., Leon R. T., DesRoches R. Rapid seismic rehabilitation strategy: concept and testing of cable bracing with couples resisting damper. Journal of Structural Engineering, 2012, Vol.138(3): 354-362
- [165] Hou X. G., Tagawa H. Displacement-restraint bracing for seismic retrofit of steel moment frames. Journal of Constructional Steel Research, 2009, Vol.65(5): 1096-1104
- [166] 张腾龙. 防屈曲支撑框架结构设计及消能减震效果分析研究: [硕士学位论文]. 北京: 北京工业大学, 2009
- [167] Pall A. S. Friction devices for aseismic design of buildings. 4th Canadian Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canada, 1983
- [168] Mualla I. H., Belev B. Performance of steel frames with a new friction damper device under earthquake excitation. Engineering Structures, 2002, Vol.24(3): 365-371
- [169] 池沛, 董军, 彭洋. 一种新型自复位耗能拉索支撑的理论研究与数值分析. 振动与冲击, 2016, Vol.35(21): 171-176

- [170] 郭彤, 王际帅, 宋永生. 自复位金属耗能拉索. CN108590300B, 2019-01-01
- [171] 王际帅. 摩擦耗能式自复位拉索的试验测试及减震性能分析研究: [硕士学位论文]. 南京: 东南大学, 2019
- [172] Bruneau M., Chang S. E., Eguchi R. T., Lee G. C., O'Rourke T. D., Reinhorn A. M., Shinozuka M., Tierney K., Wallace W. A., Von Winterfeldt D. A framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities. *Earthquake Spectra*, 2003, Vol.19(4): 733-752
- [173] Pekcan Gkhan. Design of seismic energy dissipation systems for concrete and steel structures: [博士学位论文]. Buffalo: State University of New York, 1998
- [174] Hou X. G., Tagawa H. Displacement-restraint bracing for seismic retrofit of steel moment frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 2009, Vol.65(5): 1096-1104
- [175] 薛松涛, 康建飞, 谢丽宇. 用于结构减震控制的拉索式惯容系统跨层布置优化研究. *动力学与控制学报*, 2020, Vol.18(5):72-78
- [176] Sorace S., Terenzi G. Fluid viscous damped-based seismic retrofit strategies of steel structures: General concepts and design applications. *Advanced Steel Construction*, 2009, Vol.5(3): 322-339
- [177] Sorace S., Terenzi G. The damped cable system for seismic protection of frame structures Part I: General concepts, testing and modeling. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(5): 915-928
- [178] Sorace S., Terenzi G. The damped cable system for seismic protection of frame structures Part II: Design and application. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(5): 929-947
- [179] 黄智文. 电涡流阻尼器理论研究及其在桥梁竖向涡振控制中的应用: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2016
- [180] 余必龙. 拉索式旋转电涡流阻尼器理论及试验研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2017
- [181] 张昕宇. 自平衡式电涡流惯容系统的设计及实验研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2018
- [182] 薛松涛, 班鑫磊, 谢丽宇, 余必龙. 拉索式电涡流阻尼器力学模型及性能试验研究. *西南交通大学学报*, 2020, Vol.55(2): 317-322
- [183] 张睿. 基于自适应卡尔曼滤波的结构参数和附加阻尼力识别: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2019
- [184] 陈子昉. 自平衡式惯容器及其缺陷分析: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020
- [185] 薛智奇. 自平衡惯容器的简谐振动及振动台试验研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020
- [186] 世界高层建筑与都市人居学会. 2018年已建成高层建筑保持持续增长态势, 2018
- [187] 孟焕陵. 高层建筑结构的体系判别, 合理刚度及扭转计算研究: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2006
- [188] Norio H., Hidenori K., Ikago K., Norio I. Control of bending behavior of high rise buildings by tuned viscous mass dampers installed in the vertical direction by support members with nonlinear stiffness properties. Part 1: Concept and simplified one mass analytical model. *Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan*. Chiba, Japan, 2020

- [189] Ito T. Feasibility study on a tuned hydraulic inerter-damper with large apparent mass incorporated into super high-rise structure: [硕士学位论文]. Sendai: Tohoku University, 2020
- [190] 王辉, 陈瑶, 龙锦添, 谢杰文. 高烈度区竖向不连续剪力墙结构的减震控制分析. 结构工程师, 2018, Vol.34(4): 80-88
- [191] Housner G. W., Martel R. R., Alford J. L. Spectrum analysis of strong-motion earthquakes. Bulletin of the Seismological Society of America, 1953, Vol.43(2): 97-119
- [192] Kanai K. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. Bulletin of the Earthquake Research Institute, The University of Tokyo, 1957, Vol.35: 309-325
- [193] 唐和生, 郭雪媛, 薛松涛. 非平稳地震激励下结构动力可靠性方法对比研究. 结构工程师, 2020, Vol.36(4): 46-51
- [194] Saito K., Yogo K., Sugimura Y., Nakaminami S., Park K. Application of rotary inertia to displacement reduction for vibration control system. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canada, 2004
- [195] Furuhashi T., Ishimaru S. Response control of multi-degree system by inertial mass: Study on response control by inertial mass No. 2. Journal of Structural and Construction Engineering, 2006(601): 83-90
- [196] Furuhashi T. Mode isolation by inertia mass: study on response control by inertia mass No. 1. Journal of Structural and Construction Engineering, 2004(576): 55-62
- [197] Furuhashi T., Ishimaru S. Mode control seismic design with dynamic mass. 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China, 2008
- [198] Smith R. J., Willford M. R. The damped outrigger concept for tall buildings. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2007, Vol.16(4): 501-517
- [199] Wang M., Nagarajaiah S., Sun F. F. Dynamic characteristics and responses of damped outrigger tall buildings using negative stiffness. Journal of Structural Engineering, 2020, Vol.146(12): 4020273
- [200] Zhang L., Xue S. T., Zhang R. F., Xie L. Y., Hao L. F. Simplified multimode control of seismic response of high-rise chimneys using distributed tuned mass inerter systems (TMIS). Engineering Structures, 2021, Vol.228: 111550
- [201] Zhang R. F., Zhang L., Pan C., De Domenico D., Chen Q. J. Targeted modal response control of structures using inerter systems based on master oscillator principle. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, Vol.206: 106636
- [202] 背户一登, 马立新, 李孜. 结构振动控制. 北京: 机械工业出版社, 2010
- [203] Lutes L. D., Sarkani S. Random vibrations: analysis of structural and mechanical systems. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2004
- [204] Smith B. S., Coull A. Tall Building Structures: Analysis and Design. New York: Wiley, 1991
- [205] The Building Standard Law of Japan (4th Edition). Tokyo: The Building Center of Japan, 2004
- [206] 宗志桓, 罗兆辉. 复模态理论及其与实模态理论的统一性. 天津大学学报, 1992(1): 88-94



## 致谢

自 2016 年秋季踏入同济，至今求学将近六年。匆匆人生，总要有一段日子静下心来钻研一门学问，充实自己。攻读博士研究生的这无年有苦也有乐，本文所涉及的实验与理论研究曾遇到过无数的困难与挫折，但沉下心来解决一个接一个的问题，让自己变得越来越细致有耐心，我想这就是我读博期间最大的成长。

衷心感谢我的导师薛松涛教授。这六年薛老师对我无论是科研上还是生活上总是悉心指导和鼓励。老师对待科研严谨求实、精益求精的风格也深深的影响了我。当我迷茫时，薛老师会用自己读书期间的故事鼓励我，给我指引方向，鞭策我进步，对此表示我最诚挚的感谢！

感谢我的副导师谢丽宇老师，谢老师学识渊博，儒雅随和，当我在课题上松懈时，总会及时指出我的问题，包容我的错误，鼓励我继续努力。在大论文的修改阶段，谢老师也是一直陪着我，给论文提出了很多宝贵的修改意见。生活上谢老师也总是可以和我们打成一片，鼓励我们学术之余生活也要过得丰富多彩。

衷心感谢日本东北大学的五十子幸树教授。五十子老师平易近人，给我的课题提出了很多帮助。在东北大联培的两年，对我的一生都有很大的影响。五十子老师是研究 TVMD 阻尼器的专家，对我的课题提供了非常无私的指导。在仙台交流期间，每两周的组会上，五十子老师对我的课题进展十分关心，并悉心给出改进意见。每次学会的论文，教授也是逐字逐句帮我修改，在此对五十子老师表示由衷的感谢。

还要感谢团队帅气的唐和生老师，唐老师对学术的严谨和热爱，深深的影响了我对学术科研的理解，在我课题上也有颇多的指导。还要感谢张瑞甫老师，张老师是惯容减震领域的专家，每当我遇到瓶颈时，张老师总会耐心解答，并告诉我要如何做研究，要学会珍惜时间。在此深表感谢！

其次，我要感谢同济大学 B506 的师兄师姐师弟师妹们。和我一起开题答辩一起中期考核一起熬夜写论文的郭雪媛。我们之间的默契，我们之间的鼓励和理解，无疑成为我完成论文最大的动力。感谢可爱的同门陈依珂，生病时她总是霸道的陪着我，感谢我的同门徐康乾和张睿，一起听课，一起夜宵的日子，是这五年最无忧的日子还有最懂时尚的陈实，一起为教研室购买物品的日子也是那么的快乐。感谢我的师姐仝运佳总是鼓励我开导我，帅气师兄杨鹏超总会告诉我遇到难题怎么处理，和我相处最久的李大伟师兄，在同济和东北大学，都给了我很多帮助，在论文写作和思路给与了我很多指导。感谢宋琛琛师兄、赵金海师兄、余必龙师兄、杨桂权师兄、黄志云师姐、蒋灿师兄、李林师兄、郑学胜师兄、张昕宇师兄、陈杉杉姐妹、凌塑齐师兄。感谢师弟康建飞，建飞扎实的理论功底，总会成为我遇到难题第一个求助的人，也感谢建飞对本论文的完成提供的帮助。感谢总是喜欢照顾大家的薛智奇师妹和吴雅琴师妹，感谢单纯可爱的师弟陈子暘、颜值担当赵涛涛、王云骞和管帅师弟对我的帮助。还要感谢璞玉师弟、龚玲师妹、易卓然师弟、凌霄师妹、曾璟琳师妹、陈豪师弟、杨虎师弟、郑志泉师弟、姜康师弟、曹越辉师弟、郭泰昆师弟、黎思维师妹、张力、李宪之、谢雅娟和廖洋洋博士生对我生活和学习上的帮助。有幸能够成

为 506 的大家庭的一员，让我们共创辉煌吧。

同时感谢东北大学五十子老师研究室的郭佳老师、在日本的两年，郭老师总是在实验和理论研究上帮助我，听我发泄我的负能量，然后不断的鼓励我。感谢诙谐的井上教授和工作态度严谨的榎田竜太准教授。还要感谢五十子教授研究室里优秀的罗浩师兄，半澤桑、安田桑、伊藤桑、福田桑、富澤桑和小林桑，感谢你们对我在日本进修期间给我的帮助，你们的热情和对待研究的严谨也一直鼓励和影响着我，在此深表感谢！

也对防灾系的程春兰老师、茹海琳老师、曹阳老师、杨雅琦老师、李恺轩老师等表示感谢，感谢各位老师对我们的默默付出，为我们解决各种问题。感谢防灾系优秀博士生赵志鹏对本论文提出的意见，对课题给与的帮助。

感谢我的家人和朋友。感谢父母一直以来对我的支持、付出和包容，是我精神的港湾，给我勇气面临一起困难和勇气。感谢我的双胞胎姐姐，她对建筑设计的领悟一直感染着我，让我对自己所从事的专业多了一份热情。感谢我的先生廖望，在我留学期间对我无微不至的帮助和理解，因为你的陪伴，我才能有勇气面对各种困难，因为你的鼓励，我才能变得越来越自信；因为你的单纯可爱，我才发现生活原本可以简单的很纯净，因为有你，才有了现在勇敢开朗的班班。

最后，向本论文的评阅老师和答辩老师们致以诚挚的感谢！

班鑫磊  
2022 年 5 月

## 个人简历、在读期间发表的学术成果

### 个人简历:

班鑫磊, 女, 1992年3月生。

2016年6月毕业于兰州理工大学 土木工程专业 获学士学位。

2016年9月推荐免试进入同济大学土木工程学院直接攻读博士研究生学位。

2019年10月-2021年10月在日本东北大学进行国家公派联合培养博士研究生项目。

### 已发表论文:

- [1] 班鑫磊, 谢丽宇, 薛松涛, 张瑞甫. 拉索式旋转电涡流阻尼器的理论模型及频域响应分析[J]. 地震工程学报, 2018, 40(05): 941-945.
- [2] Zhang R, Xie L Y, **Ban X L**, Zheng X S, Xue S T. Additional Damping Force Identification of Structures Equipped with Eddy Current Inerter Dampers based on Kalman Filter[C]. 7th Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring, Hong Kong, China, 2018.
- [3] Xie L Y, **Ban X L**, Xue S T, Ikago K, Kang J F, Tang H S. Theoretical study on a cable-bracing inerter system for seismic mitigation[J]. Applied Sciences, 2019, 9(19): 4096.
- [4] Xue S T, **Ban X L**, Xie L Y. Experimental verification of the eddy-current inerter system with cable bracing for seismic mitigation[C]. 12th International Workshop on Structural Health Monitoring, California, America, 2019.
- [5] **Ban X L**, Xue S T, Kang J F, Ikago K, Xie L Y. A nonlinear cable bracing inerter system for vibration control[C]. 8th Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring, Cairns, Australia, 2020.
- [6] **Ban X L**, Xue S T, Xie L Y. Feasibility study on the cable-bracing inerter system for the seismic protection of structures[C]. 17th World Conference on Earthquake Engineering, Sendai, Japan, 2020.
- [7] 薛松涛, 班鑫磊, 谢丽宇, 余必龙. 拉索式电涡流阻尼器力学模型及性能试验研究[J]. 西南交通大学学报, 2020, 55(02): 317-322.
- [8] Xue S T, Kang J F, Xie L Y, Zhang R F, **Ban X L**. Cross-Layer Installed Cable-Bracing Inerter System for MDOF Structure Seismic Response Control[J]. Applied Sciences, 2020, 10(17): 5914.
- [9] **Ban X L**, Xue S T, Ikago K. Parametric analysis of the cable bracing inerter system using nonlinear cable model[C]. Proceedings of AIJ Tohoku Chapter Architectural Research Meeting, Fukushima, Japan, 2020.
- [10] **Ban X L**, Xue S T, Ikago K. Optimal design of a cable-bracing inerter system containing asymmetric supporting spring stiffness[C]. Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Chiba, Japan, 2020.
- [11] Li D W, Ikago K, Xue S T, **Ban X L**. Optimal Design of a Tuned Eddy Current Inerter Damper[C]. Proceedings of AIJ Tohoku Chapter Architectural Research Meeting, Fukushima, Japan, 2020.
- [12] **Ban X L**, Ikago K, Xue S T. Multi-mode control of the shear-bending type building using TVMDs[C]. Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Tokai, Japan, 2021.