**DOI**: 10. 19701/j. jzjg. 2018. S2. 085

# 基于卡尔曼滤波的消能减震结构附加阻尼力识别\*

张 睿', 谢丽宇', 薛松涛'<sup>2</sup>, 郑学胜'

(1 同济大学结构工程与防灾研究所,上海200092; 2 日本东北工业大学工学部建筑学科,日本仙台)

[摘要] 对于消能减震结构,由阻尼器施加给主体结构的附加阻尼力可以视为是主体结构输入力的一部分。在结构的参数和激励力都已知的情况下,阻尼器提供的附加阻尼力可以视作主体结构唯一的未知输入力,可以采用基于卡尔曼滤波的算法识别出阻尼器提供的附加阻尼力。首先建立消能减震结构的状态方程,然后采用卡尔曼滤波和递归最小二乘法计算出附加阻尼力的大小,为提高算法的自适应能力,算法中引入了遗忘因子。最后进行数值模拟来验证该方法的有效性,数值模型采用的是日本隔震学会提供的一个 10 层加装调谐黏滞阻尼器的结构 结果表明 基于卡尔曼滤波并考虑遗忘因子的识别方法可以很好地估计附加阻尼力的大小,并且选取合适的遗忘因子可以增加算法的精确性。

[关键词] 附加阻尼比;识别;卡尔曼滤波

中图分类号: TU31 文献标识码: A 文章编号: 1002-848X(2018) S2-0426-05

# Kalman filter based structural additional damping force identification for damper controlled structures

Zhang Rui<sup>1</sup>, Xie Liyu<sup>1</sup>, Xue Songtao<sup>1,2</sup>, Zheng Xuesheng<sup>1</sup>

(1 Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction , Tongji University , Shanghai 200092 , China;

2 Department of Architecture , Tohoku Institute of Technology , Sendai , Japan)

Abstract: For damper controlled structures, the damping force generated by the additional dampers can be considered as a part of the input force of the main structure. On condition that the parameters and the excitation force of the structure are known, the additional damping force provided by the damper can be considered as the only unknown input force of the main structure, which can be estimated by using Kalman filter-based algorithm. A state equation of damper controlled structure is first built. Kalman filter and the recursive least-square algorithm are then used to calculate the magnitude of additional damping force. And to improve the adaptive ability, the forgetting factor is adopted. The validity of the proposed method is examined with the numerical experiment of a ten-floor tuned viscous mass damper (TVMD) controlled linear building structure, provided by the Japan Society of Seismic Isolation. The testing results show that the Kalman filter-based method with the forgetting factor has an excellent performance to estimate the additional damping force, adopting proper forgetting factor can improve the accuracy of the method.

Keywords: additional damping force; identification; Kalman filter

# 0 概述

消能减震结构通过阻尼器吸收、耗散地震能量,增加结构耗能能力达到结构控制的目的。其中,阻尼器的阻尼特性识别一直是动力分析中的难题。不像刚度、质量等参数与结构物理特征有明确联系,阻尼反映能量在结构振动过程中的耗散情况,与激励、结构类型、阻尼器结构等多种因素有关,因此真实结构的阻尼特性往往需要通过实际测试的方法来估计。然而,在实际应用和大多数室内实验中,阻尼器的附加阻尼力很难直接测量得出,而结构的动力响应常常容易得到,因此从结构的动力响应中识别阻尼力是一种更有效的方法。可以将阻尼器施加给主体结构的附加阻尼力视为主体结构输入力的一部分,在结构的

激励力已知的情况下,附加阻尼力的识别问题可以转化为系统的输入力识别问题。

卡尔曼滤波方法于 1960 年由 Kalman<sup>[1]</sup>提出的,已经被证明是线性最优状态估计方法,卡尔曼滤波算法将未知系统参数集合到原来的状态向量中 将未知系统参数当作系统状态去估计,并利用最小二乘法最终识别系统参数,卡尔曼滤波方法也可以有效识别系统的未知输入力。 Kevin<sup>[2]</sup> 总结了线性系统的输入力识别的研究现状,Ma 等人<sup>[34]</sup> 总结了包括卡尔曼滤波在内的不同输入力估计方法的研究进展,并将 Tuan

作者简介: 张睿 .硕士研究生 ,Email: zhangrui199267@ tongji. edu. cn。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(51778490) ,政府间国际科技创新合作 重点专项(2016YFE0127600)。

等人<sup>[5]</sup>应用于热传导问题的输入参数估计算法应用于线性动力系统,该算法由卡尔曼滤波和最小二乘法组成。

本文采用卡尔曼滤波和递归最小二乘法,并引入遗忘因子增加算法的自适应性,来识别结构的附加阻尼力。并通过一个典型的调谐黏滞阻尼器结构来验证算法的有效性,首先采用 EI Centro 地震波作为激励得到结构的响应 利用计算的结构位移响应作为观测量 利用考虑遗忘因子的卡尔曼滤波和递归最小二乘算法,识别出调谐黏滞阻尼器作用在主体结构上的附加阻尼力,并将估计的附加阻尼力与理论公式计算的真实附加阻尼力进行对比。

# 1 附加阻尼力识别的卡尔曼滤波算法

# 1.1 系统状态方程

建立n 自由度线性动力系统的运动方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{1}$$

式中: M 为  $n \times n$  阶质量矩阵; C 为  $n \times n$  阶阻尼矩阵; K 为  $n \times n$  阶刚度矩阵; F(t) 为  $n \times 1$  阶外力向量;

 $\ddot{Y}(t)$   $\dot{Y}(t)$  和 Y(t) 分别为系统加速度 ,速度和位移

响应向量。令系统状态向量  $X(t) = [Y \quad \dot{Y}]^T$  ,系统的时间连续状态方程和量测方程可写成:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BF(t)$$
 (2)

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{X}(t) \tag{3}$$

式中: 
$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$
;  $B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}$ ;  $H$  为

量测矩阵 不同的观测量有不同的量测矩阵。

对于一个加装了附加阻尼器的结构 ,主体结构所受外力可以被分为两部分: 一部分为直接作用在主体结构的外力 ,一部分为阻尼器施加给主体结构的附加阻尼力。区分主体结构直接受到的外力和附加阻尼力 ,并将时间连续状态方程在时间间隔  $\Delta t$  上离散 ,并加入系统噪声和量测噪声 ,式(2) 和式(3) 可以改写为:

$$X_{k+1} = \boldsymbol{\Phi} X_k + \boldsymbol{\Gamma} (\boldsymbol{F}_k + \boldsymbol{d}_k) + \boldsymbol{w}_k \tag{4}$$

$$\mathbf{Z}_{k} = \mathbf{H}\mathbf{X}_{k} + \mathbf{v}_{k} \tag{5}$$

式中:  $\Phi = \exp(A\Delta t)$  ;  $\Gamma = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{A[(k+1)\Delta t - \tau]\} d\tau B = [I - \exp(-A\Delta t)]A^{-1}B$  ;  $X_k$  为状态向量;  $\Phi$  为状态转移矩阵;  $\Gamma$  为输入矩阵;  $F_k$  为主体结构直接所受外力;  $d_k$  为结构的附加阻尼力;  $\Delta t$  为采样间隔;  $Z_k$  为量测向量;  $w_k$  为系统过程噪声向量;  $v_k$  为量测噪声向量。假设噪声是零均值白噪声,并有 $E[w_k w_t^T] = Q\delta_{ki}$  ,  $E[v_k v_t^T] = R\delta_{ki}$  , Q 和 R 为系统噪

声和量测噪声的协方差矩阵, $\delta_{kj}$  为克罗内克函数。式(4)和(5)则构成了线性动力系统的状态空间方程。

# 1.2 标准卡尔曼滤波

卡尔曼滤波识别系统参数的主要思想是将未知系统参数集合到原来的状态向量中 将未知系统参数 当作系统状态去估计 从而最终识别系统参数。标准 卡尔曼滤波包含以下两个步骤:

第一步 基于已有的状态信息和输入信息对新的 状态进行预测 得到状态的预测量和协方差预测量。

$$\overline{X}_{k/k-1} = \boldsymbol{\Phi} \overline{X}_{k-1/k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{F}_{k-1} \tag{6}$$

$$\bar{\boldsymbol{P}}_{k,(h-1)} = \boldsymbol{\Phi} \bar{\boldsymbol{P}}_{h-1,(h-1)} \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q} \tag{7}$$

式中:  $\bar{X}$  为无阻尼力时卡尔曼滤波的状态估计值;  $\bar{P}$  为滤波器的误差协方差矩阵。

第二步,利用新的量测信息,计算新息和新息的协方差矩阵,可以得到卡尔曼增益矩阵,从而得到更新的协方差矩阵和更新的状态估计量。

$$\overline{Z}_k = Z_k - H\overline{X}_{k/k-1} \tag{8}$$

$$\mathbf{S}_{k} = \mathbf{H} \overline{\mathbf{P}}_{k/k-1} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{K}_{k} = \bar{\boldsymbol{P}}_{k/k-1} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{k}^{-1} \tag{10}$$

$$\bar{\boldsymbol{P}}_{k/k} = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}] \bar{\boldsymbol{P}}_{k/k-1} \tag{11}$$

$$\overline{X}_{k/k} = \overline{X}_{k/k-1} + K_k \overline{Z}_k \tag{12}$$

式中:  $\mathbf{Z}_k$  为新息;  $S_k$  为新息协方差矩阵;  $K_k$  为卡尔曼 增益矩阵。

式(6)~(12)构成了完整的标准卡尔曼滤波方程。

# 1.3 带遗忘因子的递归最小二乘法

首先建立附加阻尼力与卡尔曼滤波新息之间的 迭代关系 得到下列关系式:

$$\overline{\boldsymbol{Z}}_{k} = \hat{\boldsymbol{Z}}_{k} + \boldsymbol{B}_{sk} \boldsymbol{F}_{k} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{B}_{sk} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{M}_{sk-1} + \boldsymbol{I}) \boldsymbol{\Gamma} \tag{14}$$

$$\mathbf{M}_{s\,k} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k H\right] \left[\mathbf{\Phi} \mathbf{M}_{s\,k-1} + \mathbf{I}\right] \tag{15}$$

式中:  $\bar{Z}_k$  和  $\hat{Z}_k$  分别为没有附加阻尼力和有附加阻尼力的卡尔曼滤波新息;  $B_{s,k}$  和  $M_{s,k}$  为灵敏度矩阵。

利用递推最小二乘法,每观测一个时间步,修正一个时间步的估计值。随着时间步的增加,算法将逐渐失去修正能力,因此引入遗忘因子 y,它可以降低旧数据提供的信息量,同时增加新数据提供的信息量,以提高算法的自适应能力。从而得到递推最小二乘法的公式如下:

$$K_{b k} = \frac{P_{b k-1} B_{s k}^{T}}{\gamma} \left[ \frac{B_{s k} P_{b k-1} B_{s k}^{T}}{\gamma} + S_{k} \right]^{-1}$$

$$P_{b k} = \frac{1}{\gamma} \left[ I - K_{b k} B_{s k} \right] P_{b k-1}$$

$$\hat{d}_{k} = \hat{d}_{k-1} + K_{b k} \left[ \overline{Z}_{k} - B_{s k} \hat{d}_{k-1} \right]$$
(16)

式中:  $K_{b,k}$  为附加阻尼力更新的校正增益;  $P_{b,k}$  为估计的附加阻尼力的误差协方差矩阵;  $\hat{a}_k$  为附加阻尼力的估计值。详细的推导过程可详见参考文献 [4]。

#### 2 数值算例

# 2.1 结构模型

Saito 等人<sup>[6]</sup> 采用旋转黏滞质量阻尼器开发了一种新的地震控制系统,该装置被称为调谐黏滞质量阻尼器(TVMD)。TVMD 的基本概念与调谐质量阻尼器(TMD)的基本概念相同。如图 1 所示,TVMD 在理论上可以简化为一个黏滞阻尼单元与一个旋转质量单元并联布置,然后与一个支撑弹簧串联。

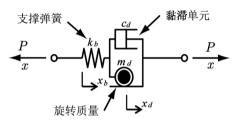


图 1 TVMD 模型<sup>[6]</sup>

TVMD 在主体结构中产生的附加阻尼力 P 可按下式计算:

$$P = k_{b}x_{b} = m_{d}\ddot{x}_{d} + c_{d}\dot{x}_{d}$$

$$x = x_{b} + x_{d}$$
(17)

式中  $k_{\rm b}$ 、 $x_{\rm b}$ 、 $m_{\rm d}$ 、 $c_{\rm d}$ 、 $x_{\rm d}$ 、x 分别为支撑弹簧刚度、支撑弹簧位移、旋转质量单元的质量、阻尼单元的阻尼、旋转质量单元的位移、阻尼器总位移。

本文采用日本隔震学会提供的一个 10 层加装 TVMD 的 benchmark 结构模型验证本文提出的附加阻 尼力识别方法的有效性,该结构的理论模型如图 2 所示。

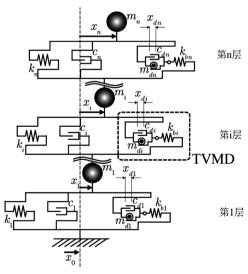


图 2 结构模型[6]

主体结构与 TVMD 系统的设计参考日本学者

Ikago [7] 的设计 ,设计过程在此不再赘述 ,设计参数如表 1 所示。

结构模型参数

表1

	主体结构参数			TVMD 结构参数		
层数	质量	刚度 k <sub>i</sub>	高度	质量	刚度 $k_{\mathrm{b}i}$	阻尼 c <sub>di</sub>
	m <sub>i</sub> (t)	( kN/m)	( m)	$m_{\rm d}(t)$	( kN/m)	( kN • s/m)
10	875	158550	4	1626	20138	2353
9	649	180110	4	1847	22877	2673
8	656	220250	4	2259	27975	3269
7	660	244790	4	2511	31092	3633
6	667	291890	4	2994	37075	4332
5	670	306160	4	3140	38887	4544
4	676	328260	4	3367	41694	4872
3	680	383020	4	3929	48650	5684
2	682	383550	4	3934	48717	5692
1	700	279960	6	2872	35560	4155

# 2.2 结构运动方程

建立结构模型的运动方程:

 $M_{\rm p}\ddot{Y}_{\rm p}(t)+C_{\rm p}\dot{Y}_{\rm p}(t)+K_{\rm p}Y_{\rm p}(t)=d(t)-M_{\rm p}\ddot{x}_{\rm g}$  (18) 式中:  $M_{\rm p}$ 、 $K_{\rm p}$ 和  $C_{\rm p}$ 分别为主体结构的质量、刚度和阻尼矩阵; d(t) 为阻尼器提供的附加阻尼力向量;  $\ddot{x}_{\rm g}$ 为基地加速度向量;  $Y_{\rm p}(t)$  为结构位移响应向量。 $M_{\rm p}$ 、 $K_{\rm p}$ 和  $C_{\rm p}$ 为已知参数 结合表 1 的数值按下式进行取值。

$$\boldsymbol{M}_{p} = \begin{bmatrix} m_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{1} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_{p} \end{bmatrix}$$
 (19)

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 & \cdots & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} & & \vdots \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_{n} & -k_{n} \\ 0 & \cdots & 0 & -k_{n} & k_{n} \end{bmatrix}$$

模型假设主体结构阻尼矩阵  $C_p$  与刚度矩阵成比例 ,一阶阻尼比  $\xi_1=0.02$  ,据此 ,可以按下式计算主体结构阻尼矩阵:

$$C_{\rm p} = \frac{2\xi_1}{\omega_{\rm pl}} K_{\rm p} \tag{21}$$

式中:  $\omega_{\rm pl}$  为主体结构一阶无阻尼固有频率;  $K_{\rm p}$  为主体结构刚度矩阵。

# 2.3 结构位移响应

基地加速度  $\ddot{x}_{g}$  采用 EI Centro 地震波的 N-S 分

量 选取 50s 进行加载 ,时间间隔为 0.02s ,调整加速度峰值为 3.35 m/s $^2$ 。图 3 为 EI Centro 地震波的加速度时程曲线。利用 Newmark-beta 法计算结构动力位移响应向量  $Y_a(t)$  结果见图 4( 以第 10 层为例)。

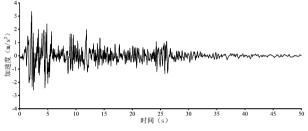


图 3 EI Centro 地震波加速度时程曲线

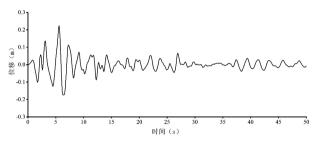


图 4 结构位移响应(第10层)

# 2.4 阻尼力识别结果

基于以上介绍的结构模型和建立的运动方程,以及主体结构的位移响应作为观测量,可以利用卡尔曼滤波—递归最小二乘附加阻尼力识别方法,识别出TVMD作用在主体结构上的附加阻尼力向量 d(t)。

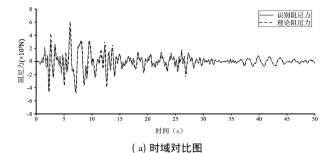
首先对卡尔曼滤波的初始值进行设定: 系统噪声协方差矩阵  $Q_0=1\times 10^{-1}\cdot I_{10\times 10}$  是测噪声协方差矩阵为  $R_0=1\times 10^{-18}\cdot I_{5\times 5}$  初始状态向量为  $\hat{X}_0=\mathbf{0}_{20\times 1}$  初始附加阻尼力向量为  $\hat{\mathbf{d}}_0=\mathbf{0}_{10\times 1}$  滤波器的初始误差协方差矩阵为  $\mathbf{P}_0=1\times 10^{20}\cdot I_{20\times 20}$  ,附加阻尼力的初始误差协方差矩阵为  $\mathbf{P}_{b0}=1\times 10^{20}\cdot I_{20\times 20}$  ,灵敏度的初始误差协方差矩阵为  $\mathbf{M}_{s0}=\mathbf{0}_{20\times 20}$  。

其次基于上文提出的附加阻尼力识别方法,计算出 TVMD 作用在主体结构上的附加阻尼力,并与式 (17) 计算的理论附加阻尼力进行对比。以第 10 层为例 从时域和频域方面分别进行比较,其中考虑遗忘因子  $(\gamma=0.8)$  的结果如图 5 所示,不考虑遗忘因子  $(\mathbb{D}_{\gamma}=1)$  的结果如图 6 所示。同时引入相对误差来量化估计值与理论值之间的差异  $(\mathbb{P}_{\gamma}=1)$  ,计算公式如下:

$$Error(\%) = \frac{\sqrt{\sum (d - \hat{d})^2}}{\sqrt{\sum d^2}} \times 100 \qquad (22)$$

式中: Error 为相对误差; d 和  $\hat{d}$  分别为附加阻尼力的 理论计算值和估计值。

相对误差与遗忘因子的关系如图 7 所示。



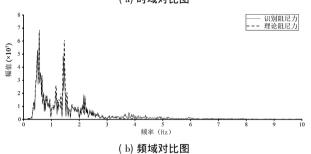
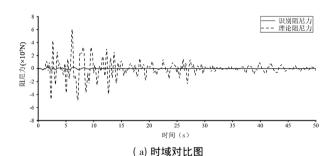


图 5 考虑遗忘因子的附加阻尼力估计值与 理论值对比图(第10层)



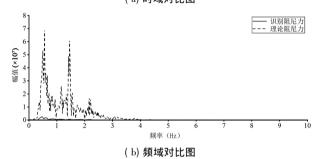


图 6 不考虑遗忘因子的附加阻尼力估计值与理论值对比图(第10层)

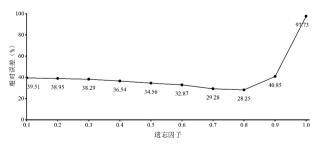


图 7 遗忘因子与相对误差关系(第 10 层)

通过识别阻尼力和理论阻尼力的对比,可以得到以下结果:

(1)图5显示,考虑遗忘因子的算法初始误差相对较大,但几个时间步以后,附加阻尼力的估计值迅

速收敛到理论值 表明提出的考虑遗忘因子的算法可以有效修正初始估计的误差。

- (2)通过图 5 和图 6 的对比分析发现 ,考虑遗忘 因子的算法可以有效估计附加阻尼力的大小 ,时域对比图中估计值和理论值比较吻合; 频域对比图中 ,频率小于 3Hz 区间估计值和理论值比较吻合 ,频率大于 3Hz 区间估计值稍稍偏大。而不考虑遗忘因子的算法无法正常识别附加阻尼力。
- (3) 根据估计结果 ,发现估计值与理论值之间存在时间延迟。有研究表明 ,卡尔曼滤波估计输出值相对于系统输出值有相位延迟<sup>[9]</sup>。因此 ,在评估估计结果之前 ,对估计的附加阻尼力做了时间延迟处理。
- (4)图7显示了遗忘因子与相对误差的关系,结果表明,合理的遗忘因子可以有效地减小误差,如何采用自适应遗忘因子以加强算法的适用性是接下来的研究方向。

# 3 结论

本文将阻尼器施加给主体结构的附加阻尼力视为是主体结构输入力的一部分。在结构的激励力已知的情况下,附加阻尼力的识别问题转化为系统的输入力识别问题。本文采用了附加阻尼力的识别算法,算法基于卡尔曼滤波和递归最小二乘法,并考虑遗忘因子以提高算法的自适应性。本文采用一个典型的调谐黏滞阻尼器结构,采用 EI Centro 地震波作为激励利用 Newmark-beta 法计算出结构动力响应,并以主体结构的位移响应作为观测量,利用本文提出的附加阻尼力识别方法,识别调谐黏滞阻尼器作用在主体结构上的附加阻尼力。结果表明,附加阻尼力可以作为系统输入力进行识别,考虑遗忘因子的卡尔曼滤波识别方法可以有效地估计附加阻尼力。

# 参考文献

- [1] KALMAN RE. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of Basic Engineering Transactions, 1960 82: 35-45.
- [2] KEVIN S. Force identification problems—an overview [C]// Proceedings of the 1987 SEM Spring Conference on Experimental Mechanics. Houston, Texas, USA, 14-19 June, 1987: 838-844.
- [3] MA CK, et al. A study of an inverse method for the estimation of impulsive loads [J]. International Journal of Systems Science, 1998, 29(6), 663-672.
- [4] LIU JJ, et al. Input force estimation of a cantilever plate by using a system identification technique [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2000, 190(11):1309-1322.
- [5] TUAN PC, et al. An input estimation approach to online two-dimensional inverse heat conduction problems [J]. Numerical Heat Transfer Part B Fundamentals, 1996 29(3):345-363.
- [6] SAITO K, et al. Vibration tests of 1-story response control system using inertial mass and optimized soft spring and viscous element [J]. Journal of Structural Engineering, 2008, 54: 623-634.
- [7] IKAGO K, et al. Modal response characteristics of a multiple-degree-of-freedom structure incorporated with tuned viscous mass dampers [J]. Journal of Asian Architecture & Building Engineering, 2012,11(2): 375-382.
- [8] GENARO G, RADE DA. Input force identification in the time domain [C]// Proceedings of the 16th IMAC. Santa Barbara, CA, USA, 1998: 124-129.
- [9] PIERSOL A. Time delay estimation using phase data [J]. Acoustics Speech & Signal Processing IEEE Transactions on , 1981 29(3): 471-477.