

横观各向同性层状场地中的单桩横向动力阻抗函数

陈 镒¹, 万春风¹, 薛松涛^{1,2}, 王远功¹, 李肇胤³

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所和泉研究室, 上海 200092; 2. 日本近畿大学工学部建筑学科, 日本大阪 577-8802;
3. 上海交通大学土木建筑工程系, 上海 200030)

摘要: 本文采用横观各向同性层状弹性模型, 模拟半空间上的层状场地, 用阻尼器模拟透射边界代替半空间以吸收能量。利用薄层元素法和子结构法, 并利用在这种边界下受水平简谐荷载作用下的格林函数, 推导了这种场地中竖直单桩在水平-摇摆简谐荷载作用下的横向动力阻抗函数, 并用实例计算了不同横观各向同性性质场地的动力阻抗函数, 并由此分析了场地的横观各向同性性质的强弱对单桩的横向动力阻抗函数所将产生的影响。计算表明: 弱横观各向同性场地对阻抗函数的影响很小, 以至可以忽略这种影响; 而强横观各向同性场地对阻抗函数的影响较大, 必须考虑其影响。另外, 桩头约束的存在与否, 对单桩的横向阻抗函数值也有较大的影响, 桩头有约束的阻抗函数值要明显大于无约束的阻抗函数值。

关键词: 横观各向同性; 层状弹性场地; 竖直单桩; 阻抗函数

中图分类号: TU435

Dynamic Impedances of Single Pile in Transversely Isotropic Layered Media

CHEN Rong¹, WAN Chun-feng¹, XUE Song-tao^{1,2}, WANG Yuan-gong¹, LI Zhao-yin³

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka, Japan;
3. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: In this paper, the model of transversely isotropic layered elastic media was used to simulate the soil ground on halfspace. Using thin element method and substructure method, the dynamic horizontal impedances of single pile, which was embedded in the ground and subjected to harmonic sway-rocking loading at the top of the pile, were derived. The effects of transversely isotropic property of soil on the impedances of pile were analyzed. When the transversely isotropic property is weak, its influence is so small that it can be neglected, but when it is strong, its influence is so big that it must be taken into consideration. It also should be noticed that whether there is restraint or not on top of the pile will have great influence on the impedance function.

Key words: transversely isotropic; layered elastic strata; vertical single pile; impedance function

在分析桩-土-结构体系的动力响应时, 桩基的动力刚度至关重要。要得到桩基的动力刚度, 就必须考虑桩-土动力相互作用, 其中关键的一步即求出土动力刚度矩阵, 也就是土体的位移与荷载之间的关系。关于这一问题国内外许多研究者发表了大量的文章, 但绝大多数仍然将土体视为各向同性弹性体或粘弹性体, 如 Novak 等人^[1]; 也有的将土体视为层状弹性体, 但每一层内为均匀各向同性弹性体, 如我国蒯行成等人^[2]。由于水平层状地基的横向模量一般大于竖向模量, 因此, 对于土层采用横观各向同性弹性体模拟更为接近实际。关于这一方面国外也有人进行了研究, 如 Gazetas^[3]、Kirkner^[4]、Waas^[5]、Kausel 与

收稿日期: 2002-04-30

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(批准号: 59925820)

作者简介: 陈镒(1944-), 男, 江苏南通人, 研究员, 博士生导师, 工学博士。

Seale^[6]等。但研究横观各向同性层状场地中桩阻抗函数的人不多。1994 年 Liu 与 Novak 探讨了单桩在横观各向同性层状介质中的响应^[7]。然而他们在场地的模型中采用了底部固定边界条件,这样处理将使桩振动能量不能向半空间逸散,从而会使解失真。有鉴于此,陈镛等人在横观各向同性层状场地的底部采用了人工透射边界,即用阻尼器模拟下部半空间,以吸收振动能量,从而求出了在任意节面环形垂直及水平简谐荷载作用下的位移解,即格林函数^{[8][9][10]},本文利用这些格林函数推导了单桩在横观各向同性层状场地中受水平-摇摆简谐荷载作用下的动力阻抗函数,并讨论了场地的横观各向同性性质对单桩阻抗函数的影响。

1 单桩在水平-摇摆荷载作用下的动力阻抗函数。

图 1 表示在横观各向同性层状场地中单桩受到一水平简谐荷载及简谐力矩作用,桩是长度为 L , 直径为 D 的钢筋混凝土桩,沿桩长方向和土层一致划分单元。并作如下假设:

- (1) 桩、土的变形均限定在线性范围内;
- (2) 桩与土之间粘接良好,在变形时协调一致,不发生相对滑移及脱离;
- (3) 桩的断面保持不变,只考虑在 $X-Z$ 平面内的位移,即平移及转动位移,计算中考虑桩的剪应力的影响;
- (4) 不考虑水平位移与竖向位移之间的耦合作用。

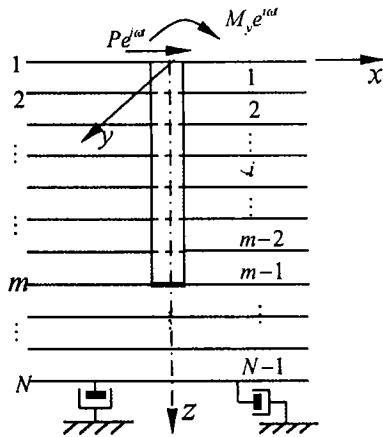


图 1 力学模型

Fig. 1 Mechanical model

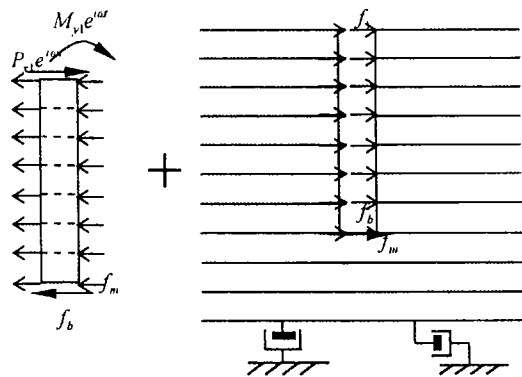


图 2 子结构的划分

Fig. 2 Substructure division

利用文献[9]、[10]求得的横观各向同性层状场地中的格林函数,可由薄层元素法(参见图 1)和子结构法(见图 2)求出单桩在水平-摇摆简谐作用下的运动方程为:

$$\mathbf{K}_p^{HR} \mathbf{U}_p^{HR} = \mathbf{P}_p^{HR} - \mathbf{F}_g^{HR} \tag{1}$$

其中 \mathbf{K}_p^{HR} 为桩在 $X-Z$ 平面内的复刚度矩阵,它可以由考虑梁剪切变形的平面梁单元复刚度矩阵组装而成。 \mathbf{U}_p^{HR} 表示桩在水平-摇摆运动时的位移向量, \mathbf{P}_p^{HR} 为桩上的外力向量, $\mathbf{F}_g^{HR} = \bar{\mathbf{F}}_g^{HR} e^{i\omega t}$ 为桩-土之间的相互作用力。 $\bar{\mathbf{F}}_g^{HR}$ 上面的记号“-”表示幅值,以下意义相同。

可以设:
$$\mathbf{U}_p^{HR} = [u_1 \quad \theta_{y1} \quad u_2 \quad \theta_{y2} \cdots \cdots u_m \quad \theta_{ym}]^T e^{i\omega t} = \bar{\mathbf{U}}_p^{HR} e^{i\omega t} \tag{2}$$

其中 u_i 为桩第 i 节点沿 X 方向的位移; θ_{yi} 为桩在该节点处绕 Y 轴的转角。

由于仅在桩顶部受到 $P_{x1} e^{i\omega t}$ 及 $M_{y1} e^{i\omega t}$,故桩上的外力向量为:

$$\mathbf{P}_p^{HR} = [P_{x1} \quad M_{y1} \quad 0 \quad 0 \cdots \cdots 0 \quad 0]^T e^{i\omega t} = \bar{\mathbf{P}}_p^{HR} e^{i\omega t} \tag{3}$$

设自由场地的绝对位移为 $\mathbf{U}_f^{HR} = \bar{\mathbf{U}}_f^{HR} e^{i\omega t}$,则桩与土之间的相互作用力可表示为:

$$\bar{\mathbf{F}}_g^{HR} = \mathbf{K}_g^{HR} (\bar{\mathbf{U}}_p^{HR} - \bar{\mathbf{U}}_f^{HR}) \tag{4}$$

将上式代入(1)可得:

$$(\mathbf{K}_P^{HR} + \mathbf{K}_g^{HR}) \bar{\mathbf{U}}_P^{HR} = \bar{\mathbf{P}}_P^{HR} + \mathbf{K}_g^{HR} \bar{\mathbf{U}}_f^{HR} \quad (5)$$

设 \mathbf{K}_g^{HR} 为自由场地在桩的轮廓线上受如图 3 的荷载,以及在桩底位置处,还有作用在圆盘上的水平力及力矩(见图 4)作用时的复刚度矩阵。令 ${}_e\mathbf{K}_g^{HR}$ 为开挖出的与桩同体积土桩的复刚度矩阵,则开挖后场地的复刚度矩阵为:

$$\mathbf{K}_g^{HR} = {}_f\mathbf{K}_g^{HR} - {}_e\mathbf{K}_g^{HR} \quad (6)$$

故式(5)即成为如下形式:

$$[{}_f\mathbf{K}_g^{HR} + (\mathbf{K}_P^{HR} - {}_e\mathbf{K}_g^{HR})] \bar{\mathbf{U}}_P^{HR} = \bar{\mathbf{P}}_P^{HR} + \mathbf{K}_g^{HR} \bar{\mathbf{U}}_f^{HR} \quad (7)$$

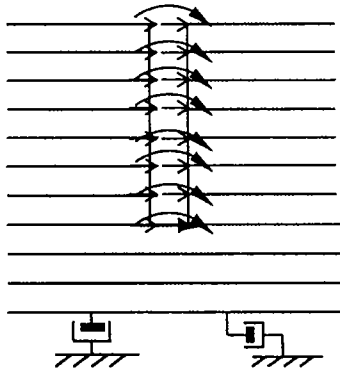


图 3 自由场中桩轮廓线上的荷载

Fig. 3 Pile with loads on it's outline

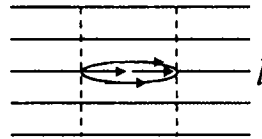


图 4 场地圆盘受水平均布荷载

Fig. 4 Disk subjected to horizontal distributed loads

显然,根据式(7)可以看出,若无自由场的运动,则在外载作用下桩的运动方程为:

$$\bar{\mathbf{P}}_P^{HR} = [{}_f\mathbf{K}_g^{HR} + (\mathbf{K}_P^{HR} - {}_e\mathbf{K}_g^{HR})] \bar{\mathbf{U}}_P^{HR} \quad (8)$$

若仅有自由场的运动而不计桩的质量,则可由上式得到所谓“桩的有效输入运动”。若无外荷载,仅有自由场的运动,则可得桩的地震响应运动。因此式(7)亦为桩-土动力相互作用分析中的普遍方程。

自由场的复刚度矩阵 ${}_f\mathbf{K}_g^{HR}$ 可表示成如下矩阵形式:

$${}_f\mathbf{K}_g^{HR} = \begin{bmatrix} [{}_f\mathbf{k}_g^{HR}]_{2m-2,2m-2}^R & \{{}_f\mathbf{k}_{g,j}^{HR}\}_{2m-1}^R + \{{}_f\mathbf{k}_{g,j}^{HR}\}_{2m-1}^D & \{{}_f\mathbf{k}_{g,j}^{HR}\}_{2m}^R + \{{}_f\mathbf{k}_{g,j}^{HR}\}_{2m}^D \\ (\{{}_f\mathbf{k}_{g_{2m-1,j}}^{HR}\}^R + \{{}_f\mathbf{k}_{g_{2m-1,j}}^{HR}\}^D)^T & ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m-1,2m-1}^R + ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m-1,2m-1}^D & ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m-1,2m}^R + ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m-1,2m}^D \\ (\{{}_f\mathbf{k}_{g_{2m,j}}^{HR}\}^R + \{{}_f\mathbf{k}_{g_{2m,j}}^{HR}\}^D)^T & ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m,2m-1}^R + ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m,2m-1}^D & ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m,2m}^R + ({}_f\mathbf{k}_g^{HR})_{2m,2m}^D \end{bmatrix} \quad (9)$$

这里,上标 R 代表此刚度系数来自环形荷载,而 D 代表来自圆盘形荷载。式中各项刚度系数可由横观各向同性层状场地的格林函数计算得出^[9]。

桩和土桩的复刚度可以表示如下:

$$\mathbf{K}_P^{HR} = \tilde{\mathbf{K}}_P^{HR} - \omega^2 \mathbf{M}_P^{HR} \quad (10)$$

$${}_e\mathbf{K}_g^{HR} = {}_e\tilde{\mathbf{K}}_g^{HR} - \omega^2 {}_e\mathbf{M}_g^{HR} \quad (11)$$

其中 $\tilde{\mathbf{K}}_P^{HR}$ 和 ${}_e\tilde{\mathbf{K}}_g^{HR}$ 为常规意义的刚度矩阵,可由梁单元的刚度矩阵得到。质量矩阵可由一致质量矩阵得到。记 ${}_I\mathbf{K}_{PS}^{HR}$ 为单桩-土体系在外荷载 \mathbf{P}_P^{HR} 作用下,平移-摇摆简谐运动时的刚度矩阵(下标 I 表示单桩),则式(8)可写为:

$$\bar{\mathbf{P}}_P^{HR} = {}_I\mathbf{K}_{PS}^{HR} \bar{\mathbf{U}}_P^{HR} \quad (12)$$

将(12)式详细写出并分块如下:

$$\begin{Bmatrix} P_{x1} \\ M_{y1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^{HR} & k_{12}^{HR} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & k_{1,2m}^{HR} \\ k_{21}^{HR} & k_{22}^{HR} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & k_{2,2m}^{HR} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ k_{2m,1}^{HR} & k_{2m,2}^{HR} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & k_{2m,2m}^{HR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \vdots \\ u_{x2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{ym} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

用分块矩阵又可表示为:

$$\begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{HR} \\ O \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^{HR} & k_{12}^{HR} \\ k_{21}^{HR} & k_{22}^{HR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

若令 ${}_I \mathbf{K}_{PS}^{HR1} = {}_{11} \mathbf{k}_{PS}^{HR} - {}_{12} \mathbf{k}_{PS}^{HR} ({}_{22} \mathbf{k}_{PS}^{HR})^{-1} {}_{21} \mathbf{k}_{PS}^{HR}$, 则由上式可得:

$${}_I \mathbf{K}_{PS}^{HR1}(\omega) \bar{U}_1(\omega) = \bar{P}_1^{HR}(\omega) \quad (15)$$

式中 ${}_I \mathbf{K}_{PS}^{HR1}$ 即为单桩在桩头作用 $P_{x1} e^{i\omega t}$ 和 $M_{y1} e^{i\omega t}$ 时, 桩头位移幅值 $\bar{U}_{11}(\omega) = [u_{x1}(\omega) \quad \theta_{y1}(\omega)]^T$ 与力幅值 $\bar{P}_1^{HR} = [P_{x1}(\omega) \quad M_{y1}(\omega)]^T$ 之间的关系矩阵, 即单桩在平移-摇摆简谐运动时, 桩头的刚度矩阵, 亦即单桩平移-摇摆运动时的阻抗函数。

2 算例

在此例中, 桩为混凝土钻孔灌注桩, 直径为 0.6m, 长为 28m。按照桩基设计规范, 其弹性模量取为 $0.8E_c$, $E_c = 3.0 \times 10^4 \text{ N/m}^2$, 故 $E_p = 2.4 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 。本文利用上海某超高层建筑的地质勘察资料, 为了全面反映场地的横观各向同性性质对阻抗函数的影响, 文中选取三种场地中的单桩进行计算, 它们分别为弱、中、强三种横观各向同性层状场地, 分别记为 S、M 及 T。弱横观各向同性指各层土的横观各向同性性质由上向下逐渐增强, 最上层视为各向同性。强横观各向同性指整个场地土层均为横观各向同性, 且横向与竖向弹性模量之比相同。中等横观各向同性是指在 S 场地的基础上, 将上部若干层(如十层)移去后的场地, 它的横观各向同性性质介于上两种场地之间, 但其刚度要远远大于上述两种场地。每种场地又根据横观各向同性性质由强至弱取四种情形, 如对于弱横观各向同性场地可依次记为 S1、S2、S3、S4, 其余类同。其中 S4、M4、T4 均为各向同性场地。

这里分别对弱(S)、中等(M)、强(T)场地计算了单桩在桩头自由及有转动约束时桩头的复刚度系数, 并对其进行了分析。

(1) 桩头上仅作用有 $P_{x1}(\omega) e^{i\omega t}$, 但允许桩头自由转动。

式(15)可改写为:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{hr1}(\omega) & k_{12}^{hr1}(\omega) \\ k_{21}^{hr1}(\omega) & k_{22}^{hr1}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{x1}(\omega) \\ \theta_{y1}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{x1}(\omega) \\ M_{y1}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

此时 $M_{y1}(\omega) = 0$ (见图 5), 代入式(16)可得:

$$\{ k_{11}^{hr1}(\omega) - k_{12}^{hr1}(\omega) [k_{22}^{hr1}(\omega)]^{-1} k_{21}^{hr1}(\omega) \} u_{x1}(\omega) = P_{x1}(\omega) \quad (17)$$

记: $k_{xx}^I(\omega) = k_{11}^{hr1}(\omega) - k_{12}^{hr1}(\omega) [k_{22}^{hr1}(\omega)]^{-1} k_{21}^{hr1}(\omega)$ (18)

则 $k_{xx}^I(\omega)$ 即为桩头转动自由时的单桩桩顶的水平复刚度, 其不同场地中的不同结果可见图 6~8。

由图可以看出, 对于 S 场地, 其场地的性质对单桩刚度的影响很小, 可以略去场地性质的影响。但对 M、T 场地, 场地性质对桩的水平刚度影响较大。场地横向模量越大则刚度系数的实、虚部越大。

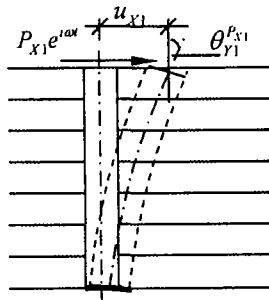


图 5 桩头上仅作用 $P_{x1} e^{i\omega t}$ 的情形

Fig. 5 Horizontal load $P_{x1} e^{i\omega t}$ at top of the pile only

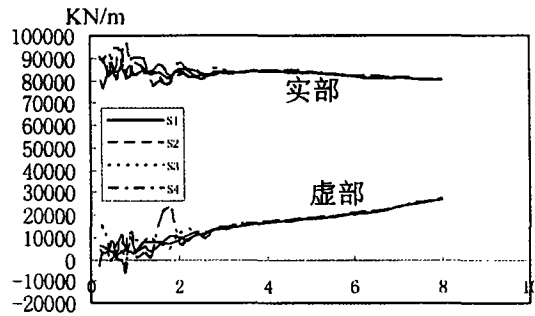


图 6 S 场地中单桩桩头无约束的阻抗函数

Fig. 6 Impedance Function of single pile without top restraint in S strata

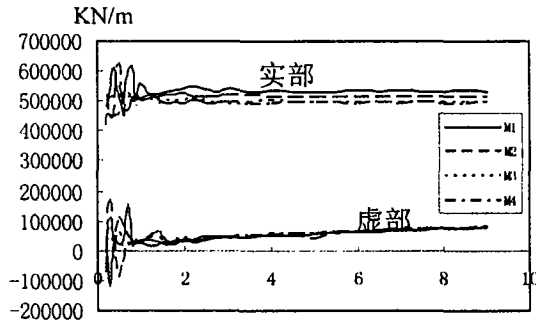


图 7 M 场地中单桩桩头无约束的阻抗函数

Fig. 7 Impedance Function of single pile without top restraint in M strata

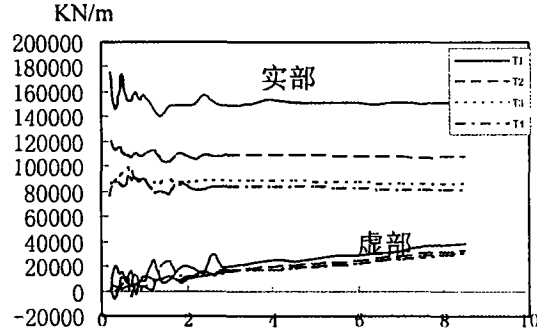


图 8 T 场地中单桩桩头无约束的阻抗函数

Fig. 8 Impedance Function of single pile without top restraint in T strata

(2) 桩头上仅作用有 $P_{x1}(\omega) e^{i\omega t}$, 但不允许桩头转动。

式(15)又可改写为:

$$\begin{bmatrix} f_{11}^{hr}(\omega) & f_{12}^{hr}(\omega) \\ f_{21}^{hr}(\omega) & f_{22}^{hr}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{x1}(\omega) \\ M_{y1}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{x1}(\omega) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

其中 $f_{ij}^{hr}(\omega)$ 为桩头柔度矩阵的元素 ($i, j = 1, 2$), 它们可由式(16)中的刚度矩阵的逆求得。

此时桩头上的转角 $\theta_{y1} = 0$ (见图 9), 故有:

$$\{f_{11}^{hr}(\omega) - f_{12}^{hr}(\omega) \cdot [f_{22}^{hr}(\omega)]^{-1} f_{21}^{hr}(\omega)\} P_{x1}(\omega) = u_{x1}(\omega) \quad (20)$$

记: $k_{x_r}^l(\omega) = \{f_{11}^{hr}(\omega) - f_{12}^{hr}(\omega) \cdot [f_{22}^{hr}(\omega)]^{-1} f_{21}^{hr}(\omega)\}^{-1} \quad (21)$

则 $k_{x_r}^l(\omega)$ 即为桩头转动约束时的水平复刚度, 其不同场地中的不同结果可见图 10~12。

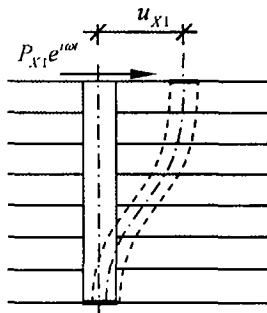


图 9 桩头上 $\theta_{y1} = 0$ 的情形

Fig. 9 Pile with top restraint

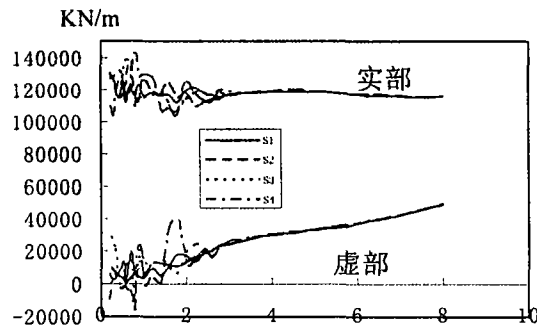


图 10 S 场地中单桩桩头有约束的阻抗函数

Fig. 10 Impedance Function of single pile with top restraint in S strata

由图可见, 强横观各向同性性质对阻抗函数的影响较大, 而弱横观各向同性性质对阻抗函数的影响较

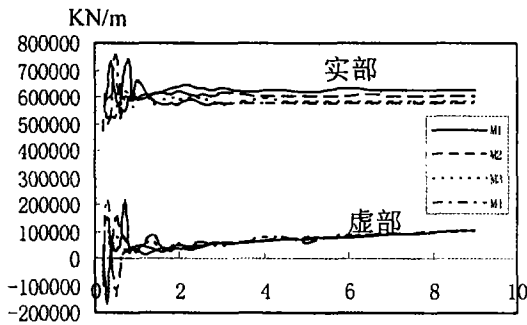


图 11 M 场地中单桩桩头有约束的阻抗函数

Fig. 11 Impedance Function of single pile with top restraint in M strata

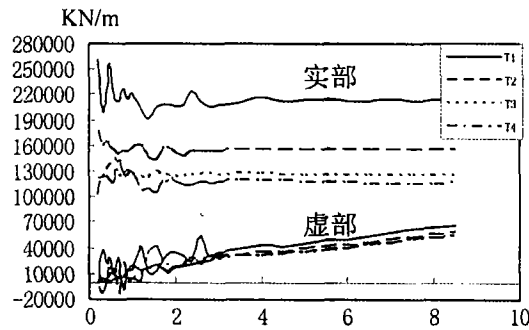


图 12 T 场地中单桩桩头有约束的阻抗函数

Fig. 12 Impedance Function of single pile with top restraint in T strata

小;而且,桩头转动有约束时的阻抗函数要明显大于桩头自由时的阻抗函数。

3 结论

1) 强横观各向同性层状场地的横观各向同性性质对于在场地中单桩的横向动力阻抗函数有明显的影响,因此,对这种场地中的单桩动力分析,必须考虑场地的横观各向同性性质;但对弱横观各向同性层状场地中的单桩动力分析,则可不考虑这种影响。

2) 桩头的约束对桩的阻抗函数有明显的影响,有约束的桩头阻抗函数值远大于无约束的值。

参考文献:

- [1] Novak M, Aboul-Ella F. Impedance functions of piles in layered media. *J Eng Mech ASCE*, 1978,104:643-661
- [2] 蒯行成,沈蒲生. 层状介质中群桩水平动力阻抗的简化计算方法. *振动工程学报*, 1998,11(3):258-264
- [3] Gazetas G. Strip foundations on a cross-anisotropic soil layer subjected to dynamic loading. *Geotechnique*, 1981,31(2):161-179
- [4] Kirkner O J. Vibration of a rigid disc on a transversely isotropic elastic halfspace. *Int J Numer Methods and Geomech*, 1982,16:293-306
- [5] Waas G, Riggs H R, Werkle H. Displacement solutions for dynamic loads in transversely-isotropic stratified media. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1985,13:173-193
- [6] Kausel E, Seale S H. Dynamic and static impedances of cross-anisotropic halfspaces. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1990, 9(4):172-178
- [7] Liu W, Novak M. Dynamic response of single piles embedded in transversely isotropic layered media. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1994,23(6):1239-1257
- [8] 薛松涛,陈镛,秦岭,陈竹昌. 横观各向同性层状场地的动力边界条件. *岩土力学与工程学报*, 2001,20(1):65-69
- [9] 陈镛,薛松涛,陈竹昌,陈军. 横观各向同性层状弹性场地格林函数的数值解. *应用数学和力学*, 2000,21(1):45-54
- [10] 李肇胤,周锋,陈镛,薛松涛. 横观各向同性层状场地受垂直圆盘简谐荷载时的响应分析. *岩土力学与工程学报*, 2000,19(5):608-612
- [11] 陈镛,郑海涛,薛松涛,李肇胤. TI 层状场地中双桩竖向动力阻抗函数. *工程力学(增刊)*, 2001,2:571-575