

# TMD 的个数对其减振效果的影响

薛松涛<sup>1,2</sup>, 秦 岭<sup>1</sup>, 陈 榕<sup>1</sup>, 王远功<sup>1</sup>

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所和泉研究室, 200092; 2. 日本近畿大学工学部建筑学科, 日本)

**摘要:** 本文从地面运动为水平简谐运动时结构引入多个 TMD 的运动方程出发, 推导了其理论解, 并在此基础上, 假设各个 TMD 拥有相同的质量、频率和阻尼, 分析了在总质量一定的前提下, TMD 个数的变化对其减震效果的影响。并制作拱形主结构和 TMD 模型进行实验验证。实验结果也得出同样的结论: 即总质量一定的前提下, 如果各个 TMD 拥有相同的质量、频率和阻尼, 则其个数的变化对其减震效果的影响不大。最后, 根据实验模型编制有限元程序进行模拟计算, 计算结果与实验结果比较吻合。

**关键词:** TMD 的个数; 总质量; 减振效果; 影响

**中图分类号:** O328

## Influence of Number of TMD on Its Control Effect

XUE Song-tao<sup>1,2</sup>, QIN Ling<sup>1</sup>, CHEN Rong<sup>1</sup>, WANG Yuang-gong<sup>1</sup>

(1. Izumi Research Division, Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Architecture School of Science and Engineering, KINKI University, Osaka City, Japan)

**Abstract:** In this paper, based on the motion equation and its theoretic solution of structure with multiple TMD subjected to harmonic ground motion, the influence of the number of TMD on its control effect in the case of fixed total weight was analyzed and discussed. In order to examine the influence of the number of TMD, a model of a vaulted structure and three types of TMDs were provided. Through the free vibration experiments in which the model has its initial displacement, the results show the same conclusion with theoretic analysis that the number of TMD has little influence on control effect in the case of fixed total weight. Finally, an FEM program simulating the experiments had been made and its results were close approximately to the experimental data, which has verified the correctness of model experiments.

**Key words:** number of TMD; total weight; control effect; influence

调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, 简称 TMD)是由质量、弹簧、阻尼器构成的一种结构振动控制装置, 安装在要进行减振控制的结构上。当结构发生振动时, 导致 TMD 产生相对于结构的振动。TMD 的相对运动产生的惯性力又作用到结构上, 从而减小结构的振动<sup>[1]</sup>。国内外研究者对此进行的研究很多<sup>[1,2]</sup>, 证实 TMD 是一种十分有效的结构被动控制装置。在我们先前的研究中<sup>[3,4]</sup>发现: 在总质量一定的前提下, 如果各个 TMD 拥有同样的质量、频率和阻尼, 则其个数的变化对其减震效果的影响不大。但这一结论仅仅是数值计算的结果, 理论上如何证明, 实验如何验证, 尚未见到有关文章发表。为了弥补这方面的不足, 本文从地面简谐运动时结构引入多个 TMD 的运动方程出发, 推导了其理论解, 并在此基础上, 假设各个 TMD 拥有同样的质量、频率和阻尼, 分析了在总质量一定的前提下, TMD 个数的变化对其减震效果的影响, 并制作模型进行实验验证, 实验结果也得出同样的结论, 即总质量一定的前提下, 如果各个

收稿日期: 2001-05-16

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(No. 59925820)

作者简介: 薛松涛(1963-), 男, 上海人, 教授, 博士生导师。

TMD 拥有同样的质量、频率、和阻尼,则其个数的变化对其减振效果的影响不大。最后,根据实验模型编制有限元程序进行模拟计算,计算结果与实验结果比较吻合。

### 1 运动方程及其求解

根据达朗贝尔原理,结构—多个 TMD 的计算模型如图 1 所示。其运动方程为:

$$M\{\ddot{y}\} + C\{\dot{y}\} + K\{y\} = -M\{N\}\ddot{y}_g \tag{1}$$

式中:

$$\{y\} = [y_s \quad y_1 \quad \dots \quad y_n]^T, \quad M = \text{diag}[m_s \quad m_1 \quad \dots \quad m_n], \quad \{N\} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T$$

$$K = \begin{bmatrix} k_s + \sum_{i=1}^n k_i & -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{n1} \\ & k_1 & 0 & \dots & 0 \\ & & k_2 & \dots & \vdots \\ \text{sym} & & \ddots & \vdots & \\ & & & & k_n \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_s + \sum_{i=1}^n c_i & -c_1 & -c_2 & \dots & -c_{n1} \\ & c_1 & 0 & \dots & 0 \\ & & c_2 & \dots & \vdots \\ \text{sym} & & \ddots & \vdots & \\ & & & & c_n \end{bmatrix}$$

其中:  $m_s$  为结构的质量,  $y_s$  为结构相对于地面的位移,  $k_s$ 、 $c_s$  为结构的刚度和阻尼;  $m_i$ 、 $c_i$ 、 $k_i$  和  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 分别为第  $i$  个 TMD 的质量、阻尼、刚度和相对于地面的位移。  $\ddot{y}_g$  为地面运动加速度,当地震激励为单位简谐波时,  $\ddot{y}_g = e^{i\omega t}$ 。  $\{N\}$  为位置矩阵,此时  $\{N\} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T$ 。为了方便分析和本文研究的需要,假设:(1) 各个 TMD 有相同的质量、频率和阻尼系数;(2) TMD 的总质量一定。

将  $\ddot{y}_g = e^{i\omega t}$  代入(1)式,并设方程的解为<sup>[5]</sup>:

$$y(t) = B e^{i\omega t} \tag{2}$$

式中:  $B = [B_s \quad B_1 \quad \dots \quad B_n]^T$  为传递函数。

将(2)式代入(1)式可得:

$$B = -[-\omega^2 M + i\omega C + K]^{-1} M\{N\}$$

对上式进行简化,可得:

$$B_s = \frac{1}{\text{Re}(\omega) + i\text{Im}(\omega)} \cdot \frac{1}{m_s \omega_s^2} \tag{3}$$

式中:  $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$  为结构的自振圆频率;

$$\text{Re}(\omega) = 1 - \lambda^2 - \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i \lambda^2 \{ \gamma_i^2 [\gamma_i^2 - \lambda^2] + [2\xi_i \gamma_i \lambda]^2 \}}{[\gamma_i^2 - \lambda^2]^2 + [2\xi_i \gamma_i \lambda]^2} \tag{4}$$

$$\text{Im}(\omega) = 2\xi_s \lambda + \sum_{i=1}^n \frac{2\mu_i \xi_i \gamma_i \lambda^2}{[\gamma_i^2 - \lambda^2]^2 + [2\mu_i \xi_i \gamma_i \lambda]^2} \tag{5}$$

$\xi_s = \frac{c_s}{2\sqrt{k_s m_s}}$  为结构的阻尼比;  $\lambda = \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)$  为激振频率与结构自振频率的比值;  $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$  为第  $i$  个

TMD 的自振圆频率;  $\gamma_i = \frac{\omega_i}{\omega_s}$  为第  $i$  个 TMD 与结构的频率比;  $\xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i m_i}}$  为第  $i$  个 TMD 的阻尼比;  $\mu_i =$

$\frac{m_i}{m_s}$  为第  $i$  个 TMD 与结构的质量比。

则

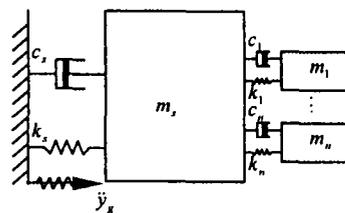


图 1 分析模型图

Fig. 1 Diagram of analysis model

$$y_s = B_s e^{i\omega t} = \frac{e^{i\omega t}}{\text{Re}(\omega) + i\text{Im}(\omega)} \cdot \frac{1}{m_s \omega_s^2} \tag{6}$$

由此可见,结构响应  $y_s$  由(4)式和(5)式决定。现在对(4)、(5)二式进行分析,根据前面的假设(1)可知,  $\xi_s, \lambda, \omega_i, \gamma_i, \xi_i, \mu_i$  均为定值。则(4)、(5)二式变为:

$$\text{Re}(\omega) = 1 - \lambda^2 - n \cdot \frac{\mu_T \lambda^2 \{ \gamma_T^2 [\gamma_T^2 - \lambda^2] + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2 \}}{[\gamma_T^2 - \lambda^2]^2 + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2} \tag{7}$$

$$\text{Im}(\omega) = 2\xi_s \lambda + n \cdot \frac{2\mu_T \xi_T \gamma_T \lambda^2}{[\gamma_T^2 - \lambda^2]^2 + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2} \tag{8}$$

又由假设(2)可知,TMD的总质量  $M_T = n \cdot \mu_T$  为定值,所以,(7)、(8)式变为:

$$\text{Re}(\omega) = 1 - \lambda^2 - M_T \frac{\lambda^2 \{ \gamma_T^2 [\gamma_T^2 - \lambda^2] + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2 \}}{[\gamma_T^2 - \lambda^2]^2 + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2} \tag{9}$$

$$\text{Im}(\omega) = 2\xi_s \lambda + M_T \frac{2\xi_T \gamma_T \lambda^2}{[\gamma_T^2 - \lambda^2]^2 + [2\xi_T \gamma_T \lambda]^2} \tag{10}$$

观察(9)、(10)式,可知  $\text{Re}(\omega)$  和  $\text{Im}(\omega)$  均为定值,所以由(6)式可知:当 TMD 的总质量一定的前提下,TMD 的个数对结构响应  $y_s$  无影响。

## 2 实验分析研究

### 2.1 实验概述

为了实验验证 TMD 的个数对其减振效果的影响,本文制作了主结构和 TMD 的模型(如图 2、图 3 所示)进行实验。主结构为一拱形结构,由铁皮制成,其各种参数见表 1。TMD 由小型弹簧、质量块和油阻尼器构成,通过调整弹簧或质量块可以得到不同频率的 TMD。本文设计制作了 3 种不同的 TMD,它们的参数如表 2 所示。实验布置图如图 4 所示,采用有初始力作用下主结构自由振动的实验方法,显然主结构将主要以第一振型的方式进行振动。龙复兴<sup>[6]</sup>等人的文章指出:为了取得对结构第  $j$  振型的最佳控制效果,TMD 的最佳位置应放在该振型振幅最大的节点处。因此,实验中 TMD 不同个数时与主结构的连接方式如图 5 所示。实验时采用加速度传感器记录数据,实验记录分析仪器采用东华测试技术开发公司生产的 DH5936 型振动测试仪。数据由计算机输出,记录时间为 5 秒,采样频率为 1000Hz。

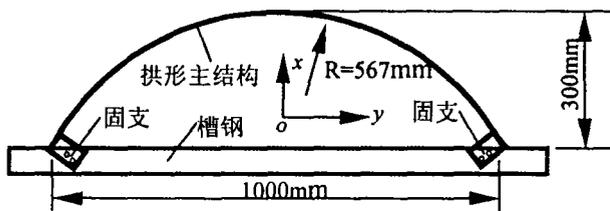


图 2 主结构模型图

Fig. 2 Diagram of the model of main structure

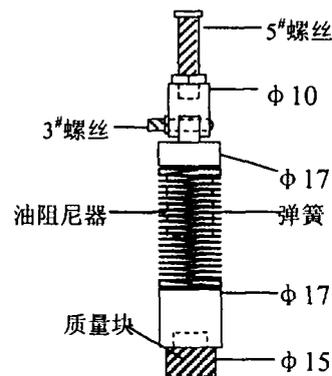


图 3 TMD 模型图

Fig. 3 Diagram of the model of TMD

表 1 主结构的参数

Tab.1 The parameters of main structure

跨度(mm)	矢高(mm)	厚度(mm)	宽度(mm)	第一阶固有频率(Hz)	支撑情况
1000.0	300.0	1.5	50.0	10.01	固支

表 2 TMD 的参数  
Tab.2 The parameters of TMDs

TMD	质 量		弹簧的刚度系数 (N/m)	频率 (Hz)
	单个质量(g)	总质量(g)		
1 个 TMD	30.42	30.42	125.02	10.2030
2 个 TMD	14.28	28.56	58.65	10.1998
3 个 TMD	10.11	30.33	41.49	10.1958

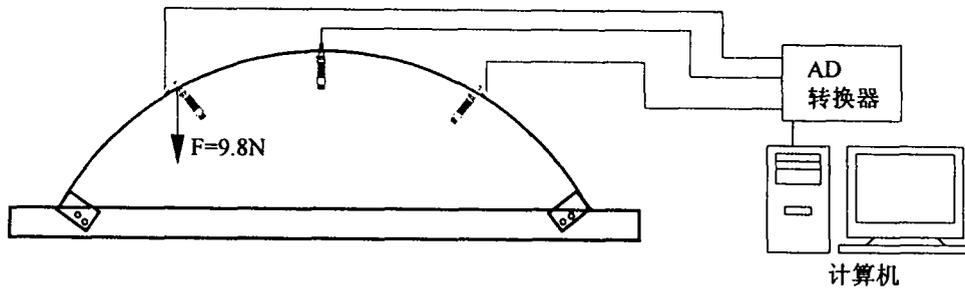


图 4 实验连接图  
Fig.4 Diagram of experiment connection

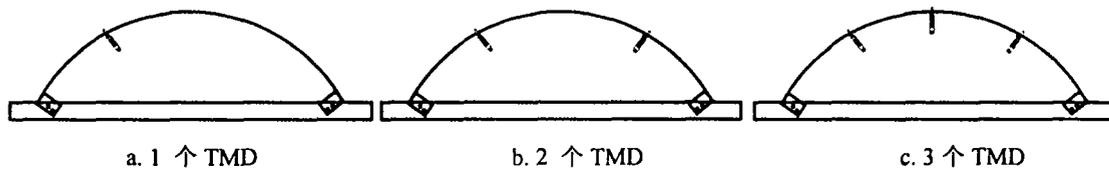


图 5 不同 TMD 个数时的实验连接图  
Fig.5 Diagram of experiment connection with different number of TMD

2.2 实验结果

图 6 是右边一个传感器所测到的分别为无 TMD、设置 1 个 TMD、2 个 TMD 和 3 个 TMD 时的加速度曲线,由图可以看出,TMD 的确有很好地减振效果。在总质量相差不大的情况下,TMD 个数的变化对其减振效果的影响不大。表 3 列出了具体的峰值,从中可以更加清楚地看出这一规律。左边和中间的传感器所测得的加速度曲线也有同样的规律。

表 3 不同 TMD 个数时加速度峰值的比较  
Tab.3 Comparison of acceleration peak value of TMD with different number

TMD	加速度峰值(时域)	加速度峰值(频域)
无 TMD	-39.63	2.38
1 个 TMD	-32.33	1.48
2 个 TMD	-31.33	1.42
3 个 TMD	-32.84	1.46

2.3 模拟计算

为了验证实验的有效性,本文还针对实验模型,编制了有限元计算程序,计算模型见图 7,将主结构按圆弧等分为 16 个部分,17 个节点,其中两个节点固支,并按平面刚架结构计算。

图 8 是设置 3 个 TMD 时的计算与实验结果比较图。由图可以看出:计算结果与实验结果比较吻

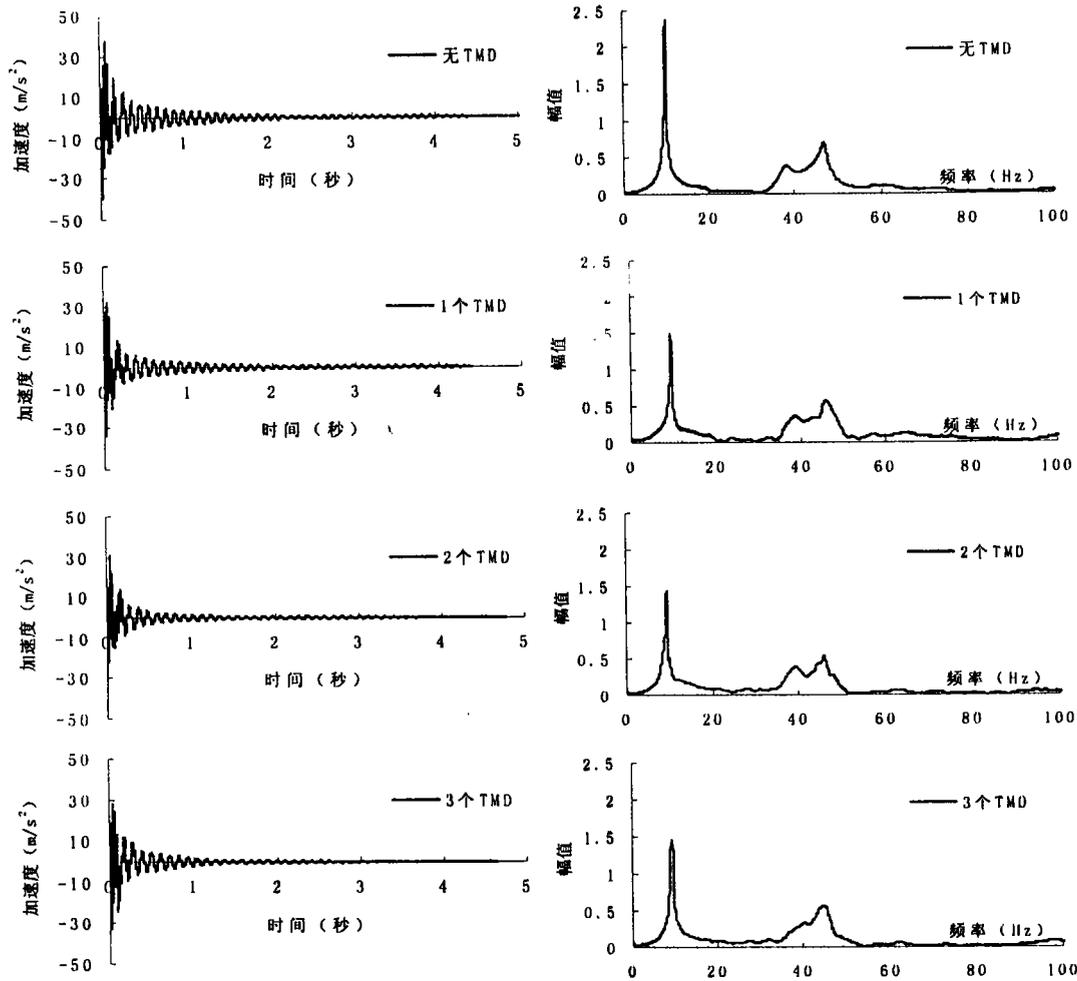


图 6 TMD 个数的变化对其减振效果影响的比较

Fig. 6 Comparison of influence of TMD with different number on its control effects

合,加速度时程曲线和频域曲线的幅度和趋势相差不大。计算的加速度峰值为  $-35.81$ (时域)和  $1.52$ (频域),第一频率为  $10.25\text{Hz}$ ,均比实验的峰值  $-32.84$ (时域)和  $1.46$ (频域),第一频率  $10.01\text{Hz}$  略大。这是由于计算的边界条件为固支,而实验中不能完全达到固支的边界条件,因而第一频率比计算值小,振动时在支座处也有耗能,所以振动峰值也比计算值低。其余的比较结果与图 8 类似。

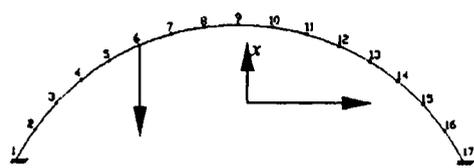


图 7 计算模型图

Fig. 7 Diagram of calculation model

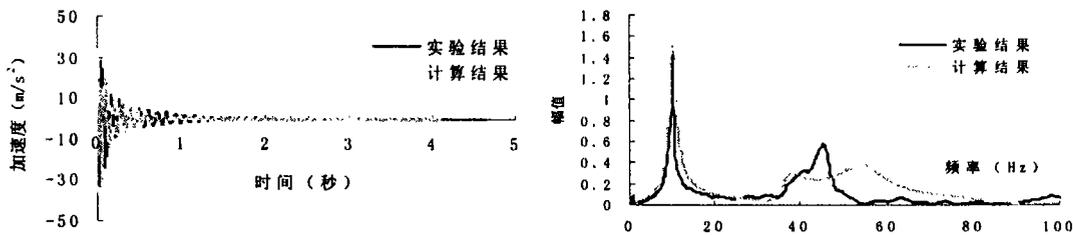


图 8 计算与实验结果比较图

Fig. 8 Comparison between calculated and experimental results

### 3 结论

1. 从理论分析、试验验证与数值计算中都可以得出这样的结论:在总质量一定的前提下,如果各个TMD拥有同样的质量、频率和阻尼,则其个数的变化对其减振效果的影响很小。

2. 本文用于实验的TMD属于竖向TMD,用来控制结构的竖向响应。这类TMD的实验尚属首次完成。

#### 参考文献:

- [1] Abe M. Tuned mass dampers for structures with bilinear Hysteresis. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1996,122(8): 797-800
- [2] 龙复兴,张旭,顾平,姚进. 调谐质量阻尼器系统控制结构地震反应的若干问题. *地震工程与工程振动*,1996,16(2):87-94
- [3] Yamada M, Xue S, Kusunoki T. Dynamics and vibration control of single-layer latticed domes, Part1 Dynamic. Eassec-5, Gold Coast, Queensland, Australia, July, 1995:1195-1200
- [4] Xue S, Yamada M, Kusunoki T. Dynamics and vibration control of single-layer latticed domes, Part2 vibration control. Eassec-5, Gold Coast, Queensland, Australia, July, 1995:1201-1206
- [5] 蔡国平,孙峰,黄金,王超. MTMD结构控制地震反应的特性研究. *工程力学*,2000,17(3):55-59
- [6] 龙复兴,张旭,顾平,姚进. 调谐质量阻尼器系统控制结构地震反应的若干问题. *地震工程与工程振动*,1996,16(2):87-94