

采用二阶频率灵敏度的损伤识别和试验

薛松涛^{1,2}, 钱宇音¹, 陈 蓉¹, 王远功¹

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2 日本近畿大学 理工学部建筑学科 大阪)

摘要: 开发结构健康监测系统是结构损伤识别的一个重要课题. 由于结构频率容易测试并且有较高的测量精度, 因此成为损伤识别中广泛应用的模态参数. 据此提出一种二阶频率灵敏度分析方法, 通过测量结构损伤前后频率变化的损伤参数识别方法来确定结构的损伤位置和损伤程度. 对于层间剪切结构模型, 可以测得结构的各阶频率. 对于多种工况进行了框架结构模型的振动试验. 试验结果表明, 对于层间剪切结构, 通过测量结构频率变化可以确定结构的损伤位置和损伤程度.

关键词: 损伤参数识别; 二阶灵敏度分析; 框架结构; 振动试验

中图分类号: TU 323.5

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2003)03-0263-05

Damage Identification and Experiments of Frame Structure Based on Second-order Frequency Sensitivity

XUE Song-tao^{1,2}, QIAN Yu-yin¹, CHEN Rong¹, WANG Yuan-gong¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka Japan)

Abstract: Development of health monitoring system becomes an important task for structure damage identification. The variation of structural frequency before and after the damage is believed to be a most available and widely used modal parameter because of its easy testability and high measure precision. The second-order sensitivity of structural frequency to variation of stiffness is for the first time to be deduced. Based on second-order frequency sensitivity analysis, a damage parameter identification method is presented. The method used only frequency measurement before and after damage to locate the damage location and quantify the severity of the damage. For a shear building, most of the frequencies can be measured. Several frame models were made and studied using vibration test. Many cases, including single-damage and multi-damage with different severity and locations were considered. Test results show that for shear buildings, damage severity and location can be calculated using frequency change method from structural frequency measurement. Also, the identification method based on second-order frequency sensitivity analysis is more accurate than that based on first-order frequency sensitivity analysis.

Key words: damage parameter identification; second-order sensitivity analysis; frame structural; vibration test

利用结构的动力反应或模态参数的变化, 采用参数识别方法确定结构的损伤位置和程度, 是现代结构安全性检测理论研究的前沿课题^[1]. 一些研究者从不同的角度出发, 推导了结构模态参数对结构物理参数(质量、刚度、阻尼等)的灵敏度的计算公式^[2,3], 但这些研究都基于一阶灵敏度, 很少涉及到二阶灵敏度.

本文首次推导了结构频率对刚度变化的二阶灵敏度. 对于可以简化为串联质点体系模型的层间剪切多层结构模型, 可以测得各阶频率, 得到完备模态, 所以采用二阶灵敏度的非线性方程是能够求解的. 本文推导了二阶频率灵敏度结构损伤前后频率变化与结构刚度变化之间关系的公式, 然后进行了多层框架结

收稿日期: 2002-04-09

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59925820)

作者简介: 薛松涛(1963-), 男, 江苏涟水人, 教授, 博士生导师, 工学博士. E-mail: xue@arch.kindai.ac.jp

构损伤的振动试验研究,最后给出了计算结果和试验结果的分析。

1 结构频率对刚度变化的二阶灵敏度分析

结构振动特征值方程为

$$[K]\{\phi\}_r - \lambda_r[M]\{\phi\}_r = 0 \quad (1)$$

式中: $[M]$ 和 $[K]$ 为结构的质量、刚度矩阵,它们均为实对称 $N \times N$ 阶矩阵; $\{\phi\}$ 为模态向量或振型向量,若结构参数为 p_m ,它可以是质量或刚度矩阵中的某一个元素。对式(1)求导,可得

$$\frac{\partial [K]}{\partial p_m} \{\phi_r\} + [K] \frac{\partial \{\phi_r\}}{\partial p_m} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial p_m} [M] \{\phi_r\} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial p_m} \{\phi_r\} - \lambda_r [M] \frac{\partial \{\phi_r\}}{\partial p_m} = 0 \quad (2)$$

式中: λ_r 为结构第 r 阶特征值。

将式(2)左乘 $\{\phi_r\}^T$ 后,并运用正交条件整理得

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p_m} = \{\phi_r\}^T \frac{\partial [K]}{\partial p_m} \{\phi_r\} - \lambda_r \{\phi_r\}^T \frac{\partial [M]}{\partial p_m} \{\phi_r\} \quad (3)$$

即为特征值一阶灵敏度的表达式。

将式(2)左乘 $\{\phi_s\}^T$ 后,运用正交条件可得特征向量对刚度的灵敏度为

$$\frac{\partial \{\phi_r\}}{\partial k_{ij}} = \sum_{s=1}^N \beta_s \{\phi_s\} \quad (4)$$

其中:当 $s \neq r$ 时,

$$\beta_s = \begin{cases} \frac{1}{(\omega_r^2 - \omega_s^2)} (\phi_{is} \phi_{jr} + \phi_{js} \phi_{ir}), & i \neq j \\ \frac{1}{(\omega_r^2 - \omega_s^2)} \phi_{is} \phi_{ir}, & i = j \end{cases}$$

当 $s = r$ 时,

$$\beta_s = 0$$

式(3)再对 p_m 求导一次,注意 $\frac{\partial^2 [K]}{\partial p_m^2}$ 及 $\frac{\partial^2 [M]}{\partial p_m^2}$ 均为零, $\frac{\partial [M]}{\partial p_m} + \frac{\partial [K]}{\partial p_m}$ 为对称矩阵,便得

$$\frac{\partial^2 \lambda_r}{\partial p_m^2} = - \frac{\partial \lambda_r}{\partial p_m} \{\phi_r\}^T \frac{\partial [M]}{\partial p_m} \{\phi_r\} + 2 \{\phi_r\}^T \left(- \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial p_m} + \frac{\partial [K]}{\partial p_m} \right) \frac{\partial \{\phi_r\}}{\partial p_m} \quad (5)$$

将式(5)中的 p_m 代之以 k_{ij} , 则可得

$$\frac{\partial^2 \lambda_r}{\partial k_{ij}^2} = 2 \{\phi_r\}^T \frac{\partial [K]}{\partial k_{ij}} \frac{\partial \{\phi_r\}}{\partial k_{ij}} \quad (6)$$

当 $i \neq j$ 时, $\frac{\partial [K]}{\partial k_{ij}} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1_{ij} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$; 当 $i = j$ 时, $\frac{\partial [K]}{\partial k_{ij}} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1_{ii} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$ 。

分 $i \neq j$ 和 $i = j$ 两种情况推导,可得特征值对 k_{ij} 的二阶灵敏度为

$$\frac{\partial^2 \lambda_r}{\partial k_{ij}^2} = \begin{cases} 2 \phi_{jr} \frac{\partial \phi_{ir}}{\partial k_{ij}} + 2 \phi_{ir} \frac{\partial \phi_{jr}}{\partial k_{ij}}, & i \neq j \\ 2 \phi_{ir} \frac{\partial \phi_{ir}}{\partial k_{ij}}, & i = j \end{cases} \quad (7)$$

2 剪切型结构损伤监测的频率变化公式

对于层间剪切模型第 i 层刚度的变化,只引起刚度矩阵中与 i 相邻的 $k_{i,i}$, $k_{i,i-1}$, $k_{i-1,i}$ 以及 $k_{i-1,i-1}$ 的变化。设第 i 层的刚度降低了 Δk_i , 则刚度矩阵中的元素 $k_{i,i}$ 以及 $k_{i-1,i-1}$ 降低了 Δk_i ; $k_{i,i-1}$ 和 $k_{i-1,i}$ 的刚度增加了 Δk_i ; 刚度矩阵中其它元素并未改变。由式(3)和式(7)并且代入式(4),得频率的变化为

$$\begin{aligned} \Delta\omega_r = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}} \Delta k_{ij} + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2\omega_r}{\partial k_{ij}^2} \Delta k_{ij}^2 = \frac{\Delta k_i}{2\omega_r} (\Phi_{ir}^2 + \Phi_{i-1,r}^2 - 2\Phi_{ir}\Phi_{i-1,r}) + \\ & \frac{\Delta k_i^2}{2\omega_r} \left[-\frac{1}{4\omega_r^2} \Phi_{ir}^4 - \frac{2}{\omega_r^2} \Phi_{ir}^2 \Phi_{i-1,r}^2 - \frac{1}{4\omega_r^2} \Phi_{i-1,r}^4 + \Phi_{i,r} \sum_{s=1, s \neq r}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} \Phi_{is} \Phi_{ir} \Phi_{is} + \right. \\ & \Phi_{i-1,r} \sum_{s=1, s \neq r}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} \Phi_{i-1,s} \Phi_{i-1,r} \Phi_{i-1,s} + 2\phi_{i-1,r} \sum_{s=1, s \neq r}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} (\Phi_{is} \Phi_{i-1,r} + \\ & \left. \Phi_{i-1,s} \Phi_{ir}) \Phi_{is} + 2\phi_{ir} \sum_{s=1, s \neq r}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} (\Phi_{i-1,s} \Phi_{ir} + \Phi_{is} \Phi_{i-1,r}) \Phi_{i-1,s} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

在式(8)中去除后一部分便是只取一阶时的频率变化公式。

采用非线性迭代式 $([S] + [S_2][\Delta k_{(i-1)}])\{\Delta k_{(i)}\} = \{\Delta\omega\}$, 便可以求出 $\{\Delta k\}$. 此处 $[S]$ 为 Δk_{ij} 的一次项系数; $[S_2]$ 为 Δk_{ij} 的二次项系数; $[\Delta k_{(i-1)}]$ 是由第 $(i-1)$ 步迭代所得修正量 $\{\Delta k_{(i-1)}\}$ 元素构成的对角阵。

3 框架结构模型损伤的振动试验研究

为了验证层间剪切结构损伤识别的频率变化公式, 进行了框架结构的损伤试验^[4]。

框架模型共有 4 层, 跨度为 330 mm, 层高为 350 mm, 底层柱底与底板连接加腋。梁截面为 T 型, 由两个 30 mm×10 mm 的矩形梁拼接而成。柱截面为 70 mm×10 mm。

模型结构的参数如表 1。

表 1 四层框架结构模型参数

Tab. 1 Parameters of 4-story frame structural model

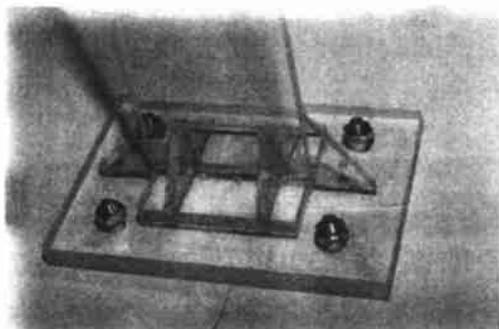
构件	截面形状	截面面积/cm ²	截面惯性矩/10 ⁻⁸ m ⁴	弹性模量/GPa	密度/(t·m ⁻³)
梁	T 形	6	8.50	3	1.2
柱	矩形	7	0.58	3	1.2

模型均用有机玻璃制作, 梁与柱的节点连接

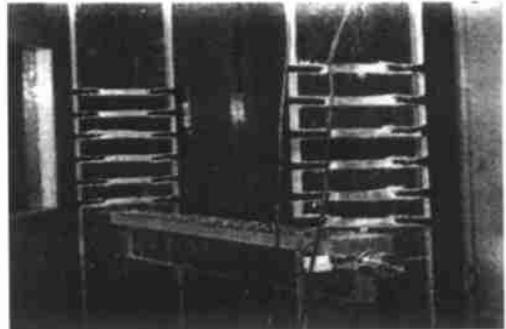
用专门的化学溶剂粘接。模型采用多层单榀单跨框架, 为了减少框架平面外振动对实验结果的影响, 将柱的平面外刚度设计为远远大于平面内刚度。模型结构柱与支座连接的照片如图 1a 所示。

为了模拟结构刚度的降低, 试验时在结构模型的柱上切口。有切口时, 为了减少质量的损失, 在需要模拟损伤的一段范围内切多个薄的切口, 切口与切口之间距离较小, 这样可不考虑中间未切口的部分对于刚度的贡献, 而结构的质量只有较小的变化, 从而可认为只有局部刚度的降低而没有质量的损失。损伤的模拟情况照片如图 1b 所示。

首先模拟单损伤的情况: 先在第二层左柱模拟切割损伤, 随着实验时损伤逐渐增大, 在二层的右柱也相似地模拟切割损伤。当第二层损伤使本层刚度降低 50% 时, 从第三层开始进行损伤试验, 以模拟第二、三层损伤时的情况。损伤试验的工况说明见表 2 所示, 其中工况 1 和工况 2 是模拟单损伤, 工况 3 和工况 4 是模拟多损伤。不同损伤工况实测的频率变化如表 3 所示。



a 柱与底板的连接



b 柱损伤的模拟

图 1 框架结构模型试验图

Fig. 1 Test of frame structure model

表 2 四层结构损伤工况说明

Tab. 2 Damage in 4-story structure

工况编号	试验编号	无损时截面惯性矩/ $10^{-8}m^4$	损伤时截面惯性矩/ $10^{-8}m^4$	层刚度降低百分比/ %	说明
工况 1	d15	1.166 67	0.999 8	14.3	二层损伤
工况 2	d1510	1.166 67	0.583 3	42.8	二层损伤
工况 3	d15	1.166 67	0.916 7	50.0, 21.4	二、三层损伤
工况 4	d20	1.166 67	0.833 0	50.0, 28.6	二、三层损伤

表 3 结构损伤时的频率实测值和变化率

Tab. 3 Measurement of frequency

工况	ω_1/Hz	R	ω_2/Hz	R	ω_3/Hz	R	ω_4/Hz	R
无损	8.179		24.689		40.100		51.086	
工况 1	8.057	1.490	24.689	0	39.856	0.608	50.476	1.194
工况 2	7.752	5.223	24.872	-0.740	39.139	2.397	49.377	3.345
工况 3	7.690	5.970	24.384	1.235	39.017	2.701	48.462	5.136
工况 4	7.690	5.970	24.094	2.410	38.986	2.778	48.126	5.794

采用频率变化公式(8),根据实测结果,结构各种损伤工况的识别结果如图 2 所示.

在图 2 中,“实际损伤”是指由于切割原因使得层刚度降低的实际降低率,“一阶计算”和“二阶计算”是指根据实验测得的频率变化率分别用一阶和二阶灵敏度公式计算所得的层刚度降低率.

从图 2 的工况 1 和工况 2 的比较结果可以看出,在结构单损伤的情况下,通过结构实测的各种工况频率,应用结构频率变化公式,可以准确确定结构损伤发生的位置;同时,给出结构损伤的程度.在无损伤层出现的识别损伤是由计算误差和实验误差引起的,其相对于有损伤层的识别损伤较小.采用二阶灵敏度的公式对于损伤程度的识别优于只用一阶的情况.如在工况 2 的情况下,对于损伤程度的识别精度,采用二阶灵敏度可以提高 6.4%,使得误差只有 1.78%.

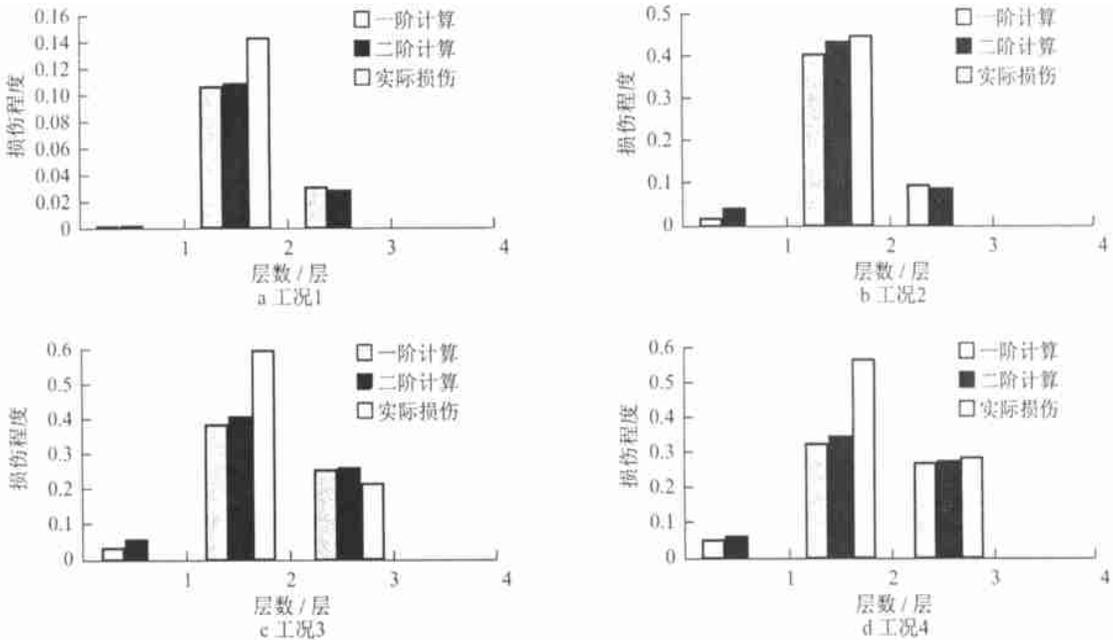


图 2 四层框架结构模型损伤识别结果与实际情况比较

Fig. 2 Comparison of actuality and identifications

从图 2 的工况 3 和工况 4 比较结果可以看出,在结构多损伤的情况下,通过结构实测的各种工况的频率,应用结构频率变化公式,可以准确判定结构损伤发生的位置.在第一损伤(第二层损伤)程度不再变化后,随着后续的损伤(第三层损伤)程度的增加,对后续的损伤的识别结果较好,而识别第一损伤的准确度有所降低,但是对于结构损伤位置的判定还是准确的.采用二阶灵敏度的公式对于识别第一损伤和后续损伤的准确度都有提高.如在工况 4 的情况下,对于第一损伤的程度识别精度,采用二阶灵敏度可以提高

3.5%;对于后续损伤的程度识别精度可以提高2.4%。

4 结论

(1) 基于频率变化公式的结构损伤识别,只需要测得结构的频率,并不要求振型等其它模态参数,便可以对此类结构是否损伤做出大体的判断,不仅可以判断结构是否有损伤,而且可以判断损伤的位置以及损伤的程度。

(2) 损伤识别的精度随损伤程度的加大而提高。在损伤程度不大时,可以识别损伤的位置,但是对于损伤程度的判断存在比较大的误差;在损伤程度很大时,可以精确判定损伤的位置和损伤的程度。

(3) 采用基于二阶灵敏度分析的层间剪切结构损伤识别的精度比一阶的要高,并且损伤识别的精度提高程度随损伤程度的加大而提高。在损伤程度不大时,可以采用一阶灵敏度的公式来识别,但随着损伤程度的增加,采用二阶灵敏度的识别方法可以有效提高精度。

参考文献:

- [1] Doebling S W, Farrar C R, Prime M B, et al. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review [R] . Los Alamos; Los Alamos National Laboratory Operated by the University of California 1996.
- [2] Zhao J, Dewolf J T. Sensitivity study for vibrational parameters used in damage detection [J] . Journal of Structural Engineering, 1999, 125(4): 410—416.
- [3] Chen J C, Garba J A. On-orbit damage assessment for large space structures [J] . AIAA Journal 1988, 26(9): 1119—1126.
- [4] 谢 强. 建筑结构健康监测若干基础问题的试验研究及分析 [D] . 上海: 同济大学工程力学与技术系, 2001.

◦下期文章摘要预报◦

超大跨径斜拉桥的结构体系分析

徐利平

以苏通长江公路大桥为背景,分析了不同结构体系斜拉桥的受力特点,指出了超大跨径斜拉桥改善结构受力性能的塔梁约束方式,并重点说明了适合超大跨径斜拉桥塔梁约束的水平弹性约束和冲击荷载缓冲(阻尼)约束两种纵向约束的工作机理和应用效果。

变跨度隧道施工引起的地表沉降

杨龙才,周顺华,姚燕明

针对某地铁叉口变跨度隧道的施工方案进行了离心模型试验,模拟了隧道采用双侧壁导坑法施工时地表沉降随各开挖步施工的变化规律,同时对相接变跨度隧道施工对地表沉降的相互影响进行了模拟试验。试验预测了隧道施工中地表沉降的发生、发展、收敛的全过程,所得结果对同类工程具有一定的参考价值。