

横观各向同性层状场地在 SH 波入射时共振特性

薛松涛^{1,2}, 陈 昊¹, 秦 岭¹

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 近畿大学 理工学部, 大阪 577-8802)

摘要: 采用横观各向同性(以下简称 TI)层状弹性体模拟半空间之上的场地土. 首先推导了在入射 SH 波时 TI 弹性体界面上透射角的计算公式, 然后利用笔者推得的在入射平面 SH 简谐波时 TI 弹性土层的刚度矩阵及 TI 层状场地的响应计算公式, 计算了典型 TI 层状场地在 SH 简谐波入射时的频响函数. 计算表明, 在入射角度较小时, 场地的横、竖向模量比越大, 则共振频率越低, 而共振幅值越高. 这一规律对研究 TI 场地中结构的响应及场地的响应有重要的参考价值.

关键词: 层状场地; 横观各向同性; SH 波; 共振特性

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2002)02-0127-06

Resonant Character of Transversely Isotropic Stratified Media

XUE Song-tao^{1,2}, CHEN Rong¹, QIN Ling¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. School of Science and Engineering, KINKI University, Osaka 577-8802, Japan)

Abstract: In this paper, the transversely isotropic (TI) stratified media are used to simulate the layered soils on a half space. At first, the transmissive angle formula of incident SH wave at the interface of TI soil layers is derived. Then the dynamic stiffness matrix of a single TI soil layer and the dynamic response formula of TI stratified media to an incident plane SH wave are used to evaluate the frequency response functions of the media, in which the soil profile beneath a superhigh building in Pu Dong Area, Shanghai, China, is adopted, and four TI stratified media and six SH wave incident angles are chosen. The calculated results show that when the incident angle of SH wave is smaller than a certain value, the larger the ratio of horizontal module to vertical module is, the lower the resonant frequency of the TI stratified media is, and the higher of the resonant amplitude of the media is. These regularities can also be observed in the TI stratified media with soft or hard soil layer inclusion.

Key words: stratified media; transversely isotropic; SH wave; resonant character

在桩-土-结构动力相互作用分析中, 许多研究者往往采用各向同性弹性或粘弹性半空间及各向同性层状弹性体模拟场地土. 但已有文献指出: 地基土并不是各向同性弹性体, 其横向及竖向模量并不相同. 《地基与基础》一书中也提到地基中横向模量往往大于竖向模量^[1]. 丁皓江等在他们的专著中亦指出: 地基土应当视为 TI 层状弹性体较符合实际情况^[2]. 所谓横观各向同性弹性体, 即弹性体在某一平面内(如水平面内)材料为各向同性, 但在垂直于该平面的方向, 材料性质与之不同, 实际上它是各向异性的一种特殊形式. 迄今为止, 对 TI 层状场地地震响应分析并未引起人们的重视, 有关这方面的论述仅在少数几篇文章或著作中提到, 如文献 [3, 4] 等. 本文作者曾研究了 TI 层状场地在 SH 波入射时的响应, 推导了 TI 土层的刚度矩阵及场地的响应计算公式^[3]. 本文在此基础上进一步研究了 TI 层状场地在 SH 简谐波入射时

收稿日期: 2001-07-17

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59925820)

作者简介: 薛松涛(1963-), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 工学博士.

的共振特性,这一工作在国内外文献中鲜有系统的研究.经计算发现:当入射角度较小时,土层的横向模量与竖向模量之比越大,则场地的共振频率越低,而共振幅值越高.这一特点不因场地夹有软弱层或硬土层而改变,而且对高阶模态这种规律更加明显. TI 场地的这一特性对研究 TI 场地的地震响应及该类场地中的结构地震响应有重要的参考价值.

1 TI 弹性体中 SH 波的波速

TI 弹性体的运动方程可参见文献[5].若仅考虑平面入射波,可设质点在 $x-z$ 平面中运动(见图1),即运动与 y 无关,于是运动方程可简化为

$$C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{44}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \rho \ddot{u} \quad (1a)$$

$$(C_{13} + C_{44}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + C_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \rho \ddot{w} \quad (1b)$$

$$C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \rho \ddot{v} \quad (1c)$$

式中: C_{ij} ($i=1, 2, 3, 4; j=1, 2, 3, 4$) 为 TI 弹性体的弹性常数,其详细表达式见文献[5]; u, v, w 分别为 TI 弹性体质点沿 x, y 及 z 向的位移; ρ 为 TI 弹性体的质量密度.

由上式可见 v 与 u 及 w 不耦合,但 u 与 w 相互耦合.当只考虑平面 SH 波入射时,则仅有一个位移分量 v .运动方程只剩下式(1c).

根据波动理论,平面 SH 波的位移分量可表示为

$$v = B_2 f(\cos \psi_H x + \sin \psi_H z - C_S t) \quad (2)$$

式中: ψ_H 为波的传播方向与 x 轴的夹角(见图2); C_S 为波的传播速度.将式(2)代入式(1c),则得

$$C_S = \left[\frac{\cos^2 \psi_H C_{66} + \sin^2 \psi_H C_{44}}{\rho} \right]^{1/2} = \left[\frac{C_{S_h}^2 \cos^2 \psi_H + C_{S_v}^2 \sin^2 \psi_H}{\rho} \right]^{1/2} \quad (3)$$

式中: $C_{S_h} = (C_{66}/\rho)^{1/2}$, $C_{S_v} = (C_{44}/\rho)^{1/2}$, 它们分别为 SH 波沿水平及垂直方向的传播速度.

由式(3)可见,在 TI 弹性体中,平面入射 SH 波的波速不仅取决于材料性质,而且还与波的传播方向有关.而在各向同性体中,剪切波速仅取决于材料性质,与波传播的角度无关.这是 TI 弹性体与各向同性弹性体的主要区别之一.

2 TI 弹性体中平面 SH 波透射角的计算

将土层由上至下编号,设第 i 层中 SH 波传播方向与 x 轴的夹角为 ψ_{SH}^i , SH 波波速为 C_S^i ,在第 $i-1$ 层中其透射角及 SH 波波速分别为 ψ_{SH}^{i-1} 和 C_S^{i-1} (见图2).由波动理论可知,SH 波波速在第 $i-1$ 层与第 i 层的交界面上应当符合 Snell 定律,即

$$\frac{C_S^i}{\cos \psi_{SH}^i} = \frac{C_S^{i-1}}{\cos \psi_{SH}^{i-1}} \quad (4)$$

由式(3)可以看出,只要在第 i 层中波的传播方向 ψ_{SH}^i 及材料性质已知,则其 SH 波的传播速度 C_S^i 即可求得.由式(4)可列出如下的关系式:

$$(C_{S_h}^i)^2 + (C_{S_v}^i)^2 \tan^2 \psi_{SH}^i = (C_{S_h}^{i-1})^2 + (C_{S_v}^{i-1})^2 \tan^2 \psi_{SH}^{i-1} \\ \text{可得 } \psi_{SH}^{i-1} = \arctan \left\{ \left[\frac{(C_{S_h}^i)^2 - (C_{S_h}^{i-1})^2 + (C_{S_v}^i)^2 \tan^2 \psi_{SH}^i}{(C_{S_v}^{i-1})^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (5)$$

式(5)即为第 $i-1$ 层与第 i 层土层交界面处平面入射 SH 波由第 i 层进入第 $i-1$ 层时透射角的计算公式.由此可知,只要场地土所有土层的性质已知,底部 SH 波入射角度已知,即可由该式推算出所有土层中 SH 波的传播方向.

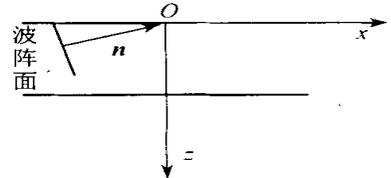


图1 平面入射波阵面法线示意图

Fig. 1 Propagating plane wave

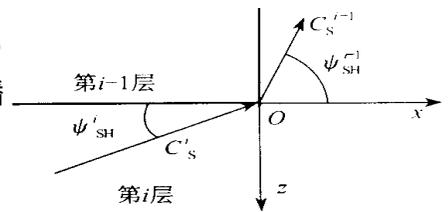


图2 在界面处的入射 SH 波与透射 SH 波

Fig. 2 Incident and transmission SH wave at the interface between i th and $i-1$ th layers

当平面 SH 波在厚度 h_i 的 TI 土层中以角度 ψ_{SH}^i 和 C_S^i 速度传播时, 可由运动方程及边界条件上的平衡条件导出该土层的刚度矩阵及半空间表面的刚度系数, 利用前述透射角的计算公式, 可得出半空间之上 TI 层状场地的动力刚度矩阵及场地的动力平衡方程. 若场地的所有参数已知, 则可由上述方程求出 SH 波入射时场地的响应. 详细过程可见文献 [5]. 若入射 SH 波为简谐波 $e^{i\omega t}$, 则可由上述方程计算出场地的频率响应函数, 从而可以了解场地的共振特性. 下面即通过算例, 分析 TI 层状场地的共振特性.

3 场地参数的选取

要确定某场地的参数, 必须进行各种试验. 但目前尚无人进行 TI 场地土性质的试验, 故暂时只能人为地确定.

本文以上海浦东某超高层建筑的地质勘测资料为基础^[9], 然后按 TI 模型假设, 将横、竖向泊松比选成按土性质(同一性质的土为一土层)呈线性变化. 场地土模型建立以后, 即可根据需要, 将场地划分成若干薄层. 本文将场地划分为 46 层(包括半空间). 场地上的竖向泊松比 μ_v 按土中的波速由弹性理论算得, 但横向泊松比 μ_h 没有试验资料可参考. 这里让最下层土的 μ_h 在 0.15~0.45 范围内变化, 具体计算时取四种: 0.15、0.25、0.35 及 0.45, 即文中的场地一、场地二、场地三、场地四. 最上层土层始终视为各向同性; 以 E_h, E_v 表示横、竖向弹性模量, 按假设有 $E_h \geq E_v$, 由式 $E_v \mu_{hv} = E_h \mu_{vh}$ ^[9], 可知 $\mu_{hv} \geq \mu_{vh}$, 这里, μ_{hv} 表示水平方向正应力引起竖直平面内与该正应力正交方向应变的泊松比, μ_{vh} 可类似地定义. $\mu_{hv} \leq \mu_v$, 最下层当 $\mu_h < 0.45$ 时, 本文按如下方法确定 μ_{hv} 与 μ_{vh} : 使 μ_{hv} 比 μ_v 小 0.02, 使 μ_{vh} 比 μ_h 大 0.02 ($\mu_h = 0.45$ 时各土层为各向同性体).

4 TI 层状场地的共振特性

4.1 SH 波入射角度对共振频率的影响

本文计算了六种不同入射角的平面 SH 简谐波入射时四种场地土的频响函数. 由频响曲线发现场地的共振频率与入射波的入射角度有关. 一般而言, 入射角度越大则共振频率越高, 但对第一频率, 当入射角超过某一角度后(如 45°), 则有略有减少的趋势, 但减少的幅度不大(见表 1).

4.2 场地的 TI 性质对共振特性的影响

由表 1 已经看出在入射角度较小时(如为 15°), 场地土的 TI 性质对场地的第一共振频率有明显的影响, 场地土的横向模量与竖向模量之比越大, 则第一共振频率越小. 将同一入射角(如为 15°)时四种场地的频响曲线作在同一图中即可明显看出这一规律(见图 3, 图中纵坐标为位移幅值, 量纲为 1; 横坐标为频率, 单位为 Hz. 全文同). 除上述规律外, 其共振峰值则相反, 随横、竖向模量比增大而增大. 这些规律对高阶频率(如第二共振频率)更加明显.

这一现象尚未见有类似有报导, 它与常规的认识相矛盾, 对结构而言, 一般认为结构刚度越大则共振频率越高. 但此处为连续介质, 情形要复杂得多. 此处可以作如下定性说明: 横、竖向模量比增大, 相当于横向不变, 竖向模量减小, “结构”刚度减小, 从而体系的频率有所降低. 但由于输入运动不变, 即振动能量未减小, 故振幅相应应当增加. 至于这种现象产生的机理, 还有待于进一步探讨. 该现象对认识 TI 场地的响应及场地中结构的响应有重要的参考价值.

4.3 软弱夹层对场地共振特性的影响

软弱夹层的存在对场地的共振频率影响不容忽视. 图 4 为场地一在不同深度处夹有软弱土层, SH 波 15° 入射时表面位移的频响曲线. 图中的“一般土”表示不夹软弱层的场地, “软土 4 层”即第 4 层为软弱层, 其余类推. 由图可以看出, 软弱土层位置越深, 则场地的共振频率越小, 在第一共振频率处的共振峰值越高, 但在第二共振频率处仅第 4 层为软弱层时, 其第二共振峰值大于一般场地的第二共振峰值. 其余的反

表 1 场地的第一共振频率 f_1

Tab. 1 First resonant frequencies of four grounds Hz				
入射角/ $^\circ$	场地一	场地二	场地三	场地四
15	1.54	1.59	1.66	1.71
30	1.57	1.64	1.73	1.78
45	2.05	2.05	2.08	2.10
60	2.03	2.03	2.03	2.05
75	2.00	2.00	2.00	2.00
90	1.98	1.98	1.98	1.98

而小于一般场地的第二共振峰值。

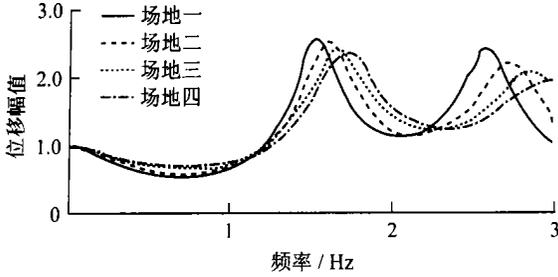


图3 15°入射 SH 波时场地顶面的频响函数

Fig. 3 Frequency response functions of grounds' surface (incident angle=15°)

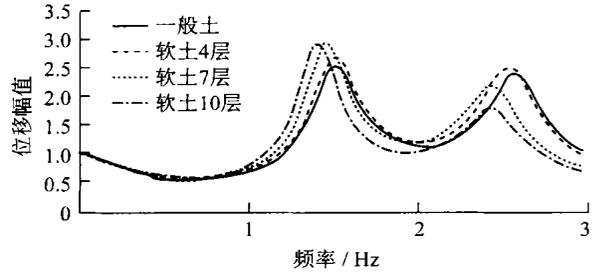


图4 有软弱夹层时的频率响应曲线(场地一, 15°)

Fig. 4 Frequency response functions of ground 1 with soft soil layers at different depths to incident SH wave (incident angle=15°)

表2为场地一不同深度夹软弱层,在各种入射角度时场地的第一共振频率值.对照表1可以发现软弱夹层明显降低了场地的共振频率.从表中还可以明显地看到,不论在何种入射角度时软弱层位置越深,则第一共振频率越低.另外,入射角度对第一共振频率有明显的影

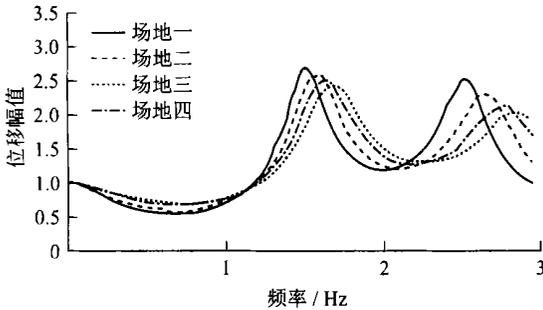
表2 有软弱层时场地的第一共振频率 f_1 (场地一)

Tab. 2 First resonant frequencies of ground 1 with soft soil layer

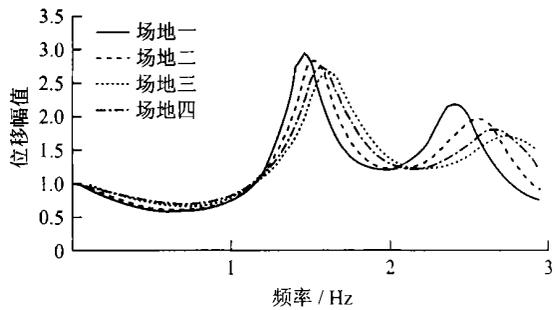
入射角/(°)	软弱层			Hz
	第10层	第7层	第4层	
15	1.42	1.46	1.51	
30	1.44	1.51	1.56	
45	1.54	1.81	2.03	
60	1.73	1.86	2.00	
75	1.76	1.86	1.98	
90	1.76	1.86	1.95	

响.当软夹层深度较大(如第10层为软夹层)时,第一共振频率随入射角度的增大而增大.但当软夹层深度较小(如第4层为软夹层)时,当入射角度超过某值(如45°)时,其第一共振频率不仅不随入射角度的增大而增大,反而略有降低.

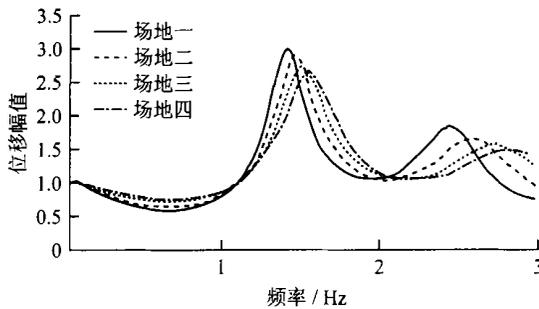
图5为不同场地夹有软弱层时的频响曲线(15°入射),由图可以看出场地性质对共振频率的影响明显.场地的横向模量越大,其共振频率越低,但共振峰值越大.该规律由表3亦可以看出.由该表还可以看出软土层越深,则共振频率越低.



a 第4层软夹层



b 第7层软夹层



c 第10层软夹层

图5 有软弱夹层不同场地的频响函数(15°入射)

Fig. 5 Frequency response functions of grounds with soft soil layer

4.4 硬夹层对场地共振特性的影响

硬土夹层对场地的共振频率也有影响, 但其规律与软弱夹层相反, 不是降低场地的共振频率, 而是加大了场地的共振频率. 图 6 为有硬土夹层的场地一在 SH 波 15° 入射时表面位移的频响曲线. 由图可以看出上述的特点, 且在第一共振频率处其共振峰值随硬土夹层深度的减小而增大. 但其频率的变化及峰值变化并不怎么明显. 这一点由表 4 亦可以看出. 由表中还可以发现, 硬土夹层的深度对共振频率的影响不如软土夹层明显, 但 SH 波的入射角度对其自振特性有着明显的影响. 在垂直入射时, 其第一共振频率与一般场地的第一共振频率几乎相等. 这即表明当 SH 波入射角度较大时 (大于 45°), 硬土夹层的存在对场地的自振特性影响不大.

虽然硬土夹层的深度对场地的共振频率影响不明显, 但场地的特性却影响较大. 图 7 为 SH 波 15° 入射时各种场地的频响曲线. 由图可以看出一个共同的规律, 即场地越接近各向同性, 则共振频率越高, 而共振峰值越低, 在频率高 (如 f_2) 时更加明显. 表 5 列出了四种在不同深度夹有硬土层时的 f_1 值. 由此表亦可看出上述规律.

表 4 有硬夹层时场地的第一共振频率 f_1 (场地一)

Tab. 4 First resonant frequencies of ground 1 with hard soil layers Hz

入射角/ $^\circ$	硬夹层			
	第 11 层	第 21 层	第 31 层	第 41 层
15	1.59	1.54	1.54	1.54
30	1.66	1.59	1.59	1.59
45	2.18	2.05	2.05	2.05
60	2.12	2.00	2.03	2.03
75	2.10	1.98	2.00	2.00
90	2.08	1.98	1.98	2.00

表 3 有软弱夹层时场地的第一共振频率 f_1 (15°)

Tab. 3 First resonant frequencies of ground with soft soil layers Hz

软弱层	场地一	场地二	场地三	场地四
第 10 层	1.42	1.46	1.51	1.56
第 7 层	1.46	1.54	1.59	1.64
第 4 层	1.51	1.59	1.66	1.68

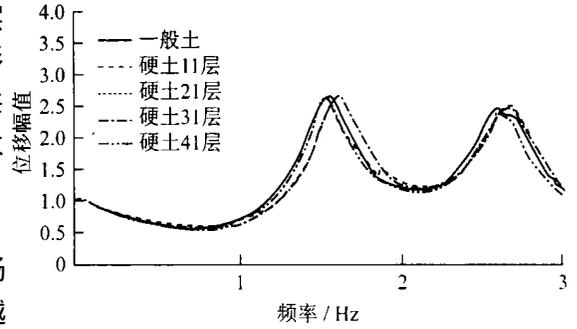


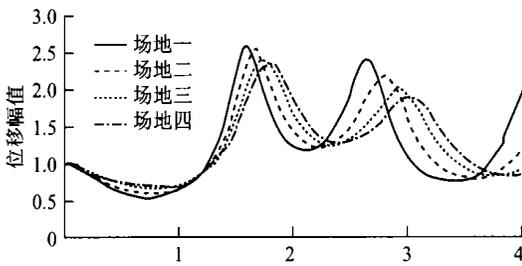
图 6 有硬土夹层时的频率响应曲线(场地一)

Fig. 6 Frequency response functions of ground 1 with hard soil layer

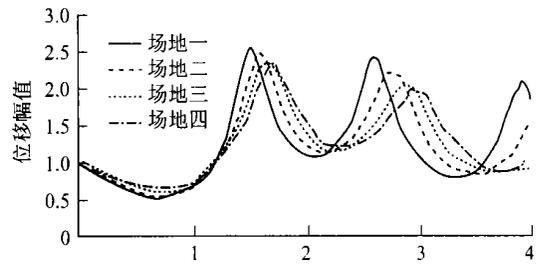
表 5 有硬夹层时场地的第一共振频率 f_1 (15°)

Tab. 5 First resonant frequencies of grounds with hard soil layers (incident angle= 15°) Hz

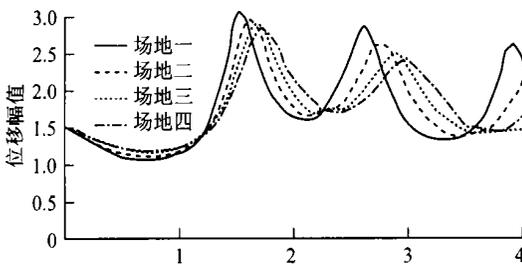
硬夹层	场地一	场地二	场地三	场地四
第 11 层	1.586 91	1.660 16	1.733 40	1.782 23
第 21 层	1.538 09	1.611 33	1.684 57	1.708 98
第 31 层	1.538 09	1.611 33	1.684 57	1.733 40
第 41 层	1.538 09	1.611 33	1.684 57	1.733 40



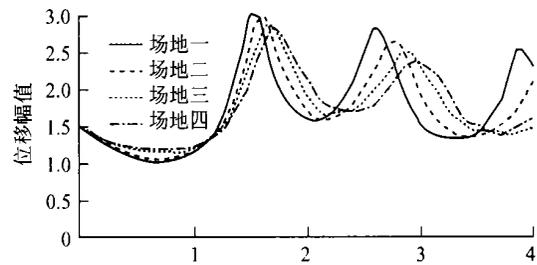
a 第11层夹硬土层



b 第21层夹硬土层



c 第31层夹硬土层



d 第41层夹硬土层

图 7 场地特性对其共振频率的影响(15° 入射)

Fig. 7 Effects of grounds' characters on resonant frequencies (incident angle= 15°)

5 结 论

(1) TI 土层中的 SH 波波速不仅与材料参数有关,还与波的传播方向有关.

(2) 当场地的材料性质及底部 SH 波入射角度已知时,即可按本文推得的公式求得所有土层中 SH 波的传播方向.

(3) SH 波的入射角度及场地的 TI 性质对场地的共振特性有明显的影响,入射角度越小,场地的 TI 性质越明显,则其共振频率越低,共振峰值越高.这一现象在夹有软弱土层及硬土层的场地中均可看到.

(4) 软弱夹层的存在明显降低了场地的(低阶)共振频率,且软弱土层越深,该规律越明显.而硬土夹层的存在会增大场地的低阶共振频率,但增大量不明显.无论对夹软弱土的场地还是对夹硬土层的场地,场地性质对共振特性的影响均很明显.

上述规律对研究 TI 层状场地的地震响应及 TI 层状场地中结构的动力响应有重要的参考价值.

参考文献:

- [1] 华南理工大学,浙江大学,东南大学,等.地基与基础[M].北京:中国建筑工业出版社,1991.
- [2] 丁浩江.横观各向同性弹性力学[M].杭州:浙江大学出版社,1997.
- [3] 吴世明.土介质中的波[M].北京:科学出版社,1997.
- [4] 徐仲达.地震波理论[M].上海:同济大学出版社,1997.
- [5] 陈 ,陈竹昌,薛松涛,等.横观各向同性场地对入射 SH 波的响应分析[J].上海力学,1998,19(3):213-220.

◦下期文章摘要预报◦

基于神经网络的岩土工程结构随机有限元分析

邓 建,朱合华

针对有限元蒙特卡罗法计算量大的弊端和岩土工程结构功能函数不能用显式表达的可靠性分析问题,提出并论证了基于神经网络的随机有限元(有限元蒙特卡罗)分析法.神经网络具有高度非线性的映射能力,可用来逼近结构响应量与随机变量的映射关系.通过典型岩土工程结构的应用实例分析,初步显示了基于神经网络的有限元蒙特卡罗法的应用效果和前景.

波浪对弹性结构三维绕流分析的半解析方法

曹志远,翟 桐

采用二维解析和一维离散的方法处理无限流体介质,建立一种分析结构与外流体动力相互作用问题的半解析有限元法,使波浪对弹性结构绕流的三维问题化为一维数值问题来解,从而在很大程度上节省了单元、内存与计算工作量,同时径向无限域边界可得以正确模拟,比现有的有限边界人工处理更显优越.