



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

博士学位论文

混合不确定下结构动力可靠性分析及优化设计方法研究

(科技部国家重点实验室基础研究项目 SLDRCE2019-B-02)

(国家重点研发计划 2017YFC0703600)

姓名：郭雪媛

学号：1610210

所在院系：土木工程学院

学科门类：工学

学科专业：土木工程

指导教师：唐和生

二〇二〇年九月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to

Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Doctor of Philosophy

**Dynamic reliability analysis and optimization
design under aleatory and epistemic hybrid
uncertainties**

Supported by the Basic Research of the State Key Laboratory for
Disaster Reduction in Civil Engineering of Tongji University
(Grant No. SLDRCE2019-B-02) and National Key Research and
Development Project (2017YFC0703607)

Candidate: Xueyuan Guo

Student Number: 1610210

School/Department: College of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Civil Engineering

Supervisor: Hesheng Tang

September, 2020

混合不确定下结构动力可靠性分析及优化设计方法研究

郭雪媛

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月

摘要

工程结构的设计、建造、使用及维护等各个阶段不可避免地存在着各类不确定性。采用合理有效的理论与方法进行不确定量化对结构安全评估和优化设计至关重要。结构地震动力可靠性问题中的不确定性根据其来源和特性主要分为两类：结构系统自身和地震动固有存在的波动性导致的随机不确定性，以及由于认知水平有限和信息不完备等造成的认知不确定性。在考虑随机、认知不确定和随机过程同时存在的情况下，现有的动力可靠性分析方法面临巨大挑战。本文针对混合不确定下结构的地震动力可靠性分析及其优化设计方法进行研究，以期对现有的动力可靠性分析方法进行扩展和完善，并为保证结构在服役期间的安全性提供有效的设计方法。本文主要开展和完成了如下研究工作：

(1) 针对地震工程中广泛存在的随机和认知不确定性，建立基于证据理论的混合不确定统一量化和传播分析方法。通过离散的焦元区间建立合理的信任框架，实现对随机、认知不确定参数的统一证据理论表达。为了降低证据理论不确定量化分析的计算成本，引入了基于微分演化区间优化策略实现证据理论下的不确定传播。通过数值算例验证了该方法处理随机不确定、认知不确定及混合不确定量化与传播分析的有效性和合理性。

(2) 针对结构系统和地震动中随机与认知不确定混合存在的问题，提出一种基于自适应 Kriging 代理模型 (AK) 和微分演化 (DE) 算法的面向随机和认知混合不确定性的 AK-DE 动力可靠性分析方法。该方法首先发展了基于跨越率和基于极值的条件失效概率算法，在此基础上建立条件失效概率的自适应 Kriging 代理模型。通过建立自适应更新策略选择关键样本对代理模型进行更新，实现代理模型中的计算资源合理分配，从而大幅提升了代理模型组建效率。基于全概率理论，采用微分演化区间优化方法进行混合不确定的高效传播，实现失效概率计算。通过非平稳随机过程地震作用下的线性结构动力可靠性分析数值算例验证了所提出的方法在适用性和有效性。

(3) 针对实际工程设计中的随机-认知混合不确定性，提出基于两级自适应代理模型的混合动力可靠性优化设计方法。该方法中分别建立设计空间内第一级目标函数或约束条件的代理模型，以及混合不确定变量空间内的第二级条件失效概率代理模型，减轻了优化过程与可靠性分析双环嵌套导致的巨大计算负担。在第一级代理模型基础上通过 Shuffled Complex Evolution Metropolis (SCEM) 算法进行优化求解。采用所提出的方法对减震结构进行优化设计，结构在不同类别地震动下的响应分析验证了混合动力可靠性优化设计方法的有效性。

(4) 针对考虑混合不确定的非线性动力系统, 提出一种基于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析方法。在该方法中通过移位广义对数正态分布实现极值分布的近似拟合, 采用 SCEM 优化算法对分布参数的不确定性进行识别。根据极值分布计算非线性结构的条件失效概率, 在此基础上构建自适应 Kriging 代理模型。采用微分演化区间优化方法进行混合不确定传播, 基于全概率理论计算失效概率。通过非平稳随机过程地震激励下非线性结构动力可靠性分析数值算例, 验证所提出方法的适用性和准确性。

(5) 针对传统结构优化设计无法考虑近断层脉冲型地震动的不确定性对结构造成的不利影响, 提出一种混合不确定下的基于极值理论的 AK-DE 非线性结构动力可靠性优化设计方法。首先在该方法中建立包含随机-认知混合不确定的近断层脉冲型地震动模型。基于该模型建立近断层脉冲型地震动作用下非线性基础隔震-惯容混合控制系统的单目标和多目标混合动力可靠性优化设计框架。将所提出的优化方法与传统优化方法相对比, 验证所提出的混合动力可靠性优化设计方法的适用性和鲁棒性。

关键词: 混合不确定性, 证据理论, 不确定量化, 动力可靠性, 可靠性优化

ABSTRACT

There are inevitably various uncertainties in the design, construction, use, and maintenance stages of engineering structures. The use of reasonable and effective theories and methods to quantify the uncertainty is of great significance for ensuring the dynamic reliability of the structure and improving the safety of the optimized design. Uncertainties in the dynamic reliability of the structure under earthquake can be divided into two categories according to its source and characteristics: the aleatory uncertainty caused by the inherent randomness and volatility of the structure system and ground motion, and epistemic uncertainty caused by limited cognition and incomplete information. Therefore, seismic dynamic reliability analysis faces the difficulties of the simultaneous existence of aleatory uncertainties, epistemic uncertainties, and random processes. This thesis studies the seismic dynamic reliability analysis of the structure and the corresponding design optimization method considering the hybrid uncertainties, in order to expand and improve the existing dynamic reliability analysis method, and to ensure the safety of the structure during the entire service period. This thesis mainly carried out and completed the following research work:

(1) Aiming at the co-existence of aleatory and epistemic uncertainties in structural systems and ground motions, a unified quantification and propagation analysis method of hybrid uncertainty based on the evidence theory is established. A reasonable trust framework is established through discrete focal element intervals, and a unified evidence theory expression of aleatory and epistemic uncertain parameters is realized. In order to reduce the computational cost of quantitative uncertainty analysis of the evidence theory, an optimization strategy based on differential evolution interval is introduced to realize uncertainty propagation under the evidence theory. Numerical examples verify the effectiveness and rationality of the method to deal with aleatory uncertainty, epistemic uncertainty, and hybrid uncertainty quantification and propagation analysis.

(2) Aiming at the widespread aleatory and epistemic uncertainties in earthquake engineering, a dynamic reliability analysis method is proposed based on the adaptive Kriging surrogate model (AK) and the differential evolution (DE) algorithm for hybrid uncertainties. In this method, the Kriging model of the conditional probability of failure

is established, and the conditional probability of failure algorithms based on the crossing rate and the extreme value are derived respectively, which greatly improve the efficiency of surrogate model. The adaptive strategy is adopted to update the surrogate model by selecting the most important samples, so the computing efficiency is greatly improved since the computing resources are reasonably allocated. Based on the Kriging model, the differential evolution interval optimization method is employed to carry out hybrid uncertainties propagation. The results of numerical examples under the seismic non-stationary random process show that the proposed method has high applicability and effectiveness.

(3) Aiming at the aleatory-epistemic hybrid uncertainty in practical engineering design, a hybrid dynamic reliability design optimization (HDRBDO) method based on a two-level adaptive surrogate model is proposed. In order to reduce the huge computational cost caused by the double loop nesting in the optimization process and reliability analysis, the first-level surrogate model of the objective function or constraint conditions, and the second-level surrogate model of the conditional failure probability in the hybrid uncertain variable space are established separately, where the first-level surrogate model is solved using a intelligent optimization algorithm. The proposed method is used to optimize the design of the energy dissipation structures. The response of the structure under different types of ground motions verifies the effectiveness of the HDRBDO method.

(4) Aiming at nonlinear dynamic systems with hybrid uncertainties, an AK-DE dynamic reliability analysis method based on the extreme value theory is proposed. In this method, the shifted generalized lognormal distribution (SGLD) is used to achieve the approximate solution of extreme value distribution. The Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm (SCEM) is used to identify the uncertainty of the distribution parameters. Based on the extreme value distribution, the conditional probability of failure of nonlinear structures can be calculated for the Kriging model, and the AK-DE dynamic reliability analysis method is developed for nonlinear structures. The applicability and accuracy of the proposed method are verified by numerical examples of dynamic reliability analysis for nonlinear structures under seismic excitation of non-stationary random processes.

(5) Considering the adverse effects of near-fault ground motions with velocity pulse characteristics on the structure, a nonlinear structural dynamic reliability optimization design method under hybrid uncertainties is proposed. Firstly, a near-fault

impulse ground motion model containing aleatory-epistemic hybrid uncertainties is established. Based on this model, a single-objective and a multi-objective HDRBDO framework of the basic isolation seismic -inert hybrid control system are established. In order to improve the calculation efficiency, the AK-DE method based on extreme value theory is used to replace the reliability objective function or constraint condition calculation in HDRBDO. The proposed optimization method is compared with the traditional optimization method to verify the applicability and robustness of the proposed HDRBDO method.

Key Words: hybrid uncertainties, evidence theory, uncertainty quantification, dynamic reliability, reliability-based optimization design

目录

第 1 章	绪论.....	1
1.1	引言.....	1
1.2	地震工程中的不确定问题.....	2
1.2.1	地震激励不确定性.....	2
1.2.2	结构自身不确定性.....	4
1.2.3	不确定性的分类.....	5
1.2.4	不确定量化理论.....	6
1.3	地震动力可靠性分析研究现状.....	9
1.3.1	基于首次超越准则的可靠性研究现状.....	9
1.3.2	混合不确定下的可靠性分析.....	12
1.3.3	基于代理模型的可靠性分析方法.....	13
1.4	基于地震动力可靠性的优化设计研究现状.....	14
1.4.1	基于动力可靠性的优化设计.....	14
1.4.2	混合不确定性下的可靠性优化设计.....	16
1.4.3	基于动力可靠性的消能减震结构优化设计.....	17
1.5	本文的主要研究工作.....	19
第 2 章	基于证据理论的混合不确定量化方法.....	23
2.1	引言.....	23
2.2	证据理论基本框架.....	23
2.2.1	辨识框架.....	23
2.2.2	基本信任分配函数.....	24
2.2.3	信任函数和似然函数.....	26
2.2.4	证据合成法则.....	27
2.3	混合不确定的证据理论表达及传播.....	28
2.3.1	随机不确定的证据理论表达.....	28
2.3.2	认知不确定的证据理论表达.....	29
2.3.3	证据理论不确定测量与传播.....	32
2.3.4	不确定参数灵敏度分析.....	34
2.4	基于微分演化算法的混合不确定传播分析.....	36
2.4.1	微分演化算法.....	36
2.4.2	证据理论不确定传播的微分演化算法.....	37
2.4.3	基于证据理论和微分演化的不确定量化框架.....	38
2.5	数值算例.....	39
2.6	本章小结.....	45

第 3 章	混合不确定下线性结构动力可靠性分析.....	47
3.1	引言.....	47
3.2	混合不确定下线性结构动力可靠性分析.....	47
3.2.1	线性结构动力可靠性问题数学描述.....	47
3.2.2	基于全概率定理的混合不确定下线性结构动力可靠性分析.....	48
3.2.3	混合动力可靠性的证据理论表达.....	49
3.3	基于自适应 Kriging 代理模型的混合可靠性分析.....	51
3.3.1	Kriging 代理模型方法.....	51
3.3.2	混合可靠性自适应代理模型技术.....	52
3.4	基于跨越率的累积失效概率计算.....	55
3.4.1	平稳随机激励下的动力可靠性分析.....	55
3.4.2	时变累积失效概率计算.....	57
3.4.3	非平稳随机激励下动力可靠性分析.....	58
3.5	基于极值的累积失效概率计算.....	60
3.5.1	首次超越问题的极值表达.....	60
3.5.2	非平稳随机激励的模拟方法.....	61
3.5.3	累积失效概率的广义子集模拟算法 (GSS).....	62
3.6	基于 AK-DE 的混合不确定下的动力可靠性分析.....	64
3.6.1	基于跨越率的 PEM-AK-DE 方法.....	65
3.6.2	基于极值的 GSS-AK-DE 方法.....	65
3.6.3	基于 AK-DE 的结构动力可靠性分析框架.....	66
3.7	算例分析.....	67
3.7.1	单自由度线性结构的混合动力可靠性分析.....	67
3.7.2	多自由度惯容减震结构系统的混合动力可靠性分析.....	78
3.8	本章小结.....	91
第 4 章	混合不确定下线性结构动力可靠性优化设计.....	93
4.1	引言.....	93
4.2	基于动力可靠性的优化设计模型.....	93
4.3	基于两级代理模型的 HDRBDO 框架.....	95
4.3.1	两级代理模型 DRBDO 框架.....	96
4.3.2	两级代理模型 HDRBDO 框架.....	97
4.4	SCEM 优化算法原理及流程.....	99
4.4.1	SCEM 算法基本原理.....	99
4.4.2	SCEM 算法流程.....	101
4.4.3	SEM 核心算法.....	102
4.4.4	收敛准则.....	104
4.5	基于两级自适应 Kriging 代理模型的 HDRBDO 流程.....	104
4.6	基于混合动力可靠性目标的 TMDI 优化设计.....	106

4.6.1	基于概率理论目标函数的 DRBDO.....	107
4.6.2	基于混合不确定目标函数的 HDRBDO.....	110
4.6.3	验证分析.....	112
4.7	基于混合动力可靠性约束的 TMDI 优化设计	120
4.7.1	基于概率理论约束条件的 DRBDO.....	120
4.7.2	基于混合不确定约束条件的 HDRBDO.....	123
4.7.3	对比分析.....	126
4.8	本章小结.....	127
第 5 章	混合不确定下非线性结构动力可靠性分析.....	129
5.1	引言.....	129
5.2	混合不确定下的非线性结构动力可靠性问题.....	129
5.3	基于跨越率的统计线性化方法.....	132
5.3.1	平稳随机激励下的统计线性化.....	132
5.3.2	非平稳随机激励下的统计线性化.....	135
5.4	基于改进移位广义对数正态分布的极值分布计算.....	137
5.4.1	传统四阶矩方法.....	138
5.4.2	移位广义对数正态分布.....	139
5.4.3	SGLD 模型参数拟合的两水准法	140
5.4.4	基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合改进方法	142
5.5	混合不确定下的极值分布边界计算.....	143
5.5.1	极值分布边界优化问题.....	143
5.5.2	基于微分演化的分布边界计算.....	144
5.6	基于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析框架	145
5.7	算例分析.....	146
5.7.1	附加非线性黏滞阻尼器的单自由度系统.....	146
5.7.2	基础隔震与流体惯容系统混合控制体系.....	161
5.8	本章小结.....	171
第 6 章	近断层脉冲型地震动下非线性结构动力可靠性优化设计.....	173
6.1	引言.....	173
6.2	近断层脉冲型地震动模型的随机模拟.....	173
6.2.1	近断层地震动的最强速度脉冲.....	174
6.2.2	低频速度脉冲拟合.....	175
6.2.3	高频加速度分量模拟.....	176
6.2.4	近断层脉冲型地震动的人工合成.....	177
6.3	近断层脉冲型地震动模型参数的不确定量化.....	179
6.3.1	近断层脉冲型地震动记录选择.....	179
6.3.2	速度脉冲模型参数统计分析.....	180
6.4	混合控制体系动力可靠性优化设计问题.....	183

6.4.1 混合控制体系的不确定参数及设计变量定义.....	183
6.4.2 近断层脉冲型地震动不确定参数敏感性分析.....	186
6.5 近断层脉冲型地震动下混合控制体系的动力可靠性优化框架.....	188
6.6 混合控制体系的动力可靠性优化分析.....	189
6.6.1 混合控制体系的单目标优化.....	189
6.6.2 混合控制体系的多目标优化.....	194
6.6.3 动力可靠性优化设计验证分析.....	197
6.7 本章小结.....	208
第 7 章 结论与展望.....	209
7.1 本文的主要结论.....	209
7.2 后续工作展望.....	210
致谢.....	213
参考文献.....	215
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果.....	235

第1章 绪论

1.1 引言

在土木工程结构的设计、建造和服役等阶段中，广泛存在着各类不确定性，如材料性质的波动、外部荷载的变化、结构构件的安装偏差、边界条件简化以及数学分析模型的假设等涉及的多种不确定。这些不确定性会引起结构的动力特性和性能产生较大的偏差，致使结构在地震荷载作用下的动力响应产生不可预知的变化，甚至导致结构破坏失效。因此通过建立合理的不确定量化模型对结构在各个阶段的不确定性进行刻画和分析，实现结构的可靠性评估与优化设计具有重要的理论和现实意义。根据信息所包含的内容或认知水平不同，不确定性可分为随机不确定性和认知不确定性两类。传统的随机可靠性方法采用概率理论或随机过程描述不确定性。根据概率理论经典框架，不确定性定义为客观世界的随机波动，需要足够的统计数据信息来拟合其概率特征。然而，足够的统计数据的获得往往需要花费大量的费用或需要长期积累。当统计信息不完全时，研究者对不确定性的描述通常需要在该领域相关专家的认知水平之上做出一定的近似和假设。现有研究已表明概率模型参数的微小偏差可能导致可靠性分析的较大误差，说明在没有足够的信息以精确描述变量的随机性时，主观假设将导致计算结果的可信度下降。

半个世纪以来，针对认知不确定性的非概率理论逐渐引起广泛的关注，研究者相继提出了具有不同应用范围和理论特征的非概率理论，包括区间模型（Interval theory）、凸集模型（Convex sets model）、模糊集理论（Fuzzy sets theory）、可能性理论（Possibility theory）、概率盒子（Probability box）和证据理论（Evidence theory）等。非概率理论的出现，在人们对问题的不精确认识、现有知识储备不完善、统计数据不充分等情况下，使严格按照掌握信息量的多少进行不确定表达和传播、可靠性分析、优化设计成为了可能。

在实际工程中，通常会同时涉及来自结构系统和地震激励的多种不同类型的确定性，构成了一类更具一般性也更为复杂的随机-认知混合可靠性问题，目前已成为结构可靠性优化设计中的热点问题。随着人们对结构安全性设计要求的不断增长，仅通过概率或非概率理论难以有效实现混合不确定分析，因此可同时处理随机不确定性与认知不确定性的混合不确定性分析方法已越来越多地被考虑到结构的可靠性分析和优化设计中。然而，由于耦合了不同来源与类型的不确定性，不同的分析方法以及分层计算将导致计算量呈指数增长，考虑混合不确定

性的可靠性分析和优化设计方法在工程应用中极具挑战性。通过采用合理的不确定量化理论以及提出高效的混合不确定分析方法进行土木工程结构可靠性优化设计是结构优化设计领域未来的研究发展方向,对提高工程结构的经济效益和安全性能具有重大的实际意义和广阔的应用前景。

1.2 地震工程中的不确定问题

不确定是真实世界的固有属性^[1],来源于自然界的随机(客观)不确定及认知(主观)局限导致的认知不确定^[2]。现有的研究表明,结构自身的不确定性与地震激励的不确定性对结构在地震作用下的动力可靠性分析中必须考虑的因素,也是结构动力可靠性分析中的不确定性主要来源。

1.2.1 地震激励不确定性

地震激励的不确定性的来源主要包括地震激励随机过程的非平稳性,以及震源机制、震级、震中距和局部场地条件等地震事件参数对地震动特性的影响等因素^[3]。地震激励的不确定性类型包括随机不确定性和认知不确定性:随机不确定性来自地震激励自身的不确定,可以通过随机过程来表达;而认知不确定性来源于对地震发生和传播过程等缺少相关的认知。在结构地震动力分析中,通常通过选取一定数量的真实地震记录或人工合成地震动来刻画地震激励的不确定性。目前国内外研究者对地震激励的不确定性及其对结构动力分析的影响进行了大量研究^[4],例如 Baker 和 Cornell 的研究表明地震激励功率谱频谱形状对结构响应的不确定性影响明显^[5]。Ktenidou 等^[6]对 EUROSEISTEST 区域的加速度记录进行统计分析,研究地震激励的不确定性和单台站记录的变异性。丁宝荣等^[7]对 97 次地震中 800 个观测台站获得的强震记录进行研究,提出考虑不确定性的地震烈度与地震动参数对应关系。任叶飞等^[8]研究了地震激励输入不确定性对结构抗倒塌易损性分析的影响。现有的研究表明,地震激励频谱特性的不确定性对结构响应的影响显著。另一方面,选择地震激励的数量越多,结构动力分析的计算精度越高,但对于包含非线性的结构动力分析,地震激励数量的增加意味着计算量成倍增长^[9,10]。

地震激励的不确定性建模与人工合成在工程结构的地震动力可靠性分析中具有重要作用。目前得到广泛研究的随机地震动模型基于随机序列的调制,通过随机函数(滤波器)处理激励的频谱和时间特性^[11-13]。而随机地震动模型的参数与地震地面运动特性(断层类型、矩量和破裂距离)和场地特征(剪切波速、局部场地条件)相关^[14]。通过对地震特征的不确定性的描述,可以得到未来潜在地

震动时间历史的完整概率描述。此外，由于构建的随机地震动模型提供了场地地面运动和物理参数之间的明确相关性，因此可以对这些参数的不确定性对不同结构体系的动力可靠性的影响进行参数分析。通常随机地震动模型有两大类：基于震源的模型和基于记录的模型。

基于震源的模型依赖建模破裂和波传播的物理机制^[15,16]，激励的时域和频率特性是独立建模的，其核心在于定义频域内振幅谱的函数上，该函数有三个不同的组成部分：源、路径和局部位置效应。在基于震源的模型中，一般的点源模型将断裂域表示为一个点，表达形式简便，是应用最广泛的一种地震动模型。然而，对于离断层很近的区域来说，这种近似可能是不合适的，而且有必要考虑到延伸的破裂面，而不是将该平面近似为一个单点。除了点源模型外，还存在其他基于震源的随机地面运动模型^[17]，明确考虑了震源的几何形状（扩展断裂面），有助于对破裂进行详细的描述，适用于描述强震事件，但由于参数计算复杂，它们主要用于描述特定地震事件，在概率风险评估应用程序中没有广泛使用^[18]。此外，在结构工程界应用中普遍认为，这些模型不能充分描述记录的地面运动的所有重要特征。

基于记录的模型是由拟合一系列地面运动与预选的波形，处理地震加速度时程的时域和频域的非平稳性。前者通过建立一个包络函数，而后者是通过一个具有随时间变化特性的滤波器过滤白噪声过程来实现的。通过正确选择波形，可以最终解决地面运动的所有重要特征，与基于源的模型相比具有较大优势。波形的选择可以通过基于傅里叶或小波分析的谱表示来确定^[19]。在这种情况下，通过考虑随机相位和/或振幅特性来解决激励的随机性质，或者可以通过考虑具有时变特性的简单振荡随机过程的总和来建立波形^[12]，通过回归分析匹配预测时程与有限数量的地面运动的时程。基于非平稳地震动的演变功率谱模型得到快速发展和广泛应用^[20]。近年来，基于地震物理模型的认知水平提高，出现了一种新的地震地面运动随机函数建模的观点^[21,22]。Wang 和 Li^[21]用两个随机变量表示的随机函数的相位谱模型，并得到进一步发展。该模型通过与概率密度演化方法相结合，在地震动降维模型方面表现出明显的优势。基于地震动物理知识的随机函数模型，考虑了震源、传播路径和局部位置的不确定性促进了该模型在地震工程界的适用性^[23]。

在地震激励建模中，近断层地震动一般发生在地震破裂断层的邻近区域，具有以下主要特征^[24]：（1）特征周期长、低频分量丰富；（2）地面加速度、速度和位移振幅较大；（3）一次或几次脉冲的能量集中。近断层地震动具有明显的长周期速度脉冲，主要是由断层破裂向前方向性效应和滑冲效应引起的^[25]。与典型的远断层地震动不同，这些具有强脉冲的近断层地震动对结构有很大的要求，在实

际地震事件中造成了结构的严重破坏^[26,27]。由于近断层地震动对于结构具有强烈的破坏作用,并且实际地震记录中获得的脉冲型地震动台站较少,因此近断层地震动的模拟与合成以及其工程特性的研究受到重视^[28-30]。近年来,为了明确地考虑从近断层脉冲型地震记录中提取的脉冲参数的不确定性,现有研究提出了一些描述脉冲型地震动低频分量不确定性的概率模型^[31,32],然而近断层脉冲型地震动模型的不确定性及其对结构动力可靠性的影响仍有待深入研究。

1.2.2 结构自身不确定性

对于结构工程的全寿命周期,即设计、建造、服役、退化等阶段内,同样广泛存在不确定因素:结构设计阶段的不确定,主要与建模误差有关,尤其是复杂的结构体系,受力机制和破坏机理的研究可能尚未深入且明确,对于复杂问题为尽可能减少运算量,通常会选择等效简化方法予以处理;结构建造阶段的不确定,可能来源于材料不稳定、制造缺陷、建造误差等方面诸多因素共同导致了结构体系的不确定;结构服役阶段的不确定,可能来源于外荷载变化、环境条件,温度改变、边界条件变化和人为因素影响,成为结构系统在正常年限内主要的不确定因素的来源;结构退化阶段的不确定,可能来源于材料组成、结构和构造不同,也不可避免地存在初始缺陷、初始裂缝、初始应力。对于此类缺陷的应力分布、应变发展很难通过确定性理论模拟,特别是经历了服役阶段的不确定因素干扰后,会对老化阶段的不确定性产生累积效应。

综上,结构全生命周期广泛存在不确定性,诸多不确定因素的持续性、偶发性输入,将导致结构系统性能输出同样不可预测、不可确定。一般地,基于不确定来源,可将不确定性划分为三类:物理不确定、统计不确定和模型不确定^[33,34]。

物理不确定,是指与物理量直接相关的不确定。结构设计、建造阶段,荷载、材料性能、几何尺寸等存在分散性的变量均存在不确定性;结构服役阶段,不可避免的、随机性极强的外界干扰也为物理不确定的具体呈现形态。

统计不确定,是指在利用统计学手段分析不确定性时的样本数量有限或者认知水平局限而产生的不确定。一般的,通过统计和推断的方式,分析不确定量的分布特征,确定不确定量的分布函数。然而实际工程中,结构相关参数、变量的样本容量并非无限大,故仅能通过有限的样本空间开展统计学分析。此时,利用统计手段得到的不确定分布函数和不确定分布特征都是不确定的。另外,存在由于极度缺乏统计数据,导致认知水平极度局限,只能通过领域专家建议对不确定进行描述。

模型不确定,是指结构分析设计时,将实际工程的物理模型转化为数学模型的过程中产生的不确定。工程设计时通常选择将复杂结构通过有限元模型、边界

元模型或无网格方法进行表达,通过物理模型与数学模型之间的转化,来建立结构输入变量和输出响应之间的相互关系。转化过程通常有诸如对复杂边界条件的简化、对受力机制的基本假定等导致数学模型不确定的模拟手段。这不可避免的导致了数学模型与实际工程之间的不统一、不确定。同时,数学模型的计算过程通常利用浮点数运算,过程中造成的计算误差也会产生不确定。特别的,建模过程中,可能由于不确定统计信息的局限,使多种概率模型均对该结构的不确定量化分析适用。

1.2.3 不确定性的分类

如果根据不确定的本质进行分类,可划分为随机不确定性、认知不确定性以及误差。也有相关研究将误差包含于认知不确定性,将不确定仅分为随机不确定性和认知不确定性^[35,36]。

(1) 随机不确定

随机不确定,是指不确定性遵循一定规律,在已知范围内波动,但由于时空差异无法确定具体数值,又称为客观不确定、偶然不确定或变异性。随机不确定是事物的固有属性,不受主观意识的影响,不能通过信息增加而减小,不可通过认知水平的提升而消除。大多数物理不确定均隶属随机不确定,例如材料性能、制造尺寸公差等,一般可通过经典概率理论进行描述。因此可通过大量样本数据来确定可靠的、唯一的概率密度函数或累计分布函数描述随机不确定。若数据匮乏,随机不确定将转化为认知不确定。

(2) 认知不确定

认知不确定,是指由于样本空间的局限或者认知水平的限制而导致的不确定,又称为主观不确定或无知不确定。不同于随机不确定,认知不确定可随着认知水平的提高或者样本空间的增大而减小甚至消除。复杂结构模拟时,常见的认知不确定量有环境条件和荷载的近似、参数分布的假设等等。又例如,数据稀疏将导致利用概率理论模拟结构时,可能出现多种概率模型均适配的情况。此时可通过采集信息量的增加和认知水平的完善,如试验、数值逼近的改进、领域专家的建议等,确定唯一的、确定的概率模型及对应的概率模型参数。

综合上述,两种不确定的划分原则之间的关系可表示为图 1.1,主要有以下两点特征:对于数据完备、认知完善的物理不确定可归入随机不确定范畴,可采用概率分析或经典随机过程理论表征、量化不确定;对于数据不完备的物理不确定、统计不确定、模型不确定、误差均归入认知不确定范畴,需根据不确定量的具体特性选择适用的非概率量化理论进行分析量化。

当然,复杂结构体系必然同时存在随机不确定和认知不确定。那么,则要求

量化方法能够同时处理两种不确定性，或者具备兼容两种不确定性的属性。

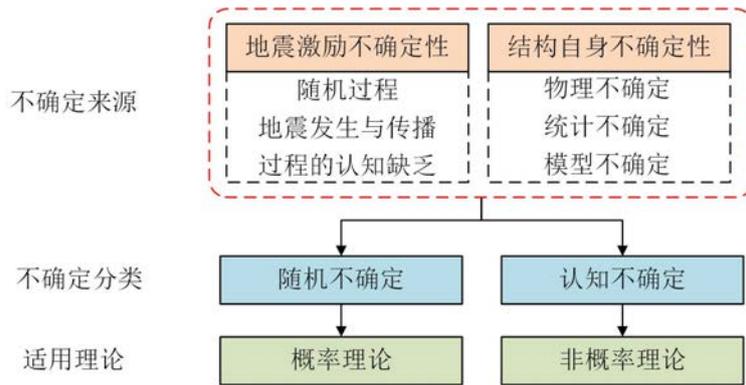


图 1.1 不确定性分类

1.2.4 不确定量化理论

对于不同分析系统、不同应用场景、不同不确定组成，研究者提出了各自对应的多种可匹配的不确定量化理论，具有代表性的有：经典概率理论、模糊集理论、可能性理论、凸集模型理论、区间理论、概率盒子和证据理论等。

(1) 概率理论 (Probability Theory)

概率理论，是不确定分析的经典理论，是最常用的不确定建模方法，是描述随机问题的唯一标准解^[37]。概率理论需满足概率公理，即 Kolmogoro 公理：非负性、可加性、和一性。概率理论分析随机事件的变化规律确定概率分布特征，寻找适用的、正确的概率分布函数和参数建立数学模型，以表征参数的不确定性和波动性。一般的，蒙特卡洛法、一次二阶矩法以及二次二阶矩法等方法可生成概论随机数和计算概率的失效概率、期望值等相关信息^[38,39]。

(2) 模糊集理论 (Fuzzy set theory)

模糊集理论，是引入隶属度函数来标示某元素属于特定集合的程度，起源于控制工程，于 1965 年由美国自动控制专家 Zadeh 提出^[40]。模糊集理论适用于测量不精确、认知不明确的不确定量化问题。模糊集理论与经典概率理论的显著区别为，模糊理论中的集合不再是二元域 $\{0,1\}$ ，而是引入隶属度函数将逻辑真域值扩展为区间域 $[0,1]$ ^[41]。一般的，Fuzzy 统计、三分法等可用于构建不确定量的隶属度函数。需特别指出的是，隶属度函数是模糊集的关键，但建立隶属度函数时引入主观心理测量，带有很大的主观经验性。

(3) 可能性理论 (Possibility Theory)

可能性理论，是模糊集理论的分支，并为模糊集理论的实际应用提供了框架基础；是基于模糊集合的非精确表达方法和基于二元模糊测度的不确定度量方

法^[42]。可能性理论通过可能性测度确定不确定参数取值的可能性，通过必然性函数量化表述取值的可靠性。

(4) 凸集模型理论 (Convex Model Theory) 及区间理论 (Interval Theory)

凸集模型理论，是将不确定量的取值限定在凸集范围内，并在凸集内分析结构功能函数不确定输出的“最不利情形”的方法^[43,44]。所谓凸集，是指包含了向量空间中集合内部任意两点连线的集合。常见的凸集模型包括超椭球凸集模型和均匀盒凸模型等。其中，均匀盒凸模型又称为区间数模型，对应的区间理论，最早由 Moore 于 1966 年提出^[45]。在进行区间理论分析时，通常将区间变量假定为相互独立以弱化数据信息缺乏的影响。区间理论的取值常为最不利状况，故区间理论分析也可称为最不利分析^[46]。这也导致了区间分析的结果偏保守，并不适合直接指导实际结构设计。

(5) 概率盒子 (Probability box)

概率盒子，又称区间概率分析，是充分结合概率理论和区间理论的一种可综合表达随机不确定和认知不确定的不确定量化理论。在进行概率盒子分析 (Probability box analysis, PBA) 时，以概率参数不确定的形式呈现认知不确定，以概率上下界的距离量化不确定表达^[47]。特殊的，当概率参数为利用模糊集进行表达时，概率盒子理论有可称为模糊概率理论^[48]。

(6) 证据理论 (Evidence theory)

证据理论，又称 D-S 理论，是由 Dempster 提出^[49]、Shafer 发展的适用于处理处理认知不确定问题的理论。证据理论通过引入数学似然率处置主观判断，具备同时处理随机不确定和认知不确定的能力，因此可等效转化为概率模型、区间模型、模糊集合和概率盒子模型。证据理论构建基本信任分配函数，建立由互不相容的基本命题组成的完备集合与 $[0,1]$ 之间的映射，以赋予每个命题以基于当前“不确定”与“不知道”程度的信任程度^[50]。证据理论定义证据融合法则，充分考虑随机不确定与认知不确定耦合，能够有效提高多源不确定量化问题的可靠性^[51,52]。

前述介绍的不确定理论具有各自特点和优势，分别适用于不同的应用场景。在实际工程结构设计中，需充分考虑到当前认知水平以及分析研判不确定来源、类别，以选择最适用的、最匹配的不确定量化理论^{[53,54][53,54]}。以五种典型理论为例，认知水平与不确定理论的适配关系如图 1.2 所示。

如不确定相关数据较为缺乏，对问题的不确定信息知之甚少，或者对命题的认知水平所限无法确定不确定分布形态仅能给到不确定传播上下界，可考虑区间模型和凸集理论作为适配的不确定量化方法。这两种方法不需要给出不确定量的确定概率分布或隶属函数，仅通过不确定区间范围推导系统模型的区间范围，以非概率可靠性指标进行不确定分析。这有助于简化不确定量化过程，提高运算效

率，节约运算资源，却也导致了计算结果相对偏于保守。对于实际工程应用，除核工程等缺少大量实验研究的系统，大多都有一定程度的实验数据积累、领域专家研究借鉴。区间模型和凸集理论仅选取边界信息的处理方式，并不适用于多数工程结构设计分析。

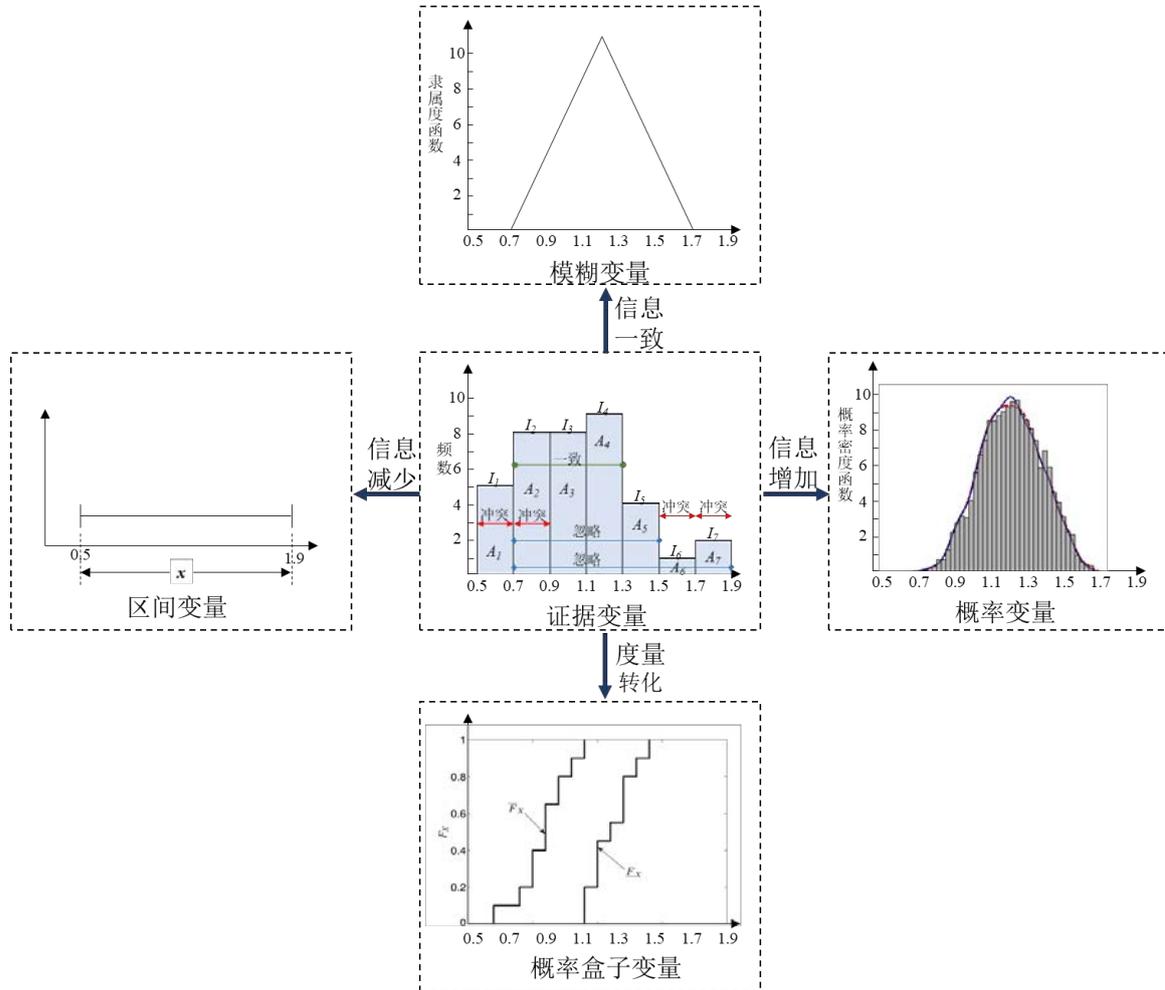


图 1.2 认知水平与不确定理论的关系

如不确定相关数据足够丰富，对问题的不确定信息收集完备，且对命题的认知水平达到描述不确定参数的概率特征，应选取概率理论作为系统分析和设计模型。目前学界已发展的不确定量化理论和可靠性分析方法多以概率理论为基础。例如，在结构设计领域，我国明确要求结构设计规范必须按照概率可靠度理论进行编制、设计。然而，概率理论的应用对样本数据的完备、认知水平的完善提出很高的要求，但实际工程结构类型繁复、体系复杂，完备的统计数据需经长期积累和高额成本支出。很难保证所有工程，特别是复杂工程的结构分析和设计能具备确切的概率分布模型和相应的概率特征参数。由于概率参数的微小偏差也可能导致结构设计概率分析结果的不可靠。类似于概率理论对于统计数据完备性、计

算模型精确性的高要求,模糊集理论的隶属度函数对样本空间同样提出了完备性要求。

如不确定相关信息的完备性虽不足以给出确定的概率分布,但能提供除区间范围外更多的有效信息时,证据理论是更为合适且合理的方法。不同于前述概率理论和凸集模型对应的两种较为极端的情况,即前者要求较大的样本空间以拟合概率参数,后者只选取样本空间的上下界限,证据理论定义信任分配函数赋予每个命题信任度,定义概率区间测度量化命题的不确定程度。对于实际工程结构的分析、设计,受材料、温度、湿度、荷载等参数的数据累积受试验成本和时间成本的限制,统计信息并不完善;受历史信息、研究深度和专家意见影响,认知水平可能存在波动。此时,证据理论是土木工程领域进行不确定量化分析时,较为理想的方法,不仅能够充分拟合样本信息分布特征,且能够为复杂结构的不确定量可靠性分析提供支持。

1.3 地震动力可靠性分析研究现状

1.3.1 基于首次超越准则的可靠性研究现状

工程结构在地震期间是否安全可靠,是国内外众多学者和工程人员广泛关注和长期深入研究的问题^[55]。结构系统在随机地震激励作用下的动力可靠性分析本质上是一个时变可靠性问题。时变可靠性优化设计是一项复杂、有挑战性的工作,存在两个关键问题需要注意^[56]。首先,工程结构存在两种时变不确定性,即渐变因素和瞬变因素。前者是指不确定性随时间的增加或减少,如由于摩擦引起的材料性能的劣化和尺寸的变化等。后者通常被描述为随机过程模型,即本文所关注的动力可靠性问题。其次,计算成本仍然是一个值得关注的问题,虽然一些解耦方法已被研究者开发用于提高计算效率,然而其实现仍具有挑战性。

在过去的几十年中,研究者对可靠性分析方法的研究投注了大量的精力,发展了如一阶/二阶可靠性方法(FORM/SORM)^[57,58]、矩方法^[59,60]、响应面法^[61,62]、重要性抽样法^[63,64]、子集模拟方法^[65-67]等可靠性分析方法,能够有效处理随机输入变量的影响。现有的大部分可靠性分析方法由于不考虑时间因素的影响,属于时间无关的静态分析方法。然而在实际工程中,结构系统在服役期间存在大量的时变不确定性参数,从而导致结构系统的可靠性会随着时间推进发生变化。因此考虑结构系统在时变不确定性下的可靠性时间演化至关重要^[68]。

(1) 基于跨越率的分析方法

结构系统的首次超越概率表征了结构系统在特定时间段内的动力安全性。根据首次超越破坏准则的基本理论,现有时变可靠性研究方法主要分为基于跨越率的方法和基于极值的方法。基于跨越率的方法的核心是计算特定时间间隔内,随机过程超过给定阈值的“跨越事件”发生次数的期望与失效概率的关系。这一概念最早由 Rice^[69]提出,随后利用关注响应量的各种统计数据,基于跨越事件发生服从 Poisson 过程假设的解析方法得到进一步发展。然而需要指出的是 Rice 表达式仅在阈值较高或窄带随机过程的可靠性分析时其计算精度是有保障的。鉴于此, Vanmarcke^[70]基于两态 Markov 过程对 Rice 表达式进行了改进,极大的提升了结构动力可靠性分析的准确性。Madsen 等^[71]基于泊松假设发展了基于积分方式的动力可靠性分析方法。近年来, Andrieu-Renuad 等^[72]引入一阶可靠度方法 (FORM),将跨越率的计算转换为并联的静态问题提出一种 PHI2 方法,实现了跨越率的高效求解。Hu 和 Du^[73]针对跨越事件相互独立假设的不足,提出一种具有较高精度的联合跨越率方法。Sudret^[74]通过进一步分析提出了 PHI2⁺方法,简化了跨越率的计算方法。张德权等^[75]提出了一种考虑认知不确定的 PHI2 方法,得到结构在设计周期内的时变可靠性区间。Jiang 等人^[76]提出了一种时变系统可靠性分析的跨越率模型及其有效计算方法,将系统跨越率的评估转化为定常系统可靠性的计算。Moustapha 等^[77]针对时变可靠性的研究表明,将并行系统可靠性的概念与方向模拟相结合,可以方便地估计与时间相关的可靠性分析所需的平稳和非平稳过程的平均跨越率。

虽然基于跨越率与 FORM 相结合的方法的准确性已得到提高,然而在实际工程中,动力系统的时变可靠性分析是一个高维的隐式问题,这一类方法并不适用。目前针对动力系统,主要采用发展成熟的功率谱密度函数方法^[78,79]。He^[80]基于 Vanmarcke 假定利用 Hilbert 变换推导了单自由度系统动力可靠性的解析解。苏成等^[81,82]依托显示时域解法分析了线性结构随机激励下结构响应动力可靠性问题。He 分别将直接积分方法和 Rice 穿越模型以及 Vanmarcke 假设结合分析了单自由度和钢框架体系的动力可靠性问题^[83,84]。孔凡等^[85]在高斯稳态激励和 Markov 假设下利用小波变换的方法分析多层框架模型的动力可靠性。刘小换等^[86]运用虚拟激励法对层间隔震结构进行随机响应分析,利用当量正态化法通过串联模式研究了层间隔震结构的动力可靠性。张振浩等^[87]分别采用泊松过程法、马尔科夫过程法、瑞利极值分布法比较研究了地震激励时间及安全界限对结构抗震可靠性的影响。龚文惠等人^[88]运用虚拟激励法及逐步积分法计算非平稳地震激励下的动力响应建立顺层边坡动力可靠性分析方法。谭平等^[89]基于首次穿越破坏准则,推导了结构在随机激励下关于谱矩截止频率的概率分布计算公式并且分析了 TMD 结构体系可靠性的频域概率信息。吕大刚等^[90]从状态变量模型、基本变

量模型和实用简化模型 3 个方面,对结构动力抗震可靠性理论的研究进展系统地进行了总结与评述。杨杰等^[91]针对复合随机可靠性问题,基于动力响应跨越过程的 Markov 假设基础上,建立了基于泰勒展开法和基于 Kriging 模型的数值抽样法的两种条件概率求解方法。张颖等^[92]通过等效线性化后采用虚拟激励法计算结构的非平稳随机地震响应,在 Poisson 交叉过程假设下,求得了大震下中间层隔震结构体系基于位移首超破坏准则的动力可靠性。孙臻等人^[93]运用精细积分法得到非线性高层隔震结构在非平稳地震激励下各楼层响应的时变方差,研究非平稳随机地震激励下各楼层与结构整体的可靠性。虽然基于跨越率的动力可靠性分析方法已得到广泛研究,然而这类方法往往需要通过等效线性化方法才能推广到非线性系统中^[94],因此存在较大误差。

(2) 基于极值的分析方法

基于极值的方法的关键在于识别极限状态函数的极值,对极值的不确定性进行量化获得极值分布,这类方法不受系统是否为线性的约束。在极值概率分布已知的情况下,时变可靠性问题可以转化为一个时不变问题。在实际应用中,获取极限状态极值的概率特性通常是十分困难的,Shinozuka^[95]首先提出抽样方法,将谱分解和蒙特卡洛抽样结合用以模拟随机激励,然而由于蒙特卡洛方法其本身依赖于系统的复杂度,故极大地限制其使用范围。特别是对于复杂的工程应用,蒙特卡洛^[96]虽然概念简单易于实现,但在计算上非常昂贵。为了改善蒙特卡洛方法的计算效率,改进的抽样动力可靠性分析方法被相继提出。为了解决计算效率问题,Wang 和 Wang^[97]提出了一种嵌套极值响应曲面(NERS)方法,在可靠性分析中消除了随机过程,构造了一种时间响应曲面,用于评价极限状态函数的极值响应。在 NERS 中,假设极限状态函数是随机变量和时间的显式函数,从而在可靠性分析中消除了随机过程,时变可靠性问题被转化为与时间无关的对应问题。NERS 虽然具有较高的效率,但缺乏处理随机过程参数的能力。Ping 等人^[98]提出了一种基于高斯-勒让德数值积分格式的时变极值事件演化方法。当前基于极限性能的方法主要计算给定时间间隔内的可靠性值,需要反复运行才能获得时变可靠性^[99]。Li 等^[100]提出的广义子集模拟方法(GSS),实现仅通过单次运行得到所有时间区间内的累积失效概率,解决非平稳随机激励造成的高维输入不确定性。然而,抽样方法的计算效率严重依赖于极限状态函数的维数和非线性^[101]。

基于极值的方法中,除抽样方法外,还可以借助极值分布的思想对可靠性问题中的失效概率进行分析。Zhang 等^[102]通过利用四阶统计矩和最大熵方法结合讨论分析多自由度非线性动力可靠性问题。Naess 等基于蒙特卡洛抽样和耿贝尔分布讨论了非线性系统首次穿越问题^[103]。Fujimura 等^[104]通过尾部等效线性化的方案提高了等效线性化方法分析穿越概率计算精度。Grigoriu^[105]通过蒙特卡洛抽

样和单变量极值模型讨论分析对上述问题展开分析。概率密度演化方法^[106,107]也被用来近似极值分布,这种方法计算精度较高^[108],但对多变量情形,样本点数量较多导致计算耗时。数值模拟方法的目的是通过一些改进的采样技术,如重要性采样^[109]和子集模拟^[110]来估计时变可靠性。Hu 和 Du^[111]为提高计算效率,将时变可靠性分析转化为时不变问题,提出一种基于极值分布的抽样方法。然而遗憾的是,即使是高效的计算方法,为得到离散时间区间内的累积失效概率,极限状态函数改变,需要对每一区间进行重复运行,造成效率的明显下降。与借助广义极值模型分析单变量极值分布的思想相近,He 等分别利用广义高斯分布、偏移广义对数正态分布对结构响应的分布进行近似^[83,112]。Alibrandi^{[114][115][115][113][113][113][115]}和 Xu 等^[114]则通过最大熵对结构响应的单变量极值分布进行探讨。Yu 等^[115]也提出了一种基于极值矩法和改进的最大熵法的组合方法来逼近具有多种失效模式和时间参数的极限性能概率密度函数。郭晓芳等^[90]基于随机函数的降维思想,实现了随机地震动作用下随机参数结构的抗震可靠度分析。徐军^[116]等考虑地震激励的随机性以及非平稳性,通过引入等效极值分布思想,结合概率密度演化方法,得到单层球面网壳结构动力可靠度。

1.3.2 混合不确定下的可靠性分析

随着工程结构复杂性的提升以及结构在地震作用下安全性设计要求的不断增长,需要考虑地震工程中的随机和认知不确定同时存在的可靠性分析问题。20世纪90年代以来,非概率凸集模型被引入^[117,118],并建立了相应的可靠性分析方法^[119]。根据这一思路和区间算法,针对区间信息表示的不确定性一些学者提出了一个新的非概率可靠性指标^[120-123]。然而,在许多工程应用中,结构体系中同时存在着不确定性和认识不确定性。Tao 等^[124]通过假定证据理论下每个单元上服从均匀分布,将同时存在认知与随机不确定的可靠性问题转化为传统概率可靠性问题以计算其失效概率。尽管证据理论可以处理其框架中的两种不确定性,但它需要比概率理论更多的计算工作^[125]。Helton 等人^[126]对这两类不确定性进行了大量的研究工作,并将概率作为数学结构来表示它们。Du^[127]建立了一种混合性认识不确定性的统一不确定性(UUA)分析方法,并采用一阶可靠度法对该 UUA 进行了分析。Li 等^[128]在 UUA 框架下,提出了一种混合推理和认知不确定性的新方法,还提出了一种基于 Kriging 法的算法来减轻计算负担。Bagheri 等^[129,130]基于模糊理论模拟混合随机变量,利用粒子群优化技术和遗传算法,提出了一种新的确定可靠性指标区间水平截集优化方法,但该方法计算较为复杂。考虑随机

变量和 p-box 变量的混合可靠性分析中, Yang 等^[131]将 Kriging 代理模型引入基于优化的区间蒙特卡洛模拟, 仅对功能函数的符号进行预测; Xiao 等^[132]基于鞍点近似和蒙特卡洛模拟, 进行混合不确定变量分布参数建模, 实现失效概率上下边界预测。Wang 等^[133]利用区间排序理论, 引入了一种广义的可能性指数来定量度量混合随机、区间和模糊不确定性结构的安全程度。最近, Feng 等^[134]为了对混合随机和证据不确定情况下的结构进行有效的可靠性分析, 提出了一种单层采样方法降低了混合可靠性分析中的计算量。Chen 和 Wan^[135]在综合测度变化和随机变量变化的基础上提出了兼容随机不确定和认知不确定的概率密度演化不确定量化框架。

姜潮等^[122]基于凸模型过程理论, 针对工程实际有限样本的背景, 提出一种含区间不确定性的结构时变可靠性分析方法。张德权等^[75]提出一种时变可靠性的区间 PHI2 分析方法。Muscolino 等^[136]提出基于区间模型的结构在随机激励下首次穿越概率的分析。Do 等^[137]利用改进粒子群算法分析了随机激励下区间参数结构的动力可靠性的上下边界。高效精细的时变可靠性度量方法是保证结构在整个生命周期内保证高可靠性水平的一种技术, 但时变可靠性的研究仍处于初级阶段, 且理论基础也不成熟, 其主要是因为: 失效事件之间时间相关性的处理、以随机过程为基础的概率理论体系下, 计算成本对结构时变极限状态表征的限制、样本信息匮乏时没有通用可行的时变可靠性度量方法。因此, 针对有限样本条件下传统评估手段所带来的计算困难、精度差等问题, 以及考虑时间累积效应对结构安全性能的影响, 结构非概率时变可靠性度量模型可以作为传统可靠性度量模型的很好补充。

1.3.3 基于代理模型的可靠性分析方法

结构可靠性分析的核心问题是计算基本变量联合概率密度在失效域上的多重积分。该问题面临的挑战: 维数灾难、失效域形状复杂、尾部分布失效小概率事件。当面对大型复杂结构时, 无法用解析的方法获得失效概率, 而采用 Monte Carlo 数值模拟方法又需要大量的样本和繁重的计算量, 目前代理模型的替代方法是这领域的研究热点。

常用的代理模型有: 响应面方法^[138]、多项式混沌展开^[139]、神经网络^[140]、支持向量机^[141]、Kriging 模型/高斯过程模型^[142]等。基于代理模型的方法采用一种易于计算的模型来逼近时变可靠性问题的极值响应, 大大提高了计算效率。如 Xie 等人^[143]研究了高维模型代理模型在可靠性分析当中的应用。Bae 等^[144]提出了近似整个证据空间的响应面方法。Bai 等^[145]对比了不同的代理模型在证据理论中

应用的效率和精度, Jiang 等人^[146]提出了近似最可能失效焦元附近区域的分析方法。以上代理模型中最具代表性的是 Kriging 方法, 它比单个参数化模型更具灵活性, 同时又克服了非参数化模型处理高维数据时存在的局限性。由于随机过程的存在, Kriging 不仅提供了预测值, 还提供了所谓的 Kriging 方差, 这种方差可以反映预测值的局部不确定性。Giunta 等人^[147]将 Kriging 法的预测精度与经典多项式响应面进行了比较, 指出 Kriging 法在全局逼近方面具有较好的拟合精度。近年来 Kriging 模型的自适应采样方法已应用于含高耗时隐式功能函数的结构可靠性问题。Bichon^[148]等人提出了一种具有隐式功能函数的结构系统的有效全局可靠性分析方法 (EGRA), 并建立了期望的可行性函数。Echard 等人^[149]提出了一个学习函数 (U 函数) 来选择新的训练样本, 并开发了一种结合 Kriging 和原始 MCS 的主动学习可靠性方法 (AK-MCS)。Huang 等^[150]人提出了一种结合 Kriging 和子集模拟 (AK-SS) 的主动学习可靠性方法。Zhu 和 Du^[151]提出了一种新的基于 AK-MCS 的可靠性分析方法, 即同时考虑 Kriging 模型的所有统计信息 (即均值预测、预测方差和相关性)。Hu 和 Mahadevan^[152]采用全局敏感性分析方法选取训练样本, 提出了一种新的基于自适应 Kriging 模型的可靠性方法。最近, Wen 等人^[153]提出了一种基于自适应采样区域的样本选取策略, 并且建立了一种基于序列 Kriging 的可靠性分析方法。

目前已有一些研究将自适应的代理模型方法应用于时变可靠性的研究, 以减轻时间相关的可靠性评估的计算负担^[154-156]。Wang 和 Chen^[157]提出了一种新的自适应极值响应面方法 (AERS), 利用置信水平测度对 Kriging 代理模型的精度进行量化, 并通过序列自适应采样不断提高模型的精度。Hawchar^[158]利用主成分分析和多项式混沌展开来逼近极限状态曲面。Jiang 等人^[159]提出了一种具有随机变量和高斯过程的主动失效追踪 Kriging 建模方法。Xiao 等^[160]对三种学习函数和两种停止准则进行对比分析, 为多种失效模式下的结构可靠性分析提供了一种有效的自适应代理模型方法。考虑到计算资源有限性, 构建代理模型的一个关键问题就是如何通过更“好”地选取样本点来提高代理模型的精度^[161], 特别是针对失效小概率事件的可靠性分析仍面临诸多挑战。

1.4 基于地震动力可靠性的优化设计研究现状

1.4.1 基于动力可靠性的优化设计

结构优化设计的目的是在满足规范的要求下, 最合理地利用材料的性能, 使各构件或构件各几何参数得到最好的协调, 达到“既安全又经济”的目标。随着

结构可靠性理论的成熟，基于可靠性的优化设计（Reliability Based Design Optimization, RBDO）已得到了一定发展。RBDO 将结构可靠性分析理论和确定性优化设计结合，考虑优化设计中的不确定性因素，克服了传统优化的不足之处。

可靠性优化的构成形式有多种，包括以失效概率最小作为目标进行优化求解以及在可靠性约束下寻找目标函数的最优值等。在 RBDO 框架下，设计约束是根据预先定义的性能函数的故障概率来评估的。该问题的复杂性源于优化和结构可靠性分析的耦合，即使用适当的优化算法探索设计空间，并使用结构可靠性方法计算每个探索设计的失效概率，这种方法被称为双循环方法^[162,163]。随后利用 KKT 优化条件去掉内循环的单侧循环法^[164]和将可靠性分析的内层循环与确定性优化的外层循环分离解耦的方法相继提出^[165]，一定程度上提升了可靠性优化设计的计算效率。随着在 RBDO 框架中引入代理模型，通过创建性能函数的代理模型，并将其应用于可靠性分析一种计算成本较低的基于可靠性的优化设计方法被广泛关注^[166]。因为在优化的过程中只有对一些子区域进行探索以确保代理模型只在感兴趣的区域内的准确性，根据代理模型的选择空间不同发展出多种算法^[167]。此外，研究者考虑在空间的子区域而不是全局中构建代理模型，由包含设计和随机变量的混合空间中的超立方体组成^[168,169]。局部近似和针对信任区域的全局近似间的区别，即在前者中构建的代理模型仅能用于设计参数的当前值，然而在后者中，输入空间允许通过使用相同的代理模型进行不同设计的失效概率计算^[170]。最近，Moustapha 等^[171]建立了一个基于分位数的 RBDO 问题，分别基于 Kriging 模型和基于增广空间的多项式混沌展开模型，使用蒙特卡洛抽样法求解。

由于动力可靠性评估在概念和数值上的复杂性，基于动力可靠性的设计优化（dynamic reliability - based design optimization, DRBDO）问题比标准的 RBDO 问题具有更大挑战。由于动力可靠性评估占 DRBDO 中大部分计算量，因此动力可靠性的有效评估是 DRBDO 的关键问题。与时间无关的静态可靠性分析相比，时间相关的可靠性优化设计更为复杂。一次时变可靠性分析需要多次调用功能函数，而优化设计中需要进行多次时变可靠性分析，计算量通常难以接受。为了减少时变可靠性分析的次数，Jiang 等^[172]将原本的时变可靠性优化换为一系列时间无关的 RBDO 和时间相关的可靠性分析，建立了求解时变可靠性优化设计的时不变等价方法。对于具有平稳随机过程和随机变量的时变可靠性优化设计，Hu 和 Du^[173]通过对时间无关 RBDO 中 SORA 方法的扩展，构造了一种时变 SORA 方法，建立了与时变可靠性相对应的等效最可能失效点的新概念，可用于将嵌套双环优化解耦为序列优化过程。然而，时变 SORA 方法不能用于求解非平稳约束函数（即约束函数中包含时间参数或非平稳随机过程）的时变可靠性优化设计。

Wang^[97]提出了求解时变可靠性优化设计的嵌套极值响应面方法，但其计算精度仍需依赖于所构造的极值代理模型。通过将每个时间依赖约束离散为一系列时间无关约束，Huang 等^[174]建立了时间相关的单环可靠性优化，从而将时间相关转化为时间无关的 RBDO。等效最可能点法^[175]、蒙特卡洛模拟^[176,177]、子集模拟^[178]、基于马尔可夫样本的方法^[179]、随机梯度法^[180]等已经被用于解决许多 DRBDO 问题。除此之外，概率密度演化方法^[181]引入概率测度的变化用于估计失效概率相对于设计变量的灵敏度信息，提高了优化过程的效率。虽然这些工作对解决动力可靠性优化设计具有重要意义，但其研究仍处于初级阶段。

1.4.2 混合不确定性下的可靠性优化设计

20 世纪下半叶以来，随着对众多不确定性问题研究的深入，研究者们逐渐发现不确定性与概率理论之间不能划等号，不确定性可以有其它的理解、表达、度量和处理方式。如前所述，为了弥补传统概率可靠性理论的不足，许多有发展前景的不确定性理论相继被提出，这也为考虑认知不确定性下的优化设计方法奠定了理论基础^[182]。近年来，研究多源混合不确定下的可靠性设计成为结构系统优化设计中的热点问题。为了方便起见，图 1.3 给出了不同优化策略下的结构在相同荷载作用下的典型动力响应情况。一方面，确定性优化设计方法忽略不确定性影响时，会有潜在的设计风险（跨越事件的发生），从而不能严格控制相应的响应时程的可靠性。另一方面，混合不确定下的可靠性优化设计虽然可能导致过于保守的优化结果，但通过安全裕量来实现系统的鲁棒性。

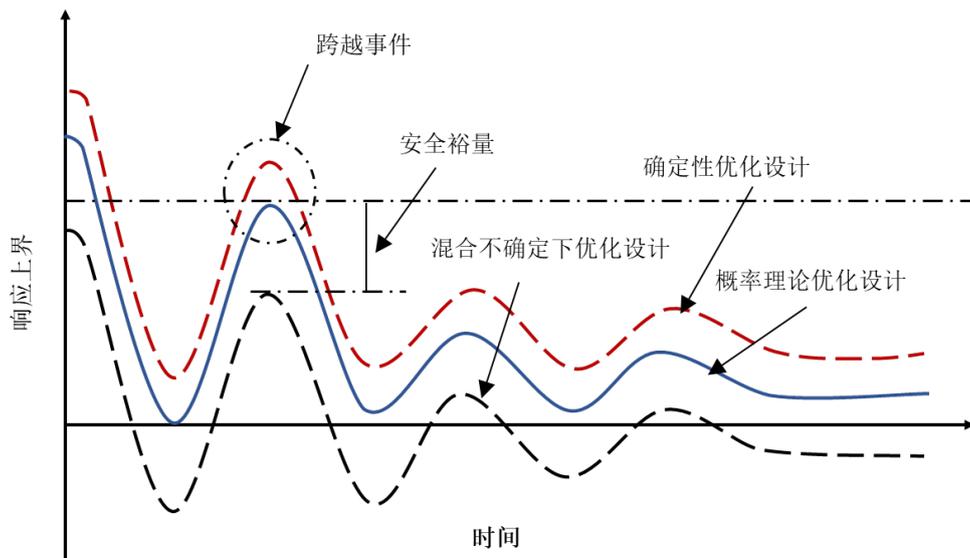


图 1.3 动力响应示意图

混合不确定性下的可靠性优化设计 (Hybrid Reliability Based Design)

Optimization, HRBDO) 研究初期, Du^[183]基于最大失效概率将内层的随机-区间混合可靠性问题转化为单层的优化问题,建立了一种单层解耦算法进行高效求解。罗阳军等^[184]基于概率模型与多椭球模型的混合不确定性描述,结合序列近似规划,利用功能测度方法将嵌套优化问题转换为一系列确定性优化问题求解。Qiu 等人^[185,186]和 Jiang 等人^[187,188]从关键角度重新审视了非概率可靠性的概念,并在航空和车辆工程中扩展了非概率可靠性优化设计。研究者进一步提出了与多学科优化和动态可靠性相对应的其他研究^[189]。Xia 等^{[193][193][192][192][191][191][192][192][190][190][190][192]}提出了一种混合摄动随机矩法用于预测目标函数值,基于此建立评估构件可靠性的混合摄动逆映射法,将嵌套循环优化转化为高效的单循环优化过程。研究者在随机、区间、凸模型、模糊的混合不确定性下,基于增量移位技术、混沌控制技术、自适应单环方法等相继提出一些具有较高计算效率的基于混合可靠性分析的优化设计方法^[191-194]。最近, Shi 等^{[198][197][197][196][196][197][197][195][195][195][197]}提出了一种序列单回路优化策略,将原本的时变混合可靠性优化设计三环优化问题转化为一系列确定性优化问题。

基于证据理论的可靠性优化设计研究尚不完善,且主要应用于机械航空领域。2013年, Srivastava 和 Deb 建立了基于证据理论的两目标优化问题,将减小结构失效的似然度作为第二个优化目标^[196]。同年, Salehghaffari 采用证据理论描述结构构件中材料参数的不确定性,在此基础上进行了可靠性优化设计^[197]。国内学者也进行了一些研究,郭慧昕等^[198]开发了证据理论和区间分析的可靠度优化程序,将此应用于内压容器和气门弹簧的可靠性优化设计中。Yao 等人提出了宇航飞行器中认知和随机不确定性共存下的多学科可靠性优化设计^[199]。2014年,唐和生等提出了证据理论和微分演化方法相结合的可靠性分析方法,并成功应用于桁架结构的形状优化中^[200]。Su 等^[201]提出了一种基于证据理论的多目标鲁棒优化方法,考虑材料和荷载受认识不确定性(不精确或缺乏知识)的影响。Wang 和 Matthies^[202]同时引入证据理论和模糊理论来描述认知不确定参数,提出了一种新的双阶段可靠性分析框架,第一阶段通过信度和似真度指标对证据信息进行整合,第二阶段采用类隶属函数公式对模糊信息进行整合。Cao 等^[203]提出了一种边缘区间分析方法,将所有关节焦元的多维极值搜索分解为若干一维极值搜索的组合,显著提高基于证据的可靠性分析计算效率。姜潮等^[204,205]借助证据理论均匀化手段,构造了一种概率-证据混合理论可靠性的近似梯度计算方法,从而可采用基于梯度的常规优化算法进行优化求解。

1.4.3 基于动力可靠性的消能减震结构优化设计

在许多实际情况下,结构系统中的不确定性对响应的影响可以忽略不计的隐

含假设可能变得不可接受。因此,据研究表明,结构参数中的不确定性对响应的影响可能比激励中的不确定性更大^[206]。结构参数中的不确定例如包括刚度、质量和阻尼的不确定性。这些不确定性是由多种原因引起的,例如结构接头处边界条件的建模不充分、非结构元件的影响、老化导致的退化、结构质量的波动以及构件承载力、屈服强度的不确定性等。因此,在实际的设计问题中,必须将系统对不确定性的鲁棒性视为设计问题,以避免不期望的性能退化和失谐效应^[207]。

近年来,在不确定地震输入条件下,提出了不同的消能减震装置优化设计方法。然而,为了降低问题的复杂性,通常采用简化方法,以建筑物的均方位移或层间位移响应表示了性能目标^[208,209],此类方法没有明确的损伤和损失风险可靠性考虑^[210]。在大多数结构应用中,与结构性能相关的响应特征不是均方(即二阶)统计数据,而是响应的极值,尤其是与结构安全和可用性界限相对应的可接受阈值的超出。在考虑不确定地震输入时,许多研究采用简单随机模型(例如,平稳白噪声或 Kanai-Tajimi 模型)来描述地震输入,忽略其非平稳特性^[208,211,212]。然而,已有研究表明:若不考虑荷载过程相关性(非平稳性),会低估结构的可靠度^[213],以及模型参数不确定性(即影响用于定义结构模型和/或极限状态的参数的不确定性)这对结构性能有不可忽视的影响^[214,215]。考虑力学模型和地震动滤波器参数不确定性的基础隔震系统研究表明,不确定性参数对隔震系统的性能有重要影响^[216]。在过去的十年中,在克服上述消能减震建筑可靠性设计的局限性方面取得了重大进展。Chakraborty^{[219][219][217][217][217][219]}将地震功率谱参数和单自由度结构系统的参数均是为区间不确定参数利用一阶摄动分析方法考虑其动力可靠性对 TMD 参数优化。Yu 等^[218]同时考虑结构参数和 TMD 参数的不确定性,以结构系统动力可靠性为约束条件,对 TMD 参数进行了稳健性优化设计。王磊等^[219]基于概率密度演化理论和遗传算法对随机结构附件 TMD 参数优化。Mrabet 等分别考虑结构参数为随机参数^[220]和区间参数^[221]时对 TMD 系统的参数进行优化设计。Marano 等^[222]针对线性多层框架开发了一种基于可靠性的线性粘滞阻尼器设计方法。该方法基于确定的目标函数(定义为总附加阻尼)的最小化,同时施加随机约束以限制给定地震危险水平下的系统失效概率。Taflanidis^[212]提出了一种基于可靠性的模型参数不确定的平稳随机加载系统优化设计方法。该研究从设计角度强调了失效模式与模型参数不确定性之间相关性的重要性。Jensen 和 Sepulveda^[223]同时考虑了测试数据的可变性和模型参数不确定性,阻尼器设计是一个具有单目标函数和多个可靠性约束的优化问题,提出了一种配备被动耗散系统的结构设计方法。Taflanidis 和 Jia^[224]提出了一种基于仿真的隔震结构风险评估和概率敏感性分析框架,该框架明确地将激励和结构模型中的不确定性纳入其中。Dall'Asta 等人^[225]报告了基于速度的阻尼器参数变化对钢结构 MRF 动

力响应的影响。研究指出, 结构响应存在显著变化, 通常比其他来源的不确定性更高。此外, 对于基本周期较低的结构, 阻尼变化的影响更为敏感。最近, Scozzese 等人^[226]提出了一个基于可靠性的优化 (RBO) 框架, 目的是找出设备参数变化的最坏组合, 并得出结论: 由于阻尼器参数的不确定性, 建筑性能可能会下降。Wijaya 等^[227]的研究支持了这样一种观点, 即在只考虑平均设计特性的情况下, 不考虑将与阻尼器设计参数相关的不确定性结合起来可能会增加建筑物的地震风险。尽管概率方法对于性能评估很重要, 但迄今为止开发的方法很少^[212,215,222]可用于控制装有消能减震器的建筑物的失效风险或相关成本^[228,229]。而且, 这些研究都没有深入研究隔震或消能减震设备特性参数不确定性对结构抗震性能和设计结果的影响^[210,226], 这些不确定参数因其试验样本的缺乏难以建立其精确的概率分布函数。

结构在服役过程中受荷载和环境作用的影响, 导致其性能随时间变化。一般的可靠性分析由于没有考虑时间因素, 因此不能合理的评估结构在服役期间的可靠性。由于消能减震装置对提高结构抗震性能方面具有重要作用, 其性能退化和失效会对结构产生非常不利的影响^[230]。然而, 由于消能减震结构设计所需的消能减震装置的性能和恢复力模型依据的是仅以消能减震装置为对象的试验结果, 能否反应其在结构中的实际工作性能仍然值得关注。目前针对消能减震结构不确定量化的准确性和动力可靠性优化设计等问题仍未得到有效解决^[231]。

1.5 本文的主要研究工作

在土木工程结构的设计、建造和服役等阶段都不可避免地存在着系统本身固有的物理属性或环境因素所引起的随机不确定性, 也存在着信息不完整和认知缺乏造成的认知不确定性。对结构安全做出客观有效的评价, 需要全面考虑这些不确定性。但是, 同时考虑不同类型混合不确定的动力可靠性计算遇到最大的挑战就是计算效率问题。本文针对地震工程中的混合不确定性, 对混合不确定下的动力可靠性分析及优化设计进行研究。引入证据理论对认知不确定进行表达, 提出了基于代理模型的混合不确定下的动力可靠性分析以及优化设计方法。通过本文的研究为混合不确定下的动力可靠性优化在土木工程应用提供了一套切实可行的分析方法。本文的组织框架如下:

(1) 发展一种基于证据理论的随机-认知混合不确定统一量化方法, 对证据理论中的辨识框架, 基本信任分配函数, 信任函数和似然函数以及合成规则进行介绍, 对证据理论与概率理论之间的区别与联系展开讨论。由于证据理论不确定传播的计算量非常大, 为提高不确定传播效率, 提出基于微分演化算法的随机-

混合认知不确定传播方法。通过数值算例验证所提方法处理随机、认知及混合不确定传播分析的有效性和合理性。

(2) 针对混合不确定性下线性结构的动力可靠性分析, 提出一种基于自适应 Kriging 代理模型 (AK) 和微分演化 (DE) 区间优化算法相结合的双层嵌套方法。内层建立条件失效概率的代理模型, 采用代理模型自适应更新策略, 通过选择最重要的样本对响应面模型进行更新, 以提高代理模型的计算精度和效率。外层通过证据理论对随机和认知不确定进行统一量化表达, 采用微分演化算法进行混合不确定的传播, 基于全概率定理得到失效概率区间测度上下界。对应于首次超越准则的基本理论中的基于跨越率和基于极值的方法, 推导了基于虚拟激励法和广义子集模拟算法两种非平稳随机激励下的条件失效概率算法。分别将两种条件失效概率算法引入 AK-DE 框架中。将 AK-DE 方法应用于经典单自由度和消能减震结构中, 重点探讨了不同频谱特性的地震动模型对基于跨越率和基于极值的方法计算精度影响, 并将本文提出的自适应代理模型更新策略与两种传统的学习函数进行性能对比。

(3) 考虑实际工程设计中的随机-认知混合不确定性, 提出一种基于两级自适应代理模型混合不确定动力可靠性优化设计 (HDRBDO) 方法。为解决优化过程与可靠性分析双环嵌套导致的巨大计算负担, 分别建立设计空间内第一级目标函数或约束条件的代理模型, 以及混合不确定变量空间内的第二级条件失效概率代理模型。采用本章所提方法对减震结构进行优化设计, 分别考虑可靠性优化设计中以动力可靠性分析作为目标函数和约束条件的两类优化问题。考虑到近断层脉冲型地震动的变异性对结构动力响应起到的不利影响, 分别选取近断层、远场地震动对所提出的 HDRBDO 方法的有效性进行验证。

(4) 针对包含混合不确定的非线性结构系统, 提出一种基于极值理论和代理模型的 AK-DE 动力可靠性分析方法。为提高非线性结构失效概率求解的计算效率, 采用改进移位广义对数正态分布 (SGLD) 拟合响应的极值分布, 并通过仿生智能优化算法进行极值分布的参数识别。根据拟合得到的极值分布对条件失效概率进行预测, 加快自适应代理模型的组建效率。在全概率定理的框架下通过微分演化进行混合不确定的统一传播, 得到失效概率区间测度上下界。采用所提出的方法对两个非线性消能减震结构的动力可靠性进行计算, 并将计算结果与蒙特卡洛模拟和统计线性化方法进行对比, 验证基于极值理论的 AK-DE 方法在非线性和工程结构动力可靠性分析中的适用性和准确性。

(5) 考虑近断层脉冲型地震动对工程结构的严重破坏作用, 提出一种混合不确定下的非线性结构动力可靠性优化设计方法。当结构系统具有较强的非线性时, 近断层地震动中可能出现明显的长周期速度脉冲会对结构系统产生相当不利

的影响。针对强震数据库中具有速度脉冲特性的近断层地震动记录相对缺乏的问题，建立考虑随机-认知混合不确定的近断层脉冲型地震动模型。为降低混合不确定性在非线性结构系统内传播的计算成本，采用基于极值理论的 AK-DE 方法进行 HDRBDO 中的内环动力可靠性分析，外环仍采用 SCEM 方法进行优化。将本章提出的 HDRBDO 方法应用于近断层区域内考虑混合不确定的基础隔震-惯容系统混合控制体系参数的优化分析，实现了对隔震层位移可靠性进行控制的同时，上部结构加速度保持减振水平。将所提出的 HDRBDO 优化结果与传统优化方法进行对比分析，考虑近断层地震动速度脉冲的不确定性对结构响应极值的显著影响，选取实际地震动记录验证本文所提出方法的有效性和鲁棒性。

第2章 基于证据理论的混合不确定量化方法

2.1 引言

结构在服役期间不可避免地要受到各种动力荷载的作用,由于服役环境和结构本身不可避免地存在各种不确定,致使结构的动力特性也是不确定的。在实际工程的测量、建模与仿真以及施工等阶段都不可避免地存在着信息不完整,试验数据缺乏等问题,甚至更多的是依靠专家或者决策者的经验积累和主观判断,往往无法找到合理的概率模型和对应的模型参数。为确保结构安全可靠地工作,必须对全面考虑混合不确定性情况下的结构动力可靠性进行评估。本章发展一种基于证据理论的混合不确定统一量化方法,同时为了提高混合不确定的传播效率,开发了基于微分演化算法的混合不确定传播方法。该混合不确定统一量化及传播方法将应用于动力可靠性分析中。

2.2 证据理论基本框架

证据理论不同于概率理论的单值映射,强调命题与集合的一一对应,更适用于数据较缺失的情况。证据和不确定测度是证据理论的基础,通常应用辨识框架、基本信任分配函数、信任函数、似然函数、证据合成法则等概念描述不确定性。为了准确、合理的表达认知不确定,证据理论引入信任函数、似然函数度量不精确概率的上下界,采用证据合成规则代替贝叶斯公式来更新信任函数。

2.2.1 辨识框架

在证据理论中,辨识框架用于定义事件发生的所有可能情况,表示关于问题的所能认识到的所有可能答案的完备集合,用 Θ 表示,且辨识框架中的所有元素互不相容。当 Θ 中有 N 个元素 x_1, x_2, \dots, x_n , 即 N 个两两互斥的基本区间时,幂集 2^Θ 中包含 $2N$ 个元素,每一个元素是对应问题的可能的有效答案。辨识框架 Θ 可表达为 $\Theta = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其所有可能子集组成幂集 $\mathcal{F} = 2^\Theta = \{\emptyset, \{x_1\}, \dots, \{x_n\}, \{x_1, x_2\}, \dots, \{x_{n-1}, x_n\}, \dots, \{x_1, \dots, x_n\}\}$ 。

以图 2.1 中的坐标为例, $\Theta = \{x_1, x_2, x_3\}$, 其中 x_1, x_2, x_3 为三个基本区间且两两互斥。辨识框架的幂集 $\mathcal{F} = 2^\Theta$ 可表示为式(2.1)。

$$\mathcal{F} = 2^\Theta = \{\emptyset, \{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \{x_1, x_2\}, \{x_1, x_3\}, \{x_2, x_3\}, \{x_1, x_2, x_3\}\} \quad (2.1)$$

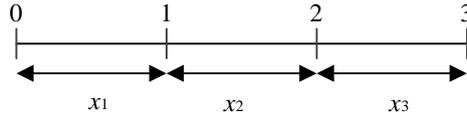


图 2.1 不确定量的辨识框架

由于信息的模糊性,子集 $\{x_1, x_2\}$ 表示荷载取值可能在 x_1 内,也可能在 x_2 内,但无法指明具体选择的子集;子集 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ 表达了荷载的取值可能位于 x_1 , x_2 或者 x_3 中,但由于辨识框架是由荷载所有可能取值组成的,命题 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ 永恒为真,这个命题在量化荷载不确定性时并没有给出任何有用的信息,可以认为命题 X 表达了由于数据缺乏对问题未知不明的概念。可见,证据理论具备对“不确定”和“不知道”的表达能力,在信息模糊的情况下,证据理论对不确定性的表达更加真实。

2.2.2 基本信任分配函数

基本信任分配(basic belief assignment, BBA)是证据理论的核心,用于对幂集元素进行基本概率赋值。基本信任分配函数(又称 mass 函数),是根据证据赋予支持命题的信任度。所谓的证据不仅仅指通常意义下的实证据,如实验测量数据或者学者对有关问题所做出的研究和理论成果,还包括专家和决策者的经验累积与主观判断。

定义函数 m : 一个从幂集 $\mathcal{F}=2^\Theta$ 中到 $[0,1]$ 的映射, A 表示识别框架幂集中的任一子集,记作 $\forall A \subseteq 2^\Theta$ 。那么辨识框架幂集 $\mathcal{F}=2^\Theta$ 的基本信任分配函数 $m(A)$ 需满足式(2.2)。

$$m(A) \geq 0, \forall A \subseteq 2^\Theta \quad m(\emptyset) = 0 \quad \sum_{A \subseteq 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (2.2)$$

辨识框架 Θ 中的任意子集 A 满足若 $m(A) > 0$,则将 A 称为焦元,也可称为焦元区间。根据焦元 A 中元素的个数,又可分为单元素焦元和多元素焦元。通常称焦元中包含的辨识框架中基本元素的个数为该焦元的基。

不同于概率理论的单值映射,证据理论中,信任度与辨识框架子集的映射关系为多值映射。证据理论对证据支持的命题进行信任度赋值时,信任度不仅分配给基本元素,对任何可能子集均将根据证据进行赋值。例如,辨识框架 $\Theta = \{x_1, x_2, x_3\}$ 可能存在如图 2.2 所示的分配方式,可表达为式(2.3)。

辨识框架 X	所有可能的命题 总计 2^x	证据支持的命题	BBA结构
x_1	$\{x_1\}$ $\{x_1, x_2\}$	$\{x_1\}$	$m(\{x_1\}) = 0.3$
x_2	$\{x_2\}$ $\{x_1, x_3\}$ $\{x_3\}$ $\{x_2, x_3\}$	$\{x_1, x_2\}$ $\{x_2\}$	$m(\{x_1, x_2\}) = 0.25$ $m(\{x_2\}) = 0.25$
x_3	X	X	$m(X) = 0.20$

图 2.2 基本信任分配函数

$$m(\{x_1\}) = 0.3 \quad m(\{x_2\}) = 0.25 \quad m(\{x_1, x_2\}) = 0.25 \quad m(X) = 0.20 \quad (2.3)$$

对式 (2.3) 进行分析可以发现， $m(\{x_1\}) + m(\{x_2\}) \neq m(\{x_1 + x_2\})$ 且 $m(\{x_1\}) > m(\{x_1 + x_2\})$ ；而在概率理论中， $P(\{x_1\}) + P(\{x_2\}) \geq P(\{x_1 + x_2\})$ 且 $P(\{x_1 + x_2\}) > P(\{x_1\})$ 。由此得出证据理论的基本信任分配不满足相加性和单调连续性。

证据理论通过合理建立直观且灵活的基本信任分配结构以实现仅基于局限的认知水平，更准确、合适的表达不确定信息，可避免因不确定和不知道导致的过多的、无据的假设。通常建立的 BBA 结构主要包括以下三种类型：贝叶斯 BBA 结构，嵌套型 BBA 结构以及一般型 BBA 结构，如图 2.3 所示。

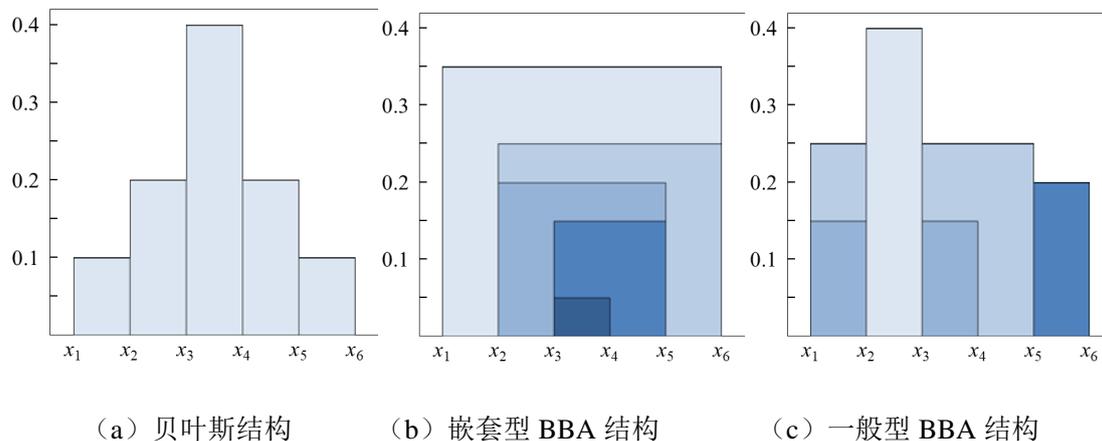


图 2.3 三种 BBA 结构

当信任度分配给所有基本元素时，BBA 退化为贝叶斯结构，其中焦元区间两两互斥。特别地，当贝叶斯结构的焦元区间细分至无穷小时，证据理论的表达与概率理论相同。不难得出，在这种情况下证据理论等同于广义概率理论。嵌套型 BBA 结构类似于可能性理论的隶属度关系，区间形式是相互一致的，因此证

据理论也能用来表达变量的模糊属性。在一般型 BBA 结构中，区间焦元的相互关系可以为各种形态，可以不联系、可以部分重叠、可以部分嵌套。综上所述，合理利用证据理论的基本信任分配函数，可灵活描述不确定信息，可处理概率信息和模糊集信息。

2.2.3 信任函数和似然函数

证据理论中，证据对命题的信任程度通过基本信任分配函数描述，而证据对命题的不确定度由信任函数及似然函数组成的区间测度 $[Bel, Pl]$ 表述。在证据不足的情况下，该表述方法较概率单值，在量化问题的不确定性上更具有合理性。区间测度 $[Bel, Pl]$ 的上限 $Bel(A)$ ，即 A 的信任函数，表示对 A 中命题为真的信任度之和，可用式(2.4)表述；下限 $Pl(A)$ 为 A 的似然函数，表示完全包含于命题 A 或与命题 A 相交不为空集的所有命题的信任程度的综合，表示对 A 中命题为非假的信任度之和，可由式(2.5)表述。

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (2.4)$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B) \quad (2.5)$$

证据理论中，用区间测度 $[Bel, Pl]$ 的区间长度 $Pl(A) - Bel(A)$ 表示对命题 A 既信任又怀疑的部分，即不确定的程度，如图 2.4 所示。从信任函数 $Bel(A)$ 、似然函数 $Pl(A)$ 的物理意义上看，真实意义的概率 $P(A)$ 位于区间测度 $[Bel, Pl]$ ，可表述为 $Bel(A) \leq P(A) \leq Pl(A)$ 。

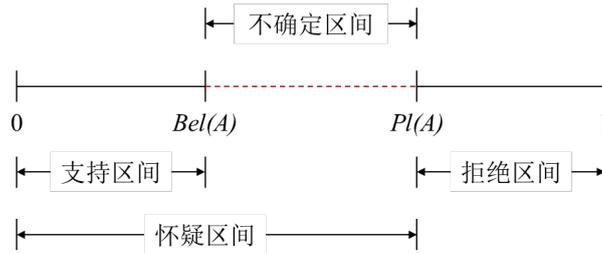


图 2.4 基于证据理论的不确定描述

同时，信任函数 $Bel(A)$ 与似然函数可互相推导，推导关系如式(2.6)、式(2.7)所示。

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B) = 1 - \sum_{B \cap A = \phi} m(B) = \sum_{B \subseteq \bar{A}} m(B) = 1 - Bel(\bar{A}) \quad (2.6)$$

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) = 1 - Pl(\bar{A}) \quad (2.7)$$

对比 $Bel(A)$ 和 $Pl(A)$ 所表达的含义，易得如下关系：

$$Bel(A) \leq Pl(A) \quad (2.8)$$

将式(2.6)、式(2.7)分别代入式(2.8), 对于 $\forall A \subseteq \Theta$, 可得:

$$Bel(A) + Bel(\bar{A}) \leq 1 \quad (2.9)$$

$$Pl(A) + Pl(\bar{A}) \geq 1 \quad (2.10)$$

可以看出, 区别于概率理论中互补命题概率之和为 1 的性质, 似然函数不满足归一性。概率理论是基于确定分布、确定参数等确定信息下的理论体系, 而证据理论所表达的、分析的信息并不确定。在证据理论中, 如已知概率分布, 可将不确定变量的概率分布函数离散化, 以形成由多个基本区间组成的集。此时, 可定义区间焦元的 mass 值为各区间上的 PDF 面积。此时, 证据理论的基本信任分配函数具备了随机变量的概率特征, 证据理论中 $m(x)$ 与概率理论中 $P(x)$ 相一致, 有 $Bel = Pl$, 证据理论退化为概率理论, 如式(2.11)所示。不难得出, 证据理论为概率理论的扩充和延展。

$$Bel(A) = Pl(A) = \sum_{x \in A} m(x) = \sum_{x \in A} p(x) \quad (2.11)$$

由此可见, 证据理论可以从任意概率分布中获得相应的 BBA 结构, 这为证据理论处理随机不确定性和认知不确定性同时存在的混合不确定性提供了理论基础。

2.2.4 证据合成法则

证据理论中, 不确定分析的基础是可靠的基本信任分配结构(BBA)。然而, 受限于个体认知水平的差异和限制或者数据来源的多元性, 基于同一辨识框架, 也可能产生不同的量化结果和不同的基本信任分配。为进一步提高不确定分析的可信度, 证据理论引入证据合成法则构建对不确定信息的综合信任结构, 以保证最终量化结果的权威和准确。

特殊地, 以两个独立证据源来阐述证据合成规则。假定 E_1 和 E_2 为辨识框架下的两个独立证据来源, m_1 和 m_2 分别对应 E_1 、 E_2 的基本信任分配函数, A_i 和 B_j 分别对应 m_1 和 m_2 焦元, 由证据合成法则 (Dempster 合成规则^[232]) 表达的不确定变量:

$$m(A) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j} m_1(A_i) m_2(B_j)}{1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j)} \quad B \neq \emptyset \quad (2.12)$$

式中, $\sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j)$ 表示两个不确定源之间交集为空集的大小, 描述了证据间的冲突程度。利用 Dempster 合成法则得到新的证据框架, 其实质是减小

两个不同证据元的冲突程度，将两个证据源冲突部分在合成时删除，从而最终保留两个证据源相合的部分。从式(2.12)可以看出 Dempster 合成法则是将 $m_1(A_i)m_2(B_j)$ 确切地分配到新焦点上，表达 m_1 和 m_2 对命题 $A_i \cap B_j$ 的联合支持程度，并用系数 $1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 进行正则化处理。对于多个证据源，可依次类推合成相应的基本信任分配函数。 $\sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 取值越大，说明证据源的冲突越大。当 $1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 无限趋近于 0 时，证据源冲突较高，此时利用 Dempster 合成法则得到的新证据源不具备原始证据源的有效信息。对于不同冲突程度证据源的合成规则，相关学者亦做了大量研究^[232]。

2.3 混合不确定的证据理论表达及传播

实际工程结构设计时，不确定信息的呈现形态各异，既存在可通过连续的概率分布曲线或离散概率分配表达的随机不确定，又存在因数据匮乏或对复杂结构受力机理认知水平有限导致的认知不确定。因此，需通过构建合理的等效的区间形式的证据理论辨识框架，灵活选用合理 BBA 结构，使得上述形态各异的不确定信息转化为证据理论的统一表达。

2.3.1 随机不确定的证据理论表达

证据理论中，通过将代表随机不确定的累积概率函数离散化为证据理论的数学框架来表达随机不确定，同时也避免了复杂积分运算。假设一个连续不确定变量 x 的概率密度函数 (probability distribution function) 为 $p(x)$ 。给定变量 x 的证据理论辨识区间为 $[a, b]$ ，则其累积分布函数如式(2.13)所示。

$$\begin{aligned} CDF(x) &= \int_a^b p(x)dx \\ CDF(x) &= \sum_{i=1}^N p_i(x) \end{aligned} \quad (2.13)$$

辨识区间 $[a, b]$ 应满足 $CDF(x) = \int_a^b p(x)dx > \alpha$ 的确定原则，相关研究建议选取 $\alpha > 0.99$ 。以实际工程经常应用的正态分布为例，辨识区间 $[a, b]$ 可取 $\mu \pm \lambda\sigma$ ，式中 μ 、 σ 分别为不确定变量 x 的均值、方差， λ 取 3。

离散化过程如图 2.5 所示，对应式(2.14)，将辨识区间 $[a, b]$ 划分为 k 个子区间，记为 $\Omega = \{c_i = [a_i, b_i], i \in [1, 2, \dots, k]\}$ ，称 Ω 为不确定量 x 的证据理论辨识框架。其焦点集为 $\Delta_i = \{A_i = (x \in c_i)\}$ ，可见，每个焦点均为单元素焦点，焦点 A_i 分配的基本信任度为区间 $[a_i, b_i]$ 内的 pdf 面积：

$$m(A_i) = \int_{x_i \in C_i} pdf(x) dx = \int_{a_i}^{b_i} pdf(x) dx \quad (2.14)$$

$$m(A_i) = \sum_{i=1}^{k_i} p(x_i) \quad a_i < x_i < b_i$$

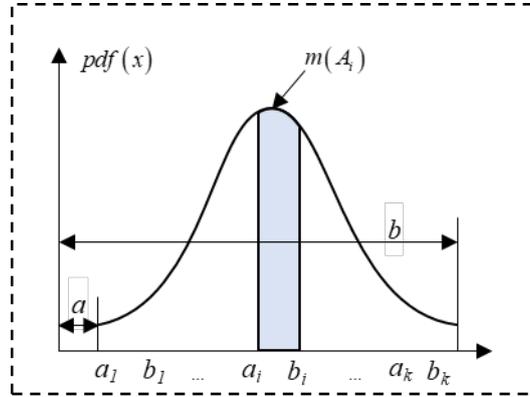


图 2.5 辨识区间的离散化

根据上述表达过程,可将概率分布函数转换为等效的证据理论基本信任分配函数。从式(2.14)不难看出,证据理论在表达随机不确定时,等效的 BBA 结构为贝叶斯结构。实际工程应用时,通常取焦元 A_i 数目 $k = 4, 8, 16, 32, \dots$ 等。随着 k 的增大,焦元区间 $[a_i, b_i]$ 的区间宽度减小并逐渐趋于 0,相应的,证据理论表达的 $m(A_i)$ 也将趋于概率值 $p(A_i)$ 。可见,证据理论适用于解决同时存在随机不确定性及认知不确定性的不确定问题。

2.3.2 认知不确定的证据理论表达

结构设计时,认知水平局限或者数据信息稀疏导致结构分析中的某些参数信息有限。Salehghaffari 和 Rais-Rohani 提出了一种适用于解决小样本数据信息下的认知不确定的 BBA 结构搭建策略,可将有限的的数据信息表达为证据理论的数学结构。该方法主要包括两个步骤:(1)以现有数据信息绘制统计直方图,将不确定参数表达为区间形式以确定统计区间的频率;(2)判别相邻统计区间的关系,对相邻两区间的关系进行分类,构建合理的基本信任分配结构解释所观察到的区间关系。

相邻区间的关系则根据数据点落入相邻区间的频数划分为一致 (Agreement)、互斥 (Conflict) 和忽略 (Ignorance) 三种不同的相互关系,如图 2.6 所示。图中 D_1 、 D_2 分别是相邻区间 I_1 、 I_2 包含数据点的频数。根据相邻区间的三种不同关系,可构建不同的 BBA 结构。

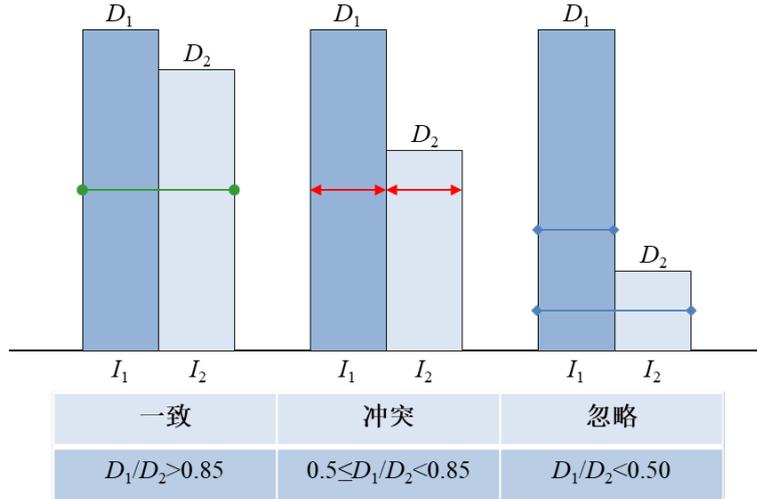


图 2.6 相邻区间之间的三种关系

(1) 当 $D_1/D_2 > 0.85$ 时, 相邻区间关系为一致关系, 可合并进行不确定表达:

$$m(\{I\} = \{I_1, I_2\}) = \frac{D_1 + D_2}{D_T} \quad (2.15)$$

式中, D_T 是数据信息的总数。

(2) 当 $0.5 \leq D_1/D_2 < 0.85$ 时, 相邻区间关系为冲突关系, 此时, 位于区间内的数据点足以支持各自区间成为单独区间, 并且不被忽略, 可表达为:

$$m(\{I_1\}) = \frac{D_1}{D_T} \quad m(\{I_2\}) = \frac{D_2}{D_T} \quad (2.16)$$

(3) 当 $D_1/D_2 < 0.50$ 时, 区间 I_1 内的数据点数目远大于其相邻区间 I_2 , 为忽略关系, 此时可用的数据主要支持区间 I_1 , 区间 I_2 为区间 I_1 的不确定提供证据, 可表达为:

$$m(\{I_1\}) = \frac{D_1}{D_T} \quad m(\{I_1, I_2\}) = \frac{D_2}{D_T} \quad (2.17)$$

根据相邻区间的三种不同关系, 以及对应的 BBA 分配原则, 将数据样本表达为区间的形式, 并赋予信任分配——在统计直方图中, 找到数据频数最大的区间 I_{\max} , 并分析 I_{\max} 与相邻子区间的相互关系, 并进行对应的 BBA 分配。以此类推, 形成不确定变量的最终 BBA 结构, 如图 2.7。

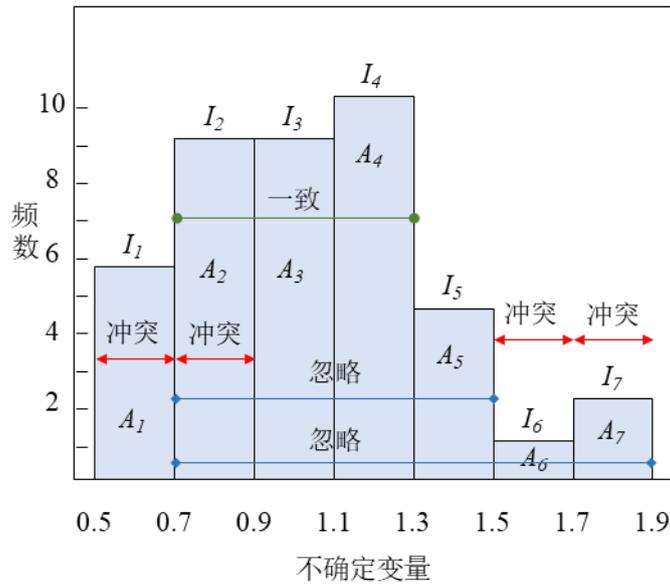


图 2.7 不确定量 x 的统计直方图

在实际应用中，不确定量具有已知的概率分布，即具备随机不确定；且由于认知局限使得概率分布模型的相关参数不确定。一般的，将随机不确定与认知不确定共存的情况表述为混合不确定。相关学者^[235]提出两种方法解决：（1）平均离散法（ADM, Averaging Discretization Method）；（2）外离散法（ODM, Outer Discretization Method）。如图 2.8 所示，在很多情况下，不确定量所服从的概率分布是已知的，但由于信息的不完全和不充分，工程人员无法准确获知其概率分布参数，在一定程度上，概率分布参数属于认知不确定的范畴，例如已知 x 的概率分布为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，而 μ 和 σ 是认知不确定性的。

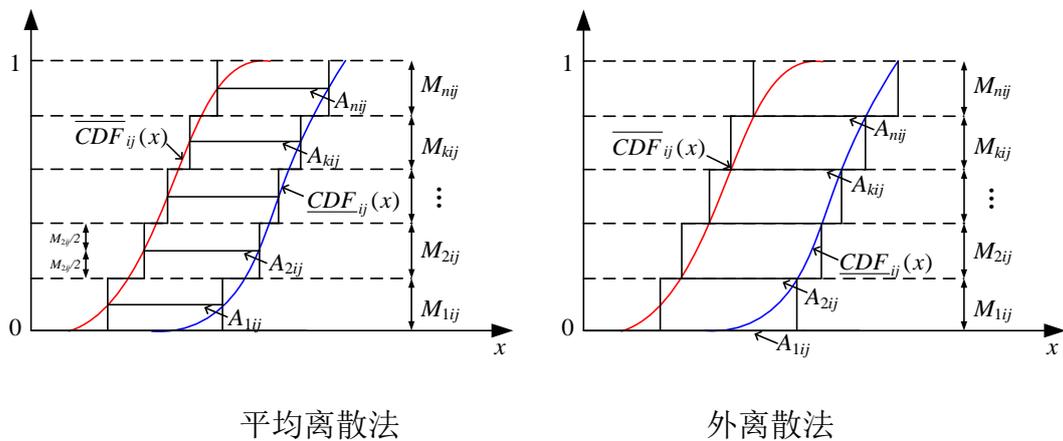


图 2.8 混合不确定离散

两者均是通过对上下概率包络进行切割分配形成焦元区间，以实现阶梯式近似。不同的是，对于焦元区间的上下界取值，平均离散法取的是概率边界对应的

中点值，外离散法取的是上下边界值。相较之下，外离散法的取值更为保守。

根据图 2.8，假设上下概率包络为 $\overline{CDF}_{ij}(x)$ 和 $\underline{CDF}_{ij}(x)$ ，将概率包络区间划分为 K 个焦元区间，则分别采用平均离散法和外离散法，可将第 k 个焦元区间 A_{kij} 分别表达为：

$$A_{kij} = \left[\overline{CDF}^{-1} \left(\sum_{r=0}^{k-1} M_r + \frac{M_k}{2} \right), \underline{CDF}^{-1} \left(\sum_{r=0}^{k-1} M_r + \frac{M_k}{2} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$A_{kij} = \left[\overline{CDF}^{-1} \left(\sum_{r=0}^{k-1} M_r \right), \underline{CDF}^{-1} \left(\sum_{r=1}^k M_r \right) \right] \quad (2.19)$$

其 BBA 为：

$$m_{kij} = M_k m(\mu_i) m(\sigma_j) \quad (2.20)$$

2.3.3 证据理论不确定测量与传播

证据理论通过信任函数 Bel 和似然函数 Pl 来描述对命题的信任程度。对于给定的辨识框架 $x \in \Theta$ ，事件 $A_k = [\underline{a}_k, \bar{a}_k]$ ， $k \in \forall[1, k]$ 为幂集 F 中一个实现， m_k 为事件 A_k 的基本信任分配函数（BBA 结构）。

对于给定的集合 $L_x = \{x | x \in \Omega, -\infty \leq x \leq x_{thre}\}$ ，可通过累积信任分配函数（Belief cumulative distribution function, BCDF）^[236] 计算得到信任函数 $Bel(L_x)$ 和似然函数 $Pl(L_x)$ ，计算方法如式(2.21)、(2.22)所示。

$$Bel(L_x) = \sum_{\bar{a}_k \leq x_{thre}} m_k \quad (2.21)$$

$$Pl(L_x) = \sum_{\underline{a}_k \leq x_{thre}} m_k \quad (2.22)$$

式中， $Bel(L_x)$ 、 $Pl(L_x)$ 分别为累积信任函数（cumulative belief function, CBF）、累积似然函数（cumulative plausibility function, CPF）。

那么对于给定不确定变量样本 x_{thre} ，相应的累积信任函数可表示为式(2.23)。

$$Fm(x_{thre}) = [Bel(L_x), Pl(L_x)] \quad (2.23)$$

给定阈值 P_{thre} ，令其为累积信任函数 $F_{m,1}(x_{thre,1}) = [Bel(L_{x,1}), Pl(L_{x,1})]$ 和累积信任函数 $F_{m,2}(x_{thre,2}) = [Bel(L_{x,2}), Pl(L_{x,2})]$ 的交点，则可得出 $F_{m,1}(x_{thre,1})$ 的上界和 $F_{m,2}(x_{thre,2})$ 下界 $Pl(L_{x,1}) = Bel(L_{x,2}) = P_{thre}$ 。那么根据累积信任函数的单调性便可得到式(2.24)。

$$[x_{thre,1}, x_{thre,2}] = [Pl^{-1}(P_{thre}), Bel^{-1}(P_{thre})] \quad (2.24)$$

在结构可靠性分析时，需要根据承载能力和正常使用极限状态函数的正负，

判断结构的安全与失效。假定结构分析模型为 $y = f(x)$, x 为结构的不确定变量, y 为结构响应。结构系统内的不确定传播过程如图 2.9 所示。

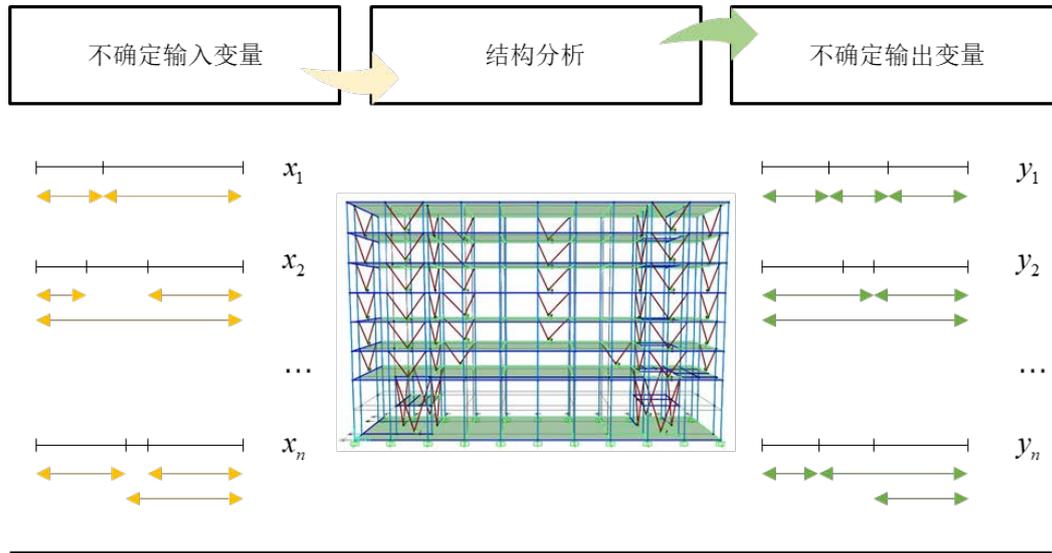


图 2.9 不确定传播过程

一般的,对于有 n 个不确定变量的复杂结构,其数学模型可抽象为如式(2.25)所示:

$$\mathbf{Y} = g(\mathbf{X}) \quad (2.25)$$

式中, \mathbf{Y} 为输出的结构响应; g 为结构功能函数; \mathbf{X} 为结构输入的基本变量参数,主要代表结构上的各种荷载作用、材料性能和几何参数等。在实际工程中,由于信息不完整,认知水平不完备以及数据不充分,基本变量 \mathbf{X} 很难用确定值或者概率分布刻画,而是以模糊的概率信息,专家估计以及有限的信息的形式呈现在人们的面前。此时,可将其转换为证据理论的 BBA 结构,即一系列区间以及分配到区间上的信任度。基本变量 \mathbf{X} 采用证据理论描述导致结构功能函数也是基于区间的非精确概率框架。通常对于复杂结构的结构功能函数分析,是通过组合隶属于 n 个不确定变量的焦元空间,形成 n 维超立方体集合,从而将不确定传播转化为求解 n 维超立方体 $[x_i, \bar{x}_i] \quad i=1, 2, \dots, n$ 上结构响应的极值。

一般而言,结构中存在的不确定变量是多维的,即 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_n], n \geq 2$ 。通过笛卡尔乘积得到联合 BBA 结构(类似于概率理论中的联合概率密度函数),以二维不确定参数为例,其联合焦元区间可表示为式(2.26):

$$C = x_1 \times x_2 = \left\{ c_k : c_k = x_{1n} \times x_{2m}; n=1,2,\dots,N_1; m=1,2,\dots,N_2; k=1,2,\dots,N_1 \times N_2; x_{1n} \subset \Theta_{x_1}, x_{2m} \subset \Theta_{x_2} \right\} \quad (2.26)$$

式中, c_k 为关于 x_1 和 x_2 的第 k 种区间组合, N_1 、 N_2 为表示 x_1 、 x_2 的焦元区间数。

当 x_1 、 x_2 为相互独立的认知不确定变量时，分配到联合焦元区间 c_k 的信任度可表示为：

$$m(c_k) = m(x_{1m})m(x_{2n}) \quad (2.27)$$

由于 x_{1m} 和 x_{2n} 都是区间，焦元 c_k 在集合上为一矩形，显然，对于 n 维不确定问题，联合辨识框架中的焦元为 n 维“超立方体”。

2.3.4 不确定参数灵敏度分析

对结构系统进行不确定量化分析时，考虑到不确定参数对系统的重要性不同，可以先通过敏感性分析确定不确定参数的重要程度。重要不确定变量细化分析，不重要变量忽略影响，以精简不确定变量的输入，并可在适当程度上，缩小利用证据理论在做不确定分析对海量联合焦元区间进行极值搜索的范围，大幅度提高证据理论不确定量化分析时的运算效率。本节着重介绍两种认知不确定的敏感性分析方法：（1）基于区间变化比的灵敏度分析；（2）基于改进 Pinching 的灵敏度分析。两种方法均是基于累积分布曲线之间的距离变化而提出。

（1）基于区间变化比的灵敏度分析

通过对比输入变量认知不确定对系统输出认知不确定的影响来衡量输入变量的重要程度。考虑 N 维系统不确定输入 $x = [x_1, \dots, x_n, \dots, x_N]^T$ 的名义值用 $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n, \dots, \tilde{x}_N]^T$ 表示。对输入不确定变量 x_n 进行敏感性分析，首先保持 x_n 的证据理论表达保持不变，将其余元素固定为名义值，则系统不确定响应 y 可表达为式(2.28)。

$$y = f(\tilde{x}_n, d) \quad (2.28)$$

式中， d 为系统的确定性输入。对于如式(2.28)所示的不确定传播系统，系统响应焦元区间 y_{jn}^I 和系统不确定输入 x_{jn}^I 的焦元区间变化系数分别如式(2.29)、式(2.30)所示。

$$\delta(y_{jn}^I) = (\bar{y}_{jn} - \underline{y}_{jn}) / (\bar{y}_{jn} + \underline{y}_{jn}) \quad (2.29)$$

$$\delta(x_{jn}^I) = (\bar{x}_{jn} - \underline{x}_{jn}) / (\bar{x}_{jn} + \underline{x}_{jn}) \quad (2.30)$$

式中， \bar{y}_{jn} 、 \underline{y}_{jn} 分别为对应于不确定输入 x_{jn}^I 系统响应焦元区间的上界、下界； $jn \in \forall [Jn]$ ； Jn 为为不确定变量 x_n 的焦元数目。系统不确定输入 x_{jn}^I 对系统响应敏感性系数定义如式(2.31)所示。

$$SI(x_{jn}^I) = \frac{\delta(y_{jn}^I)}{\delta(x_{jn}^I)} \times m_{jn} \quad (2.31)$$

式中, $SI(x_{jn}^l)$ 为系统不确定输入 x_{jn}^l 相对于系统响应 y_{jn}^l 的敏感性系数。系统输入 x_n 对于系统输出 y 的全局敏感性系数定义为式(2.32)。

$$SI(x_n) = \frac{\sum_{jn=1}^{Jn} SI(x_{jn}^l)}{\sum_{n=1}^L \sum_{jn=1}^{Jn} (x_{jn}^l)} \quad (2.32)$$

式中, Jn 为不确定变量 x_n 的焦元区间数。可以看出, 基于区间变化比的灵敏度分析法能够有效避免来自系统输入和输出之间的数量级差异而带来的计算误差。

(2) 基于改进 Pinching 的灵敏度分析

基于 Pinching 的灵敏度分析方法最早由 Ferson 提出^[237], 其实质就是在灵敏度分析中对分析的变量固定。首先将不确定变量 x_n 固定为名义值, 得到 $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n, \dots, \tilde{x}_N]^T$ 。对于 \tilde{x}_n 的计算 Guo 等^[238]给出式(2.33)。

$$\tilde{x}_n = \sum_{jn=1}^{Jn} \frac{\bar{x}_{jn} + x_{jn}}{2} m_{jn} \quad (2.33)$$

对比固定不同变量 x_n 时系统相应认知不确定的大小, 即可确定各变量对系统不确定影响的大小。结合可靠性分析定义失效阈值的 KS 距离的, 可得到不确定变量 x_n 对系统响应重要性程度。与 Guo 方法不同, 本文结合 Ferson 提出的 Pinching 方法定义如下两个指标: (1) 单变量指标: 引入(1)节中 $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n, \dots, \tilde{x}_N]^T$, 将不确定传播分析得到系统的不确定响应与原系统不确定相比, 得到该变量的灵敏度系数; (2) 全局变量指标: 比较变量固定为 \tilde{x}_n 时系统响应与原系统响应认知不确定的差别。对于上述两种定义指标, 计算表达式如式(2.34)所示:

$$SI = 100(1 - unc_i / unc_0) \% \quad (2.34)$$

式中, 符号 $unc(\cdot)$ 是对不确定传播结果的认知不确定度量, $unc(\cdot)$ 具体表达如式(2.35)-式(2.37)所示。

$$unc_0 = \sum_{n=1}^N m_n (\bar{y}_n - \underline{y}_n) \quad (2.35)$$

$$unc_1(x_n) = \sum_{jn=1}^{Jn} m_{jn} (\bar{y}_{jt} - \underline{y}_{jt}) \quad (2.36)$$

$$unc_2(x_n) = \sum_{mn=1}^{Mn} m_{mn} (\bar{y}_{mn} - \underline{y}_{mn}) \quad (2.37)$$

式中, $Mn = N_1 \times \dots \times N_{n-1} \times N_{n+1} \times \dots \times N_M$ 为固定变量 x_n 时联合焦元的总数; $unc_1(x_n)$ 、 $unc_2(x_n)$ 分别表示对于单变量指标和全局指标的认知不确定量化。由

式(2.35)-式(2.37)计算表达可以看出上述两种灵敏度指标之和不等于 1, 这一性质不同于第一种敏感性分析方法。

2.4 基于微分演化算法的混合不确定传播分析

基于证据理论的不确定传播关键在于寻找焦元中的结构响应极大和极小值, 求解结构响应极值的方法目前主要有: (1) 区间代数的计算方法; (2) 蒙特卡洛及其改进抽样方法; (3) 仿生智能优化算法。相较而言, 区间代数算法高效而直接, 但适用范围局限, 仅适用于系统有显式解且求解过程不涉及强非线性; 蒙特卡洛法在区间范围内抽取大量样本点, 并对每个样本点的系统响应进行逐一求解, 但运算量极大, 且随着不确定变量和焦元数目的增长, 联合焦元区间数量呈指数爆炸; 仿生智能算法包括遗传算法 (GA) [239]、粒子群算法 (PSO) [240]、微分演化法 [241] 等, 已被广泛的应用于优化求解中。研究表明, 微分演化算法在求解非凸、多峰、非线性优化问题中表现出较强的稳健性, 同时具有收敛较快的优点。本节将基于微分演化法 (Differential Evolution, DE) 的区间优化算法实现混合不确定传播。

2.4.1 微分演化算法

微分演化算法是由 Storn 和 Price 提出的一种基于种群的全局优化搜索策略, 通过变异、交叉和选择实现全局最优搜索, 具备记忆性可动态跟踪搜索情况以对搜索策略进行策略调整, 具有优异的全局收敛效率和较高的稳定性。

在不确定传播过程中, 证据理论里的不确定变量将转化为微分演化算法中的设计变量, 目标函数是最小化或最大化系统响应, 在满足设计变量在上下区间内的约束条件下寻求该区间内系统响应的最大值和最小值。定义 n 维向量 x_i^G , 如式(2.38)所示, 用于描述 n 个设计变量的优化问题。

$$x_i^G = (x_{i1}^G, x_{i2}^G, \dots, x_{im}^G)^T \in S, i = 1, 2, \dots, NP; G = 1, 2, \dots, \text{Max_it} \quad (2.38)$$

式中, $S \in R^n$ 为优化问题的搜索空间; NP 为种群规模, 表示每一个设计变量在每一代中的个体数; Max_it 为算法的迭代总数。DE 算法的核心是对当前种群 $x_i^G, G \in \nabla[0, \text{Max_it} - 1]$ 进行变异和交叉操作, 产生另一个新种群, 然后利用贪婪算法得到全局最优解向量。具体过程如下:

(1) 变异过程

变异操作是利用种群中个体参数差异指引搜索方向, 探索周围的新领域。以第 G 代为例, 对其种群进行变异更新, 得到第 $G+1$ 代的突变向量

$$v_i^{(G+1)} = \left(v_{i_1}^{(G+1)}, v_{i_2}^{(G+1)}, \dots, v_{i_n}^{(G+1)} \right)^T。变异公式如下：$$

$$v_i^{(G+1)} = x_i^{(G)} + F_1 \left(x_{best}^{(G)} - x_i^{(G)} \right) + F \left(x_{r_1}^{(G)} - x_{r_2}^{(G)} \right) \quad (2.39)$$

式中， $x_{best}^{(G)}$ 为第 G 代目标函数最优的个体； F_1 、 F 为变异因子，用于调整个体间的差异，保证搜索不陷于停滞，取值范围[0.4, 1.0]； r_1, r_2 是在集合 $\{1, 2, \dots, i-1, i, i+1, \dots, NP\}$ 中随机生成的互不相同的整数。

(2) 交叉过程

交叉操作是对上一代种群和下一代变异种群进行交叉选择以确保种群多样性。交叉选择产生试验向量 $u_i^{(G+1)} = \left(u_{i_1}^{(G+1)}, u_{i_2}^{(G+1)}, \dots, u_{i_n}^{(G+1)} \right)^T$ ，过程如式(2.40)所示。

$$u_{ij}^{(G+1)} = \begin{cases} v_{ij}^{(G+1)} & \text{if } randb(j) \leq CR \text{ or } j = rnbr(i) \\ x_{ij}^{(G)} & \text{if } randb(j) > CR \text{ and } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad (2.40)$$

式中， $j=1, 2, \dots, n$ ； $randb$ 函数的功能是产生 0~1 之间的随机数； $rnbr$ 函数是对 n 个整数进行随机排列， $rnbr(i)$ 表示设计变量维度 $1, 2, \dots, n$ 的随机排列中的第 i 个序号，用来保证试验向量 u 中的参数来自当代突变向量 v 的数目大于等于 1； CR 称为交叉概率，用于控制试验向量在变异个体和当前演化个体之间的继承比率，一般在[0.5, 1.0]之间选取。

(3) 选择过程

DE 算法采用贪婪准则：在经变异和交叉操作产生的子代个体（试验个体 u ）与父代个体之间进行竞争，优胜劣汰，两者中适应值更优者被保留进入下一代的演化过程。由此，第 $G+1$ 代的个体 $x_i^{(G+1)}$ ：

$$x_i^{(G+1)} = \begin{cases} u_i^{(G+1)} & \text{if } f(u_i^{(G+1)}) < f(x_i^{(G)}) \\ x_i^{(G)} & \text{if } f(u_i^{(G+1)}) \geq f(x_i^{(G)}) \end{cases} \quad (2.41)$$

简而言之，每一代的变异，交叉和选择三项操作是保证种群多样性，全局搜索能力强，寻优性能良好的重要手段，重复每一代的这三项操作直到满足设定的停止准则，就可以得到问题的最优值。

2.4.2 证据理论不确定传播的微分演化算法

在证据理论不确定分析中，采用信任区间测度[Bel, Pl]进行不确定量化，为了克服顶点法和蒙特卡洛法存在的缺陷，本节引入微分演化算法求解区间焦元内系统响应的最大值和最小值，提出了基于微分演化算法的区间优化算法来实现不确定传播。如图 2.10 表明基于微分演化区间优化技术的不确定传播分析过程。

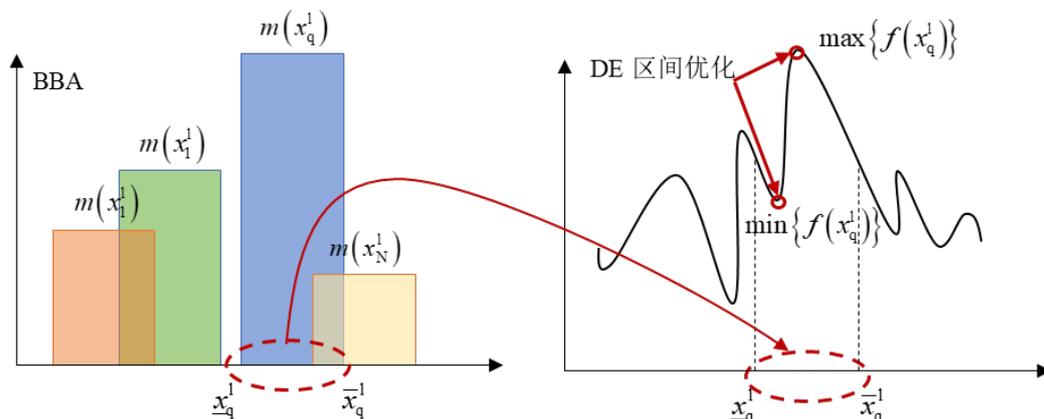


图 2.10 基于 DE 区间优化的不确定传播示意图

结合 DE 算法和 D-S 理论的不确定量化分析流程如图 2.11 所示。

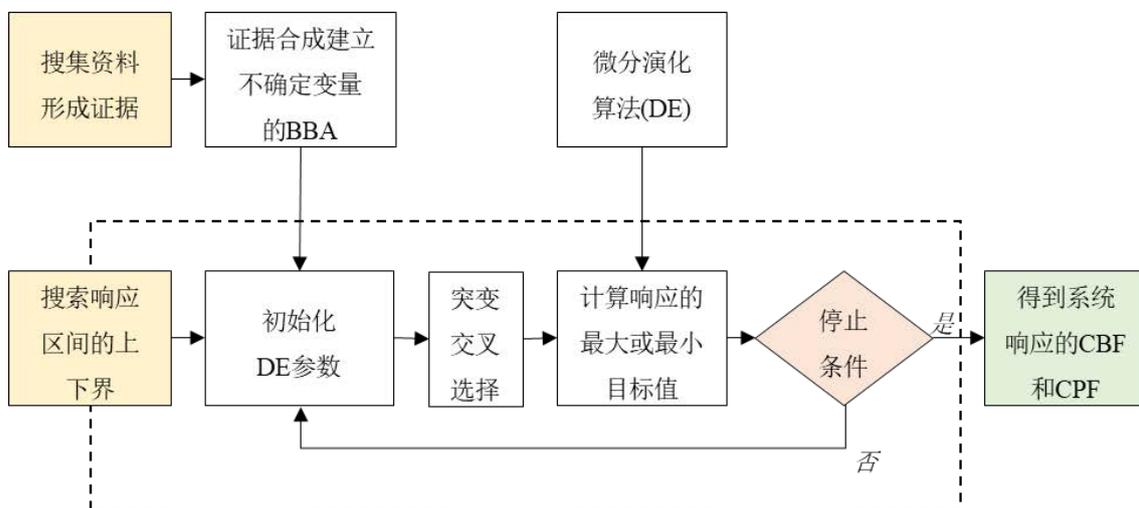


图 2.11 结合 DE 算法的证据理论不确定分析流程

2.4.3 基于证据理论和微分演化的不确定量化框架

综合 2.2-2.4 节, 基于证据理论和微分演化的不确定量化可划分为三个过程:

- (1) 不确定表达; (2) 不确定传播; (3) 不确定测量。

如图 2.12 所示, 基于证据理论和微分演化的不确定量化过程有以下关键工作:

(I) 不确定信息的归集: (1) 收集、整理不确定信息; (2) 归纳、划分为随机不确定、认知不确定; (3) 利用证据融合法则对认知不确定的证据信息进行整合。

(II) 证据理论的表达和传播: (1) 根据证据理论的表达原则, 对随机不确定和认知不确定进行表达; (2) 利用笛卡尔乘积得到的联合焦元区间和对应的基

本信任分配结构。

(III) 微分演化算法的处理：(1) 将联合焦元区间依次带入系统函数；(2) 通过微分演化算法计算基于联合焦元区间的系统响应极值；

(IV) 系统响应的证据理论表达：(1) 结合系统响应的焦元区间以及对应的联合基本信任分配函数，转化为系统响应的证据理论表达；(2) 利用累积信任分配函数框架得到累积信任函数、累积似然函数。

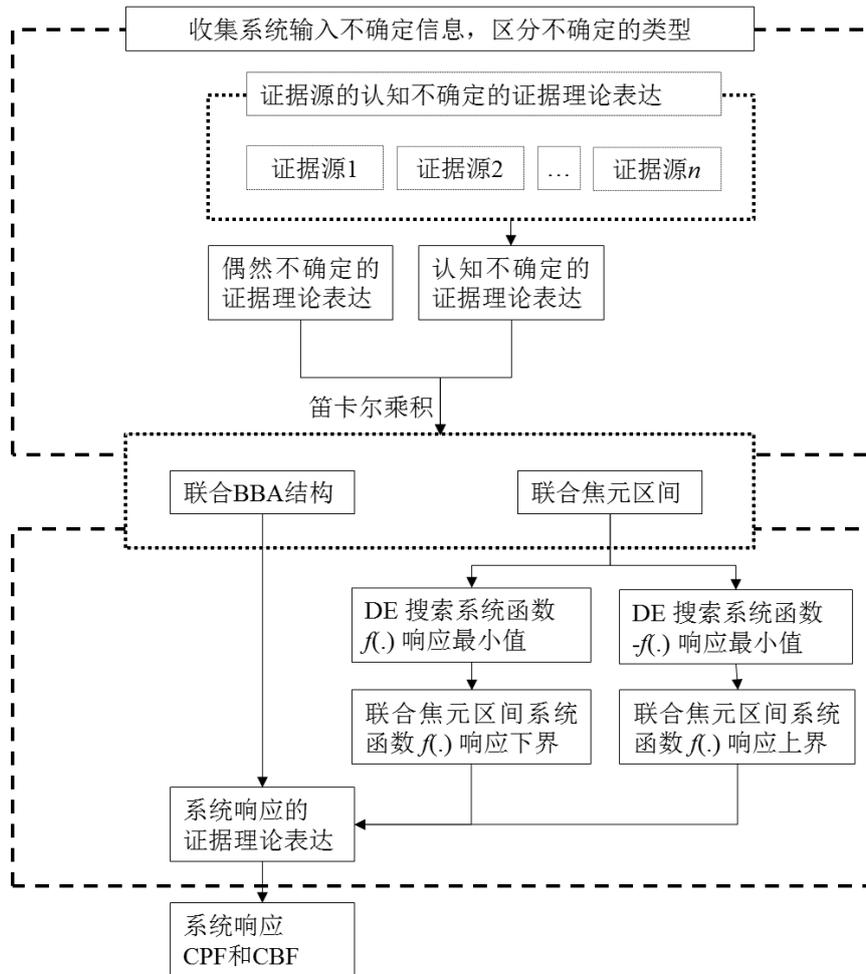


图 2.12 基于证据理论和微分演化的不确定量化过程

2.5 数值算例

(1) 变量为认知不确定性参数

考虑如下的三种不同的解析函数：

$$y_1 = (x_1 - 3)^2 - (x_2 - 3) + (x_3 - 3)^3 \quad (2.42)$$

$$y_2 = 8^{x_1-3} + 0.5(x_2 - x_3)^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}(x_3 - 3) \quad (2.43)$$

$$y_3 = \ln(5x_1) - \sin(x_2 - 1) + (x_3 - 4)^2 \quad (2.44)$$

假设不确定变量 x_1 、 x_2 、 x_3 均为认知不确定参数，具有相同的 BBA 结构，根据已知的 90 组数据得到不确定变量的证据表达如图 2.13 所示。此时，联合辨识框架共有个 $6^3 = 216$ 三维超立方焦元，利用 DE 在每个三维超立方体上求解函数极值，并通过传播得到对应函数值的证据理论 BBA 结构。此外，对现有的 90 组数据进行拟合，得到其近似概率密度函数如图 2.13 中黑色曲线所示。

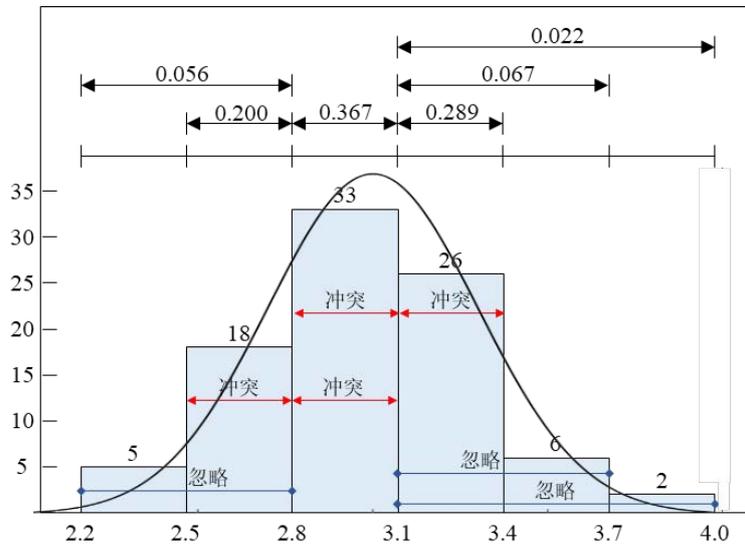


图 2.13 不确定变量的证据表达

对于每一个函数值 y_1 、 y_2 、 y_3 ，可采用基于微分演化的不确定传播方法求解其相应的 *Bel* 和 *Pl*，连接所有联合焦元区间计算结果即可获得信任度和似然度的累积分布区间。同时，为了与概率理论比较，按照每个不确定变量服从的概率分布抽取 10^6 个采样点，采用 MCS 方法计算出其累积概率分布曲线。三种函数对应的计算结果如图 2.14 所示。观察图 2.14 可以发现，证据理论结果较好地包含了函数值域范围内的概率分布，因此当对变量数据掌握不足时，采用基于大量假设和简化的概率模型来表达，得到的不确定传播分析结果是值得怀疑的。而证据理论可以根据有限的信息得到函数值的分布区间，避免概率假设造成的偏差。

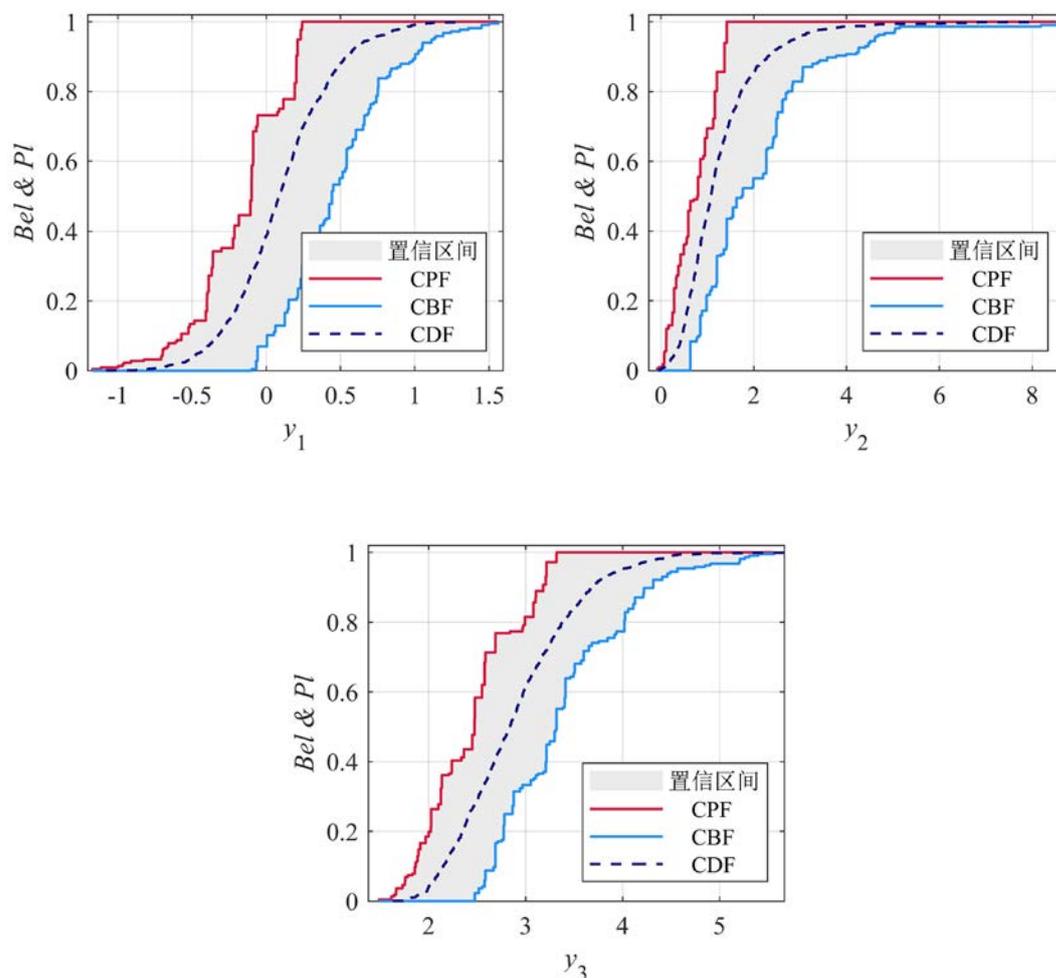


图 2.14 三种函数累积分布结果

根据节中的改进 Pinching 方法计算各变量的全局敏感性系数结果如图 2.15 所示。从图 2.15 中可以看出，在不同的函数中，变量的敏感性系数有显著的不同。对于函数值 y_2 ，变量 x_1 的认知不确定影响显著， x_2 的影响微小在进行进一步的研究时可以忽略不计，而 y_3 的认知不确定则受到 x_3 的影响显著。表 2.1 给出了三种函数值的结果信息，表明了证据理论计算结果是概率结果上下界的估计。为分析利用微分演化进行不确定传播分析的有效性和准确性，本文亦采用 10^5 次 MCS 方法得到函数值的证据理论量化结果一同列于表 2.1 中。对比三种函数的计算结果可以看出，微分演化区间优化策略具有良好的计算精度；并且在相同的设备条件下，以 y_1 为例相对于 10^5 次 MCS 方法的计算耗时 821.38s，基于微分演化的计算耗时 25.26s 具有极高的计算效率，对于解决复杂的非线性问题具有更大的优势。

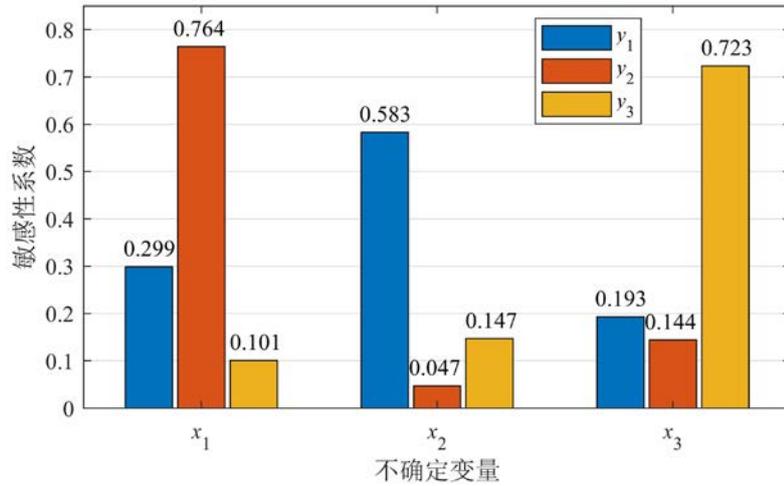


图 2.15 敏感性分析结果

表 2.1 证据理论与概率理论计算结果比较

结果信息		概率理论	证据理论 (基于微分演化)	证据理论 (10 ⁵ 次 MCS)
y ₁	期望	0	[-0.172,0.483]	[-0.175,0.483]
	中位数	0.083	[-0.099,0.442]	[-0.097,0.438]
	75%分位	0.307	[0.115,0.702]	[0.115,0.710]
y ₂	期望	1.259	[0.736,2.079]	[0.737,2.070]
	中位数	1.077	[0.801,1.764]	[0.821,1.756]
	75%分位	1.584	[1.160,2.619]	[1.168,2.622]
y ₃	期望	2.890	[2.445,3.395]	[2.451,3.302]
	中位数	2.836	[2.473,3.318]	[2.480,3.323]
	75%分位	3.266	[2.688,3.846]	[2.692,3.851]

(2) 变量为随机不确定性参数

Bel 和 *Pl* 组成的区间测度反映了命题的认知不确定性,当这种认知不确定性减少时,即辨识区间划分的焦元数目越密时,证据理论的不确定测度 *Bel* 和 *Pl* 之间的距离逐渐减少,趋近于概率理论的累积分布曲线。当认知不确定性减少至可以忽略时,即只存在随机不确定, *Bel* 和 *Pl* 重合,证据理论退化为概率理论。

为了验证这一结论,假设不确定变量 x_1 、 x_2 、 x_3 均服从正态分布,均值 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 3$,标准差 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.3$ 。为构建不确定变量的 BBA 结构,将辨识区间离散为多个子区间,每个焦元区间的基本信任函数通过概率模型获得,

共设置三组工况的 BBA 框架，分别为 4 区间、6 区间、8 区间，如表 2.2 所示。

表 2.2 不确定变量的三组 BBA 框架

工况 1		工况 2		工况 3	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[2.2,3]	0.056	[2.2,2.5]	0.056	[2.2,2.6]	0.033
[2.5,3]	0.455	[2.5,2.8]	0.200	[2.4,2.6]	0.078
[3,3.5]	0.444	[2.8,3.1]	0.367	[2.6,2.8]	0.144
[3,4]	0.044	[3.1,3.4]	0.289	[2.8,3]	0.267
		[3.1,3.7]	0.067	[3,3.2]	0.233
		[3.1,4]	0.022	[3.2,3.4]	0.144
				[3.2,3.6]	0.067
				[3.6,4]	0.033

为了便于比较，以函数值 y_1 为例，将三组工况的计算结果与概率理论计算结果一同绘于图 2.16 中。 CBF_i 和 CPF_i ($i = 1,2,3$) 分别表示各工况的累积信任函数和累积似然函数，黑色实线为概率理论计算得到的累积分布函数。由图 2.16 可以看出，随着区间划分逐渐密集， Bel 和 Pl 形成的区间越来越窄，证据理论的计算结果越趋近于概率理论的计算结果。当离散区间数目趋近于无穷大时，证据理论计算得到 y_1 的精确概率分布。

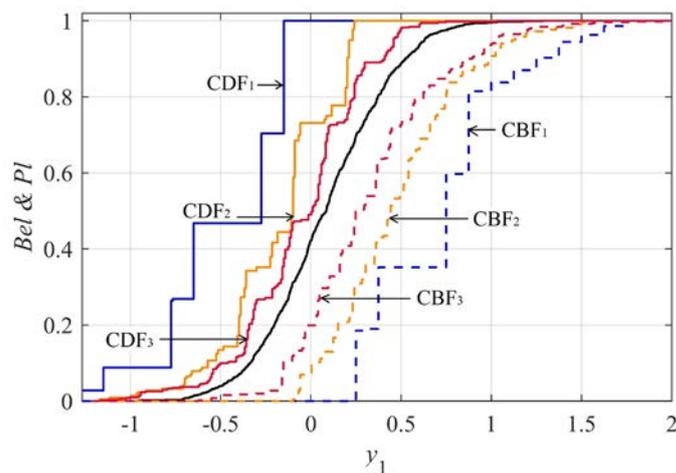


图 2.16 三种工况的 CPF 和 CBF 曲线

(3) 变量为混合不确定性参数

在实际问题中不确定因素是多样化的，往往会出现混合不确定性。假设上述不确定变量服从的概率分布类型是确定的，而分布参数是不确定的。其中变量的

分布类型刻画了其随机不确定性，而分布参数包含了认知不确定性。

以上述算例中的函数值 y_1 为例。假设变量 x_1 、 x_2 、 x_3 均服从正态分布，其均值和标准差的 BBA 结构如表 2.3 所示。根据外离散法将变量的累积分布函数平均化为 10 个区间，采用证据理论的 BBA 结构形式表达本例中的混合不确定。 x_1 、 x_2 、 x_3 离散后的焦元区间分别为 $3 \times 3 \times 10 = 90$ 、120、120 个，因此混合不确定的传播分析更为复杂。图 2.17 给出了基于证据理论的混合不确定传播计算结果，作为比较，图中也给出了上节中确定性分布参数的概率结果。

表 2.3 正态分布参数的 BBA 框架

μ_1		μ_2		μ_3	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[2.5,3.2]	0.28	[2.75,3.25]	0.1	[2.3,2.5]	0.3
[2.8,3.2]	0.5	[2.90,3.25]	0.4	[2.5,3]	0.5
[2.8,3.5]	0.22	[3.05,3.35]	0.4	[2.5,3.3]	0.2
		[3.15,3.5]	0.1		
θ_1		θ_2		θ_3	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[0.28,0.295]	0.15	[0.29,0.305]	0.25	[0.27,0.32]	0.1
[0.29,0.3]	0.55	[0.305,0.32]	0.6	[0.29,0.32]	0.4
[0.3,0.32]	0.3	[0.31,0.33]	0.15	[0.3,0.33]	0.4
				[0.31,0.35]	0.1

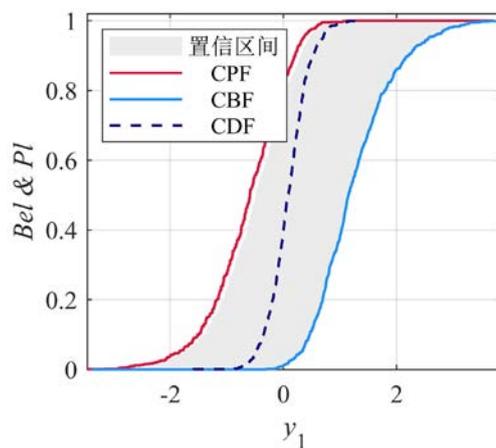


图 2.17 累积分布结果

观察图 2.17 可以发现：概率理论得到的 CDF 曲线是基于证据理论的混合不

确定传播计算得到的 CPF 曲线和 CBF 曲线所围成区域内的一条曲线，概率理论表达的随机不确定性只是证据理论表达的混合不确定性中分布参数取单点数值时的特殊情况。因此，当没有足够的拟合数据时，可采用符合数据信息分布的区间值代替概率参数的单点估计值，并在这些区间上分配信任度以表示不确定变量落在这些区间内的可能性，采用这样的证据表达将有效避免概率参数假设造成的误差。

2.6 本章小结

本章介绍了证据理论处理认知不确定的基本理论，对证据理论中的辨识框架，基本信任分配函数，信任函数和似然函数以及合成规则进行了逐一的介绍，并讨论了证据理论与概率理论之间的区别与联系。发展一种基于证据理论的多种类型不确定统一表达方法。此外，为提高不确定传播效率，提出了基于微分演化算法的区间极值求解策略。提出了基于证据理论和微分演化的不确定量化框架，减轻了复杂结构不确定量化分析的计算负担。通过数值算例验证了该方法处理随机不确定、认知不确定及混合不确定传播分析的有效性和合理性。

第3章 混合不确定下线性结构动力可靠性分析

3.1 引言

工程实际中广泛存在着不确定性问题,结构系统在建造、服役期内会受到地震等具有强随机性的动力作用,同时结构系统自身材料特性与几何参数也存在固有不确定性。工程中的不确定按照其来源可分为随机不确定和认知不确定,如何评估混合不确定性下结构系统的动力可靠性是近年来工程界和学术界的研究热点和难点之一。在结构系统的动力可靠性分析中,地震激励中涉及的随机不确定通过用经典概率理论和随机过程理论对其进行量化描述,已被广泛研究。相对于信息完备能够以完整概率形式表达随机不确定,由于数据缺乏、试验机会有限以及对结构系统复杂受力机理认识水平较低而导致的认知不确定性,以及两者混合的不确定性在结构工程领域广泛存在。为了简化分析,传统的结构动力可靠性研究往往将两种不确定分离,即分别考虑随机系统在确定地震激励下的可靠性问题和确定性系统在随机激励下的可靠性问题,难以实现两者的统一处理。基于全概率定理的方法可以同时考虑系统的随机性与外部随机激励,从多角度处理不确定性来源对可靠性的影响。然而利用传统概率框架进行动力可靠性分析时无法估计混合不确定对结构动力可靠性的影响,故而其分析结果过于理想化,不能满足实际工程需求。

本章考虑混合不确定性下的线性结构动力可靠性分析问题,提出一种基于自适应条件失效概率响应面代理模型的双层嵌套方法。在全概率框架下,将混合不确定解耦为两种不确定的条件概率形式。为减轻计算量,建立自适应条件失效概率响应面代理模型,通过微分演化区间优化算法在该响应面上求解认知不确定联合焦元区间内系统响应的极大极小值,结合全概率定理得到失效概率区间测度的上下边界。

3.2 混合不确定下线性结构动力可靠性分析

3.2.1 线性结构动力可靠性问题数学描述

为不失一般性,混合不确定下线性结构受到随机激励时的运动方程可表达如下:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t) + \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha})\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t) + \mathbf{K}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t) = \mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha})\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t) \quad (3.1)$$

式中： $\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})$ 、 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\mathbf{K}(\boldsymbol{\alpha})$ 分别表示结构系统的质量、阻尼和刚度矩阵； $\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 、 $\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 和 $\mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 分别为结构系统的加速度、速度和位移向量； $\mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha})$ 为结构系统参数对应的定常向量， $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 为随机激励；参数向量 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$ 表示结构系统相互独立的 N 维不确定参数向量；参数向量 $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k]^T$ 表示外部随机激励模型中相互独立的 k 维不确定参数向量。线性结构受到外部作用为：

$$\mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha})\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t) = \text{vec}\left(\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{E}_m\sqrt{\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)}\exp(i\boldsymbol{\omega}t)\right) \quad (3.2)$$

其中 \mathbf{E}_m 表示单位矩阵， $\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 表示包含不确定参数 $\boldsymbol{\beta}$ 的功率谱强度函数，即当随机激励模型参数取值为 $\boldsymbol{\beta}^0$ 时，外部激励随机过程谱表示为 $\ddot{u}_g^0(\boldsymbol{\omega}, t) = \sqrt{\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta}^0, \boldsymbol{\omega}, t)}\exp(i\boldsymbol{\omega}t)$ 。

结构系统的失效定义为系统的某一与位移或速度响应相关的量（例如，绝对位移、相对位移、控制点的应力或应变）超过给定阈值 b_r （确定性的常量），这种基于时变失效概率的可靠性评估问题也被称为首次超越问题。根据结构或系统的动力反应的临界值，考虑双侧界限的结构系统动力可靠性问题，即选定结构系统某种响应随机过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 的绝对值在给定时间段内对给定界限 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)| = |b_r|$ ， $|b_0| < |b_1| < \dots < |b_r| < \dots < |b_T|$ 的超越问题。一般地，结构系统响应 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)|$ 在时间段 $[0, T]$ 内的动力可靠性可表述为跨越界限 $|b_r|$ 次数为零的概率，故而， $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)|$ 动力可靠性函数可由式(3.3)表达：

$$\begin{aligned} P_r(|b_r|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) &= 1 - P_f(|b_r|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) \\ &= 1 - P\{\exists t \in [0, T], |y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)| \geq |b_r|\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

式中 $P_f(|b_r|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T)$ 为时间段 $[0, T]$ 内的累积失效概率。由于结构系统及激励模型参数存在认知不确定性，而外部激励中的涉及的随机不确定通过用经典概率理论和随机过程理论对其进行量化描述，混合不确定下结构系统的动力可靠性计算比确定性系统困难得多。

3.2.2 基于全概率定理的混合不确定下线性结构动力可靠性分析

根据式(3.3)可以看出，结构的动力可靠性 $P_r(|b_r|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T)$ 依赖于不确定结构参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和外部激励不确定参数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 及随机过程 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\omega}, t)$ 。在结构系统的动力可靠性分析中，外部激励中的涉及的随机不确定 $\boldsymbol{\omega}$ 通过用经典概率理论和随机过程理论对其进行量化描述。当参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 有充足的统计数据，能用精确地概率分布表达，且对外部随机激励模型有完整的认识，激励模型的参数 $\boldsymbol{\beta}$ 有明确的信息时，

$y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 的不确定量化结果是单一的概率分布曲线, $P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T)$ 为确定性的解。而当结构参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的统计信息不完备或外部激励不确定参数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 的认知水平较低, 使 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 的量化结果无法利用单一的概率模型进行描述。传统的结构动力可靠性研究往往分别考虑随机系统在确定地震激励下的可靠性问题和确定性系统在随机激励下的可靠性问题, 难以实现两者的统一处理。基于全概率定理的方法可以同时考虑系统的随机性与外部随机激励, 从多角度处理不确定性来源对可靠性的影响。

基于全概率定理, 结构系统的失效概率可表达为式(3.4)的连续表达形式或式(3.5)的离散表达形式:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) = \int_{\Omega_\alpha} \int_{\Omega_\beta} P\{FE(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0)\} p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0) p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0 \quad (3.4)$$

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k P\{FE(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^j)\} P_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^i) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^j) \quad (3.5)$$

式中 FE 表示失效事件, 即 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)| \geq |b_\tau|$, $P\{FE(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0)\}$ 为 $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 的一次样本取值为 $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0)$ 时, 随机过程激励 $\ddot{u}_g^0(\boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下的结构系统条件失效概率, $p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0)$ 和 $p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0)$ 分别表示不确定变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的概率密度函数, Ω_α 和 Ω_β 为其支撑集。当 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 为认知不确定变量时, 其不确定分布无法通过概率模型进行表达, 需采用式(3.5)所示的离散形式进行失效概率求解。

由上述推导可以看出, 基于全概率定理的方法可以同时考虑结构系统和外部激励模型参数的不确定性以及外部激励随机过程作用, 从多角度处理不确定性来源对可靠性的影响, 分析过程清晰。特别地, 当结构系统和外部激励模型参数为认知不确定变量时, 采用全概率定理不需要额外的假设从而保证了计算结果的准确性。

3.2.3 混合动力可靠性的证据理论表达

当不确定参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 为认知不确定参数时, 结构动力可靠性表达也包含认知不确定。作为概率理论的有效补充, 证据理论因其能够灵活的构建 BBA 结构, 能够很好的刻画认知不确定, 被认为是极具潜力的非概率量化方法。在本文的研究中, 利用证据理论刻画结构不确定参数的认知不确定 $\boldsymbol{\alpha}$ 和外部激励模型包含的认知不确定 $\boldsymbol{\beta}$, 则不确定参数 $\alpha_n, n \in \forall[1, N]$ 、 $\beta_k, k \in \forall[1, K]$ 可由焦元区间 α_n^1 、 β_k^1 与基本信任分配 m_{n, j_n} 和 m_{k, j_k} 组成:

$$\{\alpha_{n, j_n}^1, m_{n, j_n}\} = \left\{ \left[\underline{\alpha}_{n, j_n}, \bar{\alpha}_{n, j_n} \right], m_{n, j_n} \right\} \quad j_n \in \forall[1, J_n] \quad n \in \forall[1, N] \quad (3.6)$$

$$\{\beta_{k, j_k}^1, m_{k, j_k}\} = \left\{ \left[\underline{\beta}_{k, j_k}, \bar{\beta}_{k, j_k} \right], m_{k, j_k} \right\} \quad j_k \in \forall[1, J_k] \quad k \in \forall[1, K] \quad (3.7)$$

其中 $\underline{\alpha}_{n, j_n}$ 和 $\bar{\alpha}_{n, j_n}$ 分别表示不确定变量 α_n 的第 j_n 个焦元区间 α_{n, j_n}^1 的上下边界;

J_n 为不确定参数 α_n 的焦元数目； $\underline{\beta}_{k,j_k}$ 和 $\bar{\beta}_{k,j_k}$ 分别表示不确定变量 β_k 的第 j_k 个焦元区间 β_{k,j_k}^1 的上下边界； J_k 为不确定参数 β_k 的焦元数目。根据上述表达，系统不确定输入包含不确定参数向量的联合焦元区间和对应的联合 BBA 结构可由笛卡尔乘积得到：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_q^1 &= \left[\alpha_{1,j_1}^1, \dots, \alpha_{n,j_n}^1, \dots, \alpha_{N,j_N}^1, \beta_{1,j_1}^1, \dots, \beta_{k,j_k}^1, \dots, \beta_{N,j_N}^1 \right] \\ m_q &= \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K m_{n,j_n} m_{k,j_k} \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中， \mathbf{x}_q^1 为 $(N+K) \times 1$ 维联合不确定输入变量， $q \in \forall[1, Q]$ ， $Q = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K J_n J_k$ 。将式(3.8)中不确定参数的证据理论表达代入式(3.5)中的混合动力可靠性分析的全概率公式中，得到不确定变量 \mathbf{x}_q^1 联合焦元区间内在给定阈值 $|b_\tau|$ 下的失效概率的上下界：

$$\left[P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T) \right] = \left[\begin{array}{c} \min(P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)) \\ \max(P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)) \end{array} \right]^T \quad (3.9)$$

故而基于证据理论的结构失效概率表达如式(3.10)所示：

$$\left[P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, T) \right] = \left[\begin{array}{c} \sum_{q=1}^Q \left\{ \min(P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)) \right\} m_q \\ \sum_{q=1}^Q \left\{ \max(P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)) \right\} m_q \end{array} \right]^T \quad (3.10)$$

对应于混合动力可靠性分析的全概率公式中的条件失效概率，式中 $P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)$ 为焦元区间内 \mathbf{x}_q^1 变量一次样本取值为 $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0)$ 时，随机过程激励 $\ddot{u}_g^0(\boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下的结构系统条件失效概率。

从式(3.10)可以看出基于证据理论表达的混合不确定下的结构失效概率可以转化为对应焦元区间内的条件失效概率的上下界分析。然而利用证据理论不确定建模时极易出现联合焦元区间的组合爆炸，即使采用第 2 章中基于微分演化的区间优化算法求解结构在联合焦元区间上的极值问题，优化过程中每一次循环都要进行一次随机过程激励 $\ddot{u}_g^0(\boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下的结构系统条件失效概率 $P_f^0(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)$ 的计算。为减轻在动力可靠性分析中因证据理论不确定传播而带来的庞大负担，本文引入 Kriging 代理模型技术应用于构建不确定参数与条件失效概率之间的非线性关系，建立条件失效概率在不确定变量空间内的代理模型，并在代理模型基础上通过微分演化区间优化方法直接计算混合不确定下的动力可靠性。-

3.3 基于自适应 Kriging 代理模型的混合可靠性分析

3.3.1 Kriging 代理模型方法

Kriging 模型是一种定量分析输入输出映射的代理模型，作为一种半参数化的方差估计最小的随机过程插值算法，具有局部和全局的统计特征，已广泛应用于工程中的可靠性分析。基于全概率定理进行混合不确定性下结构的动力可靠性分析，式(3.4)中的精细积分难以计算；另一方面即使采用式(3.5)中的离散形式进行分析，由于认知不确定的加入，需要反复进行 $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 某次样本下的条件失效概率 $P\{FE(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0)\}$ 计算，计算成本显著增加，无法通过传统的方法求解，因此本文提出一种基于自适应 Kriging 代理模型的随机系统动力可靠性分析方法。采用 Kriging 方法组建条件失效概率的代理模型，用来描述随机参数 $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^j)$ 与条件失效概率 $P\{FE(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^j)\}$ 之间的映射关系，从而通过全概率定理进行结构系统的动力可靠性分析。

将结构系统随机参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 及外部激励随机参数 $\boldsymbol{\beta}$ 统一表达为 $(N+K) \times 1$ 维联合不确定向量 \mathbf{x} 。为简化公式表达形式，后文推导中省略外部激励中的涉及的随机不确定 $\boldsymbol{\omega}$ ，结构系统在外激励随机过程作用下的条件失效概率的求解方法在后续 3.4 节及 3.5 节进行推导，这里条件失效概率表达为 $P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x})$ ，。给定 $(N+K) \times 1$ 维试验设计点向量 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m]^T$ ，对应 Kriging 模型的输出为条件失效概率向量 $\mathbf{P}_{b_r, T}^{con} = [P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x}_1), P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x}_2), \dots, P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x}_m)]^T$ ，通过上述试验设计点构造 Kriging 模型，模型输出表示为：

$$P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}(\mathbf{x})\boldsymbol{\eta} + z(\mathbf{x}) \quad (3.11)$$

其中， $\mathbf{h}(\mathbf{x})\boldsymbol{\eta}$ 为 Kriging 模型的趋势项， $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_k(\mathbf{x})]^T$ 为基底函数向量， $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1(\mathbf{x}), \eta_2(\mathbf{x}), \dots, \eta_k(\mathbf{x})]^T$ 为回归系数向量。上述基底函数通常有以下三种方式构造：

常数型：

$$h_1(x) = 1 \quad (3.12)$$

线性函数型：

$$h_1(x) = 1, h_2(x) = x_1, \dots, h_{d+1}(x) = x_d \quad (3.13)$$

二次函数型：

$$h_1(x) = 1, h_2(x) = x_1, \dots, h_{d+1}(x) = x_d$$

$$h_{d+2}(x) = x_1^2, \dots, h_{2d+1}(x) = x_1 x_d \quad (3.14)$$

$$h_{2d+2}(x) = x_2^2, \dots, h_{3d}(x) = x_2 x_d, \dots, h_{d^2}(x) = x_d^2$$

$z(\mathbf{x})$ 是一个均值为 0 服从正态分布的平稳高斯过程, 其两点的方差有如下表达:

$$\text{cov}(z(x), z(\tilde{x})) = \sigma^2 R(\nu, x, \tilde{x}) \quad (3.15)$$

其中, σ^2 为随机过程方差函数, $R(\nu, x, \tilde{x})$ 为参数为 ν 的相关函数。对于相关函数矩阵有如下表达:

$$\mathbf{R}(\nu, \mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^{d^2} R(\nu, x_i, \tilde{x}_i) \quad (3.16)$$

常用的相关函数有指数型、指数高斯、高斯模型、线性模型等。特殊地, 高斯模型能够提供相对平滑无限可微的表面因而应用最为广泛:

$$R(\nu, dis_i) = \exp(-\nu_i |dis_i|^2) \quad (3.17)$$

其中 dis_i 为两个点之间的相对距离, 参数 ν 的值一般采用无约束拟合优化得到。根据前述推导不难得出, 对于一个参数向量 ν 对应的 $\mathbf{R}(\nu, \mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$ 是确定的。这样给定样本 \mathbf{x}_i 的预测值为:

$$\hat{P}_{b_i, T}^{con}(\mathbf{x}_i) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_i) \hat{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{r}^T(\nu, \mathbf{x}_i) \mathbf{R}^{-1}(\nu, \mathbf{X}) (\mathbf{P}_{b_i, T}^{con} - \mathbf{H}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\eta}}) \quad (3.18)$$

其中,

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = (\mathbf{H}^T(\mathbf{X}) \mathbf{R}^{-1}(\nu, \mathbf{X}) \mathbf{H}(\mathbf{X}))^{-1} \mathbf{H}^T(\mathbf{X}) \mathbf{R}^{-1}(\nu, \mathbf{X}) \mathbf{P}_{b_i, T}^{con} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{r}(\nu, \mathbf{x}_i) = [\mathbf{R}(\nu, \mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \mathbf{R}(\nu, \mathbf{x}, \mathbf{x}_2), \dots, \mathbf{R}(\nu, \mathbf{x}, \mathbf{x}_m)]^T \quad (3.20)$$

\mathbf{H} 为 Kriging 模型趋势项的设计矩阵, 满足 $\mathbf{H}_{i,j} = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_i)$ 。 $\hat{P}^{con}(\mathbf{x}_i)$ 的方差估计可通过下式计算得到:

$$\sigma^2(\hat{P}_{b_i, T}^{con}) = \frac{1}{m} (\mathbf{P}_{b_i, T}^{con} - \mathbf{H}(\mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\eta}})^T \mathbf{R}^{-1}(\nu, \mathbf{X}) (\mathbf{P}_{b_i, T}^{con} - \mathbf{H}(\mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\eta}}) \quad (3.21)$$

3.3.2 混合可靠性自适应代理模型技术

由于失效概率计算成本高昂, 考虑到计算资源有限性, 构建代理模型的一个关键问题就是如何通过更“好”地选取样本点来提高代理模型的精度。而在工程应用中往往针对某一阈值规定结构系统的临界失效概率, 因此临界失效概率对应的随机参数样本附近区域的计算精度更为重要。结合 Kriging 和原始 MCS 的自

适应代理模型方法 (Adaptive Kriging Monte Carlo Simulation, AK-MCS), 根据学习函数主动地训练代理模型精确逼近关键区域的失效概率, 使代理模型不断优化, 提高计算精度的同时节约计算成本。自适应代理模型技术的关键在于学习函数及代理模型更新的停止准则, 然而目前已有的学习函数和停止准则全部是为概率可靠性分析所提出的, 本文提出一种 Kriging 模型与微分演化区间优化技术相结合的针对混合动力可靠性分析的自适应 Kriging 微分演化 (Adaptive Kriging Differential Evolution, AK-DE) 方法, 通过两阶段自适应更新在提高关键区域预测精度的同时保证各联合焦元区间内的全局精度。

(1) 自适应更新第一阶段: 提高关键区域预测精度

本文选择基于错误分类的 U 函数作为学习函数, 改进 Kriging 模型对模型输出正负号的预测能力, 挑选 Kriging 模型输出的正负号最有可能被预测错误的点作为新增的代理模型试验设计点。认知不确定参数空间内的某一样本点取值为 \mathbf{x} 时, 随机过程激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下的结构系统条件失效概率, 对于设定的临界失效概率 \tilde{P}_f , 定义条件失效概率的归一化指标:

$$g_{b_r, T}(\mathbf{x}) = \frac{P_{b_r, T}^{con}(\mathbf{x})}{\tilde{P}_f} - 1 \quad (3.22)$$

对于认知不确定参数空间内的所有候选样本点 \mathbf{s} , 基于错误分类的 U 函数定义为:

$$U(\mathbf{s}) = \frac{|\mu_{\hat{g}_{b_r, T}}(\mathbf{s})|}{\sigma_{\hat{g}_{b_r, T}}(\mathbf{s})} \quad (3.23)$$

其中 $\mu_{\hat{g}_{b_r, T}}(\mathbf{s})$ 和 $\sigma_{\hat{g}_{b_r, T}}(\mathbf{s})$ 分别为 $\hat{g}_{b_r, T}(\mathbf{s})$ 的预测均值和标准差。当代理模型预测值与真实值的符号不同时, 认为 Kriging 代理模型发生错误分类, 因此相应的错误分类的概率为:

$$P_m(\mathbf{s}) = \Phi(-U(\mathbf{s})) \quad (3.24)$$

其中 Φ 为标准高斯变量的 CDF。下一个样本点从样本集中选取错误分类概率最大点产生, 即最有可能通过极限状态函数代理模型 $\hat{g}_{b_r, T}(\mathbf{s})$ 错误分类为安全/失效的点:

$$\mathbf{s}^* = \arg \min_{\mathbf{s} \in S} U(\mathbf{s}) = \arg \max_{\mathbf{s} \in S} P_m(\mathbf{s}) \quad (3.25)$$

由于 U 函数是基于代理模型预测符号错误分类, 因此采用微分演化方法在认知不确定参数空间内选择学习函数值最小的样本点 \mathbf{s}^* 作为新增样本点, 重新计算归一化失效概率 $g_{b_r, T}(\mathbf{s}^*)$, 与上一代的样本点合并组成新的样本集并构建更新后的代理模型。

当达到停止准则时，Kriging 代理模型的试验设计中停止加入新样本点，从而终止代理模型精度提升。与 U-函数相关的标准停止准则定义为：当 $\min_i U(\mathbf{s}^{(i)}) > 2$ （其中 $i=1, \dots, N_{MC}$ ）时，迭代停止。这个准则非常保守，在结构可靠性方面，与失效概率本身评估的不确定性相关联的另一替代停止准则作为第一阶段的停止准则更为有效：

$$\frac{\hat{P}_{ex}^+ - \hat{P}_{ex}^-}{\hat{P}_{ex}^0} \leq \varepsilon_{\hat{P}_{ex}} \quad (3.26)$$

其中 $\varepsilon_{\hat{P}_{ex}}$ 为容许误差，三项失效概率分别定义为：

$$\hat{P}_{ex}^0 = P\left\{\mu_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s}) \leq 0\right\} \quad (3.27)$$

$$\hat{P}_{ex}^{\pm} = P\left\{\mu_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s}) \mp k\sigma_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s}) \leq 0\right\} \quad (3.28)$$

其中 $k = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$ 设定置信水平 $(1 - \alpha)$ ，一般地 $k = \Phi^{-1}(97.5\%) = 1.96$ 。

(2) 自适应更新第二阶段：提高各联合焦元区间内预测精度

在第一阶段自适应更新完成后的 Kriging 代理模型基础上，采用微分演化区间优化技术进行认知不确定传播。基于微分演化的证据理论不确定传播其实质就是在联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I 上两次寻优，得到联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I 上条件失效概率上下边界的过程。因此在优化过程中，对代理模型寻优得到校正点，然后计算校正点处的条件失效概率，加入代理模型样本集中。在代理模型基础上采用微分演化算法得到各联合焦元区间上条件失效概率信任区间。

为避免采用响应最优策略确定校正点引发的局部收敛问题，在选择校正点时综合考虑 Kriging 模型的预测值与预测标准差。对于联合焦元区间内条件失效概率下界，采用 EI (Expected improvement) 函数寻优，EI 函数定义如下：

$$EI_{\min}(\mathbf{s}) = \left(g_{\min} - \mu_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s})\right) \Phi\left(\frac{g_{\min} - \mu_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s})}{\sigma_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s})}\right) + \sigma_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s}) \psi\left(\frac{g_{\min} - \mu_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s})}{\sigma_{\hat{g}_{br,T}}(\mathbf{s})}\right) \quad (3.29)$$

式中， ψ 为标准正态分布概率密度函数， g_{\min} 为该联合焦元区间内现有最小的条件失效概率值。式中的第一项把当前最小目标函数值与预测值的差乘以预测值的提高概率，第二项是预测标准差与正态密度函数的积。因此某点处 EI 函数值较大表示该点预测值小于当前最小值和（或）该点处的预测标准差较大，即校正点为 $\mathbf{s}_{\min}^* = \arg \max_{\mathbf{s} \in S} EI_{\min}(\mathbf{s})$ 。由于采用 EI 函数确定校正点的方法同时考虑到了 Kriging 模型的预测值与预测精度，所以具备了很好的平衡局部和全局搜索的能力，具有很好的自适应性，能同时兼顾收敛速度和全局收敛性。

相应地，对于联合焦元区间内条件失效概率上界，采用 EI (Expected improvement) 函数寻优，EI 函数定义如下：

$$EI_{\max}(\mathbf{s}) = \left(\mu_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s}) - g_{\max} \right) \Phi \left(\frac{\mu_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s}) - g_{\max}}{\sigma_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s})} \right) + \sigma_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s}) \psi \left(\frac{\mu_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s}) - g_{\max}}{\sigma_{\hat{g}_{b_\tau, T}}(\mathbf{s})} \right) \quad (3.30)$$

同样选择 EI 函数值最大的点 $\mathbf{s}_{\max}^* = \arg \max_{\mathbf{s} \in \mathbf{S}} EI_{\max}(\mathbf{s})$ 作为校正点, 计算其条件失效概率, 与现有样本点合并组成新样本集。需要注意的是, 在微分演化对联合焦元区间内条件失效概率上下界寻优过程中, 仅当子代与父代中 EI 函数最优点发生变化时进行第二阶段代理模型自适应更新。

3.4 基于跨越率的累积失效概率计算

3.4.1 平稳随机激励下的动力可靠性分析

根据首次超越问题的定义, 结构系统响应随机过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 相对于给定界限的 $|b_\tau|$ 的失效概率可以表达为:

$$\begin{aligned} P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) &= \sum_{n=1}^{\infty} P\{n(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = n\} \\ &\leq \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot P\{n(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = n\} = E[n(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T)] \quad (3.31) \\ &= 1 - P\{|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, 0)| < |b_\tau|\} \cdot \exp\left[-\int_0^T h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt\right] \end{aligned}$$

其中 $E[\dots]$ 为期望算子, $n(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T)$ 为 T 时刻前结构系统响应跨越界限的次数, $P\{|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, 0)| < |b_\tau|\}$ 为在 $t=0$ 时刻, 随机过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 在失效阈值 $|b_\tau|$ 以内的概率(即在 $t=0$ 时刻结构系统安全的概率)。 $h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 为时变风险函数, $h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt$ 定义为在时刻 t 前没有发生过响应跨越界限的条件下, 在时间区间 $[t, t+dt]$ 内 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 跨越 $|b_\tau|$ 发生的概率。对于静止初始条件, $P\{|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, 0)| < |b_\tau|\} = 1$ 。因此, 一旦时变风险函数确定, 通过公式(3.31)的数值积分计算可以估计失效概率。然而在现有的研究中, 即使对于最简单的动力系统(即确定性的线弹性 SDOF 振子), 也仅能得到风险函数的近似解析解和数值解。

根据经典随机振动理论^[242], 随机激励下结构响应 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 的绝对值在给定时间段内对给定界限 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| = |b_\tau|$ 的跨越次数为随机变量。当 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 界限值 $|b_\tau|$ 较大时, 概率值 $P\{|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| \geq |b_\tau|\}$ 非常小, 因此可以认为事件 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| \geq |b_\tau|$ 的发生是相互独立的。根据上述定义, 即认为 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 在给定时间段 $[0, T]$ 内跨越界限 b_τ 和 $-b_\tau$ 的次数 $n^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 和 $n^-(-b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 满足 Poisson 过程假设。因此风险函数的最基本近似为 Poisson 风险函数, $h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = \nu(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$, 并有如下表达成立:

$$P\{n^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = i\} = \frac{1}{i!} \left[\int_0^T v^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt \right]^i \exp \left[- \int_0^T v^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt \right] \quad (3.32)$$

$$P\{n^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = i\} = \frac{1}{i!} \left[\int_0^T v^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt \right]^i \exp \left[- \int_0^T v^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt \right] \quad (3.33)$$

其中, $v^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 和 $v^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 分别为 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 以正斜率和负斜率跨越界限 b_τ 和 $-b_\tau$ 的期望值。一般地, $v^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 在 t 内的动力可靠性可表述为一次也不跨越界限 b_τ 和 $-b_\tau$ 的概率, 因此双侧界限的动力可靠性函数可以表达为:

$$\begin{aligned} P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) &= P\{n^+(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 0\} \cap P\{n^-(b_\tau, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 0\} \\ &= \exp \left[-2 \int_0^T v(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

则根据 3.2 节中全概率定理, 结构系统动力可靠性函数的连续表达形式和离散表达形式分别为式(3.35)和式(3.36):

$$\begin{aligned} P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) &= \int_{\Omega_\alpha} \int_{\Omega_\beta} \exp \left[-2 \int_0^T v(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0) dt \right] \\ &\quad \cdot p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0) p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \exp \left[-2 \int_0^T v(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^j) dt \right] \\ &\quad \cdot P_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^i) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^j) \end{aligned} \quad (3.36)$$

当外部激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, t)$ 为高斯过程时, 对应线性结构系统的响应 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 也是高斯过程。则跨越率通过式推导得到:

$$v(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t | \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{y}_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}}{\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}} \exp \left[- \frac{(b_\tau - \mu_{y_l})^2}{2\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}^2} \right] \quad (3.37)$$

其中, μ_{y_l} 为随机过程响应 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 的均值。 $y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)$ 的各阶谱矩为:

$$\lambda_{y_l}^j(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0) = 2 \int_0^\infty \omega^j S_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega) d\omega \quad (3.38)$$

$$\frac{\sigma_{\dot{y}_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}}{\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}} = \sqrt{\frac{\lambda_{y_l}^2(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0)}{\lambda_{y_l}^0(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0)}} \quad (3.39)$$

将式(3.37)带入式(3.35)和式(3.36), 平稳随机过程激励下结构动力可靠性表达式如式(3.40)和式(3.41)所示:

$$P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = \int_{\Omega_a} \int_{\Omega_\beta} \exp \left[-\frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{y_l}^2(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0)}{\lambda_{y_l}^0(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0)}} \exp \left(-\frac{(b_\tau - \mu_{y_l})^2}{2\lambda_{y_l}^0(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0)} \right) \right] \cdot P_a(\boldsymbol{\alpha}^0) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0 \quad (3.40)$$

$$P_r(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \exp \left[-\frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{y_l}^2(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j)}{\lambda_{y_l}^0(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j)}} \exp \left(-\frac{(b_\tau - \mu_{y_l})^2}{2\lambda_{y_l}^0(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j)} \right) \right] \cdot P_a(\boldsymbol{\alpha}^i) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^j) \quad (3.41)$$

如上推导, 式(3.40)和(3.41)是稳态激励下线性结构系统响应动力可靠性的一般表达式。

随着响应阈值水平的提高和响应随机过程带宽的增加(如线性弹性系统中阻尼水平的提高), 随机过程响应跨越界限事件发生次数满足 Poisson 过程的假设, Poisson 过程法结果趋近于精确解。然而对于低阈值水平和/或窄带过程(如小阻尼线性结构系统的动力随机响应), 由于窄带随机过程波形接近于表现出振幅变化缓慢的特点, 如果在一次循环中出现跨越界限事件, 则在后续的循环中再次发生跨越事件的概率较高。因此采用如上的 Poisson 风险函数得到的是累积失效概率的保守值, 将低估结构系统的动力可靠性。

3.4.2 时变累积失效概率计算

为克服 Poisson 过程假设的限制, Vanmarcke 认为跨越事件 $|y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| \geq |b_\tau|$ 是成群出现的且各群之间相互独立, 是在双态马尔可夫过程假设的基础上发展提出了一种时变累积失效概率的改进估计^[70], 这种改进的估计被称为经典的 Vanmarcke 近似。在实际工程中, 结构系统受到的外部激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, t)$ 往往是非平稳随机过程, 例如地震从发生到结束是一个具有明显非平稳性的随机过程, 并且即使输入为平稳高斯过程, 结构系统的随机响应过程也应考虑其过渡阶段, 即结构响应过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 是一个非平稳随机过程。

根据 Vanmarcke 近似, 非平稳随机过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 的风险函数表达为:

$$h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = v(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) \cdot \frac{1 - \exp \left[-\sqrt{2\pi} \cdot q(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) \cdot \frac{b_\tau}{\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)}} \right]}{1 - \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{b_\tau}{\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)}} \right]^2 \right\}} \quad (3.42)$$

其中 $q(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 为时变带宽参数, $\sigma_{y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)}$ 为随机过程 $y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 的时变标准差。由前述全概率定理, 初始静止条件下, 时变累积失效概率表达如式和式:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 1 - \int_{\Omega_\alpha} \int_{\Omega_\beta} \exp\left[-\int_0^T h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t) dt\right] p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0) p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0 \quad (3.43)$$

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 1 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \exp\left[-\int_0^T h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) dt\right] P_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^i) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^j) \quad (3.44)$$

3.4.3 非平稳随机激励下动力可靠性分析

针对工程中常见的非平稳随机过程，采用 Priestley 在 Wiener 拓展的广义 Fourier 积分的基础上提出的一种演变谱过程模型，表示为：

$$\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega) e^{i\omega t} d\mathbf{Z}(\omega) \quad (3.45)$$

其中 $A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)$ 是 t 与 ω 的确定性调制函数； $\mathbf{Z}(\omega)$ 是一个正交增量过程。如果定义零均值平稳随机过程 $X(t)$ 为：

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\mathbf{Z}(\omega) \quad (3.46)$$

由正交增量过程的性质，当 $t_1 = t_2$ 时，可得 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 的方差为：

$$\sigma_{\ddot{u}_g}^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)|^2 S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) d\omega \quad (3.47)$$

$S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega)$ 为非平稳地震动功率谱密度函数值。若定义非平稳随机过程 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 的演变谱密度 $S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)$ ，使其满足：

$$\sigma_{\ddot{u}_g}^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega) d\omega \quad (3.48)$$

于是有：

$$S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega) = |A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)|^2 S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) \quad (3.49)$$

这样，演变谱可以解释为演变随机过程 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 在 t 时刻邻近的“瞬间”平均能量的频域分布。从而可以用通常的“能量”与“频率”的概念来描绘非平稳随机过程的谱特性。如果用 $A(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 代替 $A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)$ ，则非均匀调制演变谱即退化为工程中常用的均匀调制演变谱。因此演变非平稳随机激励下线性结构系统的动力可靠性分析核心转换为累积失效概率中时变功率谱密度函数的求解。由于虚拟激励法能将演变随机激励转化为确定性瞬态激励，较好的解决了非平稳随机激励下结构系统动力响应问题。

对于初始静止的线性时不变体系，在 $\mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha}^0)\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 的作用下，任意一种线性响应可以表示为如下的杜哈梅积分形式：

$$y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) = \int_0^t h_{\alpha^0}^l(t-\tau) \mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha}^0) \ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, \tau) d\tau \quad (3.50)$$

若 $\mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha}^0)\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 为零均值随机激励形式，响应 $y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t)$ 的自相关函数可以计

算为:

$$\begin{aligned}
 R_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t_1, t_2) &= E \left[y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t_1) y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t_2) \right] \\
 &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} h_{\boldsymbol{\alpha}^0}(t_1 - \tau_1) h_{\boldsymbol{\alpha}^0}(t_2 - \tau_2) E \left[\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, \tau_1) \ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, \tau_2) \right] d\tau_1 d\tau_2 \\
 &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} h_{\boldsymbol{\alpha}^0}(t_1 - \tau_1) h_{\boldsymbol{\alpha}^0}(t_2 - \tau_2) A(\boldsymbol{\beta}^0, \tau_1) A(\boldsymbol{\beta}^0, \tau_2) E \left[y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, \tau_1) y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, \tau_2) \right] d\tau_1 d\tau_2
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

利用维纳-辛钦关系, 上式可表达为:

$$R_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) I^*(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t_1) I(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t_2) d\omega \tag{3.52}$$

如果令 $t_1 = t_2 = t$, 则式(3.52)即为非平稳随机激励下 $y_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t)$ 响应的方差:

$$\sigma_{y_l}^2(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t) = R_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) I^*(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) I(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) d\omega \tag{3.53}$$

该积分式中的被积函数即为响应的功率谱密度函数:

$$S_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) = S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) I^*(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) I(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) \tag{3.54}$$

$I(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t)$ 可以视作由确定性激励 $A(\boldsymbol{\beta}^0, t) e^{i\omega t}$ 对初始静止的线性系统在 t 时刻所产生的响应。在 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^0$ 条件下, 采用虚拟激励法求解式(3.1)时应先构造如下形式的虚拟激励:

$$\tilde{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t) = \sqrt{S_{xx}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega)} A(\boldsymbol{\beta}^0, t) e^{i\omega t} \tag{3.55}$$

此激励在 t 时刻产生的响应为 $\tilde{y}_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t)$, 可得任意响应的自功率谱函数计算式为:

$$S_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) = \tilde{y}_l^*(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) \tilde{y}_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) = \left| \tilde{y}_l(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) \right|^2 \tag{3.56}$$

其中“*”代表取复数共轭。相应的各阶时变谱矩为:

$$\lambda_{y_l}^k(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t) = 2 \int_0^{\infty} \omega^k S_{y_l y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, \omega, t) d\omega \tag{3.57}$$

虚拟激励法 (Pseudo Excitation Method, PEM) 将非平稳随机运动方程转化为确定性外荷载作用下瞬态响应方程, 故而可用 Newmark- β 或龙格库塔法求解所关心物理量的虚拟响应并通过式(3.56)得到其时变功率谱密度。将式(3.56)和式(3.57)带入式(3.43)和式(3.44)中, 得到非平稳随机激励下结构系统的时变累积失效概率计算公式:

$$\begin{aligned}
 P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) &= 1 - \int_{\Omega_\alpha} \int_{\Omega_\beta} \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \int_0^T \frac{\sigma_{y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)}{\sigma_{y_l}(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)} \exp \left[-\frac{(b_\tau - \mu_{y_l})^2}{2\sigma_{y_l}^2(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t)} \right] \gamma(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, t) dt \right\} \\
 &\quad \cdot p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0) p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0
 \end{aligned}$$

(3.58)

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 1 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \int_0^T \frac{\sigma_{y_i}(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)}{\sigma_{y_i}(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)} \exp \left[-\frac{(b_\tau - \mu_{y_i})^2}{2\sigma_{y_i}^2(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)} \right] \gamma(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) dt \right\} \cdot P_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\alpha}^i) P_{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\beta}^j) \quad (3.59)$$

式中：

$$\gamma(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) = \frac{1 - \exp \left[-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) \frac{b_\tau}{\sqrt{\lambda_{y_i}^0(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)}} \right]}{1 - \exp \left[-\frac{b_\tau^2}{2\lambda_{y_i}^0(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)} \right]} \quad (3.60)$$

$$q(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) = \sqrt{1 - \frac{\lambda_{y_i}^1(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)}{\lambda_{y_i}^0(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t) \lambda_{y_i}^2(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, t)}} \quad (3.61)$$

尽管基于跨越率的方法在数学推导上是合理的，但通常会受到一些限制。首先，跨越事件发生的独立性假设可能不成立，即使基于 Markov 过程假设仍存在近似时变累积失效概率方面的误差。其次，基于跨越率的方法对于高度非线性的问题，结构系统响应方差及跨越率的求解不仅技术难度大，而且计算成本极高。

3.5 基于极值的累积失效概率计算

3.5.1 首次超越问题的极值表达

与前述章节一致，对于一个结构动力系统，在外部随机激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, t)$ 作用下，通过式(3.1)的运动方程求解，结构系统响应有如下表达：

$$\mathbf{y}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = \mathbf{H}(\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t), \dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t), \mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)) \quad (3.62)$$

其中 $\mathbf{y}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 为的 $L \times 1$ 结构系统响应状态向量，根据首次超越准则对应阈值为 b_τ 的结构系统动力响应的失效概率为：

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = P \left\{ \bigcup_{l=1}^L \exists t \in [0, T], |y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| \geq |b_\tau| \right\} \quad (3.63)$$

式(3.63)的等效表达为：

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 1 - P \left\{ \bigcap_{l=1}^L \forall t \in [0, T], |y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| < |b_\tau| \right\} \quad (3.64)$$

假定 $y_1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t), \dots, y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t), \dots, y_L(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)$ 为一组随机变量，定义极值变量：

$$y_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = \max_{l \in [1, L]} \{y_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)\} \quad (3.65)$$

故而式(3.64)右边可以改写为:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = 1 - P\left\{\bigcap_{l=1}^L |y_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)| < |b_\tau|\right\} \quad (3.66)$$

进一步, 定义等效极值变量:

$$y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = \max_{t \in [1, T]} \{y_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)\} \quad (3.67)$$

则结构系统的累积失效概率有如下表达:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = P\{|y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T)| \geq |b_\tau|\} \quad (3.68)$$

通过式(3.68)可以看出结构系统响应的动力可靠性可转换为对应等效极值分布进行求解。而对于随机结构系统响应, 根据全概率定理的连续和离散表达如式(3.69)和(3.70)所示:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = \int_{\Omega_\alpha} \int_{\Omega_\beta} P\{|y_e(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, T)| \geq |b_\tau|\} p_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^0) p_\beta(\boldsymbol{\beta}^0) d\boldsymbol{\alpha}^0 d\boldsymbol{\beta}^0 \quad (3.69)$$

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k P\{|y_e(\boldsymbol{\alpha}^i, \boldsymbol{\beta}^j, T)| \geq |b_\tau|\} P_\alpha(\boldsymbol{\alpha}^i) P_\beta(\boldsymbol{\beta}^j) \quad (3.70)$$

3.5.2 非平稳随机激励的模拟方法

由 Priestley 非平稳随机过程的演变谱表示理论, 导出了非平稳随机过程模拟的一个谱表示方法, 一维均值为零的非平稳随机激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t)$ 其样本函数是由余弦级数公式计算产生的:

$$\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t) = \sum_{k=1}^N 2 |A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)| \sqrt{S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) \Delta\omega} \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (3.71)$$

式中 $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ 为功率谱密度函数, $\Delta\omega = \omega_u / N$, ω_u 表示计算截止频率, 超过 ω_u 所对应功率谱能量可忽略不计, θ_k 为在 $[0, 2\pi]$ 区间上均匀分布、相互独立的随机相位角。因此, 非平稳随机过程模拟的均方相对误差为:

$$\varepsilon(N) = 1 - \frac{\int_0^{\omega_u} \int_0^T |A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)| S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) d\omega dt}{\int_0^\infty \int_0^T |A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega)| S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) d\omega dt} \quad (3.72)$$

由式(3.71), 通过保留前 N 项来逼近原随机过程, 非平稳随机过程激励可转换为一组随机变量 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_N]$ 表示, 时变可靠性问题被转化为与时间无关的一个隐式非线性高维可靠性问题。

为降低结构系统动力可靠性分析的计算难度, 采用文献^[243]中的方法, 将随

机函数的思想引入非平稳随机过程模拟的谱表示中。式中的谱表示方法可以等价转换为：

$$\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}^0, t) = \sum_{k=1}^N 2 \left| A(\boldsymbol{\beta}^0, t, \omega) \right| \sqrt{S_{\ddot{u}_g}(\boldsymbol{\beta}^0, \omega) \Delta \omega} \left[\cos(\omega_k t) X_k + \sin(\omega_k t) Y_k \right] \quad (3.73)$$

式中， $\{X_k, Y_k\}$ ($k=1, 2, \dots, N$) 为一组标准正交随机变量，满足：

$$\begin{aligned} E[X_k] &= E[Y_k] = 0 \\ E[X_j Y_k] &= 0 \\ E[X_j X_k] &= E[Y_j Y_k] = \delta_{jk} \end{aligned} \quad (3.74)$$

引入 Hartley 正交基函数，任意一组标准正交随机变量可以通过两个在区间 $[0, 2\pi)$ 上均匀分布的独立随机变量的函数表达：

$$\tilde{X}_k = \cos(k\varpi_1) + \sin(k\varpi_1), \quad \tilde{Y}_k = \cos(k\varpi_2) + \sin(k\varpi_2), \quad k=1, 2, \dots, N \quad (3.75)$$

将生成的 N 组标准正交随机变量 $\{\tilde{X}_k, \tilde{Y}_k\}$ ($k=1, 2, \dots, N$)，通过随机打乱排序后，一一映射至标准正交随机变量 $\{X_k, Y_k\}$ ($k=1, 2, \dots, N$)，从而确定式(3.73)中的非平稳随机过程谱表示模拟。随机函数的引入有效减少了随机过程模拟的随机度，显著降低结构系统动力可靠性分析的计算难度，并且采用相关度分解的拉丁超立方抽样 (correlation-reduction Latin hypercube sampling, CLHS) 产生随机变量的样本值。

3.5.3 累积失效概率的广义子集模拟算法 (GSS)

基于抽样的方法由于与维数无关且未对极限状态函数做任何假设，目前是解决高维可靠性问题的唯一可行方法。蒙特卡洛法 (Monte Carlo Simulation, MCS) 是以数值解不确定问题为对象，对计算模型中的各变量进行随机抽样，进而求问题概率解的一种统计学方法。MCS 方法的核心是随机抽样，理论基础是概率论中心极限定理和大数理论。MCS 能够比较逼真地描述具有随机性质的数学和物理过程的特点，受条件限制较小，收敛速度与问题的维数无关，并且对状态是否是线性的没有特殊要求，适用于多变量，多时间段的高维问题。

在处理一些复杂问题时，MCS 的局限性表现为对模拟次数的依赖。要达到较高的模拟精度需要非常多的模拟次数，否则会产生较大的误差。同时，该方法给出的是具有统计特征的结果，而不是对于特定结果的精确数据描述。由于 MCS 方法的误差是在一定置信水平下估计的，因此它的误差具有概率性。针对高维小失效概率情况，MCS 往往需要大量的计算样本才能获得较准确的失效概率，而

子集模拟方法对于此类问题非常有效。然而当结构系统的动力可靠性分析需要对不同时间段内可靠性评估,或当极限状态函数阈值发生改变时,子集模拟方法需要进行反复计算,大大增加了计算成本。因此本文采用广义子集模拟算法 (Generalized Subset Simulation, GSS),进一步推导基于极值的时变累积失效概率计算公式,解决结构系统动力可靠性分析的多失效模式问题。

首先通过 T_m 时刻的累积失效概率计算,对这一单失效模式问题的原始子集模拟算法进行简要介绍。子集模拟方法的基本思想是通过自适应地引入 m 层嵌套的中间失效事件,满足:

$$FE_m^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \supset FE_m^2(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \supset \dots \supset FE_m^m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = FE_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad (3.76)$$

式(3.76)表示每一个中间失效事件都是下一个中间事件的子集,由此将小失效概率转换成一系列相对较大的失效概率的乘积。中间事件与目标失效事件 $FE_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 的表达相似,定义如下:

$$FE_m^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \{y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T_m) \geq b_\tau^i, i=1, \dots, m\} \quad (b_\tau = b_\tau^m > \dots > b_\tau^2 > b_\tau^1) \quad (3.77)$$

其中, m 为中间事件的总数, b_τ^i 为第 i 个中间失效事件的结构系统响应阈值,并且中间失效事件的阈值逐渐减小。根据中间失效事件的定义,子集模拟计算目标事件失效概率可表示为:

$$\begin{aligned} P\{FE_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} &= P\{FE_m^m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|FE_m^{m-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} P\{FE_m^{m-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} = \dots \\ &= P\{FE_m^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \prod_{i=2}^m P\{FE_m^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|FE_m^{i-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \end{aligned} \quad (3.78)$$

式中 $P\{FE_m^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}$ 和 $P\{FE_m^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|FE_m^{i-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}$ 的值较大,保证对应的中间失效事件不再是小概率事件,从而大大减少模拟所需样本数量。

基于极值的广义子集模拟算法中,将时间段 $[0, \dots, T]$ 离散化,动力可靠性的 nt 个关注时间点依次为 $[T_1, \dots, T_m]$,由首次超越破坏的定义,各时刻相对应的累积失效概率呈随时间递增,即:

$$P\{FE_1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} < P\{FE_2(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} < \dots < P\{FE_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \quad (3.79)$$

利用这一特性, GSS 算法通过构建一系列统一中间事件解决原始子集模拟处理多失效模式需反复计算的问题。对应第 k 层统一中间失效事件定义为:

$$\begin{aligned} G^k(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) &= \bigcup_{j=1}^m FE_j^k(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \\ &= \{y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T_1) \geq b_\tau^k\} \cup \{y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T_2) \geq b_\tau^k\} \cup \dots \cup \{y_e(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T_m) \geq b_\tau^k\} \end{aligned} \quad (3.80)$$

式中上标 j 表示第 j 个关注时间时刻。GSS 算法中所有统一中间失效事件同样满足嵌套关系:

$$G^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \supset G^2(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \supset \dots \supset G^m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = G(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad (3.81)$$

因此，与式(3.78)相似，时刻 T_j 的累积失效概率可以通过式计算得到：

$$P\{FE_j(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} = P\{G^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \cdot \left[\prod_{i=2}^m P\{G^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|G^{i-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \right] \cdot P\{FE_j(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|G^m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\} \quad (3.82)$$

为自适应地确定中间事件及样本选取，设定所有的中间条件概率 $P\{FE_m^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}$ 和 $P\{FE_m^i(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})|FE_m^{i-1}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}$ 为一常数 p_0 。通常为兼顾准确性与计算效率取值 $p_0 \in [0.1, 0.3]$ ，并通过 Monte Carlo Markov Chain (MCMC)方法生成中间失效事件所对应的样本集^[244]。

根据上述推导，广义子集模拟算法流程如下：

步骤一：与原始子集模拟方法相似，首先根据不确定变量分布通过 MCS 产生第一层 N 个随机样本。

步骤二：根据 MCS 样本的极限状态函数值，根据中间条件概率 p_0 自适应地确定 $P\{FE_j^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}$ 对应的结构系统响应的阈值 b_τ^1 。

步骤三：由响应阈值筛选第一层中间失效事件 $FE_j^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 所包含的 Np_0 个样本，这些样本将作为产生下一层中间失效事件样本的父代样本。

步骤四：第一层中间事件 $FE_j^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 的并集形成中间统一事件 $G^1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ ，所有时刻中间失效事件的父代样本的并集作为下一层子集模拟的父代样本。

步骤五：重复步骤二至步骤四，直到第 m 层结构系统响应阈值 b_τ^m 满足 $b_\tau^m < b_\tau$ ，停止生成子代样本。

步骤六：由式(3.82)仅通过一次 GSS 计算得到各关注时间时刻 T_j 的时变累积失效概率。

3.6 基于 AK-DE 的混合不确定下的动力可靠性分析

对于包含认知不确定和随机不确定变量的线性结构动力可靠性分析，本文引入微分演化区间优化技术提出了两种不同的思路，分别是基于跨越率方法的求解思路和基于极值方法的求解思路。条件失效概率 $P_{b_\tau, T}^{con}$ 分别表达为 3.4 节跨越率方法中的 $1 - \exp\left[-\int_0^T h(|b_\tau|, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) dt\right]$ 或 3.5 节极值方法中的 $P\{|y_e(\boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0, T)| \geq |b_\tau|\}$ ，构建失效概率的 Kriging 代理模型，根据全概率定理基于微分演化进行不确定传播，实现混合不确定下的动力可靠性分析。

基于上述讨论，将自适应 Kriging 代理模型技术应用于结构系统动力可靠性分析，提高关键区域条件失效概率的预测精度。包含认知不确定参数的动力可靠性问题转化为一个双层嵌套问题。在内层中针对随机振动分析，通过跨越率或极

值方法计算非平稳随机激励下失效概率；而在外层中解决参数的认知不确定性，构建一系列 Kriging 代理模型拟合不确定参数与条件失效概率之间的非线性关系，并通过主动学习 Kriging 代理模型技术对代理模型更新；最后在更新完成的 Kriging 模型基础上，基于微分演化区间优化技术求解失效概率及可靠性函数的上下界 $[P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}, T)]$ 及 $[P_r(|b_\tau|, \mathbf{x}, T), \bar{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{x}, T)]$ ，并在微分演化过程中进行第二阶段自适应代理模型更新，从而完成混合不确定下的动力可靠性分析。

3.6.1 基于跨越率的 PEM-AK-DE 方法

同第二章认知证据理论表达和基于微分演化的不确定传播，基于证据理论和跨越率方法的结构动力可靠性分析包含四个部分：

(1) 采用第二章中方法，对认知不确定变量和随机不确定变量统一通过证据理论表达。将不确定参数的证据理论表达带入基于 PEM 的跨越率方法中则有：

$$P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, T) = 1 - \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \int_0^T \frac{\sigma_{y_i(\mathbf{x}_q^I, t)}}{\sigma_{y_i(\mathbf{x}_q^I, t)}} \exp \left[-\frac{(b_\tau - \mu_{y_i})^2}{2\sigma_{y_i(\mathbf{x}_q^I, t)}^2} \right] \gamma(\mathbf{x}_q^I, t) dt \right\} \quad (3.83)$$

(2) 在不确定变量上下边界内抽取试验设计样本点，根据 3.4 节推导计算条件失效概率自适应 Kriging 代理模型。

(3) 在 Kriging 代理模型中基于微分演化的不确定传播。

(4) 包含认知不确定参数和随机不确定参数的结构动力可靠性函数可通过全概率定理将其表达为条件失效概率的形式，故而利用微分演化区间优化算法求解对应每个联合焦元区间上的动力可靠性函数的上下边界，并对其进行加权便可得到该阈值对应的结构响应动力可靠性函数的上下边界。

3.6.2 基于极值的 GSS-AK-DE 方法

同前述 3.6.1 节，利用极值方法求解包含认知不确定的结构动力可靠性分析时首先对不确定变量进行统一证据理论表达，在不确定变量分布范围内选取样本集，针对随机振动根据 3.5 节中基于 GSS 的极值方法求解对应的条件失效概率，构建失效概率自适应 Kriging 代理模型，进一步通过微分演化区间优化技术进行不确定性传播并得到对应的失效概率上下边界表达式：

$$\left[P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, T) \right] = \left[\min \left(P \left\{ |y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \geq |b_\tau| \right\} \right), \max \left(P \left\{ |y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \geq |b_\tau| \right\} \right) \right]^T \quad (3.84)$$

3.6.3 基于 AK-DE 的结构动力可靠性分析框架

基于上述讨论，将自适应 Kriging 代理模型技术应用于结构系统动力可靠性分析，提高关键区域条件失效概率的预测精度。根据全概率定理，随机结构系统的动力可靠性问题转化为一个双层嵌套问题。首先收集结构动力系统的信息，并将认知不确定参数通过证据理论进行表达；通过拉丁超立方抽样生成随机参数空间内样本点；在内层中针对随机振动分析，通过跨越率或极值方法计算非平稳随机激励下失效概率；而在外层中解决参数不确定性，构建一系列 Kriging 代理模型拟合不确定参数与条件失效概率之间的非线性关系，并通过主动学习 Kriging 代理模型技术对代理模型更新；最后在更新完成的 Kriging 模型基础上，基于全概率定理采用微分演化区间优化技术求解随机系统的动力可靠性。

由于前述两种方法仅在条件失效概率计算的方法上原理不同，因此统一对 PEM-AK-DE 和 GSS-AK-DE 表达为一种基于 AK-DE 的混合不确定下结构动力可靠性分析方法。并且当不考虑动力系统中不确定参数信息逐渐完备时，AK-DE 方法可采用现有发展成熟的 AK-MCS 方法进行替代，退化为随机不确定下的结构动力可靠性分析方法。

这里对基于 AK-DE 的结构动力可靠性分析框架进行梳理，具体计算步骤如下：

- (1) 收集结构动力系统的信息，确定不确定变量分布范围。
- (2) 采用拉丁超立方抽样产生 N_0 个初始试验设计点 $\mathbf{x}^S = \{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(N_0)}\}$ ，计算相应的随机过程激励 $\ddot{u}_g^{(n)}(\boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下失效概率归一化指标 $\mathbf{g}_{b_r, T}^S = \{g_{b_r, T}^S(\mathbf{x}^{(1)}), \dots, g_{b_r, T}^S(\mathbf{x}^{(N_0)})\}$ ，构成试验设计样本集 $\{\mathbf{x}^S, \mathbf{g}_{b_r, T}^S\}$ 。
- (3) 基于样本集 $\{\mathbf{x}^S, \mathbf{g}_{b_r, T}^S\}$ 通过 3.3 节中所述方法构建条件失效概率的 Kriging 代理模型。
- (4) 采用微分演化方法在不确定变量空间选择 U-函数值最小的样本点 $\mathbf{s}^* = \arg \min_{\mathbf{s} \in S} U(\mathbf{s})$ 作为新增样本点。
- (5) 计算新增样本点的条件失效概率的归一化指标 $g_{b_r, T}(\mathbf{s}^*)$ ，组成新的样本集 $\{[\mathbf{x}^S, \mathbf{s}^*], [g_{b_r, T}^S, g_{b_r, T}(\mathbf{s}^*)]\}$ ，并构建更新后的代理模型。
- (6) 判断是否达到 U-函数停止准则。当达到停止准则时，第一阶段代理模型更新终止；否则返回至步骤(3)。
- (7) 利用证据理论组建不确定参数的联合 BBA 结构和联合焦元区间。
- (8) 基于当前条件失效概率代理模型，采用微分演化区间优化技术进行认知不确定传播。
- (9) 当条件失效概率上界（或下界）最优点发生改变时，选择 EI 函数值最大的点 \mathbf{s}_{\max}^* （或 \mathbf{s}_{\min}^* ）作为校正点。并且计算新增校正点的条件失效概率的归一

- 化指标，组成新的样本集，并构建更新后的代理模型。
- (10) 判断是否达到微分演化停止准则。若达到停止准则则计算每个焦元区间内的可靠性函数上限边界，否则返回至步骤(8)。
- (11) 基于全概率定理计算对应阈值可靠性函数和失效概率上下边界。

基于 AK-DE 的结构动力可靠性分析框架图 3.1 所示。

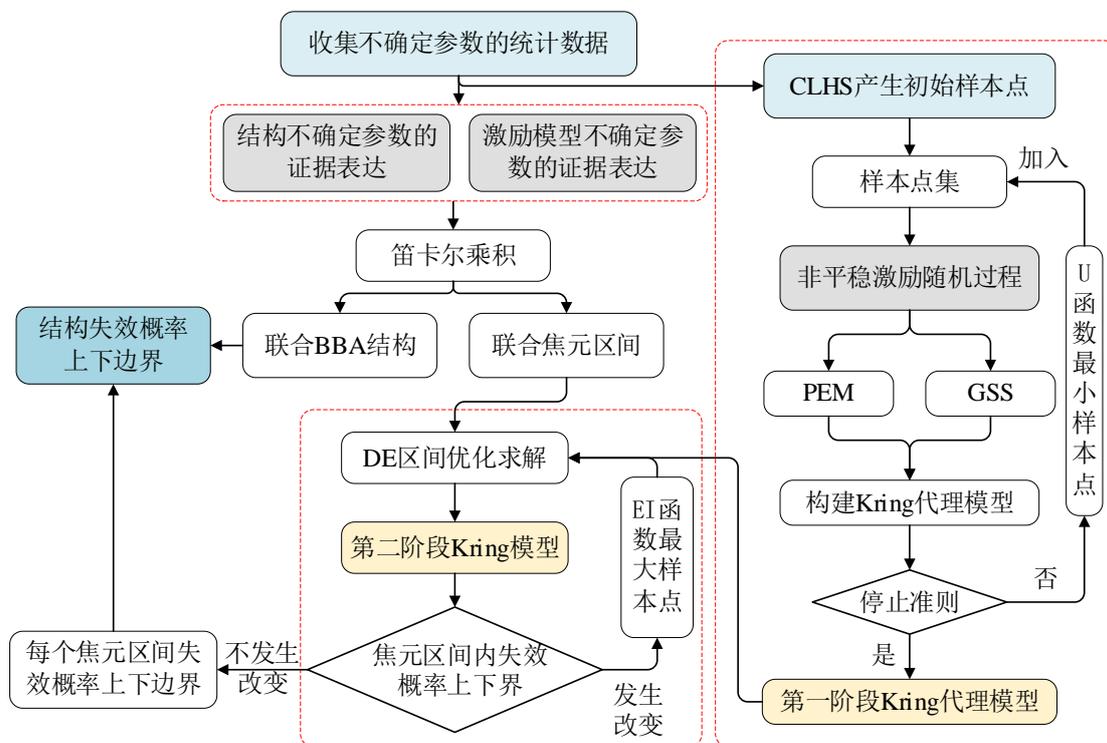


图 3.1 结构系统的动力可靠性分析流程图

3.7 算例分析

3.7.1 单自由度线性结构的混合动力可靠性分析

本节对单自由度线性随机结构在非平稳随机激励下，结构位移的失效概率进行分析。单自由度线性结构受到非平稳地震激励时的运动方程为：

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (3.85)$$

式中， $m=2 \times 10^4 \text{ kg}$ 为单自由度结构的质量， c 和 k 分别为阻尼和刚度， $u(t)$ 、 $\dot{u}(t)$ 和 $\ddot{u}(t)$ 分别为位移、速度和加速度。在本算例中，结构不确定性参数包括 c 和 k 。结构所受非平稳随机激励的调制函数为：

$$A(t) = \begin{cases} (t/t_a)^2 & 0 \leq t \leq t_a \\ 1 & t_a \leq t \leq t_b \\ \exp[-\beta(t-t_b)] & t_b \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (3.86)$$

式中，激励持续时长为 $T=20\text{s}$ ， $t_a=2.5\text{s}$ 和 $t_b=10\text{s}$ 分别表示稳态部分起始和终止时间， $\beta=0.1$ 为稳态部分衰减函数，积分时变步长为 $\Delta t=0.02\text{s}$ 。激励的功率谱密度模型为 Kanai-Tajimi 模型：

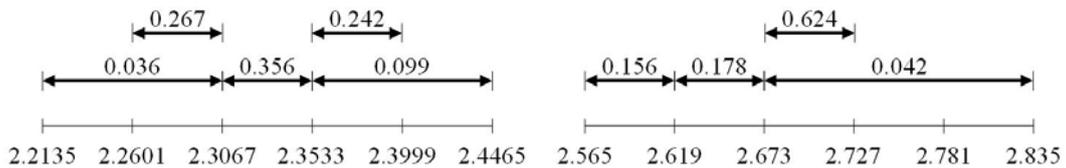
$$S_{ff}(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2} S_0 \quad (3.87)$$

式中， S_0 为基岩的白噪声输入强度， ω_g 和 ξ_g 分别为地面特征频率和地面特征阻尼比。考虑结构在地震激励下的位移响应的动力可靠性，位移响应超过阈值 b_τ 则认为结构失效，即 $FE = \{ |u(\mathbf{\alpha}, \mathbf{\beta}, t)| \geq |b_\tau| \}$ 。

考虑结构参数随机变量 c 和 k 均为认知不确定参数，各不确定变量的证据理论表达即焦元区间和对应的基本信任分配如表 3.1 和图 3.2 所示。

表 3.1 不确定变量的证据理论表达

$c(\times 10^4 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m})$		$k(\times 10^6 \text{ N}/\text{m})$	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[2.2135,2.3067]	0.036	[2.565,2.619]	0.156
[2.2601,2.3067]	0.267	[2.619,2.673]	0.178
[2.3067,2.3533]	0.356	[2.673,2.781]	0.624
[2.3533,2.3999]	0.242	[2.673,2.835]	0.042
[2.3533,2.4465]	0.099		



(a) $c(\times 10^4 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m})$

(b) $k(\times 10^6 \text{ N}/\text{m})$

图 3.2 不确定参数的焦元区间和 BBA 结构

(1) 条件失效概率计算精度影响因素分析

针对本文所提出的双层嵌套结构混合动力可靠性分析框架的内层,考虑非平稳随机激励下的随机振动问题,对基于跨越率方法与基于极值方法在条件失效概率计算中的准确性影响因素进行研究。同时,以样本数为 10^6 的 MCS 方法计算结果作为精确值进行对比。

在这部分分析中结构的参数均为名义值, $c = 2.33 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$, $k = 2.7 \times 10^6 \text{ N}/\text{m}$, 探讨非平稳随机激励频谱特征及响应阈值对两种方法计算精度的不同影响。本研究中各计算工况中非平稳随机过程频谱特征参数如表 3.2 所示,各工况下功率谱密度函数如图 3.3 所示。各工况中 $\xi_g = 0.6$, 地基土卓越圆频率 ω_g 和基岩的白噪声输入强度 S_0 取值满足非平稳随机激励所包含能量相同。对各工况下的结构失效概率分别采用基于跨越率的 PEM 方法、基于极值的 GSS 方法和 MCS 方法进行分析。

表 3.2 计算工况

工况	$\omega_g / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$S_0 / (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3})$	b_τ / m
1	2π	0.0303	0.85/0.9/0.95
2	3π	0.0205	0.85/0.9/0.95
3	3.5π	0.0177	0.85/0.9/0.95
4	4π	0.0156	0.85/0.9/0.95
5	5π	0.0127	0.85/0.9/0.95
6	6π	0.0107	0.85/0.9/0.95

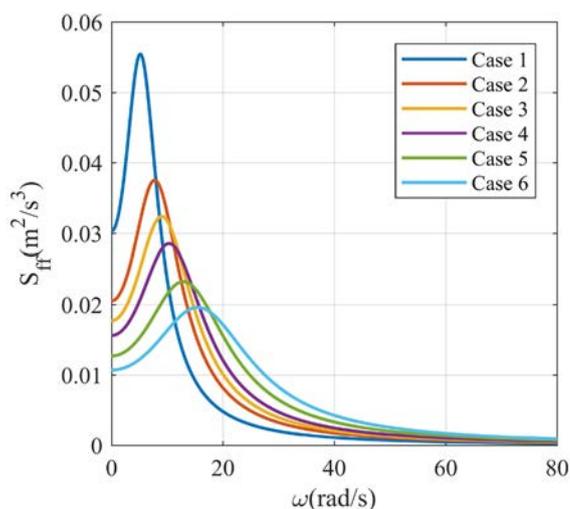


图 3.3 功率谱密度函数

首先考虑非平稳随机激励频谱特性对失效概率计算精度影响,各工况中位移响应阈值均取 $b_\tau = 0.09 \text{ m}$ 。各工况中 Kanai-Tajimi 模型中 ω_g 及 S_0 取值不同,分别

采用跨越率方法、极值方法和 MCS 方法进行计算。极值方法中 $p_0=0.3$ ，第一层样本数为 2500，通过 CLHS 方法产生地震激励中的随机样本。采用上述三种方法计算得到的条件失效概率随持时的变化曲线如图 3.4 所示。

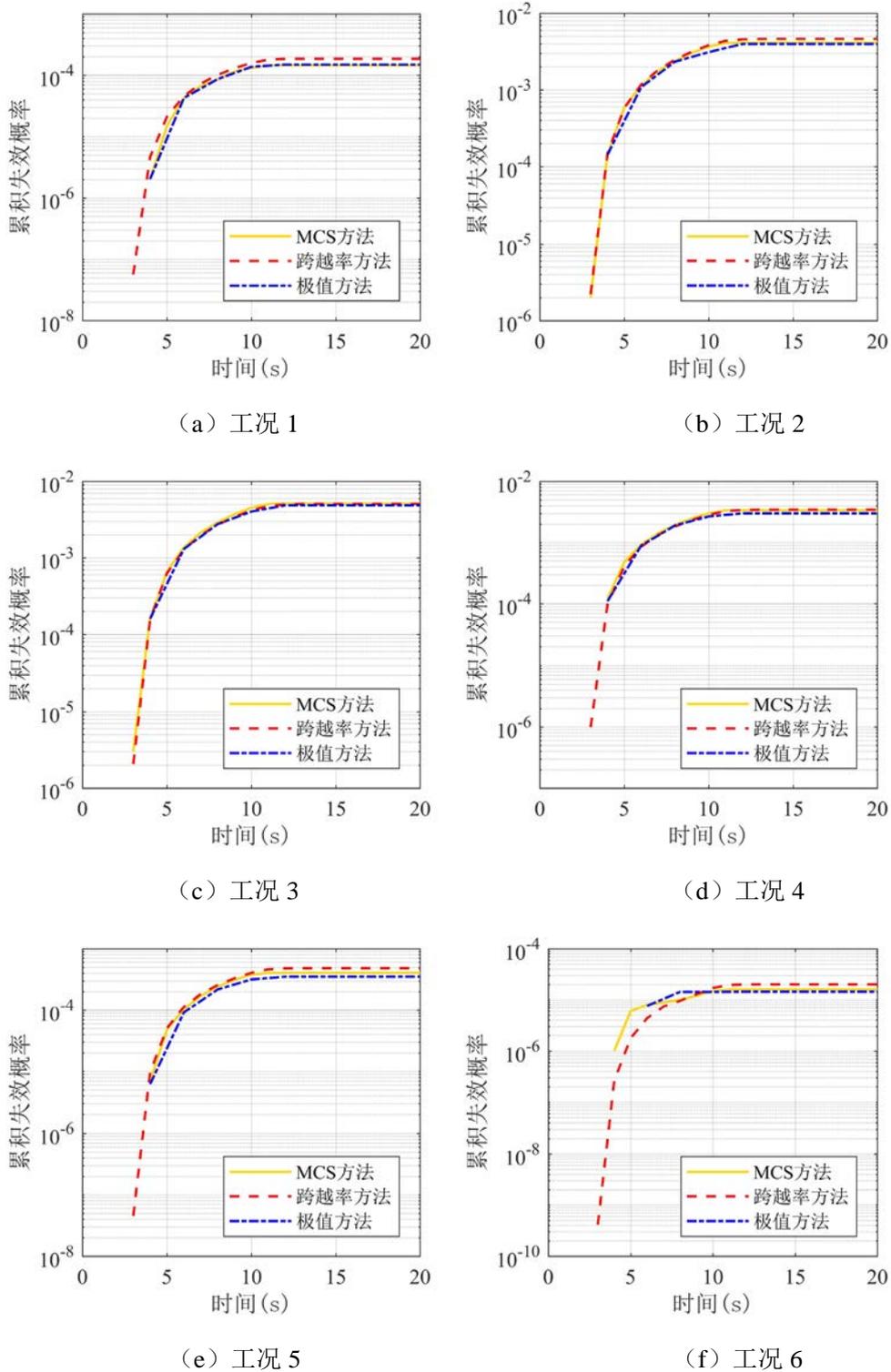


图 3.4 $b_r = 0.09m$ 条件下失效概率对比

从图 3.4 可以看出：(1) 对于不同频谱特征的非平稳随机激励，极值方法与跨越率法相比都有着与 MCS 方法更为相近的计算结果；(2) 跨越率方法作为一种半解析方法，可以对 10^{-5} 以下的极小失效概率进行预测，而极值方法受到模拟样本数量的限制无法对这部分失效概率进行准确预测。并且需要指出 10^6 次 MCS 抽样的概率结果只在 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 范围内是相对可靠的，而在小于该范围时其结果的可靠性是无法保障的。

在计算效率方面，以工况 4 为例，从 4s 至 20s 间隔 2s 共 9 个关注时间点的失效概率计算，极值方法所需时程分析总数为 21265 次，约为 MCS 方法计算量的 2.13%，计算效率显著提高，而基于跨越率的方法作为数值算法不具有可比性。跨越率方法和极值方法计算各工况在 $T = 20\text{s}$ 的失效概率与 MCS 方法的相对误差在图 3.5 及表 3.3 中进行对比。

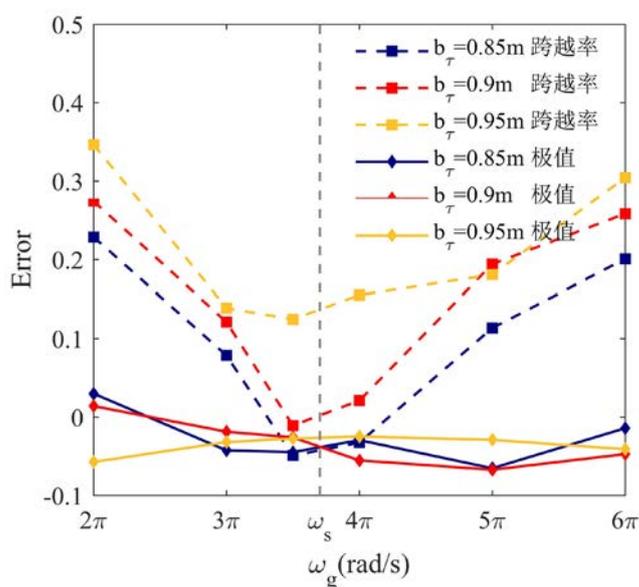


图 3.5 20s 时失效概率相对误差对比

表 3.3 20s 时失效概率相对误差

工况	方法	$b_{\tau}=0.85\text{m}$	$b_{\tau}=0.9\text{m}$	$b_{\tau}=0.95\text{m}$
1	跨越率	0.23	0.27	0.35
	极值	0.06	0.028	-0.11
2	跨越率	0.079	0.12	0.14
	极值	-0.085	-0.038	-0.064
3	跨越率	-0.049	-0.011	0.12
	极值	-0.09	-0.052	-0.055
4	跨越率	-0.033	0.021	0.16
	极值	-0.059	-0.11	-0.05
5	跨越率	0.11	0.19	0.18

	极值	-0.13	-0.14	-0.058
6	跨越率	0.2	0.26	0.3
	极值	-0.029	-0.095	-0.082

图 3.5 及表 3.3 结果表明：(1) 非平稳随机激励的频谱特征对基于跨越率的方法有明显影响，当 ω_g 与结构圆频率 $\omega_s = 3.704\pi\text{rad/s}$ 差距增大，跨越率方法的精度显著下降；(2) 响应阈值 b_r 对功率谱方法的准确性也有一定影响，随阈值升高精度呈上升趋势，且跨越率方法对可靠性预测大部分偏保守；(3) 极值方法对随机激励的频谱特征和阈值并不敏感，且由于样本的随机性，误差有微小变化，这说明极值方法具有较高的精度但存在波动。

(2) 构建第一阶段自适应代理模型

结合小概率事件发生规律一般遵从“ 3σ ”法则，即随机变量在 $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 范围内出现。采用拉丁超立方抽样在 $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 内均匀抽取 16 个初始样本点，构建初始 Kriging 模型。基于 U-学习函数更新代理模型，更新过程中选取自适应代理模型更新的临界失效概率 $\tilde{P}_f = 0.003$ ，临界失效概率附近为关键区域。以工况 11 为例， $T = 20\text{s}$ 时分别采用 PEM 和 GSS 两种方法计算条件失效概率组建自适应代理模型，样本点分布如图 3.6 所示。

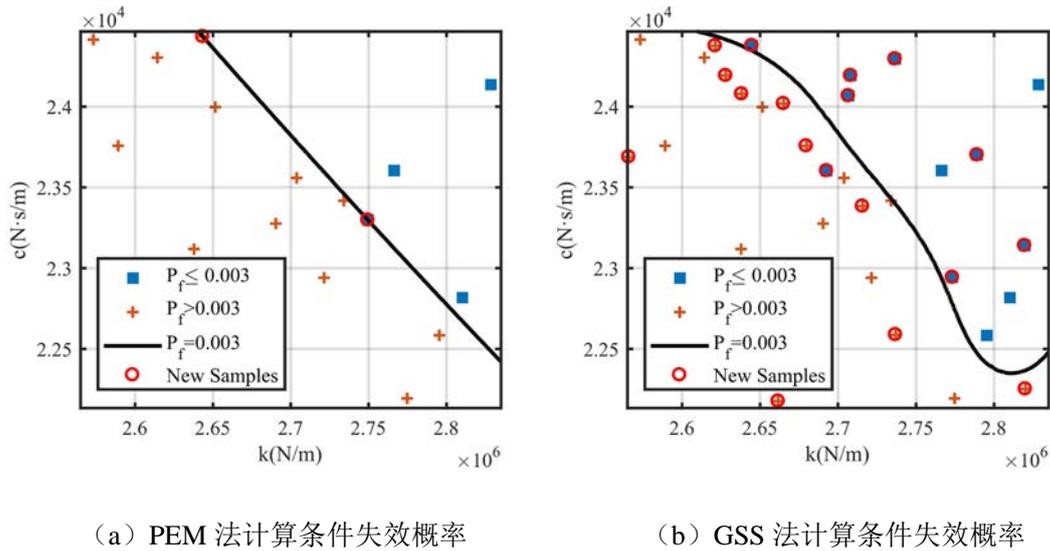


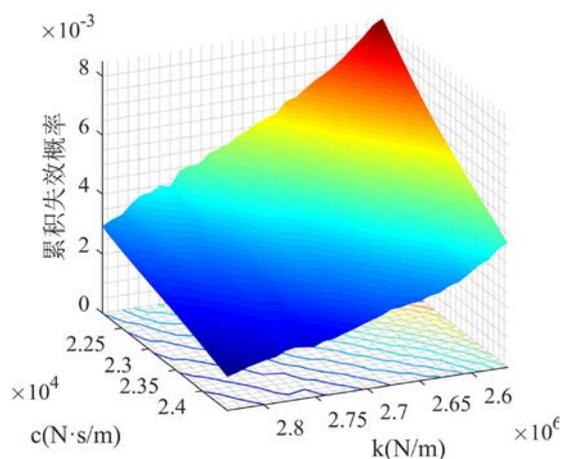
图 3.6 单自由度结构失效概率代理模型样本点设计

由图 3.6 结果显示：(1) PEM 和 GSS 两种方法都能高效进行结构的条件失效概率代理模型构建，新增样本点分布在临界失效概率相应的附近区域，有效提高代理模型在关键区域的精度；(2) 作为一种半数值方法，PEM 方法计算得到的条件失效概率变化较平缓，自适应代理模型只新增 2 个样本点，很快到达收

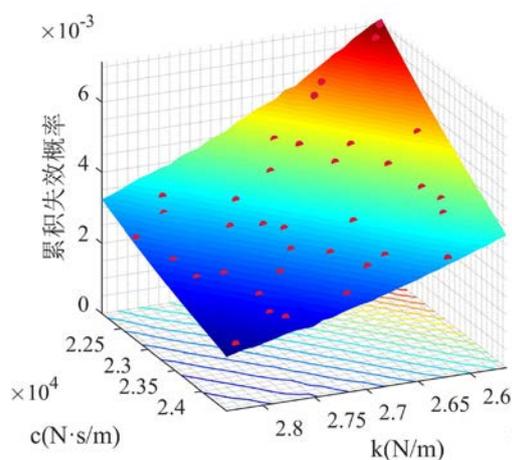
敛，而基于 GSS 方法的代理模型更新共新增 19 个样本点，对关键区域进行了更为充分的探索，临界失效概率区间更为精确，大大提升在临界失效概率 $\tilde{P}_f=0.003$ 附近样本空间内的失效概率代理模型精度。

作为比较基准，传统 MCS 方法在随机变量空间抽取 10^4 个样本点，每个样本点进行 10^6 次时程分析。三种方法得到的条件失效概率响应面及所构建代理模型的误差响应面分别如图 3.7 及图 3.8 所示。图 3.7、图 3.8 中计算结果表明：

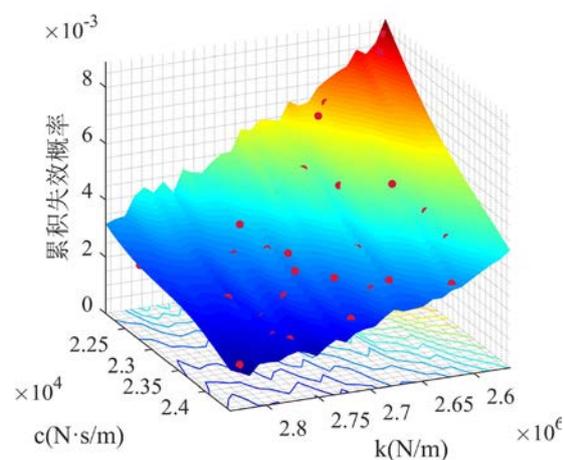
(1) 基于 GSS 方法的计算精度远高于基于 PEM 方法，表明在动力可靠性分析中，基于极值的方法较基于跨越率方法而言具有更高的计算精度。(2) GSS 方法本质上是一种数值模拟方法，因此计算得到的失效概率代理模型的表面光滑性较差，误差表现出随机性。此外，在研究计算方法时，计算效率也是需要重点考虑的问题，基于 GSS 的代理模型方法构建条件失效概率响应面所需时程分析次数仅为 MCS 方法的 $(36 \times 21265) / (10^4 \times 10^6) \approx 0.0076\%$ ，具有相当高的计算效率。



(a) MCS



(b) PEM-AK



(c) GSS-AK

图 3.7 单自由度结构失效概率代理模型

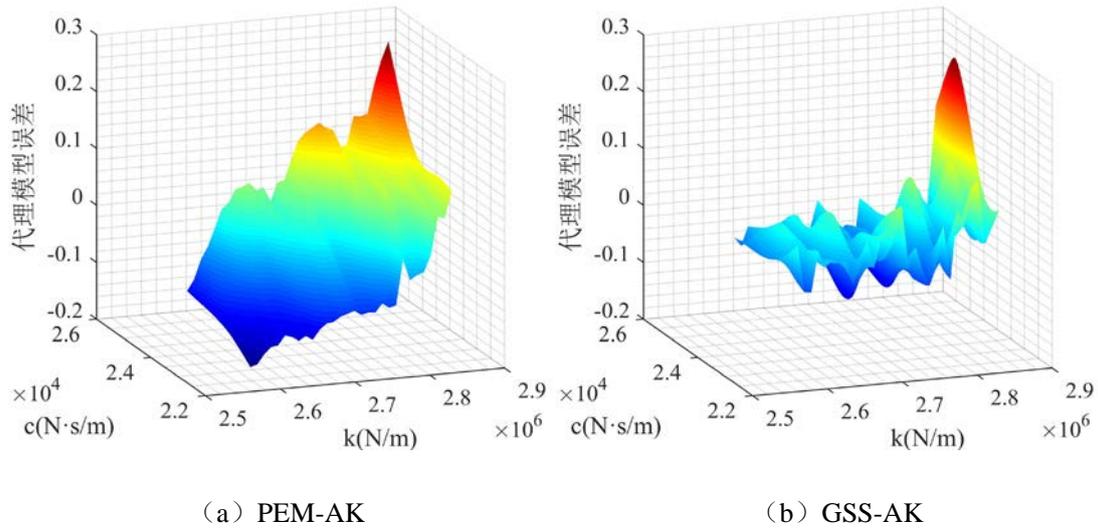


图 3.8 代理模型相对误差面

(3) 考虑随机不确定性参数的动力可靠性分析

当仅考虑结构参数的随机不确定性时，结构参数随机变量 c 和 k 均服从近似正态分布，各随机变量分布及代理建模取值范围见表 3.4。

表 3.4 单自由度结构随机变量

随机变量 分布特性	$c(N \cdot s / m)$	$k(N / m)$
均值 μ	2.33E+04	2.7E+06
标准差 σ	3.88E+02	4.5E+04
$[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$	[22135, 24465]	[2.565E+06, 2.835E+06]

接下来对随机结构动力可靠性分析的 PEM-AK-MCS 方法和 GSS-AK-MCS 方法进行比较。基于第一阶段自适应更新完成后所构建的代理模型，根据结构随机变量的概率分布随机抽样，计算得到的失效概率计算结果见表 3.5。表 3.5 结果表明考虑结构参数随机不确定下 GSS-AK-MCS 方法失效概率计算精度高于 PEM-AK-MCS 方法，与上文中条件失效概率代理模型响应面误差比较结果一致，表明基于全概率定理的代理模型方法的可行性。

表 3.5 随机不确定下单自由度结构失效概率

计算方法	失效概率	相对误差
PEM-AK-MCS	3.758E-03	5.9%
GSS-AK-MCS	3.536E-03	0.4%
MCS	3.549E-03	—

(4) 混合不确定下的动力可靠性分析

为不失一般性，在随机与认知不确定同时存在时，将结构的随机和认知不确定统一表达为认知不确定性，即表 3.1 中所示的不确定变量的证据理论表达。针对该单自由度结构，位移响应阈值取 $b_r = 0.09\text{m}$ 。根据本文所提出的 AK-DE 线性结构动力可靠性分析框架，基于表 3.1 中所示的不确定变量的证据理论表达，分别在上文中基于跨越率和基于极值的方法构建的第一阶段自适应更新完成的失效概率代理模型上，经微分演化区间优化技术进行不确定传播。在微分演化过程中同时进行第二阶段自适应 Kriging 代理模型更新，最终求得如图 3.9 中该单自由度结构位移失效概率的累积似然函数 (CPF) 曲线和累积信任函数 (CBF) 曲线。类似的，将各变量的区间表达的不确定信息传播得到如图 3.9 中所示失效概率的区间上下界。对应于表 3.4 中的不确定参数概率表达，在两种条件失效概率计算方法构建的代理模型上分别取 10^6 次 MCS 方法得到结构位移失效概率的累积分布曲线如图 3.9 中 CDF 曲线。根据图 3.9 中失效概率的 CPF 曲线和 CBF 曲线，基于全概率定理求得最终失效概率区间测度的上下界。表 3.6 中对比了 PEM-AK-DE 和 GSS-AK-DE 两种方法与区间理论和 MCS 方法在混合不确定下失效概率计算结果对比。

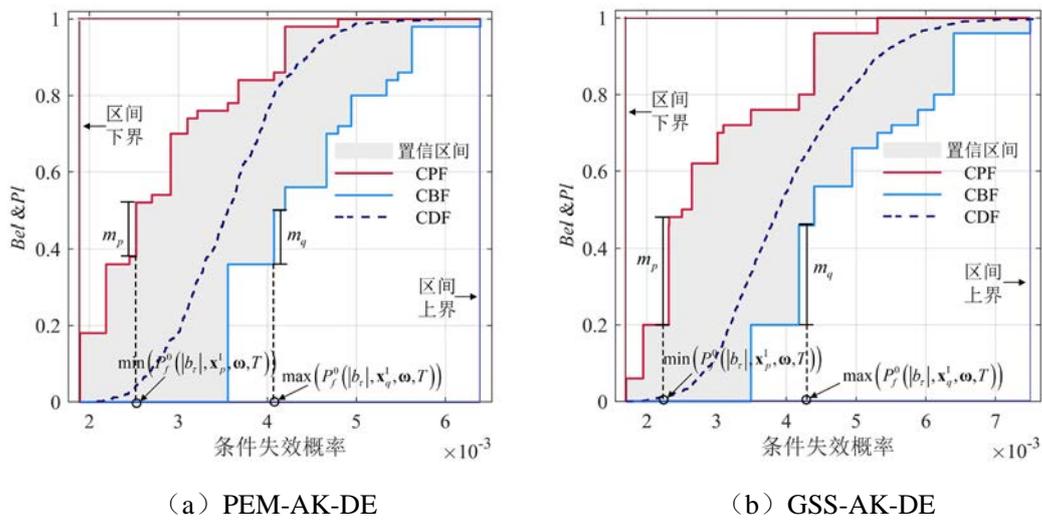


图 3.9 单自由度结构位移失效概率累积分布对比

表 3.6 混合不确定下单自由度结构失效概率

	证据		区间		概率
	上界	下界	上界	下界	-
PEM-AK	2.852E-03	4.423E-03	6.408E-03	1.825E-03	3.758E-03
GSS-AK	2.786E-03	4.857E-03	7.626E-03	1.765E-03	3.536E-03

对比图 3.9 和表 3.6 中三种不确定理论的量化结果可以看出, 区间理论下得到结构失效概率区间的包络范围远大于证据理论和概率理论的量化结果, 表明区间分析结构包含较大的认知不确定。当数据收集充分时证据理论的分析结果将趋于概率理论。将区间分析结果应用于结构设计时, 一定程度上会造成设计浪费。另一方面, 图 3.9 中 CDF 曲线表征了结构不确定参数的统计信息完备情况下结构失效概率的累积分布, 是对实际不确定输入的理想化。而利用证据理论对认知不确定建模通过 CPF 和 CBF 曲线所包含的面积有效地表征了认知不确定对结构失效概率的影响。

(5) 基于微分演化区间优化算法的效率对比

为验证利用微分演化区间方法进行不确定传播分析的有效性和准确性, 分别采用 10^4 和 10^5 次 MCS 方法在于基于 GSS-AK 方法构建的条件失效概率代理模型上, 抽样得到单自由度结构位移响应的失效概率计算结果如图 3.10 所示。

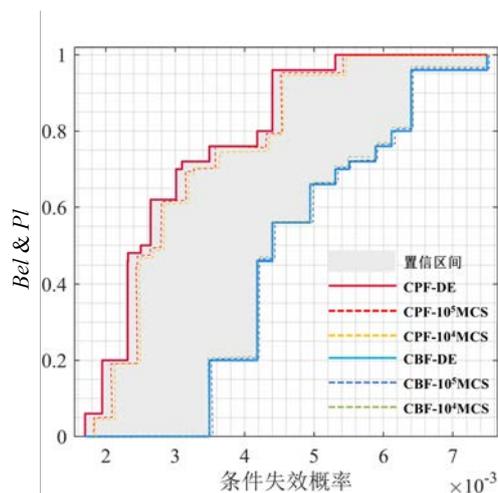


图 3.10 三种不确定传播结果对比

对比图 3.10 中三种计算结果, 可以看出 10^5 次抽样的 MCS 方法分析结果优于 10^4 次 MCS 方法的分析结果, 与前文所述 MCS 方法的计算精度随着采样数目的增加而提高一致。对比图 3.10 中微分演化区间优化方法与两种 MCS 方法的失效概率计算结果曲线, 可以看出相对于两种不同采样精度的 MCS 方法, 微分演化区间优化方法的不确定传播结果健壮。采用相同内存计算机进行不确定传播, 微分演化区间优化算法耗时为 72s, 10^4 和 10^5 次 MCS 方法耗时分别为 152s 及 217s, 表明微分演化区间优化算法具有较高的计算效率。

(6) 不确定参数敏感性分析

敏感性分析是判别不确定对系统响应贡献程度的依据, 采用第 2 章中两种敏

感性分析方法研究不同的不确定变量对单自由度结构位移可靠性分析的影响。由于本算例中仅考虑两个不确定变量，因此全局敏感性系数指标与单变量敏感性系数指标计算结果相同，这里采用全局敏感性系数表达。这里以基于极值的 GSS-AK-DE 方法计算结果为例。

1) 基于输入输出变化比的敏感性分析

首先利用表 3.1 所示的证据理论表达带入基于区间变化比的敏感性分析框架得到如图 3.11 所示的敏感性系数。

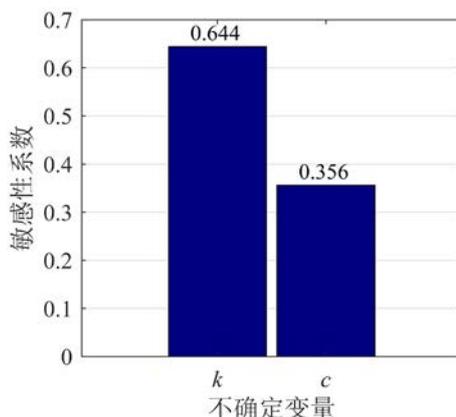


图 3.11 基于输入输出变化比的敏感性分析结果

从图 3.11 中得到，单自由度结构刚度 k 和阻尼 c 的敏感性系数分别为 0.626 和 0.374，结果表明刚度的不确定性对单自由度结构位移响应的动力可靠性分析影响更大。将上述两变量带入基于输入输出变化比的敏感性分析需要在 $N = 5 \times 4 = 20$ 个焦元区间上求解极大值与极小值。

2) 基于改进 Pinching 的敏感性分析

根据第 2 章中改进 Pinching 方法计算各变量的全局敏感性系数。在求解刚度 k 的敏感性系数指标时，将结构阻尼 c 固定为名义值，则这时结构位移响应的动力可靠性只受不确定变量 k 的影响。求解阻尼 c 的敏感性系数反之。结构失效概率累积分布及两变量的敏感性分析结果如图 3.12 所示，图中深色阴影表示单变量情况下条件失效概率的区间测度。

从图 3.12 中可以看出，当结构刚度 k 波动而阻尼 c 固定时，结构位移响应动力可靠性分析的认知不确定较大，而阻尼 c 对结构位移响应动力可靠性认知不确定的贡献较小，但两不确定变量的影响在进行结构位移响应动力可靠性分析中均不可忽略。结合图 3.12 所示的认知不确定大小可以得到两个参数的敏感性系数如表 3.7 所示。

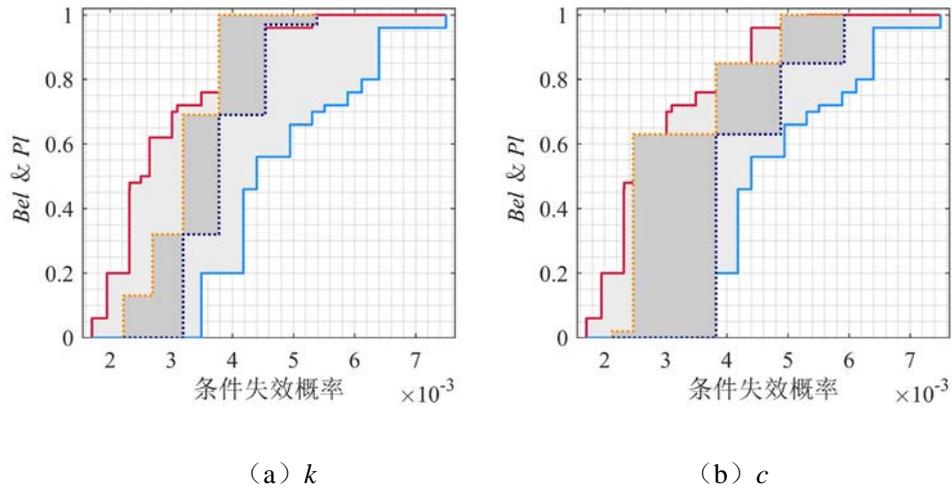


图 3.12 基于改进 Pinching 的敏感性分析

表 3.7 基于改进 Pinching 的敏感性系数

不确定变量	k	c
敏感性系数	0.6438	0.3856

3.7.2 多自由度惯容减震结构系统的混合动力可靠性分析

针对如图 3.13 所示的每层装有调谐黏滞质量阻尼器 (tuned viscous mass damper, TVMD) 的多自由度结构系统进行动力可靠性分析, 考虑结构系统在非平稳地震激励下的层间位移响应的动力可靠性, 即 $FE = \{\max |\Delta u(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, t)| \geq |b_c|\}$ 。TVMD 是一种基于阻尼增效原理的滚珠丝杆型惯容器, 利用质量放大效应来提高阻尼器的性能。然而由于 TVMD 的材料特性和几何参数存在固有不确定性, 设计参数在制造和使用过程中会出现变异性, 忽视 TVMD 参数的不确定性将影响消能减震结构在随机激励下的鲁棒性。并且 TVMD 作为一种减震装置, 设备属性显著地逐批变化, 每批中的分散度可能因制造商的不同而显著变化, 单个批次中生产的设备数量通常非常有限, 无法进行统计分析。因此其不确定参数的概率分布信息并不可用, 需要通过证据理论对参数的认知不确定进行量化, 同时考虑地震荷载随机过程作用, 进行混合不确定下的动力可靠性分析。

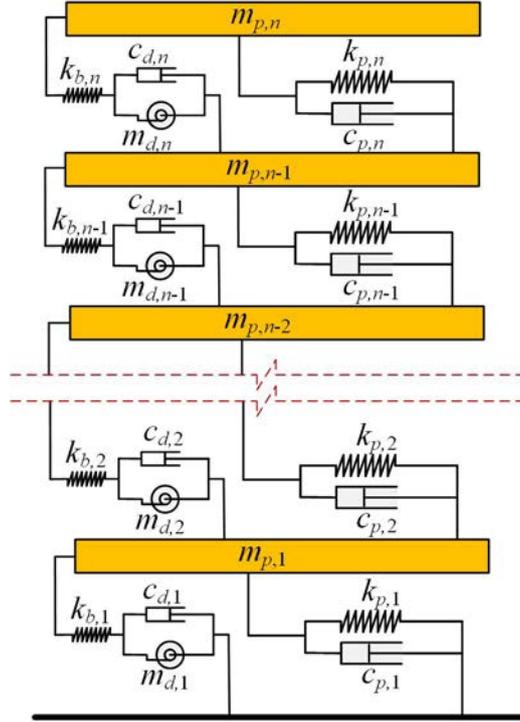


图 3.13 附加 TVMD 的多自由度结构系统

图中 $m_{p,i}$ 、 $c_{p,i}$ 和 $k_{p,i}$ 分别为主体结构参数， $m_{d,i}$ 、 $c_{d,i}$ 和 $k_{b,i}$ 分别为 TVMD 参数。系统在受到基底激励 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下的动力平衡方程为：

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, t) + \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha})\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\alpha}, t) + \mathbf{K}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, t) = -\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (3.88)$$

式中 $\mathbf{M}(\boldsymbol{\alpha})$ 、 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\mathbf{K}(\boldsymbol{\alpha})$ 分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵，由结构参数与 TVMD 参数组成，分别为：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p + \mathbf{K}_{b11} & \mathbf{K}_{b12} \\ \mathbf{K}_{b12}^T & \mathbf{K}_{b22} \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

$$\mathbf{M}_p = \text{diag}(m_{p,1}, \dots, m_{p,n}) \quad \mathbf{M}_d = \text{diag}(m_{d,1}, \dots, m_{d,n})$$

$$\mathbf{C}_p = \mathbf{T}^T \text{diag}(c_{p,1}, \dots, c_{p,n}) \mathbf{T} \quad \mathbf{C}_d = \text{diag}(c_{d,1}, \dots, c_{d,n}) \quad (3.90)$$

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{T}^T \text{diag}(k_{p,1}, \dots, k_{p,n}) \mathbf{T} \quad \mathbf{K}_{b11} = \mathbf{T}^T \text{diag}(k_{b,1}, \dots, k_{b,n}) \mathbf{T}$$

$$\mathbf{K}_{b12} = -\mathbf{T}^T \text{diag}(k_{b,1}, \dots, k_{b,n}) \quad \mathbf{K}_{b22} = \text{diag}(k_{b,1}, \dots, k_{b,n})$$

其中：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

为层间位移转换矩阵。 $\mathbf{u}(\mathbf{a}, t)$ 由主结构位移矢量与每层附加 TVMD 的位移构成：

$$\mathbf{u}(\mathbf{a}, t) = \{\mathbf{u}_p^T(\mathbf{a}, t), \mathbf{u}_{d1}(\mathbf{a}, t), \dots, \mathbf{u}_{dn}(\mathbf{a}, t)\} \quad (3.92)$$

由于 TVMD 系统是由层间相对位移而不是地面运动来驱动的，因此影响系数矢量为 $\mathbf{r} = \{\underbrace{1, \dots, 1}_{n}, \underbrace{0, \dots, 0}_n\}^T$ 。考虑到计算效率，采用等比例附加 TVMD 方法，可以将复杂结构系统转换为等效单自由度系统进行计算。附加质量比 λ 确定后，附加质量的分布与主结构刚度的分布成正比：

$$m_{d,i} = \frac{\lambda}{{}_1\Omega_p} k_{p,i} \quad (3.93)$$

式中为 ${}_1\Omega_p$ 等效单自由度的特征值，则各层附加 TVMD 的其余参数 $k_{b,i} = \omega_b^2 m_{d,i}$ 和 $c_{d,i} = 2\zeta_d \omega_b m_{d,i}$ ，可以由参数 ω_b 和 ζ_d 确定，考虑两参数在制造和使用过程中出现的变异性，即 $\mathbf{a} = [\omega_b, \zeta_d]$ 。

本文以文献^[16]中的 10 层框架结构作为主体结构，结构基本信息见表 3.8。框架结构每层装配 TVMD，附加质量比 λ 设为 0.1。

表 3.8 框架结构参数

层数	$m_{p,i}$ (ton)	$c_{p,i}$ (kN·s/m)	$k_{p,i}$ (kN/m)
1	700	3578	279960
2	682	4902	383550
3	680	4895	383020
04	676	4195	328260
5	670	3912	306160
6	667	3730	291890
7	660	3128	244790
8	656	2815	220250
9	649	2301	180110
10	875	2026	158550

为不失一般性，在随机与认知不确定同时存在时，将结构的随机和认知不确定统一表达为认知不确定性。考虑结构参数 ω_b 和 ζ_d 均为认知不确定参数，各不确定变量的证据理论表达即焦元区间和对应的基本信任分配如表 3.9 和图 3.14 所示。

表 3.9 不确定变量的证据理论表达

ω_b (rad/s)		ζ_d	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[2.5,4.75]	0.0833	[0,0.1]	0.24
[3.25,4.75]	0.875	[0.1,0.2]	0.44
[3.25,5.5]	0.0417	[0.2,0.3]	0.28
		[0.2,0.4]	0.04

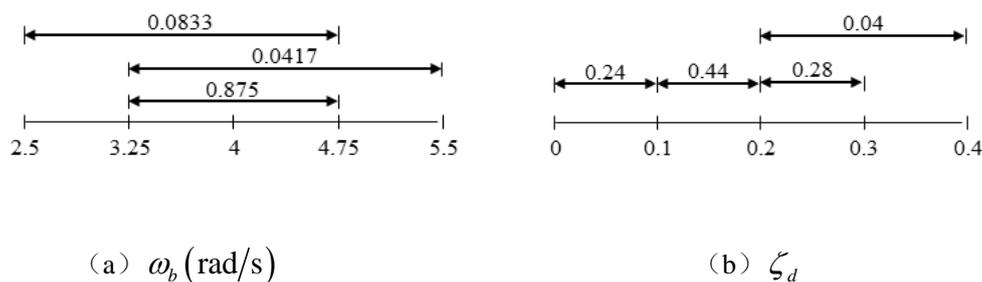


图 3.14 不确定参数的焦元区间和 BBA 结构

(1) 两种条件失效概率计算方法构建代理模型精度比较

Kanai-Tajimi 谱作为一种单峰值功率谱模型，具有物理意义明确的模型参数，能够反映场地的滤波作用，体现了场地特征对地震动的影响规律。然而 Kanai-Tajimi 谱忽略了地震动速度和位移在频率为零处是有限的条件，导致由该模型导出的地震动速度功率谱在频率等于零时出现明显的奇异点^[245]；另外，Kanai-Tajimi 谱过分夸大了地震动的低频分量，该过程的能量被视为无限大。因此，本文选用 Clough 与 Penzien 提出的修正过滤白噪声模型，其地面加速度功率谱密度函数为（简称 C-P 谱）：

$$S_g(\omega) = \frac{1 + 4\zeta_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^4}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_f^2 \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2} \cdot S_0 \quad (3.94)$$

式中， ω_f 、 ζ_f 分别为附加滤波器的频率和阻尼参数，通过这两个参数的配合设置，可模拟地震动低频能量的变化，常用取值 $\zeta_f = \zeta_g$ 、 $\omega_f = 0.15\omega_g$ ；谱强度因子 S_0 与设计分组、场地类别和地震烈度等因素有关，计算时可以近似取为：

$$S_0 = \frac{0.141\xi_g PGA^2}{\omega_g \sqrt{1+4\xi_g^2}} \quad (3.95)$$

式中， PGA 为地震动峰值加速度。C-P模型是在Kanai-Tajimi模型的过滤白噪声基础上，进行了二次滤波，从而修正了低频振动分量，能更好地反映地震动低频能量的变化。非平稳随机激励的调制函数与式(3.86)相同。

分别采用本文所提出的基于跨越率的PEM方法与基于极值的GSS方法，对惯容减震系统的层间位移响应条件失效概率进行计算，作为代理模型样本点输出值。选定基本工况如下：层间位移阈值为 $b_t = 0.04\text{m}$ ，地面加速度峰值 $PGA = 0.15g$ ，功率谱参数 $\zeta_g = 0.6$ ，地面特征频率 $\omega_g = 5\pi$ 。

采用拉丁超立方抽样在不确定参数的分布范围内均匀抽取40个样本点 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{40}]$ ，分别采用功率谱方法与GSS方法计算样本点对应的条件失效概率 $[P_{b_t, T, 1}^{con}, P_{b_t, T, 2}^{con}, \dots, P_{b_t, T, 40}^{con}]$ ，构建 T 时刻的条件失效概率Kriging代理模型。以 $T = 20\text{s}$ 时为例，代理模型样本点分布及两种计算方法下的条件失效概率响应面如图3.15所示。

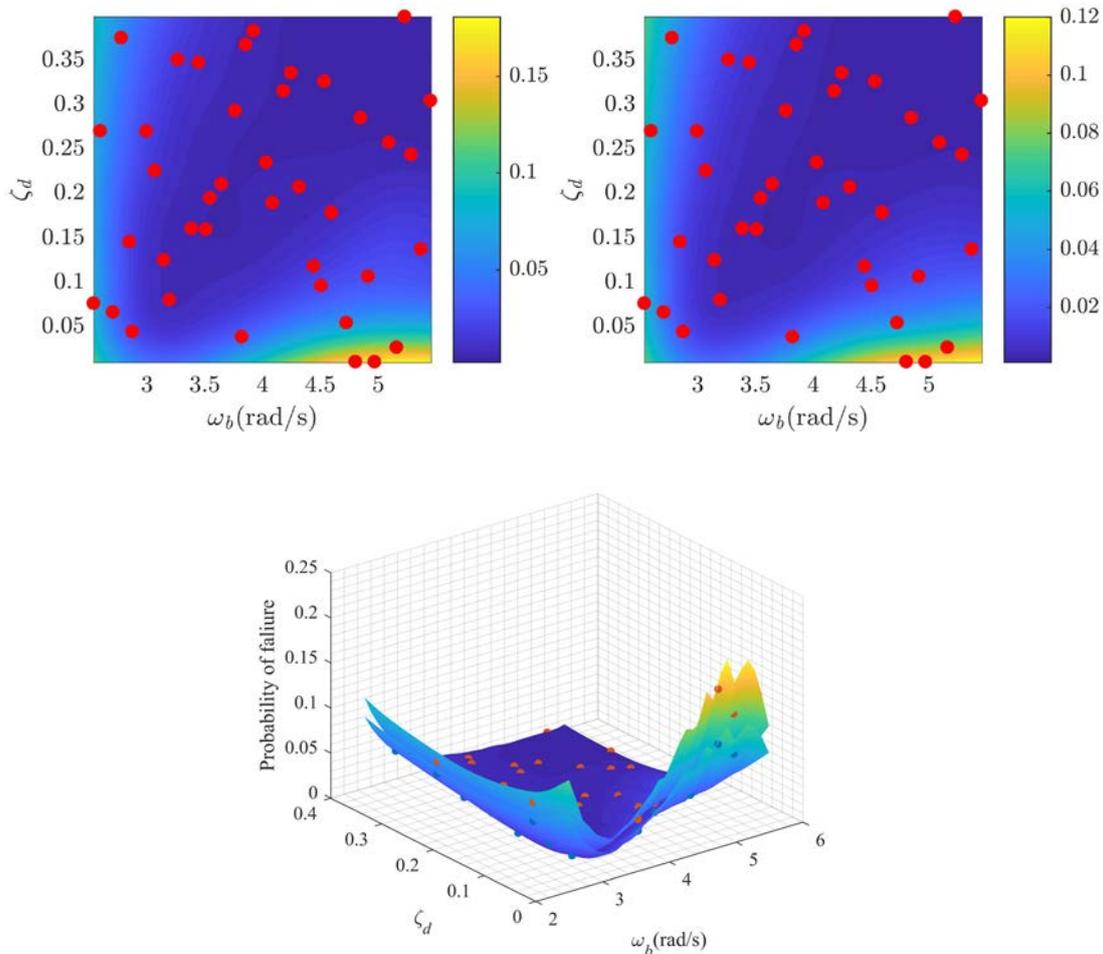


图 3.15 条件失效概率代理模型

采用传统 MCS 方法在随机变量空间抽取 10^3 个样本点, 每个样本点进行 10^5 次时程分析, MCS 方法的动力可靠性分析结果作为精确值与上述两种方法进行对比。四组代表性不确定变量组合 $\alpha_i = [\omega_{b,i}, \zeta_{d,i}]$ 的失效概率计算结果见表 3.10。两种方法所构建的条件失效概率代理模型误差响应面如图 3.16 所示。

表 3.10 条件失效概率计算结果

$[\omega_b (\text{rad/s}), \zeta_d]$	[4.19,0.315]	[3.07,0.225]	[3.00,0.270]	[4.98,0.0100]
基于跨越率	0.00442	0.0141	0.0216	0.167
基于极值	0.00242	0.0102	0.0162	0.113
MCS	0.00251	0.0110	0.0157	0.117

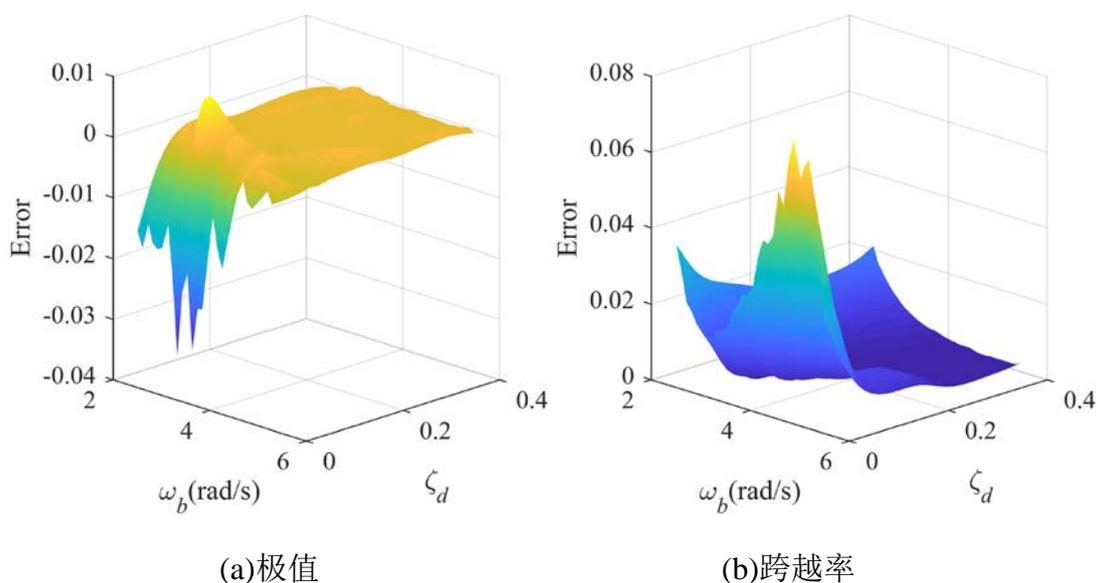


图 3.16 代理模型误差

由图 3.16 及表 3.10 惯容系统条件失效概率分析可以得到如下结论: (1) 对于不同的不确定变量组合, 基于极值的 GSS 方法相对于基于跨越率的 PEM 方法均表现出更高的计算精度; (2) 随着阻尼比的增大, 条件失效概率减小, 本文所提出的两种方法误差也明显减小, 两种方法的计算精度都有所改善, 但基于跨越率的方法仍存在较大误差; (3) 基于跨越率的方法作为一种半解析方法, 条件失效概率响应面及误差响应面都较为光滑, 而采用 GSS 的基于极值的方法本质是一种模拟方法, 所得到的响应面反映出动力可靠性分析结果误差的随机性。因此在后续研究中选择精度更高、更具有鲁棒性的基于极值的 GSS 方法作为非平稳随机激励下条件失效概率的计算方法。

(2) 两阶段代理模型更新自适应学习函数比较

学习函数决定了新增样本点的位置和代理模型在不同区域的预测精度，因此学习函数的选择对于 AK-DE 方法至关重要。将本文在第一、第二阶段自适应更新中分别采用的 U 函数和 EI 函数进行分析，研究两种学习函数提升代理模型精度的性能对比。

由于本文所提出的 AK-DE 动力可靠性分析框架中，两阶段中采用 U 函数和 EI 函数分别在不确定变量的全局范围和联合焦元区间中进行自适应更新，无法进行性能比较。因此在本节中，采用两种学习函数在相同的不确定变量空间，即不确定变量分布全局范围内进行代理模型自适应更新，研究两种学习函数提升代理模型精度的性能。

根据前述对于基于跨越率方法与基于极值方法的对比研究，采用基于跨越率的 PEM 方法计算条件失效概率得到的代理模型响应面较为光滑，因此自适应更新代理模型精度提升效果并不明显。这里重点对采用基于极值的 GSS 方法计算条件失效概率，在不确定变量分布范围内分布采用 U 函数与 EI 函数时的性能进行对比。选定基本工况：非平稳地震激励采用与(1)中相同的均匀调制 C-P 谱模型，初始试验设计为 30 个样本点，层间位移阈值为 $b_r = 0.05\text{m}$ ，设定临界失效概率 $\tilde{P}_f = 5 \times 10^{-3}$ 。采用两种学习函数得到的代理模型更新过程中的置信区间收敛情况如图 3.17 中阴影区域所示，样本点设计更新如图 3.18 所示。根据式(3.26)中定义归一化后的代理模型容许误差达到 $(P_{ex}^+ - P_{ex}^-) / P_{ex} \leq \varepsilon_{P_{ex}} = 15\%$ ，代理模型更新停止。

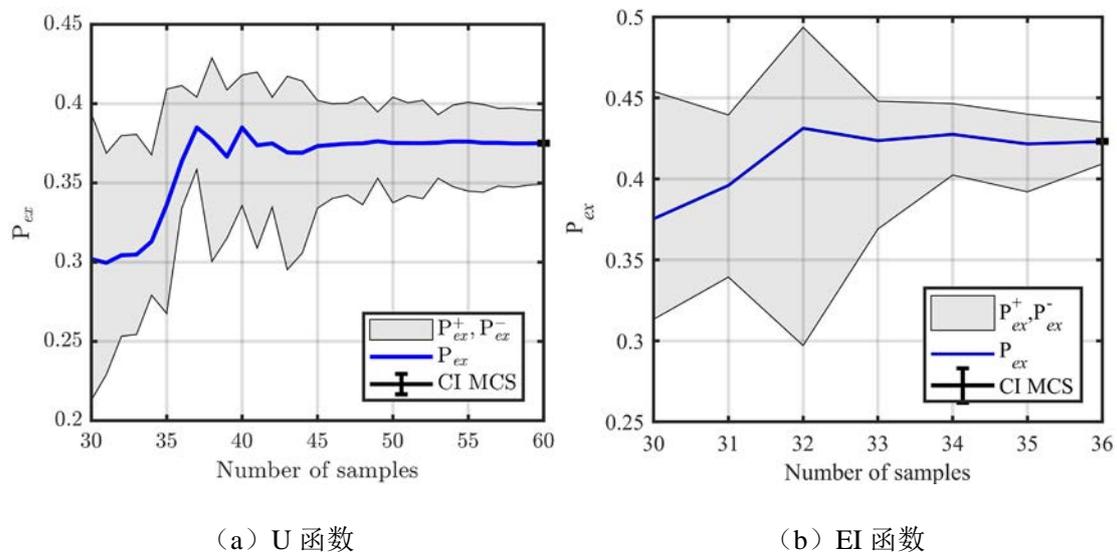


图 3.17 代理模型更新过程

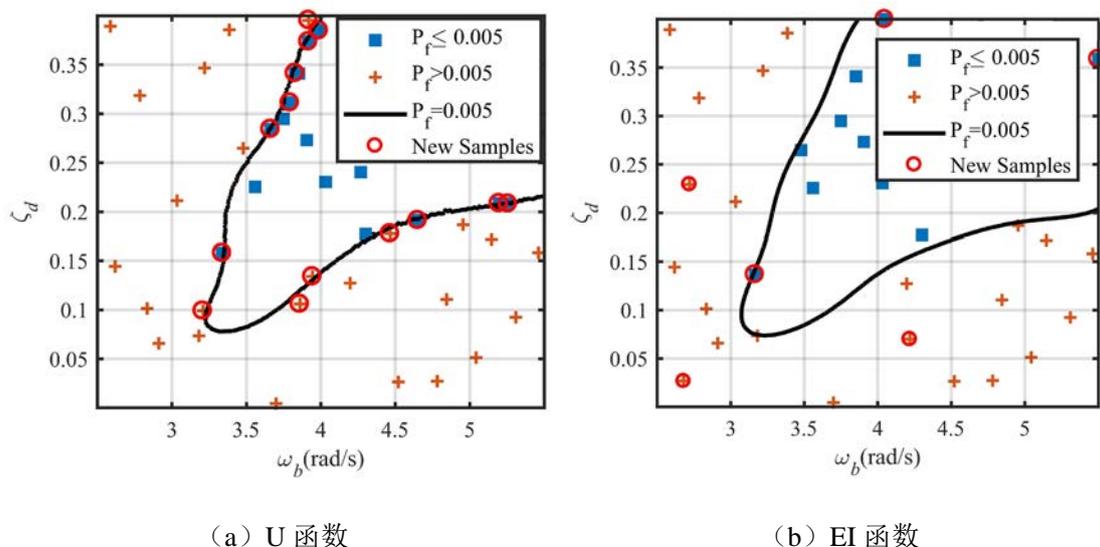


图 3.18 代理模型样本点设计

采用传统 MCS 方法在随机变量空间抽取 10^3 个样本点，每个样本点进行 10^5 次时程分析，MCS 方法的动力可靠性分析结果作为精确值与采用上述两种学习函数的更新后代理模型进行对比。基于两种学习函数所构建的条件失效概率代理模型相对误差响应面如图 3.19 所示。

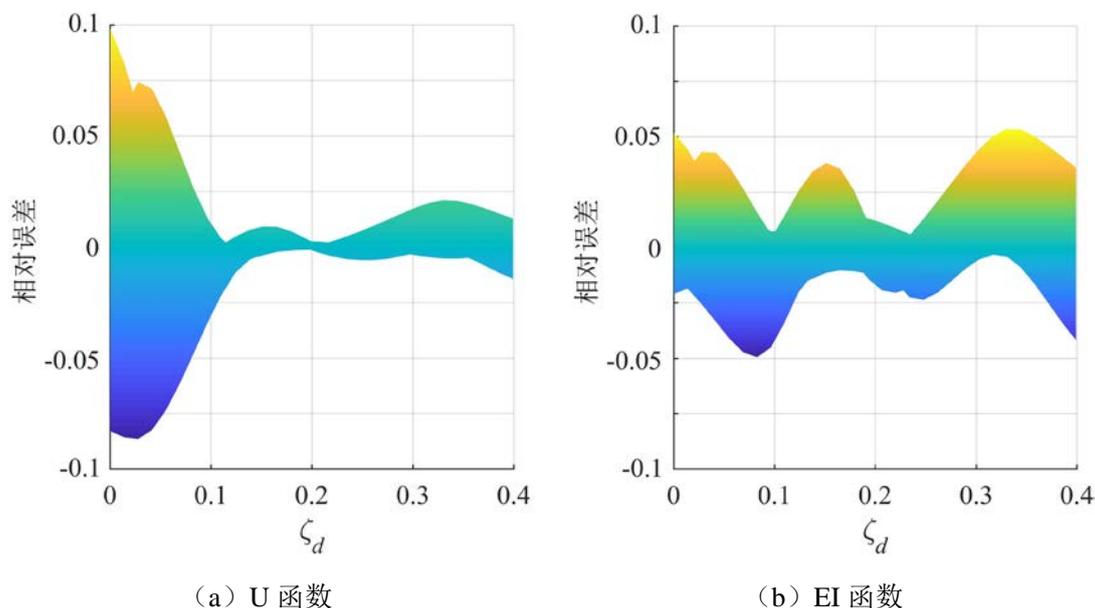


图 3.19 代理模型误差响应面

由图 3.17、图 3.18 和图 3.19 中可以看出，采用 EI 函数更新代理模型试验设计新增样本点数目为 6 个，采用 U 函数更新需要新增 30 个样本点，EI 函数使结果收敛达到停止准则的速度更快。EI 函数在更新样本点时给予 Kriging 模型全

局误差较大的样本点更高的权重，而 U 函数则给予预测条件失效概率在临界失效概率的邻近区域内的样本点更高的权重。因此在图 3.19 中表现为 $\zeta_d \in [0, 0.1]$ 范围内，即全局误差较大范围内，采用 EI 函数得到的代理模型精度更高，而在临界失效概率邻近区域， U 函数表现出更好的提高代理模型精度的能力。

图 3.20 给出了临界失效概率设置为 $\tilde{P}_f = 0.01$ 的代理模型的两阶段自适应代理模型更新完成后的样本点设计和相对误差响应面，证明 U 函数与 EI 函数的结合反映了代理模型在变量空间内的全局精度与重点区域附近搜索的平衡趋势。因此，在本文提出的 $AK-DE$ 框架中，两阶段分布采用 U 函数和 EI 函数进行失效概率代理模型的更新，可以实现全局范围内重点区域和各联合焦元区间内的预测精度提升，实现高效准确的混合不确定下的动力可靠性分析。

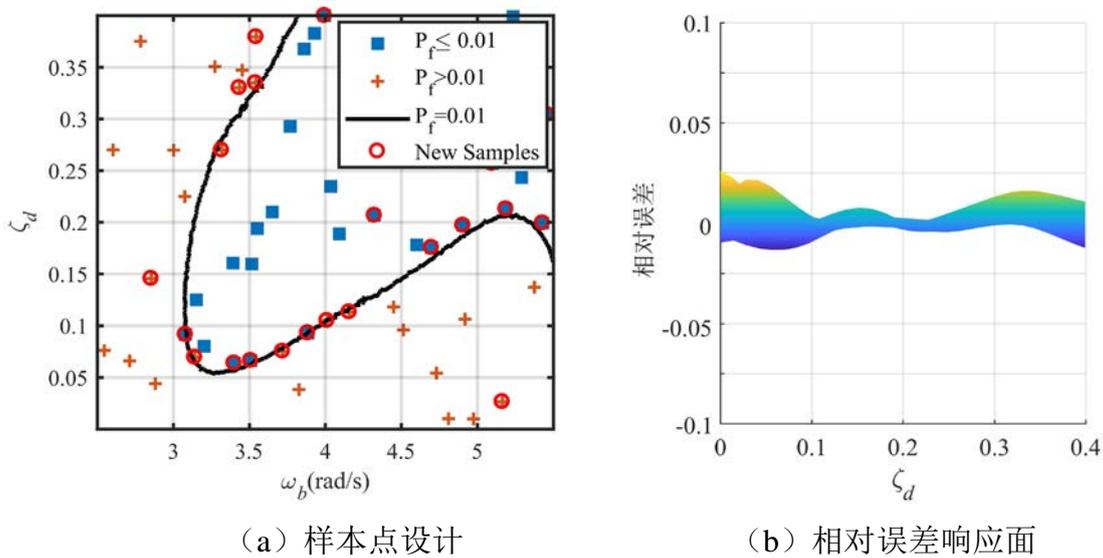


图 3.20 $\tilde{P}_f = 0.01$ 条件下的自适应代理模型

(3) 随机地震动模型参数影响分析

根据前述研究可知，非平稳地震激励的频谱特性对于本文所提出的 $PEM-AK-DE$ 及 $GSS-AK-DE$ 方法的计算精度存在一定影响。此外考虑到近场具有较长的周期、较大的峰值和类似脉冲的波形，对结构造成的破坏更严重，因此本节对近场及远场地震动谱模型参数对两种方法计算精度影响进行分析。为了更好地反映震源破裂、波传播过程对地震动功率谱的影响，本节采用如图 3.21 所示文献的^[25]中提出的一种基于物理过程的功率谱模型作为加速度时程的功率谱，功率谱的产生过程包括震源滤波器及场地滤波器两层滤波。

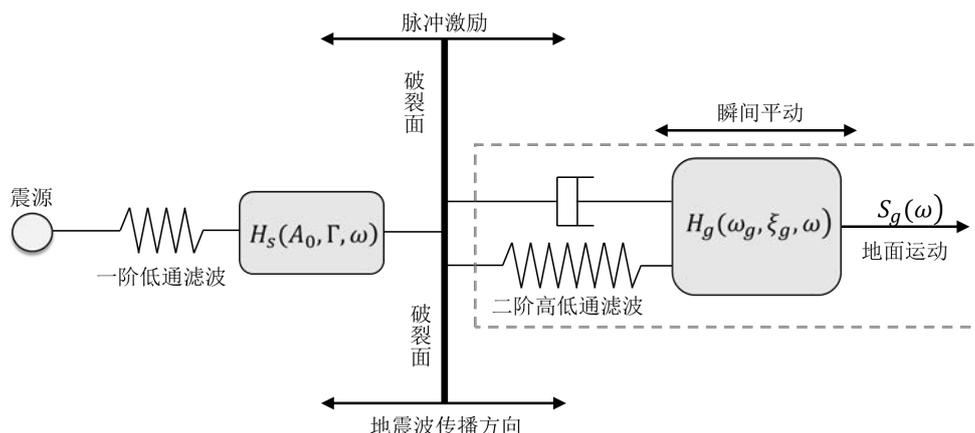


图 3.21 地震动功率谱模型产生过程

功率谱模型表达为：

$$S_g(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 + \left(\frac{1}{\Gamma}\right)^2} \cdot \frac{1 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \cdot S_0 \quad (3.96)$$

式中， Γ 代表 Brune 震源参数。本节中计算工况共 6 组，工况 1~工况 4 采用前述章节中的 C-P 谱模型，根据我国现行的《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)中的相关规定选取四类场地对应的功率谱模型参数；工况 6 和工况 7 分别为文献^[246]中得到的 II 类场地中近断层无脉冲地震动及脉冲型地震动的频谱特性参数，各计算工况表示如下：

表 3.11 计算工况

工况	地震区域	ω_g	ζ_g	PGA	Γ
1	远场	25.13	0.64	0.15g	∞
2	远场	20.94	0.64	0.15g	∞
3	远场	15.71	0.72	0.15g	∞
4	远场	11.42	0.8	0.15g	∞
5	近场	9.813	0.665	0.15g	1.3875
6	近场	1.4494	3.2122	0.15g	3.1289

对层间位移阈值为 $b_r = 0.04\text{m}$ 条件下各工况中惯容减震系统的动力可靠性进行分析。根据本文提出的 PEM-AK-DE 方法和 GSS-AK-DE 方法对各工况下结构动力可靠性进行分析，作为比较基准，传统 MCS 方法在随机变量空间抽取 10^4

个样本点，每个样本点进行 10^6 次时程分析，得到 $T = 6s, 8s, 10s, 12s$ 时各工况图 3.22 中两种计算方法的相对误差如所示。

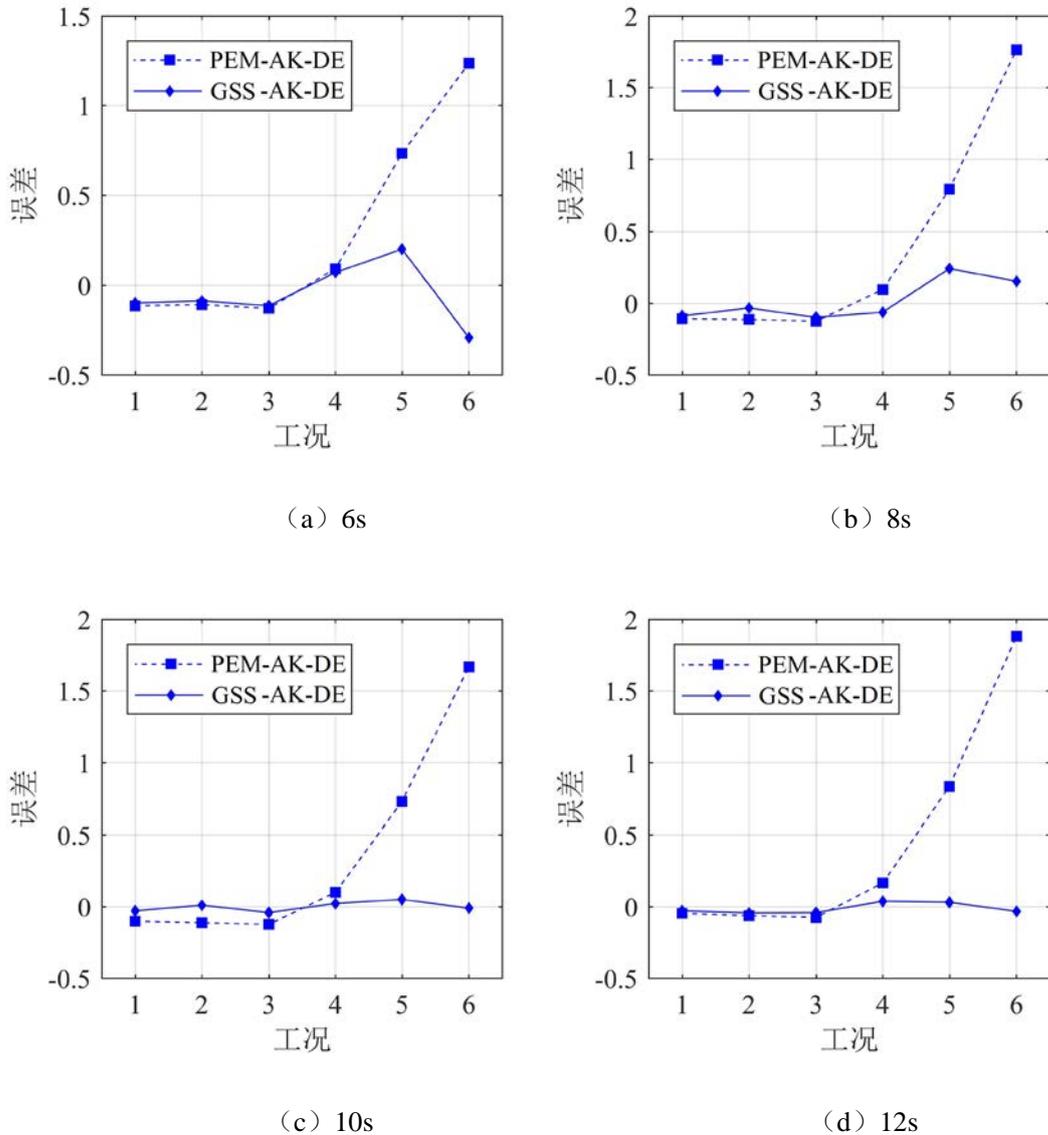
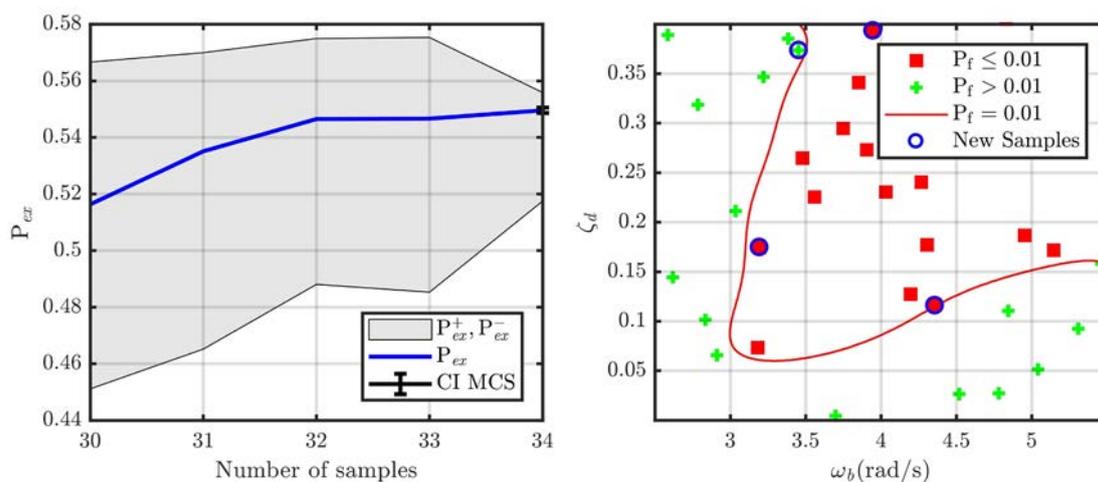


图 3.22 概率理论下两种方法相对误差

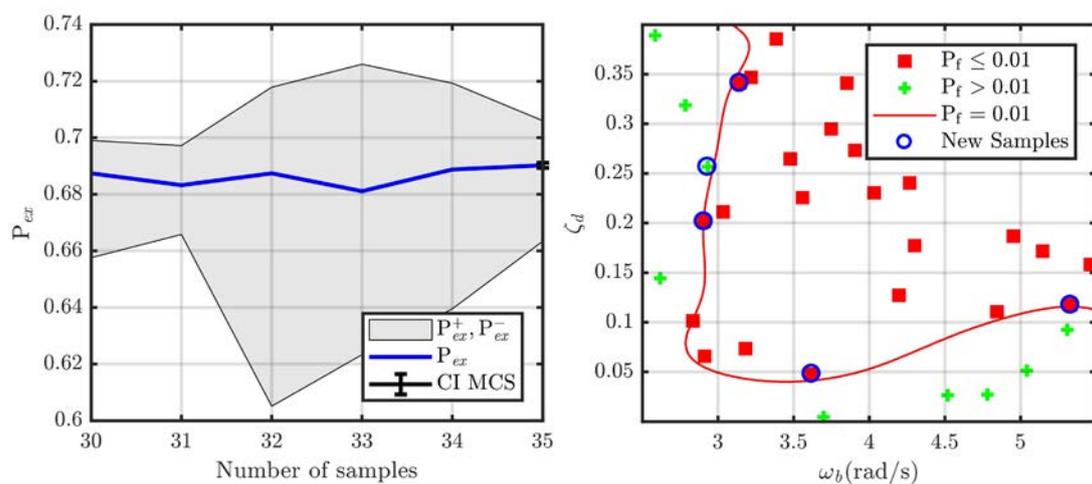
从图 3.22 中可以看出，与工况 1-4 相比，在工况 5、6 近场地震动作用下，基于跨越率的 PEM-AK-DE 方法计算误差呈现增大趋势，基于极值的 GSS-AK-DE 方法计算精度表现出明显的优势。由于近场地震动具有周期长和速度脉冲特性，基于跨越率的 PEM 方法并不适用于该类地震作用下的结构动力可靠性分析中的失效概率求解。

首先以工况 6 为例，对惯容减震系统的条件失效概率代理模型进行重点研究。设定临界失效概率为 $\tilde{P}_f = 0.01$ ，采用拉丁超立方抽样不确定变量分布内均匀抽取 30 个初始样本点 $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{30}]$ ，分别采用 PEM 方法与 GSS 方法计算样本

点对应的条件失效概率 $[P_{b_r,T,1}^{con}, P_{b_r,T,2}^{con}, \dots, P_{b_r,T,30}^{con}]$ ，构建 T 时刻的条件失效概率 Kriging 代理模型，并基于 U 函数在第一阶段进行代理模型更新直至达到停止准则。以 $T = 20s$ 时为例，代理模型更新过程、样本点分布及两种计算方法下的第一阶段自适应更新完成后的条件失效概率响应面分别如图 3.23 和图 3.24 所示。图 3.23 中条件失效概率代理模型更新过程灰色阴影部分表示代理模型预测的归一化置信区间，根据式 (3.26) 中定义归一化后的代理模型容许误差达到 $(P_{ex}^+ - P_{ex}^-) / P_{ex} \leq \varepsilon_{\hat{p}_{ex}} = 10\%$ ，代理模型更新停止。



(a) 基于 PEM 法计算条件失效概率



(b) 基于 GSS 法计算条件失效概率

图 3.23 第一阶段自适应代理模型

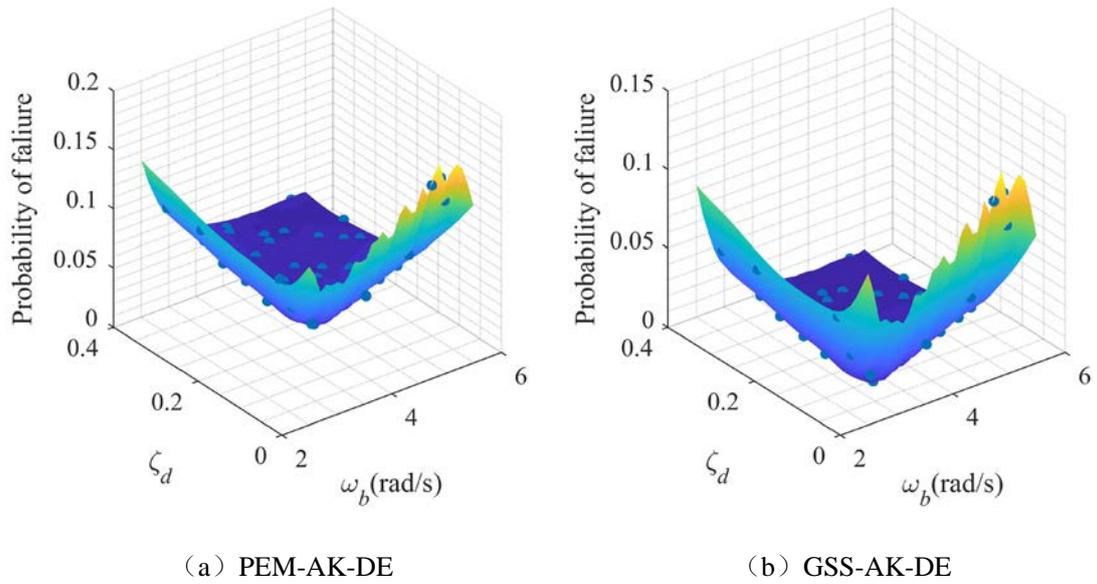


图 3.24 失效概率代理模型

根据本文所提出的基于证据理论的线性结构动力可靠性分析框架，由表 3.9 中所示的不确定变量的证据理论表达，分别在基于功率谱和基于极值的方法构建的失效概率代理模型上，经微分演化区间优化技术进行不确定传播，求得如图 3.25 中该单自由度结构位移失效概率的累积似然函数（CPF）曲线和累积信任函数（CBF）曲线。对应于表 3.10 中的不确定参数概率表达，取 10^6 次 MCS 方法得到结构系统层间位移失效概率的累积分布曲线如图 3.25 中 CDF 曲线。根据第 2 章中改进 Pinching 方法计算各变量的全局敏感性系数。惯容减震系统的失效概率累积分布敏感性分析结果如图 3.26 所示。

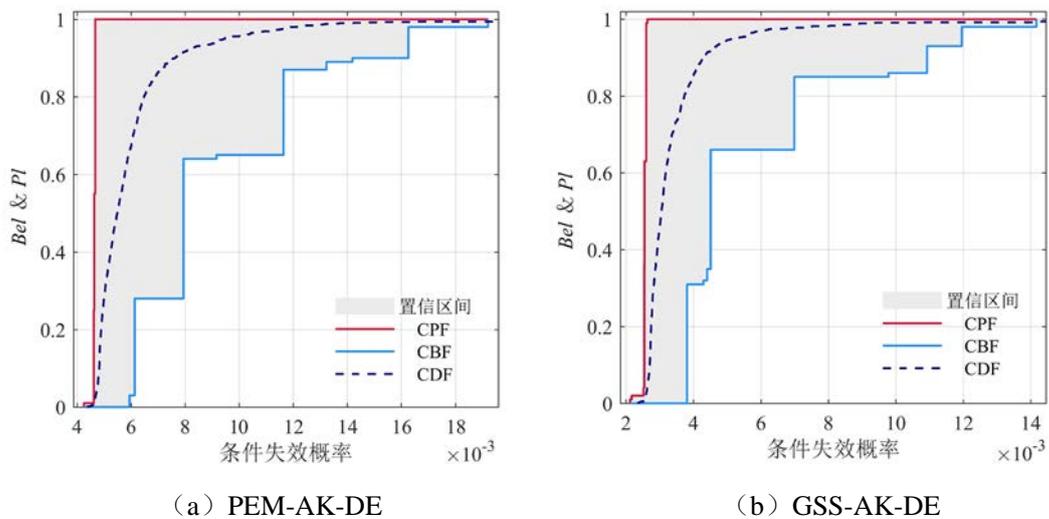


图 3.25 惯容减震层间位移失效概率累积分布对比

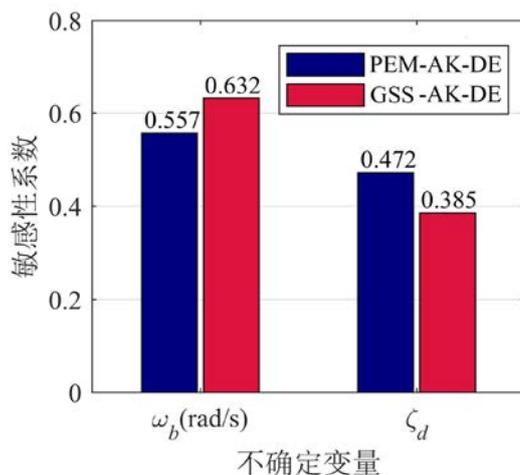


图 3.26 基于改进 Pinching 的敏感性分析结果

从图 3.23 和图 3.25 可以观察发现,在近场地震动作用下,PEM-AK-DE 在各联合焦元区间上的失效概率 CPF 与 CBF 预测值均大于 GSS-AK-DE 方法,这将造成低估结构系统的动力可靠性,进而导致结构设计过于保守。此外从图 3.25 可以看出,证据理论结果较好地包含了尾部的概率分布,这表明证据理论对分布尾部的量化是准确的,这对动力可靠性分析是非常重要的。因此,当反应减震系统随机性的参数数据掌握不足时,采用基于大量假定和简化的概率模型来表达,其动力可靠性分析结果是值得怀疑的,而证据理论可以根据有限信息得到可靠的分析结果,避免概率假设造成的误差。

3.8 本章小结

本章对线性结构在随机-认知混合不确定下的动力可靠性分析进行了研究,主要完成了以下工作:

(1) 结构和系统外部激励中包含的随机和认知混合不确定统一用证据理论表达,同时考虑非平稳地震激励随机过程,通过引入证据理论和全概率定理推导了基于证据理论表达的混合不确定性下结构动力可靠性表达式。

(2) 基于全概率定理将认知不确定和随机不确定进行统一处理,建立条件失效概率的自适应 Kriging 代理模型将混合不确定性下的动力可靠性分析转化为基于代理模型的认知不确定传播。

(3) 提出一种 Kriging 模型与微分演化区间优化技术相结合的自适应 Kriging 微分演化 (AK-DE) 混合不确定下动力可靠性分析框架,通过两阶段自适应更新在提高关键区域预测精度的同时保证各联合焦元区间内的全局精度,采用微分演化方法显著提高混合不确定传播的计算效率。

(4) 对应于首次超越准则的基本理论中的基于跨越率和基于极值的失效概率计算方法, 推导了基于虚拟激励法和广义子集模拟算法两种非平稳随机激励下的条件失效概率计算方法。分别将两种条件失效概率计算方法引入 AK-DE 框架中, 提高条件失效概率代理模型的组建效率。

基于前述推导给出了混合不确定下结构动力可靠性求解流程, 最后通过两个算例对本章所提方法计算精确性进行比较说明。计算结果表明, 本章所提出的两种方法中, 基于跨越率的方法具有更高的计算效率, 然而不适用于近场地震作用下的动力可靠性分析; 而基于极值的方法在不同频谱特性的随机地震激励下均保持较高的计算精度。自适应 Kriging 代理模型技术的引用实现了在计算精度和效率之间的权衡, 在保证一定的精度要求下, 本章提出的动力可靠性分析方法的运算效率大幅提高。

第4章 混合不确定下线性结构动力可靠性优化设计

4.1 引言

由于结构和外部动力荷载中的不确定性,传统确定性消能减震结构优化设计在地震作用下无法产生预期的减震效果,对结构的安全无法提供可靠的保障。基于可靠性的优化设计方法能够更好的符合工程实际,有更好的适用性。在以往的基于可靠性的结构优化设计研究中,所考虑的可靠性约束大部分是静力可靠性。然而在实际工程中,结构往往受到随机过程荷载的作用,结构的响应也是随机过程。另一方面,在结构设计和建造初期,不仅存在随机不确定,同时存在认知不确定。综上所述,考虑混合不确定下具有动力可靠性目标或约束的结构优化设计具有很重要的理论价值和实际意义。然而混合不确定下动力可靠性设计在工程应用中面临两大困难:其一结构系统或激励模型中某些参数的概率特征无法准确获得,混合不确定性量化计算量随着不确定变量的增加往往呈指数或级数形式增长;其二非平稳随机激励下结构动力可靠性及优化求解耦合,计算成本在大多数情况下是令人望而却步的。

本章考虑随机-认知混合不确定性,提出一种基于两级自适应代理模型混合不确定动力可靠性优化设计(Reliability based design optimization under hybrid uncertainties, HDRBDO)方法。为提高计算效率,在外层建立目标函数或约束条件的自适应代理模型,通过适当的优化算法探索设计空间;内层建立考虑混合不确定性的自适应条件失效概率代理模型。最后采用本章所提方法对减震结构进行优化设计,并且考虑到近断层脉冲型地震动的变异性对结构动力响应起到的不利影响,分别选取近断层地震动和远场地震动对本文所提出的基于动力可靠性优化设计方法的有效性进行验证。

4.2 基于动力可靠性的优化设计模型

可靠性优化一般地是把结构的可靠性要求作为优化设计的约束条件,采用最优化方法寻求结构在概率意义下的最佳设计,即基于概率理论的可靠性优化设计问题(Reliability based optimization design, RBDO)。而对于受随机过程荷载作用的结构优化设计问题,结构的位移和应力等响应均为随机过程,须构建具有动力可靠性约束的工程结构优化设计数学模型。基于动力可靠性优化设计问题(Dynamic reliability-based optimization design, DRBDO)的数学模型可表述为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T \\
 & \text{minimize } F(\mathbf{d}) \\
 & \text{s.t. } P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) < \tilde{P}_f \text{ or } P_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) > \tilde{P}_r \\
 & \quad d_i^{\min} \leq d_i \leq d_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

式中, $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T$ 为 n 维设计变量, $[d_i^{\min}, d_i^{\max}]$ 为不确定变量 d_i 的取值区间。参数向量 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$ 表示结构系统相互独立的 N 维不确定参数向量; 参数向量 $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]^T$ 表示外部随机激励模型中相互独立的 K 维不确定参数向量; 外部激励随机过程中的涉及的随机不确定表达为 $\boldsymbol{\omega}$ 。目标函数 $F(\mathbf{d})$ 也被称为评价函数, 是评估设计方案优劣的指标。 $P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T)$ 或 $P_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T)$ 为优化设计的动力可靠性约束条件, 由动力可靠性分析得到, \tilde{P}_f 和 \tilde{P}_r 为满足设计要求的失效概率和动力可靠性的容许值。

当以结构安全控制为目标时, 可以取结构的失效概率为目标函数, 以结构设计方案的评价指标作为约束条件建立优化设计数学模型, 可以表达为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T \\
 & \text{minimize } P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) \text{ or maximize } P_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\omega}, T) \\
 & \text{s.t. } F(\mathbf{d}) < \tilde{F} \\
 & \quad d_i^{\min} \leq d_i \leq d_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

从优化模型式(4.1)和式(4.2)可以看出, 动力可靠性分析是 DRBDO 的核心内容。然而在实际工程结构中, 由于在设计初期认知水平限制和现有信息的不完备, 致使结构刚度、质量和阻尼等结构参数都包含认知不确定性。另一方面, 由于地震动的复杂性, 利用随机功率谱模型模拟地震荷载时, 随机功率谱模型的选择和参数确定都包含认知不确定性。此时, 上述优化模型中的约束条件或目标函数无法采用概率理论建立。根据前两章的论述, 对于上述结构参数和外部激励模型的认知不确定统一采用证据理论表达, 不确定变量 $\boldsymbol{\theta}$ 均以参数向量进行表达:

$$\boldsymbol{\theta} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]^T \tag{4.3}$$

其中, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ 参数为结构系统的不确定参数, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K$ 为外部激励的不确定参数, $\boldsymbol{\theta}_q^1 = [\alpha_{1,j_1}^1, \dots, \alpha_{n,j_n}^1, \dots, \alpha_{N,j_N}^1, \beta_{1,j_1}^1, \dots, \beta_{k,j_k}^1, \dots, \beta_{N,j_N}^1]$ 为包含不确定参数向量的联合焦元区间。根据前两章的论述, 证据理论用似然函数和信任函数来进行不确定性度量, 可以证明是 $[P(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T), \bar{P}(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^1, \boldsymbol{\omega}, T)]$ 真实概率的区间估计, 真实的失效概率或动力可靠性夹逼在该区间内:

$$\begin{aligned} \underline{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) &\leq P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \leq \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \\ \underline{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) &\leq P_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \leq \bar{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \end{aligned} \quad (4.4)$$

故可将作为传统概率动力可靠性约束条件或目标函数的替代, 建立混合不确定下基于动力可靠性的优化设计 (Dynamic reliability based design optimization under hybrid uncertainties, HDRBDO) 数学模型, 式(4.1)和式(4.2)可改写为:

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d} &= [d_1, d_2, \dots, d_n]^T \\ \text{minimize } &F(\mathbf{d}) \\ \text{s.t. } &\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) < \tilde{P}_f \text{ or } \underline{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) > \tilde{P}_r \\ &d_i^{\min} \leq d_i \leq d_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.5)$$

和

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d} &= [d_1, d_2, \dots, d_n]^T \\ \text{minimize } &\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \text{ or maximize } \underline{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \\ \text{s.t. } &F(\mathbf{d}) < \tilde{F} \\ &d_i^{\min} \leq d_i \leq d_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.6)$$

由于结构失效占整个设计空间的比例较小, 故选择以 $\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) < \tilde{P}_f$ 作为约束条件可以提高优化效率, 基于 AK-DE 框架下结构混合不确定下动力可靠性分析高效计算方法已在第3章中进行了详细的介绍。为简化公式表达形式, 后文推导中省略外部激励中的涉及的随机不确定 $\boldsymbol{\omega}$, 结构系统在外激励随机过程作用下的条件失效概率计算中已包含这部分不确定性。综上所述, 混合不确定下基于动力可靠性的优化设计是以概率区间上下界代替真实失效概率值来弥补不确定信息的缺失, 从而保证最优化结构系统具有一定冗余度以满足设计要求的可靠性。

4.3 基于两级代理模型的 HDRBDO 框架

由前述分析可知, 基于动力可靠性的优化设计其实质就是寻找动力可靠性最高的设计变量组合, 或者在满足结构动力可靠性约束条件的情况下, 在设计变量的可行域内寻求目标函数的最优解的过程, 这一问题的复杂性来源于优化设计和结构动力可靠性分析的耦合。基于动力可靠性的优化设计问题最直接的解决方案是转换为一个双环问题, 即在外环通过适当的优化算法探索设计空间, 并在内环

通过结构动力可靠性分析方法计算每个探索设计点的失效概率。然而由于设计参数在优化迭代过程中进行大量取值，因此必须重复运行完整的可靠性计算，将造成昂贵的计算负担。当结构或激励参数不确定性的信息不完备，需要通过证据理论对不确定性变量进行表达，随着证据空间内焦元数量的增加，这种方法的计算成本在大多数情况下是令人望而却步的，为此本文提出一种基于两级代理模型的 HDRBDO 框架。

4.3.1 两级代理模型 DRBDO 框架

基于上一章中建立的动力可靠性分析方法，当以结构安全控制为目标时，可以取结构的失效概率为目标函数，针对基于动力可靠性的优化设计问题，提出一种非侵入式模块化的两级代理模型 DRBDO 框架。框架中包含三个的相对独立的模块，分别是(I)第一级设计空间内失效概率代理建模、(II)第二级条件失效概率代理建模和(III)设计优化，并且每一模块中可以更换不同的分析方法而不需要更改其余模块中的任何内容。

在构建代理模型过程中引入自适应 Kriging 模型技术，提高代理模型在失效概率关键区域的计算精度。此外，在优化循环的过程中，将每一次循环得到的设计变量最优解 \mathbf{d}^* 加入到第一级代理模型的试验设计点中，通过序贯近似建模权衡代理模型的训练样本数量和计算精度，以提高所提出 DRBDO 框架的通用性。图 4.1 给出了两级代理模型示意图。

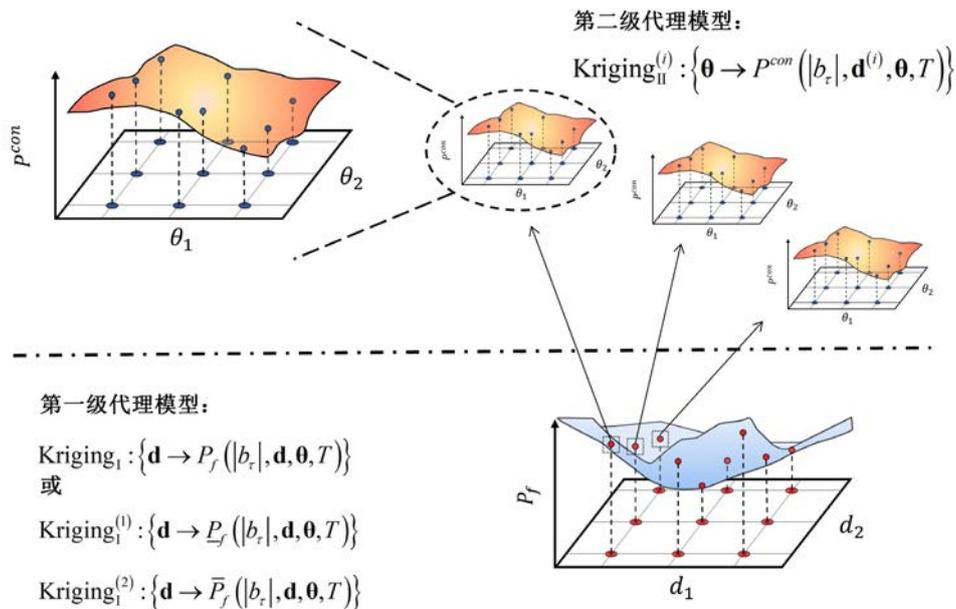


图 4.1 两级代理模型示意图

根据图 4.1，可将基于两级自适应 Kriging 代理模型的 DRBDO 框架流程总

结如下:

步骤 1 通过拉丁超立方抽样初始化第一级代理模型中 N_d 个设计参数样本点 $\mathbf{d}^s = \{\mathbf{d}^{(1)}, \dots, \mathbf{d}^{(N_d)}\}$ 。

步骤 2 在第一级代理模型的每一支撑点 $\mathbf{d}^{(i)}$ 上, 根据 $\boldsymbol{\theta}$ 的概率分布, 抽取第二级代理模型初始试验设计样本点 $\boldsymbol{\theta}_i^s = \{\boldsymbol{\theta}_i^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\theta}_i^{(N_\theta)}\}$ 。

步骤 3 在第一级代理模型的每一支撑点 $\mathbf{d}^{(i)}$ 上, 通过第 3 章中提出的基于 AK-MCS 的失效概率计算方法, 自适应地构建第二级 Kriging 代理模型, 近似结构及外部激励的不确定参数与条件失效概率之间的非线性关系。第二级代理模型可表达为:

$$\text{Kriging}_{\text{II}}^{(i)} : \left\{ \boldsymbol{\theta} \rightarrow P_i^{\text{con}} \left(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, T \right) \right\} \quad (4.7)$$

步骤 4 通过 MCS 方法, 在 N_d 个第二级代理模型上进行不确定传播, 计算设计变量对应的失效概率, 作为第一级代理模型的输出值 $\mathbf{P}_f^s = \left\{ P_f \left(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}, T \right), \dots, P_f \left(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(N_d)}, \boldsymbol{\theta}, T \right) \right\}$ 。

步骤 5 基于样本集 $\{\mathbf{d}^s, \mathbf{P}_f^s\}$, 构建第一级代理模型代替设计变量与结构系统失效概率之间的非线性关系, 表达为:

$$\text{Kriging}_I : \left\{ \mathbf{d} \rightarrow P_f \left(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T \right) \right\} \quad (4.8)$$

步骤 6 根据 AK-MCS 技术学习函数自适应增加支撑点 \mathbf{d}^s 更新第一级代理模型 Kriging_I , 直到达到停止准则。

步骤 7 采用第一级代理模型 Kriging_I 代替基于动力可靠性的优化设计式(4.1)或式(4.2)中的约束条件或目标函数, 在第一级代理模型上进行优化设计。

步骤 8 将优化算法得到的最优设计变量组合 \mathbf{d}^* 增加至第一级代理模型 Kriging_I 的支撑点中, 在新增支撑点上构建第二级代理模型 $\text{Kriging}_{\text{II}}^{(*)} : \left\{ \boldsymbol{\theta} \rightarrow P^{\text{con}} \left(|b_\tau|, \mathbf{d}^*, \boldsymbol{\theta}, T \right) \right\}$ 并通过 MCS 方法计算失效概率。

步骤 9 判断是否达到优化算法收敛准则。若达到收敛准则, 输出设计变量最优解。否则, 返回步骤 4, 直至满足收敛准则。

4.3.2 两级代理模型 HDRBDO 框架

在考虑外部激励随机过程及动力系统认知不确定的混合不确定下动力可靠性优化设计中, 需要在每一组设计变量值 $\mathbf{d}^{(i)}$ 下计算联合焦元 $\boldsymbol{\theta}_q^I$ 中失效概率的最大值和最小值。其中联合焦元 $\boldsymbol{\theta}_q^I$ 由结构系统参数和外部激励参数变量的不同焦元组合得到。根据前面章节的论述, 对于 $\boldsymbol{\theta}_q^I$ 中包含 N_θ 个认知不确定变量, 第 n 个认知不确定变量包含 J_n 个焦元区间的系统, 共需要在 $\prod_n^{N_\theta} J_n$ 个联合焦元区间内利用微分演化技术搜寻两次极大值和极小值。因此 HDRBDO 的计算复杂度要

远高于概率描述下的 DRBDO 问题。

针对包含认知不确定参数的动力可靠性优化设计，基于 4.3.1 中的两级代理模型框架，对三个模块中的模块(I)进行改进。采用微分演化区间优化技术及第二阶段基于改进 EI 函数的 Kriging 代理模型自适应更新方法，在第二级代理模型 $\text{Kriging}_{\text{II}}^{(i)} : \{\boldsymbol{\theta} \rightarrow P_i^{\text{con}}(|b_{\tau}|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, T)\}$ 上进行不确定传播。获得设计变量 $\mathbf{d}^{(i)}$ 下失效概率的上界及下界分别为：

$$\left[\underline{P}_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, T), \bar{P}_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, T) \right] = \left[\sum_{q=1}^Q \left\{ \min \left(P_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^i, T) \right) \right\} m_q, \sum_{q=1}^Q \left\{ \max \left(P_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^i, T) \right) \right\} m_q \right]^T \quad (4.9)$$

式(4.9)的计算结果作为模块中第一级代理模型支撑点输出，因此在基于证据理论的结构动力可靠性优化设计框架中，第一级代理模型包括失效概率上界代理模型及下界代理模型，如式(4.10)所示：

$$\begin{aligned} \text{Kriging}_{\text{I}}^{(1)} : \{\mathbf{d} \rightarrow \underline{P}_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T)\} \\ \text{Kriging}_{\text{I}}^{(2)} : \{\mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_f(|b_{\tau}|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T)\} \end{aligned} \quad (4.10)$$

图 4.2 给出了基于两级代理模型的 HDRBDO 框架。

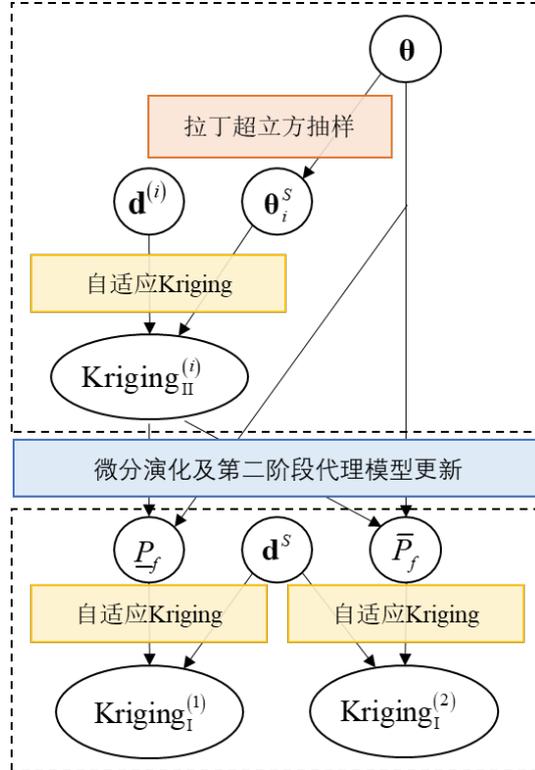


图 4.2 两级代理模型框架

4.4 SCEM 优化算法原理及流程

在基于证据理论的动力可靠性优化中,由于不确定变量是通过不连续的区间形式表达的,因此所计算的似然度在整个优化设计中也是不连续的,故而在求解优化问题中应采用不需求导的优化算法。仿生智能优化算法是一类基于种群且无需导数信息的优化算法,不仅能很好地解决这一问题,而且还可以为复杂结构的优化提供有效的途径。从智能算法的操作性、收敛性以及全局寻优能力等方面来看, SCEM 算法 (Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm) 由于其易于操作、高效且收敛稳健以及寻优能力较强,将作为本文所提出的 HDRBDO 框架中第三模块优化设计所采用的方法。

SCEM 算法是一种高效自适应 MCMC 进化算法。SCEM 算法结合了 SCE (Shuffled Complex Evolution) 算法生物竞争进化、分区混合以及 Metropolis 算法的优点,在进化过程中根据马尔可夫链获得的历史样本信息自适应地调整转移概率,从而使算法快速收敛到后验概率分布,能够有效解决多参数模型的识别和优化问题,同时该算法的退火特性和分区间信息共享能够使算法避免收敛到局部最优区域,保证了计算结果的可靠性。

4.4.1 SCEM 算法基本原理

SCEM 是在 SCE 优化算法的基础上,结合马尔科夫链蒙特卡洛 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 思想提出的。SCE 算法是一种基于群集思想的算法,针对参数优化过程中存在的高度非线性、多极值、无显式表达式,且具有区间型约束等难题,引入全空间分区域系统演化和竞争性进化策略,通过对复合形的定期打乱重组来实现每个复合形得到的信息在整个空间共享,同时结合遗传算法中生物竞争进化的思想,使算法能够避免陷入局部最优,快速收敛于全局最优解。

SCE 算法在搜索空间中随机生成 s 个样本点,称之为一个群体 D ,每个样本点为一个 n 维向量,代表所求解问题的 n 个变量。这样, SCE 算法中整个种群可表示为 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in \theta, i = 1, 2, \dots, s$, 其中 $\theta \in R^n$, 为预估问题的搜索空间。将此群体 D 分成若干个族群,每个族群称之为一个复合形。让各个复合形独立地进行进化,并淘汰最差的个体。进化一定代数之后,将各族群融合并分成新的族群,使各复合形的信息得到共享,群体更快地进化。

SCEM 算法是基于 SCE 算法的一种 MCMC 自适应采样器,算法采用马尔可夫链策略使用后验概率分布来抽取样本,每一代样本的抽取仅与上一代样本和转移概率分布有关。MCMC 采样器在构造马尔可夫链上具有良好的各态历经性和收敛性,因此马尔可夫链抽取的样本将按照目标后验概率密度按照稳定的频率进

行分布。在产生的伪随机点中，可以提取所关心的概率特性，如概率密度函数和后验概率分布的随机特征值等。

在自然界中很多随机现象具有以下规律：已知某系统（或过程）在时刻 $t = t_0$ 时所处的状态，该系统（或过程）在时刻 $t > t_0$ 所处的状态与在时刻 $t < t_0$ 所处的状态无关。随机现象的这种特性叫做无后效性。给定随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 。如果对任意正整数 $n \geq 3$ ，任意的 $t_1 < t_2 < \dots < t_n, t_i \in T, i = 1, \dots, n$ ，任意的 $x_1, \dots, x_{n-1} \in E$ ，其中， E 是 $X(t)$ 的状态空间，总有：

$$P(X(t_n) \leq x_n | X(t_1) = x_1, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}) = P(X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}) \quad (4.11)$$

其中， $x_n \in R$ 。那么称 $\{X(t), t \in T\}$ 为马尔可夫过程。马尔可夫过程具有无后效性。通常将参数离散、状态离散的马尔可夫过程称为马尔可夫链。

MCMC 方法是一种处理复杂统计问题的重要随机方法，也称动态的 MCS 方法，在处理复杂高维积分问题的贝叶斯分析领域和机器学习中广泛应用。MCMC 方法涉及的两个基本思想如下：

1. 采用 MCS 思想估计期望值：

$$E(f) = \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) P(x_1, x_2, \dots, x_n) \approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T f(x'_1, x'_2, \dots, x'_n), T \text{ 较大时, 根据 } P(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ 采样得到 } x'_1, x'_2, \dots, x'_n。$$

2. 构建一条极限分布为 P 的马尔可夫链，对这条马尔可夫链模拟并对其极限分布采样。

基于这两点基本思想，通常 MCMC 方法的实施步骤如下：

1. 选择一个具有平稳分布的马尔可夫链。

2. 由观测点上一一点 $X^{(0)}$ 出发，用构建的马尔可夫链产生序列 $X^{(1)}, \dots, X^{(n)}$ 。

3. 对某个 m 和足够大的 n ，任一函数 $f(x)$ 的期望估计如下：

$$\tilde{E}_n f = \frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n f(X^{(i)}) \quad (4.12)$$

MCMC 法可以在参数空间中，通过一个固定的概率分布，以稳定的概率产生最优解。选择一种合适的抽样方式，对于构建马尔可夫链至关重要。选择合适的 MCMC 采样器，能够使算法在参数空间中快速收敛到全局最优解，并且可以兼顾到低后验概率密度区，防止早熟现象的发生。

SCEM 算法具备了 SCE 算法自身收敛快、解空间搜索信息能力强、随机搜索、竞争进化、复合形打乱的优点，结合 Metropolis-annealing 策略，有效避免算法像单个区域收敛的趋势，而信息交换使算法搜索到更好的解。

用 SCEM 算法进行参数不确定性分析时，给定参数的初始搜索范围后，算法便可通过自身的运行寻找各参数的高后验概率密度区域，以算法收敛后的参数

进行预报, 从而进行参数的不确定性分析和预报不确定性区间。

4.4.2 SCEM 算法流程

SCEM 算法的外围算法与 SCE 算法类似, 包括采样、混合、打乱、排序等过程, 其算法实现流程如下^[247] (见图 4.3):

步骤 1 初始化。选择样本点数目 s 与复合形数目 q , 则每个复合形中样本数目 $m = s/q$ 。随机生成 s 个样本, 计算每个样本点的后验概率密度;

步骤 2 排序。将样本点按后验概率密度递减的方式排序, 存储在数组 $D[1:s, 1:(n+1)]$ 中, 其中 n 为估计参数的个数, 数组最右一列用于存储各样本点的后验概率密度;

步骤 3 初始化 q 个并行序列 S^1, S^2, \dots, S^q 的起始点, 即 $S^k = D[k, 1:(n+1)], k = 1, 2, \dots, q$

步骤 4 划分复合形。将 $D[1:s, 1:(n+1)]$ 划分为 q 个复合形 C^1, C^2, \dots, C^q , 每个复合形含有 m 个样本点, 使第 k 个复合形包含次序为 $q(j-1)+k$ 的点, $j = 1, 2, \dots, m$

步骤 5 调用 SEM 算法, 演化每一个序列 $S^k, k = 1, 2, \dots, q$ 。

步骤 6 复合形打乱。将演化后的所有复合形中各样本点放入数组 $D[1:s, 1:(n+1)]$ 中, 按照各样本点的后验概率密度递减重新排列。按照步骤 4 中所述重新划分复合形。

步骤 7 检查 Gelman-Rubin (GR) 收敛准则, 如果符合收敛条件则计算结束, 否则转到步骤 5。

SCEM 算法中大量初始随机样本点的使用, 可以使算法更好地搜索解空间, 从而加大寻找到全局最优目标概率分布的可能性。采用多个并行序列, 各个序列以不同的起始点出发独立地在解空间中搜索, 可以使优化问题具有更多的局部最优区域, 同时也使人们能够运用启发式测试来判断序列是否收敛到极限分布。复合形的使用则确保能够获取演化过程中每一个序列搜索到的信息。对复合形的打乱使每个平行序列单独演化的信息在全局共享, 保证每个序列收敛到极限分布。因此 SCEM 是一种具有较强鲁棒性的 MCMC 采样器, 能够使参数搜索稳健和有效地进行。

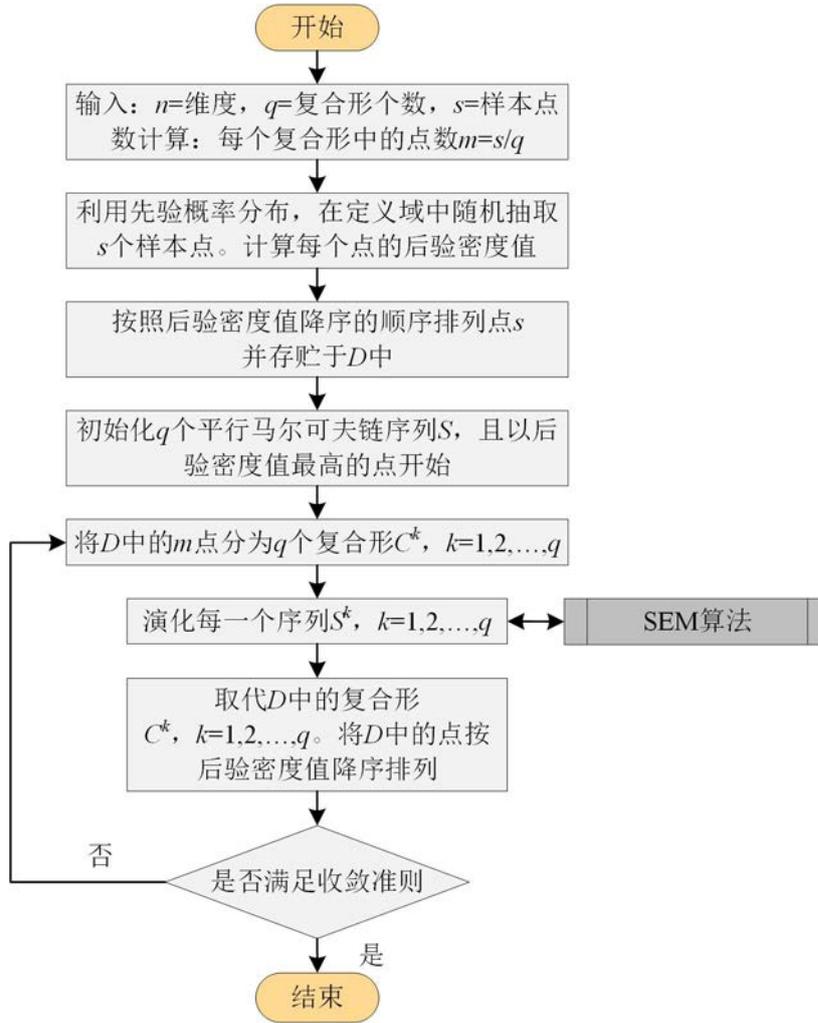


图 4.3 SCEM 算法流程示意图

4.4.3 SEM 核心算法

SCEM 算法的关键部分是步骤 5 中的序列演化算法 (Sequence Evolution Metropolis, 简称 SEM^[248])。该算法使用复合形 C^k 中的信息, 从一个自适应的概率转移分布中生成各平行序列 S^k 的候选点。SEM 的算法流程如下 (见图 4.4):

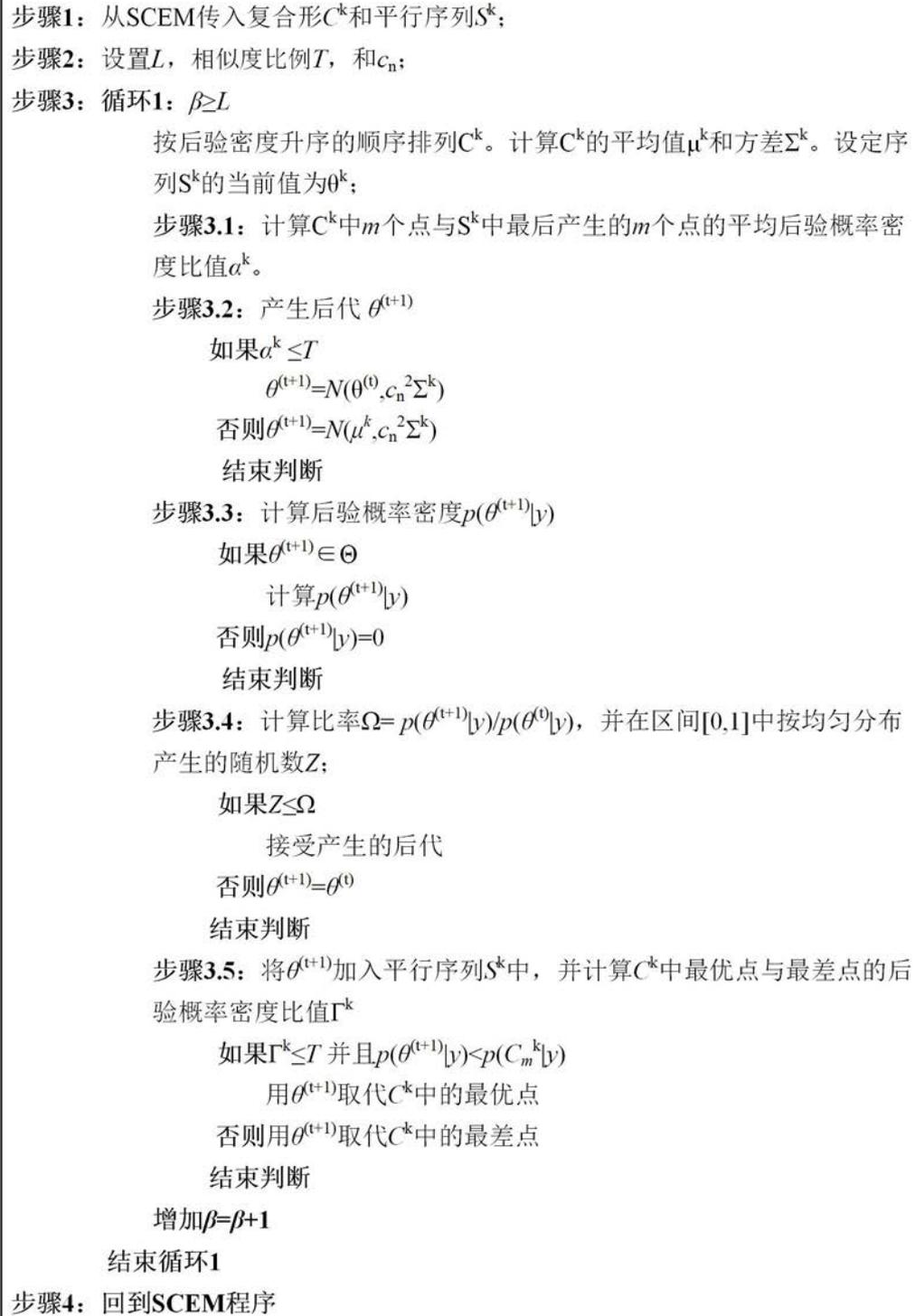


图 4.4 SEM 算法流程示意图

在 SEM 算法中, 采用自适应的多维正态转移概率分布来产生候选点。该转移概率的期望值等于当前序列样本子代的均值; 协方差均值与复合形 k 中的 m 点的数据结构相对应。然而, 当第 k 个序列的最后 m 个产生的点中, 当后验概率密度的均值远小于对应的复合形 k 的 m 个点的概率密度均值时, 转移概率分布的期望值将临时转移至复合形的点的中心位置。这种特性使得序列可以避免停滞于局

部最优值，从而大幅改善序列间的交叉性质。

产生新的候选点之后，算法将计算该点出的后验概率密度值，并采用 Metropolis-annealing 准则，验证该点是否应该加入到当前序列中。最后，SEM 算法将考虑将当前复合形 k 中最差的点替换掉，有利于序列收敛于目标概率分布。和传统的 MCMC 采样器相比，SCEM 算法是一种自适应的采样器，其转移概率分布的期望和方差都是通过序列演化的历史过程中的采样信息进行更新的。同时，SCEM 算法采用自适应的转移概率分布产生的序列是各态历经的序列。采样器能渐进地产生和目标概率分布的核心概率相同的样本。

SCEM 采用 Metropolis-annealing 策略产生子代，而 SCE 算法中的单纯性下能够有效地避免结果向单一模态偏移，并且使用不同的替换过程来避免搜索陷入低后验概率密度区。这两点保证了 SCEM 算法陷入局部最优，使之能够更快收敛于稳定的概率分布。

4.4.4 收敛准则

SCEM 算法采用 GR 收敛准则，由 Gelman 和 Rubin 提出^[249]，该准则主要通过马尔可夫链中和马尔可夫链间的方差计算得到。

对于 q 条平行的马尔可夫链，定义 g 为马尔可夫链的循环次数， B 为 q 条马尔可夫链均值的方差， W 为各参数连内方差的均值，则有

$$\sqrt{SR} = \sqrt{\frac{g-1}{g} + \frac{q+1}{q} \frac{B}{gW}} \quad (4.13)$$

当 \sqrt{SR} 接近于 1 的时候，马尔可夫链接近于收敛。然而，因为 \sqrt{SR} 很难达到 1，Gelman 和 Rubin 建议当数值小于 1.2，认为马尔可夫链已经收敛到特定的概率分布。

4.5 基于两级自适应 Kriging 代理模型的 HDRBDO 流程

本文提出的基于两级自适应 Kriging 代理模型的 HDRBDO 流程（如图 4.5）总结如下：

步骤 1 通过拉丁超立方抽样初始化第一级代理模型中 N_d 个设计参数样本点 $\mathbf{d}^S = \{\mathbf{d}^{(1)}, \dots, \mathbf{d}^{(N_d)}\}$ 。

步骤 2 在第一级代理模型的每一支撑点 $\mathbf{d}^{(i)}$ 上，根据 $\boldsymbol{\theta}$ 的联合 BBA 结构：

$$\boldsymbol{\theta}_q^i = \left[\theta_{1,j_1}^i, \dots, \theta_{n,j_n}^i, \dots, \theta_{N_\theta, j_{N_\theta}}^i \right] \quad (4.14)$$

$$m_q = \prod_{n=1}^{N_\theta} m_{n,j_n}$$

抽取第二级代理模型初始试验设计样本点 $\boldsymbol{\theta}_i^S = \{\boldsymbol{\theta}_i^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\theta}_i^{(N_0)}\}$ 。

步骤 3 与 DRBDO 框架相同, 在第一级代理模型的每一支撑点 $\mathbf{d}^{(i)}$ 上, 自适应地构建第二级 Kriging 代理模型 $\text{Kriging}_{\text{II}}^{(i)}: \{\boldsymbol{\theta} \rightarrow P_i^{\text{con}}(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, T)\}$, 代替不确定变量与条件失效概率之间的非线性关系。

步骤 4 采用微分演化区间优化技术, 在 N_d 个第二级代理模型上进行不确定传播, 计算设计变量对应的失效概率上下界, 作为第一级代理模型的输出值:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_f^{S(1)} &= \{P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}, T), \dots, P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(N_d)}, \boldsymbol{\theta}, T)\} \\ \mathbf{P}_f^{S(2)} &= \{\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}, T), \dots, \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}^{(N_d)}, \boldsymbol{\theta}, T)\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

步骤 5 分别基于样本集 $\{\mathbf{d}^S, \mathbf{P}_f^{S(1)}\}$ 和 $\{\mathbf{d}^S, \mathbf{P}_f^{S(2)}\}$, 构建式(4.10)中的第一级代理模型, 代替约束条件或目标函数中的动力可靠性分析。

步骤 6 根据 AK-MCS 技术学习函数自适应增加支撑点 \mathbf{d}^S 更新第一级代理模型 $\text{Kriging}_I^{(1)}$ 和 $\text{Kriging}_I^{(2)}$, 直到达到停止准则。

步骤 7 在第一级代理模型 $\text{Kriging}_I^{(1)}$ 或 $\text{Kriging}_I^{(2)}$ 上采用 SCEM 优化算法进行设计变量最优值求解。

步骤 8 将优化算法得到的最优设计变量组合 \mathbf{d}^* 增加至第一级代理模型的支撑点中, 在新增支撑点上构建第二级代理模型并通过微分演化区间优化技术计算失效概率的上下界 $P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}^{(*)}, T)$ 和 $\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}^{(*)}, T)$ 。

步骤 9 判断是否达到优化算法收敛准则。若达到收敛准则, 输出设计变量最优解。否则, 返回步骤 4, 直至满足收敛准则。

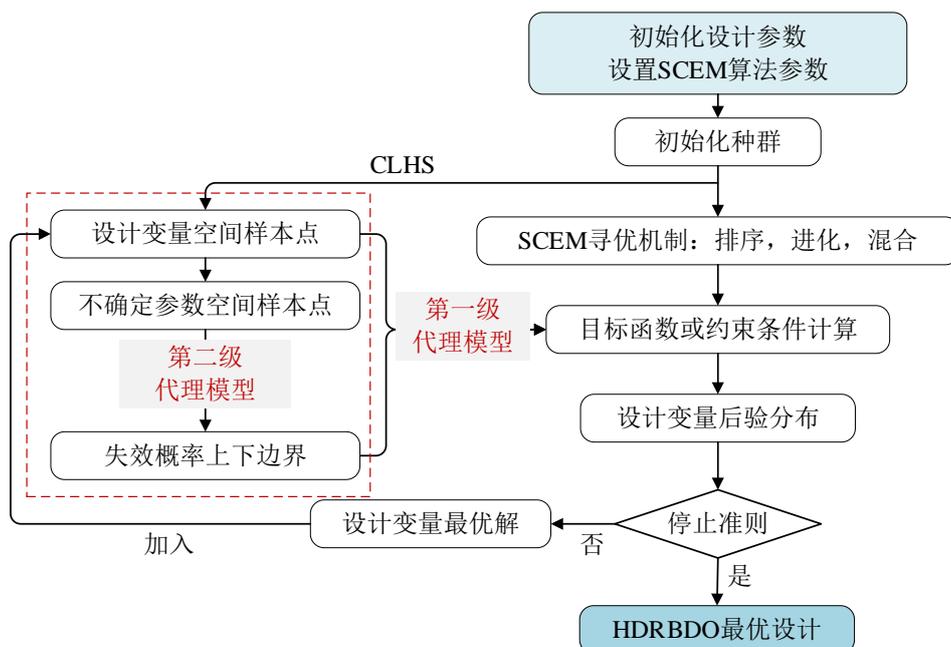


图 4.5 HDRBDO 分析流程

4.6 基于混合动力可靠性目标的 TMDI 优化设计

考虑如图 4.6 所示的附加调谐质量阻尼惯容器 (Tuned Mass Damper Inerter, TMDI) 的结构系统优化设计。TMDI 是最近提出的一种建筑结构的线性被动控制耗能减震装置。TMDI 在拓扑结构中将经典调谐质量阻尼器 (TMD) 与加速度相关的惯容器耦合, 与 TMD 相比, 实现了质量放大和更高的模态阻尼效果。现有研究表明优化后的 TMDI 系统在减小位移响应方面的表现优于经典 TMD。

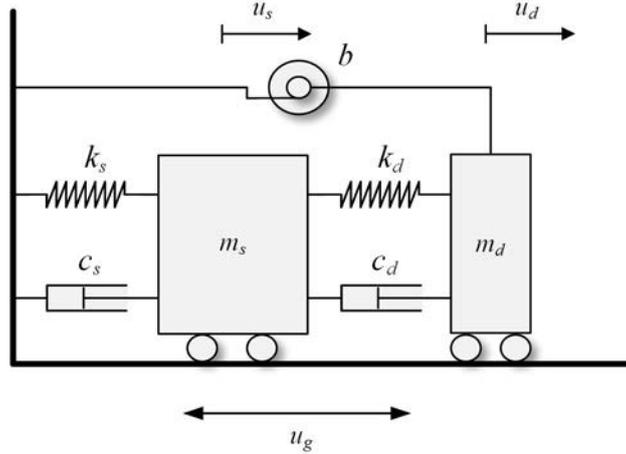


图 4.6 附加 TMDI 的结构系统

该系统的主体结构为以单自由度结构, 结构质量、刚度和阻尼分别为 m_s 、 k_s 和 c_s 。TMDI 将惯容元件设置在传统的 TMD 系统中, 由惯容元件、质量、弹簧、阻尼器四个基本力学元件构成, 其中 b 及 $m_d=2 \times 10^4 \text{ kg}$ 、 k_d 和 c_d 分别为相应的惯容系数及 TMD 的质量、刚度系数、阻尼系数。图 4.6 所示的附加 TMDI 结构系统在受到基底激励 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下的动力平衡方程为:

$$\begin{cases} m_s(\boldsymbol{\alpha})\ddot{u}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) + c_s(\boldsymbol{\alpha})\dot{u}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) + k_s(\boldsymbol{\alpha})u_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = -m_s(\boldsymbol{\alpha})\ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}, t) + f_{TMD} \\ m_d\ddot{u}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) = -m_d\ddot{u}_g(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) - f_{TMD} - f_I \\ f_{TMD} = k_d(u_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) - u_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)) + c_d(\dot{u}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) - \dot{u}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t)) \\ f_I = b\ddot{u}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, t) \end{cases} \quad (4.16)$$

式中, $u(t)$ 、 $\dot{u}(t)$ 和 $\ddot{u}(t)$ 分别表示位移、速度和加速度, 下标 s 和 d 分别表示主体结构及 TMD 的响应。主体结构的频率比和阻尼比分别为 $\omega_s = \sqrt{k_s/m_s}$ 和 $\zeta_s = c_s/(2m_s\omega_s)$, 基底非平稳地震动加速度输入为 $\ddot{u}_g(t)$, 其功率谱密度函数选取 C-P 谱, 功率谱模型和非平稳随机激励的调制函数与第 3.7.2 节中相同, 对应谱强度因子 $S_0 = 0.05 \text{ m/s}^2$ 。

本算例中涉及到的认知不确定来源于两个方面, 其一是功率谱模型中对应参数 ω_g 和 ζ_g , 另一方面考虑主体结构频率比 ω_s 和阻尼比 ζ_s 的不确定性, 即 $\boldsymbol{\alpha} = [\omega_s, \zeta_s]$ 和 $\boldsymbol{\beta} = [\omega_g, \zeta_g]$ 。四组不确定参数的证据理论表达和近似正态分布列于表 4.1 中。

表 4.1 不确定变量的证据理论表达与近似概率分布

ω_s (rad/s)		ζ_s		ω_g (rad/s)		ζ_g	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[7,9]	0.028	[0.016,0.018]	0.167	[8.80,11.81]	0.03	[0.510,0.600]	0.073
[8,9]	0.195	[0.018,0.022]	0.694	[10.30,11.81]	0.24	[0.555,0.600]	0.439
[9,10]	0.389	[0.018,0.024]	0.139	[11.81,13.32]	0.46	[0.600,0.645]	0.422
[10,11]	0.305			[13.32,14.83]	0.23	[0.600,0.690]	0.066
[10,12]	0.083			[13.32,16.34]	0.04		
概率分布							
均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差
9.7	0.97	0.02	0.002	12.57	1.257	0.600	0.03

TMD 的频率比和阻尼比分别为 $\omega_d = \sqrt{k_d/m_d}$ 和 $\zeta_d = c_d/(2m_d\omega_d)$ 。定义 TMD 与主体结构的质量比为 $\mu = m_d/m_s$, 频率比为 $\nu = \omega_d/\omega_s$, 惯容单元与主体结构的惯质比为 $\beta = b/\omega_s$ 。由于主体结构竖向承载力的限制, 使得在 TMDI 用于结构振动控制设计中, 将 TMD 与主体结构的质量比 μ 限制其小于某一指定阈值, 通常 TMDI 的优化设计中首先确定合理的惯容单元惯质比 β 。故而考虑惯容单元的质量放大效应, 惯质比取为 $\beta=0.2$, TMD 的质量比取为 $\mu=0.01$, TMDI 的设计变量为频率比 ν 和 TMDI 的阻尼比 ζ_d 。

4.6.1 基于概率理论目标函数的 DRBDO

(1) 优化问题

首先采用近似概率分布表达参数的不确定性。结构优化设计的目的是通过调整结构设计参数, 改善结构的动力特性, 从而控制结构的目标响应, 使结构在动力荷载作用下处于更理想的工作状态。上述 TMDI 中设计变量为 $\mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T$ 。当以结构安全控制为目标时, 取结构系统位移响应的失效概率为目标函数:

$$F(\mathbf{d}) = P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, T) \quad (4.17)$$

则考虑在结构位移响应阈值为 $b_\tau = 0.08\text{m}$ 条件下 $T = 20\text{s}$ 时的结构系统失效概率, 将系统输入不确定参数统一表达为 $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}]$, 基于概率理论的动力可靠性优化问题可以表述为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T \\
 & \text{minimize } P_f(0.08\text{m}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, 20\text{s}) \\
 & \text{s.t. } 0.1 \leq \nu \leq 10 \\
 & \quad 0.01 \leq \zeta_d \leq 5
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

(2) 构建两级代理模型

根据本文提出的基于两级代理模型的动力可靠性优化设计框架, 首先在设计参数范围内通过拉丁超立方抽样均匀选取设计样本点, 在每一样本点上根据前述章节提出的方法构建第二级条件失效概率代理模型:

$$\text{Kriging}_{\text{II}}^{(i)} : \left\{ \boldsymbol{\theta} \rightarrow P^{con} (0.08\text{m}, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}, 20\text{s}) \right\} \tag{4.19}$$

在概率理论中, 通过 MCS 方法在每一个第二级条件失效概率代理模型上进行不确定传播计算得到每一组设计变量对应的结构系统失效概率作为输出, 从而构建第一级设计空间内的结构系统失效概率代理模型, 并在优化过程中实现代理模型更新:

$$\text{Kriging}_{\text{I}} : \left\{ \mathbf{d} \rightarrow P_f (0.08\text{m}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, 20\text{s}) \right\} \tag{4.20}$$

根据上述过程得到设计空间内的第一级失效概率代理模型的响应面如图 4.7 所示。

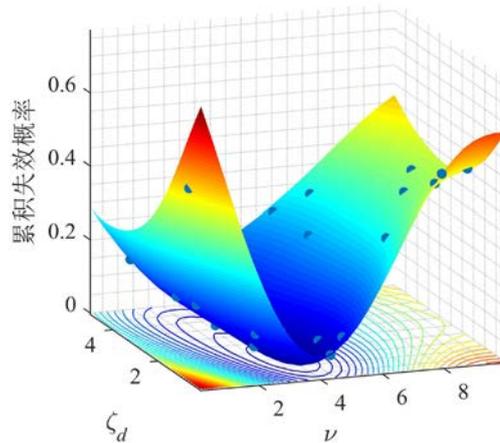


图 4.7 概率理论下第一级代理模型响应面

(3) 优化结果

基于上述第一级失效概率代理模型代替目标函数计算, 采用 SCEM 算法进行参数优化设计。SCEM 算法包含两个需要人工选定的算法参数: (1) 复合形个

数（序列数） $q = 20$ ；（2）样本点数 $s = 400$ 。概率理论下优化过程收敛情况如图 4.8 所示，各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 4.9 和图 4.10 所示。TMDI 参数优化结果在下一节中与证据理论下的参数优化结果一同给出见表 4.2。

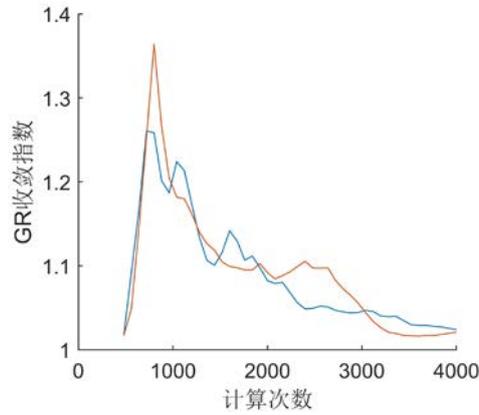


图 4.8 收敛过程

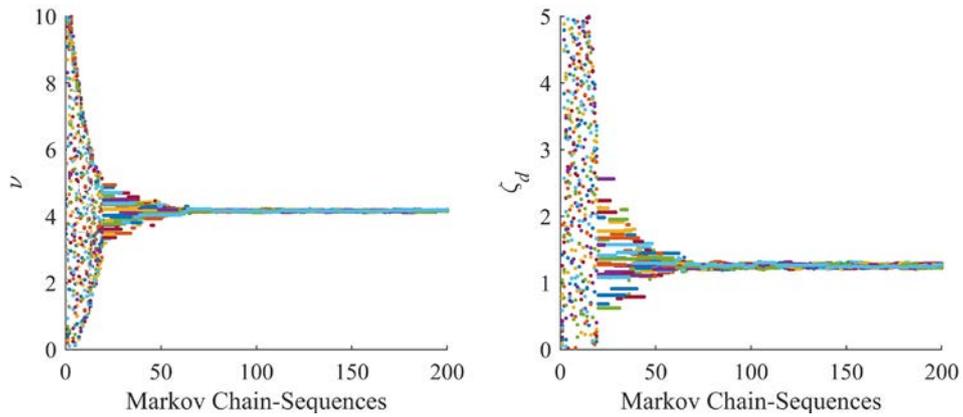


图 4.9 各参数的马尔可夫链

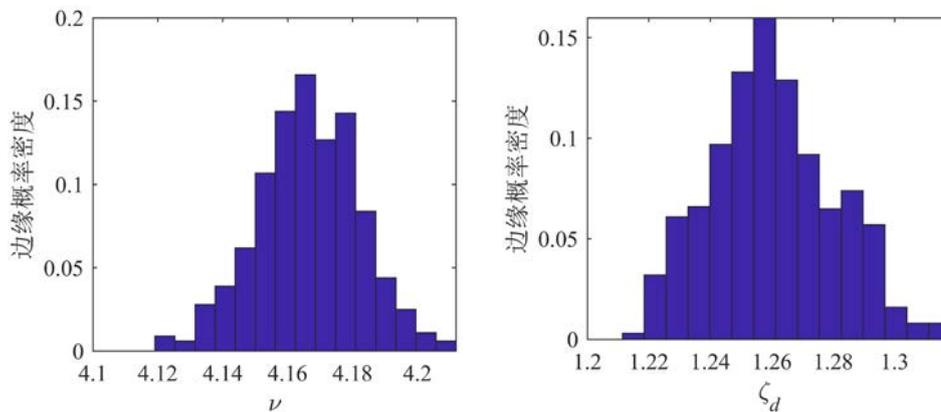


图 4.10 各参数边缘概率分布

4.6.2 基于混合不确定目标函数的 HDRBDO

为不失一般性,在随机与认知不确定同时存在时,将结构的随机和认知不确定统一表达为认知不确定性。当考虑结构参数及激励模型参数的认知不确定性时, $\boldsymbol{\theta}_q^I = [\alpha_{1,j_1}^I, \alpha_{2,j_2}^I, \beta_{1,j_1}^I, \beta_{2,j_2}^I]$ 为包含不确定参数向量的联合焦元区间。利用条件失效概率的似然函数和信任函数来代替概率理论中的条件失效概率累积分布曲线,得到真实失效概率的区间估计 $[P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T)]$ 。在动力可靠性为目标的优化设计中,作为对动力可靠性的保守性估计,选择失效概率上界作为目标函数 $F(\mathbf{d}) = \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T)$ 。则基于证据理论动力可靠性优化问题可以表述为:

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T \\ & \text{minimize } \bar{P}_f(0.08m, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, 20s) \\ & \text{s.t. } 0.1 \leq \nu \leq 10 \\ & \quad 0.01 \leq \zeta_d \leq 5 \end{aligned} \quad (4.21)$$

在证据理论下,采用 AK-DE 方法在式(4.19)中的第二级代理模型上进行不确定传播,获得每一组设计变量对应的失效概率上界:

$$\bar{P}_f(0.08m, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, 20s) = \sum_{q=1}^Q \left\{ \max \left(P_f(0.08m, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, 20s) \right) \right\} m_q \quad (4.22)$$

从而基于样本集构建第一级设计空间内失效概率上界的代理模型:

$$\text{Kriging}_I : \left\{ \mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_f(0.08m, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, 20s) \right\} \quad (4.23)$$

证据理论下得到的第一级失效概率上界代理模型的响应面如图 4.11 所示。

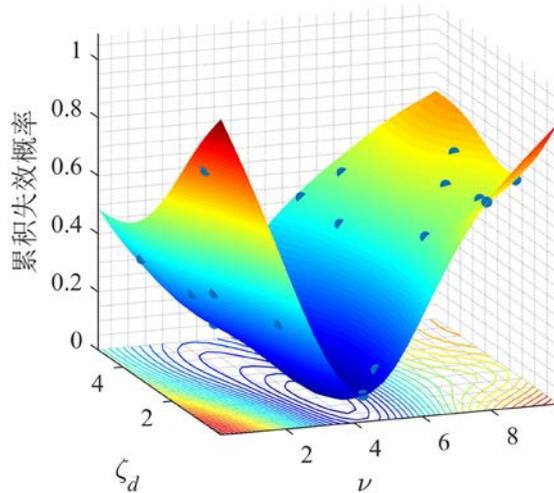


图 4.11 证据理论下第一级代理模型响应面

基于上述第一级失效概率代理模型代替目标函数计算,采用 SCEM 算法进行参数优化设计。SCEM 算法参数:复合形个数(序列数) $q=20$,样本点数 $s=400$ 。证据理论下优化过程收敛情况如图 4.12 所示,各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 4.13 和图 4.14 所示。TMDI 参数优化结果见表 4.2。

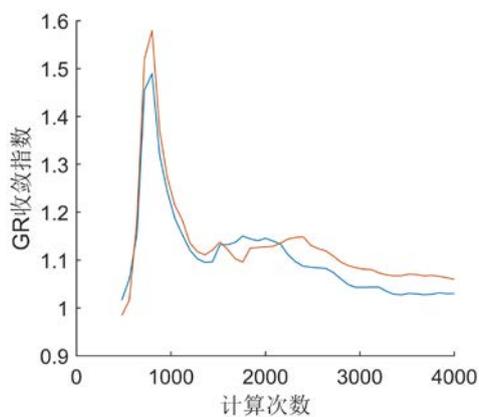


图 4.12 收敛过程

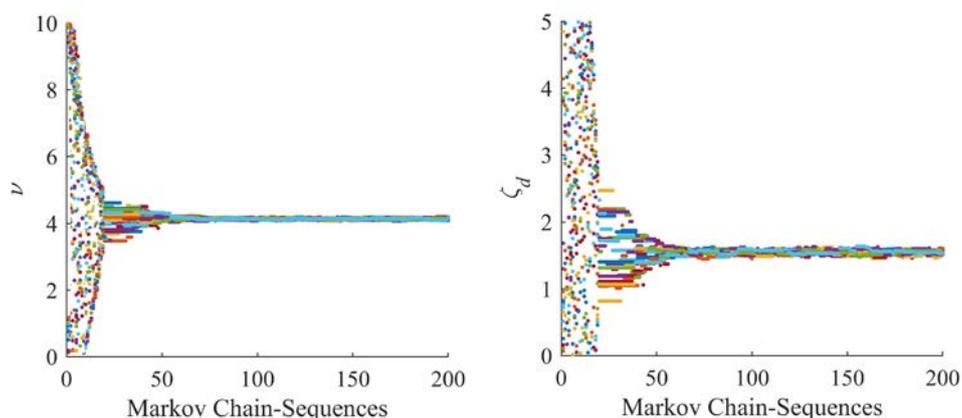


图 4.13 各参数的马尔可夫链

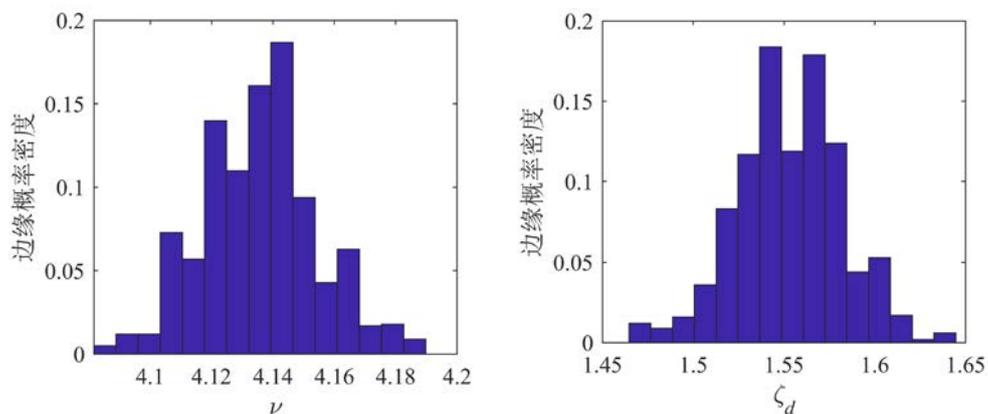


图 4.14 各参数边缘概率分布

表 4.2 优化结果

优化方法	ν	ζ_d	目标函数值
概率 DRBDO	4.16	1.26	$P_f(0.08\text{m}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, 20\text{s}) = 6.67 \times 10^{-3}$
HDRBDO	4.13	1.55	$\bar{P}_f(0.08\text{m}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^1, 20\text{s}) = 1.04 \times 10^{-2}$

4.6.3 验证分析

为验证本文所提出方法在考虑结构系统与地震激励不确定性的 TMDI 优化设计中的鲁棒性, 分别选取近断层地震动和远场地震动记录激励下的结构响应进行分类综合研究, 并与基于传统 H_2 方法的优化结果进行对比分析。

(1) 基于传统 H_2 方法的 TMDI 优化设计

传统的 H_2 方法通过优化随机激励下的结构响应方差, 从能量的角度对结构响应进行控制。对于平稳随机激励, 响应方差的求解一般采用直接随机激励法。针对附加 TMDI 结构系统的优化设计通常包含结构位移响应方差及 TMDI 控制力方差两方面。上述附加 TMDI 的结构系统, 运动方程(4.16)可改写为状态空间方程的形式:

$$\dot{\mathbf{Y}}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A}_s(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{Y}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{E}_s(\boldsymbol{\alpha}) \ddot{u}_g(\boldsymbol{\beta}) \quad (4.24)$$

其中, $\mathbf{Y}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \{u_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad u_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad \dot{u}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad \dot{u}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})\}^T$ 为状态空间向量。

$$\mathbf{A}_s(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{K}(\boldsymbol{\alpha}) & -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}) \end{bmatrix} \quad \mathbf{E}_s(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\alpha}) \begin{bmatrix} m_s \\ m_d \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{M}_s(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} m_s & \\ & m_d + b \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_s(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} k_s + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_s(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} c_s + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

针对附加 TMDI 结构系统的优化设计中涉及的结构位移响应方差及 TMDI 控制力方差进行观测:

$$\mathbf{z}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{Y}_s(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad (4.27)$$

其中,

$$\mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -k_d & k_d & -c_d & c_d \\ 0 & \frac{k_d b}{m_d + b} & 0 & \frac{c_d b}{m_d + b} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

由于随机地震激励模型选取为 C-P 谱模型，根据其地面加速度功率谱密度函数改写为状态空间方程的形式：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_q(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A}_q(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{Y}_q(\boldsymbol{\beta}) + \mathbf{E}_q w \\ \ddot{u}_g = \mathbf{C}_q(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{Y}_q(\boldsymbol{\beta}) \end{cases} \quad (4.29)$$

其中，

$$\mathbf{A}_q(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_g^2 & -2\zeta_g \omega_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_g^2 & -2\zeta_g \omega_g & -\omega_f^2 & -2\zeta_f \omega_f \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{E}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_q(\boldsymbol{\beta}) = \sqrt{2\pi S_0} \begin{bmatrix} -\omega_g^2 \\ -2\zeta_g \omega_g \\ \omega_f^2 \\ 2\zeta_f \omega_f \end{bmatrix}^T$$

将状态空间方程(4.24)与状态空间方程(4.29)相结合可以得出考虑 C-P 谱修正过滤白噪声模型激励下的 TMDI 状态空间方程及观测方程：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \mathbf{Y}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{E} \ddot{u}_g \\ \mathbf{z}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{Y}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \end{cases} \quad (4.31)$$

其中， $\mathbf{Y}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \{\mathbf{Y}_s^T(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad \mathbf{Y}_q^T(\boldsymbol{\beta})\}^T$ 考虑激励特性的空间向量。

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s(\boldsymbol{\alpha}) & \mathbf{E}_s \mathbf{C}_q \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{A}_q(\boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \mathbf{E}_q \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}) = [\mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\alpha}) \quad \mathbf{0}_{3 \times 4}] \quad (4.32)$$

依据上述方程的建立及假设可知，在平稳随机激励下附加 TMDI 的结构系统响应协方差矩阵 $\mathbf{K}_{zz}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 可表示为：

$$\mathbf{K}_{zz}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{P}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \mathbf{C}^T(\boldsymbol{\alpha}) \quad (4.33)$$

其中 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 可通过求解如下的李亚普诺夫方程获得：

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \mathbf{P}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{P}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \mathbf{A}^T(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \mathbf{E}^T(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{0} \quad (4.34)$$

值得注意的是 Lyapunov 方程(4.34)为代数方程，可直接求解带入(4.33)从而获得结构系统的响应方差。考虑结构系统参数及地震激励模型参数的认知不确定

性,采用微分演化区间优化方法进行认知不确定传播可以得到方差的上下界。以方差上界作为优化设计的目标函数,这里直接给出 SCEM 算法对 TMDI 参数优化设计结果: $\mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T = [3.45, 2.35]^T$ 。

(2) 地震动记录选取

为验证以本文所提出的基于动力可靠性优化设计方法的有效性,并考虑近断层地震动结构动力响应起到的不利影响,下文将分别选取近断层地震动和远场地震动进行分类综合研究。

从美国太平洋地震工程研究中心 NGA-West2 数据库中选取 3 组共计 60 条强震记录用于附加 TMDI 结构系统的时程分析。其中,第一组为断层距在 20 km 以下、速度时程具有脉冲波形的地震记录,即近断层脉冲型地震波,简称 NF-P 型,记录信息如表 4.3 所示;第二组为断层距在 20 km 以下、速度时程没有脉冲波形的地震记录,即近断层无脉冲型地震波,简称 NF-NP 型,记录信息如表 4.4 所示;第三组为断层距大于 20 km 的远场地震动记录,简称 FF 型,记录信息如表 4.5 所示。三组记录中,每组均按照以上规则选取 20 条震级 5.5 以上的强震记录。并且每组地震波均包含了来自世界范围内多个台站的强震记录,使其组合具有足够的统计代表性。

表 4.3 所选近断层脉冲型地震记录

序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)	速度脉冲周期 (s)	序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)	速度脉冲周期 (s)
1	Tabas, Iran	Tabas	7.35	2.05	6.188	11	Chi-Chi, Taiwan	CHY006	7.62	9.76	2.570
2	Irpinia, Italy-01	Bagnoli Irpinio	6.90	8.18	1.713	12	Denali, Alaska	TAPS Pump Station #10	7.90	2.74	3.157
3	Westmorland	Parachute Test Site	5.90	16.66	4.389	13	Cape Mendocino	Centerville Beach, Naval Fac	7.01	18.31	1.967
4	Superstition Hills-02	Parachute Test Site	6.54	0.95	2.394	14	Parkfield-02, CA	Parkfield-Fault Zone 9	6.00	2.85	1.134
5	Loma Prieta	Gilroy-Historic Bldg.	6.93	10.97	1.638	15	Niigata, Japan	NIGH11	6.63	8.93	1.799
6	Loma Prieta	Gilroy Array #3	6.93	12.82	2.639	16	Montenegro, Yugoslavia	Bar-Skupstina Opstine	7.10	6.98	1.442
7	Cape Mendocino	Petrolia	7.01	8.18	2.996	17	Montenegro, Yugoslavia	Ulcinj-Hotel Olympic	7.10	5.76	1.974
8	Northridge-01	Jensen Filter Plant Administrative Building	6.69	5.43	3.157	18	L'Aquila, Italy	L'Aquila-Parking	6.30	5.38	1.981
9	Northridge-01	Pacoima Kagel Canyon	6.69	7.26	0.728	19	Chuetsu-oki, Japan	Joetsu Kakizakiku Kakizaki	6.80	11.94	1.400

10	Kocaeli, Turkey	Arcelik	7.51	13.49	7.791	20	Darfield, New Zealand	GDLC	7.00	1.22	6.230
----	-----------------	---------	------	-------	-------	----	-----------------------	------	------	------	-------

表 4.4 所选近断层无脉冲型地震记录

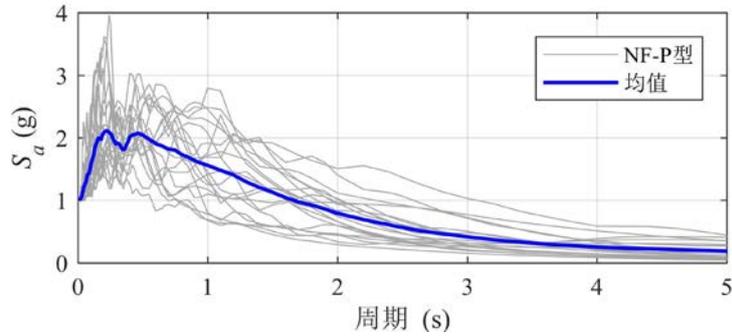
序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)	序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)
1	Parkfield	Cholame - Shandon Array #12	6.19	17.64	11	Mammoth Lakes-01	Long Valley Dam (Upr L Abut)	6.06	15.46
2	San Fernando	Castaic - Old Ridge Route	6.61	19.63	12	Irpinia, Italy-01	Auletta	6.90	9.55
3	San Fernando	Lake Hughes #12	6.61	19.30	13	Corinth, Greece	Corinth	6.60	10.27
4	Fruili, Italy-03	Buia	5.50	11.98	14	Westmorland	Superstition Mtn Camera	5.90	19.37
5	Tabas, Iran	Dayhook	7.35	13.94	15	Coalinga-05	Sulphur Baths (temp)	5.77	11.42
6	Coyote Lake	San Juan Bautista, 24 Polk St	5.74	19.70	16	New Zealand-01	Turangi Telephone Exchange	5.50	8.84
7	Norcia, Italy	Spoletto	5.90	13.28	17	Morgan Hill	Gilroy Array #3	6.19	13.02
8	Imperial Valley-06	Cerro Prieto	6.53	15.19	18	N. Palm Springs	Fun Valley	6.06	14.24
9	Imperial Valley-06	Parachute Test Site	6.53	12.69	19	Chalfant Valley-Bishop - Paradise 01	Paradise Lodge	5.77	15.13
10	Livermore-01	Antioch - 510 G St	5.80	15.13	20	Whittier Narrows-01	Arcadia - Campus Dr	5.99	17.42

表 4.5 所选远场地震记录

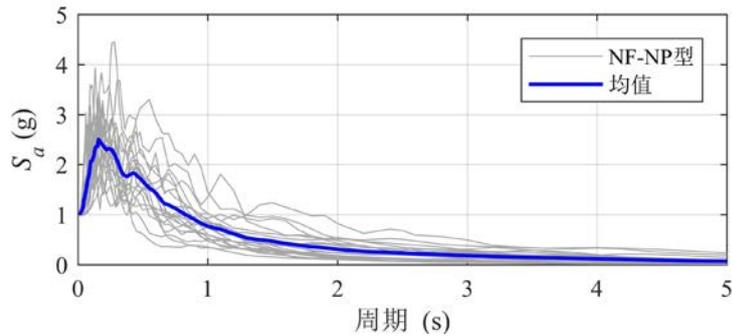
序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)	序号	地震事件	台站	震级	断层距 (km)
1	Kern County	Santa Barbara Courthouse	7.36	82.19	11	Tabas, Iran	Boshrooyeh	7.35	28.79
2	Kern County	Taft Lincoln School	7.36	38.89	12	Tabas, Iran	Ferdows	7.35	91.14
3	Southern Calif	San Luis Obispo	6.00	73.41	13	Norcia, Italy	Bevagna	5.90	31.45
4	Parkfield	San Luis Obispo	6.19	63.34	14	Imperial Valley-06	Coachella Canal #4	6.53	50.10
5	San Fernando	Cedar Springs Pumphouse	6.61	92.59	15	Imperial Valley-06	Plaster City	6.53	30.33
6	San Fernando	Cedar Springs, Allen Ranch	6.61	89.72	16	Imperial Valley-06	Superstition Mtn Camera	6.53	24.61
7	San Fernando	Fairmont Dam	6.61	30.19	17	Livermore-01	APEEL 3E Hayward CSUH	5.80	30.59
8	San Fernando	LA-Hollywood Stor FF	6.61	22.77	18	Livermore-01	Del Valle Dam (Toe)	5.80	24.95
9	Friuli, Italy-01	Barcis	6.50	49.38	19	Livermore-01	Fremont-Mission San Jose	5.80	35.68
10	Friuli, Italy-01	Conegliano	6.50	80.41	20	Livermore-01	Tracy-Sewage Treatm Plant	5.80	53.82

三组地震波的归一化反应谱及相应的均值反应谱如图 4.15 所示。对比分析

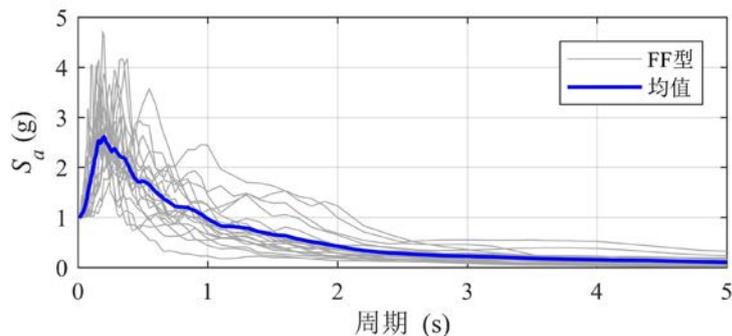
各组地震动记录的频谱特性，对于具有速度脉冲的近断层地震动记录（NF-P），可以看到其反应谱具有更多的长周期的成分，这与无脉冲型近断层地震记录（NF-NP）和远场地震记录（FF）的反应谱形态具有明显区别。



(a) 近断层脉冲型地震波反应谱



(b) 近断层无脉冲型地震波反应谱



(c) 远场地震波反应谱

图 4.15 所选三组地震波反应谱均值对比

为了表明所选地震动记录具有足够的代表性，图 4.16 给出了各组地震动记录的地震事件中，震级与断层距之间的关系。从图 4.16 的实际分布情况可以看出，所选取的地震动记录在震级 5.5 至 8.0 之间均匀分布，并且对于不同断层距的地震波均有选取。观察近断层脉冲型地震波与无脉冲型地震波的分布情况可以

发现，脉冲型地震波更易在震级更大、断层距较近的台站记录到；而无脉冲型记录更易在震级稍小，断层距较远的台站记录到。

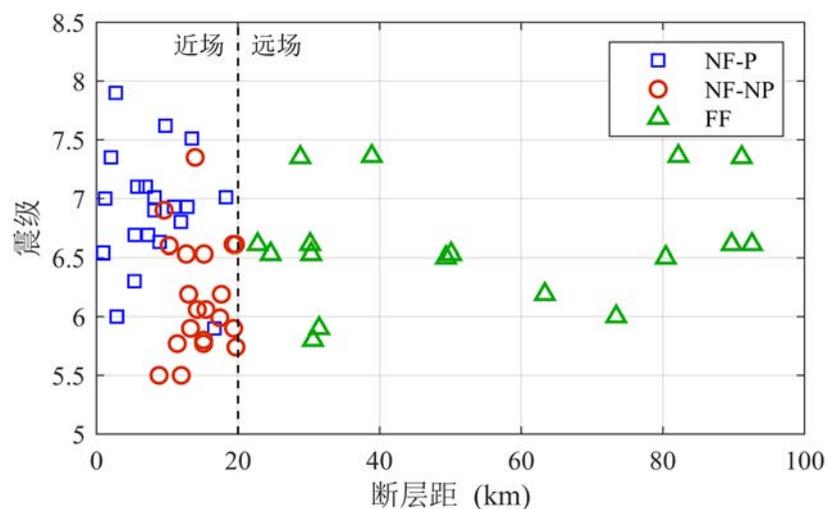
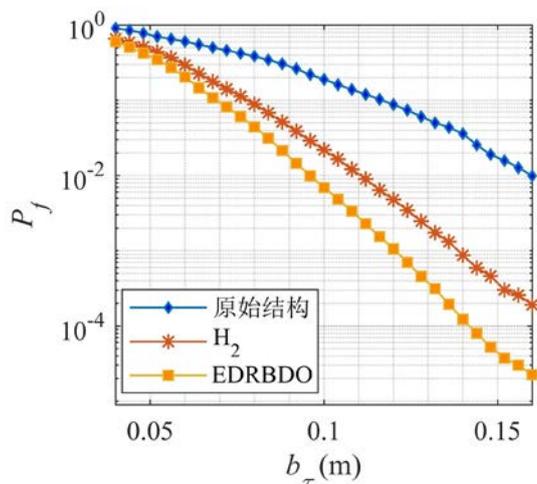


图 4.16 所选地震记录的震级与断层距的关系

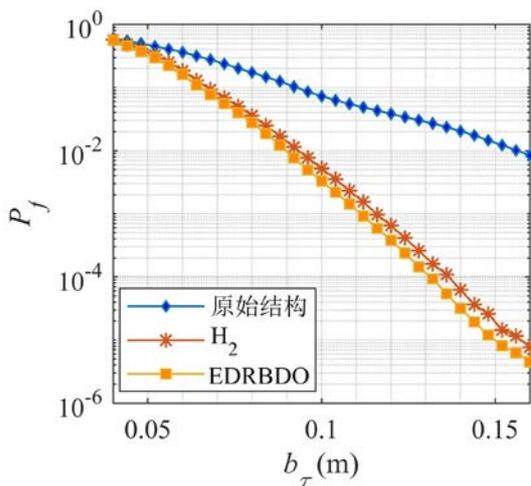
(3) HDRBDO 与 H_2 对比

将所有地震动记录按照峰值加速度归一化进行处理，取统一峰值加速度 $PGA = 0.3g$ ，从而将输入强度的不确定性与频谱特性的不确定性分离开来，以更好地反映不同地震动频谱特性对结构系统动力可靠性的影响。采用 Newmark- β 法，分别计算本文提出的 HDRBDO 与传统 H_2 方法得到的附加 TMDI 的结构系统优化设计结果在各类地震动记录作用下的时程响应。考虑结构系统参数的不确定性，根据表 4.1 中 $\mathbf{a} = [\omega_s, \zeta_s]$ 的 BBA 结构，采用 10^5 次 MCS 方法对两种优化设计下的结构位移响应进行统计分析。计算在每组 20 条地震动记录下的平均极值分布，以评价两种优化设计在不同类地震激励下考虑结构参数认知不确定性的动力可靠性。

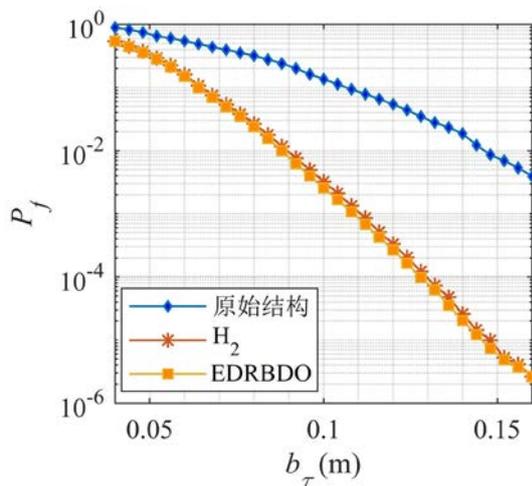
图 4.17 是 $T = 20s$ 时失效概率统计结果。其中，图 4.17 (a)、(b) 和 (c) 分别是近断层脉冲型地震动、近断层无脉冲型地震动和远场地震动作用下考虑结构系统参数不确定性的失效概率。



(a) 近断层脉冲型地震动



(b) 近断层无脉冲型地震动



(c) 远场地震动

图 4.17 失效概率统计结果

从图 4.17 中可以看出，相比于原始结构的位移响应，采用本文所提出的基于动力可靠性的设计方法和传统 H_2 方法优化后得到的附加 TMDI 结构系统的位移响应失效概率均有明显减小，失效概率降低至 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 。并且在三组地震动作用下，基于动力可靠性的设计方法得到的附加 TMDI 结构系统失效概率均小于 H_2 方法验证结果，表明基于 HDRBDO 优化设计方法对结构位移响应极值具有更好的控制效果。对比图 4.17 (a) ~ (c) 可知，基于 H_2 方法优化设计的附加 TMDI 结构系统在近断层脉冲型地震动作用下的位移响应失效概率与 HDRBDO 优化结果验算失效概率的比值，远大于两种方法在非脉冲地震波及远场地震动作用下的位移响应失效概率比值。这种差异验证了近断层脉冲型地震波对结构系统

动力可靠性的不利影响，同时表明本文提出的 HDRBDO 方法优化设计结果对附加 TMDI 结构系统的位响应移极值的控制效果具有鲁棒性。以结构位移响应阈值为 $b_{\tau} = 0.15\text{m}$ 条件下为例，基于两种方法得到的优化设计附加 TMDI 结构系统的位移极值响应控制效果对比如表 4.2 所示：

表 4.6 三组地震动下位移失效概率对比

地震动类型	$P_f^{H_2}$	P_f^{HDRBDO}	$P_f^{\text{HDRBDO}} / P_f^{H_2}$
近断层脉冲型	2.86×10^{-4}	4.21×10^{-5}	1.47×10^{-1}
近断层无脉冲型	2.02×10^{-5}	9.97×10^{-6}	4.93×10^{-1}
远场	7.05×10^{-6}	6.12×10^{-6}	8.68×10^{-1}

为了对近断层脉冲型地震动作用下两种优化方法的控制效果进行更具体的对比分析，选取一条有代表性的位移响应时程如图 4.18 所示，其中结构系统的不确定参数取其名义值。 H_2 方法优化结构系统位移响应极值的绝对值 $\max_{t \in [0, T]} |u_s^{H_2}| = 0.136\text{m}$ ，均方值 $\sigma(u_s^{H_2}) = 0.0249\text{m}$ ；HDRBDO 方法优化结构系统位移响应极值的绝对值 $\max_{t \in [0, T]} |u_s^{\text{HDRBDO}}| = 0.128\text{m}$ ，均方值 $\sigma(u_s^{\text{HDRBDO}}) = 0.0260\text{m}$ 。位移时程对比分析表明，在近断层脉冲型地震动作用下，HDRBDO 对 TMDI 参数的优化结果表现出对结构位移极值更好的控制效果，而 H_2 方法对位移响应方差控制效果更佳。这是由于在如图 4.18 中 7.5s-9.5s 时程等大部分时间段内 H_2 方法对位移控制更好，因此地震动作用整体时间段内的响应方差较小，然而 3.85s-4.05s 内 HDRBDO 在位移响应极值出现时刻的控制效果更好。在结构系统参数确定组合下两种优化方法获得的位移响应极值差较小，然而当考虑结构系统参数的不确定性时，HDRBDO 方法对位移响应失效概率控制效果优势明显。

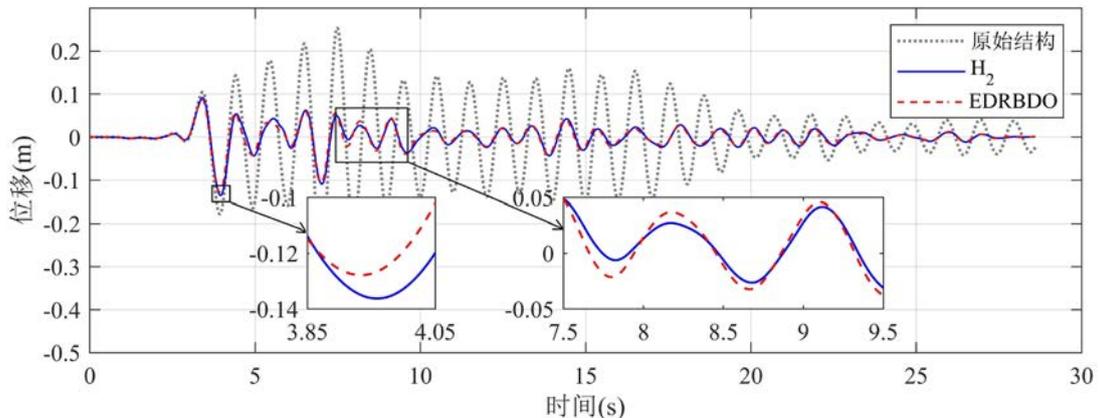


图 4.18 NF-P-8 地震记录作用下的结构位移响应

4.7 基于混合动力可靠性约束的 TMDI 优化设计

4.7.1 基于概率理论约束条件的 DRBDO

(1) 优化问题

在惯容减震系统的优化设计中，除对结构位移的控制外，惯容系统的出力对于其经济指标起到控制作用，也是研究者所关注的重要因素。由于荷载及结构系统参数的不确定性，导致惯容系统的出力及位移响应也是不确定的。在满足位移控制的条件下寻找最优设计参数，当以 TMDI 在非平稳随机激励下出力的失效概率最小为设计目标，取结构系统位移响应的失效概率作为约束条件，该优化问题的数学模型为：

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T \\
 & \text{minimize } P_f(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \\
 & \text{s.t. } P_f(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) < \tilde{P}_{f, u_s} \\
 & \quad 0.1 \leq \nu \leq 10 \\
 & \quad 0.01 \leq \zeta_d \leq 5
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

上述 TMDI 中设计变量为 $\mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T$ ，不确定来源及分布与前述算例中相同。目标函数为当阈值取 $b_{\tau, f_i} = 4.5 \times 10^4 \text{ N}$ ， $T = 20 \text{ s}$ 时 TMDI 出力的失效概率；动力可靠性约束条件为 $b_{\tau, u_s} = 0.08 \text{ m}$ ， $T = 20 \text{ s}$ 时结构位移响应的失效概率不超过位移临界失效概率 $\tilde{P}_{f, u_s} = 0.01$ 。

(2) 构建两级代理模型

根据本文提出的基于两级代理模型的动力可靠性优化设计框架构建约束条件及目标函数的代理模型。首先在设计参数范围内通过拉丁超立方抽样均匀选取 16 个设计样本点，在每一样本点上根据前述章节提出的 GSS-AK 方法得到约束条件及目标函数的第二级代理模型：

$$\begin{aligned}
 & \text{Kriging}_{\Pi, u_s}^{(i)} : \left\{ \boldsymbol{\theta} \rightarrow P_{u_s}^{con}(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \right\} \\
 & \text{Kriging}_{\Pi, f_i}^{(i)} : \left\{ \boldsymbol{\theta} \rightarrow P_{f_i}^{con}(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \right\}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

在概率理论中，通过 MCS 方法在每一个第二级条件失效概率代理模型上进行不确定传播计算得到每一组设计变量对应的结构系统失效概率作为输出，分别构建第一级设计空间内约束条件及目标函数的失效概率代理模型：

$$\text{Kriging}_{I,u_s} : \{ \mathbf{d} \rightarrow P_{f,u_s} (b_{\tau,u_s}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \} \quad (4.37)$$

$$\text{Kriging}_{I,f_l} : \{ \mathbf{d} \rightarrow P_{f,f_l} (b_{\tau,f_l}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \}$$

针对位移响应失效概率约束条件 $\tilde{P}_{f,u_s} = 0.01$ ，采用自适应 Kriging 代理模型技术对第一级设计空间内代理模型进行更新。位移响应失效概率代理模型更新过程中样本点设计及置信区间收敛情况如图 4.19 所示。约束条件 P_{f,u_s} 和目标函数 P_{f,f_l} 的失效概率第一级代理模型响应面如图 4.20 所示。

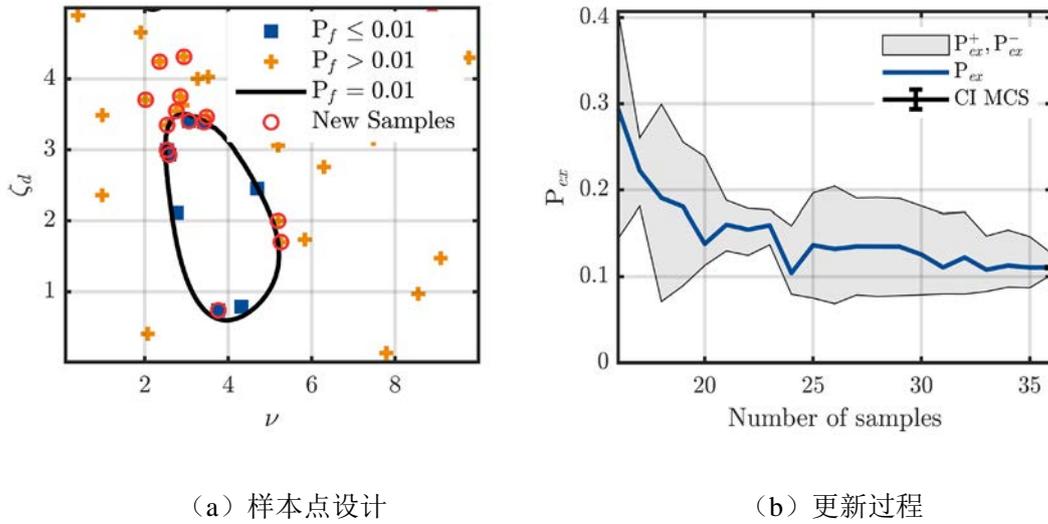


图 4.19 $\tilde{P}_{f,u_s} = 0.01$ 条件下代理模型自适应更新

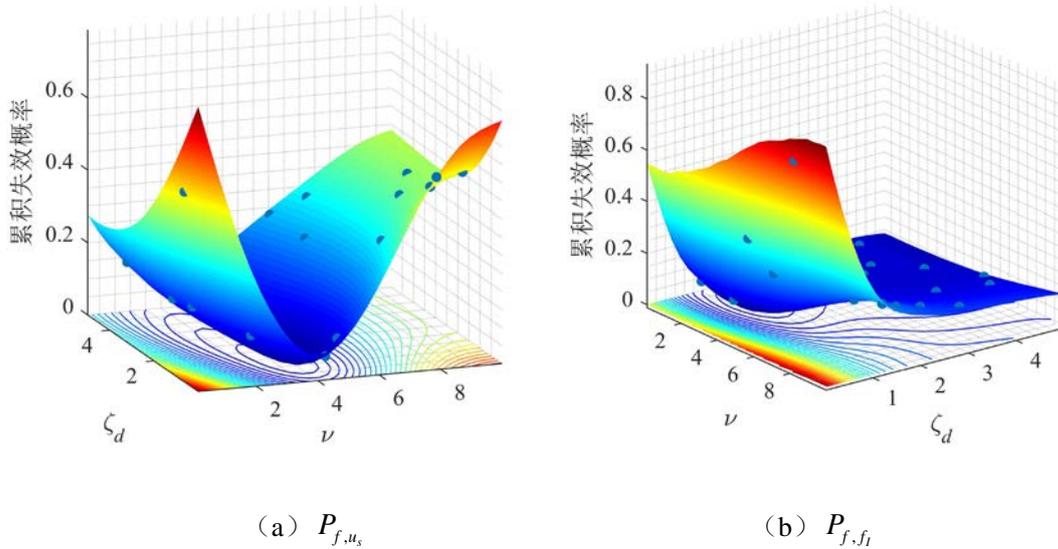


图 4.20 第一级代理模型 Kriging₁ 响应面

图 4.21 中云图表示目标函数 P_{f,f_i} 的失效概率第一级代理模型响应面，等高线表示约束条件 P_{f,u_s} 对应取值，其中红色等高线范围内表示满足位移响应失效概率约束条件 $P_{f,u_s} < \tilde{P}_{f,u_s} = 0.01$ 对应设计参数取值范围。

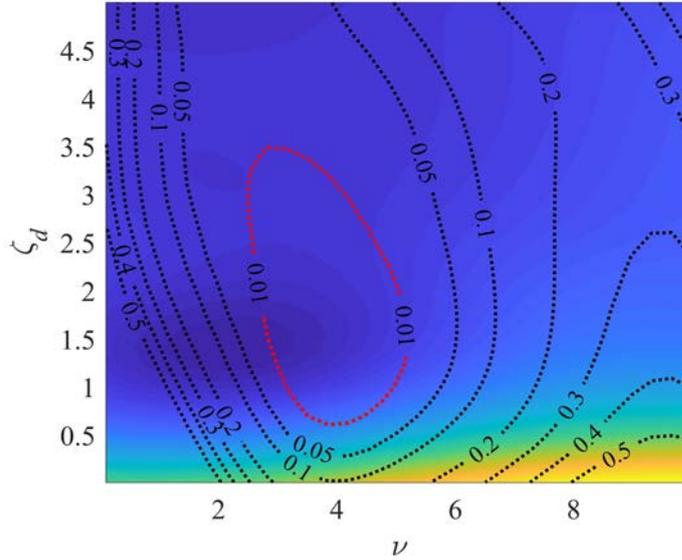


图 4.21 第一级代理模型

(3) 优化结果

基于上述第一级失效概率代理模型 $\text{Kriging}_{I_{f_i}}$ 代替目标函数计算， $\text{Kriging}_{I_{u_s}}$ 代替约束条件计算，采用 SCEM 算法进行参数优化设计。SCEM 算法参数选择：

(1) 复合形个数（序列数） $q = 20$ ；(2) 样本点数 $s = 400$ 。概率理论下优化过程收敛情况如图 4.8 所示，各参数优化过程的马尔可夫链如图 4.22 所示。TMDI 参数优化结果在下一节中与证据理论下的参数优化结果一同给出见图 4.9。

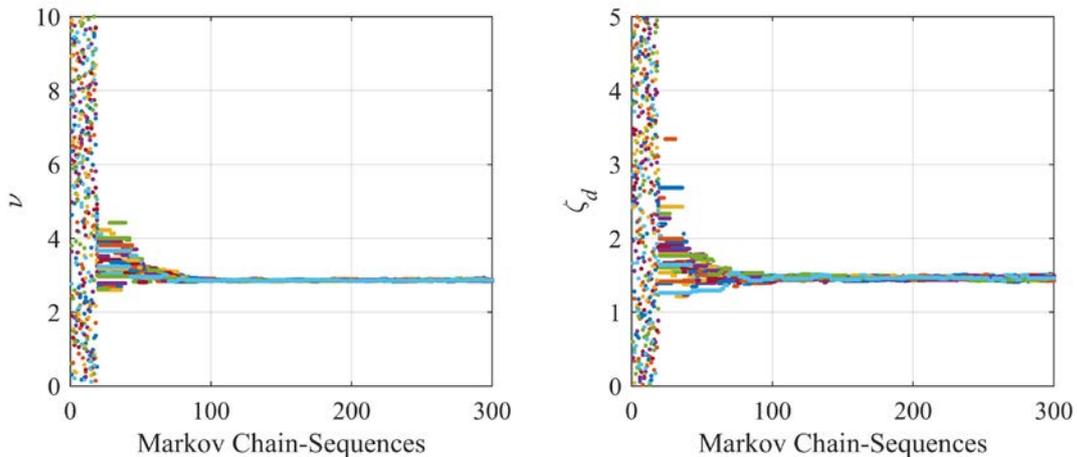


图 4.22 各参数的马尔可夫链

4.7.2 基于混合不确定约束条件的 HDRBDO

在随机与认知不确定同时存在时,为不失一般性将结构的随机和认知不确定统一表达为认知不确定性。当考虑结构参数及激励模型参数的认知不确定性时, $\boldsymbol{\theta}_q^I = [\alpha_{1,j_1}^I, \alpha_{2,j_2}^I, \beta_{1,j_1}^I, \beta_{2,j_2}^I]$ 为包含不确定参数向量的联合焦元区间。利用条件失效概率的似然函数和信任函数来代替概率理论中的条件失效概率累积分布曲线,得到真实失效概率的区间估计 $[P_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T)]$ 。在动力可靠性约束下的优化设计中,作为对动力可靠性的保守性估计,选择失效概率上界作为目标函数和约束条件。则基于证据理论动力可靠性优化问题可以表述为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [\nu, \zeta_d]^T \\
 & \text{minimize } \bar{P}_f(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) \\
 & \text{s.t. } \bar{P}_f(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}, T) < \tilde{P}_{f, u_s} \quad (4.38) \\
 & \quad 0.1 \leq \nu \leq 10 \\
 & \quad 0.01 \leq \zeta_d \leq 5
 \end{aligned}$$

在证据理论下,采用微分演化区间优化技术在式(4.19)中的第二级代理模型上进行不确定传播,获得每一组设计变量对应的失效概率上界:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_f(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) &= \sum_{q=1}^Q \left\{ \max \left(P_f(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) \right) \right\} m_q \\
 \bar{P}_f(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) &= \sum_{q=1}^Q \left\{ \max \left(P_f(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) \right) \right\} m_q
 \end{aligned} \quad (4.39)$$

从而基于样本集构建第一级设计空间内失效概率上界的代理模型:

$$\begin{aligned}
 \text{Kriging}_{I, f_i} &: \left\{ \mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_f(b_{\tau, f_i}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) \right\} \\
 \text{Kriging}_{I, u_s} &: \left\{ \mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_f(b_{\tau, u_s}, \mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_q^I, T) \right\}
 \end{aligned} \quad (4.40)$$

针对位移响应失效概率约束条件 $\tilde{P}_{f, u_s} = 0.01$,采用自适应 Kriging 代理模型技术对第一级设计空间内代理模型进行更新。位移响应失效概率代理模型更新过程中样本点设计及置信区间收敛情况如图 4.23 所示。约束条件 P_{f, u_s} 和目标函数 P_{f, f_i} 的失效概率第一级代理模型响应面如图 4.24 所示。

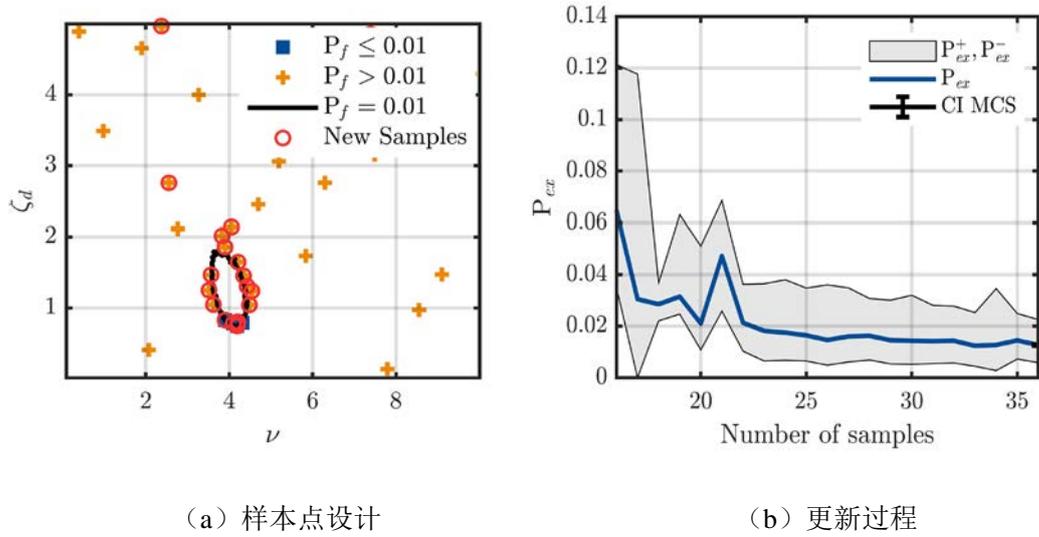


图 4.23 $\tilde{P}_{f,u_s}=0.01$ 条件下代理模型自适应更新

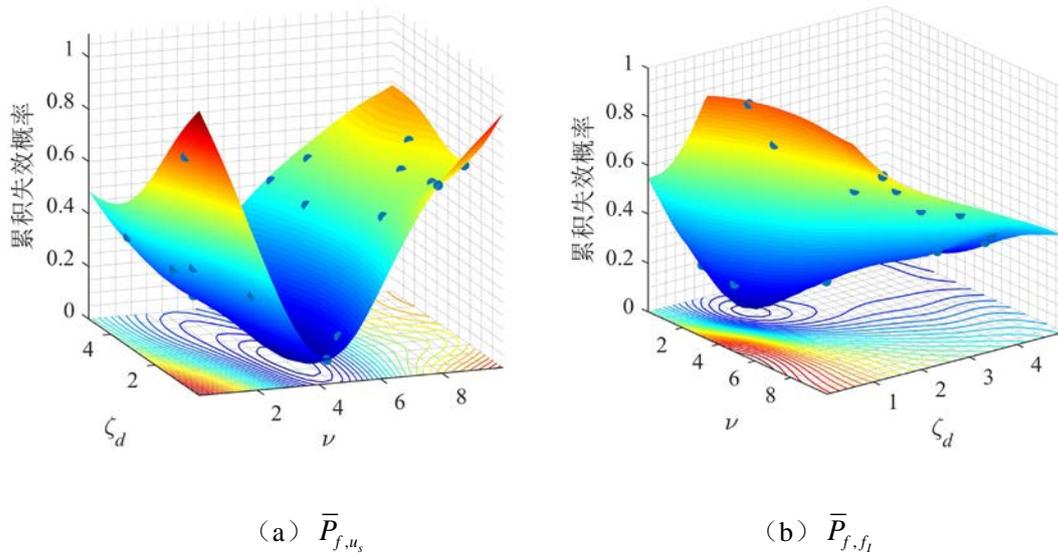


图 4.24 第一级代理模型 Kriging_1 响应面

图 4.25 中云图表示目标函数 $\bar{P}_{f,fi}$ 的失效概率第一级代理模型响应面，等高线表示约束条件 \bar{P}_{f,u_s} 对应取值，其中红色等高线范围内表示满足位移响应失效概率约束条件 $\bar{P}_{f,u_s} < \tilde{P}_{f,u_s} = 0.01$ 对应设计参数取值范围。

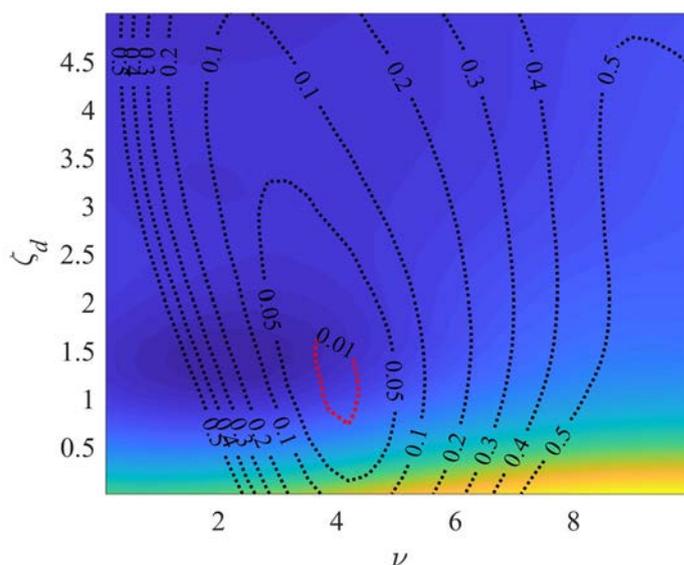


图 4.25 第一级代理模型

基于上述第一级失效概率代理模型代替目标函数计算，采用 SCEM 算法进行参数优化设计。SCEM 算法参数选择与前述算例相同。证据理论下优化过程各参数的马尔可夫链收敛情况如图 4.26 所示。概率理论和证据理论下 TMDI 参数优化结果见表 4.7。

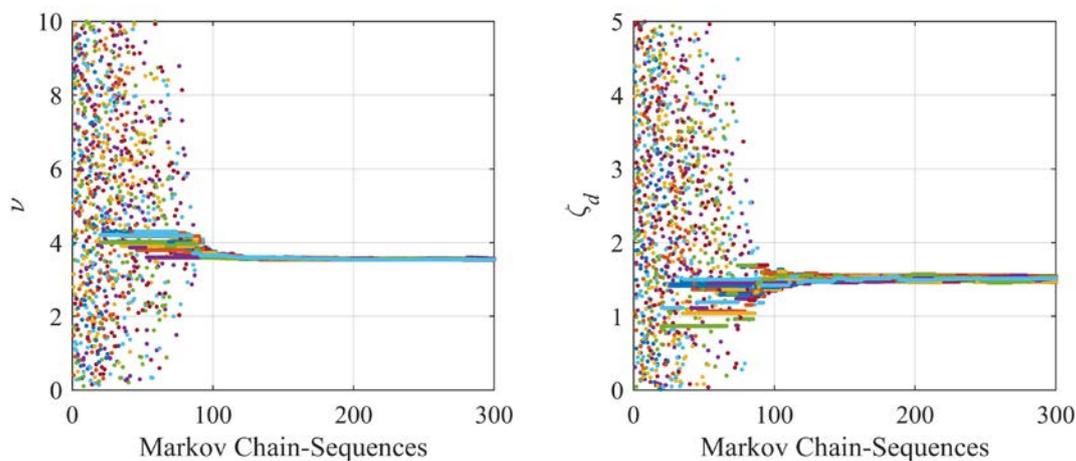


图 4.26 各参数的马尔可夫链

表 4.7 优化结果

优化方法	ν	ζ_d	目标函数值
概率 DRBDO	2.86	1.46	$P_{f,u_s} = 6.67 \times 10^{-3}$
HDRBDO	3.55	1.50	$\bar{P}_{f,u_s} = 1.04 \times 10^{-2}$

4.7.3 对比分析

从表 4.7 所示的基于两种不确定量化理论的动力可靠性约束下的优化结果可以看出, TMDI 出力与结构位移的失效概率之间存在着相互制约的权衡关系。由于考虑参数认知不确定的证据理论下失效概率约束不确定性是通过失效概率上界 Pl 计算得到的, 必然导致 HDRBDO 方法优化结果具有较大的安全储备。虽然 HDRBDO 结果偏于保守, 但却能够保证结构系统在概率在概率未知情况下具有足够的可靠性, 这是定性的结论, 下面会给出定量的结果。

为了对概率理论和证据理论下动力可靠性优化结果进行对比, 将 TMDI 参数分别取值为两组优化结果对应参数值 $\mathbf{d}^{\text{DRBDO}} = [2.86, 1.46]^T$ 和 $\mathbf{d}^{\text{HDRBDO}} = [3.55, 1.50]^T$, 选取统一峰值加速度 $\text{PGA} = 0.3g$ 归一化处理后的近断层脉冲型震动类别中的 20 条地震动记录获得结构位移响应。考虑结构系统参数认知不确定性, 根据表 4.1 中 $\mathbf{a} = [\omega_s, \zeta_s]$ 的 BBA 结构采用 10^5 次 MCS 方法对结构位移响应进行统计分析, MCS 方法得到的 $T = 20\text{s}$ 时失效概率统计结果如图 4.27 所示。

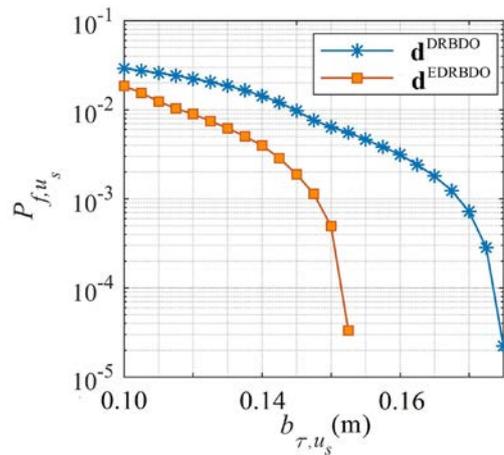


图 4.27 参数认知不确定下的失效概率

根据考虑结构系统参数认知不确定性的失效概率结果可以看出, 基于概率理论的动力可靠性优化结果的失效概率明显大于基于证据理论的优化结果, 例如当位移响应阈值 $b_{\tau, u_s} = 0.14\text{m}$ 时, TMDI 参数取 $\mathbf{d}^{\text{DRBDO}}$ 对应失效概率为 1.56×10^{-2} , 而 $\mathbf{d}^{\text{HDRBDO}}$ 对应失效概率为 3.95×10^{-3} 。可以预测, 当输入参数存在认知不确定性时, 基于概率理论假设的动力可靠性约束下的优化设计结果, 其真实失效概率很大程度上会超过失效概率限值, 导致优化结果无法满足设计要求的动力可靠性。而证据理论以条件失效概率区间测度上限代替传统概率值可以避免由于错误估计概率参数而造成优化结果的偏差, 为设计人员提供了一种在信息不完备, 认知

水平有限等情况下仍能满足可靠性要求的设计方法。

4.8 本章小结

本章主要研究了考虑结构系统和外部激励模型参数认知不确定和地震激励随机过程下的结构系统优化问题。本章的主要工作包含如下几个方面：

(1) 考虑结构动力学系统中的随机-认知混合不确定性，以失效概率的上下边界代替传统概率可靠性目标函数和约束条件，提出了随机过程和认知不确定混合下的动力可靠性优化设计（HDRBDO）方法。

(2) 本章基于代理模型技术和 SCEM 算法提出了两级代理模型 HDRBDO 框架。为解决混合不确定性量化及优化过程与可靠性分析双环嵌套导致的巨大计算负担，分别建立设计空间内第一级目标函数或约束条件的代理模型，以及不确定空间内的第二级条件失效概率代理模型。采用 SCEM 算法基于第一级代理模型进行优化求解，实现高效的优化设计。

(3) 考虑结构和激励模型参数的混合不确定性和地震激励随机过程，采用本文提出的 HDRBDO 方法对附加调谐质量阻尼惯容器（TMDI）的结构系统优化设计，验证了所提方法的可行性和有效性。

(4) 选取具有代表性的地震动记录，将 HDRBDO 方法优化结果与传统的消能减震结构 H_2 优化设计结果进行对比。本章所提出方法对结构系统在地震激励下的极值响应具有更好的控制效果，混合不确定性下以失效区间测度上限代替传统概率值，保证优化结果具有较高的安全储备，避免由于错误估计概率参数而造成优化结果的偏差，为设计人员提供了一种在考虑数据信息不充足，认知水平有限等情况下仍能使优化结果具有良好鲁棒性的新方法。

第5章 混合不确定下非线性结构动力可靠性分析

5.1 引言

非线性结构的动力可靠性问题始终是可靠性领域的研究难点。一方面，由于在非线性系统中叠加原理不再成立，此时线性随机振动理论将无法应用，直接求解该非线性系统的随机振动响应将是十分困难的。另一方面由于结构系统非线性的存在，采用基于极值的广义子集模拟方法进行条件失效概率的求解时造成的误差波动性更大，导致所构建的失效概率响应面粗糙，造成过拟合等问题。此外，考虑工程实际中存在的随机-认知混合不确定，随着证据理论统一表达中焦元数量的增加，非线性结构系统进行失效概率求解的计算成本难以承受。

为解决上述问题，本章提出一种基于极值理论和代理模型的 AK-DE 混合不确定性下非线性结构动力可靠性分析方法。基于证据理论和等效极值原理将混合不确定结构的动力可靠性转换为多区间形式的等效极值分布表达。为减轻非线性结构时程分析的计算负担，采用改进移位广义对数正态分布 (Shifted generalized lognormal distribution, SGLD) 拟合响应的极值分布，并通过 SCEM 算法进行极值分布的参数识别。根据极值分布的尾部分布对条件失效概率进行评估，与前述章节中提出的自适应代理模型技术相结合，建立条件失效概率的代理模型响应面，通过微分演化区间优化方法在该响应面上进行不确定传播，基于全概率定理得到随机-认知不确定下的失效概率区间测度上下界。

5.2 混合不确定下的非线性结构动力可靠性问题

非线性随机动力系统受到随机地震激励时的运动方程：

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t) + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \boldsymbol{\theta}, t) = \mathbf{p}(\boldsymbol{\theta})\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t) \quad (5.1)$$

式中： $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$ 为质量矩阵， $\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 、 $\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 和 $\mathbf{u}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 分别为系统加速度、速度和位移向量， $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \boldsymbol{\theta}, t)$ 包括阻尼力和恢复力向量； $\mathbf{p}(\boldsymbol{\alpha})$ 为结构系统参数对应的定常向量， $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 为随机激励；参数向量 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ 表示结构系统相互独立的 n 维不确定参数向量；参数向量 $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k]^T$ 表示外部随机激励模型中相互独立的 k 维不确定参数向量。在外部随机激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 作用下，通过式(3.1)的运动方程求解，结构系统响应有如下表达：

$$\mathbf{y}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t) = \mathbf{H}(\ddot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \dot{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t), \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)) \quad (5.2)$$

其中 $\mathbf{y}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)$ 为的 $L \times 1$ 结构系统响应状态向量, 根据首次超越准则, 在 T 时刻对应阈值为 b_τ 的结构系统动力响应的失效概率为:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, T) = P\left\{\bigcup_{i=1}^L \exists t \in [0, T], |y_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, t)| \geq |b_\tau|\right\} \quad (5.3)$$

当不确定参数 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 为通过概率理论或非概率理论表达时, 根据前述章节中的全概率定理, 非线性系统动力可靠性是可表达为式(3.4)的连续表达形式或式(3.5)的离散表达形式:

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, T) = \int_{\Omega_\theta} \int_{\Omega_\eta} P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, T | \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^0) p_\theta(\boldsymbol{\theta}^0) p_\eta(\boldsymbol{\eta}^0) d\boldsymbol{\theta}^0 d\boldsymbol{\eta}^0 \quad (5.4)$$

$$P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k P_f(|b_\tau|, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega}, T | \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^i, \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^j) P_\theta(\boldsymbol{\theta}^i) P_\eta(\boldsymbol{\eta}^j) \quad (5.5)$$

根据式(3.4)和式(3.5), 不难看出当不确定参数 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 的统计信息完备时, 对应失效概率的表达也是精确的。然而实际工程设计、分析中参数的统计信息往往是碎片化的, 无法满足概率理论使用的条件。而文献^[250]说明概率参数的微小波动会造成结构可靠性的显著变化, 因而利用证据理论求解认知不确定参数的结构动力可靠性。作为概率理论的有效补充, 证据理论因其能够灵活构建 BBA 结构, 很好地刻画认知不确定, 被认为是极具潜力的非概率量化方法。故而选择利用证据理论对非线性系统中包含的认知不确定进行刻画。

当不确定参数 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 为认知不确定参数时, 结构动力可靠性表达也包含认知不确定。在本文的研究中, 利用证据理论刻画结构不确定参数的认知不确定 $\boldsymbol{\theta}$ 和外部激励模型包含的认知不确定 $\boldsymbol{\eta}$, 则不确定参数 $\theta_n, n \in \forall[1, N]$ 、 $\eta_k, k \in \forall[1, K]$ 可由焦元区间 θ_n^I 、 η_k^I 与基本信任分配 m_{n, j_n} 和 m_{k, j_k} 组成:

$$\{\theta_{n, j_n}^I, m_{n, j_n}\} = \left\{ \left[\underline{\theta}_{n, j_n}, \bar{\theta}_{n, j_n} \right], m_{n, j_n} \right\} \quad j_n \in \forall[1, J_n] \quad n \in \forall[1, N] \quad (5.6)$$

$$\{\eta_{k, j_k}^I, m_{k, j_k}\} = \left\{ \left[\underline{\eta}_{k, j_k}, \bar{\eta}_{k, j_k} \right], m_{k, j_k} \right\} \quad j_k \in \forall[1, J_k] \quad k \in \forall[1, K] \quad (5.7)$$

其中 $\underline{\theta}_{n, j_n}$ 和 $\bar{\theta}_{n, j_n}$ 分别表示不确定变量 θ_n 的第 j_n 个焦元区间 θ_n^I 的上下边界; J_n 为不确定参数 θ_n 的焦元数目; $\underline{\eta}_{k, j_k}$ 和 $\bar{\eta}_{k, j_k}$ 分别表示不确定变量 η_k 的第 j_k 个焦元区间 η_k^I 的上下边界; J_k 为不确定参数 η_k 的焦元数目。根据上述表达, 系统不确定输入包含不确定参数向量的联合焦元区间和对应的联合 BBA 结构可由笛卡尔乘积得到:

$$\mathbf{x}_q^I = \left[\theta_{1,j_1}^I, \dots, \theta_{n,j_n}^I, \dots, \theta_{N,j_N}^I, \eta_{1,j_1}^I, \dots, \eta_{k,j_k}^I, \dots, \eta_{N,j_N}^I \right] \quad (5.8)$$

$$m_q = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K m_{n,j_n} m_{k,j_k}$$

其中, \mathbf{x}_q^I 为 $(N+K) \times 1$ 维联合不确定输入变量, $q \in \forall [1, Q]$, $Q = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K J_n J_k$ 。当认知不确定参数用证据理论表达时, 结构失效概率也是证据理论形式的。在联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I 上对应阈值为 b_τ , 非线性结构动力响应的失效概率有如下表达:

将式(4.14)中不确定参数的证据理论表达带入已构建的失效概率 Kriging 代理模型中, 得到不确定变量 \mathbf{x}_q^I 联合焦元区间内在给定阈值 $|b_\tau|$ 下的失效概率的上下界:

$$\begin{cases} \underline{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I \\ \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I \end{cases} = \begin{cases} \min(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \\ \max(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \end{cases} \quad (5.9)$$

故而基于证据理论的结构失效概率表达如式(4.9)所示:

$$\begin{cases} \underline{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \\ \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \end{cases} = \begin{cases} \sum_{q=1}^Q \left\{ \min(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \times m_q \right\} \\ \sum_{q=1}^Q \left\{ \max(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \times m_q \right\} \end{cases} \quad (5.10)$$

对应于式(4.9), 结构系统的动力可靠性表达为:

$$\begin{cases} \underline{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \\ \bar{P}_r(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) \end{cases} = \begin{cases} 1 - \sum_{q=1}^Q \left\{ \min(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \times m_q \right\} \\ 1 - \sum_{q=1}^Q \left\{ \max(P_f(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, \boldsymbol{\omega}, T) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I) \times m_q \right\} \end{cases} \quad (5.11)$$

由上述式(3.5)和式(4.9)的推导不难看出, 非线性随机系统的动力可靠性分析其实质在于概率理论中求解给定参数值 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^0$ 对应的条件失效概率或证据理论中求解给定联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I 上对应结构系统失效概率的上下界。由于非线性结构系统动力可靠性求解无法得到其对应的解析解, 通常对应的求解过程为 MCS 或 FPF 方程分析。需要指出的是, 上述两种方法的求解基础均为系统不确定变量概率分布假设。对于系统输入的不确定变量为非概率表达时, 上述求解无法得到对应焦元区间的上下边界。

在本章中, 针对非线性结构系统中叠加原理不再适用以及时程分析计算成本显著增加的问题, 提出统计线性化跨越率方法和基于移位广义对数正态分布的极值分布方法两种策略求解条件失效概率, 在此基础上采用前述章节中的自适应 Kriging 代理模型技术。对于概率理论下的非线性系统动力可靠性分析采用 MCS 方法在代理模型上进行不确定性传播, 而混合不确定下的动力可靠性分析则在代

理模型基础上采用基于微分演化区间优化的不确定性传播,其计算过程与第3章中类似,这里不再详细叙述。

5.3 基于跨越率的统计线性化方法

由于在非线性系统中叠加原理不再成立,以叠加原理为基础的杜哈梅积分和傅里叶变换将不再适用,由此求得的激励与响应之间的频域关系也就不存在了,此时线性随机振动理论将无法应用。如果直接求解该非线性系统的随机振动响应将是十分困难的,对于非线性随机振动的求解,除去有限的问题可以求得精确解之外,大量的实际问题通常采用近似解法来处理。

统计线性化方法是非线性确定性振动的等价线性化方法推广到随机振动领域的一种近似方法,其基本思想是以线性函数等效替代非线性函数,使得非线性随机微分方程按照统计意义上误差最小的原则,变为形式上是线性的随机微分方程,然后便可以按照线性随机振动理论处理^[251]。

5.3.1 平稳随机激励下的统计线性化

假设在平稳随机激励作用下,某一具有非线性元件的结构系统,现采用线性元件代替系统中的非线性元件,并根据统计线性化的方法使此种替换所产生的均方误差最小,由此求得线性等效阻尼系数及线性等效刚度系数,就可以将该非线性系统的随机振动问题转化为线性系统的随机振动问题。

当结构系统参数及激励模型参数取值为 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0$ 和 $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^0$ 时,考虑受平稳随机激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t)$ 作用下的单自由度非线性系统运动方程为:

$$m(\boldsymbol{\theta}^0)\ddot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) + F(\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), \boldsymbol{\theta}^0, t) = p(\boldsymbol{\theta}^0)\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t) \quad (5.12)$$

其中, $F(\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), \boldsymbol{\theta}^0, t)$ 是关于速度 $\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t)$ 和 $u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t)$ 的非线性函数,可表示非线性阻尼力和恢复力; $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t)$ 是系统受到的随机激励,且有 $E[\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t)] = 0$ 。

根据能量平衡原理用线性元件来代替系统中的非线性元件,可以建立与之等效的线性化系统:

$$m(\boldsymbol{\theta}^0)\ddot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) + c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) + k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) = p(\boldsymbol{\theta}^0)\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t) \quad (5.13)$$

即用线性函数 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) + k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t)$ 代替非线性函数 $F(\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), \boldsymbol{\theta}^0, t)$ 。其中, $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 是当 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0$ 和 $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^0$ 时的线性等效阻尼系数, $k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 是线性等效刚度系数。为简化公式表达形式,后文推导

中均省略函数自变量 θ^0 和 η^0 ，例如将 $u(\theta^0, \eta^0, t)$ 省略表达为 $u(t)$ 。

根据统计线性化方法的要求，应使该等效替换所产生的均方误差最小，设 ε 是由线性函数替换产生的误差， ε 定义为：

$$\varepsilon = F(\dot{u}(t), u(t), t) - c_{eq}\dot{u}(t) - k_{eq}u(t) \quad (5.14)$$

为使等效后线性结构体系与原非线性体系尽可能地相似，使误差在均方意义下达到最小，即当误差 ε 的方差 $E[\varepsilon^2]$ 满足最小条件时，可通过计算得到统计线性化后的等效阻尼系数 c_{eq} 和等效刚度系数 k_{eq} 。误差 ε 的方差 $E[\varepsilon^2]$ 表达为：

$$E[\varepsilon^2] = E\left[\left(F(\dot{u}(t), u(t), t) - c_{eq}\dot{u}(t) - k_{eq}u(t)\right)^2\right] \quad (5.15)$$

根据多元函数极值求解的方法，得到误差 ε 的方差 $E[\varepsilon^2]$ 取极小的充分必要条件为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[\varepsilon^2]}{\partial c_{eq}} &= 0 \\ \frac{\partial E[\varepsilon^2]}{\partial k_{eq}} &= 0 \end{aligned} \quad (5.16)$$

根据期望与导数的可交换性可得：

$$\begin{aligned} E[\dot{u}(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)] - c_{eq}E[\dot{u}^2(t)] - k_{eq}E[u(t), \dot{u}(t)] &= 0 \\ E[u(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)] - c_{eq}E[u(t), \dot{u}(t)] - k_{eq}E[u^2(t)] &= 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

求解上述方程组(5.17)可得：

$$\begin{aligned} c_{eq} &= \frac{E[u^2(t)]E[\dot{u}(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)] - E[u(t), \dot{u}(t)]E[u(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)]}{E[u^2(t)]E[\dot{u}^2(t)] - E^2[u(t), \dot{u}(t)]} \\ k_{eq} &= \frac{E[\dot{u}^2(t)]E[u(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)] - E^2[u(t), \dot{u}(t)]E[\dot{u}(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)]}{E[u^2(t)]E[\dot{u}^2(t)] - E^2[u(t), \dot{u}(t)]} \end{aligned} \quad (5.18)$$

当系统所受激励 $\ddot{u}_g(t)$ 为平稳随机过程时，虽然非线性结构系统的响应可能并不服从平稳高斯过程，但这种差异影响较小并可以被忽略。因此在上述计算过程中，假定结构系统的响应均服从均值为 0 的平稳高斯过程的条件下求解系统的等效线性阻尼 c_{eq} 和刚度 k_{eq} 。由于位移响应和速度响应随机过程存在互不相关的正交性，即满足：

$$E[u(t), \dot{u}(t)] = 0 \quad (5.19)$$

则等效线性阻尼 c_{eq} 和刚度 k_{eq} 解为:

$$c_{eq} = \frac{E[\dot{u}(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)]}{E[\dot{u}^2(t)]} \quad (5.20)$$

$$k_{eq} = \frac{E[u(t)F(\dot{u}(t), u(t), t)]}{E[u^2(t)]}$$

从以上的结果可以看出, 如果已知系统响应 $\dot{u}(t)$ 和 $u(t)$ 的概率分布, 而且 $\ddot{u}_g(t)$ 可以写出明确的表达式, 那么就可以方便地求出其统计线性化后的等效参数阻尼 c_{eq} 和刚度 k_{eq} 。由于在实际工程中, 常见的随机变量一般大多符合正态分布, 当假设激励 $\ddot{u}_g(t)$ 为高斯过程时, 等效线性系统的响应也是高斯过程, 假设 $\dot{u}(t)$ 和 $u(t)$ 分别服从期望为 0 的正态分布 $N(0, \sigma_{\dot{u}(t)}^2)$ 和 $N(0, \sigma_{u(t)}^2)$, 中心位置为静平衡位置, $\dot{u}(t)$ 与 $u(t)$ 的联合概率密度为:

$$p(\dot{u}(t), u(t)) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\dot{u}(t)}\sigma_{u(t)}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u^2(t)}{\sigma_{u(t)}^2} + \frac{\dot{u}^2(t)}{\sigma_{\dot{u}(t)}^2}\right)\right\} \quad (5.21)$$

由式(5.21)可知, 等效阻尼系数 c_{eq} 和等效刚度系数 k_{eq} 不仅与原始非线性元件参数有关, 而且还与非线性元件两端点间相对位移和速度的均方根值 $\sigma_{u(t)}$ 和 $\sigma_{\dot{u}(t)}$ 有关。

在任意给定的非线性随机动力系统中都包含一组确定的结构参数 θ^0 , 在任意一组模型参数为 η^0 的随机激励下均可以计算出一组与之相对应的线性等效阻尼系数 $c_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 。此时 $c_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 及 $k_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 与非线性元件两端点间相对位移和速度的均方根值的非线性函数关系表示为:

$$c_{eq}(\theta^0, \eta^0) = \psi_{1,c}\left(\sigma_{\dot{u}(\theta^0, \eta^0, t)}, \sigma_{u(\theta^0, \eta^0, t)}\right) \quad (5.22)$$

$$k_{eq}(\theta^0, \eta^0) = \psi_{1,k}\left(\sigma_{\dot{u}(\theta^0, \eta^0, t)}, \sigma_{u(\theta^0, \eta^0, t)}\right)$$

同时, 非线性元件两端点间相对位移和速度的均方根值 $\sigma_{u(\theta^0, \eta^0, t)}$ 和 $\sigma_{\dot{u}(\theta^0, \eta^0, t)}$ 只有在解出随机振动方程式(5.12)后才能得出结果, 该结果取决于所求系统中包括等效阻尼系数 c_{eq} 和等效刚度系数 k_{eq} 在内的所有力学参数 θ 及随机激励模型参数 η 有关。非线性元件两端点间相对位移和速度的均方根值与 $c_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 及 $k_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 之间的非线性函数关系表示为:

$$\sigma_{\dot{u}(\theta^0, \eta^0, t)} = \psi_{1,\dot{u}}\left(c_{eq}(\theta^0, \eta^0), k_{eq}(\theta^0, \eta^0)\right) \quad (5.23)$$

$$\sigma_{u(\theta^0, \eta^0, t)} = \psi_{1,u}\left(c_{eq}(\theta^0, \eta^0), k_{eq}(\theta^0, \eta^0)\right)$$

因此平稳随机激励下线性等效阻尼系数 $c_{eq}(\theta^0, \eta^0)$ 及等效刚度系数

$k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 的求解是一个迭代过程, 包括式(5.22)和式(5.23)两个部分。该迭代过程可以描述为以下计算步骤:

步骤 1 向等效阻尼系数 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 赋予初始值 $c_{eq}^0(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 和 $k_{eq}^0(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$;

步骤 2 将非线性阻尼力及恢复力 $F(\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t), \boldsymbol{\theta}^0, t)$ 替换为线性等效阻尼力及恢复力 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)\dot{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t) + k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t)$, 代入运动方程中得到统计线性化后的运动方程式(5.13);

步骤 3 根据统计线性化后的运动方程求解系统响应, 获得非线性元件两端点间相对位移和速度的均方根值 $\sigma_{u(t)}$ 和 $\sigma_{\dot{u}(t)}$;

步骤 4 将得到的相对位移和速度的均方根值 $\sigma_{u(t)}$ 和 $\sigma_{\dot{u}(t)}$ 带回式(5.22), 求解第 i 次迭代运算中的等效阻尼系数 $c_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 。

步骤 5 计算相邻两次迭代相对误差:

$$\delta = \left| c_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) - c_{eq}^{i-1}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) \right| / c_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) + \left| k_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) - k_{eq}^{i-1}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) \right| / k_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) \quad (5.24)$$

步骤 6 判断相对误差值 δ 是否满足精度要求, 若满足精度要求则获得等效阻尼系数 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) = c_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 与等效刚度系数 $k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0) = k_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$, 结束迭代, 否则返回步骤 1 继续反复迭代, 直到相对误差达到需要的精度为止。

5.3.2 非平稳随机激励下的统计线性化

当考虑输入随机地震激励的非平稳性, 需结合统计线性化的方法与第 3 章中虚拟激励法求解非线性系统非平稳随机振动响应、采用统计线性化技术, 将非线性的结构系统转化为虚拟激励法所适用的线性系统进行求解。具体分析流程可以总结为以下几个步骤:

步骤 1 在 $t=0$ 时刻, 向等效阻尼系数 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 赋予初始值 $c_{eq}^0(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 和 $k_{eq}^0(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$;

步骤 2 在 $t=t_k$ 时刻, 构造虚拟激励:

$$\tilde{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t_k) = \sqrt{S_{xx}(\boldsymbol{\eta}^0, \omega)} A(\omega, t_k) e^{i\omega t_k} \quad (5.25)$$

式中, $i = \sqrt{-1}$ 是虚数单位; $S_{xx}(\boldsymbol{\eta}^0, \omega)$ 为非平稳地震动功率谱密度函数值, 采用均匀调制非平稳随机过程进行描述。

步骤 3 根据统计线性化后的运动方程式(5.13), 利用逐步积分法, 求解对于一系列频点 $\omega = \omega_j (j=1, 2, \dots, N_\omega)$ 在 $t=t_k$ 时刻下结构的虚拟响应值 $\tilde{y}_l(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t) |_{\omega=\omega_j, t=t_k}$, 其中 N_ω 为频域内所取频点总数。

步骤 4 利用虚拟激励法, 求解 $t=t_k$ 时刻结构响应的统计值。其中, 非线性元件节点相对位移和速度响应在 t_k 时刻的实际均方根值应为:

$$\sigma_{\ddot{u}}^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t_k) = 2 \int_0^{+\infty} S_{\ddot{u}\ddot{u}}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k) d\omega \approx 2\Delta\omega \sum_{j=1}^{N_\omega} \tilde{u}^*(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k) \tilde{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k) \quad (5.26)$$

$$\sigma_u^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, t_k) = 2 \int_0^{+\infty} S_{uu}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k) d\omega \approx 2\Delta\omega \sum_{j=1}^{N_\omega} \tilde{u}^*(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k) \tilde{u}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t_k)$$

步骤 5 根据统计线性化计算方法, 将得到的均方响应值代入式(5.22)计算第 i 次迭代运算中的等效阻尼系数 $c_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}^i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$, 代入运动方程中得到统计线性化后的运动方程式(5.13)。

步骤 6 重复步骤 3~步骤 5 进行迭代计算, 直到两次迭代相对误差 δ 满足精度要求。当计算收敛后, 可以同时确定 $t = t_k$ 时刻不同频点 $\omega_j (j=1, 2, \dots, N_\omega)$ 下系统最终的虚拟响应值 $\tilde{y}_i(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, \omega, t) |_{\omega=\omega_j, t=t_k}$, 并根据计算此时此刻的系统随机响应均方根值。

步骤 7 令 $t = t_{k+1}$, 按照步骤 2~步骤 6 计算下一时刻的统计线性化等效阻尼系数 $c_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$ 及等效刚度系数 $k_{eq}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0)$, 以及系统的随机振动响应, 直至时间结束。

非平稳随机激励下的基于统计线性化求解非线性结构随机振动响应流程如图 5.1 所示。将整个时间段 $[0, T]$ 内的非线性结构系统随机振动响应带入第 3 章中基于跨越率的条件失效概率计算方法, 建立代理模型及不确定传播过程与第 3 章中 PEM-AK-DE 法结合, 求解非平稳随机地震动下考虑混合不确定的非线性结构动力可靠性分析。

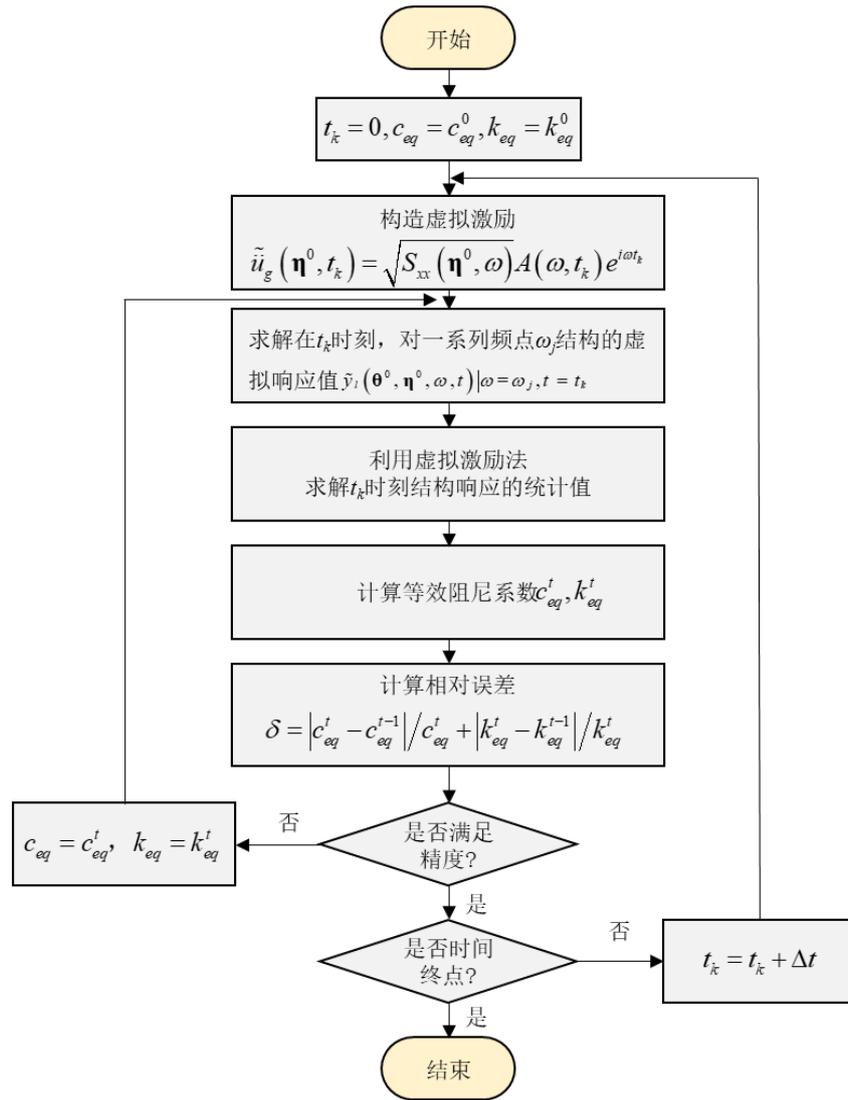


图 5.1 非平稳随机激励下统计线性化求解非线性结构响应计算流程

5.4 基于改进移位广义对数正态分布的极值分布计算

与前述章节中线性结构系统的动力可靠性分析相似, 非线性结构的动力可靠性也可以采用基于极值的方法进行分析。然而与线性结构系统的动力可靠性分析不同, 由于结构系统非线性的存在, 采用广义子集模拟方法进行条件失效概率的求解时造成的误差波动性更大, 导致所构建的失效概率响应面粗糙, 造成过拟合等问题。而另一方面由于认知不确定的加入, 采用广义子集模拟对非线性结构系统进行失效概率求解的计算成本仍然难以承受。为解决上述问题, 基于等效极值原理, 这里提出一种解决高可靠性问题的基于响应分布四阶矩的移位广义对数正态分布 (the shifted generalized lognormal distribution, SGLD) 方法, 并针对极值分布的 SGLD 参数拟合进行改进, 与前述章节中提出的自适应代理模型技术相

结合，建立条件极值分布的代理模型响应面。

5.4.1 传统四阶矩方法

传统的四阶矩方法通过假定极值分布类型进行可靠度评估，如基于 Pearson 分布族四阶矩方法、基于 Lambda 分布的四阶矩方法及基于立方正态分布的四阶矩方法等，本文采用基于 Edgeworth 展开的四阶矩方法。系统不确定参数取值为 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0$ 的非线性结构系统在外部随机激励 $\ddot{u}_g(\boldsymbol{\eta}^0, t)$ 作用下，对于响应在时间段 $[0, T]$ 内的极值变量 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 的定义与线性系统基于首次超越准则的动力可靠性分析中一致。定义标准化后的极值变量

$$y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) = \frac{y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - \mu_{y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)}}{\sigma_{y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)}} \quad (5.27)$$

如果极值变量的前四阶矩已知，根据高阶矩标准化技术，标准化变量通过下式与标准正态随机变量相关

$$u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) = \frac{\alpha_{3,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) + 3(\alpha_{4,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 1)y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - \alpha_{3,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)y_u^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)}{\sqrt{(5\alpha_{3,y}^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 9\alpha_{4,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) + 9)(1 - \alpha_{4,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T))}} \quad (5.28)$$

其中 $\alpha_{3,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 和 $\alpha_{4,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 分别为三阶和四阶无量纲中心矩，即 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 的偏度和峰度。本文选取四矩法利用 Edgeworth 展开式，(5.27) 中标准化变量的概率分布函数用以下展开式的前四阶矩表示

$$F(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) = \Phi(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) - \phi(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) \left[\frac{1}{6} \alpha_{3,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) H_2(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) + \frac{1}{24} (\alpha_{4,y}(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 3) H_3(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) + \frac{1}{72} \alpha_{3,y}^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) H_5(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) \right] \quad (5.29)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 和 $\phi(\cdot)$ 分别表示标准正态分布的累积分布函数及概率密度函数，且有：

$$H_2(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) = y_u^2(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 1$$

$$H_3(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) = y_u^3(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 3y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) \quad (5.30)$$

$$H_5(y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)) = y_u^5(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) - 10y_u^3(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T) + 15y_u(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$$

分别为 2 阶、3 阶、5 阶 Hermite 多项式。

5.4.2 移位广义对数正态分布

采用移位广义对数正态分布 (SGLD)^[112]是构造四阶矩约束下的单峰分布密度函数来近似结构响应极值 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 分布, 对响应极值的尾部分布进行精确拟合从而实现对小失效概率事件的准确预测。该分布是由三参数对数正态分布^[252]和广义高斯分布 (GGD)^[253]组合而成。三参数对数正态分布是一种非对称分布, 它和它的反对称分布包含了整个偏态范围, 而 GGD 是一种对称分布, 包含了整个峰度范围。因此, 通过综合两种分布的特征, SGLD 在形状上具有很高的灵活性, 几乎囊括了单峰密度允许的整个偏度峰度区域。需要注意的是在定义 SGLD 时, 应该始终考虑所涉及变量的偏度的绝对值。如果偏度小于零, 则通过对得到的关于变量均值的概率密度函数 (PDF) 进行镜像, 可以得到预期的 PDF。类似地, 通过对得到的累积概率函数 (CDF) 关于变量均值的镜像, 可以得到所涉及的偏度小于零时的预期 CDF。采用 SGLD 近似响应极值 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 的分布, 为简化公式表达形式, 后文推导中均省略函数自变量 $\boldsymbol{\theta}^0$ 和 $\boldsymbol{\eta}^0$, 即将 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 省略表达为 $y_e(T)$ 。

偏度为正的 SGLD 变量 y_e 的 PDF 和 CDF 分别为

$$f_{y_e}(y_e) = \frac{\alpha}{y_e - l} \exp\left(-\frac{1}{r\sigma^r} \left|\ln \frac{y_e - l}{\nu}\right|^r\right), \quad y_e > l \quad (5.31)$$

$$F_{y_e}(y_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}\left(\frac{y_e - l}{\nu} - 1\right) Q\left(\frac{1}{r}, \frac{\left|\frac{\ln(y_e - l)/\nu}{\sigma}\right|^r}{r}\right), \quad y_e > l \quad (5.32)$$

其中 l 为位置参数, ν 为尺度参数, $0 < \sigma$ 和 $0 < r$ 为形状参数, 系数 α 定义为 $\alpha = 1/\left[2r^{1/r}\sigma\Gamma(1+1/r)\right]$, 其中 $\Gamma(\cdot)$ 表示 gamma 函数, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数, Q 为下不完全 gamma 函数比, 即

$$Q(s, z) = \int_0^z t^{s-1} e^{-t} dt / \Gamma(s) \quad (5.33)$$

当 $\sigma > 0$, 上述 PDF 是单峰不对称的。在极限情况, $\sigma \rightarrow 0$ SGLD 收敛为 GGD。SGLD 的其他特殊/极限情况见表 5.1:

表 5.1 SGLD 参数极限情况

$\sigma \rightarrow 0$ 对称分布	$\sigma > 0$ 不对称分布
$r = 2$ 正态分布	$r = 2, l = 0$ 对数正态分布
$r > 0$ 指数分布	$r = 2$ 移位对数正态分布

$r=1$ 拉普拉斯分布	$r=1, l=0$ 对数-拉普拉斯分布
$r \rightarrow \infty$ 均匀分布	$r \rightarrow \infty, l=0$ 对数均匀分布

将 $p = F_X(x)$ 带入方程 (5.32) 左端，并且注意到 $\text{sgn}((y_e - l)/\nu - 1) = \text{sgn}(p - 1/2)$ ，得到 SGLD 的 CDF 反函数：

$$y_e = F_{y_e}^{-1}(p) = \nu \exp \left\{ \text{sgn} \left(p - \frac{1}{2} \right) \sigma \left[r Q^{-1} \left(\frac{1}{r}, \frac{2p-1}{\text{sgn}(p-1/2)} \right) \right]^{1/r} \right\} + l, \quad p \neq \frac{1}{2} \quad (5.34)$$

并且对于 $p=1/2$ 有 $y_e = l + \nu$ 。其中 Q^{-1} 为下不完全 gamma 函数比的反函数，定义为 $z = Q^{-1}(s, \omega)$ 对应于 $\omega = Q(s, z)$ 。

虽然 SGLD 是一个 4 参数分布，但 SGLD 的参数估计只涉及两个变量，即形状参数 σ 和 r ，因为每一对固定 (σ, r) 的位置和尺度参数可以通过计算 $\nu = \sigma_{y_e} / \sigma_{y_r}$ 和 $b = \mu_{y_e} - \eta \mu_{y_r}$ 得到，其中 μ_{y_e} 和 σ_{y_e} 为 y_e 的平均值和标准偏差。 μ_{y_r} 和 σ_{y_r} 为缩减变量 $y_r = (y_e - l) / \theta$ 的平均值和标准差，对确定的 σ 和 r 通过下面的矩计算得到^[254]：

$$E[y_r^k] = \frac{1}{\Gamma(1/r)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n}}{(2n)!} r^{2n/r} \Gamma\left(\frac{2n+1}{r}\right) \quad (5.35)$$

可得到缩减变量 y_r 的平均值 μ_{y_r} 、标准偏差 σ_{y_r} 、偏度 γ_{y_r} 和峰度 κ_{y_r} 。

众所周知，极值分布的尾部行为可以近似地由相应变量的偏度和峰度来定义。从这个角度来看，可以通过一个在描述偏斜度和峰度方面具有丰富灵活性的极值分布进行尾部分布的拟合，从而实现小失效概率的估计。正如上面提到的，SGLD 具有这种灵活性。此外，虽然 SGLD 是一个 4 参数分布，但在已知所涉及变量的均值和方差的情况下，只需要估计两个参数 σ 和 r 即可。因此，SGLD 模型参数的估计相对简单。基于上述原因，本研究采用 SGLD 来近似极值的尾部分布。关键问题是如何有效地估计模型参数，使得 SGLD 与极值响应在尾部区域的分布具有足够好的一致性。

5.4.3 SGLD 模型参数拟合的两水准法

SGLD 的模型参数 l 、 ν 、 σ 和 r 一般需要通过获得一定的变量样本进行估计。当样本数量足够大时，可以采用矩量法^[254]估计 l 、 ν 、 σ 和 r 。通过应用矩量法来近似几种常见的单峰分布，研究者发现所得到的 SGLD 能够很好地拟合一系列分布和参数，并且对概率密度函数的主体和尾部拟合精度均较高。虽然 σ 的主要作用是控制不对称， r 控制峰度，然而偏度和峰度是不能解耦的，因此， $\gamma_{y_r}(\mathbf{p})$

和 $\kappa_{y_r}(\mathbf{p})$ 均为向量 $\mathbf{p} = [\sigma \ r]^T$ 的函数。根据缩减变量的定义，偏度和峰度数值保持不变，可以确定：

$$\gamma_{y_r}(\mathbf{p}) = \gamma_{y_e} \quad (5.36)$$

$$\kappa_{y_r}(\mathbf{p}) = \kappa_{y_e} \quad (5.37)$$

矢量形式表达如下：

$$\mathbf{G}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \gamma_{y_r}(\mathbf{p}) - \gamma_{y_e} \\ \kappa_{y_r}(\mathbf{p}) - \kappa_{y_e} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.38)$$

通过牛顿迭代法求解 \mathbf{p} 。迭代公式为：

$$\mathbf{p}_{n+1} = \mathbf{p}_n - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{p}_n) \mathbf{G}(\mathbf{p}_n) \quad (5.39)$$

其中雅各比矩阵为：

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma_{y_r}}{\partial \sigma} & \frac{\partial \gamma_{y_r}}{\partial r} \\ \frac{\partial \kappa_{y_r}}{\partial \sigma} & \frac{\partial \kappa_{y_r}}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

当结构系统非线性较强，生成一次响应样本的计算时间过长，那么生成矩量法所需足够的样本难以实现，因此很难准确地估计所考虑变量的偏度和峰度，以及尾部分布。因此，针对矩量法效率低下的复杂问题，需要开发更有效的方法进行 SGLD 模型参数拟合，实现对极值分布尾部的精确估计。

由于在均值和方差的情况下，构造一个 SGLD 仅需要估计两个形状参数 σ 和 r 的值。因此当获得两组不确定变量值及其对应的失效概率组合时，即可对 σ 和 r 进行求解。通过少量样本确定极值变量失效概率分别为 P_1 和 P_2 所对应的样本值 $y_{e,1}(T)$ 和 $y_{e,2}(T)$ ，分别代入 SGLD 模型中累积分布函数表达式中，可以得到如下的非线性方程组：

$$1 - P_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{y_{e,1}(T) - l}{\nu} - 1 \right) Q \left(\frac{1}{r}, \frac{\left| \frac{\ln(y_{e,1}(T) - l)/\nu}{\sigma} \right|^r}{r} \right) \quad (5.41)$$

$$1 - P_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{y_{e,2}(T) - l}{\nu} - 1 \right) Q \left(\frac{1}{r}, \frac{\left| \frac{\ln(y_{e,2}(T) - l)/\nu}{\sigma} \right|^r}{r} \right)$$

方程组中仅包含两个独立未知参数 σ 和 r ，因此可以通过牛顿迭代法求解该方程组。为加速牛顿迭代法收敛，迭代求解过程的初始值为 $r^{(1)} = 2$ 及 $\sigma^{(1)}$ 满足

$$\gamma_{y_e(T)} = \left[e^{(\sigma^{(1)})^2} + 2 \right] \sqrt{e^{(\sigma^{(1)})^2} - 1} \quad (5.42)$$

其中为 $\gamma_{y_e(T)}$ 样本的偏度值。

根据现有研究^[112]，在大多数情况下，当要求保证 10^{-4} 甚至 10^{-5} 量级的失效概率估计精度，SGLD 模型参数估计时选取两个相对较大的失效概率水准 $P_1 = 10^{-1}$ 和 $P_2 \in [0.5 \times 10^{-2}, 10^{-2}]$ 。由于上述方法能够从 SGLD 的主体中两失效概率水准获取其尾部分布特征，因此将其称为参数估计的两水准外插法。从理论上讲，由于对极值响应分布的主体信息的估计往往比对极值响应分布的偏度和峰度的估计更准确和便利，建立拟合极值变量尾部分布 SGLD 模型参数的两水准外插法比矩量法更有效。

5.4.4 基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合改进方法

两水准外插法的提出在一定程度上解决了针对高可靠性问题中极值变量尾部的 SGLD 模型参数拟合问题。然而两水准失效概率 P_1 和 P_2 对应极值变量样本值的偏差对极值变量的小失效概率估计误差产生影响，尤其是 P_2 。对于非线性较强的结构，样本容量为 2000~3000 时，在失效概率范围 $[0.5 \times 10^{-2}, 10^{-2}]$ 内仍然可能出现明显的震荡^[114]。因此需要考虑参数拟合过程中由于样本数量不足造成的分布先验信息的缺乏、模型无法完全代表真实的分布等因素，对 SGLD 参数的拟合不能仅限于求解单一最优解。

本文提出一种基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合改进方法，对 SGLD 参数拟合做出不确定分析。首先为了减少分析过程中所需的样本数，提高抽样效率，选择采用相关度分解的拉丁超立方抽样 (CLHS) 对生成随机激励的不确定变量进行抽样并合成随机激励时程样本。CLHS 可以减少所得样本的伪相关性，并且适用于高维问题。

根据随机激励时程样本进行非线性结构的时程分析，得到极值响应样本集。在失效概率 $P \in [0.5 \times 10^{-2}, 10^{-2}]$ 范围内随机选择 K 个水准失效概率，得到 K 组失效概率对 $\left[(y_{e,1}(T), P_1), (y_{e,1}(T), P_1), \dots, (y_{e,K}(T), P_K) \right]$ ，采用 SCEM 算法对 l 、 ν 、 σ 和 r 四个模型参数同时进行优化求解，优化目标函数为预测结果与真实失效概率误差之和：

$$f^{opt} = \sum_{k=1}^K P_k - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{y_{e,k}(T) - l}{\nu} - 1 \right) Q \left(\frac{1}{r}, \frac{\left| \frac{\ln(y_{e,k}(T) - l) / \nu \right|^r}{\sigma} \right) \quad (5.43)$$

SCEM 算法得到 l 、 ν 、 σ 和 r 四参数的后验分布，基于 SGLD 模型参数的不确定性可以实现对确定响应阈值的失效概率的不确定性预测。即获得的失效概率并非一定值而是其不确定分布，可选择其均值作为随机激励下的失效概率期望值。

基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合改进方法对结构失效概率计算流程如图 5.2 所示。

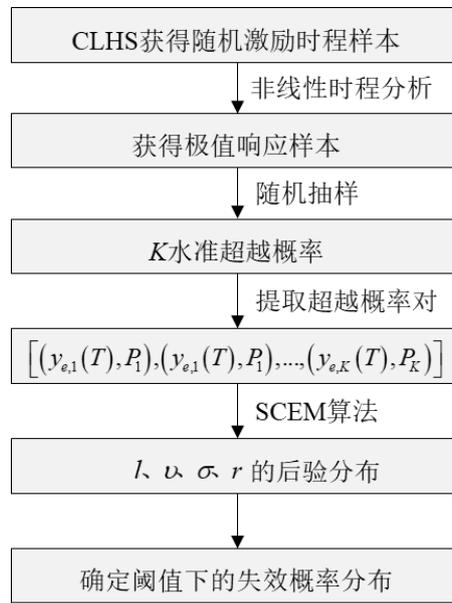


图 5.2 基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合结构失效概率计算流程

5.5 混合不确定下的极值分布边界计算

5.5.1 极值分布边界优化问题

当结构系统参数或激励模型参数的不确定性利用证据理论进行描述时，采用如上所述基于 SGLD 近似极值 $y_e(\boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\eta}^0, T)$ 的分布进行条件失效概率求解。将系统不确定输入变量统一表达为 \mathbf{x} ，因此在结构响应阈值为 b_r 的条件下，对应于式 (5.9)，结构动力响应的失效概率可表达为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{P}(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, T) \\ \bar{P}(|b_\tau|, \mathbf{x}_q^I, T) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \sum_{q=1}^Q \left\{ \min \left(P(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) \right) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I \right\} \times m_q \\ 1 - \sum_{q=1}^Q \left\{ \max \left(P(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) \right) | \mathbf{x} = \mathbf{x}_q^I \right\} \times m_q \end{array} \right\} \quad (5.44)$$

故而关于系统输入向量的不确定传播可以转换为在联合焦元区间 $\mathbf{x}_q^I = [\theta_{1,j_1}^I, \dots, \theta_{n,j_n}^I, \dots, \theta_{N,j_N}^I, \eta_{1,j_1}^I, \dots, \eta_{k,j_k}^I, \dots, \eta_{N,j_N}^I]$ 上求取系统响应最大最小值的问题。而对应每个焦元区间上 $P(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau)$ 的上界和下界可以通过边界优化问题解决：

$$\begin{aligned} & \text{subject to } \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x}_k \leq \bar{\mathbf{x}} \\ & \underline{P}(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) = \min \left(P(|y_e(\mathbf{x}_k, T)| \leq b_\tau) \right) \\ & \bar{P}(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) = \max \left(P(|y_e(\mathbf{x}_k, T)| \leq b_\tau) \right) \end{aligned} \quad (5.45)$$

与第二章一致，这里联合焦元区间求解边界问题可通过 MCS 方法进行，然而对于高精度的问题其耗时将大大增加。为减轻计算负担，采用微分演化区间优化算法用于估计在联合焦元区间上的 $P(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau)$ 的上下界。作为一种高效的随机抽样方法，微分演化算法被用于结构不确定量化中，经过变异、交叉和选择操作，能够快速收敛到比较健壮的结果。

5.5.2 基于微分演化的分布边界计算

利用微分演化求解 $P(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau)$ 在联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I 上的边界问题，将其转化为在联合焦元区间 $\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x}_k \leq \bar{\mathbf{x}}$ 的两次寻优过程。将极值响应分布的 SGLD 表达带入得到基于微分演化的求解目标函数：

$$\underline{P}(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) = \min \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{b_\tau - l_{k,T}}{v_{k,T}} - 1 \right) \mathcal{Q} \left(\frac{1}{r_{k,T}}, \frac{\left| \frac{\ln(b_\tau - l_{k,T}) / v_{k,T}}{\sigma_{k,T}} \right|^r}{r_{k,T}} \right) \right] \quad (5.46)$$

$$\bar{P}(|y_e(\mathbf{x}_q^I, T)| \leq b_\tau) = \max \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{b_\tau - l_{k,T}}{v_{k,T}} - 1 \right) \mathcal{Q} \left(\frac{1}{r_{k,T}}, \frac{\left| \frac{\ln(b_\tau - l_{k,T}) / v_{k,T}}{\sigma_{k,T}} \right|^r}{r_{k,T}} \right) \right] \quad (5.47)$$

将式(5.46)和式(5.47)的结果带入式(5.44)中，得到认知不确定结构系统在随机激励下 T 时刻的失效概率。

5.6 基于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析框架

基于上述讨论，本章引入基于 SGLD 实现了极值分布的求解，并提出基于 SCEM 的 SGLD 参数拟合改进方法。与前述章节中提出的自适应代理模型技术相结合，建立条件极值分布的代理模型响应面。利用微分演化区间优化算法得到了认知不确定在该响应面的传播结果，提出一种基于极值理论的 AK-DE 的非线性结构系统动力可靠性分析方法，能够以最小的计算代价精确进行混合可靠性分析。基于极值理论的 AK-DE 流程如图 5.3 所示：

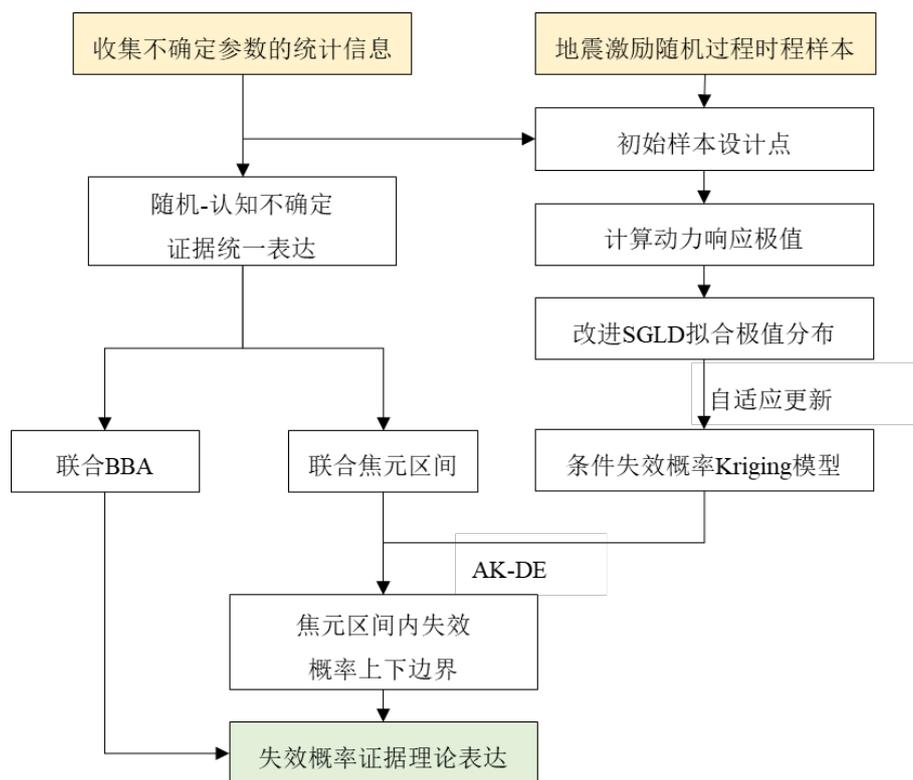


图 5.3 基于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析框架

这里对极值理论的 AK-DE 结构动力可靠性分析步骤进行梳理：

- (1) 收集认知不确定参数的不确定信息，并将其进行证据理论表达；
- (2) 在认知不确定变量的有效范围内产生代理模型的初始样本设计点；
- (3) 根据激励模型的参数值，基于随机函数的随机过程谱表示模拟方法，通过 CLHS 抽样生成 N 条随机激励时程样本；
- (4) 将时程样本带入步骤(2)中样本设计点中进行有限元分析得到随机激励下的结构系统响应数据；
- (5) 收集得到结构系统响应并利用 SGLD 方法估计响应的极值分布；
- (6) 根据极值分布预测条件失效概率，构建条件失效概率代理模型并采用自

适应 Kriging 模型技术进行代理模型更新，直至达到收敛条件；

- (7) 基于 AK-DE 方法进行第二阶段自适应代理模型更新，同时在每一个联合焦元区间上进行两次微分演化寻优求解该联合焦元区间内结构系统失效概率的上下边界。
- (8) 根据系统不确定输入变量的联合 BBA 结构计算非线性结构系统动力可靠性的上下边界。

5.7 算例分析

5.7.1 附加非线性黏滞阻尼器的单自由度系统

考虑附加非线性黏滞阻尼器的单自由度系统平稳随机激励或非平稳随机激励下，对质点位移的失效概率进行分析。结构受到地面加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 的作用，结构系统的运动方程为：

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) + f_d(\dot{u}(t)) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (5.48)$$

式中 $m = 2 \times 10^4 \text{ kg}$ ， $c = 2.33 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ， $k = 2.7 \times 10^6 \text{ N/m}$ ， $f_d(\dot{u}(t))$ 为黏滞阻尼器的非线性阻尼力，可表示为：

$$f_d(\dot{u}(t)) = c_d \text{sgn}(\dot{u}(t)) |\dot{u}(t)|^\alpha \quad (5.49)$$

式中为 c_d 阻尼系数， α 为速度指数， $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。系统不确定参数为 c_d 与 α 。这里分别对结构系统在平稳随机激励及非平稳随机激励下的位移响应动力可靠性进行分析，即 $y_e(T) = \max_{t \in [1, T]} \{u(t)\}$ 。系统基底输入功率谱密度函数为 Clough-Penzien 修正过滤白噪声模型，其地面加速度功率谱密度函数为（简称 C-P 谱）：

$$S_g(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^4}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2\right]^2 + 4\xi_f^2 \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2} \cdot S_0 \quad (5.50)$$

式中，基岩的白噪声输入强度 $S_0 = 0.0156 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ，功率谱参数 $\xi_g = 0.6$ 、 $\omega_g = 15.7 \text{ rad/s}$ 、 $\xi_f = \xi_g$ 、 $\omega_f = 0.15\omega_g$ 。系统不确定参数为非线性阻尼系数 c_d 和阻尼指数 α 均为认知不确定参数各不确定变量的证据理论表达即焦元区间和对应的基本信任分配如图 5.4 和表 5.2 所示。

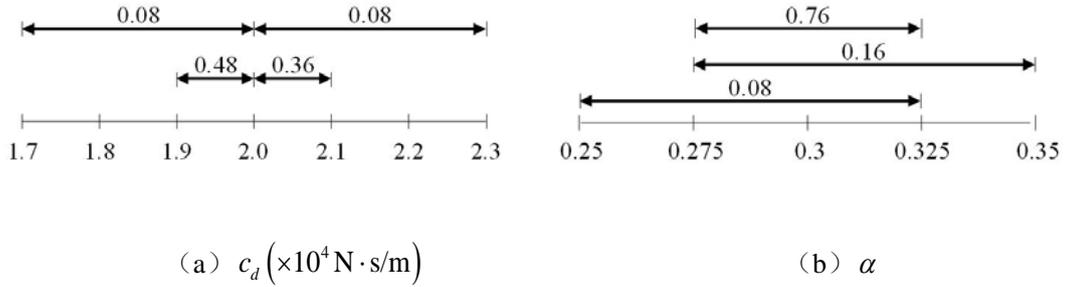


图 5.4 不确定参数的焦元区间和 BBA 结构

表 5.2 不确定变量的证据理论表达

$c_d (\times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m})$		α	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[1.7,2.0]	0.08	[0.25,0.325]	0.08
[1.9,2.0]	0.48	[0.275,0.325]	0.76
[2.0,2.1]	0.36	[0.275,0.35]	0.16
[2.0,2.3]	0.08		

对应于表 5.2 中的信息, 不确定变量的近似概率分布及代理模型样本点设计范围见表 5.3。

表 5.3 非线性系统随机变量

随机变量分布特性	$c_d (\text{N} \cdot \text{s/m})$	α
均值 μ	2.0×10^4	0.3
标准差 σ	1.0×10^3	0.015

(1) 平稳随机激励下条件失效概率计算精度对比

首先考虑不确定参数取名义值, 分别采用基于跨越率的统计线性化方法与基于极值的 SGLD 分布拟合方法计算对应于参数名义值的条件失效概率, 并以 MCS 计算结果作为对比验证两种方法对内层条件失效概率的计算精度。

1) 统计线性化方法

对于非线性黏滞阻尼器, 其非线性阻尼力的表达式为(5.48), 采用统计线性化的方法, 求解等效线性阻尼系数 c_{eq} 。根据式(5.17), 当不存在刚度非线性时, 等效线性阻尼系数表达为:

$$c_{eq} = \frac{E[\dot{u}(t) f_d(\dot{u}(t))]}{E[\dot{u}^2(t)]} \quad (5.51)$$

式中， $E[\dot{u}^2(t)]$ 即速度 $\dot{u}(t)$ 的方差 $\sigma_{\dot{u}(t)}^2$ 。假设 $\dot{u}(t)$ 服从期望为 0 的正态分布 $N(0, \sigma_{\dot{u}(t)}^2)$ ，中心位置为静平衡位置，其分布的概率密度表达式为：

$$p(\dot{u}(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{u}(t)}} \exp\left(-\frac{\dot{u}(t)^2}{2\sigma_{\dot{u}(t)}^2}\right) \quad (5.52)$$

式中 $\sigma_{\dot{u}(t)}^2$ 为速度 $\dot{u}(t)$ 的方差。根据数学期望的计算方法，可以得到：

$$\begin{aligned} E[\dot{u}(t) \cdot f_d(\dot{u}(t))] &= E\left[c_d \dot{u}(t) \operatorname{sgn}(\dot{u}(t)) |\dot{u}(t)|^\alpha\right] = c_d \cdot E\left[|\dot{u}(t)|^{\alpha+1}\right] \\ &= 2c_d \int_0^{+\infty} \dot{u}(t)^{\alpha+1} p(\dot{u}(t)) d\dot{u}(t) \\ &= \frac{2c_d}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{u}(t)}} \int_0^{+\infty} \dot{u}(t)^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{\dot{u}(t)^2}{2\sigma_{\dot{u}(t)}^2}\right) d\dot{u}(t) \\ &= c_d \sigma_{\dot{u}(t)}^3 \frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{\alpha+2}{2}\right) \end{aligned} \quad (5.53)$$

式中， $\Gamma(\cdot)$ 表示 Gamma 函数：

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} \exp(-x) dx = 2 \int_0^{+\infty} x^{2\alpha-1} \exp(-x^2) dx \quad (5.54)$$

由式(5.51)可知，等效阻尼系数 c_{eq} 不仅与原始非线性阻尼系数 c_d 、阻尼指数 α 有关，而且还与阻尼器两端点间相对速度的均方根值 $\sigma_{\dot{u}(t)}$ 相关。

不确定参数取名义值， $c_d = 2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ， $\alpha = 0.3$ ，代入式(5.51)中，得到统计线性化后流体惯容器的等效阻尼系数为：

$$c_{eq} = \frac{E[\dot{u}(t) f_d(\dot{u}(t))]}{E[\dot{u}^2(t)]} = \frac{1.4889 c_d \sigma_{\dot{u}(t)}^3}{\sigma_{\dot{u}(t)}^2} = 29778 \sigma_{\dot{u}(t)} (\text{N} \cdot \text{s/m}) \quad (5.55)$$

向等效阻尼系数 c_{eq} 赋予初始值 $c_{eq}^0 = c_d$ ，通过 5.3 节中平稳随机激励下等价线性化方法的迭代求解过程得到等效阻尼系数解 $c_{eq} = 6.8175 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。根据等效后的线性方程组，利用直接随机分析方法，构建 Lyapunov 方程，求解可得位移响应的均方根值。

采用统计线性化方法得到的结构位移极值的累积分布函数及基于跨越率方法的失效概率计算公式得到的位移失效概率如图 5.5 所示。此外，根据第 3 章中的随机激励模拟方法，取计算截止频率 $\omega_u = 100 \text{ rad/s}$ ，离散频率区间 $\Delta\omega = 0.2 \text{ rad/s}$ ，生成 10^5 次地震激励中 20s 的 MCS 随机样本。代入上述不确定参

数的名义值条件下的原始运动方程(5.48)中, 拟合对应的不确定分布及条件失效概率作为对比。

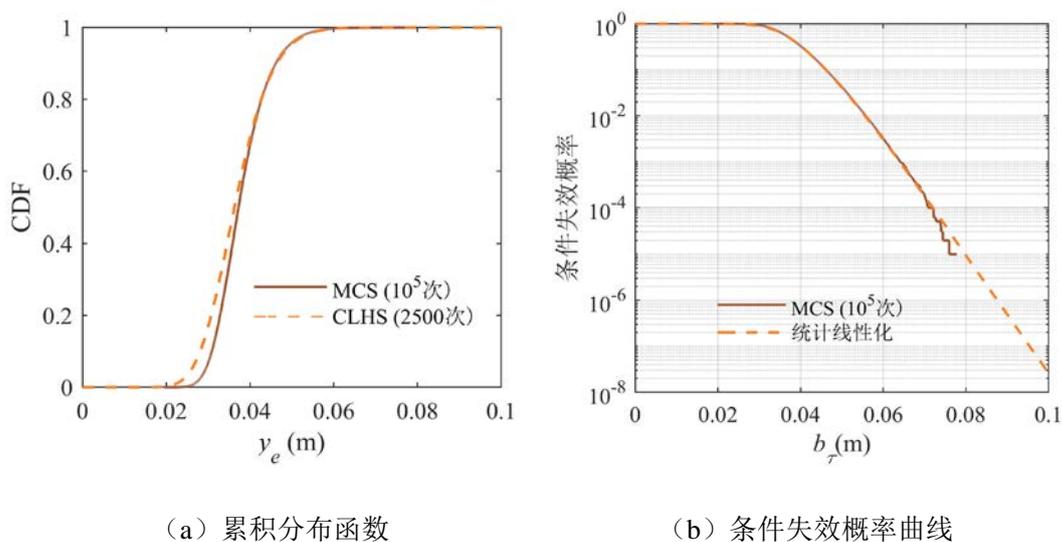


图 5.5 统计线性化方法条件失效概率结果

如图 5.5 所示, 在平稳随机激励下, 根据统计线性化得到的 CDF 曲线在累积分布 $[0.5, 1]$ 范围内能够较好的拟合 10^5 次 MCS 得到的 CDF 曲线, 然而在累积分布 $[0, 0.5]$ 范围内的准确性较差。从图 5.5(b) 中可以看出利用 10^5 次 MCS 在 $[10^{-4}, 1]$ 范围内能够较好地估计不确定参数为名义值时的结构位移响应条件失效概率曲线, 然而在 $[10^{-5}, 10^{-4}]$ 范围内的失效概率估计的准确性与稳定性开始变差, 这说明 10^5 次 MCS 仅能用于估计范围内的位移响应失效概率。在图 5.5(b) 中, 利用统计线性化与基于跨越率的失效概率计算公式结合的方法计算得到的条件失效概率曲线, 与 10^5 次 MCS 得到的条件失效概率曲线在重合在 $[10^{-4}, 1]$ 范围内一起。并且在失效概率小于 10^{-5} 的范围内, 对条件失效概率的预测结果具有很好的稳定性, 这表明在平稳随机激励下统计线性化方法可以有效地将非线性结构系统的动力可靠性问题转化为线性系统的动力可靠性分析, 从而采用基于跨越率的失效概率计算公式实现对小失效概率事件的预测。

2) SGLD 分布拟合法

采用相关度分解的拉丁超立方抽样 (CLHS) 根据第 3 章中的随机激励模拟方法产生 2500 次地震激励中的随机样本。在上述不确定参数取名义值的条件下, 分别通过传统四阶矩方法与本文提出的改进 SGLD 方法对位移响应的不确定分布进行拟合, 这里选取 SGLD 模型参数后验分布的均值作为其参数值, 拟合结果如图 5.6 所示。此外, 10^5 次 MCS 随机激励样本以及 2500 次 CLHS 随机激励样本直接进行运动方程求解得到的位移响应不确定分布也在图 5.6 中给出作为比

较。

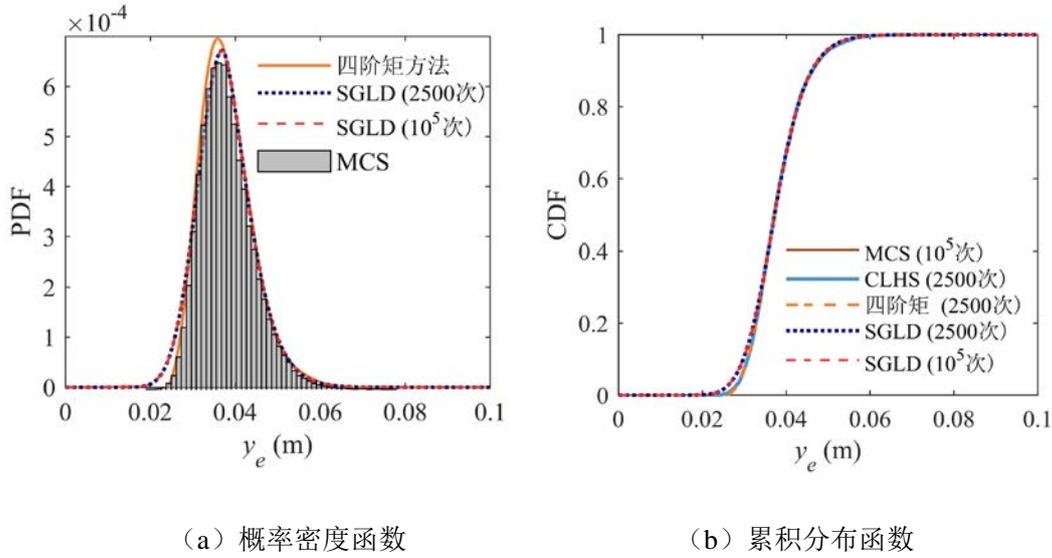


图 5.6 SGLD 分布拟合方法条件失效概率结果

如图 5.6 (a) 所示, 根据 2500 次 CLHS 样本随机模拟的位移极值响应, 通过传统四阶矩方法拟合得到的概率密度函数曲线能够在初始部分很好地拟合 10^5 次 MCS 得到的统计直方图, 然而随着位移极值的增大, 当 $y_e > 0.03\text{m}$, 传统四阶矩方法拟合得到的概率密度函数曲线的误差开始变大。而采用 SGLD 拟合得到的概率密度函数曲线在初始部分与 10^5 次 MCS 得到的统计直方图存在一定偏差, 但在 $y_e \in [0.03\text{m}, 0.1\text{m}]$ 的范围内能够很好地拟合 MCS 得到的统计直方图。特别地, 利用 10^5 次 MCS 样本数据通过 SGLD 拟合得到的概率密度函数曲线与 2500 次样本拟合得到的概率密度曲线完全重合, 说明 2500 次样本在 SGLD 方法对概率密度的预测中已满足位移极值响应的样本数据需求。从图 5.6 (b) 中可以看出在位移响应分布的全局范围内, 采用 2500 次 CLHS 样本直接计算以及传统四阶矩方法得到的累积分布曲线与 10^5 次 MCS 得到的累积分布曲线重合。然而 2500 次 CLHS 样本 SGLD 拟合得到的累积分布曲线在累积分布概率 $[0,1]$ 存在误差, 这是由于本文提出的 SGLD 拟合方法重点关注响应极值的尾部分布, 牺牲位移较小范围内的计算精度。采用上述各种方法计算得到的不确定参数名义值条件下的 20s 时失效概率如图 5.7 所示。

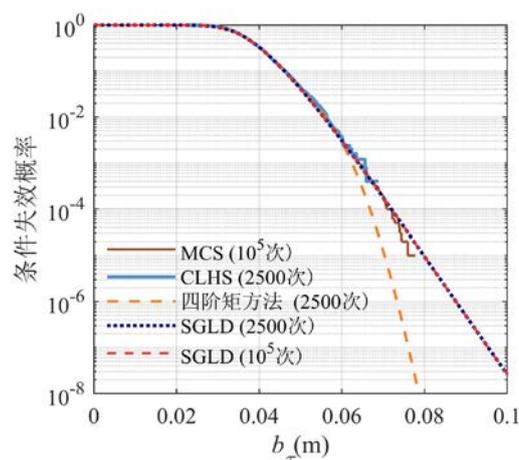


图 5.7 SGLD 分布拟合方法条件失效概率曲线

从图 5.7 中可以看出,对于位移响应阈值较小范围内的失效概率曲线,2500 次 CLHS 样本直接得到的结果与 10^5 次 MCS 样本数据基本重合,并且采用传统四阶矩方法对阈值较小的失效概率预测也表现出良好的计算精度。随着响应阈值的增大,失效概率迅速减小,当失效概率小于 10^{-3} 时,传统四阶矩方法的准确性明显下降,表明利用 2500 次 CLHS 样本通过传统四阶矩方法仅能估计 $[10^{-3}, 1]$ 范围内的位移响应失效概率。然而采用相同的 2500 次 CLHS 样本,通过 SGLD 拟合得到的失效概率曲线与 10^5 次 MCS 得到的失效概率曲线在有效范围内重合在一起。并且在 $[10^{-7}, 1]$ 范围内,利用 2500 次 CLHS 样本和 10^5 次 MCS 样本分别进行 SGLD 拟合得到的失效概率曲线完全重合,这说明 2500 次 CLHS 样本数据的 SGLD 拟合能够准确估计结构位移响应的失效概率曲线。特别地,针对结构系统动力可靠性分析中的小失效概率问题,SGLD-极值方法表现出良好的计算精度。

3) 计算精度对比

不确定参数取名义值条件下,分别采用统计线性化方法及 SGLD 分布拟合方法的失效概率计算结果如图 5.8 所示。结果表明在失效概率 $[10^{-4}, 1]$ 范围内,两种方法均能精确预测结构位移响应的失效概率;在失效概率小于 10^{-4} 范围内,SGLD 分布拟合方法仍保持良好的计算精度,统计线性化-跨越率方法的误差也尚在可接受的范围内。而考虑到在平稳随机激励下统计线性化方法仅需要进行较少次数的迭代计算,在计算效率方面与 SGLD 分布拟合方法相比具有一定的优势。

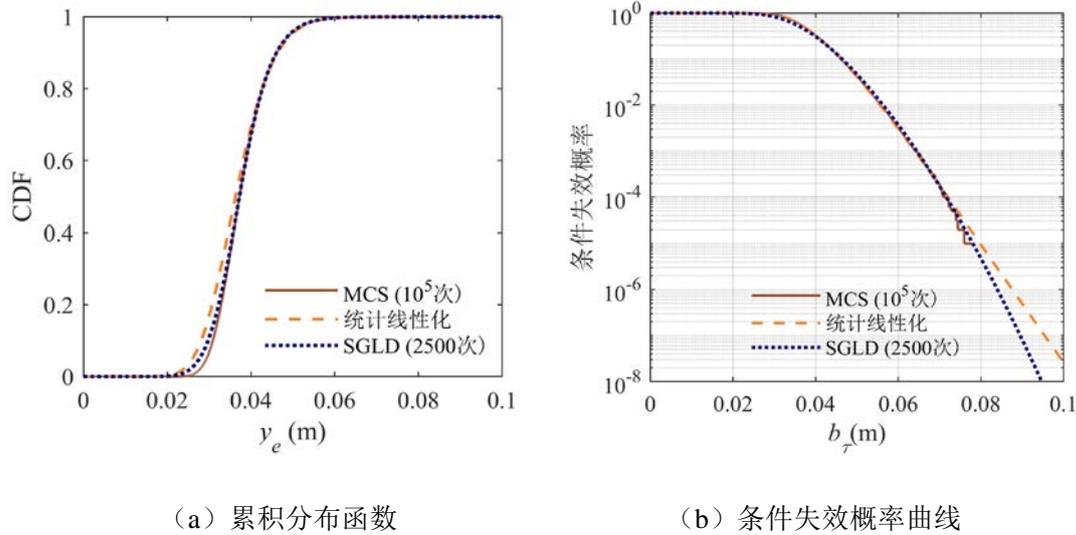


图 5.8 计算结果对比

(2) 非平稳随机激励

本节对附加非线性黏滞阻尼器的单自由度系统在非平稳随机激励下，结构位移响应的失效概率进行分析。系统基底输入加速度功率谱密度函数仍选取 C-P 谱模型，功率谱模型参数与上节中相同。系统基底输入非平稳随机激励的调制函数为：

$$A(t) = \begin{cases} (t/t_a)^2 & 0 \leq t \leq t_a \\ 1 & t_a \leq t \leq t_b \\ \exp[-\beta(t-t_b)] & t_b \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (5.56)$$

式中，激励持续时长为 $T=20\text{s}$ ， $t_a=2.5\text{s}$ 和 $t_b=10\text{s}$ 分别表示稳态部分起始和终止时间， $\beta=0.1$ 为稳态部分衰减函数，积分时变步长为 $\Delta t=0.02\text{s}$ 。

1) 计算精度对比

首先对本文提出的改进 SGLD 参数拟合与两水准外差法参数拟合的计算精度进行对比。应于结构系统不确定参数的名义值，分别通过 10^6 次 MCS 及 2500 次 CLHS 抽样获得非平稳随机激励时程样本求解非线性运动方程，采用改进 SGLD 方法拟合获得结构位移响应极值的不确定分布及条件失效概率。利用 2500 次 CLHS 时程样本极值响应的改进 SGLD 方法参数拟合，各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 5.9 和图 5.10 所示。

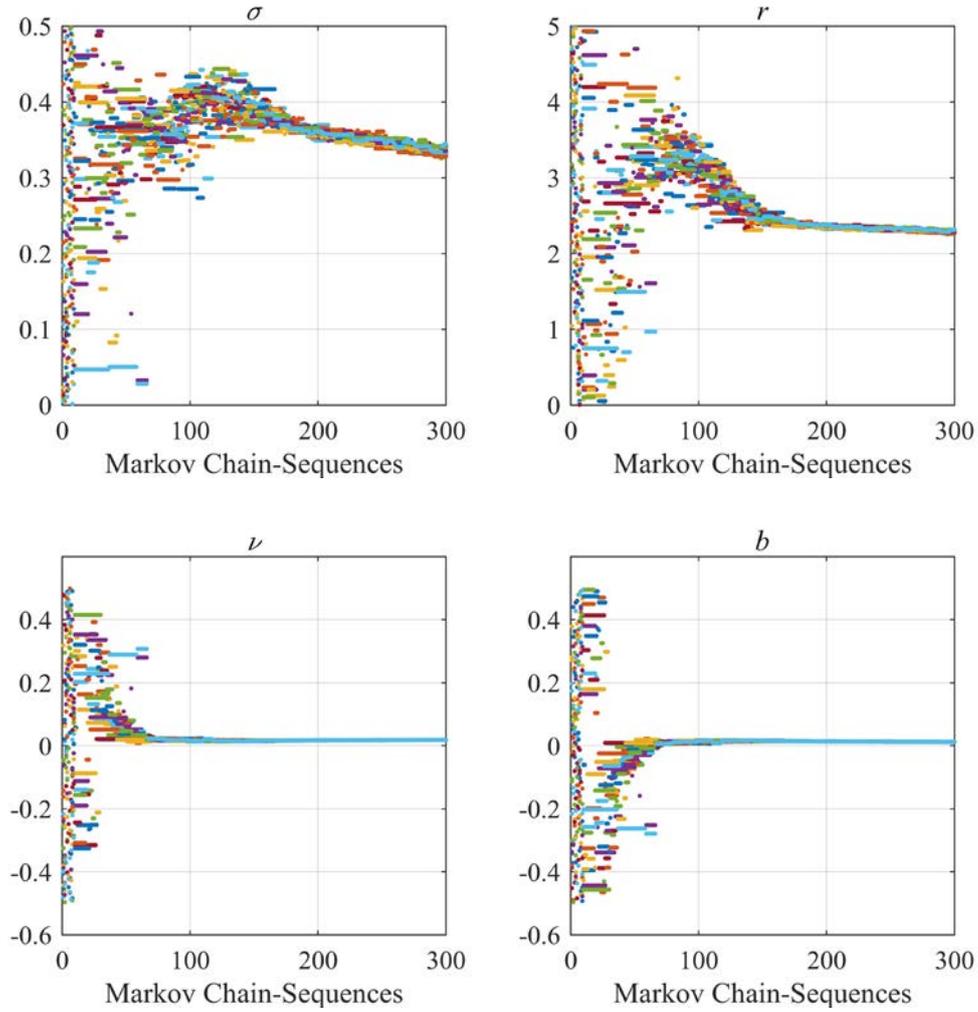
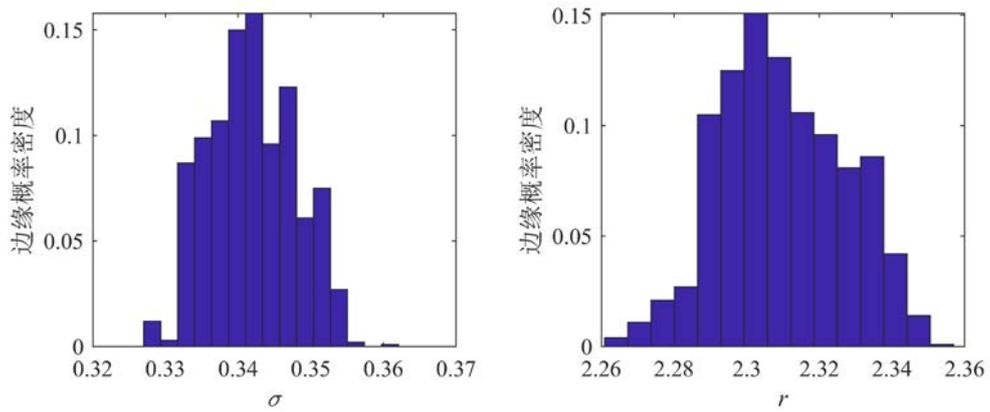


图 5.9 各参数的马尔可夫链



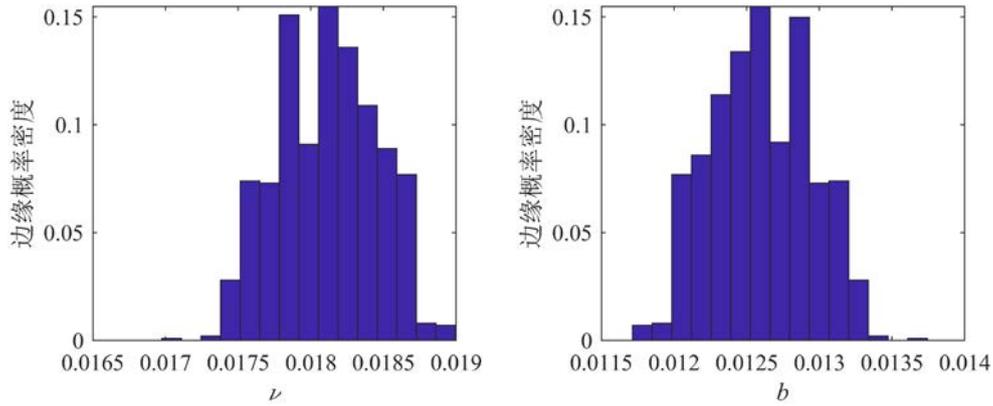


图 5.10 各参数边缘概率分布

为了验证 SCEM 算法优化得到的 SGLD 模型参数的可靠性，根据模型参数后验分布对极值响应分布和条件失效概率进行预测，预测得到的条件失效概率曲线如图 5.11 所示。图 5.11 中阴影部分表示预测条件失效概率函数的 95% 置信区间。当位移响应阈值分别为 $b_{\tau} = 0.04\text{m}$ 、 $b_{\tau} = 0.05\text{m}$ 、 $b_{\tau} = 0.06\text{m}$ 和 $b_{\tau} = 0.07\text{m}$ 时，采用改进 SGLD 方法对条件失效概率预测的不确定分布如图 5.12 所示。图 5.11 和图 5.12 中结果表明两水准外插法得到的条件失效概率曲线与 10^6 次 MCS 方法计算结果存在一定的误差，而本文提出的改进 SGLD 参数拟合方法可以实现条件失效概率的不确定性预测，具有良好的精度和鲁棒性。

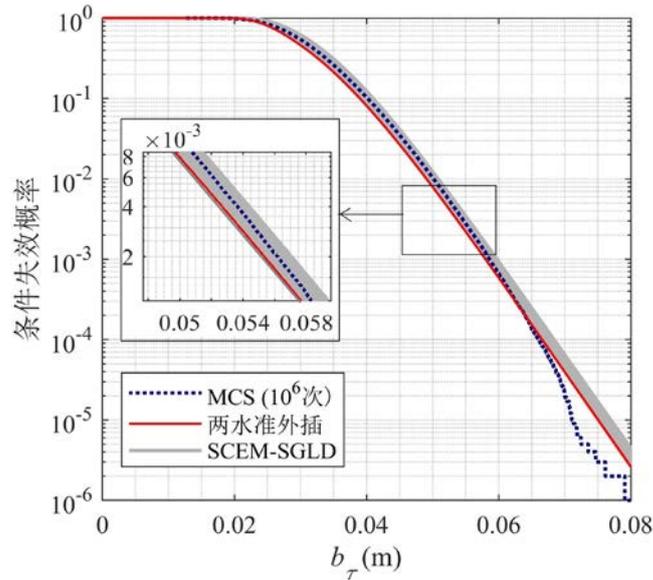


图 5.11 条件失效概率曲线

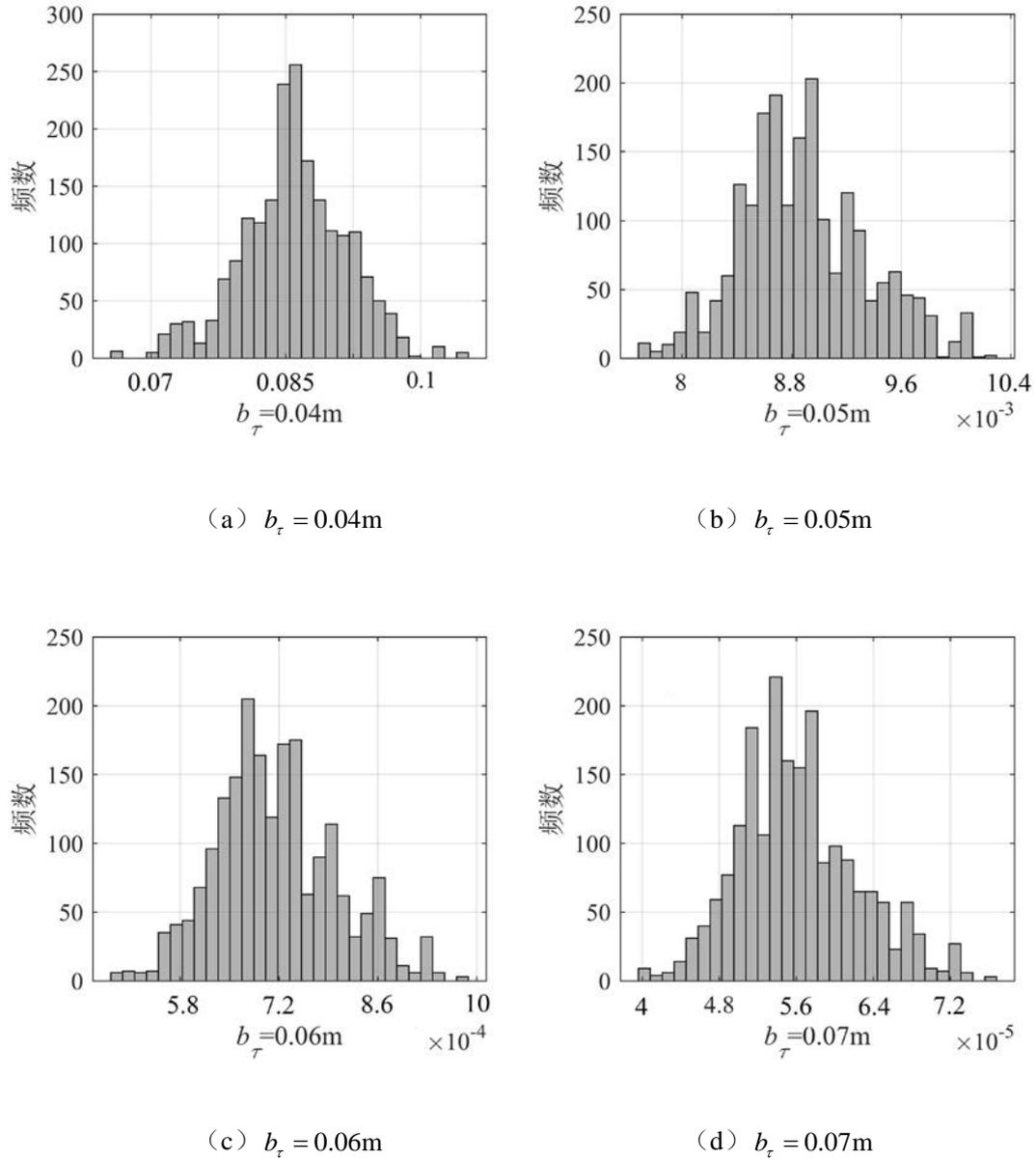


图 5.12 条件失效概率不确定分布

采用非平稳随机激励下的统计线性化与基于跨越率的方法求解结构位移响应的不确定分布及条件失效概率。同时分别通过 10^6 次 MCS 及 2500 次 CLHS 抽样获得非平稳随机激励时程样本求解非线性运动方程，采用传统四阶矩方法及 SGLD 拟合获得结构位移响应极值的不确定分布及条件失效概率，如图 5.13 和图 5.14 所示。

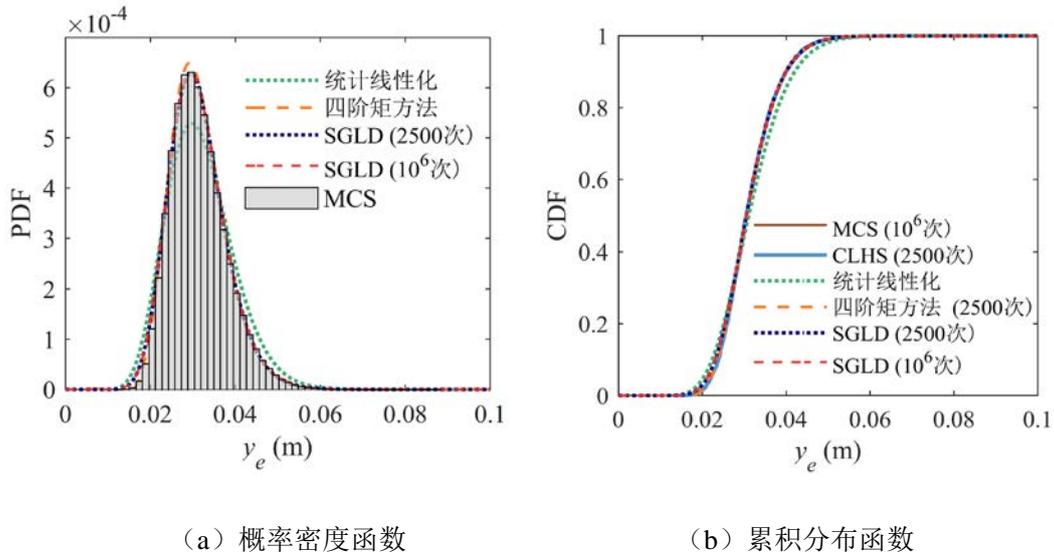


图 5.13 计算结果对比

在图 5.13 中可以看出利用统计线性化得到的概率密度曲线对 10^6 次 MCS 得到的统计直方图的拟合较差，累积分布曲线也存在较大误差。而利用 2500 次 CLHS 样本的传统四阶矩方法与改进 SGLD 方法得到的概率密度曲线均能较好地拟合 10^6 次 MCS 得到的统计直方图，对累积分布曲线的拟合同样精确，并且其中 SGLD 拟合得到的概率密度曲线与累积分布曲线具有更高的精度。为了验证基于采用 SGLD 估计位移响应极值不确定分布的精确性，图 5.13 中也将 10^6 次 MCS 样本采用 SGLD 拟合得到的概率密度曲线与累积分布曲线作为对比。如图 5.13 所示，基于不同数量样本采用 SGLD 拟合得到的位移响应极值的概率密度曲线和累积分布曲线重合在一起，表明利用 2500 次 CLHS 的 SGLD 方法便能很好地预测结构位移响应极值的不确定分布。

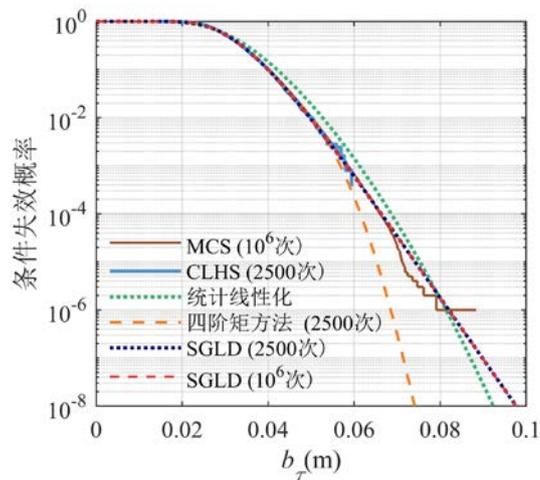


图 5.14 多种方法计算条件失效概率曲线对比

如图 5.14 所示, 利用 10^6 次 MCS 估计结构位移响应极值的失效概率曲线在 $[10^{-5}, 1]$ 范围内具有较好地准确性可作为其他方法精度比较的参考值, 而在更小的失效概率范围内其估计的准确性下降。不确定参数名义值条件下采用统计线性化-跨越率方法得到的失效概率在全局范围内均存在一定误差, 误差来源于非平稳随机激励下统计线性化求解等效阻尼的近似假设, 以及基于跨越率方法求解失效概率中跨越事件出现相关性的假设两个方面。与平稳随机激励下的失效概率预测结果相似, 利用 2500 次 CLHS 的基于传统四阶矩方法得到的条件失效概率估计仅在 $[10^{-3}, 1]$ 范围内具有准确性。然而利用 2500 次 CLHS 的 SGLD 拟合得到的条件失效概率在 $[10^{-5}, 1]$ 范围内与 10^6 次 MCS 得到的失效概率曲线重合在一起, 并且在 $[10^{-8}, 10^{-5}]$ 范围内与基于 10^6 次 MCS 样本采用 SGLD 拟合得到的失效概率曲线重合在一起。这表明 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 拟合方法能够准确地估计结构位移响应极值的失效概率, 特别是在非平稳随机激励下对小失效概率事件的预测中表现出与其他方法相比更高的准确性。

2) 建立自适应 Kriging 代理模型以及不确定参数分析

基于上述讨论可以得到利用上述 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合方法能够准确的估计结构位移响应极值的不确定分布和对应的失效概率曲线。

在不确定变量分布范围内, 采用拉丁超立方抽样均匀抽取 16 个初始样本点。在每个样本点上通过 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合, 得到该样本点对应的 $T = 20\text{s}$ 时结构位移响应极值的概率密度函数值和失效概率值, 作为 Kriging 模型的训练样本输出值从而构建初始 Kriging 模型。通过 AK-DE 方法更新代理模型, 第一阶段更新过程中设定结构位移响应阈值 $b_{\tau} = 0.055\text{m}$ 时自适应代理模型更新的临界失效概率为 $\tilde{P}_f = 0.003$, 新增样本点为 20 个。第一阶段代理模型更新过程中的置信区间收敛情况如图 5.15 (a) 中阴影区域所示, 样本点设计更新如图 5.15 (b) 所示。

从图 5.15 可以看出, 本文所提出的 SGLD 与自适应 Kriging 代理模型相结合的动力可靠性分析方法中, 新增样本点分布在临界失效概率相应的附近区域, 实现了对关键区域更为充分的探索, 有效提高代理模型在关键区域的精度。并且失效概率的代理模型响应面及等高线光滑, 可以实现对任意不确定参数样本点的条件失效概率预测。

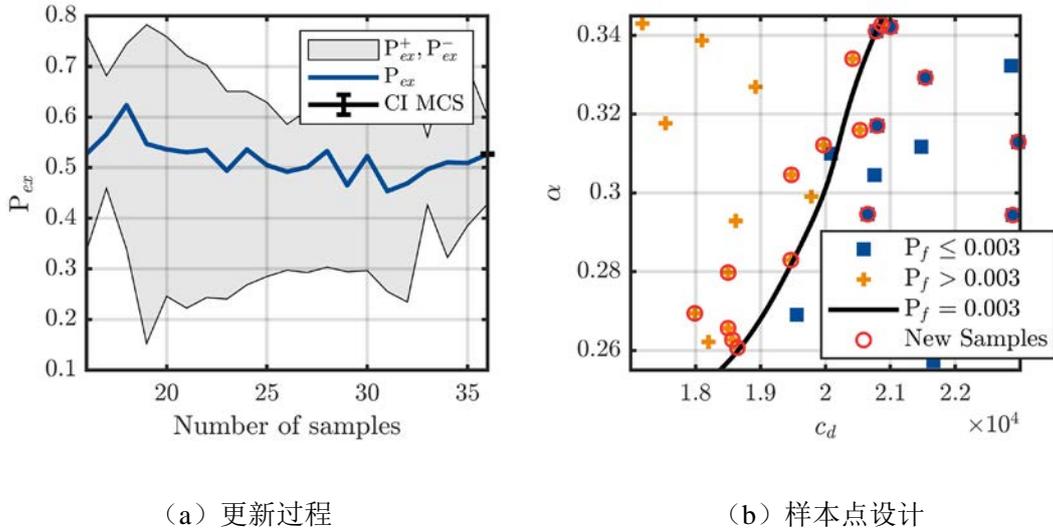


图 5.15 代理模型更新过程

基于上述建立的自适应 Kriging 代理模型，设定结构位移响应阈值为 $b_\tau = 0.055\text{m}$ ，得到的条件失效概率响应面如图 5.16 所示。从图 5.16 可以看出，当阈值 $b_\tau = 0.055\text{m}$ 时，随着不确定参数 c_d 的减小和 α 的增大，结构位移响应的失效概率增大，两不确定参数对失效概率的影响均不可忽略。并且注意到，在失效概率较大的范围内，即 c_d 接近 $1.8 \times 10^4 (\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$ 时，不确定参数 α 对失效概率变化的影响显著增加，而在其余范围内其影响小于变量 c_d 。

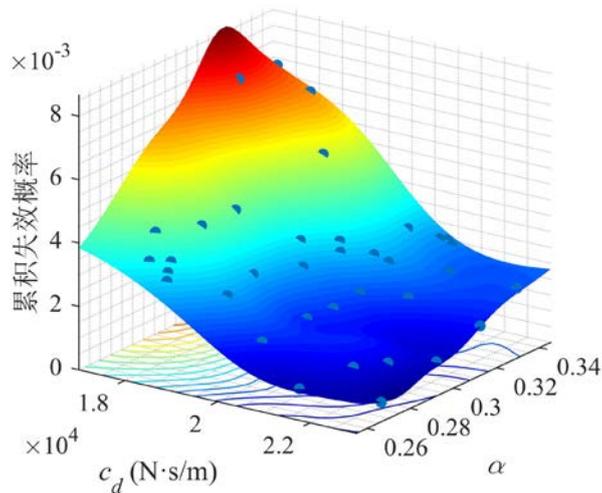


图 5.16 第一阶段条件失效概率代理模型

为验证上述自适应 Kriging 代理模型的准确性，这里通过 Kriging 模型预测当两个不确定参数 c_d 和 α 分别取其均值时，结构位移响应极值概率密度曲线和对应的失效概率曲线如图 5.17 所示。

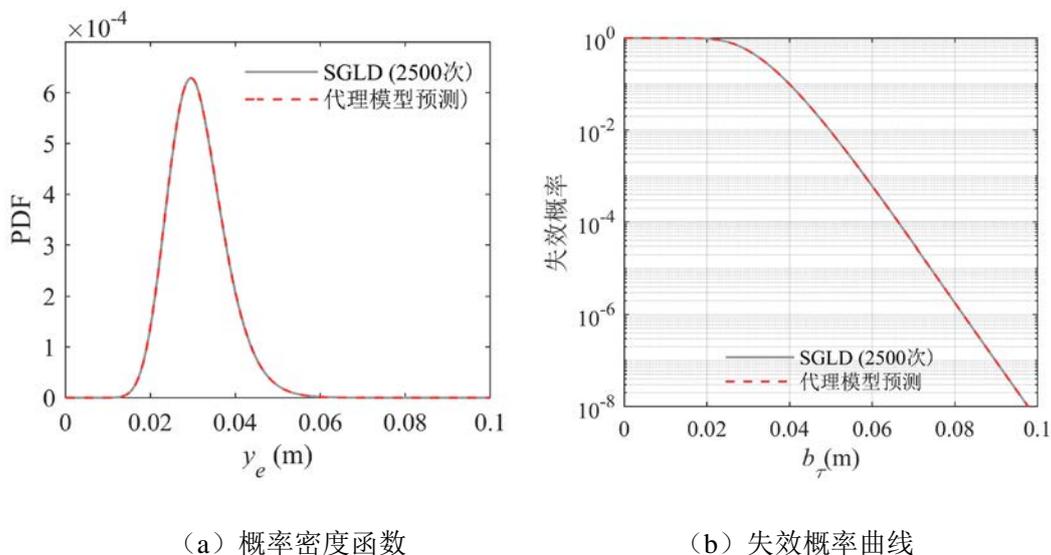


图 5.17 不确定参数均值条件下计算结果

从图 5.17 (a) 中可以得到, 采用上述自适应 Kriging 代理模型预测得到的不确定参数均值条件下的结构位移响应极值概率密度曲线与 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 拟合得到的概率密度曲线重合, 表明本文所提出的 SGLD-AK 方法建立的代理模型能够准确预测结构位移响应极值的概率密度曲线。此外, 图 5.17 (b) 中结果表明, 自适应 Kriging 代理模型预测得到的失效概率曲线与 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 拟合得到的失效概率曲线在 $[10^{-7}, 1]$ 范围内重合, 验证了本文所提出的 SGLD-AK 方法建立的代理模型对小失效概率问题动力可靠性分析的有效性和准确性。

3) 结构响应动力可靠性分析

考虑结构系统不确定参数 c_d 和 α 均为认知不确定参数, 根据如表 5.2 所示各不确定变量的证据理论表达, 结构系统不确定参数的联合焦元区间和对应的联合 BBA 结构可以通过式(5.57)得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_q^I &= [c_{d_{j_1}}^I, \alpha_{j_N}^I] \\ m_q &= m_{j_1} \times m_{k, j_2} \\ j_1 &\in [1, 4], \quad j_2 \in [1, 3], \quad q \in [1, 12] \end{aligned} \quad (5.57)$$

并且有 $\sum_{q=1}^{12} m_q = 1$ 。对应于联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I , 利用前述基于 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合构建的自适应 Kriging 代理模型作为系统函数, 采用微分演化区间优化方法求解对应于不确定参数 c_d 和 α 的结构系统位移响应极值的不确定分布和失效概率。

当考虑结构系统不确定参数 c_d 和 α 均为随机不确定参数, 根据表 5.3 所示的不确定变量近似概率分布时, 前述基于 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布

拟合构建的自适应 Kriging 代理模型作为系统函数。为不失一般性，在随机与认知不确定同时存在时，将结构的随机和认知不确定统一表达为认知不确定性，即表 5.2 中所示的不确定变量的证据理论表达。采用 AK-DE 方法进行第二阶段代理模型更新及认证不确定传播根据全概率定理求解结构系统位移响应极值的不确定分布和失效概率。以结构位移响应阈值为 $b_\tau = 0.055\text{m}$ 为例，采用微分演化区间优化方法得到的失效概率证据理论表达 (CBF 及 CPF) 和概率理论 10^5 次 MCS 方法计算结果失效概率累积分布 (CPF) 如图 5.18 所示。

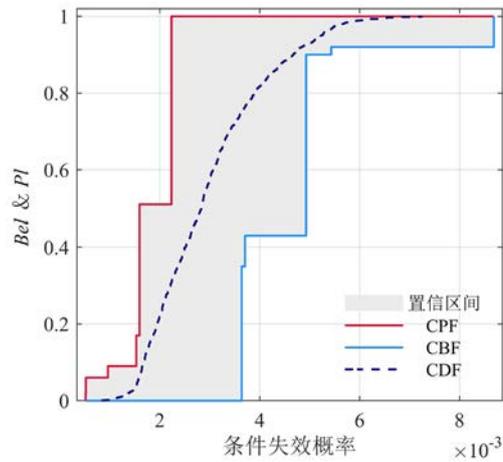


图 5.18 $b_\tau = 0.055\text{m}$ 失效概率证据理论表达

对比上述分别考虑混合不确定性和基于概率理论的动力可靠性分析结果，此外对上述两个不确定参数分别进行区间假定， $c_d \in [1.7 \times 10^4, 2.3 \times 10^4] \text{N} \cdot \text{s/m}$ ， $\alpha \in [0.25, 0.35]$ ，将基于区间理论进行动力可靠性分析结果一同进行比较。上述三种不确定量化理论结果的位移极值响应累积分布与失效概率曲线比较如图 5.19 所示。

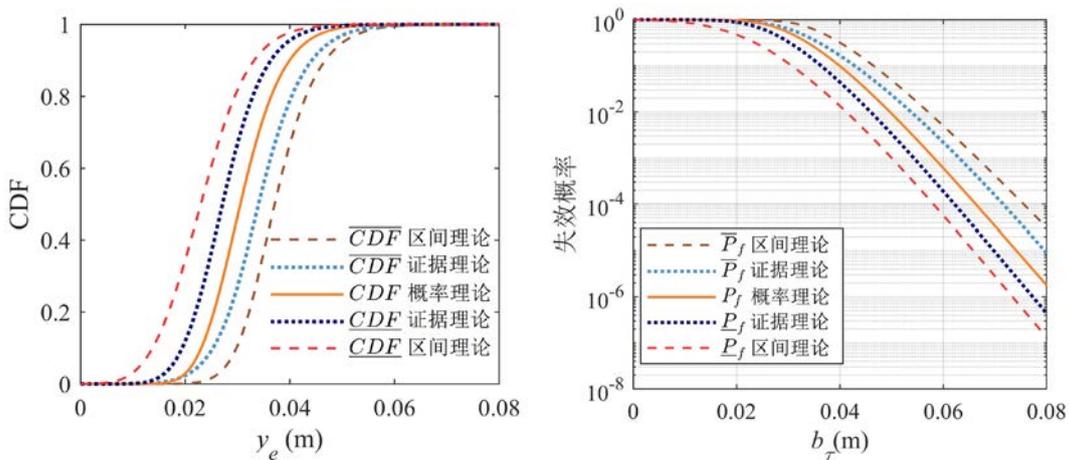


图 5.19 基于三种不确定量化理论的极值响应累积分布与失效概率曲线

从图 5.19 中可以得到, 结构位移响应阈值为 $b_r = 0.06\text{m}$, 非平稳随机激励下 $T = 20\text{s}$ 时, 概率理论求解不确定参数的结构系统失效概率为 $P_f = 5.978 \times 10^{-4}$; 当结构不确定参数只包含表 5.2 中的不确定参数上下界信息时, 对应区间理论表达不确定参数的结构系统失效概率上下边界为 $[P_f, \bar{P}_f] = [5.205 \times 10^{-5}, 5.142 \times 10^{-3}]$; 相应的结构参数不确定信息完善为表 5.2 所示的证据理论表达时, 结构响应极值的失效概率上下边界为 $[P_f, \bar{P}_f] = [1.896 \times 10^{-4}, 2.373 \times 10^{-3}]$ 。由于不确定信息的缺乏, 使基于区间表达认知不确定参数的结构动力响应失效概率曲线的上下边界分布在较宽的范围内。随着不确定信息的不断收集, 当不确定信息通过证据理论表达时, 对应的失效概率上下边界包络的范围显著减小, 这说明随着不确定信息的完善, 认知不确定参数对结构系统动力响应失效概率的影响不断减小。当结构参数不确定信息逐渐精确, 参数不确定分布通过概率理论表达时, 对应上述非概率理论的上下边界相互接近最终合并为概率理论求解得到的失效概率曲线。

5.7.2 基础隔震与流体惯容系统混合控制体系

考虑基础隔震-流体惯容系统 (BIS-IS) 混合控制体系在非平稳地震随机激励下的动力可靠性分析。基底非平稳地震动加速度输入为 \ddot{x}_g , 其功率谱密度函数选取 C-P 谱, 功率谱模型参数和非平稳随机激励的调制函数与上一算例中相同。由于隔震装置的水平刚度远远小于上部结构的层间刚度, 结构体系的水平位移主要集中于隔震层处, 而且由于隔震结构的基本周期通常会远大于相应固定基础结构的基本周期, 高阶振型对结构的影响相对较小, 因此对于对称且规则的大多数多层建筑而言, 上部结构可以近似视做一刚体质量, 简化分析模型如图 5.20 所示。

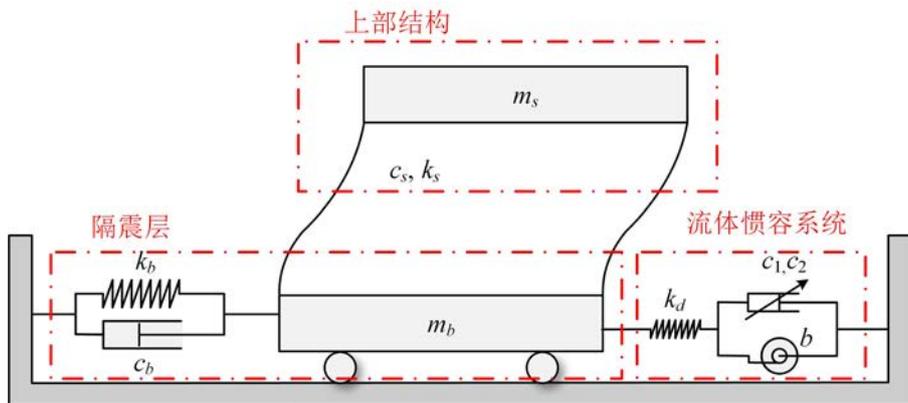


图 5.20 基础隔震与惯容系统混合控制体系简化模型

如图 5.20 所示的模型简化, 包括上部主体结构、基础隔震层、流体惯容系

统三个部分：将隔震层和上部结构分别简化成两个单质量振子，其中 m_s 、 c_s 、 k_s 分别为上部结构的质量、阻尼和刚度， m_b 、 c_b 、 k_b 分别为隔震层的质量、阻尼和刚度。同时，惯容系统两个端点分别连接于隔震层和地面之上，其中 b 、 c_1 、 c_2 、 k_d 分别为惯容系统中的流体惯性质量、非线性阻尼系数和等效弹簧刚度。

设上部结构、隔震层相对于地面的位移分别为 u_s 、 u_b ，惯容单元两端的相对位移为 x_d 。由图 5.20 可知，基础隔震与惯容系统混合控制体系在地震激励下的运动方程如式(5.58)所示：

$$\begin{cases} m_s \ddot{u}_s + c_s (\dot{u}_s - \dot{u}_b) + k_s (u_s - u_b) = -m_s \ddot{x}_g \\ m_b \ddot{u}_b + c_b \dot{u}_b + k_b u_b - [c_s (\dot{u}_s - \dot{u}_b) + k_s (u_s - u_b)] - k_d (u_d - u_b) = -m_b \ddot{u}_g \\ b \ddot{u}_d + c_1 |\dot{u}_d|^{\gamma_1} \text{sgn}(\dot{u}_d) + c_2 |\dot{u}_d|^{\gamma_2} \text{sgn}(\dot{u}_d) + k_d (u_d - u_b) = 0 \end{cases} \quad (5.58)$$

流体惯容系统简化模型具有 4 个主要的力学模型参数：惯性质量 b 、非线性阻尼系数 c_1 和 c_2 、调谐刚度 k_d 。惯容系统力学模型参数可通过式(5.59)根据一系列设计参数进行计算，流体惯容器的结构简图以图 5.21 示意。

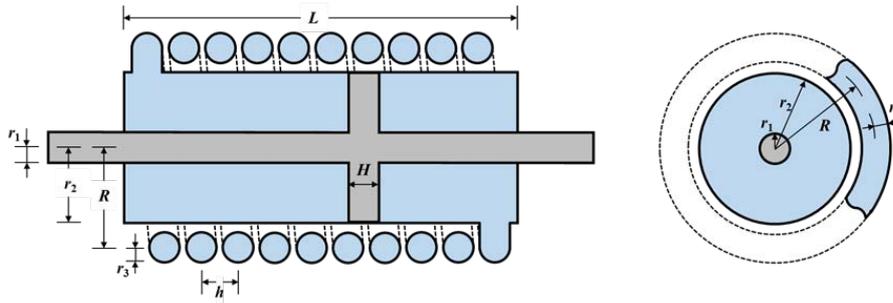


图 5.21 流体惯容器结构简图

螺旋管路内的液体流动时会表现出粘性，所以当液体在液压缸与螺旋管之间往复流动时，必然会产生摩擦阻力损失。这类由于惯容器机械构造而固有的系统阻尼，被称为惯容器的寄生阻尼。液体惯容系统力学模型推导过程可参考文献^[255]：

$$\begin{aligned} b &= \rho l \frac{A_1^2}{A_2} = \pi \rho l \frac{r_{12}^4}{r_3^2}, \quad r_{12} = \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \\ c_1 &= a_1 \frac{\rho l}{R^{0.5}} \frac{A_1^3}{A_2^{2.25}} = a_1 \pi^{0.75} \frac{\rho l}{R^{0.5}} \frac{r_{12}^6}{r_3^{4.5}} \\ c_2 &= a_2 \mu^{0.25} \rho^{0.75} l \frac{A_1^{2.75}}{A_2^{2.375}} = a_2 \pi^{0.375} \mu^{0.25} \rho^{0.75} l \frac{r_{12}^{5.5}}{r_3^{4.75}} \end{aligned} \quad (5.59)$$

表 5.4 基本物理参数

隔震结构			流体惯容系统					
总质量 $m_s + m_b$	阻尼比 ζ_b	自振周期 T_b	流体密度 ρ	流体粘度 系数 μ	螺旋管 长度 l	液压缸 有效半径 r_{12}	螺旋管 内半径 r_3	刚度比 k_d/k_b
$3 \times 10^5 \text{ kg}$	0.1	3s	1000 kg/m^3	$0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	20 m	0.3 m	0.03 m	3

对于隔震结构及流体惯容系统，当设计参数选定基本工况如

表 5.4 所示，结构系统中的不确定主要来源于流体惯容器内受压工作液体的情况，即结构系统不确定参数为惯容系统的阻尼系数 c_1 和 c_2 ，以及惯容系统阻尼力中速度的指数项 γ_1 和 γ_2 ，对应于

表 5.4 中基本工况， c_1 和 c_2 可以通过两系数 a_1 和 a_2 确定：

$$\begin{aligned} c_1 &= 1.78 \times 10^9 a_1 \\ c_2 &= 6.70 \times 10^7 a_2 \end{aligned} \quad (5.60)$$

结构系统的不确定变量均为认知不确定参数，各不确定变量的证据理论表达即焦元区间和对应的基本信任分配如表 5.5 和图 5.22 所示。对应于图 5.22 中的信息，不确定变量的近似概率分布及代理模型样本点设计范围见表 5.6。

表 5.5 不确定变量的证据理论表达

γ_1		γ_2		$a_1 (\times 10^{-2})$		$a_2 (\times 10^{-1})$	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[1.70,2.15]	0.12	[1.54,1.82]	0.14	[1.45,1.65]	0.037	[1.32,1.38]	0.0667
[1.85,2.00]	0.32	[1.68,1.82]	0.64	[1.50,1.65]	0.074	[1.35,1.38]	0.500
[1.85,2.15]	0.44	[1.68,1.89]	0.18	[1.55,1.65]	0.778	[1.38,1.41]	0.333
[1.85,2.30]	0.12	[1.68,1.96]	0.04	[1.55,1.70]	0.111	[1.38,1.44]	0.100
						[1.38,1.47]	0.033

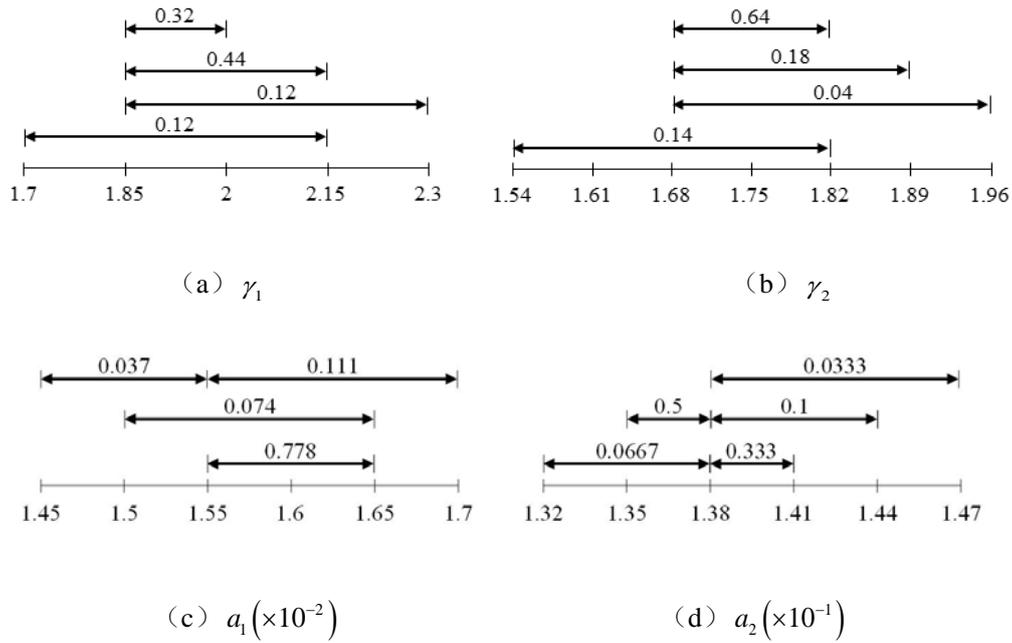


图 5.22 不确定参数的焦元区间及 BBA 结构

表 5.6 不确定变量的近似概率分布及代理模型样本点设计

随机变量 分布特性	γ_1	γ_2	$a_1 (\times 10^{-2})$	$a_2 (\times 10^{-1})$
均值 μ	2	1.75	15.7	138
标准差 σ	0.1	0.07	0.3	3
代理模型范围	[1.7,2.3]	[1.54,1.96]	[1.45,1.7]	[1.32,1.47]

首先对应于结构系统不确定参数的名义值,对基于跨越率的统计线性化方法和基于极值的 SGLD 方法的非平稳随机激励下结构系统失效概率计算精度进行对比研究。

(1) 计算精度对比

根据式(5.17),等效线性阻尼系数表达为:

$$c_{eq} = \frac{E[\dot{u}(t)f_d(\dot{u}(t))]}{E[\dot{u}^2(t)]} \quad (5.61)$$

式中, $E[\dot{u}^2(t)]$ 即速度 $\dot{u}(t)$ 的方差 $\sigma_{\dot{u}(t)}^2$ 。假设 $\dot{u}(t)$ 服从期望为 0 的正态分布 $N(0, \sigma_{\dot{u}(t)}^2)$, 根据数学期望的计算方法,可以得到:

$$\begin{aligned}
 E[\dot{u}_d F_c(\dot{u}_d)] &= E\left[c_1 |\dot{u}_d|^2 \dot{u}_d \operatorname{sgn}(\dot{u}_d) + c_2 |\dot{u}_d|^{1.75} \dot{x}_d \operatorname{sgn}(\dot{u}_d)\right] \\
 &= c_1 \cdot E\left[|\dot{u}_d|^3\right] + c_2 \cdot E\left[|\dot{u}_d|^{2.75}\right] \\
 &= 2c_1 \int_0^{+\infty} \dot{u}_d^3 p(\dot{u}_d) d\dot{u}_d + 2c_2 \int_0^{+\infty} \dot{u}_d^{2.75} p(\dot{u}_d) d\dot{u}_d \\
 &= \frac{2c_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{u}_d}} \int_0^{+\infty} \dot{u}_d^3 \exp\left(-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}\right) d\dot{u}_d + \frac{2c_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{u}_d}} \int_0^{+\infty} \dot{u}_d^{2.75} \exp\left(-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}\right) d\dot{u}_d \\
 &= c_1 \sigma_{\dot{u}_d}^3 \frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3+1}{2}\right) + c_2 \sigma_{\dot{u}_d}^{2.75} \frac{(\sqrt{2})^{2.75}}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{2.75+1}{2}\right) \\
 &= 1.5958c_1 \sigma_{\dot{u}_d}^3 + 1.3952c_2 \sigma_{\dot{u}_d}^{2.75}
 \end{aligned} \tag{5.62}$$

对应于结构系统不确定参数的名义值，将式(5.62)带入非平稳随机激励下的统计线性化迭代过程中，得到等效后的时变线性阻尼系数 $c_{eq}(t)$ ，求解统计线性化后的运动方程并采用基于跨越率的方法，求解 $T = 20\text{s}$ 时隔震层位移响应极值 $y_e = \max|x_b|$ 的不确定分布及条件失效概率。

同时分别采用 2500 次 CLHS 及 10^5 次 MCS 抽样获得非平稳随机激励时程样本求解非线性运动方程，基于传统四阶矩方法及 SGLD 拟合获得结构位移响应极值的不确定分布及条件失效概率，如图 5.23 和图 5.24 所示。

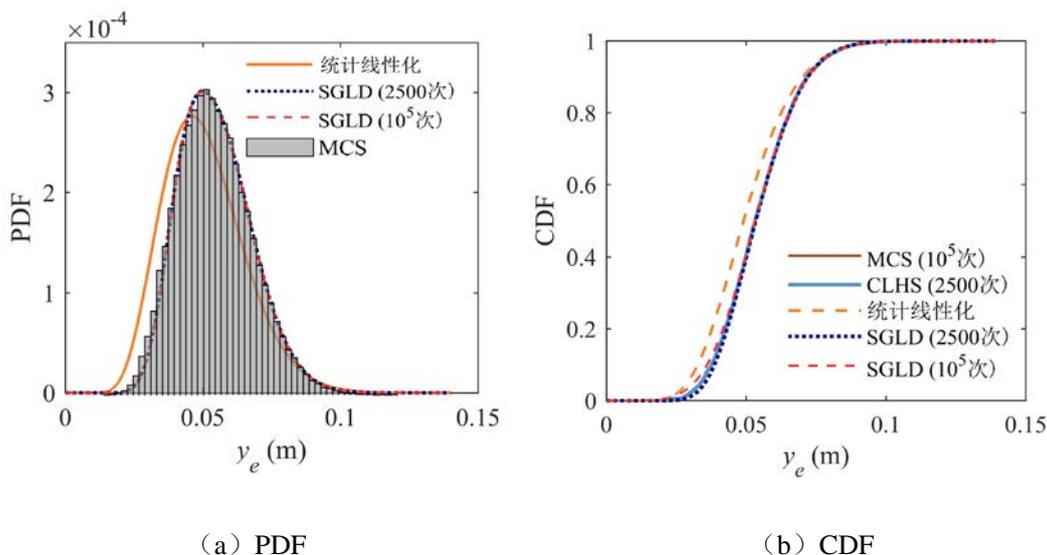


图 5.23 位移响应极值的不确定分布

为了验证基于采用 SGLD 估计位移响应极值不确定分布的精确性，图 5.23 中也将 10^5 次 MCS 样本采用 SGLD 拟合得到的概率密度曲线与累积分布曲线作

为对比。由图 5.23 可以看出统计线性化方法得到的概率密度曲线对 10^5 次 MCS 得到的统计直方图的拟合较差，累积分布曲线也存在较大误差。而利用 2500 次 CLHS 样本的传统四阶矩方法与 SGLD 方法得到的概率密度曲线均能较好地拟合 10^5 次 MCS 得到的统计直方图，对累积分布曲线的拟合同样精确，并且其中 SGLD 拟合得到的概率密度曲线与累积分布曲线具有更高的精度。此外，基于不同数量样本采用 SGLD 拟合得到的位移响应极值的概率密度曲线和累积分布曲线重合在一起，表明利用 2500 次 CLHS 的 SGLD 方法便能很好地预测结构位移响应极值的不确定分布。

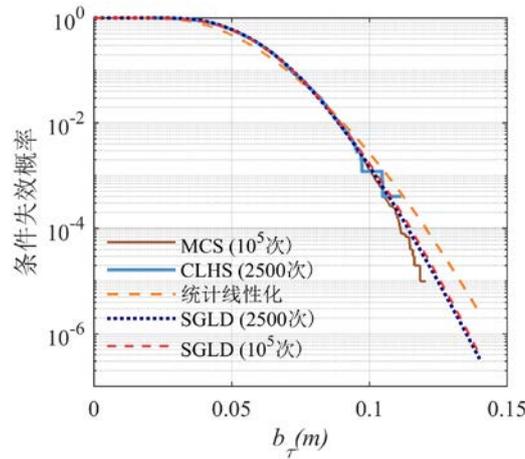


图 5.24 位移响应条件失效概率

如图 5.24 所示，由于非平稳随机激励下统计线性化求解等效阻尼的近似假设，以及基于跨越率方法求解失效概率中跨越事件出现相关性的假设，采用统计线性化-跨越率方法得到的失效概率在全局范围内均存在一定误差。然而利用 2500 次 CLHS 的 SGLD 拟合得到的条件失效概率在 $[10^{-4}, 1]$ 范围内与 10^5 次 MCS 得到的失效概率曲线重合在一起，并且在 $[10^{-6}, 10^{-4}]$ 范围内与基于 10^5 次 MCS 样本采用 SGLD 拟合得到的失效概率曲线重合在一起。这表明 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 拟合方法能够准确地估计结构位移响应极值的失效概率，尤其对极值概率密度曲线尾部精细化拟合具有较高精度。

(2) 自适应 Kriging 代理模型以及动力可靠性分析

基于以上讨论可以得到利用上述 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合方法能够准确的估计结构位移响应极值的不确定分布和对应的失效概率曲线。

在不确定变量分布范围内，采用拉丁超立方抽样均匀抽取 64 个初始样本点。在每个样本点上通过 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合，得到该样本点对应的 $T = 20\text{s}$ 时隔震层位移响应极值的概率密度函数值和失效概率值，作为 Kriging 模型的训练样本输出值从而构建初始 Kriging 模型。通过前述章节中的

AK-DE 方法更新代理模型直至达到停止准则，更新过程中设定自适应代理模型更新的临界失效概率为 $\tilde{P}_f = 0.003$ 。基于上述建立的自适应 Kriging 代理模型，设定结构位移响应阈值为 $b_r = 0.09\text{m}$ ，得到的条件失效概率响应面如图 5.25 所示，为了便于在三维图中对 Kriging 代理模型响应面进行说明，图 5.25 中 (a) - (f) 分别为中两参数确定为名义值，其余两参数分布范围内的条件失效概率响应面。

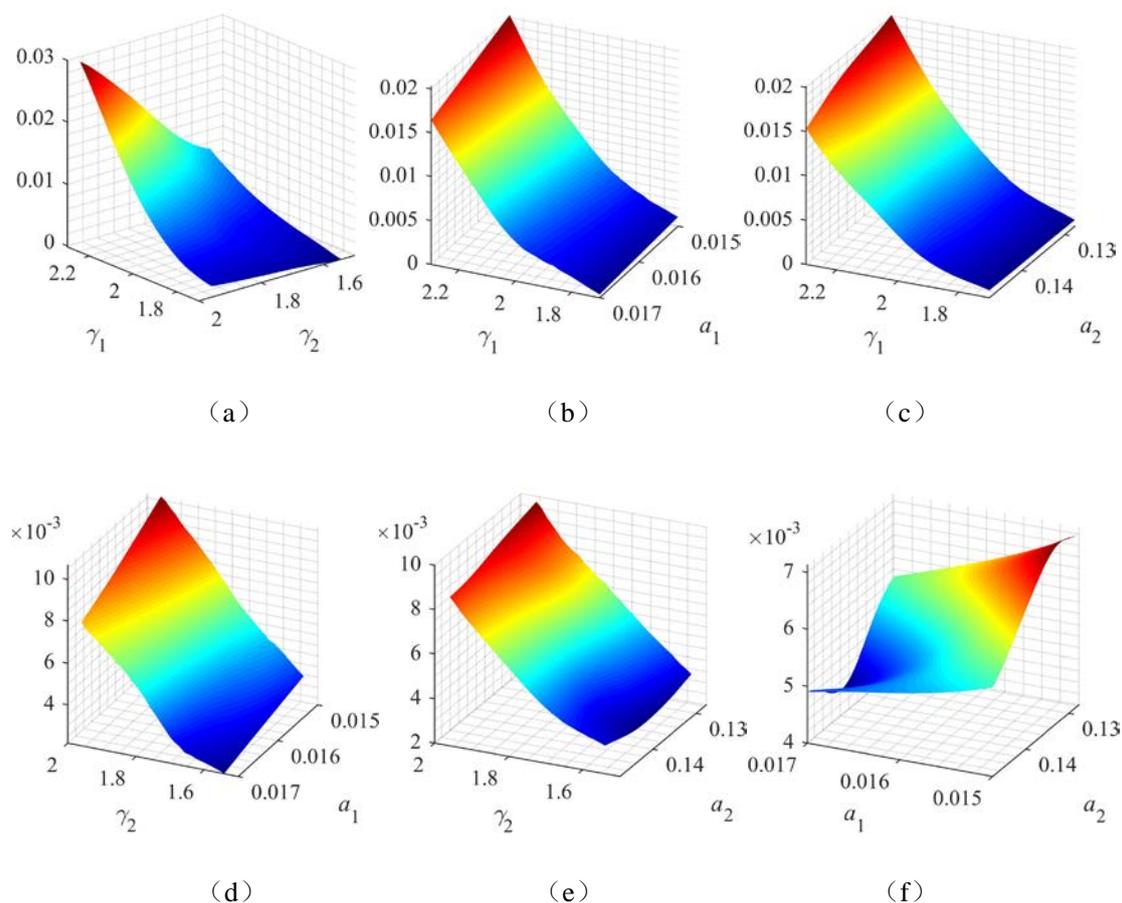


图 5.25 条件失效概率代理模型

从图 5.25 可以看出，当阈值 $b_r = 0.09\text{m}$ 时，随着不确定参数 γ_1 和 γ_2 的增大以及 a_1 和 a_2 的减小，隔震层位移响应的失效概率增大。并且注意到，与速度指数系数 γ_1 和 γ_2 相比，阻尼系数的 a_1 和 a_2 变化对隔震层位移响应的失效概率影响较小， γ_1 和 γ_2 的微小波动会导致失效概率的显著变化。两个不确定参数对隔震层位移响应失效概率的重要性程度将在后续敏感性分析中进行研究。

根据如所示各不确定变量的证据理论表达，结构系统不确定参数的联合焦元区间和对应的联合 BBA 结构可以通过式(5.63)得到：

$$\mathbf{x}_q^I = [\gamma_{1,j_1}^I, \gamma_{2,j_2}^I, \mathbf{a}_{1,j_3}^I, \mathbf{a}_{2,j_4}^I]$$

$$m_q = m_{1,j_1} \times m_{2,j_2} \times m_{3,j_3} \times m_{4,j_4} \quad (5.63)$$

$$j_1 \in [1,4], j_2 \in [1,4], j_3 \in [1,4], j_4 \in [1,5] \quad q \in [1,320]$$

并且有 $\sum_{q=1}^{320} m_q = 1$ 。对应于联合焦元区间 \mathbf{x}_q^I ，利用前述基于 2500 次 CLHS 样本的改进 SGLD 极值分布拟合构建的自适应 Kriging 代理模型作为系统函数，采用微分演化区间优化方法求解对应于不确定参数的结构系统位移响应极值的不确定分布和失效概率。

当考虑结构系统不确定参数均为随机不确定参数，根据表 5.6 所示的不确定变量近似概率分布时，前述基于 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合构建的自适应 Kriging 代理模型作为系统函数，采用 MCS 方法结合全概率定理求解结构系统位移响应极值的不确定分布和失效概率。以结构位移响应阈值为 $b_{\tau} = 0.09\text{m}$ 为例，采用微分演化区间优化方法得到的失效概率证据理论表达 (CBF 及 CPF) 和概率理论 10^5 次 MCS 方法计算结果失效概率累积分布 (CPF) 如图 5.26 所示。此外对上述两个不确定参数分别进行区间假定， $\rho \in [0.9 \times 10^3, 1.1 \times 10^3] \text{kg/m}^3$ ， $\mu \in [0.9 \times 10^{-3}, 1.1 \times 10^{-3}] \text{Pa} \cdot \text{s}$ ，将基于区间理论进行动力可靠性分析结果一同进行比较。

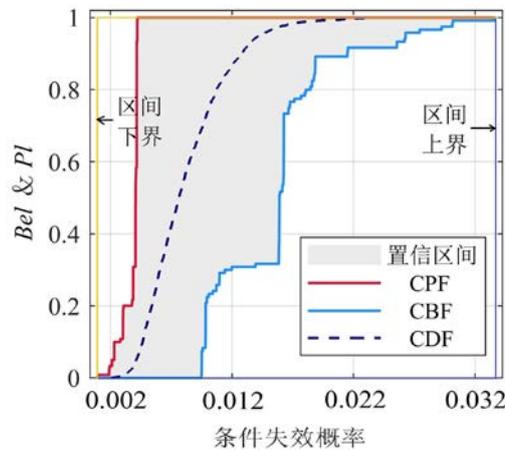


图 5.26 $b_{\tau} = 0.09\text{m}$ 失效概率证据理论表达

对应于图 5.26 中计算隔震层位移响应阈值为 $b_{\tau} = 0.09\text{m}$ ，非平稳随机激励下 $T = 20\text{s}$ 时，当结构不确定参数只包含上下界信息时，对应区间理论表达不确定参数的结构系统失效概率上下边界为 $[P_f, \bar{P}_f] = [5.63 \times 10^{-4}, 3.42 \times 10^{-2}]$ 。由于不确定信息的缺乏，使基于区间表达认知不确定参数的隔震层位移响应失效概率的上下边界分布在较宽的范围内。随着不确定信息的不断收集，当不确定信息通过证据理论表达时，对应的失效概率上下边界包络的范围显著减小，这说明随着不

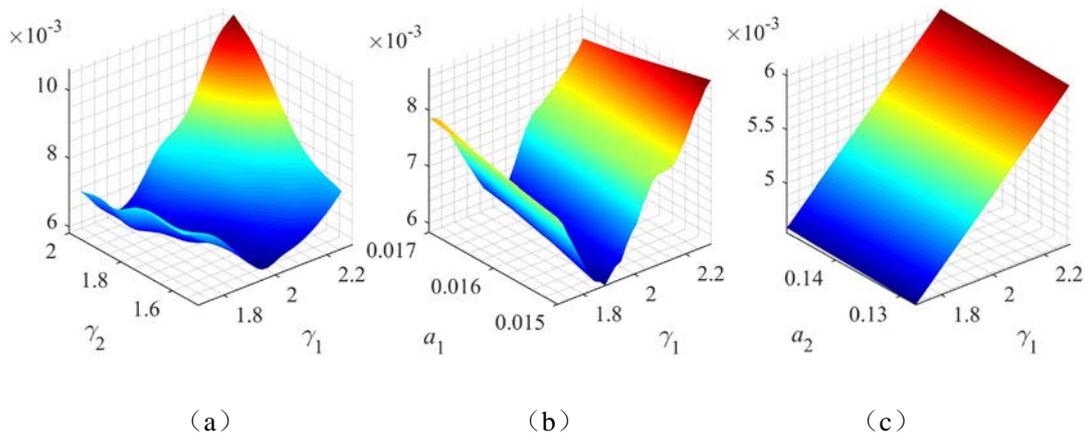
确定信息的完善, 认知不确定参数对结构系统动力响应失效概率的影响不断减小。相应的结构参数不确定信息完善为表 5.2 所示的证据理论表达时, 结构响应极值的失效概率上下边界为 $[P_f, \bar{P}_f] = [3.85 \times 10^{-3}, 1.63 \times 10^{-2}]$ 。当结构参数不确定信息逐渐完备, 参数不确定分布通过概率理论表达时, 对应上述非概率理论的量化结果会趋于概率理论, 基于概率理论求解不确定参数的结构系统失效概率为 $P_f = 8.667 \times 10^{-3}$ 。

将上述 BIS-IS 混合控制体系失效概率不确定量化结果应用于结构设计时, 区间分析得到的结果比证据理论和概率理论的分析结果保守, 一定程度上会造成设计浪费。图 5.26 中 CDF 曲线表征了结构系统不确定参数的统计信息完备情况下条件失效概率的累计分布。相比之下, 利用证据理论通过 CPF 和 CBF 曲线所包含的面积可以有效表征认知不确定对结构系统失效概率不确定的影响。

(3) 不确定参数敏感性分析

敏感性分析是判别不确定对系统响应贡献程度的依据, 采用第 2 章中基于改进 Pinching 的敏感性分析方法研究不同的不确定变量对 BIS-IS 混合控制体系动力可靠性分析的影响。

对于基础隔震与惯容系统混合控制的结构体系, 除了隔震层位移外, 随机激励下惯容减震系统的出力也是研究者所关注的重要因素。因此定义时间段 $[0, T]$ 内两个极值变量, 分别为隔震层位移响应极值 $y_{e,1} = \max_{t \in [0, T]} |x_b|$, 惯容减震系统的出力极值 $y_{e,2} = \max_{t \in [0, T]} |b\ddot{x}_d + c_1 |\dot{x}_d|^{\gamma_1} \text{sgn}(\dot{x}_d) + c_2 |\dot{x}_d|^{\gamma_2} \text{sgn}(\dot{x}_d)|$ 。在不确定变量分布范围内, 采用拉丁超立方抽样均匀抽取 64 个初始样本点。在每个样本点上通过 2500 次 CLHS 样本的 SGLD 极值分布拟合, 基于本文提出的自适应 Kriging 模型技术分别构建隔震层位移响应极值 $y_{e,1}$ (第(2)节中已进行分析) 和惯容减震系统的出力极值 $y_{e,2}$ 的概率密度函数及失效概率代理模型。设定隔震层位移响应阈值为 $b_{\tau,1} = 0.1\text{m}$, 惯容减震系统的出力响应阈值为 $b_{\tau,2} = 2.8 \times 10^6 \text{N}$, 得到 $T = 20\text{s}$ 时 $y_{e,2}$ 的条件失效概率响应面如图 5.27 所示。



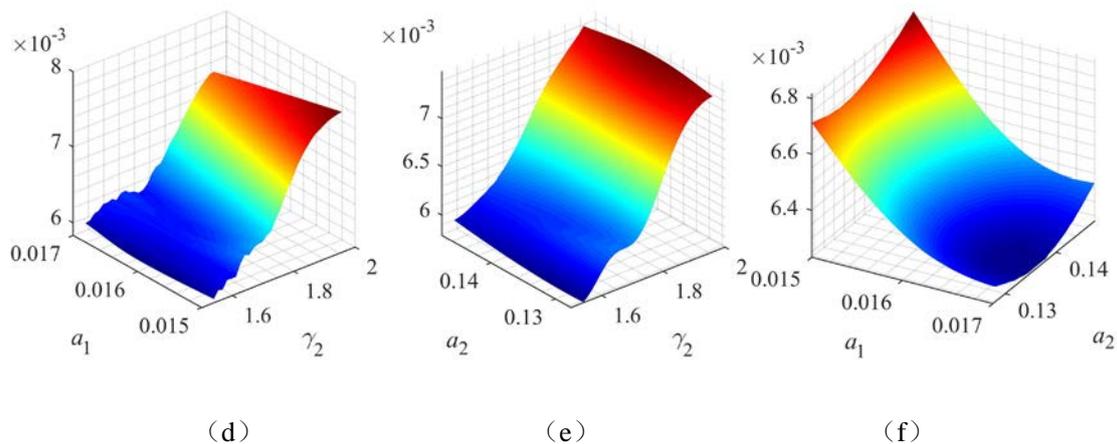


图 5.27 $y_{e,2}$ 条件失效概率代理模型

从图 5.27 中可以看出，不确定参数对隔震层位移和惯容减震系统出力的失效概率影响呈现相反趋势。特别地，速度的指数系数 γ_1 和 γ_2 对两组响应失效概率的影响显著，然而阻尼系数的 a_1 和 a_2 的波动对于失效概率的影响甚微。根据第 2 章中改进 Pinching 方法计算各变量的全局敏感性系数。在求解某一不确定参数的敏感性系数指标时，将该参数固定为名义值，则这时结构系统的动力可靠性只受其余不确定参数的影响，可以得到四个不确定参数的基于改进 Pinching 的敏感性系数如图 5.28 所示。

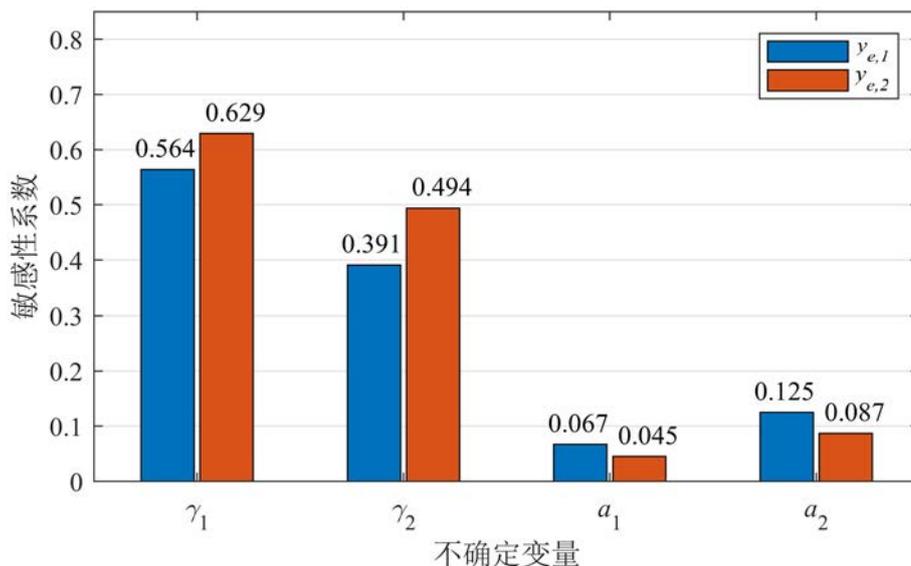


图 5.28 基于改进 Pinching 的敏感性分析

从图 5.28 中可以看出，根据基于改进 Pinching 的敏感性分析结果，在实际工程的 BIS-IS 混合控制体系的混合动力可靠性分析中，相对于阻尼系数的 a_1 和

a_2 的认知不确定性,速度的指数系数 γ_1 和 γ_2 中包含的认知不确定性对隔震层位移响应和惯容系统出力极值的认知不确定性均起到决定性作用。

5.8 本章小结

本章主要研究随机-认知混合不确定性非线性结构系统在非平稳随机激励下的动力可靠性分析。主要完成了如下工作:

(1) 针对随机-认知混合不确定下的非线性结构系统,提出结合极值等效原理和证据理论的 AK-DE 动力可靠性分析方法。

(2) 引入基于四阶矩的移位广义对数正态分布 (SGLD) 实现了极值分布的近似拟合,并提出基于 SCEM 的 SGLD 参数识别改进方法。与前述章节中提出的自适应代理模型技术相结合,建立条件极值分布的代理模型响应面。利用微分演化区间优化算法进行混合不确定传播,结合全概率定理求解失效概率区间测度的上下界。

(3) 由于在非线性系统中叠加原理不再成立,对应于首次超越问题中的基于跨越率的方法,引入统计线性化代替前文线性系统中的虚拟激励法计算条件失效概率。

(4) 为了验证所提方法的有效性,对两种非线性结构系统的动力可靠性进行分析。将本章所提出的统计线性化方法和基于极值理论的 AK-DE 方法在性能上进行了对比。结果表明,本章所提出的基于极值理论的 AK-DE 方法采用 SGLD 进行极值分布的近似拟合,基于 SCEM 的 SGLD 参数识别改进方法充分考虑了极值分布参数的不确定性。通过少量的时程分析预测极值的尾部分布从而求解条件失效概率,显著提升了条件失效概率代理模型的组建效率,在解决非线性结构的混合不确定下动力可靠性分析中具有高效性和准确性。

第6章 近断层脉冲型地震动下非线性结构动力可靠性优化设计

6.1 引言

近断层地震动的方向性效应引起地震动速度时程中出现明显的大幅值长周期脉冲, 极易使结构发生较大非线性变形甚至破坏。结构系统具有较强的非线性时, 长周期速度脉冲会对结构系统产生相当不利的影响。特别对于隔震结构, 近断层地震动相比远场地震动会使隔震层出现过大的位移, 往往超过其正常使用条件下的限值, 导致与附近结构或基坑壁发生碰撞破坏^[256]。因此, 在隔震系统中加入惯容系统对隔震层位移进行控制, 对推动隔震结构在近断层区域的应用具有重要作用。由于不同区域复杂的地质构造以及发震机理等因素的影响, 导致所采集的实际地震记录具有明显的区域性特征, 而且具有速度脉冲特性的记录相对缺乏, 同一次地震事件中的脉冲型地震记录脉冲特性也具有较大的变异性。在优化设计中忽略脉冲特性的变异性或仅通过概率理论对认知水平有限的脉冲特性进行刻画, 生成的代表性地震动不足以保证在未来相同震级地震下结构的安全性。另一方面消能减震结构自身也存在随机和认知混合不确定性。因此, 对近断层区域内非线性结构系统进行混合不确定性下的动力可靠性优化设计具有重要的理论意义和应用价值。

本章针对近断层脉冲型地震动作用下的非线性结构系统, 提出随机-认知混合不确定下的动力可靠性优化设计(HDRBDO)方法。首先建立考虑混合不确定性的近断层脉冲型地震动模型。针对混合不确定性下非线性结构系统计算成本显著增加的问题, 采用基于极值理论的AK-DE方法进行HDRBDO中的内环动力可靠性分析, 外环仍采用SCEM方法进行优化。将本章提出的HDRBDO方法应用于近断层区域内考虑混合不确定的基础隔震-惯容系统混合控制体系参数的优化分析。

6.2 近断层脉冲型地震动模型的随机模拟

由于断层面向前方向性效应和断层滑冲效应, 近断层地震动速度时程记录中包含较长周期的高能脉冲运动。并且在实际结构优化设计中, 当考虑作为关键激励的脉冲运动下结构系统的响应特性时, 需要关注地震动在不同方向上的速度脉

冲幅值，最大主方向和最小主方向的地震动峰值参数可能存在显著差异。在最大主方向上，与普通地震动引起的结构损伤相比，关键近断层地震动引起的结构损伤较大甚至显著增加。当结构系统具有较强的非线性时，最强速度脉冲方向的地面运动会对结构系统产生相当不利的响应，这一点对于非线性结构系统基于可靠性的抗震设计尤为重要。因此，需要对具有向前方向性效应的近断层地震动最强脉冲的方向进行识别，并将其反映在人工加速度时程生成的地震动模型中，以满足基于动力可靠性的非线性结构系统优化设计的需要。

6.2.1 近断层地震动的最强速度脉冲

本文采用 Shahi^[31]提出的一种利用小波变换确定近断层地震动最强脉冲方向的方法，结合一次地震动记录的两个正交分量（垂直于断层方向和平行于断层方向）的线性连续小波变换系数，从而得到该地震动的任意方向上的速度时程表达：

$$V(t, \varphi) = V_{FN}(t) \cos \varphi + V_{FP}(t) \sin \varphi \quad (6.1)$$

式中 $V_{FN}(t)$ 和 $V_{FP}(t)$ 分别表示垂直于断层和平行于断层方向上的速度时程， $V(t, \varphi)$ 表达与 $V_{FN}(t)$ 成任意角度 φ 上的速度时程。 t 时刻的小波基函数在数学上定义为：

$$\Phi_{s,l}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \phi\left(\frac{t-l}{s}\right) \quad (6.2)$$

式中 $\phi(\cdot)$ 为小波母函数， $\Phi_{s,l}(\cdot)$ 表示缩放(s)和平移(l)后的小波函数。在特定的位置(l)和尺度(s)上，任意方向速度时程 $V(t, \varphi)$ 的连续小波变换系数计算公式如下：

$$\begin{aligned} c(s, l, \varphi) &= \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} V(t, \varphi) \phi\left(\frac{t-l}{s}\right) dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} (V_{FN}(t) \cos \varphi + V_{FP}(t) \sin \varphi) \phi\left(\frac{t-l}{s}\right) dt \\ &= c_1(s, l) \cos \varphi + c_2(s, l) \sin \varphi \\ &= \sqrt{c_1^2(s, l) + c_2^2(s, l)} \cdot \cos(\varphi - \varphi_{\max}) \end{aligned} \quad (6.3)$$

式中 φ_{\max} 表示最大小波系数的方向角，可通过计算所有方向中的最大小波系数 $c_{\max}(s, l)$ 获得：

$$\begin{aligned}
c_{\max}(s, l) &= \max\left(\sqrt{c_1^2(s, l) + c_2^2(s, l)}\right) \\
c_1(s, l) &= c_{\max}(s, l) \cdot \cos \varphi_{\max} \\
c_2(s, l) &= c_{\max}(s, l) \cdot \sin \varphi_{\max} \\
\varphi_{\max} &= \tan^{-1}(c_2/c_1)
\end{aligned} \tag{6.4}$$

从而得到方向角 φ_{\max} 。一旦具有的速度脉冲时程的方向角 φ_{\max} 确定, 可通过式(6.1)得到近断层地震动的最强速度脉冲时程 $V(t, \varphi_{\max})$ 。

6.2.2 低频速度脉冲拟合

为了实现近断层脉冲地震动的随机生成, 可以将代表低频内容的解析脉冲函数和人工合成的高频加速度时程叠加在一起。因此, 需要建立两个相应的随机模型。本节介绍速度脉冲模型的拟合, 利用速度脉冲与震级、断层距离、场地条件等地震参数的相关性分析, 选取若干参数作为随机变量。

采用 Dickinson 和 Gavin 使用的一个 Gabor 小波^[257], 对 6.2.1 节中得到的最强脉冲方向上的低频速度脉冲(称为最强脉冲速度时程)进行拟合。小波函数拟合可以写成如下形式:

$$v_p(t; V_p, T_p, N_c, T_{pk}, \varphi) = V_p \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2}{4} \left(\frac{t - T_{pk}}{N_c T_p}\right)^2\right] \cdot \cos\left(2\pi \frac{t - T_{pk}}{T_p} - \varphi\right) \tag{6.5}$$

式中, T_p 、 V_p 、 N_c 、 T_{pk} 和 φ 分别代表速度脉冲的周期、脉冲峰值速度、脉冲循环次数、脉冲出现的时间位置和脉冲相位角。每一个速度脉冲参数都具有明确的物理意义, 通过式(6.5)中一个 Gabor 小波对最强脉冲的速度时程的非线性最小二乘拟合来估计这些脉冲参数。

通过相关性分析将速度时间历程中的弱相关和不相关参数定义为随机脉冲模型的不确定参数, 对选取的近断层脉冲型地震记录进行拟合获得速度脉冲模型参数的分布。值得注意的是, 由于沿时间轴移动信号, 对结构系统的响应没有影响, 因此 T_{pk} 显然是一个次要参数, 这里不对 T_{pk} 与地震参数之间的相关性进行分析。现有的相关性研究表明, T_p 、 N_c 、 T_{pk} 和 φ 与地震学参数弱相关或不相关, 因此作为独立的不确定参数。 V_p 是具有最强脉冲速度时程的速度峰值, 经研究表明与地震学参数存在一定的相关性。根据 Bray 和 Rodriguez-Marek 提出的回归模型:

$$\ln V_p = \alpha_1 + \alpha_2 M_w + \alpha_3 \ln(R^2 + \alpha_4^2) + \sigma \tag{6.6}$$

上式用于模拟 V_p 关于地震学参数的衰减模型, α_i 和 σ 为回归参数和回归残差,

式中 M_w 和 R 分别表示矩震级和断层距，可以表达某次地震的场景。采用与断层距 R 相关的最强脉冲方向上的地面速度幅值 PGV_R 代替 v_p ，根据式(6.6)的回归模型预测某次地震场景下的 PGV_R 。因此，基于式(6.5)，可以建立一个新的随机速度脉冲模型：

$$v_p(t) = PGV_R \cdot \exp \left[\sigma_{\ln PGV_R} - \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{t - T_{pk}}{N_c T_p} \right)^2 \right] \cdot \cos \left(2\pi \frac{t - T_{pk}}{T_p} - \varphi \right) \quad (6.7)$$

式中， $\sigma_{\ln PGV_R}$ 表示 PGV_R 的关于断层距 R 的回归残差。因此，低频速度脉冲拟合模型中共包含 $\sigma_{\ln PGV}$ 、 T_p 、 N_c 、 T_{pk} 和 φ 五个独立的不确定参数，通过对其不确定分布的统计分析可以用于消能减震结构基于可靠性的优化设计中的随机地震动速度脉冲的生成。

6.2.3 高频加速度分量模拟

将近断层脉冲型地震动中的低频脉冲分量分离后，剩余高频加速度时程可以采用第3章中的基于随机函数的非平稳随机过程谱表示方法进行模拟。对近断层脉冲型地震记录的剩余高频速度时程进行微分得到剩余加速度时程，然后通过 Yang 和 Zhou^[32]提出的一种调制函数结合高通滤波后的 K-T (Kanai Tajimi) 谱形成式(6.8)的演化功率谱，用于模拟近断层地震动的随机非平稳高频分量。均匀调制功率谱表达为：

$$S(t, \omega) = |A(t)|^2 G(\omega) S_{K-T}(\omega) = |A(t)|^2 S_{ff}(\omega) \quad (6.8)$$

式中， $A(t)$ 为调制函数， $G(\omega)$ 为巴特沃斯滤波器， $S_{K-T}(\omega)$ 表示原始 K-T 谱， $S_{ff}(\omega)$ 为过滤后的 K-T 谱。其中：

$$G(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_h^2} \quad (6.9)$$

$$A(t) = \begin{cases} 0 & t \leq t_0 \\ \left(\frac{t - t_0}{\tau} \right)^\alpha & t_0 < t \leq t_0 + \tau \\ e^{-\beta(t - t_0 - \tau)} & t > t_0 + \tau \end{cases} \quad (6.10)$$

K-T 谱的主要缺点为加速度时程谱表示中存在较大的低频分量，因此通过高通滤波器 $G(\omega)$ 解决这一问题。高通滤波器的截止频率 ω_h 用来抑制低频分量。根据脉冲型地震动记录特性，振幅调制函数被定义为一个分段函数，由在上升阶段的幂函数和一个在下降阶段的指数衰减参数组成。参数 t_0 表示地面运动的发生，

参数 τ 表示调制函数中上升阶段的持续时间。与远断层地震动相比，近断层运动在高平台阶段的持续时间通常很短，因此在近断层地震动高频加速度功率谱调制函数中被忽略。

Gavin 和 Dickinson 的研究表明，近断层无脉冲地震动调制函数的三个参数与结构系统的极值响应相关性较弱，因此根据地震动记录拟合得到确定性参数。此外，由于高频分量在脉冲型地震动中不占主导地位，拟合得到的加速度功率谱参数 ω_g 和 ξ_g 在优化设计中也作为确定参数。近断层脉冲型地震动模型拟合流程如图 6.1 所示。

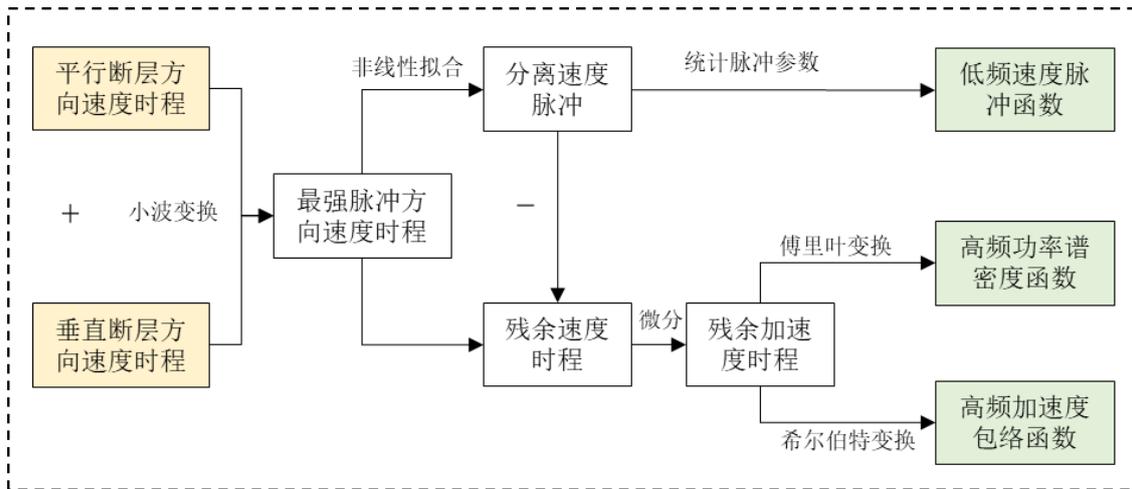


图 6.1 近断层脉冲型地震动模型拟合

6.2.4 近断层脉冲型地震动的人工合成

基于 6.2.2 中的随机速度脉冲模型得到最强脉冲方向的低频速度时程，然后根据 6.2.3 中的演化功率谱，利用谱表示方法可对非平稳高频加速度时程进行随机模拟。随后对高频加速度时程积分得到高频速度时间序列，通过将高频速度时程与长周期速度脉冲叠加产生合成近断层脉冲型地震动速度时程。最后，对得到的速度序列进行微分，模拟具有最强脉冲方向具有脉冲特征的加速度时程。合成近断层脉冲型地震动加速度时程的详细过程如下。

首先，在式(6.8)的基础上，采用谱表示方法生成均匀调制的随机地震动高频加速度时程：

$$a_u(t_i) = A(t_i; \tau, \alpha, \beta) \cdot \sum_{k=0}^N \sqrt{4S_{ff}(\omega_k; \omega_h, \omega_g, \xi_g)} \Delta\omega \cdot \cos(\omega_k t_i + \varphi_k) \quad (6.11)$$

式中， $\Delta\omega = (\omega_u - \omega_l)/N$ 为离散频率间隔，离散频率为 $\omega_k = \omega_l + k(\omega_u - \omega_l)/N$ ，相位角 φ_k 为每个角频率上对应的 $[0, 2\pi]$ 之间均匀分布随机变量。随机高频速度时程 $v_u(t_i)$ 通过对式(6.11)在频率阈值 ω_u 和 ω_l 之间积分得到，然后利用剩余速度

时程峰值 V_{res} 对 $v_u(t_i)$ 进行缩放。剩余速度时程峰值 V_{res} 由速度时程减去小波脉冲分量确定。剩余速度时程峰值 V_{res} 所对应的随机地速度时程 $v_s(t)$ 为 $v_s(t) = v_u(t) (V_{res} / \max |v_u(t)|)$ 。

最后，将按比例缩放后的随机高频速度时程 $v_s(t)$ 与式(6.7)得到的低频速度脉冲相结合，得到人工脉冲型地震动速度时程 $v_g(t_i)$ ：

$$v_g(t_i) = v_s(t_i) + v_p(t_i) \quad (6.12)$$

对式(6.12)进行微分，得到相应的脉冲型地震动加速度时程 $a_g(t_i)$ 。现有研究表明剩余速度时程峰值 V_{res} 与地面速度幅值 PGV_R 呈线性相关。因此为了减少相关性变量的数量，采用 $\sigma_{V_{res}}$ 表示 V_{res} 的回归残差，则 $\sigma_{V_{res}}$ 是一个独立的不确定参数。与低频速度脉冲拟合中的不确定参数结合，采用上述方法人工合成近断层脉冲型地震动过程中共存在六个独立的不确定参数，分别为四个直接拟合得到的物理参数 T_p 、 N_c 、 T_{pk} 和 φ ，及两个回归残差 $\sigma_{\ln PGV_R}$ 和 $\sigma_{V_{res}}$ 。近断层脉冲型地震动人工合成流程如图 6.2 所示。

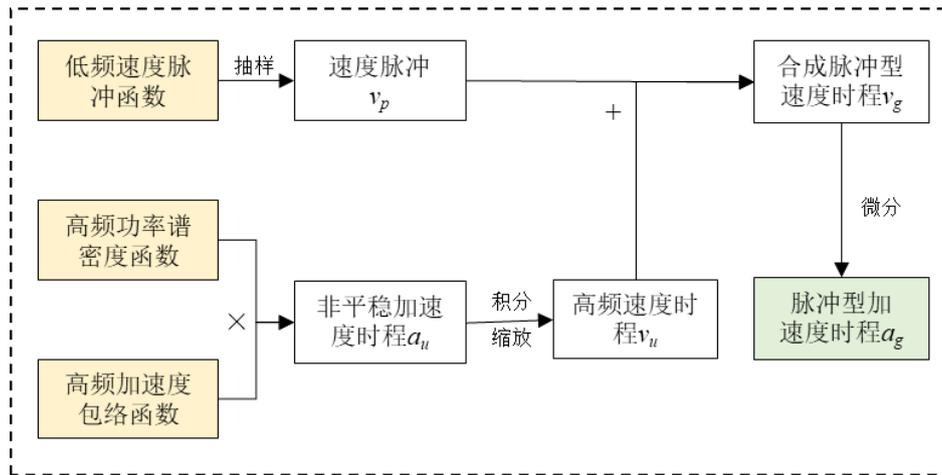


图 6.2 近断层脉冲型地震动人工合成

值得指出的是，这种综合近断层脉冲地震动高频分量与低频速度脉冲的随机模型不同于现有的随机地震动物理模型，这种基于剩余加速度和速度统计参数的经验方法也可以很好地逼近实际近断层地震动记录的高频分量。对于随机近断层地震动激励下的结构系统地震响应分析和可靠性优化设计，近断层脉冲型地震动记录非常有限。采用上述随机模型能产生大量与实际脉冲地震记录具有相似特性的人工脉冲型地震动，并易于纳入随机非线性结构系统基于动力可靠性优化设计的框架中。

6.3 近断层脉冲型地震动模型参数的不确定量化

6.3.1 近断层脉冲型地震动记录选择

本文以台湾集集地震的近断层地震动加速度记录数据库为基础,利用 6.2 节中的最强脉冲方向随机地震动模型拟合方法对模型参数的不确定性进行量化,并对非线性结构系统在近断层脉冲型地震动下极值响应的主要影响因素进行分析。

一般情况下,每次地震发生事件的断层机制类型是不同的,即使是同一类型的断层机制,其具体的断裂参数和断层的几何尺寸也不可能完全相同^[258]。由于参数统计采用的地震动时程均为台湾集集地震(矩震级量为 $M_w=7.6$) 台站记录,故其具有相同的震源机制,可以消除复杂震源机制的影响。此外集集地震的地震记录是一个相当完整的近断层强震数据集,在近断层区域平均每 5km 有一个台站,具有丰富的地震动台站记录。在太平洋工程地震研究中心数据库(PEER)中,截止 2012 年共有 145 条是由向前方向性效应引起的脉冲地震动记录,其中 40 条属于集集地震数据集。选取断层距 $R < 30\text{m}$ 的 34 条地震记录来提取获得脉冲地震模型参数的不确定分布^[259]。

选取的地震动记录及利用上述方法拟合的速度脉冲模型参数如表 6.1 所示。表 6.1 中参数均与最强脉冲方向相对应, V_{res} 是剩余速度时程的峰值,由速度时程减去小波脉冲分量确定。 V_{30} 为场地顶部 30m 处的平均剪切波速,用于描述场地条件。脉冲出现的时间定位 T_{pk} 为通过原始脉冲出现时间减去无地震动的初始时间 t_0 得到的时间区间。此外,一些速度时间历程表现出明显的多重脉冲(如 TCU053、TCU056、TCU060、TCU104),在这种情况下,初级和次级脉冲分别从速度时间记录中提取出来。

表 6.1 速度脉冲模型参数记录

地震动	$R(\text{km})$	V_{30} (m/s)	$T_p(\text{s})$	PGV_R (cm/s)	V_p (cm/s)	V_{res} (cm/s)	N_c	T_{pk} (s)	$\varphi(\text{rad})$ ($0, 2\pi$)
CHY006	9.8	438	2.36	64.84	57.51	31.88	0.8	17.17	3.2
CHY024	9.6	428	5.25	66.76	45.85	33.6	1.11	17.08	3.76
CHY101	9.9	259	5.19	114.7	83.9	55.43	1.3	20.39	2.2
NSY	13.1	600	7.66	47.42	39.04	25.62	1.45	30.74	1.74
TCU	5.2	473	5.15	47.64	45.65	22.08	0.71	16.31	0.96
TCU029	28	407	4.87	63.69	65	31.32	1.18	33.54	2.34
TCU031	30.2	476	5.24	59.89	65.34	25.18	0.96	34.96	2.29
TCU036	19.8	478	4.99	67.9	59.52	28.27	1.39	27.89	0.3
TCU038	25.4	241	6.71	52.18	54.49	31.82	0.82	22.93	4.73
TCU039	19.9	541	7.69	50.53	46.8	29.47	1.84	25.48	3.76

TCU040	22.1	362	6.29	47.8	47.93	16.96	1.14	29.13	3.06
TCU045	26	705	8.21	36.27	32.05	36.42	0.86	21.18	1.22
TCU046	16.7	466	7.88	43.02	30.46	19.55	1.12	22.14	5.67
TCU049	3.8	487	9.89	50.81	40	27.93	0.86	17.52	2.94
TCU051	7.6	342	8.84	49.32	42.93	31.13	0.66	22.56	2.27
TCU053(1)	6	455	6.76	41.74	36.99	40.79	0.99	18.14	4.08
TCU053(2)	6	455	8.15	41.74	37.51	39.2	0.98	33.88	6.2
TCU054	5.9	461	8.55	60.47	56.22	38.56	0.56	15.21	3.84
TCU056(1)	10.5	403	5.86	42.05	21.31	35.8	1.63	22.54	2.63
TCU056(2)	10.5	403	7.69	42.05	39.92	27.98	1.18	37.47	3.45
TCU059	17.1	244	7.1	59.53	58.65	44.48	1.02	33.38	4.55
TCU060(1)	9.5	496	6.86	48.58	44.97	45.48	0.83	34.1	5.96
TCU060(2)	9.5	496	7.37	48.58	41.6	48.59	0.98	20.76	2.01
TCU063	9.8	476	5.18	82.5	78.16	39.22	0.89	20.78	0.45
TCU064	16.6	646	7.13	61.2	59.03	25.11	1.87	31.47	2.94
TCU075	0.9	573	5.37	86.51	99.57	29.95	0.61	10.35	4.04
TCU076	2.7	615	4.08	88.67	56.76	38.26	0.69	8.66	2.89
TCU082	5.2	473	7.94	64.91	60.74	35.28	0.61	18.22	3.64
TCU087	7	560	9	43.78	35.52	21.18	1.12	24.6	1.52
TCU101	2.1	418	8.71	61.19	44.05	32.34	1.23	16.06	0.76
TCU102	1.5	714	8.15	116.1	54.32	72.65	1.15	16.75	0.89
TCU103	6.1	494	7.62	59.72	56.6	35.82	1	20.52	1.54
TCU104(1)	12.9	410	6.8	49.75	43.65	49.75	0.81	36.38	5.43
TCU104(2)	12.9	410	6.76	49.75	53.9	39.16	1.03	24.47	0.42
TCU128	13.1	600	7.83	75.59	57.5	27.32	1.34	21.9	5.67
TCU136	8.3	462	8.07	60.93	53.39	31.28	1.07	26.86	3.81
WGK	9.9	259	4.64	76.36	84.24	48.35	1.11	27.03	6.09

6.3.2 速度脉冲模型参数统计分析

由表 6.1 中记录数据可以看出, 断层距 R 与地面速度峰值 PGV_R 呈负相关。此外, 脉冲参数与 V_{30} 所代表的场地条件相关性较弱, 这与 Bray 和 Rodriguez-Marek^[24] 的结论一致。对于矩震级为 $M_w=7.6$ 的地震事件, 场地土层的脉冲周期大致相同。根据前述对人工合成近断层脉冲型地震动过程中存在六个独立的不确定参数的分析, 基于表 6.1 中地震动记录物理参数记录数据利用线性回归拟合的 V_{res} 与 PGV_R 的经验表达式为:

$$V_{res} = 0.564PGV_R + 1.014 + \sigma_{V_{res}} \quad (6.13)$$

线性回归拟合的 PGV_R 与 R 的经验表达式为:

$$\ln PGV_R = 4.35 - 0.134 \ln R + \sigma_{\ln PGV_R} \quad (6.14)$$

V_{res} 关于 PGV_R 的线性回归模型及 PGV_R 关于 R 的线性回归模型及如图 6.3 所示。

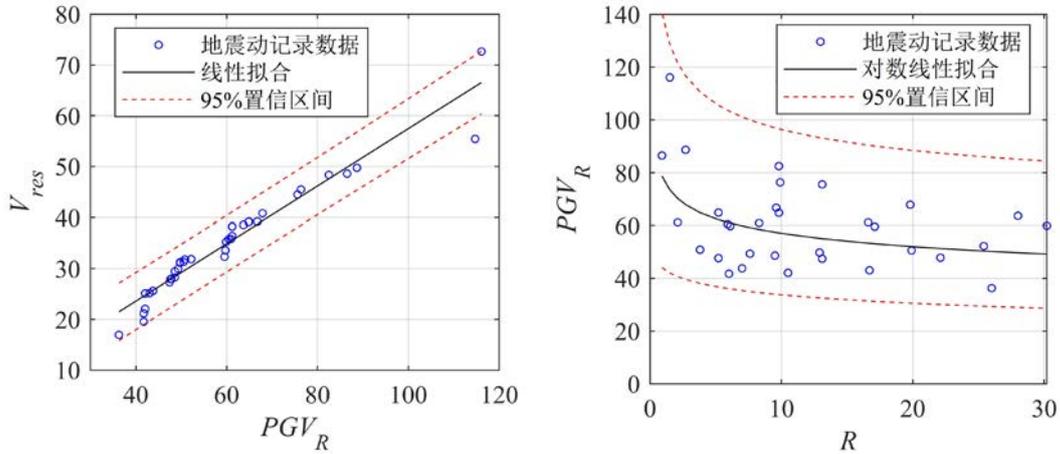
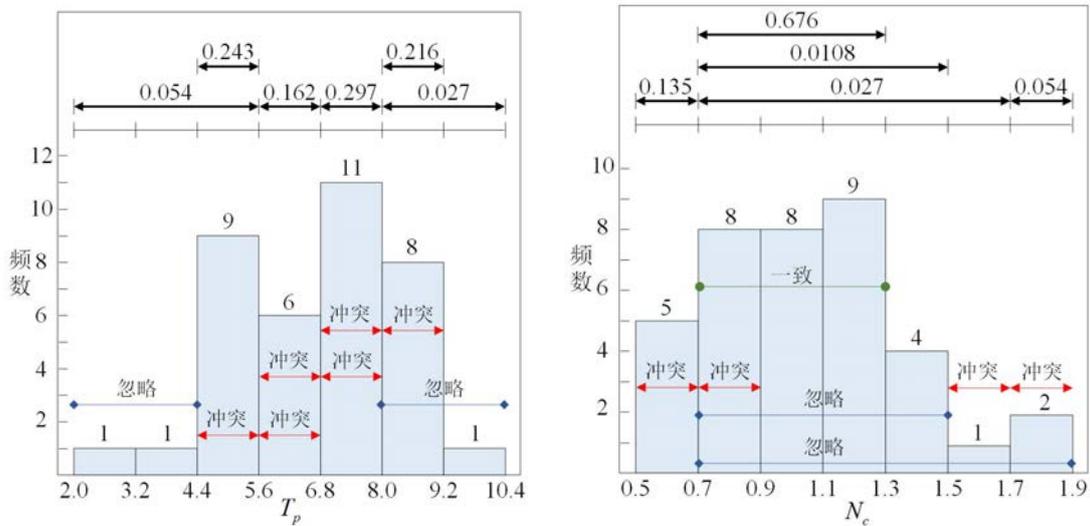


图 6.3 地震记录物理参数线性回归拟合

虽然集集地震相较于其他地震事件具有丰富的近断层脉冲型地震记录，现有的脉冲型地震动的随机建模与合成方法中，均基于概率理论假设不确定参数服从正态或对数正态分布。然而仅利用 34 组台站记录获得脉冲模型参数的概率分布仍存在认知水平较低而导致的认知不确定性。因此针对这种小样本数据信息下的认知不确定性，采用证据理论对脉冲模型参数进行不确定量化，从而保证最优化结构系统具有一定的冗余度以满足设计要求的可靠度。根据由表 6.1 中记录数据，近断层脉冲型地震动人工合成模型中不确定参数的证据理论表达如图 6.4 所示。



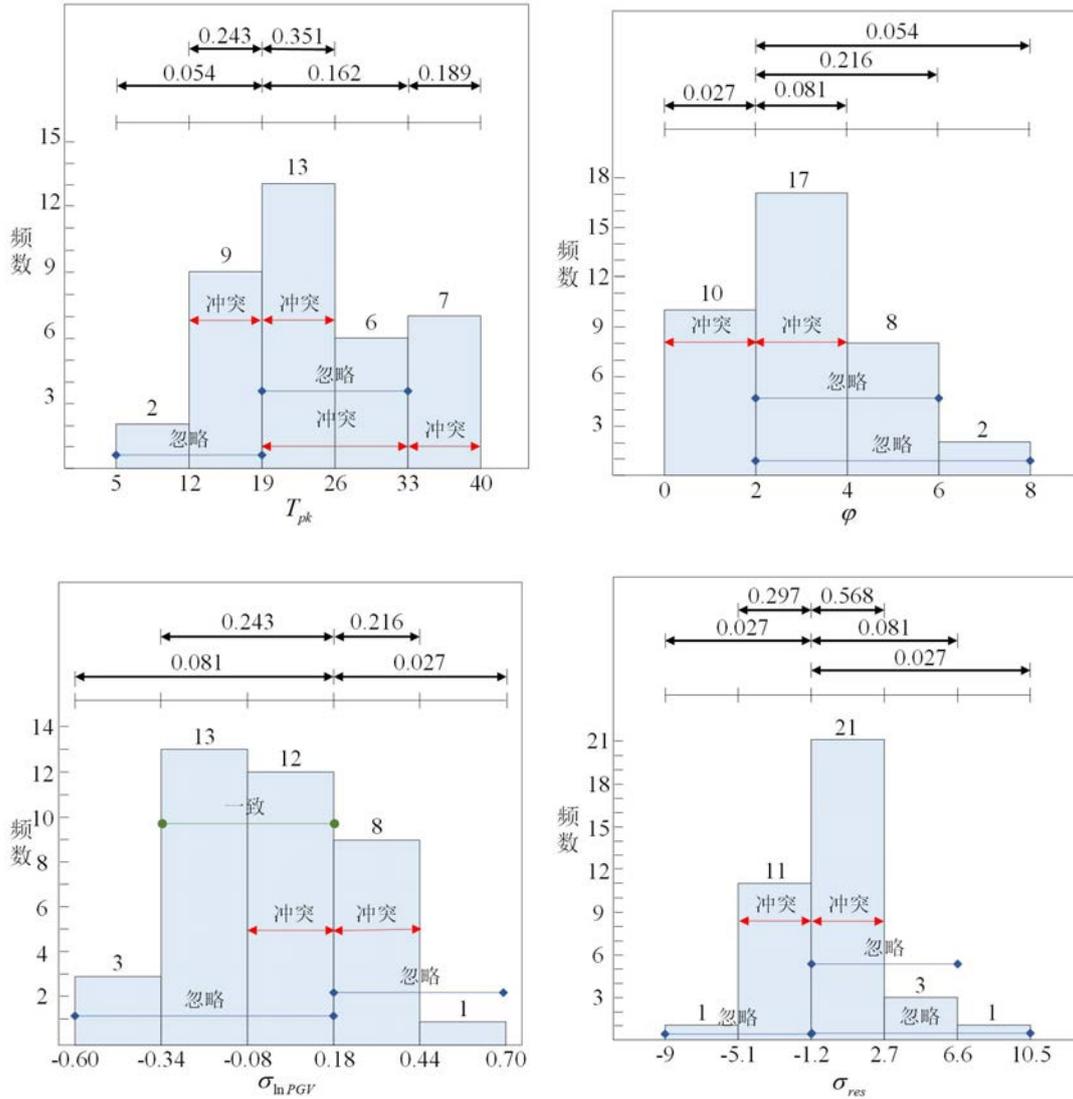


图 6.4 随机近断层脉冲型地震动模型参数证据理论表达

为了与概率方法作比较，这里给出拟合得到随机近断层脉冲型地震动模型参数概率分布如表 6.2 所示。此外，由于高频分量对非线性结构系统在近断层脉冲型地震动下动力响应极值的影响不占主导作用，这里直接给出生成高频加速度分量时程的调制函数参数值： $\tau = 20.43$ ， $\alpha = 1.87$ ， $\beta = 0.077$ 。

表 6.2 随机近断层脉冲型地震动模型参数近似概率分布

参数	分布类型	均值	标准差
T_p	正态	6.81	1.62
N_c	对数正态	0.01	0.29
T_{pk}	正态	22.32	6.41

φ	正态	3.06	1.71
$\sigma_{\ln PGV_R}$	正态	0.00	0.25
$\sigma_{V_{res}}$	正态	0.00	2.69

6.4 混合控制体系动力可靠性优化设计问题

6.4.1 混合控制体系的不确定参数及设计变量定义

近断层地震动对基础隔震结构动力响应会造成不利影响,近断层地震动相比远场地震动会使隔震层出现过大的位移,往往超过其正常使用条件下的限值,导致与附近结构或基坑壁发生碰撞破坏。因此,在隔震系统中加入惯容系统对隔震层位移进行控制,解决隔震结构在近断层地震动作用下可能出现的位移过大及碰撞情况。本文对隔震技术和流体惯容装置相结合的新型基础隔震-惯容系统(BIS-IS)混合控制体系中流体惯容系统的设计参数进行优化。流体惯容系统的减振效果取决于其设计参数的选择,不同的设计参数会导致流体惯容系统在与隔震结构进行混合控制时,发挥不同的控制性能。基础隔震-惯容混合控制体系上部结构加速度主要隔震系统进行控制,通过设置刚度较小的隔震层,使上部结构加速度得到一定程度的减小,另一方面通过流体惯容装置对隔震层位移进行有效控制,两者协同工作以获得更好的振动控制效果。

以某 6 层钢筋混凝土结构房屋为原始研究对象,房屋各层的质量和刚度信息见表 6.3。

表 6.3 原始结构质量和刚度信息

楼层	质量 ($\times 10^3$ kg)	刚度 (MN/m)	层高 (m)
6	539	1357.28	3.5
5	546	1432.16	3.5
4	548	1461.52	3.5
3	550	1481.80	3.5
2	552	1486.92	3.5
1	560	1507.68	3.5

上部结构基础固定时对应的基本周期为 $T_s = 0.5s$, 上部结构的阻尼比为 0.05。基础隔震层质量为 613×10^3 kg, 采用隔震措施后, 隔震结构的自振周期变为

$T_b = 3s$ ，隔震层的阻尼比为 0.1。如图 6.5 所示的基础隔震与流体惯容的混合控制体系包括上部主体结构、基础隔震层、流体惯容系统三个部分。

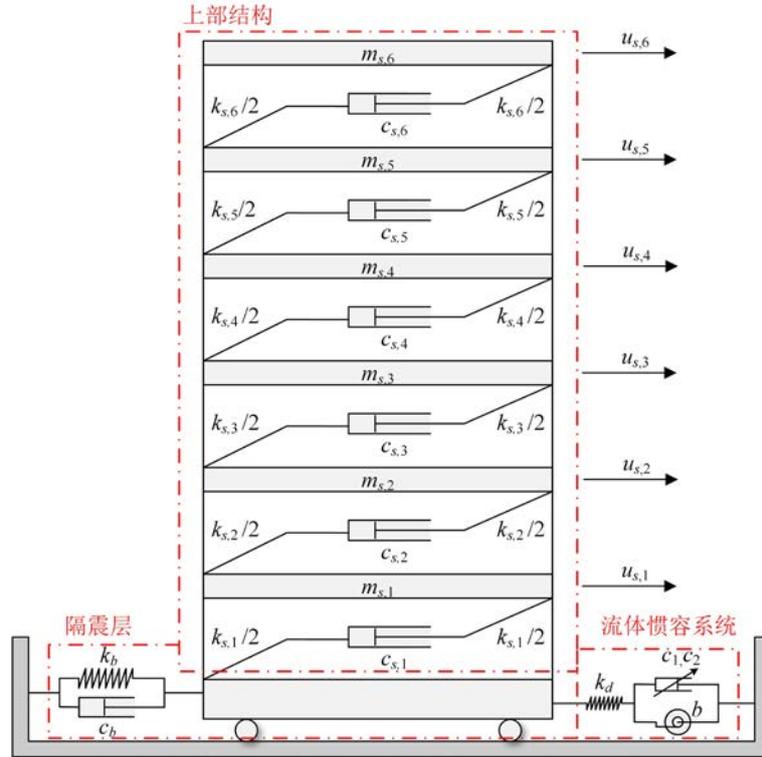


图 6.5 基础隔震与惯容系统混合控制体系模型

设上部结构、隔震层相对于地面的位移分别为 x_s 、 x_b ，惯容单元两端的相对位移为 x_d 。由图 6.5 可知，基础隔震与惯容系统混合控制体系在地震激励下的运动方程为：

$$\begin{cases}
 \begin{bmatrix} m_{s,1} & & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ & & m_{s,6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{s,1} + c_{s,2} & -c_{s,2} & \cdots & 0 & -c_{s,1} \\ -c_{s,2} & c_{s,2} + c_{s,3} & -c_{s,3} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -c_{s,6} & \vdots \\ 0 & \cdots & -c_{s,6} & c_{s,6} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} k_{s,1} + k_{s,2} & -k_{s,2} & \cdots & 0 & -k_{s,1} \\ -k_{s,2} & k_{s,2} + k_{s,3} & -k_{s,3} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -k_{s,6} & \vdots \\ 0 & \cdots & -k_{s,6} & k_{s,6} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_b \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{s,1} & & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ & & m_{s,6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (6.15) \\
 m_b \ddot{u}_b + c_b \dot{u}_b + k_b u_b - [c_s (\dot{u}_{s,1} - \dot{u}_b) + k_s (u_{s,1} - u_b)] - k_d (u_d - u_b) = -m_b \ddot{u}_g \\
 b \ddot{u}_d + c_1 |\dot{u}_d|^{\gamma_1} \text{sgn}(\dot{u}_d) + c_2 |\dot{u}_d|^{\gamma_2} \text{sgn}(\dot{u}_d) + k_d (u_d - u_b) = 0
 \end{cases}$$

式中流体惯容系统简化模型具有 4 个主要的力学模型参数：惯性质量 b 、非线性阻尼系数 c_1 和 c_2 、调谐刚度 k_d 。惯容系统力学模型参数可通过式(5.59)根据一系

列设计参数进行计算。

根据前述研究,本文考虑近断层脉冲型地震动模型中参数不确定性的同时,考虑惯容系统中由液体在弯曲管流动时范宁摩擦因数的理论假设造成的速度的指数项 γ_1 和 γ_2 以及阻尼系数参数 a_1 和 a_2 的不确定性,即 $\boldsymbol{\theta}=[\gamma_1, \gamma_2, a_1, a_2]^T$ 。针对实际工程的复杂性,数据信息的小样本性以及认知水平的有限性等问题,利用证据理论来表达各参数的不确定性,其证据理论表达即焦元区间和对应的基本信任分配如表6.4所示,四个变量的近似概率分布均服从正态分布: $\gamma_1 \sim \mathcal{N}(2, 0.1)$, $\gamma_2 \sim \mathcal{N}(1.75, 0.07)$, $a_1 \sim \mathcal{N}(1.6 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-4})$, $a_2 \sim \mathcal{N}(1.38 \times 10^{-1}, 3 \times 10^{-3})$ 。

表 6.4 惯容系统不确定变量的证据理论表达

γ_1		γ_2		$a_1(\times 10^{-2})$		$a_2(\times 10^{-1})$	
焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
[1.70,2.15]	0.12	[1.54,1.82]	0.14	[1.45,1.65]	0.037	[1.32,1.38]	0.0667
[1.85,2.00]	0.32	[1.68,1.82]	0.64	[1.50,1.65]	0.074	[1.35,1.38]	0.500
[1.85,2.15]	0.44	[1.68,1.89]	0.18	[1.55,1.65]	0.778	[1.38,1.41]	0.333
[1.85,2.30]	0.12	[1.68,1.96]	0.04	[1.55,1.70]	0.111	[1.38,1.44]	0.100
						[1.38,1.47]	0.033

由于流体惯容器具有惯容单元和阻尼单元的共生性,流体惯容器设计参数的变化将导致其惯容和阻尼特性同时发生变化。根据流体惯容系统的模型分析可知,惯容系统的模型参数 b 、 c_1 、 c_2 三者存在关联,均与液压缸有效半径 r_{12} 、螺旋管半径 r_3 、螺旋管长度 l 等主要设计参数有关,取值上存在一定程度的耦合。如果对模型参数直接进行分析和优化,计算得到的模型参数理论组合 (b, c_1, c_2) 可能并不具有实际意义,没有可行的设计参数组合与其相对应,无法获得与之匹配的真实流体惯容器结构,这样的参数分析将会是没有实际价值的。为了避免这一问题,考虑流体惯容器的实际设计情况,在流体惯容器液压缸体内液体密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$,液体粘度系数 $\mu = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$,流体惯容系统的螺旋管长度 $l = 20\text{m}$ 和惯容系统与隔震层调谐刚度比 $k_d/k_b = 3$ 条件下,本文对设计参数液压缸有效半径 r_{12} 、螺旋管半径 r_3 进行优化,即基础隔震-惯容混合控制体系中设计变量及其取值范围为:

$$\mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T, \quad 0\text{m} \leq r_{12} \leq 0.1\text{m}, \quad 0.2\text{m} \leq r_3 \leq 0.5\text{m} \quad (6.16)$$

6.4.2 近断层脉冲型地震动不确定参数敏感性分析

如上节所述, 存在于近断层脉冲型地震动模拟中的不确定参数是多样化的, 从证据理论的计算困难来看, 若将这些不确定参数全部考虑在优化设计中, 其计算量非常之大。针对该困难, 本节对多个不确定参数进行敏感性分析, 研究近断层脉冲型地震动模型中各不确定参数对基础隔震-惯容系统混合控制体系极限状态的影响程度, 以判断起关键作用的不确定参数, 重点分析该不确定参数对结构系统动力可靠性的影响。同时在基于动力可靠性优化设计中可以科学地忽略敏感系数较小的影响, 减少不确定分析的计算量。下面就基于证据理论的近断层脉冲型地震动不确定参数敏感性分析进行说明。

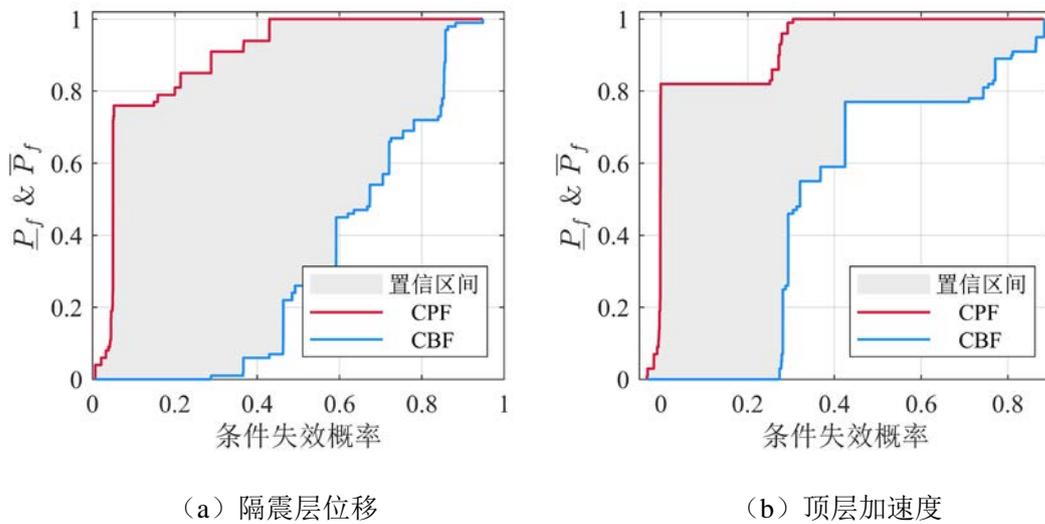


图 6.6 失效概率证据理论表达

对于隔震建筑来说, 建筑物顶层加速度和隔震层相对位移是描述其振动情况的重要指标。敏感性分析是通过改变输入参数来观察输出响应改变量的过程, 主要目的是分析不确定量对系统响应的影响程度, 因此对近断层脉冲型地震动参数进行敏感性分析时, 将基础隔震-惯容混合控制体系的不确定参数选取其名义值, 且确定设计参数值 $\mathbf{d} = [0.025\text{m}, 0.035\text{m}]^T$ 。分别考虑 $T = 20\text{s}$ 时, 隔震层位移响应在阈值为 $b_{\tau, u_b} = 0.2\text{m}$ 条件下的失效概率 P_{f, u_b} 和顶层加速度响应在阈值为 $b_{\tau, a_{top}} = 6\text{m/s}^2$ 条件下的失效概率 $P_{f, a_{top}}$ 。根据第 5 章中提出的证据理论下基于 SGLD-AK 方法, 建立失效概率 P_{f, u_b} 和 $P_{f, a_{top}}$ 关于随机激励模型参数 $\boldsymbol{\eta} = [T_p, N_c, T_{pk}, \varphi, \sigma_{\ln PGV_R}, \sigma_{V_{res}}]^T$ 的 Kriging 代理模型。采用微分演化区间优化技术进行不确定传播, 得到隔震层位移响应和顶层加速度响应的失效概率证据理论表达 (CBF 及 CPF) 如图 6.6 所示。

图 6.7 给出了敏感性分析结果, 从隔震层位移响应 u_b 和顶层加速度响应 a_{top}

的失效概率敏感性分析结果可以看出,对于两种响应的极限状态,速度脉冲的周期 T_p 、脉冲循环次数 N_c 和地面峰值速度关于断层距 R 的回归残差 $\sigma_{\ln PGV_R}$ 敏感系数值均较大;而脉冲出现的时间位置 T_{pk} 、脉冲相位角 ϕ 和回归残差 $\sigma_{V_{res}}$ 的敏感系数均接近于 0。由此可见, T_p 、 N_c 和 $\sigma_{\ln PGV_R}$ 对隔震层位移响应和顶层加速度响应的认知不确定性的影响程度较大,其余三项近断层脉冲型地震动模型参数的不确定性影响相对较小。因此,在后续的优化设计中,可只考虑 T_p 、 N_c 和 $\sigma_{\ln PGV_R}$ 的不确定性,其他不确定变量以确定的名义代替,从而减少不确定优化的计算量,即随机激励模型不确定参数 $\boldsymbol{\eta} = [T_p, N_c, \sigma_{\ln PGV_R}]^T$ 。

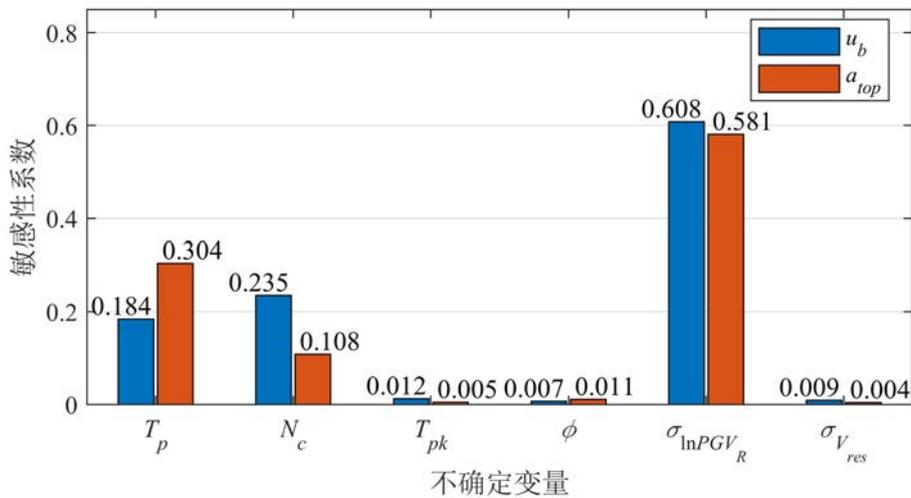


图 6.7 敏感性分析结果

图 6.8 和图 6.9 分别为 $T = 20\text{s}$ 时,隔震层位移响应在阈值为 $b_{\tau, u_b} = 0.2\text{m}$ 条件下的失效概率 P_{f, u_b} 和顶层加速度响应在阈值为 $b_{\tau, a_{top}} = 6\text{m/s}^2$ 条件下的失效概率 $P_{f, a_{top}}$ 关于随机激励模型不确定参数 $\boldsymbol{\eta} = [T_p, N_c, \sigma_{\ln PGV_R}]^T$ 的响应面。其中 (a)、(b)、(c) 分别为 T_p 、 N_c 和 $\sigma_{\ln PGV_R}$ 取名义值,其余两参数为不确定参数时得到的失效概率变化情况。失效概率响应面变化趋势与上述敏感性分析得到的三项不确定参数对结构体系响应极限状态的认知不确定性影响结论相同:对于隔震层位移响应 u_b 的失效概率的影响, $\sigma_{\ln PGV_R} > N_c > T_p$; 对于顶层加速度响应 a_{top} 失效概率的影响, $\sigma_{\ln PGV_R} > T_p > N_c$ 。

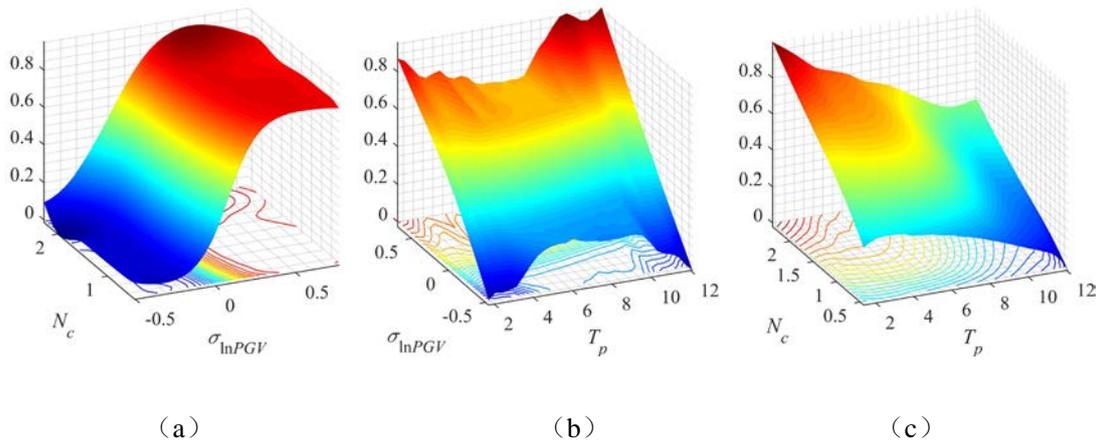


图 6.8 u_b 条件失效概率响应面

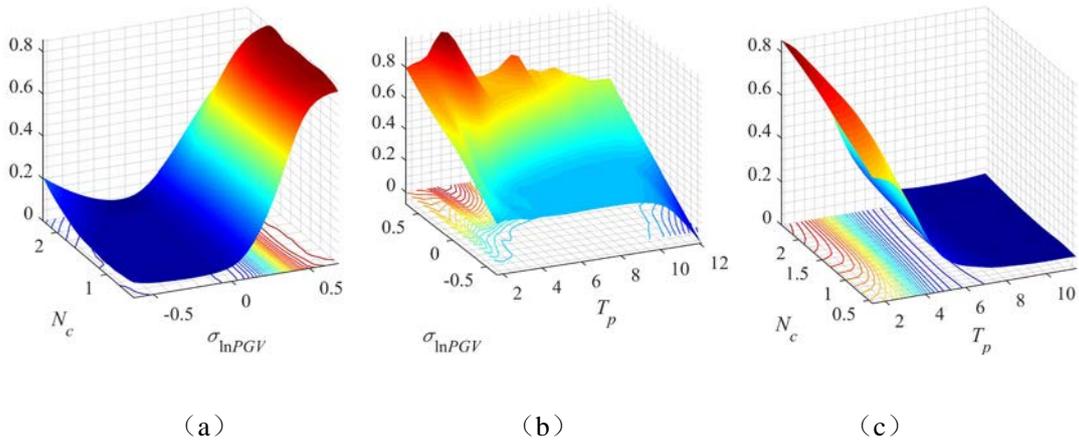


图 6.9 a_{top} 条件失效概率响应面

6.5 近断层脉冲型地震动下混合控制体系的动力可靠性优化框架

在考虑混合控制体系参数和近断层脉冲型地震动速度脉冲函数模型参数的认知不确定性，不确定变量是由不连续的证据理论形式表达；此外考虑近断层脉冲型地震动中高频加速度随机过程，采用前述章节中的随机函数进行模拟。根据上述分析，本章将三种来源的混合不确定下的混合控制体系动力可靠性优化转换为双环嵌套问题。在外环利用 SCEM 方法实现设计变量空间内寻找当前最优设计变量组合，在内环基于两级代理模型实现对应目标函数或约束条件在给定不确定变量的联合焦元区间内的上下界计算，采用上一章中基于极值理论的 AK-DE 方法进行动力可靠性分析。本章提出的近断层区域内考虑混合不确定的基础

隔震-惯容系统混合控制体系参数动力可靠性优化设计（HDRBDO）框架如图 6.10 所示。

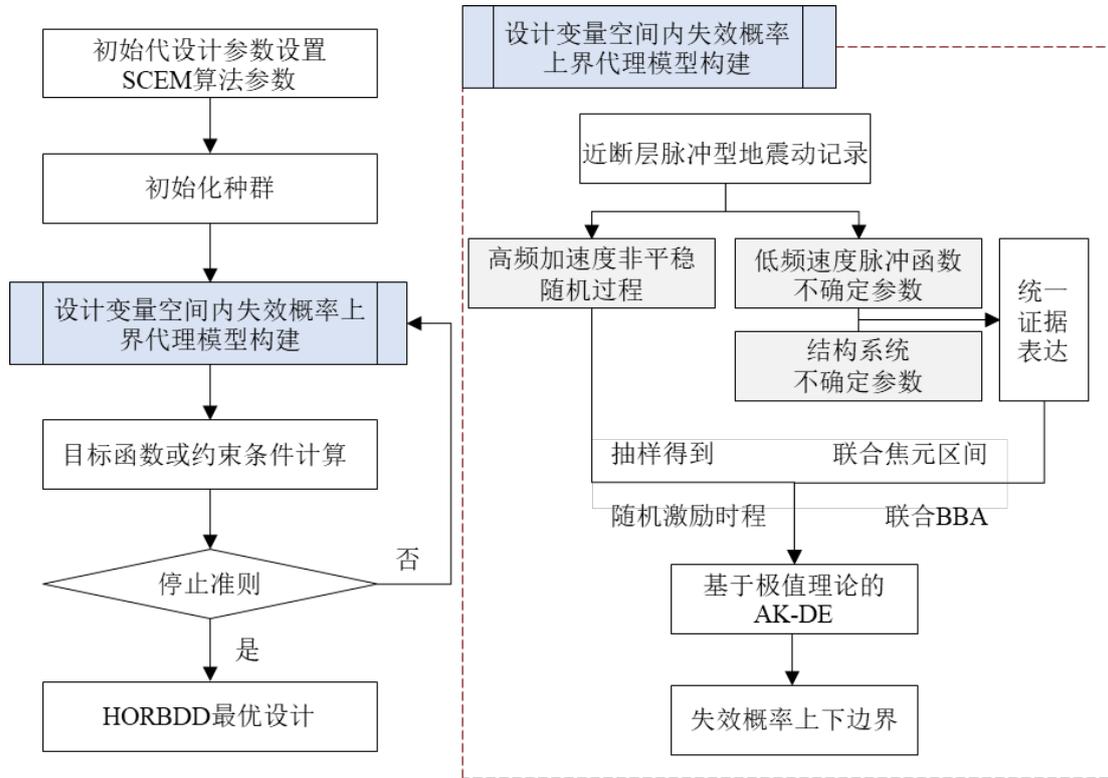


图 6.10 基于 SGLD-AK-DE 的 HDRBDO 框架

6.6 混合控制体系的动力可靠性优化分析

6.6.1 混合控制体系的单目标优化

(1) 优化问题数学模型

为了针对基础隔震与流体惯容混合控制结构在随机近断层脉冲型地震动作用下的振动响应进行优化分析，将隔震层位移响应的失效概率作为优化目标函数，同时考虑上部结构的加速度响应，使上部结构加速度保持减振水平的同时，控制隔震层位移在一定的可靠性范围内。

将 $T = 20\text{s}$ 时，隔震层位移响应在阈值为 $b_{\tau, u_b} = 0.25\text{m}$ 条件下的失效概率 P_{f, u_b} 定义为目标函数；考虑系统参数不确定性的混合控制体系，在随机近断层脉冲型地震动作用下顶层加速度响应满足在阈值为 $b_{\tau, a_{top}} = 6\text{m/s}^2$ 条件下，失效概率不超过临界失效概率 $\tilde{P}_{f, a_{top}} = 0.01$ 的可靠性要求建立约束条件。

将系统输入不确定参数 $\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2]^T$ 和 $\boldsymbol{\eta} = [T_p, N_c, \sigma_{\ln PGV_R}]^T$ 统一表达为

$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\eta}]$, 当考虑结构参数及激励模型参数的认知不确定性时, $\boldsymbol{\theta}_q^1$ 为包含不确定参数向量的联合焦元区间。利用条件失效概率的似然函数和信任函数来代替概率理论中的条件失效概率累积分布曲线, 得到真实失效概率的区间估计 $[\underline{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, T), \bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, T)]$ 。在动力可靠性为目标的优化设计中, 作为对动力可靠性的保守性估计, 选择失效概率上界 $\bar{P}_f(|b_\tau|, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, T)$ 作为目标函数。基于证据理论的动力可靠性优化问题可以表述为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T \\
 & \text{minimize } \bar{P}_{f,u_b}(0.25\text{m}, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, 20\text{s}) \\
 & \text{s.t. } \bar{P}_{f,a_{top}}(6\text{m/s}^2, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, 20\text{s}) < 0.01 \\
 & \quad 0\text{m} \leq r_{12} \leq 0.1\text{m} \\
 & \quad 0.2\text{m} \leq r_3 \leq 0.5\text{m}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

为了与概率理论作比较, 混合控制体系及随机近断层脉冲型地震动模型中的不确定参数服从近似概率分布, 基于概率理论的动力可靠性优化问题可以表述为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T \\
 & \text{minimize } P_{f,u_b}(0.25\text{m}, \mathbf{d}, \mathbf{x}, 20\text{s}) \\
 & \text{s.t. } P_{f,a_{top}}(6\text{m/s}^2, \mathbf{d}, \mathbf{x}, 20\text{s}) < 0.01 \\
 & \quad 0\text{m} \leq r_{12} \leq 0.1\text{m} \\
 & \quad 0.2\text{m} \leq r_3 \leq 0.5\text{m}
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

(2) 优化结果

根据本文提出的非线性随机系统动力可靠性优化设计框架, 首先在设计参数范围内通过拉丁超立方抽样均匀选取设计样本点, 在每一样本点上分别构建目标函数和约束条件的第二级条件失效概率代理模型:

$$\begin{aligned}
 & \text{Kriging}_{\text{II},u_b}^{(i)} : \left\{ \mathbf{x} \rightarrow P_{f,u_b}^{\text{con}}(0.25\text{m}, \mathbf{d}^{(i)}, \mathbf{x}, 20\text{s}) \right\} \\
 & \text{Kriging}_{\text{II},a_{top}}^{(i)} : \left\{ \mathbf{x} \rightarrow P_{f,a_{top}}^{\text{con}}(6\text{m/s}^2, \mathbf{d}^{(i)}, \mathbf{x}, 20\text{s}) \right\}
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

构建第一级设计空间内的目标函数和约束条件的失效概率代理模型。在证据理论下, 采用微分演化区间优化技术在第二级代理模型上进行不确定传播, 获得每一组设计变量对应的失效概率上界作为输出:

$$\begin{aligned} \text{Kriging}_{1,u_b}^{\text{HDRBDO}} &: \{\mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_{f,u_b}(0.25\text{m}, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, 20\text{s})\} \\ \text{Kriging}_{1,a_{top}}^{\text{HDRBDO}} &: \{\mathbf{d} \rightarrow \bar{P}_{f,a_{top}}(6\text{m/s}^2, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, 20\text{s})\} \end{aligned} \quad (6.20)$$

证据理论下得到的目标函数和约束条件的第一级失效概率上界代理模型的响应面如图 6.11 所示。

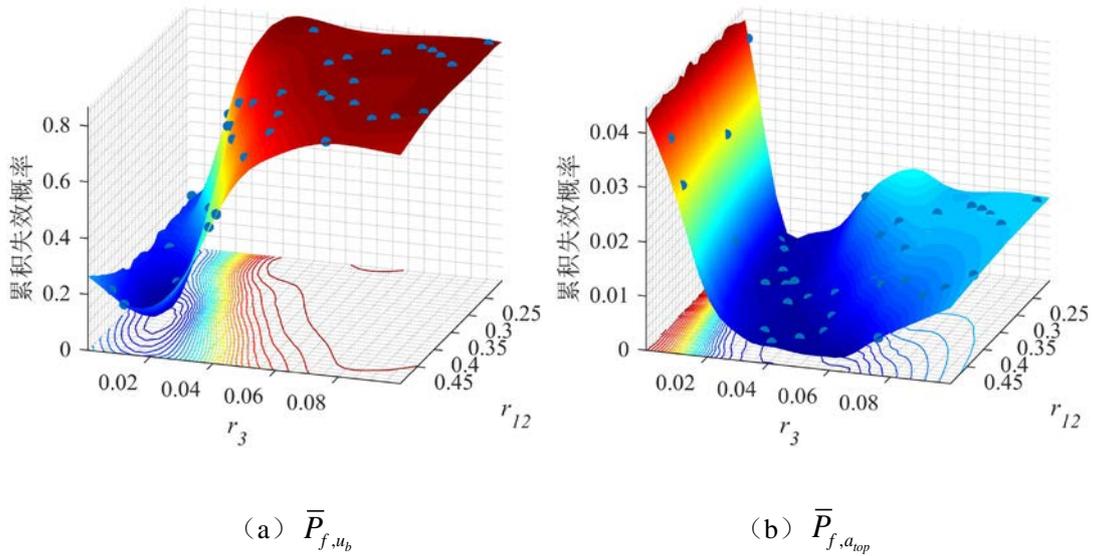


图 6.11 证据理论下第一级代理模型响应面

基于上述第一级失效概率代理模型代替目标函数计算，采用 SCEM 算法进行参数优化设计。SCEM 算法参数：复合形个数(序列数) $q = 20$ ，样本点数 $s = 400$ 。证据理论下优化过程收敛情况如图 6.12 所示，各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 6.13 和图 6.14 所示。混合控制体系中惯容系统参数优化结果见表 6.5。

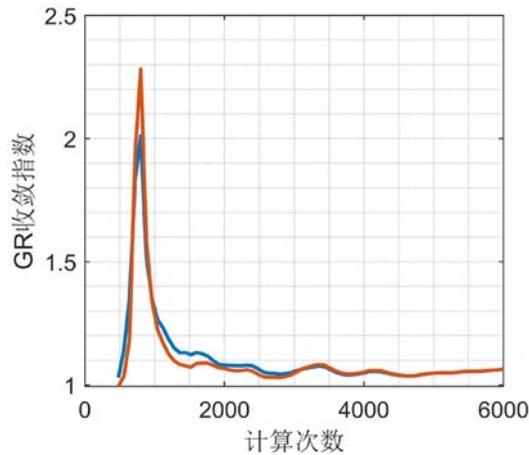


图 6.12 HDRBDO 收敛过程

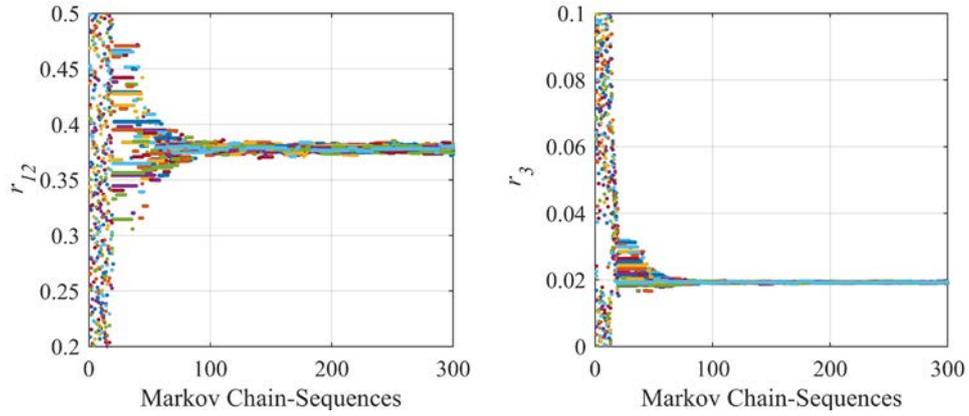


图 6.13 HDRBDO 各参数的马尔可夫链

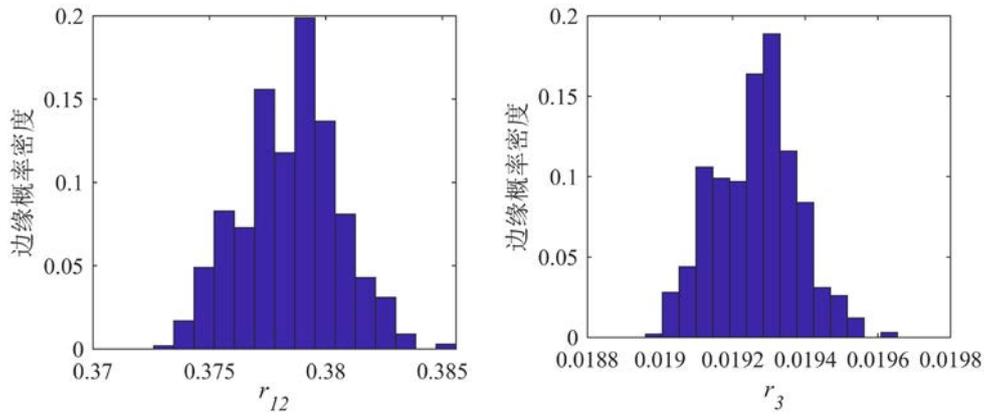


图 6.14 HDRBDO 各参数边缘概率分布

在概率理论中，通过 MCS 方法在每一个第二级条件失效概率代理模型上进行不确定传播计算得到每一组设计变量对应的结构系统失效概率作为输出，这里直接给出基于概率理论的约束条件第一级代理模型和优化过程收敛情况如图 6.15 所示，各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 6.16 和图 6.17 所示。混合控制体系中惯容系统参数优化结果见表 6.5。

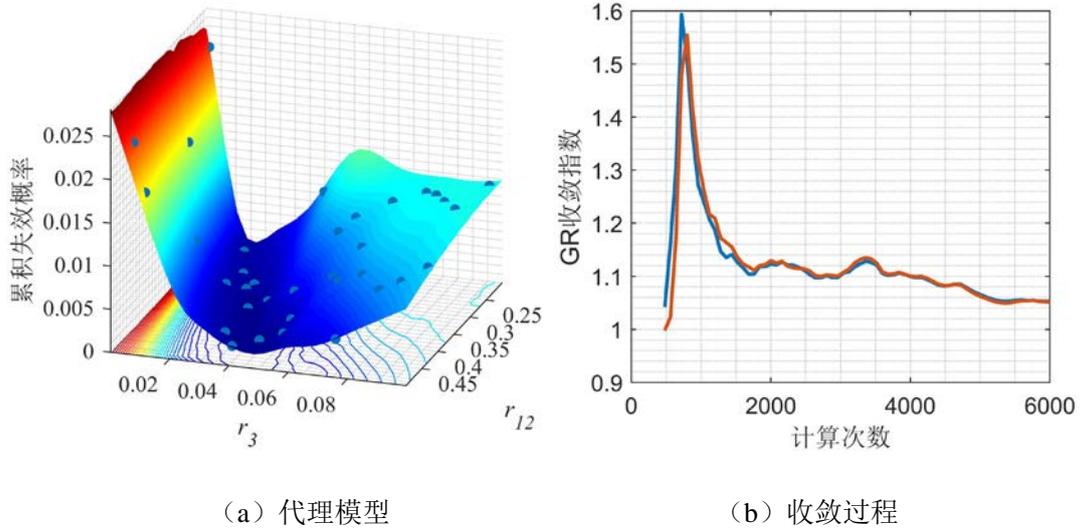


图 6.15 DRBDO 约束条件第一级代理模型及收敛过程

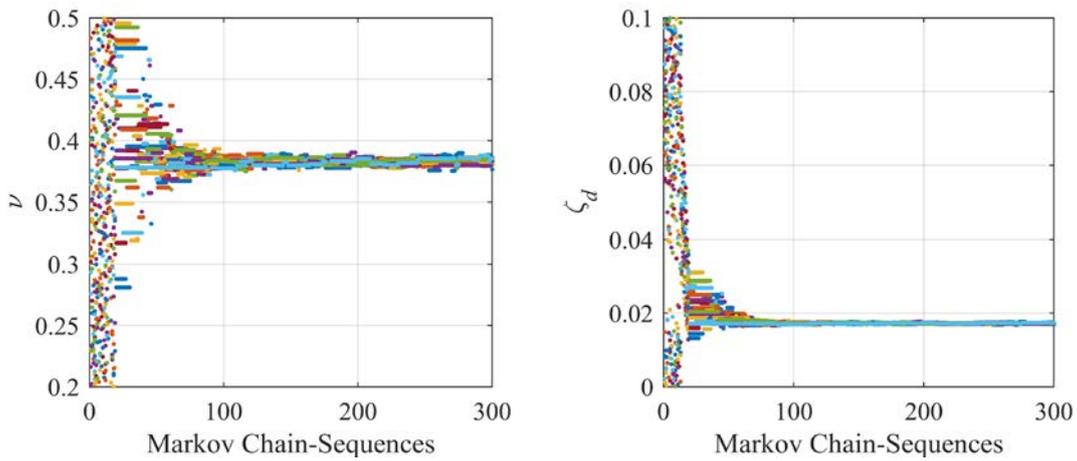


图 6.16 DRBDO 各参数的马尔可夫链

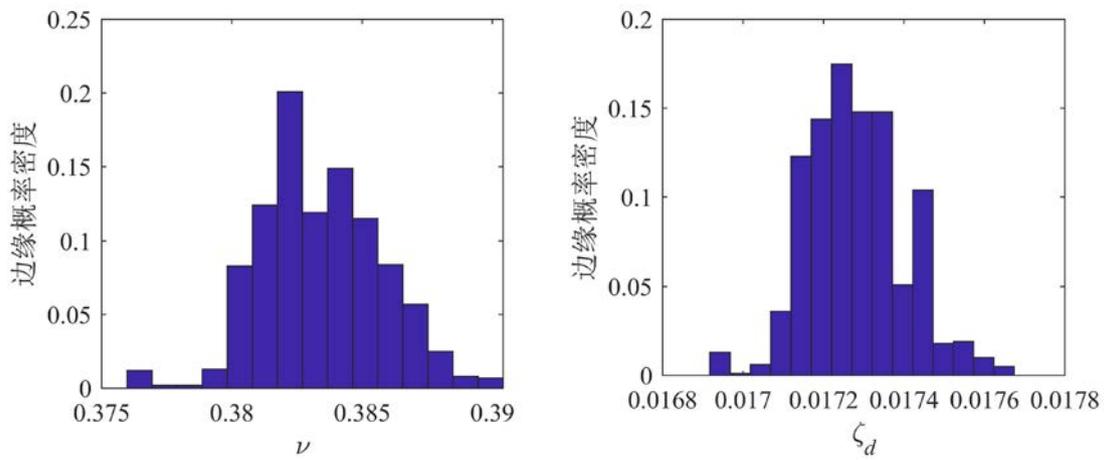


图 6.17 DRBDO 各参数边缘概率分布

表 6.5 优化结果

	r_{12}	r_3	目标函数值	约束条件验算
HDRBDO	0.3780	0.0192	$\bar{P}_{f,u_b} = 0.0128$	$\bar{P}_{f,a_{top}} = 0.0099$
概率 DRBDO	0.3829	0.0173	$P_{f,u_b} = 0.0074$	$\bar{P}_{f,a_{top}} = 0.0203$

将混合控制体系在混合不确定下和概率理论下的优化结果,进行随机近断层脉冲型地震动激励下的约束条件验算。考虑图 6.4 和表 6.4 中所示近断层脉冲型地震动模型参数与混合控制体系参数的认知不确定性,验算得到的约束条件顶层加速度失效概率上界 $\bar{P}_{f,a_{top}}(6\text{m/s}^2, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^1, 20\text{s})$ 如表 6.5 所示。

观察混合控制体系动力可靠性优化结果可知,基于混合动力可靠性的隔震层位移失效概率优化结果为 $\bar{P}_{f,u_b} = 0.0128$, 大于基于概率理论的优化结果 $P_{f,u_b} = 0.0074$ 。但是从动力可靠性约束条件来看, HDRBDO 优化结果验算得到的顶层加速度失效概率为 0.0099, 满足 $\bar{P}_{f,a_{top}} < \tilde{P}_{f,a_{top}} = 0.01$ 的约束条件, 而在无任何假设且依据有限信息分布得到的地震激励参数与混合控制体系参数 BBA 结构下的概率理论优化结果失效概率为 0.0203, 大于约束条件限制的临界失效概率 $\tilde{P}_{f,a_{top}} = 0.01$ 。可以预测在工程优化设计过程中, 基于概率理论的动力可靠性优化结果的真实失效概率很大程度上会超过失效概率限值, 导致优化结果不具备所要求的可靠性。但是, 本文提出的 HDRBDO 以失效区间测度上限代替传统概率值可以避免由于错误估计概率参数而造成优化结果的偏差, 为设计人员提供了一种在信息不完备, 认知水平有限等情况下仍能满足可靠度要求的新方法。

6.6.2 混合控制体系的多目标优化

在单目标优化问题中, 人们仅关注一个目标, 通常是工程的一次性投资, 故以结构材料总消耗量或者结构的总重量为优化目标。然而在实际工程应用中, 人们更希望得到多个目标均能达到最优的设计方案, 最为突出的是结构的经济性与安全可靠, 既希望结构所使用的材料少, 造价最低, 又要求结构在不确定影响下具有较大的可靠性。由于可靠性大的结构往往造价高, 而造价低的结构通常可靠性较差, 两者之间是相互矛盾的, 即寻找一个对所有目标都是最优的解是非常困难的, 因而必须在这些设计目标之间取一组最优折衷的均衡解。这种多于一个的数值目标在给定区域上的最优化问题一般称为多目标优化 (Multiobjective Optimization Problem)。

在混合控制体系中隔震层的位移响应与上部结构的加速度响应存在一定的

制衡关系, 当其中一指标取在最优值时, 另一指标并非处于最优情况, 甚至可能存在放大的风险。若只追求惯容系统对隔震层位移的控制效果, 可能会导致在隔震层位移有效减小的同时, 上部结构加速度响应随之放大, 这会使隔震建筑的地震响应控制在整体上得不偿失。要使隔震层位移响应 u_b 和顶层加速度响应 a_{top} 的失效概率同时达到最优值是不可能的, 而只能在两者之间进行协调、折中处理, 使各个性能指标都尽可能地达到最优化。

因此, 需要考虑针对性能指标 P_{f,u_b} 和 $P_{f,a_{top}}$ 的双目标优化, 这与单目标优化问题有所不同, 多目标优化的解并非唯一解, 而是存在一组由众多 Pareto 最优解组成的最优解集合, 集合中的各个元素称为 Pareto 最优解或非劣最优解。由于隔震层位移指标与上部结构加速度指标之间相互冲突, 不存在同时满足两者最优的解, 因此需要寻求一系列的 Pareto 最优解, 使得任一指标在不损害另一指标的前提下达到最优, 由这些最优设计点组成的曲线即构成 Pareto 前沿。

(1) 优化问题数学模型

考虑近断层脉冲型地震激励及结构系统的混合不确定性, 在基于证据理论的结构可靠性优化设计中, 引入多目标优化思想, 将用于描述结构动力可靠性的两失效概率指标 P_{f,u_b} 和 $P_{f,a_{top}}$ 同时作为优化目标函数, 可以实现使上部结构加速度保持减振水平的同时, 控制隔震层位移在一定的可靠性范围内。基于这样的鲁棒性优化思想, 本节将基于证据理论不确定测度表达的可靠性约束 $P_{f,a_{top}}$ 转化为第二个优化目标, 建立了两目标鲁棒性优化设计数学模型, 其表达式如下:

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T \\
 & \text{minimize } \left[\bar{P}_{f,u_b}(b_{\tau,u_b}, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^I, T), \bar{P}_{f,a_{top}}(b_{\tau,a_{top}}, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^I, T) \right] \\
 & \text{s.t. } 0\text{m} \leq r_{12} \leq 0.1\text{m} \\
 & \quad 0.2\text{m} \leq r_3 \leq 0.5\text{m}
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

式中, $\mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T$ 为混合控制体系中惯容系统设计变量, 不确定参数向量 \mathbf{x} 为近断层脉冲型地震激励及结构系统的混合不确定性统一表达 $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\eta}] = [a_1, a_2, T_p, N_c, \sigma_{\ln PGV_R}]^T$, 目标函数为根据不确定参数向量的联合焦元区间得到的真实失效概率区间估计的上界。

(2) 优化结果

图 6.18 是当隔震层位移响应阈值固定为 $b_{\tau,u_b} = 0.25\text{m}$, 不同的顶层加速度响应阈值 $b_{\tau,a_{top}}$ 条件下, 关于失效概率指标 P_{f,u_b} 和 $P_{f,a_{top}}$ Pareto 前沿。这些 Pareto 前沿可以对流体惯容系统在隔震层位移控制和上部结构加速度控制两者之间提供

一个全面的权衡方案，以针对不同的实际控制需要选择合适的最优设计参数。

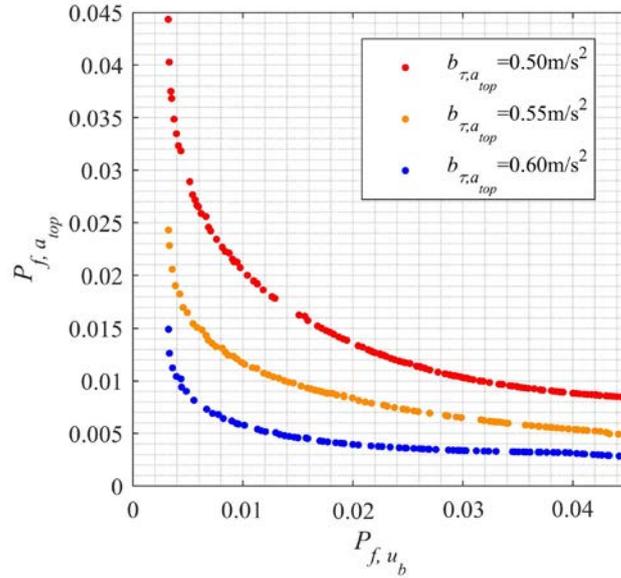


图 6.18 Pareto 前沿

从图 6.18 中可以看出隔震层位移响应与上部结构加速度响应之间存在制约关系，当追求其中一个性能指标最优时，会使另一性能指标有所损失。在隔震系统对上部结构加速度起到控制作用的同时，可以利用惯容系统有效减小隔震层的位移响应。但是盲目追求隔震层位移响应的最优化也是不可取的，由于指标 P_{f,u_b} 和 $P_{f,a_{top}}$ 之间的制约关系，可以看到当指标 P_{f,u_b} 尽量减小的同时，会导致指标 $P_{f,a_{top}}$ 不断增大，在一定程度上牺牲了隔震系统对上部结构加速度的控制作用，当指标 $P_{f,a_{top}}$ 过大时，上部结构的加速度响应极值的失效概率将不满足可靠性设计要求，对整个混合控制体系来说将会是不利的。

在决定最优设计参数取值方案时，可以根据实际性能需要选择不同的隔震层位移及顶层加速度响应控制可靠性标准。图 6.19 表示了不同加速度响应阈值和隔震层位移失效概率控制标准下，相对应的最优设计参数取值及其变化情况。顶层加速度响应失效概率的控制标准越严格，对应的液压缸有效半径 r_{12} 、螺旋管内半径 r_3 取值也越大，这意味着将需要更大的流体惯容系统制造成本。因此，在进行惯容系统设计时，应综合考虑实际减震性能需求和制造成本，选择适当的性能指标控制标准。

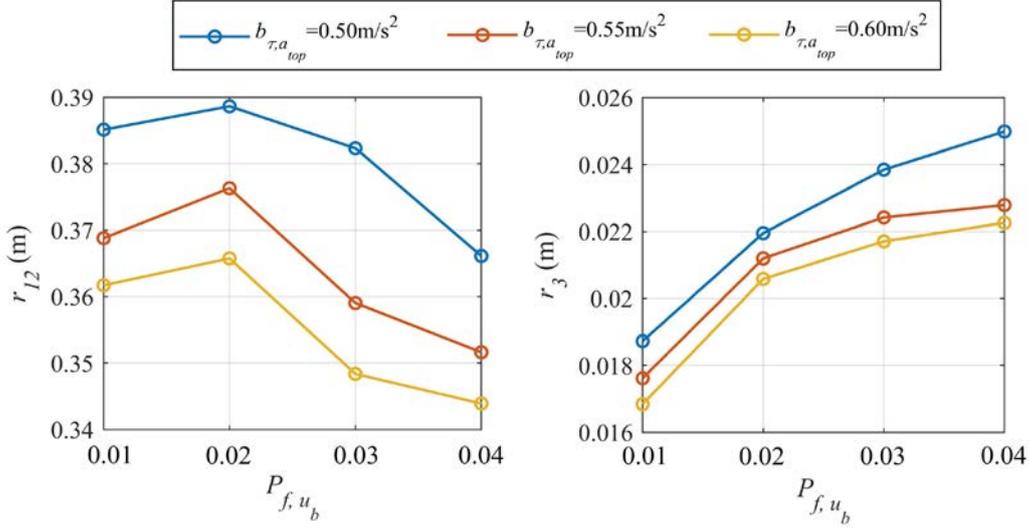


图 6.19 不同控制标准下的最优设计参数

6.6.3 动力可靠性优化设计验证分析

选取相同的顶层加速度响应控制可靠性标准，对隔震层位移响应控制效果进行优化，将本文提出的优化方法与基于传统 H_2 方法的优化结果进行对比分析，验证 HDRBDO 方法在考虑结构系统与地震激励混合不确定性的混合控制体系优化设计中的鲁棒性。并且为了对以上优化方法进行验证，体现流体惯容与基础隔震混合控制体系的实际有效性，通过在一系列实际地震动记录下开展非线性时程分析，对基础隔震与流体惯容混合控制体系的实际减震性能进行检验。

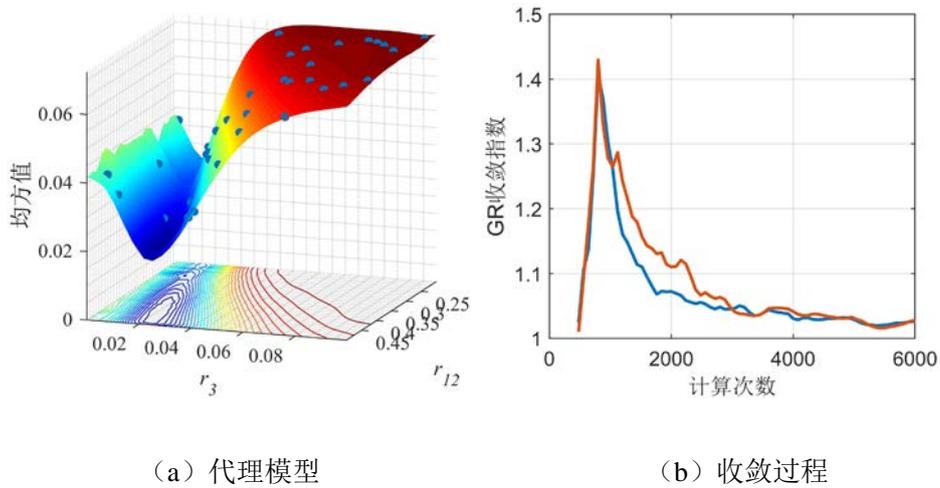
如第 4 章中线性结构系统动力可靠性优化设计所述，传统的 H_2 方法通过优化随机激励下的结构响应方差，从能量的角度对结构响应进行控制。然而由于流体惯容的非线性特性， H_2 优化过程相比一般线性系统的优化要更为复杂，需要将阻尼系数的统计线性化计算流程加入最优解的数值搜索程序中，这意味着在优化算法中隐含了一系列迭代过程。

在 H_2 方法中，随机近断层脉冲型地震动通过加速度功率谱进行模拟，选取与前述优化过程相同的集集地震记录数据库，文献^[260]中拟合得到的近断层地震动功率谱为：

$$S_g(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 + \left(\frac{1}{\Gamma}\right)^2} \cdot \frac{1 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \cdot S_0 \quad (6.22)$$

式中， $\omega_g = 1.4494 \text{ rad/s}$ ， $\xi_g = 3.2122$ ， $\Gamma = 3.1289 \text{ s/rad}$ ， $S_0 = 3.51 \text{ m}^2/\text{s}^3$ 。考虑地震

激励的随机性及结构系统参数的认知不确定性,由于非线性混合控制体系的统计线性化方法在第3章中已有详细介绍,这里直接给出在设计变量空间内,隔震层位移响应均方值的 Kriging 代理模型响应面如图 6.20 (a) 所示。顶层加速度响应控制仍选取可靠性标准: 阈值为 $b_{\tau,a_{top}} = 6\text{m/s}^2$ 条件下,失效概率不超过临界失效概率 $\tilde{P}_{f,a_{top}} = 0.1$ 。优化过程收敛情况如图 6.20 (b) 所示,各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 6.21 和图 6.22 所示。对设计变量后验分布取均值,得到设计变量优化结果为 $\mathbf{d}_{opt}^{H_2} = [r_{12}, r_3]^T = [0.423, 0.0199]^T$ 。



(a) 代理模型 (b) 收敛过程

图 6.20 隔震层位移响应均方值代理模型及收敛过程

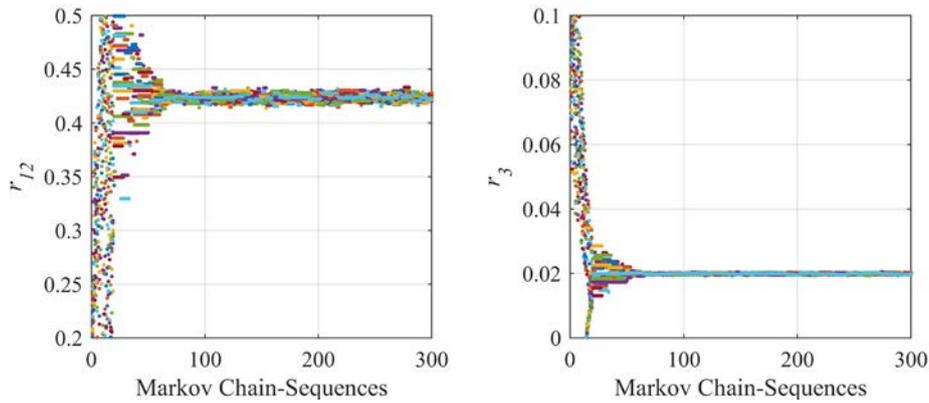
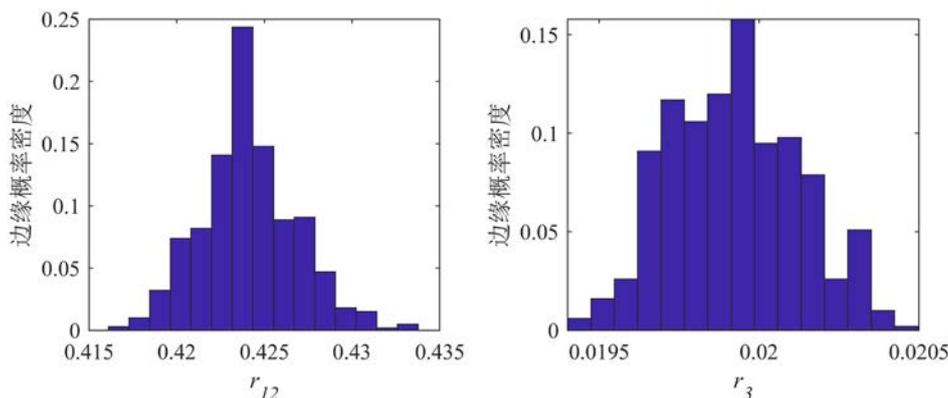
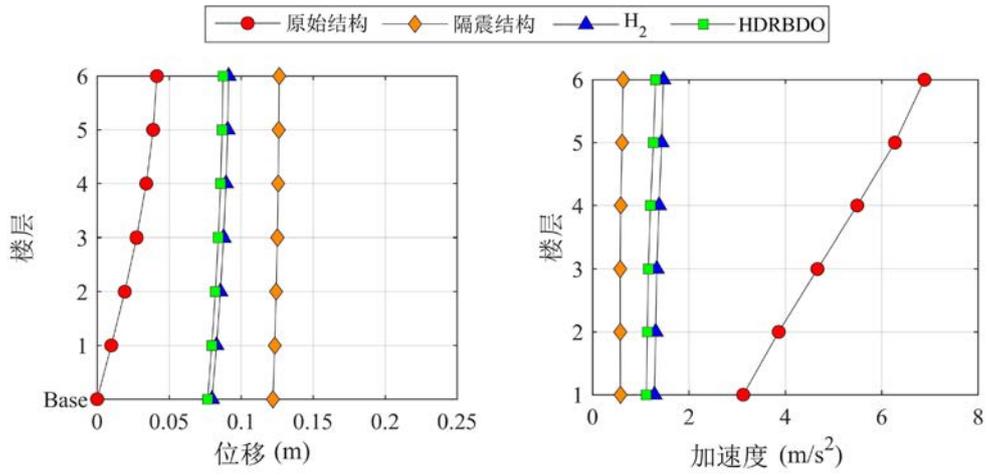


图 6.21 基于 H_2 优化的各参数马尔可夫链

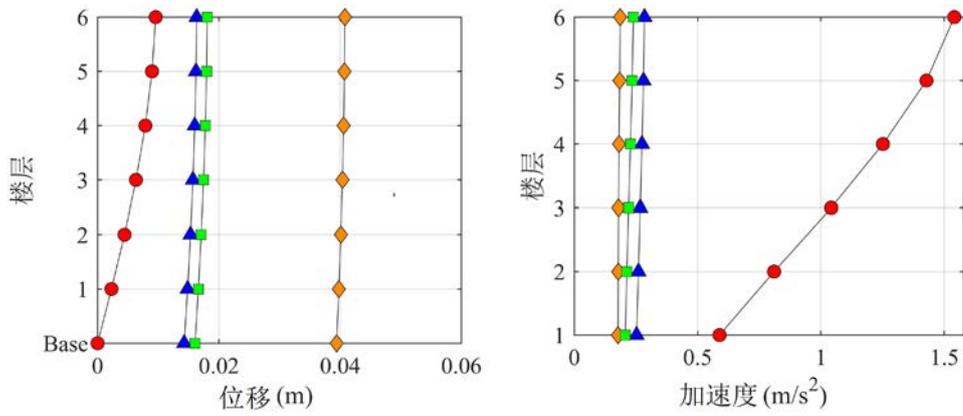
图 6.22 基于 H_2 优化的各参数边缘概率密度

相应地，选取相同的顶层加速度响应控制失效概率标准 $\tilde{P}_{f,a_{top}} = 0.01$ ，对隔震层位移响应控制效果进行优化。根据本文提出的 HDRBDO 方法，目标函数 $\bar{P}_{f,u_b}(0.25m, \mathbf{d}, \mathbf{x}_q^I, 20s)$ 的第一级代理模型如 6.6.1 节中图 6.11 所示。优化收敛过程和各参数的马尔可夫链和边缘概率密度分别如图 6.21 和图 6.22 所示。对设计变量后验分布取均值，得到设计变量优化结果为 $\mathbf{d}_{opt}^{HDRBDO} = [r_{12}, r_3]^T = [0.378, 0.0192]^T$ 。

选取第 4 章中的 3 组即近断层脉冲型地震动 (NF-P)、近断层无脉冲型地震动 (NF-NP) 和远场地震动 (FF)，共计 60 条强震记录用于混合控制体系的时程分析。将所有地震动记录按照峰值加速度归一化处理，取统一峰值加速度 $PGA = 0.3g$ ，以更好地反映不同地震动频谱特性对结构系统的影响。采用四阶 Runge-Kutta 法，计算原始基础固定抗震结构、无控隔震结构和基础隔震-惯容混合控制体系在各类地震作用下的时程响应，其中混合控制体系设计参数 $\mathbf{d} = [r_{12}, r_3]^T$ 分别选取 H_2 方法和 HDRBDO 方法优化结果，结构系统的不确定参数按照表 6.4 中 $\boldsymbol{\theta} = [\gamma_1, \gamma_2, a_1, a_2]^T$ 的 BBA 结构，采用 10^5 次 MCS 方法对两种优化设计下的隔震层位移响应 u_b 进行统计分析。对混合控制体系各楼层位移和楼层绝对加速度进行统计分析，并计算响应指标 u_b 和 a_{top} 在每组 20 条地震波下的平均最大值和平均均方根值，以评价混合控制体系在不同类地震激励下的减震性能。图 6.23、图 6.24 和图 6.25 分别是近断层脉冲型地震波、近断层无脉冲型地震波和远场地地震波作用下的结构振动响应情况。

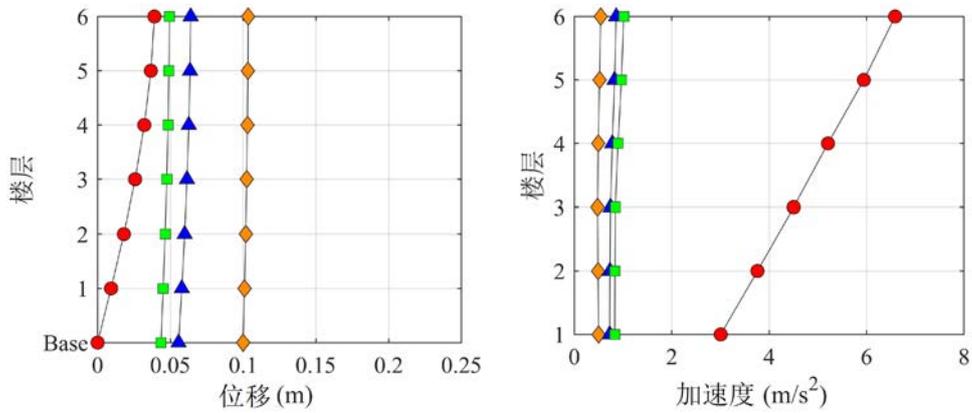


(a) 最大值

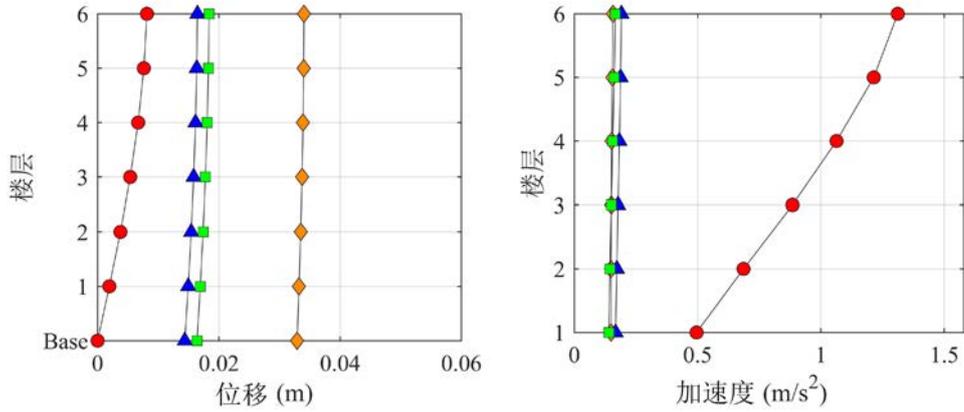


(b) 均方值

图 6.23 远场地震动作用下混合控制系统时程分析结果

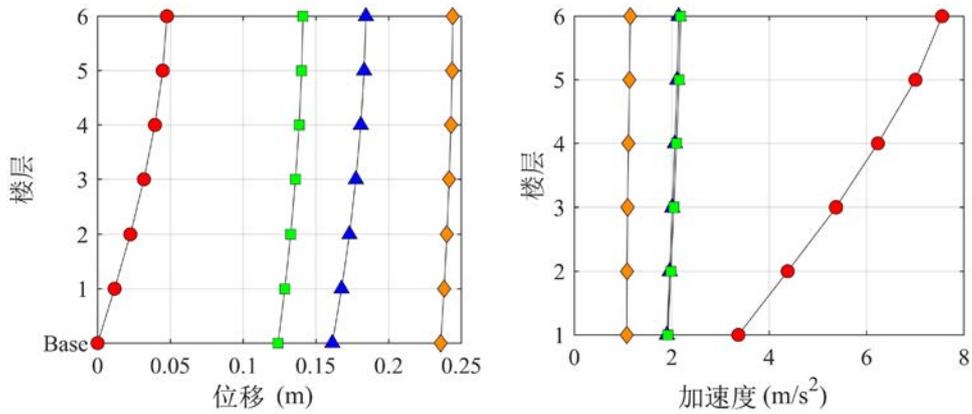


(a) 最大值

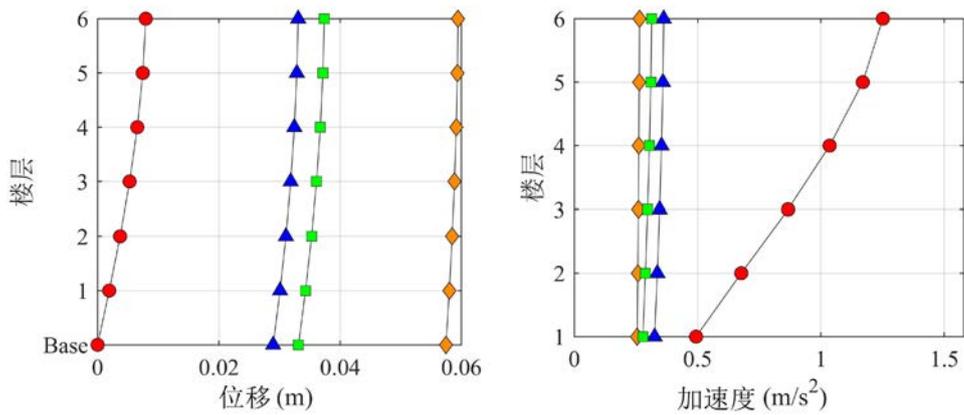


(b) 均方值

图 6.24 近断层无脉冲型地震动作用下混合控制系统时程分析结果



(a) 最大值



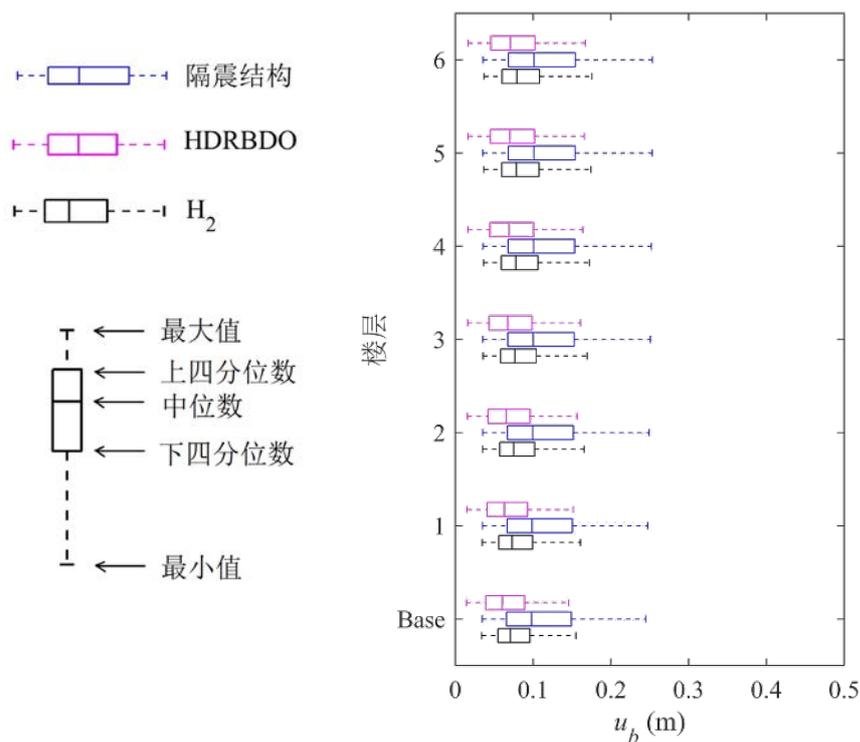
(b) 均方值

图 6.25 近断层脉冲型地震动作用下混合控制系统时程分析结果

从 3 组地震动下时程分析统计结果图中可以看出，相比于原始结构(红色线)的地震响应，隔震结构(橙色线)的上部结构加速度响应明显降低，层间位移响

应也明显减小，但同时在隔震层（Base）处集中了很大的位移响应，在近断层脉冲型地震波下最大可达 0.24m。采用流体惯容系统与基础隔震系统进行混合控制， H_2 方法优化结果（蓝色线）和 HDRBDO 优化结果（绿色线）的时程分析结果均表明，隔震层的位移响应获得明显减轻，基本减幅可以达到 40%-50%。同时，混合控制结构的加速度响应也控制在合理水平，其中加速度响应均方值基本与无控隔震结构保持不变，而加速度响应最大值有少量增加，但对于原始抗震结构来说仍控制在合理范围内。说明基础隔震与流体惯容混合控制体系达到了其预期目标，一方面通过隔震系统减轻了上部结构加速度响应，另一方面通过流体惯容系统减轻了隔震层位移响应。

图 6.26 给出了隔震结构、 H_2 方法优化混合控制结构、HDRBDO 优化混合控制结构在三组地震动作用下的隔震层位移极值箱线图，反映出地震激励的不确定性和结构系统参数的不确定性造成隔震层位移响应极值的波动性。对比各图中 u_b 最大值结果可知，基础隔震结构在近断层脉冲型地震波下的响应远大于其在非脉冲地震波及远场地地震波作用下的响应，这与原始抗震结构的地震表现有明显差异，验证了近断层脉冲型地震波对基础隔震结构的不利影响。而采用混合控制后，流体惯容系统在近断层地震和远场地地震作用下的减震性能表现稳定，其中采用 HDRBDO 方法优化后的混合控制体系在近断层脉冲地震波下位移响应最大值减幅达到 40.87%，说明流体惯容装置可以有效改善隔震结构在近断层脉冲型地震下的振动性能。



(a) 远场

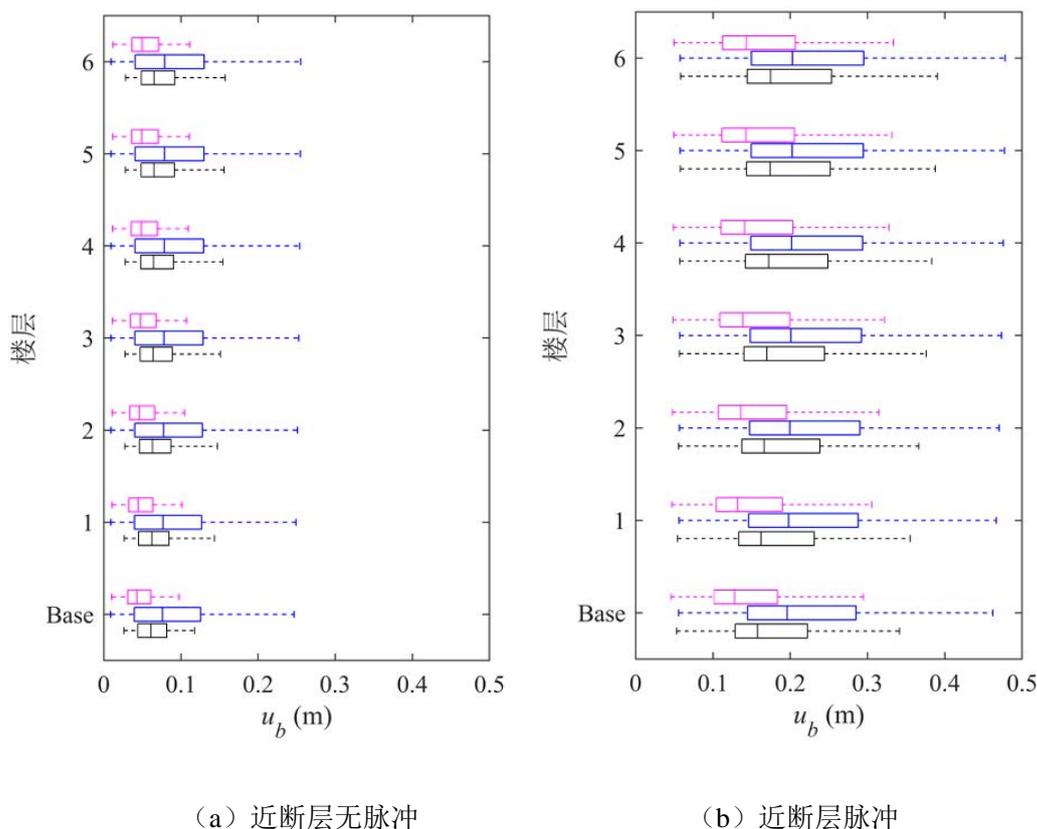
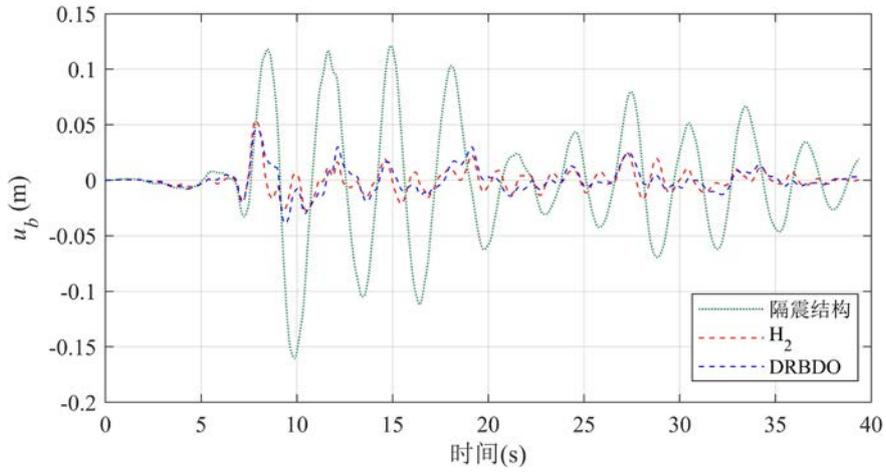


图 6.26 隔震层位移极值箱线图

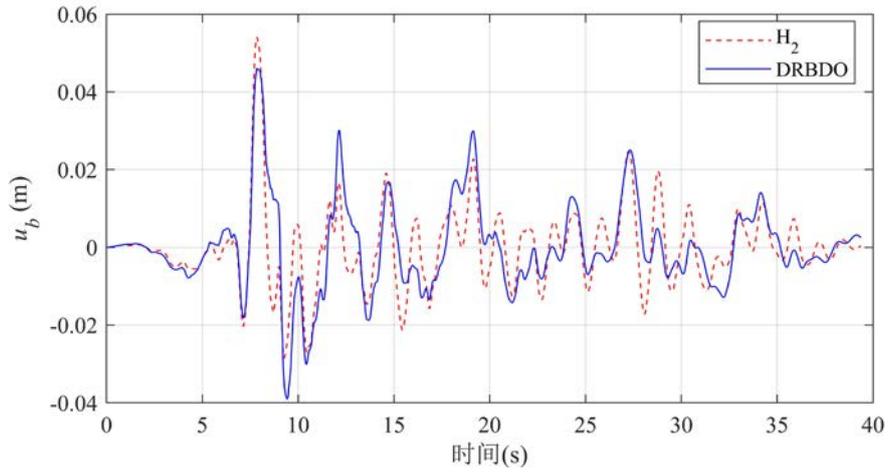
下面重点对采用 H_2 方法和 HDRBDO 方法进行优化设计时, 各响应指标控制情况进行对比。两种方法优化后的混合控制体系在每组地震动下加速度响应 a_{top} 的平均最大值和均方值基本一致, 这是由于在两种方法优化过程中选取相同的顶层加速度响应控制失效概率标准。在 3 组地震动激励下, 采用 H_2 方法表现出对 u_b 的均方值更好的控制效果, 而 HDRBDO 方法则更有效地改善了隔震结构在地震动作用下隔震层位移 u_b 极值响应。特别是在对基础隔震结构的更为不利的近断层脉冲型地震动作用下, 采用 HDRBDO 方法优化后的混合控制体系在近断层脉冲地震波下位移响应平均最大值减幅达到 50.87%, 而 H_2 方法优化设计位移响应平均最大值减幅仅为 34.42%。与之相反, H_2 方法优化设计对均方值控制减幅为 49.12%, 大于 HDRBDO 方法均方值减幅 43.85%。以上结果表明, H_2 方法从能量的角度对结构响应方差进行有效控制, 而从结构优化设计的可靠性角度出发, HDRBDO 方法对于结构系统响应极值具有更好的控制效果, 有效减小响应的失效概率指标, 满足非线性结构系统优化设计的可靠性要求。

为了对上述结果进行更具体地分析说明, 在较为不利的 NF-P 组和 NF-NP 组地震动记录时程分析结果中, 分别选取 1 条有代表性的地震响应时程计算不确定参数为名义值时的结构系统响应。图 6.27 和图 6.28 分别是近断层脉冲型地震动

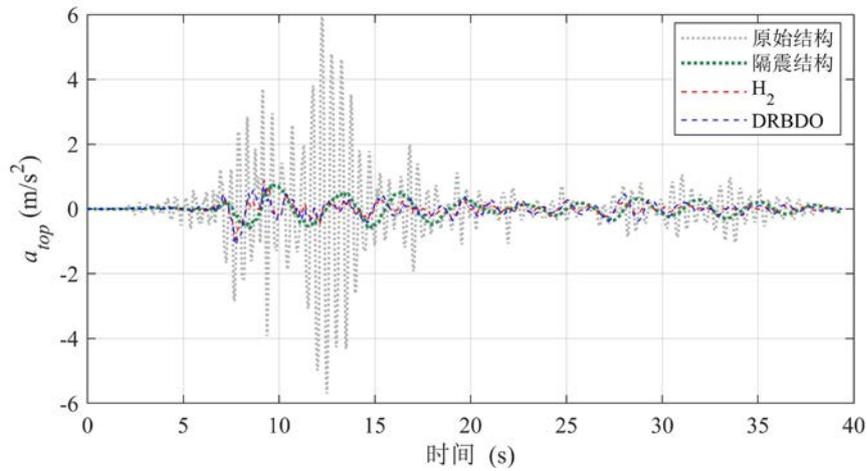
和近断层无脉冲型地震动作用下的响应时程曲线与力-位移滞回曲线。



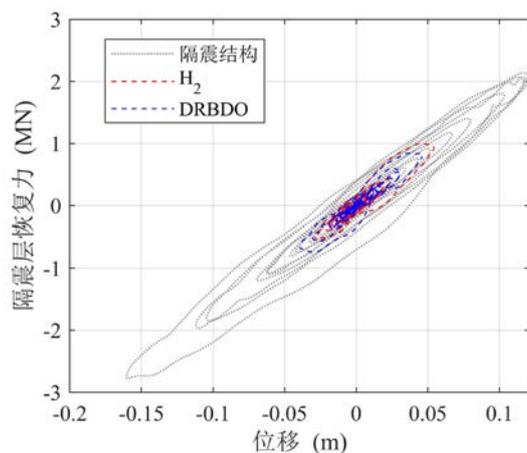
(a) 隔震层位移



(b) 隔震层位移优化结果对比

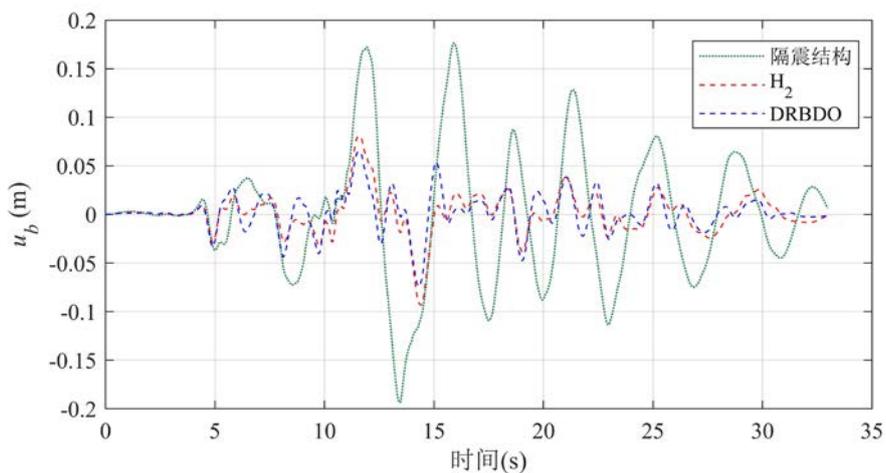


(c) 顶层加速度

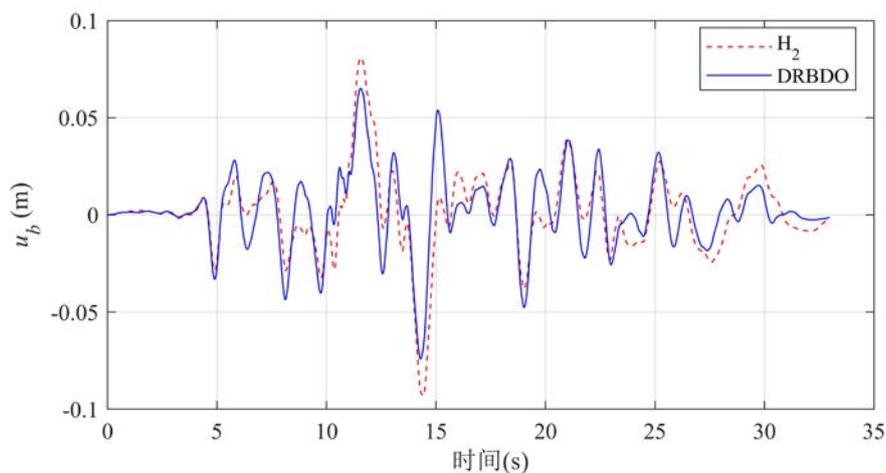


(d) 隔震层滞回曲线

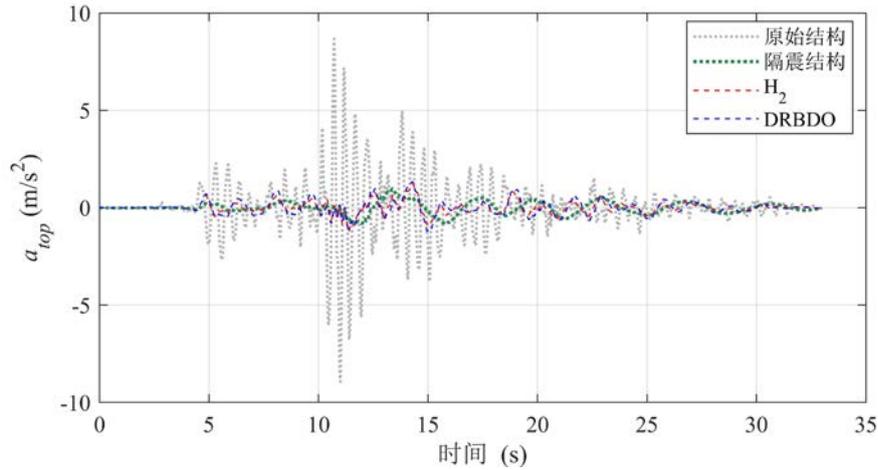
图 6.27 第 18 条近断层脉冲型地震动记录作用下混合控制系统响应分析



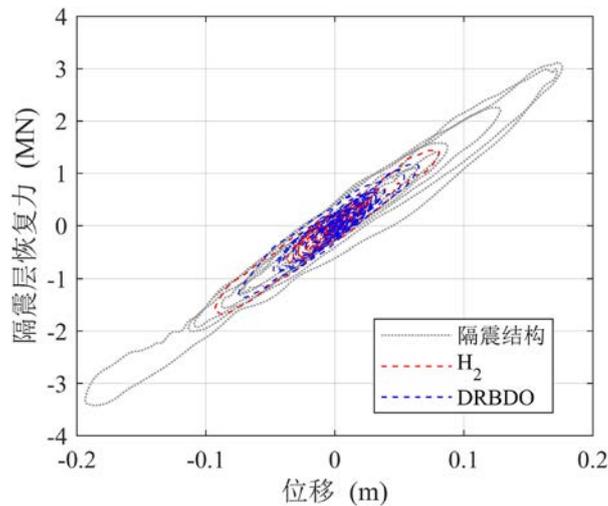
(a) 隔震层位移



(b) 隔震层位移优化结果对比



(c) 顶层加速度



(d) 隔震层滞回曲线

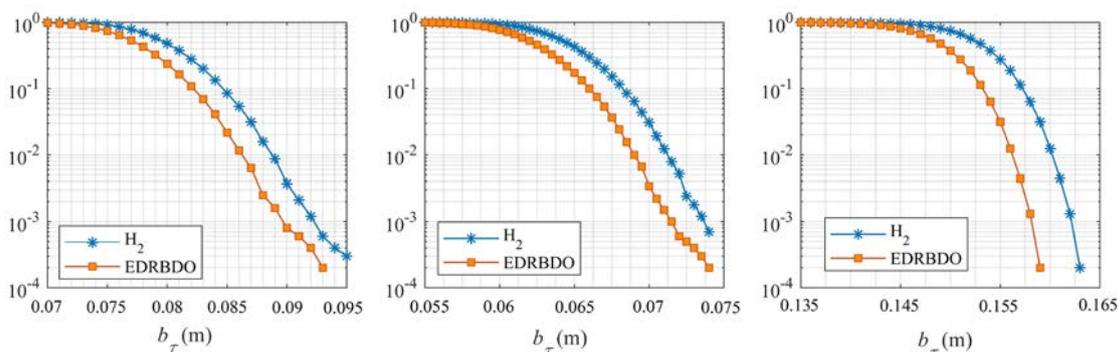
图 6.28 第 2 条近断层无脉冲型地震动记录作用下混合控制系统响应分析

对于近断层脉冲型地震作用，从图 6.27 中可以清楚地观察到脉冲响应，由于强烈的地震激励集中发生在短时间内，结构响应也在短时间内集中发生。同时可以看到，隔震结构的顶层加速度响应 a_{top} 比原始基础固定结构有明显减轻，并且采用流体惯容系统进行混合控制后，隔震层位移响应 u_b 也得到了有效控制。虽然在 8s 后的大部分时间范围内，HDRBDO 方法优化结果得到的响应 u_b 大于 H_2 方法 u_b 时程分析结构，然而在脉冲响应发生的时刻，即响应 u_b 峰值出现时刻，HDRBDO 对隔震层位移响应极值表现出更加有效的控制效果。对于其余未画出的地震时程计算结果，也具有上述类似的情况。

另外，各条地震动作用下隔震层的滞回曲线表示隔震层出力（包括阻尼力与恢复力）随隔震层位移的变化情况。隔震结构的耗能主要集中于隔震层，隔震层

位移响应越大，相应的滞回环也就越大。可以看出，在相同的地震动激励下基础隔震-惯容混合控制系统的滞回环要比传统隔震结构的滞回环小得多。这证实了流体惯容系统可以使隔震结构的能量响应分布得到改善，部分地震输入能量将被流体惯容系统有效地耗散。通常情况下，较小的滞回环代表了在隔震结构中使用数量更少、尺寸更小的隔震支座，这意味着隔震装置的成本需求有所降低，从而弥补了因设置流体惯容装置而导致的额外成本。

考虑结构系统中参数的不确定性，根据表 6.4 中 $\theta = [\gamma_1, \gamma_2, a_1, a_2]^T$ 的 BBA 结构，采用 10^5 次 MCS 方法对两种优化设计下的隔震层位移响应 u_b 进行统计分析。计算在每组 20 条地震动记录下的平均极值分布，以评价两种优化设计在不同类地震激励下考虑结构参数认知不确定性的动力可靠性。图 6.29 是 $T = 20\text{s}$ 时阈值 b_{τ, u_b} 变化对应的失效概率统计结果，其中 (a)、(b) 和 (c) 分别是近断层脉冲型地震动、近断层无脉冲型地震动和远场地震动作用下考虑结构系统参数不确定性的失效概率。



(a) 远场地震动

(b) 近断层无脉冲型地震动

(c) 近断层脉冲型地震动

图 6.29 失效概率统计结果

从图 6.29 中可以看出，在 3 组地震动作用下，HDRBDO 设计方法得到的混合控制体系失效概率均小于 H_2 方法验证结果，表明在结构系统参数存在不确定是，基于 EDRBDO 优化设计方法对结构位移响应极值仍具有更好的控制效果。对比图 6.29 (a) ~ (c) 可知，基于 H_2 方法优化设计的混合控制体系在近断层脉冲型地震动作用下的隔震层位移响应失效概率与 HDRBDO 优化结果验算失效概率的比值 $P_f^{H_2} / P_f^{\text{HDRBDO}}$ 最大达到 10^2 以上，远大于两种方法在非脉冲地震波及远场地震动作用下的位移响应失效概率比值 ($P_f^{H_2} / P_f^{\text{HDRBDO}} < 10$)。这种差异验证了近断层脉冲型地震波对结构系统动力可靠性的不利影响，同时表明本文提出的 EDRBDO 方法是一种具有鲁棒性的优化设计方法。

6.7 本章小结

本章针对考虑随机-认知混合不确定的非线性结构系统在近断层脉冲型地震动作用下的动力可靠性优化设计进行研究。本章的主要工作包含如下几个方面：

(1) 针对近断层脉冲型地震动记录相对缺乏以及速度脉冲包含较大变异性的问题，建立了一个包含混合不确定性的近断层脉冲型地震动模型，可以对实际地震动记录进行拟合以及近断层脉冲型地震动的人工合成。

(2) 将结构系统和激励中包含的混合不确定统一采用证据理论进行表达，并且通过敏感性分析选取近断层脉冲型地震动模型中对基础隔震-惯容系统混合控制体系动力可靠性影响较大的认知不确定参数，建立基础隔震-惯容混合控制体系的单目标和多目标优化框架。

(3) 将前文提出的基于两级代理模型的随机-证据混合不确定下动力可靠性优化设计 (HDRBDO) 方法应用到非线性结构系统优化设计中。针对非线性结构系统计算成本显著增加的问题，采用基于极值理论的 AK-DE 方法进行 HDRBDO 中的内层动力可靠性分析，外层仍采用 SCEM 方法进行优化，从而进一步提高了 HDRBDO 方法的计算效率。

(4) 通过对附加基础隔震-惯容混合控制系统的多自由度结构在近断层脉冲型地震动作用下进行动力可靠性优化设计，实现了使隔震层位移保持减振水平的同时，对上部结构加速度可靠性进行有效控制。与传统优化方案对比表明，本章所提 HDRBDO 方法通过增加结构冗余度来抵抗信息不完备情况下不确定性对结构性能产生的扰动。作为一种鲁棒性优化设计思想，为包含混合不确定性的非线性结构系统动力可靠性优化设计提供了一种新的求解思路。

第7章 结论与展望

7.1 本文的主要结论

本文针对地震工程中的随机-认知混合不确定性进行了结构动力可靠性分析和优化设计研究。引入证据理论对混合不确定进行统一量化,弥补了传统概率理论和模糊理论需要大量数据信息拟合其概率分布以及区间模型对数据信息利用率低等缺陷。基于混合不确定的证据理论表达,本文在全概率框架下提出了高效实用的面向混合不确定的结构的动力可靠性分析方法,并且基于此进一步研究了结构系统的优化问题。现将本文的主要研究结论总结如下:

(1) 针对地震工程中涉及到的随机不确定和认知不确定混合存在的问题,提出了基于证据理论的混合不确定统一量化和传播分析方法。通过基于微分演化的区间优化算法实现混合不确定的传播分析,有效减轻了证据理论下复杂结构不确定传播的计算负担。通过数值算例验证了该方法处理随机不确定、认知不确定及混合不确定量化与传播分析的有效性和合理性。

(2) 针对随机-认知混合不确定性下的线性结构动力可靠性分析问题,提出基于自适应 Kriging 代理模型 (AK) 和微分演化 (DE) 算法的动力可靠性分析方法。为提高混合不确定的传播效率,建立基于全概率定理的双层嵌套框架。内层采用自适应更新策略建立 Kriging 代理模型,代替不确定传播过程中的条件失效概率求解。外层基于微分演化区间优化方法进行证据理论下的不确定传播,结合全概率定理得到失效概率区间测度的上下边界。将所提出的方法应用于两个算例中,算例分析表明基于跨越率的方法不适用于近场地震作用下的动力可靠性分析,而基于极值的 AK-DE 方法在不同频谱特性的随机地震激励下均保持较高的计算精度。本文提出的自适应 Kriging 代理模型策略实现了在计算精度和效率之间的权衡,在保证一定的精度要求下,所提出的 AK-DE 动力可靠性分析方法的运算效率大幅提高。

(3) 考虑实际工程设计中的随机-认知混合不确定性,提出了基于两级代理模型的线性结构动力可靠性优化设计 (HDRBDO) 方法。通过建立设计空间内第一级目标函数或约束条件的代理模型,以及不确定空间内的第二级条件失效概率代理模型,有效减轻混合不确定性量化及优化过程与可靠性分析双环嵌套导致的巨大计算负担。采用仿生智能优化 SCEM 算法基于第一级代理模型进行优化求解,实现面向混合不确定的高效动力可靠性优化设计。将本文提出的 HDRBDO 方法应用于线性减震结构系统的优化设计中,并选取实际地震动激励验证了所提

方法的适用性和有效性。选取具有不同特性的地震动记录,将 HDRBDO 方法优化结果与 H_2 优化方法进行对比,结构表明本章所提出方法对结构系统在地震激励下的极值响应具有更好的控制效果。特别是在考虑近断层脉冲型地震动对结构的不利影响时, HDRBDO 方法优化结果对结构响应极值的控制效果与 H_2 方法相比具有明显的鲁棒性。

(4) 针对包含混合不确定的非线性结构系统,提出一种基于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析方法。引入移位广义对数正态分布 (SGLD) 实现了极值分布的近似拟合,并提出基于 SCEM 的 SGLD 参数识别改进方法,显著提升了条件失效概率代理模型的组建效率。在全概率定理的框架下通过微分演化进行混合不确定的统一传播,得到失效概率区间测度上下界。采用所提出的方法对两个非线性耗能减震结构的动力可靠性进行计算,验证了基于极值理论的 AK-DE 方法在非线性和工程结构动力可靠性分析中的适用性和准确性。与蒙特卡洛模拟和统计线性化方法相比,基于极值理论的 AK-DE 方法具有良好的计算效率和精度。

(5) 考虑近断层地震动的脉冲特性对工程结构的不利影响,提出一种混合不确定下的非线性结构动力可靠性优化设计方法。针对具有速度脉冲特性的近断层地震动记录相对缺乏的问题,建立考虑随机-认知混合不确定的近断层脉冲型地震动模型。为实现隔震结构在近断层地震动作用下的位移响应控制,引入于极值理论的 AK-DE 动力可靠性分析方法,建立基础隔震-惯容混合控制体系的单目标和多目标 HDRBDO 框架。算例分析表明,近断层地震动脉冲特性对结构有严重的破坏作用, HDRBDO 方法与传统优化方法相比考虑了脉冲型地震动的混合不确定性,对非线性系统在脉冲型地震动作用下的极值响应具有更好的控制效果,验证了本文所提出的 HDRBDO 方法的有效性和鲁棒性。

7.2 后续工作展望

随机-认知混合不确定分析在土木工程中的不确定量化尤其是动力分析中的应用是一个比较新颖的问题。本文针对考虑混合不确定性的结构动力可靠性分析和优化设计方面的难题进行了一系列研究,然而还存在很多不足之处有待后续进一步研究。未来可以在如下几个方面继续开展研究:

(1) 本文所提出的考虑随机-认知混合不确定性的动力可靠性分析针对单一失效模式问题,实际上该理念同样适用于多失效模式体系可靠性分析。土木工程实际结构往往需要考虑多个失效模式,并且各失效模式之间的关系复杂,然而现有的大部分混合不确定下的可靠性分析对于多失效模式下的体系可靠性问题的研究滞后。如何将单失效模式下的混合可靠性分析方法拓展至多失效模式并提升

计算效率是该领域一个值得研究的问题。

(2) 证据理论是处理不精确概率、不完整数据信息以及不充分的认知水平等不确定性的有力工具,不确定变量的证据结构严重影响结构响应的不确定量化评估。由于不确定信息的缺乏导致在基于证据理论的不确定量化、动力可靠性分析和优化设计中往往忽略认知不确定变量的相关性,然而认知不确定参数相关性对非线性结构动力可靠性有非常大的影响。因此利用有效的相关性模拟手段处理信息不完备情况下的认知不确定相关性是很有意义的,也是下一步的研究对象。

(3) 结构在服役过程中受环境作用的影响,如由于长期摩擦引起的材料性能的劣化和尺寸的变化等,导致其性能发生长时间的渐变。由于消能减震装置对提高结构抗震性能方面具有重要作用,其性能退化和失效会对结构产生非常不利的影 响,对使用过程中或震后阻尼器的性能进行监测和评估也成为结构监测的一部分内容。然而目前,由于消能减震结构设计所需的消能减震装置的性能和恢复力模型依据的是仅以消能减震装置为对象的试验结果,能否反应其在结构中的实际工作性能仍然值得关注。考虑全寿命期间结构性能不确定性渐变因素的结构动力可靠性分析及优化设计势在必行。

(4) 模型不确定性是证据理论中具有挑战的课题,其对结构承载力以及破坏形式具有较大的影响。如何利用证据推理处理模型不确定也是未来研究的一个重点内容,并将其应用于优化设计中充分考虑模型不确定因素对结构产生的扰动。

致谢

初识同济是她丹桂飘香的九月，而如今已经是我在同济的第九个九月。

“同舟共济、自强不息”，感恩母校教会我努力与翻越、不馁与坚信，更要向所有关心和帮助过我的师长、同门以及亲朋好友表示最衷心的感谢！

在论文成稿之际，首先要感谢我的导师唐和生副教授，老师严谨的科研精神和扎实的学术功底令我非常敬重。初入学术之门的我一定曾令老师头疼，可老师在严格要求的同时又时常鼓励我勇于面对挑战。“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”，您总是在困境中引导我上下求索，拥有拨云见日的神奇能力。您从论文选题开始对我的指导与教诲，直到一次次不厌其烦的修改中让我领悟论文写作的方法和态度。四年所学必将成为我今后人生的宝贵财富，向老师致以深深的感谢。

感谢研究室薛松涛教授，老师学贯中西，身为日本工程院外籍院士，却又低调谦逊和蔼可亲。薛老师既是学术造诣深厚的名师，又是德高望重的长辈，创立研究室二十余年来桃李满天下，总是为学生的发展着想，让我们这个大家庭欣欣向荣。很多次感慨自己何其有幸能够进入和泉研究室，老师的恩情学生终生难忘。感谢研究室的谢丽宇副教授，谢老师为人谦和、年轻有为，虽不直接指导我的科研，但在生活中也给予了我很大的鼓励和帮助。谢老师是我们的良师益友，老师的用心付出给研究室生活增添了许多的温暖。

感谢教研室毕业的李大伟师兄曾给予我的帮助，师兄对学术的虔诚和热爱也令我备受鼓舞。感谢同乡的宋琛琛师兄从进入研究室起对我的关照，感谢师兄杨朋超、赵金海、梅家河、王兵、杨桂权、余必龙、李林、蒋灿、陈杉杉、凌塑奇、郑学胜、张昕宇，师姐苏瑜、仝运佳、黄志云，对我的鼓励和帮助。感谢我在研究室的同桌班鑫磊，我们互相陪伴一起进步，还要感谢情同姐妹的陈依珂、薛智奇、吴雅琴，你们让我在充满荆棘的求学之路上依然关心美好，关心热爱。感谢师弟康建飞、李宪之在疫情期间坚守科研岗位的陪伴。感谢我的同门陈实、徐康乾、张睿、林庄慧，师弟师妹赵涛涛、陈子暘、王云骞、管帅、曾璟琳、冉凌霄、陈豪、易卓然、濮昱、张力、谢雅娟、杨虎、郭泰昆、黎思维、姜康、郑志泉、曹跃辉、龚玲、王泽宇、何展朋、夏子涵、车兴儒，感谢你们对我的关心和鼓励，与你们相处的几年总是被快乐和温暖围绕。

感谢 2016 级防灾系博士班的各位同学，能作为班长为大家服务是我的荣幸，祝愿大家学业顺利，前程似锦。

感谢防灾系办公室的程春兰、茹海林、曹阳老师本科以来对我的关照，特

别是博士期间茹老师给予我的无私帮助。

感谢我的好朋友王萍、朱劭骏、陈俊百、邹家敏，海内存知己，天涯若比邻，希望我们能像过去的八年一样分享彼此的快乐和忧伤，一路相伴着成长。

感谢我的家人，谢谢你们让我沉浸在爱里，从未觉得孤单。

感谢我的先生郭烽，你温暖却有力量，在身后保护我又在前方带给我希望。我们要相敬相爱相扶持，迎接美好也能坦然面对坏时光。

最后，感谢我的父母，谢谢你们把最好的爱给了我，你们永远是我前进的动力和勇气，愿爸爸妈妈身体健康！

郭雪媛

2020年9月

参考文献

- [1] Pollack H N. Uncertain science... uncertain world: Cambridge University Press, 2005
- [2] Wang Z, Jia G. Augmented sample-based approach for efficient evaluation of risk sensitivity with respect to epistemic uncertainty in distribution parameters. *Reliability Engineering & System Safety*, 2020, Vol.197: 106783
- [3] 陶正如, 陶夏新, 纪林建. 16WCEE地震动研究相关论文综述. *地震工程与工程振动*, 2017, Vol.37(03): 27-37
- [4] Zafarani H, Soghrat M R. Single-Station Sigma for the Iranian Strong Motion Stations. *Pure and Applied Geophysics*, 2017, Vol.174(11): 4077-4099
- [5] Baker J W, Cornell C A. A vector-valued ground motion intensity measure consisting of spectral acceleration and epsilon. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2005, Vol.34(10): 1193-1217
- [6] Ktenidou O, Roumelioti Z, Abrahamson N, Cotton F, Pitilakis K, Hollender F. Understanding single-station ground motion variability and uncertainty (sigma): lessons learnt from EUROSEISTEST. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2018, Vol.16(6): 2311-2336
- [7] 丁宝荣, 杜轲, 孙景江, 骆欢. 考虑不确定性的地震烈度与地震动参数关系研究. *地震工程与工程振动*, 2018, Vol.38(02): 106-114
- [8] 任叶飞, 尹建华, 温瑞智, 冀昆. 结构抗倒塌易损性分析中地震动输入不确定性影响研究. *工程力学*, 2020, Vol.37(01): 115-125
- [9] 黄小宁, 王宁, 杜永峰. 地震作用下基础隔震框剪结构竖向连续倒塌可靠度分析. *工程力学*, 2019, Vol.36(9): 89-94
- [10] 徐培彬. 基于我国强震动数据Flatfile的地震动不确定性研究: [博士学位论文]: 中国地震局工程力学研究所, 2019
- [11] Papageorgiou A S, Aki K. A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. I. Description of the model. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1983, Vol.73(3): 693-722
- [12] Gavin H P, Dickinson B W. Generation of uniform-hazard earthquake ground motions. *Journal of Structural Engineering*, 2011, Vol.137(3): 423-432
- [13] Vlachos C, Papakonstantinou K G, Deodatis G. A multi-modal analytical non-stationary spectral model for characterization and stochastic simulation of earthquake ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, Vol.80: 177-191

- [14] Rezaeian S, Der Kiureghian A. Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2010, Vol.39(10): 1155-1180
- [15] Motazedian D, Atkinson G M. Stochastic finite-fault modeling based on a dynamic corner frequency. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2005, Vol.95(3): 995-1010
- [16] Peng Y, Li J. A univariate phase spectrum model for simulation of nonstationary earthquake ground motions. *Journal of Earthquake and Tsunami*, 2013, Vol.7(03): 1350025
- [17] Boore D M, Thompson E M. Revisions to some parameters used in stochastic - method simulations of ground motion. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2015, Vol.105(2A): 1029-1041
- [18] Mavroeidis G P, Scotti C M, Papageorgiou A S. Finite-Fault Modeling of Strong Ground Motion from the 2010 Mw 7.0 Haiti Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2013, Vol.103(5): 2557-2576
- [19] Yamamoto Y, Baker J W. Stochastic model for earthquake ground motion using wavelet packets. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2013, Vol.103(6): 3044-3056
- [20] 刘章军, 刘子心. 基于规范反应谱的全非平稳地震动过程模拟. *振动工程学报*, 2017, Vol.30(3): 55-62
- [21] Wang D, Li J. Physical random function model of ground motions for engineering purposes. *Science China Technological Sciences*, 2011, Vol.54(1): 175-182
- [22] 安自辉, 李杰. 地震动随机函数模型研究(I)——模型建立. *地震工程与工程振动*, 2009, Vol.29(5): 36-45
- [23] Ding Y, Peng Y, Li J. A Stochastic Semi-Physical Model of Seismic Ground Motions in Time Domain. *Journal of Earthquake and Tsunami*, 2018, Vol.12(03): 1850006
- [24] Bray J D, Rodriguez-Marek A. Characterization of forward-directivity ground motions in the near-fault region. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 2004, Vol.24(11): 815-828
- [25] 周继磊, 杨迪雄, 陈国海. 近断层脉冲型地震动功率谱特性分析. *世界地震工程*, 2017, Vol.33(1): 18-26
- [26] Bertero V V, Mahin S A, Herrera R A. Aseismic design implications of near - fault San Fernando earthquake records. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 1978, Vol.6(1): 31-42
- [27] Champion C, Liel A. The effect of near - fault directivity on building seismic collapse risk. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(10): 1391-1409
- [28] Guo G, Yang D, Liu Y. Duration effect of near-fault pulse-like ground motions and

- identification of most suitable duration measure. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2018, Vol.16(11): 5095-5119
- [29] Davoodi M, Jafari M K, Hadiani N. Seismic response of embankment dams under near-fault and far-field ground motion excitation. *Engineering Geology*, 2013, Vol.158: 66-76
- [30] 王海东, 刘巴黎, 蔡长丰. 近场水平地震动选取原则及脉冲型水平地震动弹性谱特性研究. *地震工程与工程振动*, 2019, Vol.39(01): 222-230
- [31] Shahi S K, Baker J W. A probabilistic framework to include the effects of near-fault directivity in seismic hazard assessment: Pacific Earthquake Engineering Research Center Berkeley, 2013
- [32] Yang D, Zhou J. A stochastic model and synthesis for near - fault impulsive ground motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2015, Vol.44(2): 243-264
- [33] 姚卫星, 顾怡. 结构可靠性设计: 国防工业出版社, 2004
- [34] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论: 中国建筑工业出版社, 2000
- [35] Morgan M G, Henrion M, Small M. *Uncertainty: a guide to dealing with uncertainty in quantitative risk and policy analysis*: Cambridge university press, 1990
- [36] Helton, J. C. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty. *Journal of Statal Computation & Simulation*, 1997, Vol.57(1): 3-76
- [37] 盛骤. 概率论与数理统计:第三版: 高等教育出版社, 2001
- [38] Hasofer A M, Lind N C. An Exact and Invariant First Order Reliability Format. *Journal of Engineering Mechanics*, 1974, Vol.100(1): 111-121
- [39] Durrett R. *Probability: theory and examples*: Cambridge university press, 2019
- [40] Zadeh L A. Fuzzy sets. *Information & Control*, 1965, Vol.8(3): 338-353
- [41] 欧进萍, 王光远. 模糊随机变量及其概率特征. *哈尔滨建筑大学学报*, 1989(01): 1-10
- [42] Tzvieli A. Possibility theory: An approach to computerized processing of uncertainty. *Journal of the Association for Information ence & Technology*, 1990, Vol.41(2): 153-154
- [43] 曹鸿钧, 段宝岩. 基于凸集合模型的非概率可靠性研究. *计算力学学报*, 2005, Vol.22(5): 546-549, 578
- [44] 王晓军, 王磊, 贾晓, 邱志平. 基于非概率凸模型可靠性的结构优化设计. *北京航空航天大学学报*, 2012, Vol.38(5): 630-635
- [45] Moore R E. *Interval Analysis*: Prentice-Hall, 1966
- [46] 张德权. 基于随机场理论的机械结构动态可靠性研究: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2018
- [47] Schöbi R, Sudret B. Structural reliability analysis for p-boxes using multi-level meta-models. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2017, Vol.48: 27-38

- [48] Beer M, Ferson S, Kreinovich V. Imprecise probabilities in engineering analyses. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2013, Vol.37(1): 4-29
- [49] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping.: Springer, 2008, 57-72
- [50] 李大伟, 唐和生, 姚雯, 薛松涛. 结构固有频率不确定分析的证据理论方法. *振动工程学报*, 2017, Vol.30(6): 904-912
- [51] Li D, Tang H, Xue S, Guo X. Reliability analysis of nonlinear dynamic system with epistemic uncertainties using hybrid Kriging-HDMR. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2019, Vol.58: 103001
- [52] 宋鑫, 郑冠男, 杨国伟, 姜倩. 几何不确定性区间分析及鲁棒气动优化设计. *北京航空航天大学学报*, 2019, Vol.45(11): 2217-2227
- [53] 郑静. 随机认知混合不确定分析及在拓扑优化中的应用: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2019
- [54] 张小强. 随机与认知不确定性下机械系统可靠性分析与优化设计方法研究: [博士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2018
- [55] Yu S, Zhang Y, Li Y, Wang Z. Time-variant reliability analysis via approximation of the first-crossing PDF. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2020: 1-15
- [56] Du W, Luo Y, Wang Y. A time-variant performance measure approach for dynamic reliability based design optimization. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, Vol.76: 71-86
- [57] Rackwitz R, Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & structures*, 1978, Vol.9(5): 489-494
- [58] Wang Z, Huang H, Du X. Optimal design accounting for reliability, maintenance, and warranty. *Journal of mechanical design*, 2010, Vol.132(1): 11007
- [59] Zhao Y G, Ono T. Moment methods for structural reliability. *Structural Safety*, 2001, Vol.23(1): 47-75
- [60] Yuan F. Parameter estimation for bivariate Weibull distribution using generalized moment method for reliability evaluation. *Quality and Reliability Engineering International*, 2018, Vol.34(4): 631-640
- [61] Bucher C G, Bourgund U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural safety*, 1990, Vol.7(1): 57-66
- [62] Dai H, Xue G, Wang W. An adaptive wavelet frame neural network method for efficient reliability analysis. *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2014, Vol.29(10): 801-814

- [63] Melchers R E. Importance sampling in structural systems. *Structural safety*, 1989, Vol.6(1): 3-10
- [64] Au S, Beck J L. A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations. *Structural safety*, 1999, Vol.21(2): 135-158
- [65] Au S K, Ching J, Beck J L. Application of subset simulation methods to reliability benchmark problems. *Structural safety*, 2007, Vol.29(3): 183-193
- [66] Li H, Cao Z. Matlab codes of Subset Simulation for reliability analysis and structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, Vol.54(2): 391-410
- [67] Bansal S, Cheung S H. On the evaluation of multiple failure probability curves in reliability analysis with multiple performance functions. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, Vol.167: 583-594
- [68] Jiang C, Qiu H, Gao L, Wang D, Yang Z, Chen L. Real-time estimation error-guided active learning Kriging method for time-dependent reliability analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, Vol.77: 82-98
- [69] Rice S O. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, 1944, Vol.23(3): 282-332
- [70] Vanmarcke E H. On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes. *J of Applied Mech*, 1975, Vol.42(1): 2130-2135
- [71] Madsen P H, Krenk S. An Integral Equation Method for the First-Passage Problem in Random Vibration. *Journal of Applied Mechanics*, 1984, Vol.51(3): 674-679
- [72] Andrieu-Renaud C, Sudret B, Lemaire M. The PHI2 method: a way to compute time-variant reliability. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, Vol.84(1): 75-86
- [73] Hu Z, Du X. Time-dependent reliability analysis with joint upcrossing rates. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2013, Vol.48(5): 893-907
- [74] BrunoSudret. Analytical derivation of the outcrossing rate in time-variant reliability problems. *Structure & Infrastructure Engineering*, 2008, Vol.4(5): 353-362
- [75] 张德权, 韩旭, 姜潮, 刘杰, 龙湘云. 时变可靠性的区间PHI2分析方法. *中国科学(物理学 力学 天文学)*, 2015, Vol.45(5): 36-48
- [76] Jiang C, Wei X P, Huang Z L, Liu J. An outcrossing rate model and its efficient calculation for time-dependent system reliability analysis. *Journal of Mechanical Design*, 2017, Vol.139(4): 41402
- [77] Moarefzadeh M R, Sudret B. Implementation of directional simulation to estimate outcrossing rates in time-variant reliability analysis of structures. *Quality and Reliability Engineering*

- International, 2018, Vol.34(8): 1818-1827
- [78] 乔红威, 吕震宙. 非平稳随机激励下随机结构的动力可靠性分析. 固体力学学报, 2008, Vol.29(1): 36-40
- [79] 刘彦辉, 刘小换, 谭平, 金建敏, 张颖. 层间组合隔震结构随机动力可靠度分析. 振动工程学报, 2019, Vol.32(2): 138-144
- [80] He J. A reliability approximation for structures subjected to non-stationary random excitation. Structural Safety, 2009, Vol.31(4): 268-274
- [81] 徐瑞, 张加兴, 苏成. 非平稳随机激励下结构动力可靠度时域显式子集模拟法. 工程力学, 2013(7): 28-33
- [82] 苏成, 徐瑞. 非平稳随机激励下结构体系动力可靠度时域解法. 力学学报, 2010, Vol.42(3): 512-520
- [83] He J. An efficient numerical method for estimating reliabilities of linear structures under fully nonstationary earthquake. Structural Safety, 2010, Vol.32(3): 200-208
- [84] He J. Numerical calculation for first excursion probabilities of linear systems. Probabilistic Engineering Mechanics, 2009, Vol.24(3): 418-425
- [85] 孔凡, 李书进, 孙涛. 多自由度结构动力可靠度分析的小波方法. 工程力学, 2015, Vol.32(1): 154-162
- [86] 刘小换, 张颖, 刘彦辉. 层间隔震结构随机响应与动力可靠度研究. 广州大学学报(自然科学版), 2017, Vol.16(1): 50-55
- [87] 张振浩, 谭荣平, 曹峰, 周振国, 杨伟军. 地震持时和安全阈值对结构抗震可靠度的影响研究. 防灾减灾工程学报, 2017, Vol.37(5): 705-711
- [88] 龚文惠, 李逸, 赵旭东, 陈训龙. 非平稳地震作用下顺层边坡动力可靠度分析. 华中科技大学学报(自然科学版), 2018, Vol.46(10): 1-6
- [89] 谭平, 刘良坤, 李祥秀, 张颖, 周福霖. 基于首次穿越破坏的TMD 体系频域可靠性分析. 西南交通大学学报, 2015, Vol.50(5): 886-890
- [90] 吕大刚, 宋鹏彦, 于晓辉, 乔雨蒙. 结构动力抗震可靠度理论的研究进展. 西南交通大学学报, 2015, Vol.50(6): 1025-1038
- [91] 杨杰, 马萌璠, 王旭. 随机结构动力可靠度计算的条件概率方法. 工程力学, 2018, Vol.35(0z1): 17-21
- [92] 张颖, 易伟建, 谭平, 周福霖. 大震下中间层隔震体系的随机动力可靠性分析. 湖南大学学报(自然科学版), 2009, Vol.36(3): 11-15
- [93] 孙臻, 王曙光, 王赟玉, 刘伟庆. 高层隔震结构非平稳随机地震响应与动力可靠度分析. 建筑结构学报, 2011, Vol.32(12): 210-216

- [94] 刘强, 王妙芳. 基于首次超越破坏时间概率的结构动力可靠性分析. 应用力学学报, 2019, Vol.36(2): 480-484
- [95] Shinozuka M. Monte Carlo solution of structural dynamics. Computers & Structures, 1972, Vol.2(5-6): 855-874
- [96] Wang Z, Liu J, Yu S. Time-variant reliability prediction for dynamic systems using partial information. Reliability Engineering & System Safety, 2020, Vol.195: 106756
- [97] Wang Z, Wang P. A nested extreme response surface approach for time-dependent reliability-based design optimization. Journal of Mechanical Design, 2012, Vol.134(12): 121007
- [98] Ping M H, Han X, Jiang C, Xiao X Y. A time-variant extreme-value event evolution method for time-variant reliability analysis. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, Vol.130: 333-348
- [99] Li H, Wang T, Yuan J, Zhang H. A sampling-based method for high-dimensional time-variant reliability analysis. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, Vol.126: 505-520
- [100] Li H S, Ma Y, Cao Z. A generalized Subset Simulation approach for estimating small failure probabilities of multiple stochastic responses. Computers & Structures, 2015, Vol.153: 239-251
- [101] Zafar T, Wang Z. Time-dependent reliability prediction using transfer learning. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020(62): 147-158
- [102] Zhang Y, Wang S, Liu Q, Wen B. Reliability analysis of multi-degree-of-freedom nonlinear random structure vibration systems with correlation failure modes. ence in China Series E Technological ences, 2003, Vol.46(5): 498-508
- [103] Naess A, Leira B J, Batsevych O. System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation. Structural Safety, 2009, Vol.31(5): 349-355
- [104] Fujimura K, Kiureghian A D. Tail-equivalent linearization method for nonlinear random vibration. Probabil Engineering Mechanics, 2007, Vol.22(1): 63-76
- [105] Grigoriu M, Samorodnitsky G. Reliability of dynamic systems in random environment by extreme value theory. Probabil Engineering Mechanics, 2014, Vol.38(oct.): 54-69
- [106] 陈建兵, 李杰. 结构随机地震反应与可靠度的概率密度演化分析研究进展. 工程力学, 2014, Vol.31(04): 1-10
- [107] 顾镇媛, 王曙光, 杜东升, 刘伟庆. 基于概率密度演化法的隔震结构随机地震响应与可靠度分析. 振动与冲击, 2018, Vol.37(15): 97-103
- [108] Chen J, Yang J, Jensen H. Structural optimization considering dynamic reliability constraints via probability density evolution method and change of probability measure. Structural and

- Multidisciplinary Optimization, 2020: 1-18
- [109] 任丽梅. 基于失效域重构和重要抽样法的结构动力学系统首穿失效概率. 应用数学和力学, 2019, Vol.40(4): 463-472
- [110] Wang Z, Mourelatos Z P, Li J, Baseski I, Singh A. Time-Dependent Reliability of Dynamic Systems Using Subset Simulation With Splitting Over a Series of Correlated Time Intervals. Journal of Mechanical Design, 2014, Vol.136(6): 61008
- [111] Hu Z, Du X. A sampling approach to extreme value distribution for time-dependent reliability analysis. Journal of Mechanical Design, 2013, Vol.135(7): 71003
- [112] He J, Gong J. Estimate of small first passage probabilities of nonlinear random vibration systems by using tail approximation of extreme distributions. Structural Safety, 2016, Vol.60: 28-36
- [113] Alibrandi U, Mosalam K M. Kernel density maximum entropy method with generalized moments for evaluating probability distributions, including tails, from a small sample of data. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2018, Vol.113(13): 1904-1928
- [114] Xu J, Ding Z, Wang J. Extreme value distribution and small failure probabilities estimation of structures subjected to non-stationary stochastic seismic excitations. Structural Safety, 2017, Vol.70: 93-103
- [115] Yu S, Wang Z. A novel time-variant reliability analysis method based on failure processes decomposition for dynamic uncertain structures. Journal of Mechanical Design, 2018, Vol.140(5): 51401
- [116] 徐军, 袁子豪. 单层球面网壳结构随机地震响应与可靠度分析. 湖南大学学报(自然科学版), 2019, Vol.46(11): 69-78
- [117] Qiu Z P, Mueller P C, Frommer A. The new nonprobabilistic criterion of failure for dynamical systems based on convex models. Mathematical & Computer Modelling, 2004, Vol.40(1): 201-215
- [118] Jiang C, Han X, Lu G Y, Liu J, Zhang Z, Bai Y C. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2011, Vol.200(33): 2528-2546
- [119] 张洁洁. 基于区间分析方法的不确定参数转子系统动力学特性研究: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016
- [120] Guo S X, Zhang L, Ying L I. Procedures for computing the non-probabilistic reliability index of uncertain structures. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, Vol.22(2): 227-231

- [121] Qiu Z, Di Y, Elishakoff I. Probabilistic interval reliability of structural systems. *International Journal of Solids & Structures*, 2008, Vol.45(10): 2850-2860
- [122] 姜潮, 黄新萍, 韩旭, 白影春. 含区间不确定性的结构时变可靠度分析方法. *机械工程学报*, 2013, Vol.49(10): 186-193
- [123] 王丕东, 张建国, 阚琳洁, 杨乐昌. 基于时变区间和穿阈模型的机械时变可靠性分析方法. *机械工程学报*, 2017, Vol.53(11): 1-9
- [124] Tao Y R, Han X, Duan S Y, Jiang C. Reliability analysis for multidisciplinary systems with the mixture of epistemic and aleatory uncertainties. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2013, Vol.97(1): 68-78
- [125] Klir G J, Wierman M J. *Uncertainty-Based Information: Elements of. Annals of Mathematics & Artificial Intelligence*, 1999, Vol.32(1-4): 5-33
- [126] Helton J C, Johnson J D. Quantification of margins and uncertainties: Alternative representations of epistemic uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*, 2011, Vol.96(9): 976-1013
- [127] Du X. Unified uncertainty analysis by the first order reliability method. *Journal of mechanical design*, 2008, Vol.130(9): 91401
- [128] Li G, Lu Z, Li L, Bo R. Aleatory and epistemic uncertainties analysis based on non-probabilistic reliability and its kriging solution. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, Vol.40(9-10): 5703-5716
- [129] Bagheri M, Miri M, Shabakhty N. Fuzzy reliability analysis using a new alpha level set optimization approach based on particle swarm optimization. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2016, Vol.30(1): 235-244
- [130] Bagheri M, Miri M, Shabakhty N. Fuzzy time dependent structural reliability analysis using alpha level set optimization method based on genetic algorithm. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2017, Vol.32(6): 4173-4182
- [131] Yang X, Liu Y, Zhang Y, Yue Z. Hybrid reliability analysis with both random and probability-box variables. *Acta Mechanica*, 2015, Vol.226(5): 1341-1357
- [132] Xiao N, Li Y, Yu L, Wang Z, Huang H. Saddlepoint approximation-based reliability analysis method for structural systems with parameter uncertainties. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2014, Vol.228(5): 529-540
- [133] Wang C, Qiu Z, Xu M, Li Y. Novel reliability-based optimization method for thermal structure with hybrid random, interval and fuzzy parameters. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, Vol.47: 573-586

- [134] Feng K, Lu Z, Yun W, He L. Bi-objective adaptive kriging for reliability analysis with random and evidence variables. *AIAA Journal*, 2020, Vol.58(4): 1733-1747
- [135] Chen J, Wan Z. A compatible probabilistic framework for quantification of simultaneous aleatory and epistemic uncertainty of basic parameters of structures by synthesizing the change of measure and change of random variables. *Structural Safety*, 2019, Vol.78: 76-87
- [136] Muscolino G, Santoro R, Sofi A. Reliability analysis of structures with interval uncertainties under stationary stochastic excitations. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2016, Vol.300: 47-69
- [137] Do D M, Wei G, Song C, Tangaramvong S. Dynamic analysis and reliability assessment of structures with uncertain-but-bounded parameters under stochastic process excitations. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, Vol.132: 46-59
- [138] Zhang D, Han X, Jiang C, Liu J, Li Q. Time-dependent reliability analysis through response surface method. *Journal of Mechanical Design*, 2017, Vol.139(4): 41404
- [139] Pan Q, Dias D. Sliced inverse regression-based sparse polynomial chaos expansions for reliability analysis in high dimensions. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, Vol.167: 484-493
- [140] Imani M, Braga-Neto U M. Control of gene regulatory networks using Bayesian inverse reinforcement learning. *IEEE/ACM transactions on computational biology and bioinformatics*, 2018, Vol.16(4): 1250-1261
- [141] 张航, 李洪双. 结构可靠性分析的LCVT-SVR方法. *浙江大学学报(工学版)*, 2018, Vol.52(10): 2035-2042
- [142] Imani M, Ghoreishi S F. Bayesian optimization objective-based experimental design. *Proceedings of the 2020 American Control Conference (ACC 2020)*, IEEE., 2020
- [143] Xie S, Pan B, Du X. High dimensional model representation for hybrid reliability analysis with dependent interval variables constrained within ellipsoids. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, Vol.56(6): 1493-1505
- [144] Bae H, Grandhi R V, Canfield R A. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures. *Computers & Structures*, 2004, Vol.82(13-14): 1101-1112
- [145] Bai Y C, Han X, Jiang C, Liu J. Comparative study of metamodeling techniques for reliability analysis using evidence theory. *Advances in Engineering Software*, 2012, Vol.53: 61-71
- [146] Jiang C, Zhang Z, Han X, Liu J. A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty. *Computers & Structures*, 2013, Vol.129: 1-12

- [147] Giunta A, Watson L. A comparison of approximation modeling techniques: polynomial versus interpolating models. 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization., 1998
- [148] Bichon B J, Eldred M S, Swiler L P, Mahadevan S, Mcfarland J M. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions. *Aiaa Journal*, 2012, Vol.46(10): 2459-2468
- [149] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation. *Structural Safety*, 2011, Vol.33(2): 145-154
- [150] Huang X, Chen J, Zhu H. Assessing small failure probabilities by AK – SS: An active learning method combining Kriging and Subset Simulation. *Structural Safety*, 2016, Vol.59: 86-95
- [151] Zhu Z, Du X. Reliability analysis with Monte Carlo simulation and dependent Kriging predictions. *Journal of Mechanical Design*, 2016, Vol.138(12): 121403
- [152] Hu Z, Mahadevan S. Global sensitivity analysis-enhanced surrogate (GSAS) modeling for reliability analysis. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, Vol.53(3): 501-521
- [153] Wen Z, Pei H, Liu H, Yue Z. A Sequential Kriging reliability analysis method with characteristics of adaptive sampling regions and parallelizability. *Reliability Engineering & System Safety*, 2016, Vol.153: 170-179
- [154] Cheng K, Lu Z. Time-variant reliability analysis based on high dimensional model representation. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, Vol.188: 310-319
- [155] Hu Z, Mahadevan S, Du X. Uncertainty quantification of time-dependent reliability analysis in the presence of parametric uncertainty. *ASCE-ASME Journal of risk and uncertainty in Engineering systems, Part B: Mechanical Engineering*, 2016, Vol.2(3): 31005
- [156] Hu Y, Lu Z, Wei N, Zhou C. A single-loop Kriging surrogate model method by considering the first failure instant for time-dependent reliability analysis and safety lifetime analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, Vol.145: 106963
- [157] Wang Z, Chen W. Confidence-based adaptive extreme response surface for time-variant reliability analysis under random excitation. *Structural Safety*, 2017, Vol.64: 76-86
- [158] Hawchar L, El Soueidy C, Schoefs F. Principal component analysis and polynomial chaos expansion for time-variant reliability problems. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, Vol.167: 406-416
- [159] Jiang C, Wang D, Qiu H, Gao L, Chen L, Yang Z. An active failure-pursuing Kriging modeling method for time-dependent reliability analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.129: 112-129

- [160] Xiao N, Zuo M J, Zhou C. A new adaptive sequential sampling method to construct surrogate models for efficient reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, Vol.169: 330-338
- [161] Shi Y, Lu Z, Xu L, Chen S. An adaptive multiple-Kriging-surrogate method for time-dependent reliability analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, Vol.70: 545-571
- [162] 孟增, 李刚. 基于修正混沌控制的一次二阶矩可靠度算法. *工程力学*, 2015, Vol.32(12): 21-26
- [163] Tu J, Choi K K, Park Y H. A new study on reliability-based design optimization, 1999, Vol.121(4): 557-564
- [164] Liang J, Mourelatos Z P, Tu J. A single-loop method for reliability-based design optimisation. *International Journal of Product Development*, 2008, Vol.5(1-2): 76-92
- [165] 程耿东, 许林. 基于可靠度的结构优化的序列近似规划算法. *计算力学学报*, 2006, Vol.23(6): 641-646
- [166] Agarwal H, Renaud J. Reliability based design optimization using response surfaces in application to multidisciplinary systems. *Engineering Optimization*, 2004, Vol.3(36): 291-311
- [167] Li X, Qiu H, Chen Z, Gao L, Shao X. A local Kriging approximation method using MPP for reliability-based design optimization. *Computers & Structures*, 2016, Vol.162: 102-115
- [168] Gao T, Li J. A derivative-free trust-region algorithm for reliability-based optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, Vol.55(4): 1535-1539
- [169] Zhang J, Taflanidis A A, Medina J C. Sequential approximate optimization for design under uncertainty problems utilizing Kriging metamodeling in augmented input space. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, Vol.315: 369-395
- [170] Gaspar B, Teixeira A P, Guedes Soares C. Adaptive surrogate model with active refinement combining Kriging and a trust region method. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, Vol.165: 277-291
- [171] Moustapha M, Sudret B, Bourinet J, Guillaume B. Quantile-based optimization under uncertainties using adaptive Kriging surrogate models. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, Vol.54(6): 1403-1421
- [172] Jiang C, Fang T, Wang Z X, Wei X P, Huang Z L. A general solution framework for time-variant reliability based design optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, Vol.323: 330-352
- [173] Hu Z, Du X. Reliability-based design optimization under stationary stochastic process loads. *Engineering Optimization*, 2016, Vol.48(8): 1296-1312

- [174] Huang Z L, Jiang C, Li X M, Wei X P, Fang T, Han X. A single-loop approach for time-variant reliability-based design optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 2017, Vol.66(3): 651-661
- [175] Fang T, Jiang C, Huang Z, Wei X, Han X. Time-variant reliability-based design optimization using an equivalent most probable point. *IEEE Transactions on Reliability*, 2018, Vol.68(1): 175-186
- [176] Li X, Gong C, Gu L, Jing Z, Fang H, Gao R. A reliability-based optimization method using sequential surrogate model and Monte Carlo simulation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, Vol.59(2): 439-460
- [177] Suksuwan A, Spence S M. Optimization of uncertain structures subject to stochastic wind loads under system-level first excursion constraints: A data-driven approach. *Computers & Structures*, 2018, Vol.210: 58-68
- [178] Dubourg V, Sudret B, Bourinet J. Reliability-based design optimization using kriging surrogates and subset simulation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, Vol.44(5): 673-690
- [179] Zuev K M, Beck J L. Global optimization using the asymptotically independent Markov sampling method. *Computers & Structures*, 2013, Vol.126: 107-119
- [180] Carlon A G, Lopez R H, Espath L, Miguel L F F, Beck A T. A stochastic gradient approach for the reliability maximization of passively controlled structures. *Engineering Structures*, 2019, Vol.186: 1-12
- [181] Wan Z, Chen J, Li J, Ang A H. An efficient new PDEM-COM based approach for time-variant reliability assessment of structures with monotonically deteriorating materials. *Structural Safety*, 2020, Vol.82: 101878
- [182] Wang L, Xiong C, Wang X, Xu M, Li Y. A dimension-wise method and its improvement for multidisciplinary interval uncertainty analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, Vol.59: 680-695
- [183] Du X. Reliability - based design optimization with dependent interval variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2012, Vol.91(2): 218-228
- [184] 罗阳军, 高宗战, 岳珠峰, 吴子燕. 随机-有界混合不确定性下结构可靠性优化设计. *航空学报*, 2011, Vol.32(6): 1058-1066
- [185] Qiu Z, Wang L. The need for introduction of non-probabilistic interval conceptions into structural analysis and design. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2016, Vol.59(11): 114632

- [186] 王冲, 邱志平, 吴迪, 王晓军. 含区间参数的结构-声耦合系统可靠性优化设计. 振动工程学报, 2014, Vol.27(5): 728-733
- [187] Jiang C, Han X, Li W X, Liu J, Zhang Z. A hybrid reliability approach based on probability and interval for uncertain structures. *Journal of Mechanical Design*, 2012, Vol.134(3): 31001
- [188] 唐嘉昌, 姜潮, 龙湘云, 张哲, 刘海波. 一种针对不确定性结构的区间鲁棒性优化方法. 中国科学: 技术科学, 2019, Vol.8(12): 1-16
- [189] Zhang X, Huang H. Sequential optimization and reliability assessment for multidisciplinary design optimization under aleatory and epistemic uncertainties. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, Vol.40(1-6): 165
- [190] Xia B, Lü H, Yu D, Jiang C. Reliability-based design optimization of structural systems under hybrid probabilistic and interval model. *Computers & Structures*, 2015, Vol.160: 126-134
- [191] Huang Z L, Jiang C, Zhou Y S, Zheng J, Long X Y. Reliability-based design optimization for problems with interval distribution parameters. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, Vol.55(2): 513-528
- [192] Hao P, Wang Y, Liu C, Wang B, Wu H. A novel non-probabilistic reliability-based design optimization algorithm using enhanced chaos control method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, Vol.318: 572-593
- [193] Hao P, Wang Y, Liu X, Wang B, Li G, Wang L. An efficient adaptive-loop method for non-probabilistic reliability-based design optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, Vol.324: 689-711
- [194] Wang L, Wang X, Wang R, Chen X. Reliability-based design optimization under mixture of random, interval and convex uncertainties. *Archive of Applied Mechanics*, 2016, Vol.86(7): 1341-1367
- [195] Shi Y, Lu Z, Huang Z. Time-dependent reliability-based design optimization with probabilistic and interval uncertainties. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, Vol.80: 268-289
- [196] Srivastava R K, Deb K, Tulshyan R. An Evolutionary Algorithm Based Approach to Design Optimization Using Evidence Theory. *Journal of Mechanical Design*, 2013, Vol.135(8): 1885-1886
- [197] Salehghaffari S, Rais-Rohani M, Marin E B, Bammann D J. Optimization of structures under material parameter uncertainty using evidence theory. *Engineering Optimization*, 2013, Vol.45(9): 1027-1041
- [198] 郭惠昕, 夏力农, 戴娟. 基于证据理论的结构失效概率计算方法. 应用基础与工程科

- 学学报, 2008(03): 457-464
- [199] Yao W, Chen X, Ouyang Q, Van Tooren M. A reliability-based multidisciplinary design optimization procedure based on combined probability and evidence theory. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2013, Vol.48(2): 339-354
- [200] 唐和生, 苏瑜, 薛松涛, 邓立新, TANGHe-sheng, SUYu, XUESong-tao, DENGLi-xin. 结构可靠性优化设计的证据理论和微分演化方法. *湖南大学学报(自科版)*, 2014, Vol.41(4): 33-38
- [201] Su Y, Tang H, Xue S, Li D. Multi-objective differential evolution for truss design optimization with epistemic uncertainty. *Advances in Structural Engineering*, 19(9), 1403-1419, 2016, Vol.19(9): 1403-1419
- [202] Wang C, Matthies H G. Epistemic uncertainty-based reliability analysis for engineering system with hybrid evidence and fuzzy variables. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, Vol.355: 438-455
- [203] Cao L, Liu J, Jiang C, Wu Z, Zhang Z. Evidence-Based Structural Uncertainty Quantification by Dimension Reduction Decomposition and Marginal Interval Analysis. *Journal of Mechanical Design*, 2020, Vol.142(5): 51701
- [204] 范松, 姜潮, 张哲, 刘杰. 一种基于证据理论的结构可靠性优化设计方法. *中国科学: 技术科学*, 2016(007): 706-716
- [205] 姜潮, 范松, 张哲, 倪冰雨. 一种高效的概率-证据混合可靠性分析方法. *计算力学学报*, 2016, Vol.33(2): 135-143
- [206] Papadimitriou C, Katafygiotis L S, Au S K. Effects of structural uncertainties on TMD design: A reliability - based approach. *Journal of Structural Control*, 2010, Vol.4(1): 65-88
- [207] Mohtat A, Dehghan-Niri E. Generalized framework for robust design of tuned mass damper systems. *Journal of Sound & Vibration*, 2011, Vol.330(5): 902-922
- [208] Zhu H P, Ge D D, Huang X. Optimum connecting dampers to reduce the seismic responses of parallel structures. *Journal of Sound & Vibration*, 2011, Vol.330(9): 1931-1949
- [209] Richardson A, Walsh K K, Abdullah M M. Closed - form equations for coupling linear structures using stiffness and damping elements. *Structural Control & Health Monitoring*, 2013, Vol.20(3): 259-281
- [210] Altieri D, Tubaldi E, Angelis M D, Patelli E, Dall Asta A. Reliability-based optimal design of nonlinear viscous dampers for the seismic protection of structural systems. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2018, Vol.16(2): 963-982
- [211] Taflanidis A A, Scruggs J T. Performance measures and optimal design of linear structural

- systems under stochastic stationary excitation. *Structural Safety*, 2010, Vol.32(5): 305-315
- [212] Taflanidis A A. Reliability-based optimal design of linear dynamical systems under stochastic stationary excitation and model uncertainty. *Engineering Structures*, 2010, Vol.32(5): 1446-1458
- [213] 李全旺, 王草. 荷载随机过程相关性对结构时变可靠度的影响. *清华大学学报(自然科学版)*, 2014, Vol.54(10): 1316-1320
- [214] Wei P, Wang Y, Tang C. Time-variant global reliability sensitivity analysis of structures with both input random variables and stochastic processes. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2016, Vol.55(5): 1-16
- [215] Tubaldi E, Barbato M, Dall Asta A. Performance-based seismic risk assessment for buildings equipped with linear and nonlinear viscous dampers. *Engineering Structures*, 2014, Vol.78: 90-99
- [216] Juhn G, Manolis G D. Stochastic sensitivity and uncertainty of secondary systems in base-isolated structures. *Journal of Sound & Vibration*, 1992, Vol.159(2): 207-222
- [217] Chakraborty S, Roy B K. Reliability based optimum design of Tuned Mass Damper in seismic vibration control of structures with bounded uncertain parameters. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2011, Vol.26(2): 215-221
- [218] Yu H, Gillot F, Ichchou M. Reliability based robust design optimization for tuned mass damper in passive vibration control of deterministic/uncertain structures. *Journal of Sound Vibration*, 2013, Vol.332(9): 2222-2238
- [219] 王磊, 谭平, 赵卿卿. 随机结构-TMD优化设计与概率密度演化研究. *振动工程学报*, 2015(2): 285-290
- [220] Mrabet E, Guedri M, Ichchou M N, Ghanmi S. Stochastic structural and reliability based optimization of tuned mass damper. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, Vol.60-61: 437-451
- [221] Mrabet E, Guedri M, Ichchou M, Ghanmi S. New approaches in reliability based optimization of tuned mass damper in presence of uncertain bounded parameters. *Journal of Sound & Vibration*, 2015, Vol.355: 93-116
- [222] Marano G C, Trentadue F, Greco R. Stochastic optimum design criterion for linear damper devices for seismic protection of buildings. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2007, Vol.33(6): 441-455
- [223] Jensen H A, Sepulveda J G. On the reliability-based design of structures including passive energy dissipation systems. *Structural Safety*, 2012, Vol.34(1): 390-400

- [224] Taflanidis A A, Jia G. A simulation - based framework for risk assessment and probabilistic sensitivity analysis of base - isolated structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2011, Vol.40(14): 1629-1651
- [225] Dall Asta A, Scozzese F, Ragni L, Tubaldi E. Effect of the damper property variability on the seismic reliability of linear systems equipped with viscous dampers. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2017, Vol.15(11): 5025-5053
- [226] Scozzese F, Dall'Asta A, Tubaldi E. Seismic risk sensitivity of structures equipped with anti-seismic devices with uncertain properties. *Structural Safety*, 2019, Vol.77: 30-47
- [227] Wijaya H, Rajeev P, Gad E, Amirsardari A. Effect of hysteretic steel damper uncertainty on seismic performance of steel buildings. *Journal of Constructional Steel Research*, 2019, Vol.157: 46-58
- [228] Taflanidis A A, Beck J L. Stochastic Subset Optimization for optimal reliability problems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2008, Vol.23(2-3): 324-338
- [229] Gidaris I, Taflanidis A A. Performance assessment and optimization of fluid viscous dampers through life-cycle cost criteria and comparison to alternative design approaches. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2015, Vol.13(4): 1003-1028
- [230] Konstantinidis D, Makris N, Kelly J M. Health monitoring of fluid dampers for vibration control of structures: experimental investigation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 2012, Vol.41(13): 1813-1829
- [231] Wang L, Wang X, Li Y, Hu J. A non-probabilistic time-variant reliable control method for structural vibration suppression problems with interval uncertainties. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.115: 301-322
- [232] Dempster A P. A generalization of Bayesian inference. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1968, Vol.30(2): 205-232
- [233] 李文立, 郭凯红. D-S证据理论合成规则及冲突问题. *系统工程理论与实践*, 2010, Vol.30(8): 1422-1432
- [234] 罗兰, 肖建于. 一种有效折扣证据源的冲突证据合成方法. *计算机工程与应用*, 2019, Vol.55(4): 159-163
- [235] Tonon F. Using random set theory to propagate epistemic uncertainty through a mechanical system. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, Vol.85(1-3): 169-181
- [236] Durante F, Sánchez J F, Trutschnig W. On the interrelation between Dempster - Shafer belief structures and their belief cumulative distribution functions. *Knowledge-Based Systems*, 2013, Vol.52: 107-113

- [237] Ferson S, Tucker W T. Sensitivity analysis using probability bounding. *Reliability Engineering & System Safety*, 2006, Vol.91(10-11): 1435-1442
- [238] Guo J, Du X. Reliability sensitivity analysis with random and interval variables. *International journal for numerical methods in engineering*, 2009, Vol.78(13): 1585-1617
- [239] Huang Z L, Jiang C, Zhang Z, Zhang W, Yang T G. Evidence-theory-based reliability design optimization with parametric correlations. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, Vol.60(2): 565-580
- [240] 唐和生, 李峰, 王勇, 薛松涛, 陈镛. 桁架结构形状优化的粒子群优化算法. *哈尔滨工业大学学报*, 2009(12): 103-108
- [241] Civicioglu P, Besdok E, Gunen M A, Atasever U H. Weighted differential evolution algorithm for numerical function optimization: a comparative study with cuckoo search, artificial bee colony, adaptive differential evolution, and backtracking search optimization algorithms. *Neural Computing and Applications*, 2020, Vol.32(8): 3923-3937
- [242] Lutes L D, Sarkani S. *Random vibrations: analysis of structural and mechanical systems*: Butterworth-Heinemann, 2004
- [243] 刘章军, 曾波, 吴林强. 非平稳地震动过程模拟的谱表示-随机函数方法. *振动工程学报*, 2015, Vol.28(3): 411-417
- [244] Au S. On MCMC algorithm for subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2016, Vol.43: 117-120
- [245] 李英民, 刘立平, 赖明. 工程地震动随机功率谱模型的分析与改进. *工程力学*, 2008, Vol.25(3): 43-48
- [246] 周继磊, 杨迪雄, 陈国海. 近断层脉冲型地震动功率谱特性分析. *世界地震工程*, 2017, Vol.33(1): 18-26
- [247] Vrugt J A, Gupta H V, Bouten W, Sorooshian S. A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters. *Water resources research*, 2003, Vol.39(8): 1201
- [248] Nelder J A, Mead R. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 1965, Vol.7(4): 308-313
- [249] Gelman A, Rubin D B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical science*, 1992, Vol.7(4): 457-472
- [250] Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability. *Structural safety*, 1994, Vol.14(4): 227-245
- [251] 庄表中, 陈乃立, 高瞻. *非线性随机振动理论及其应用*: 浙江大学出版社, 1986

- [252] Cohen A C, Whitten B J. Estimation in the three-parameter lognormal distribution. *Journal of the American Statistical Association*, 1980, Vol.75(370): 399-404
- [253] Nadarajah S. A generalized normal distribution. *Journal of Applied statistics*, 2005, Vol.32(7): 685-694
- [254] Low Y M. A new distribution for fitting four moments and its applications to reliability analysis. *Structural Safety*, 2013, Vol.42: 12-25
- [255] Liu X. Fluid inerter based vibration suppression: modelling methodology: University of Bristol, 2019
- [256] 杜晓磊, 吴进标, 李志, 何慧慧, 吴必华. 近断层脉冲地震作用下基础隔震体系动力响应. *低温建筑技术*, 2019, Vol.41(12): 102-105
- [257] Dickinson B W, Gavin H P. Parametric statistical generalization of uniform-hazard earthquake ground motions. *Journal of structural engineering*, 2011, Vol.137(3): 410-422
- [258] 刘铁林, 孙宇城, 张柔佳. PEER地震动数据库中含速度脉冲近场地震记录. *防灾减灾工程学报*, 2018, Vol.38(2): 367-372
- [259] 周继磊. 近断层强震作用下结构随机抗震分析和力学系统混沌控制: [博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2014
- [260] 杨迪雄, 赵岩, 李刚. 近断层地震动运动特征对长周期结构地震响应的影响分析. *防灾减灾工程学报*, 2007(02): 133-140

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历:

郭雪媛, 女, 1993 年 11 月生。

2016 年 7 月毕业于同济大学土木工程专业, 获学士学位。

2016 年 9 月进入同济大学攻读博士学位。

已发表论文:

- [1] Tang Hesheng, Guo Xueyuan, Xue Songtao. Uncertainty Quantification in Small-Timescale Model-Based Fatigue Crack Growth Analysis Using a Stochastic Collocation Method. *Metals*, 2020, Vol.10(5): 646.
- [2] Tang Hesheng, Guo Xueyuan, Xie Liyu, Xue Songtao. Experimental Validation of Optimal Parameter and Uncertainty Estimation for Structural Systems Using a Shuffled Complex Evolution Metropolis Algorithm. *Applied Sciences*, 2019, Vol.9(22): 4959.
- [3] Tang Hesheng, Guo Xueyuan, Xie Lijun, Xue Songtao. Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization for Structural System Identification. Hershey: IGI Global, 2018.
- [4] Tang Hesheng, Guo Xueyuan, Wan Chunfeng. Parameter Identification for a Structural System with Particle Tuned Mass Damper Using a Shuffled Complex Evolution Metropolis Algorithm. 7th Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring, Hong Kong, China, 2018.
- [5] Li Dawei, Tang Hesheng, Xue Songtao, Guo Xueyuan. Reliability analysis of nonlinear dynamic system with epistemic uncertainties using hybrid Kriging-HDMR. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.58:103001.
- [6] 唐和生, 郭雪媛, 薛松涛. 非平稳地震激励下结构动力可靠性方法对比研究. *结构工程师*, 2020, Vol.36(04): 46-51.

待发表论文:

- [1] 唐和生, 郭雪媛, 薛松涛. 基于广义子集模拟和自适应 Kriging 模型的非线性随机动力系统的时变可靠性分析. *振动与冲击*. (复审)