

# 大跨度拱形平面结构竖向 TMD 制振研究

薛松涛<sup>1, 2</sup> 秦 岭<sup>1</sup> 陈 镭<sup>1</sup> 王远功<sup>1</sup>

(1 同济大学工程力学与技术系和泉研究室, 200092)

(2. 日本近畿大学理工学部建筑学科, 日本大阪)

**提 要** 本文运用复频响应函数矩阵方法对大跨度平面拱形结构引入竖向 TMD 后在水平地震作用下的地震响应进行了详细的计算, 探讨了竖向 TMD 的个数、频率比、阻尼比的变化对结构地震响应的影响, 并比较了 TMD 和 MTMD 对结构地震响应的影响。

**关键词** 大跨度, 拱形平面结构, 竖向 TMD, 地震响应

## 1 引言

大跨度拱形结构常常用于文化体育设施等人们相对集中的地方, 如同济大学的大礼堂、武汉市的晴川桥等等。此类结构在地震时引起的危害很大, 因此, 研究大跨度拱形结构在地震作用下的动力响应以及响应控制是十分必要的。

调谐质量阻尼器 (Tuned Mass Damper, 简称 TMD) 是由质量、弹簧、阻尼器构成的一种十分有效的结构被动控制装置。TMD (横向 TMD) 多用于高层、高耸结构, 用于减小结构横向的响应。国内外研究者对此的研究很多<sup>[1]、[2]</sup>, 并且已经在实际工程中应用。对于大型空间结构引入 TMD (竖向 TMD, 用于减小结构竖向响应) 的研究 (特别是在水平地震作用下) 则不多。国内学者薛松涛<sup>[3]、[4]</sup>将多个竖向 TMD 系统应用于大跨度网壳结构, 分析比较了地震荷载作用下结构有 TMD 和没有 TMD 的响应, 得出大跨度结构的地震响应以竖向为主, 竖向 TMD 具有一定的减振效果。并且初步探讨了 TMD 优化控制问题。但对于大跨度拱型结构引入竖向 TMD 后的地震响应分析还不多见。基于此, 为了简单起见, 本文运用复频响应函数矩阵方法对大跨度平面拱形结构引入竖向 TMD 后在水平地震作用下的地震响应进行了详细的计算, 探讨了竖向 TMD 的个数、频率比、阻尼比、悬挂方向的变化对结构地震响应的影响, 并比较了 TMD 和 MTMD 对结构地震响应的影响。

## 2 分析模型及运动方程

本文的研究对象为一大跨度平面拱形结构<sup>[5]</sup>。结构的曲率半径  $R=28.33\text{m}$ , 跨度  $L=50\text{m}$ , 高度  $H=15\text{m}$ , 圆心角为  $\theta=123.855^\circ$ , 如图 1 所示。材料由钢筋混凝土构成, 截

薛松涛, 男, 1963 12 出生, 工学博士, 教授、博导

国家杰出青年科学基金资助项目 (59925820)

面为矩形截面，高度 1.0m，宽度 0.5m，如图 2 所示。为了简化计算，将拱形结构平均分解为 16 个单元（如图 3 所示），每个单元近似认为是直线，成为一个平面刚架体系。计算时考虑支座是固支状态，并将基础看成是刚性的，忽略土—结构的相互作用。

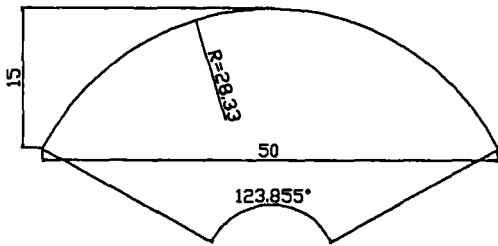


图 1 模型尺寸图

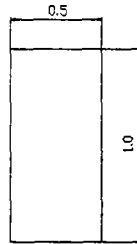


图 2 截面尺寸图

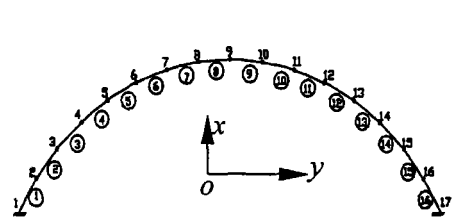


图 3 计算分析模型图

已知钢筋混凝土的弹性模量  $E = 3.0 \times 10^4 \text{ MPa}$ ；密度  $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。表 1 为结构的前 20 阶频率值。

表 1 结构的前 20 阶频率

编号	频率 (Hz)	编号	频率 (Hz)	编号	频率 (Hz)	编号	频率 (Hz)
1	2.1850	6	18.226	11	46.166	16	87.180
2	4.3488	7	23.782	12	54.857	17	89.588
3	7.9532	8	28.999	13	60.282	18	99.814
4	11.629	9	34.246	14	65.521	19	117.73
5	17.058	10	37.509	15	76.763	20	122.64

结构在地震作用下的运动方程：

$$M\{\ddot{y}\} + C\{\dot{y}\} + K\{y\} = -M\{N\}\ddot{y}_g \quad (1)$$

其中： $M$ 、 $C$ 、 $K$  分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵； $\{y\}$ 、 $\{\dot{y}\}$ 、 $\{\ddot{y}\}$  分别为结构相对于地面的位移、速度和加速度列阵； $\{N\}$  为位置列阵； $\ddot{y}_g$  为地面运动加速度。计算时  $C$  采用 Reileigh 阻尼<sup>[6]</sup>， $\ddot{y}_g$  采用 El Centro-NS 地震波，沿  $y$  向输入，将其峰值调整到  $35\text{cm/s}^2$ （以上海地区 7 度抗震规范中所提供的最大加速度峰值为参考依据），曲线如图 4 所示。

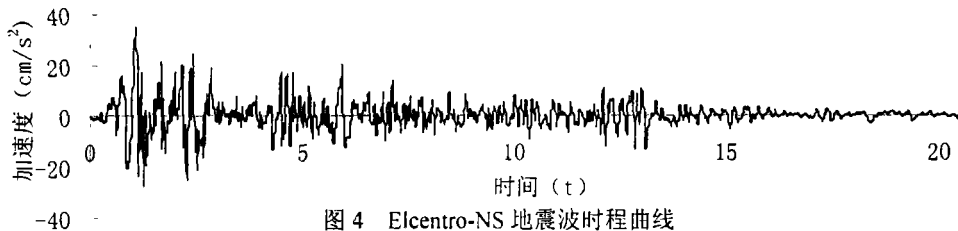


图 4 Elcentro-NS 地震波时程曲线

对 (1) 式进行 Fourier 变换，可得：

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]Y(\omega) = M\{N\}\ddot{Y}_g(\omega) \quad (2)$$

式中： $Y(\omega)$  为  $y(t)$  的 Fourier 变换， $\ddot{Y}_g(\omega)$  为  $\ddot{y}_g(t)$  的 Fourier 变换。

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t} dt, \quad \ddot{Y}_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{y}_g(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$\dot{Y}(\omega) = i\omega Y(\omega), \quad \ddot{Y}(\omega) = -\omega^2 Y(\omega) \quad (3)$$

由 (2) 式解出  $Y(\omega)$ , 然后代入 (3) 式中, 求出  $\dot{Y}(\omega)$ 、 $\ddot{Y}(\omega)$ , 利用 Fourier 逆变换求出  $y(t)$ 、 $\dot{y}(t)$ 、 $\ddot{y}(t)$ :

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dot{y}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{Y}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \ddot{y}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4)$$

### 3 地震响应及响应控制

对于图 1 所示的结构, 其地震响应以竖向为主, 其中 6 号节点的地震响应最大, 并在第一和第三频率处出现峰值<sup>[5]</sup>。因此本文下面探讨的均为引入竖向 TMD (即 TMD 沿 X 向悬挂) 后 6 号节点的竖向地震响应。

#### 3.1 竖向 TMD 的减振效果

取每个 TMD 的质量相等, 总质量为结构质量的 1%, TMD 的自振频率与拱形结构第一自振频率相等, 即质量比  $\mu = 0.01$ , 频率比  $\gamma = 1.0$ , 阻尼比取  $\xi_T = 0.1$ 。TMD 悬挂在 5 号、9 号和 13 号节点上。图 5 表示 6 号节点有无 TMD 时的竖向加速度响应富氏谱比较图。

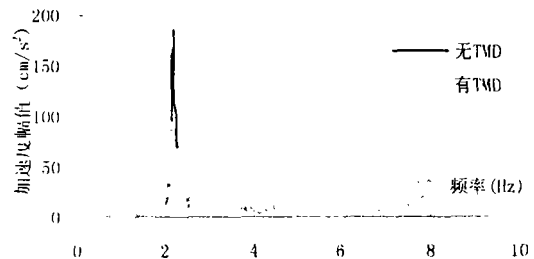


图 5 有无 TMD 时的竖向响应

由这图可以看出, 竖向 TMD 有很好的减振效果。在图 5 中, 没有 TMD 时的峰值为 184.71, 有 TMD 后峰值为 94.28, 减少了 48.96%。

#### 3.2 TMD 的数量对其减振效果的影响

在 TMD 的总质量保持一致的情况下, TMD 的个数对其减振效果的影响至今尚无定论。因此, 本文计算分析了 TMD 的个数对减小结构地震响应的影响。取  $\mu = 0.01$ ,  $\gamma = 1.0$ ,  $\xi_T = 0.1$ 。TMD 的个数取 1 个 (悬挂在 5 号节点上), 2 个 (分别悬挂在 5 号和 13 号节点上), 3 个 (分别悬挂在 5 号、9 号、和 13 号节点上), 5 个 (分别悬挂在 5 号、7 号、9 号、11 号和 13 号节点上) 和 9 个 (分别悬挂在 5~13 号节点上)。表 2 列出了在第一和第三自振频率处不同 TMD 个数时的峰值。由表可以看出: 在 TMD 的总质量保持一致的前提下, TMD 个数的变化对其减振效果没有很大影响。

表 2 不同 TMD 个数时 1 的加速度峰值

TMD 的个数	第一频率处的峰值	第三频率处的峰值
1 个	95.98	72.79
2 个	95.20	72.81
3 个	94.28	72.81
5 个	93.43	71.19
9 个	93.36	71.02

### 3.3 频率比 $\gamma$ 对其减振效果的影响

TMD 频率对其减振效果的影响也是比较大的。其实从图 1 已经可以看出：当 TMD 的频率与结构的第一自振频率相等时，结构的峰值降低了近 50%。因此，这里探讨了  $\gamma = 0.9、0.95、1.0、1.05、1.1$  时结构的响应情况，取  $\mu = 0.01, \xi_T = 0.1$ 。TMD 的个数取 3 个（分别悬挂在 5 号、9 号、和 13 号节点上）。表 3 列出了不同频率比时结构响应的峰值，由表可以清楚地看出：频率比  $\gamma$  对 TMD 的减振效果的影响比较明显。频率比越接近于 1，即 TMD 的频率越接近主结构的自振频率，减振效果越好。这种现象可作如下解释：当 TMD 的频率越接近于主结构的自振频率时，振动时 TMD 随着主结构的振动越大，由于有阻尼的存在，耗能就越多。至于阻尼的有效范围，将在下面讨论。

表 3 不同  $\gamma$  的竖向加速度峰值

$\gamma = \omega_T / \omega_1$	第一频率处的峰值
0.9	100.98
0.95	96.09
1.0	94.28
1.05	112.54
1.1	133.72

### 3.4 阻尼比 $\xi_T$ 对减振效果的影响

TMD 的阻尼比对减振效果的影响也是比较大的。这里探讨了  $\xi_T = 0.01、0.05、0.10、0.20$  时结构的响应情况，取  $\mu = 0.01, \gamma = 1.0$ 。TMD 的个数取 3 个（分别悬挂在 5 号、9 号、和 13 号节点上）。表 4 列出了不同阻尼比时结构响应的峰值，由表可以清楚地看出：阻尼比  $\xi_T$  对 TMD 的减振效果的影响很明显。阻尼比有一个最优取值区间，针对本文的研究对象，其取值区间为 0.05~0.1，在这个区间范围内减振效果较好。超出这个范围时减振效果差，甚至有可能增加结构的响应。这表明 TMD 不是在所有情况下都能够减小结构的振动。这种现象可以作如下解释：当 TMD 的阻尼比很小时，即阻尼很小，在 TMD 振动时不足以耗散足够的能量，反而有可能增大结构的响应；当 TMD 的阻尼比较大时，即阻尼较大，在 TMD 振动时制约了质量块的运动，TMD 耗能减少，结构响应减少的不多。

表 4 不同  $\xi_T$  时 12 号节点竖向加速度峰值

阻尼比 $\xi_T$	第一频率处的峰值
0.01	136.83
0.05	86.34
0.10	94.28
0.20	117.32

### 3.5 MTMD 对大跨度结构的减振效果分析

在前面有关竖向 TMD 减振的图形中我们还不难看出：6 号节点的第一、第三自振频率处的峰值都很大，然而在计算时取竖向 TMD 的频率等于结构的第一自振频率，所以在结构的第一自振频率处的峰值降低很多，但第三自振频率处的峰值降低很少。为了取得更好的减振效果，这里探讨了 MTMD (Multiple TMD, 即不同频率的 TMD) 对结构的减振影响，采用两个同质量不同频率的 TMD (其频率分别等于结构的第一和第三自振频率) 来减小 6 号节点的第一、第三频率处的峰值。计算时取  $\mu = 0.01, \xi_T = 0.10$ 。

图 6 表示结构没有 TMD 和悬挂 MTMD 后第 6 号节点处的竖向加速度富氏谱比较图。由图可以看出: MTMD 有很好的减振效果。6 号节点第一、第三频率处的峰值都得到了有效的控制。

表 5 列出了其减振效果的比较数据, 由表可以更加清楚的看出 MTMD 比 TMD 有更好的控制效果。

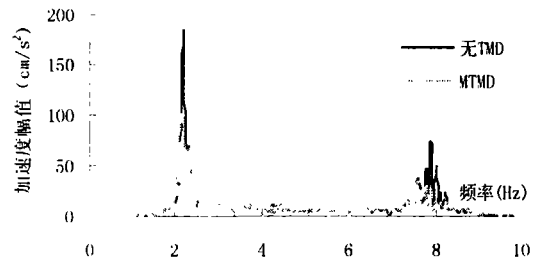


图 6 MTMD 的减振效果比较图

表 5 TMD 和 MTMD 的控制效果比较

频率	无 TMD	TMD	MTMD
第一频率处	184.71	94.28	103.365
第三频率处	72.81	72.79	36.85

## 4 结论

1. 竖向 TMD 对于控制大跨度拱形平面结构的竖向响应有很好的效果。
2. 在总质量一定的前提下, 竖向 TMD 的个数对其控制效果的影响不大。
3. 竖向 TMD 的频率比和阻尼比对其减振效果有很大的影响, TMD 的频率越接近结构的自振频率, 减振效果越好; 而阻尼比存在一个有效区间, 针对本文研究对象的有效区间为 0.05~0.1。阻尼比过小不仅不能减振, 反而有可能会增大结构的响应, 阻尼比过大则减振效果不是十分理想。
4. 竖向 MTMD 比竖向 TMD 有更好的控制效果, 竖向 MTMD 能根据要求有效地控制结构在各自振频率处的峰值。

## 参 考 文 献

- [1] 邬传宇, 李黎, 唐家祥. TMD 系统参数对高耸结构地震控制的影响研究. 华中理工大学学报, 1998, 26(Sup. II): 28~30.
- [2] Chang C C. Mass Dampers and Their Optimal Designs for Building Vibration Control. Engineering Structures, 1999, 21: 454~463.
- [3] Motohiko Y, Songtao X, Tatsuaki K. Dynamics and Vibration Control of Single-layer Latticed Domes. Part1 Dynamic. Eassec-5, Gold Coast, Queensland, Australia, 1995: 1195~1200
- [4] Songtao X, Motohiko Y, Tatsuaki K. Dynamics and Vibration Control of Single-layer Latticed Domes. Part2 Vibration Control. Eassec-5, Gold Coast, Queensland, Australia, 1995: 1201~1206
- [5] 秦岭. 大跨度平面拱形结构竖向 TMD 制振研究及实验分析 (硕士学位论文). 同济大学, 2001.
- [6] 张相庭, 王志培, 黄本才. 结构动力学. 同济大学出版社, 1994.