

灰色系统模型在结构损伤识别中的应用

薛松涛^{1,2}, 钱宇音², 陈 镨², 王远功²

(1. 近畿大学理工学部建筑学科, 日本大阪; 2. 同济大学结构工程与防灾研究所, 上海 200092)

摘要: 开发结构健康监测系统是结构损伤识别的一个重要课题。由于建筑结构具有很多不确定因素, 通过模态分析识别结构损伤的精度很难保证。本文提出一种灰色系统模型应用于结构损伤识别的方法。建立频率变化率和刚度变化的灰色系统模型, 把一阶单变量的灰色模型(M(1,1))作为频率变化率和刚度变化之间的系统, 通过一阶单变量的灰色模型(M(1,1))预测来体现结构动力指纹的整体功能, 确定频率变化率和刚度变化之间的关系变量。为了验证理论, 对多种工况进行了框架结构模型的振动试验并对结果进行了分析。试验结果表明: 对于层间剪切结构, 通过测量结构频率变化, 建立的灰色系统模型可以较准确地确定结构的损伤位置和损伤程度, 并使识别精度得到有效提高。

关键词: 灰色系统; 损伤参数识别; 紧邻均值生成; 振动试验

中图分类号: TU 323.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0254-0053(2003)04-0528-06

Application of Grey Control System Model In Structural Damage Identification

XUE Song-tao^{1,2}, QIAN Yu-yin², CHEN Rong², WANG Yuan-gong²

(1. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka, Japan;

2. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Development of construction health monitoring system becomes an important task for structure damage identification. Since the building structure has many indeterminable factors, the method using modal analysis to identify the structure damage is of less precision. A method applying the grey system to the structural damage identification was presented. The grey system of the frequency variance rate and the stiffness change was established with first-order single argument grey system(GM(1,1)). GM(1,1) prediction was used to reflect the global function of the structural dynamic fingerprints and the relation of the frequency variance rate and stiffness change was found out. Vibration tests for frame structures were carried out, with considered many cases, including single-damage and multi-damage with different degrees and locations. The results show that for shear buildings, damage degree and location can be determined by using the grey system created through measuring frequency change.

Key words: grey system; damage parameter identification; mean generation with consecutive neighbors; vibration test

灰色系统理论是邓聚龙于1982年创立的一种新理论, 目前已成功应用于机械工程、经济管理、生态系统、农业系统等领域。

在结构故障诊断领域, 一个结构可以看作一个系统, 结构的振动是系统的输出, 通过振动监测与分析

收稿日期: 2002-05-24

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助(批准号: 59925820)

作者简介: 薛松涛(1963-)男, 江苏省涟水人, 教授, 博导, 工学博士。

可以推断结构的状态,在该系统中,影响结构振动的各因素之间及各因素与振动之间的关系,各因素与振动能量、振动频率之间不存在明确的数学关系,因此,结构是一个灰色系统,通过振动的监测与分析判断结构状态的过程,是一个灰色系统白化的工程,可以用灰色系统理论来研究。

近年来已有一些研究者把灰色系统理论用于结构故障诊断^[1,2],但这些研究都是利用灰色关联分析来检测损伤,只能确定损伤位置,很难确定损伤程度。本文提出把灰色系统应用于剪切型结构损伤检测,通过对动力指纹建立灰色系统模型进行灰色预测生成,来提高结构损伤检测的准确度。

1 结构损伤监测的频率变化公式

对于层间剪切模型第 i 层刚度的变化,只引起刚度矩阵中相邻的 $k_{ii}, k_{i,(i-1)}, k_{(i-1)i}$,以及 $k_{i-1,i-1}$ 的变化。设第 i 层的刚度降低了 Δk_i ,则刚度矩阵中的元素 $k_{i,i}$ 以及 $k_{i-1,i-1}$ 降低了 Δk_i , $k_{i,i-1}$ 和 $k_{(i-1),i}$ 刚度增加 Δk_i ,刚度矩阵中其它元素并未改变,得到频率的变化为:

$$\Delta\omega_r = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}} \Delta k_{ij} + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2\omega_r}{\partial k_{ij}^2} \Delta k_{ij}^2 + \dots + \frac{1}{n!} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^n\omega_r}{\partial k_{ij}^n} \Delta k_{ij}^n + \dots \right) \tag{1}$$

其中: ω_r 是结构的第 r 阶频率, k_{ij} 是结构的刚度, N 是模型的层数。

为了避免产生非线性方程组,一般都是泰勒级数取到一次,即

$$\Delta\omega_r/\omega_r = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}} \Delta k_{ij} \right) / \omega_r = \frac{\Delta k_i}{2\omega_r^2} \cdot (\Phi_{ir}^2 + \Phi_{i-1,r}^2 - 2\Phi_{ir}\Phi_{i-1,r}) \tag{2}$$

其中, Φ_{ir} 是第 r 阶振型第 i 层的值。

泰勒级数取到二次项可以提高精度,即

$$\begin{aligned} \Delta\omega_r/\omega_r &= \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}} \Delta k_{ij} + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2\omega_r}{\partial k_{ij}^2} \Delta k_{ij}^2 \right) / \omega_r \\ &= \frac{\Delta k_i}{2\omega_r^2} \cdot (\Phi_{ir}^2 + \Phi_{i-1,r}^2 - 2\Phi_{ir}\Phi_{i-1,r}) + \frac{\Delta k_i^2}{2\omega_r^2} \left[-\frac{1}{4\omega_r^2} \Phi_{ir}^4 - \frac{2}{\omega_r^2} \Phi_{ir}^2 \Phi_{i-1,r}^2 - \frac{1}{4\omega_r^2} \Phi_{i-1,r}^4 \right. \\ &\quad + \Phi_{i,r} \sum_{\substack{s=1 \\ (s \neq r)}}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} \Phi_{is} \Phi_{ir} \Phi_{is} + \Phi_{i-1,r} \sum_{\substack{s=1 \\ (S \neq r)}}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} \Phi_{i-1,r} \Phi_{i-1,r} \Phi_{i-1,s} + 2\Phi_{i-1,r} \\ &\quad \left. \sum_{\substack{s=1 \\ (s \neq r)}}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} (\Phi_{is} \Phi_{i-1,r} + \Phi_{i-1,s} \Phi_{ir}) \Phi_{is} + 2\phi_{ir} \sum_{\substack{s=1 \\ (s \neq r)}}^N \frac{1}{\omega_r^2 - \omega_s^2} \right. \\ &\quad \left. (\Phi_{i-1,s} \Phi_{ir} + \Phi_{is} \Phi_{i-1,r}) \cdot \Phi_{i-1,s} \right] \tag{3} \end{aligned}$$

上式方括号里后面四项中 $s = t$ 项为零。

可以看出(3)式已是非线性方程组,求解烦琐困难,即使能求解也缺乏普遍性,而且得出解也只是近似解。

于是把(1)式改写成

$$\{\Delta\omega/\omega\} = ([S_1] + [S_2] \cdot \{\Delta k\} + [S_3] \cdot \{\Delta k^2\} \dots + [S_n] \cdot \{\Delta k^{n-1}\} + \dots) \cdot \{\Delta k\} \tag{4}$$

此处 $[S_1]$ 为 Δk_{ij} 的一次项系数, $[S_n]$ 为 Δk_{ij} 的 n 次项系数。

令

$$[S] = [S_1] + [S_2] \cdot \{\Delta k\} + [S_3] \cdot \{\Delta k^2\} \dots + [S_n] \cdot \{\Delta k^{n-1}\} + \dots \tag{5}$$

则(4)式变为

$$\{\Delta\omega/\omega\} = [S] \cdot \{\Delta k\} \tag{6}$$

2 建立频率变化率和刚度变化的灰色系统模型

2.1 灰色系统模型

令状态向量 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示各阶频率变化率, 输出向量 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ 表示各层的刚度变化, 则

$$\begin{cases} \dot{X} = A(\otimes)X + B(\otimes) \\ Y = C(\otimes)X \end{cases} \quad (7)$$

为频率变化率和刚度变化的灰色系统模型, 其中 $A(\otimes) \in G^{n \times n}$, $B(\otimes) \in G^{n \times 1}$, $C(\otimes) \in G^{m \times n}$. $B(\otimes)$ 为灰色作用参数矩阵, 比较(4)式和(5)式及 $(S^T)^{-1} = C(\otimes)$.

2.2 确定状态方程

对频率变化率序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 进行一阶单变量的灰色模型 $GM(1,1)$ 建模^[1], 即一阶单变量的灰色预测模型, 建立灰色微分方程^[4]:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (8)$$

其中, a, b 是待定参数, $Z^{(1)}$ 为 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列, $X^{(1)}$ 为 $X^{(0)}$ 的一次累加生成 1-AGO 序列, 即:

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1); \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i); \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

参数列

$$[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (11)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

则

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (12)$$

为灰色微分方程 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的白化方程(影子方程)。

$GM(1,1)$ 灰色微分方程 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k) = [x^{(0)}(1) - b/a]e^{-ak} + b/a, \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (13)$$

\wedge 表示估计值。

将(13)式进行还原处理^[2]:

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1) \quad (14)$$

如果 $GM(1,1)$ 模型精度不满意, 可以重复上述步骤, 或者建立残差 $GM(1,1)$ 模型^[2]。

2.3 确定输出方程

分析(5)式, $S = S_1 + \delta$, 从(2)式可知 S_1 中各元素相互关联, 所以把 S_1 中元素依次排成一个列向量, 整体建立一阶单变量的灰色预测模型, $S_1^{(0)} \rightarrow \hat{S}_1^{(0)}$, 即把 $S_1^{(0)}$ 作为一阶单变量做(8)式到(14)式的工作, 然

后 $S = \hat{S}_1^{(0)}$, 最后 $C(\otimes) = (S^T)^{-1}$, 即得 $C(\otimes)$ 的白化值。

3 框架结构模型损伤的振动试验研究

为了验证层间剪切损伤识别的频率变化率和刚度变化的灰色系统模型,进行了框架结构的损伤试验^[5]。

框架模型共有4层。跨度330mm,层高350mm。底层柱底与底板连接加腋。梁截面为T型,由两个30×10mm的矩形梁拼接而成。柱截面为70×10mm。

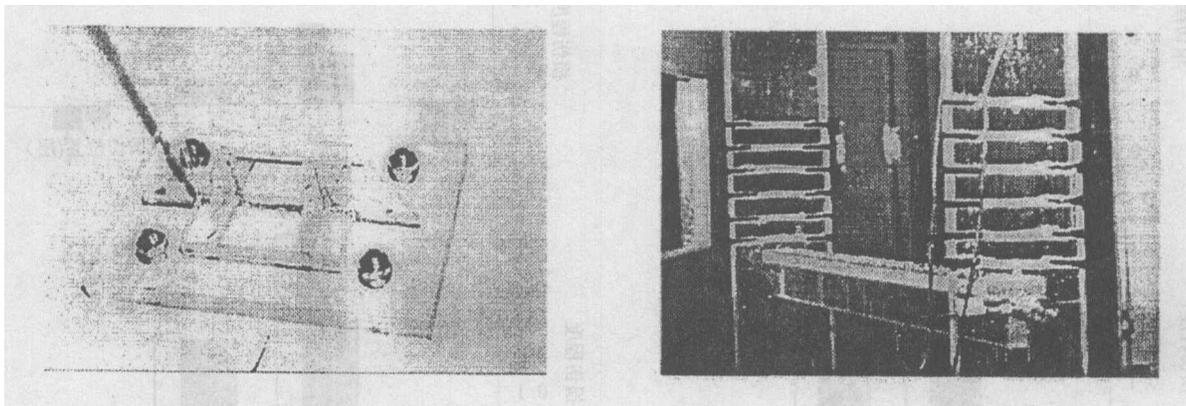
模型结构的参数如表1。

表1 四层框架结构模型参数
Tab.1 Parameters of 4-story frame structural model

构件	截面形状	截面面积(m ²)	截面惯性矩(m ⁴)	弹性模量(N/m ²)	密度(Kg/m ³)
梁	T形	6×10^{-4}	8.05×10^{-8}	3×10^9	1.2×10^3
柱	矩形	7×10^{-4}	5.8333×10^{-9}	3×10^9	1.2×10^3

模型采用有机玻璃制作,梁与柱的节点连接用专门的化学溶剂粘接。模型采用多层单榀单跨框架,为了减少框架平面外振动对实验结果的影响,将柱的平面外刚度设计为远远大于平面内刚度。模型结构柱与支座连接的照片如图1a所示。

为了模拟结构刚度的降低,试验时在结构模型的柱上切口。有切口时,为了减少质量的损失,在需要模拟损伤的一段范围内切多个薄的切口,切口与切口之间距离较小,这样可使中间未切口的部分对于刚度的贡献可不考虑,而结构的质量只有较小的变化,从而可认为只有局部刚度的降低而没有质量的损失。损伤的模拟情况的照片如图1b所示。



a. 柱与底板的连接
a. Joint of column and pedestal

b. 柱损伤的模拟
b. Simulation of column's damage

图1 框架结构模型试验图

Fig.1 Test of frame structure model

首先模拟单损伤的情况:先在第二层左柱模拟切割损伤,随着实验时损伤逐渐增大,在二层的右柱也相似地模拟切割损伤。当第二层损伤使本层刚度降低50%时,从第三层开始进行损伤试验,以模拟第二三层损伤时的情况。损伤试验的工况说明见表2所示,其中工况1和工况2是模拟第二层单损伤,工况3和工况4是模拟多损伤。不同损伤工况实测的频率变化如表3所示。

表2 四层结构损伤工况说明

Tab.2 Damage modes of 4-story structure

工况编号	无损时截面惯性矩(m^4)	损伤时截面惯性矩(m^4)	层刚度降低百分比(%)	说明
工况1	1.16667×10^{-8}	0.9998×10^{-8}	14.3	二层损伤
工况2	1.16667×10^{-8}	0.9167×10^{-8}	21.43	二层损伤
工况3	1.16667×10^{-8}	$0.5005 \times 10^{-8}, 0.9167 \times 10^{-8}$	57.1, 21.43	二三层损伤
工况4	1.16667×10^{-8}	$0.5005 \times 10^{-8}, 0.8330 \times 10^{-8}$	57.1, 28.60	二三层损伤

表3 结构损伤时的频率实测值和变化率

Tab.3 Measured value and variance ratio of frequency of damage structure

工况	ω_1	$\Delta\omega_1/\omega_1$	ω_2	$\Delta\omega_2/\omega_2$	ω_3	$\Delta\omega_3/\omega_3$	ω_4	$\Delta\omega_4/\omega_4$
无损	8.1787		24.689		40.1		51.086	
工况1	8.0566	1.49%	24.689	0%	39.856	0.608%	50.476	1.194%
工况2	8.0261	1.866%	24.689	0%	39.703	0.99%	50.022	2.083%
工况3	7.6904	5.97%	24.384	1.235%	39.017	2.701%	48.462	5.136%
工况4	7.6904	5.97%	24.094	2.41%	38.986	2.778%	48.126	5.794%

采用频率变化率和刚度变化的灰色系统模型,根据实测结果,结构各种损伤工况的识别结果如图2所示。

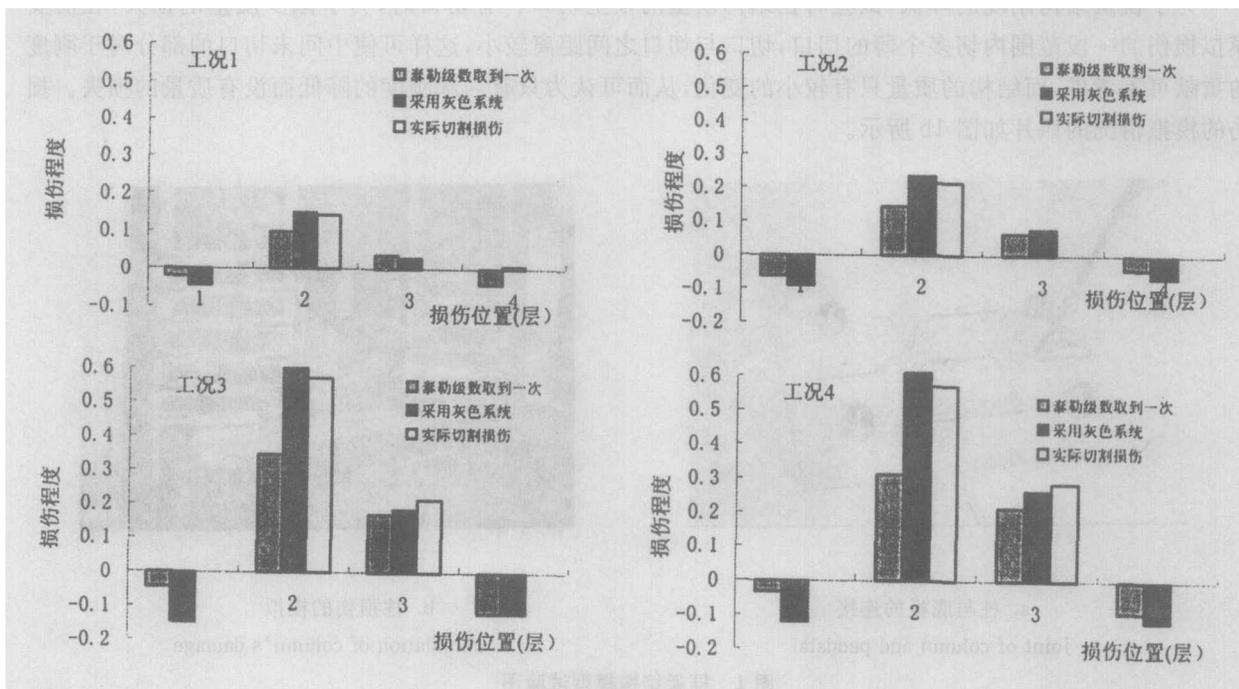


图2 四层框架结构模型损伤识别结果与实际情况比较

Fig.2 Comparison of actuality and identifications

在图2中,“泰勒级数取到一次”是指采用(2)式直接损伤检测所得的层刚度降低率;“采用灰色系统”是指采用灰色系统模型损伤检测所得的层刚度降低率;“实际切割损伤”是指由于切割原因使得层刚度降低的实际降低率。

在无损伤层出现的识别损伤是由计算误差和实验误差引起的,其相对于有损伤层的识别损伤小得多。因为刚度的变化不会出现负的,所以对于识别损伤是负的情况可以直接看成为零,即该层无损伤。

从图2的工况1和工况2的比较结果可以看出,在结构单损伤的情况下,通过结构实测的各种工况频

率,采用灰色系统模型,可以准确确定结构损伤发生的位置;同时,给出结构损伤的程度。相对于“泰勒级数取到一次”的识别法,对于有损伤位置的损伤程度的识别精度有较大提高,更加接近实际切割损伤,而且得出的结果是偏于安全。如在工况 1 的情况下,采用灰色系统模型对有损伤位置的损伤程度的识别精度比“泰勒级数取到一次”提高 25.87%,使得识别误差只有 4.92%。

从图 2 的工况 3 和工况 4 比较结果可以看出,在结构多损伤的情况下,通过结构实测的各种工况的频率,采用灰色系统模型,可以准确判定结构损伤发生的位置。特别是对第一损伤(即第二层损伤)的损伤程度的识别,精度有很大提高,并且得出的结果是偏于安全,这更体现了其优越性。对于后续的损伤(即第三层损伤)的损伤程度的识别,精度也有一定的提高,而且随着后续损伤的损伤程度的加大,其在精度上的优越性越发明显。如在工况 4 情况下,对于第一损伤的程度识别精度,采用灰色系统模型比“泰勒级数取到一次”使精度提高 38.10%,使得识别误差只有 7.23%;对于后续损伤的程度识别精度提高 17.33%,使得识别误差只有 7.62%。

4 结论

1) 采用灰色系统模型来识别结构的损伤,只需要测得结构的频率,并不要求振型等其它模态参数,便可以对此类结构是否损伤做出判断,不仅可以判断结构是否有损伤,而且可以判断损伤的位置以及损伤的程度。

2) 采用灰色系统模型损伤识别的精度随损伤程度的加大而提高。对于单损伤和多损伤情况都可以使精度得到提高。特别对多损伤情况优越性明显。

3) 对于多损伤情况,不确定因素更多,即灰色系统中灰度更大,采用灰色系统可以使随机性减低,弱化和消除一些扰动因素。在实际工程中,各种噪声等扰动不可避免再加上结构本身有许多不确定因素,实际是一个灰色系统,所以采用灰色系统模型来识别结构的损伤有着良好的前景。

参考文献:

- [1] 刘永宏,徐敏.灰色 AB_0 型关联分析故障诊断方法与模糊诊断方法的比较[J].上海交通大学学报,1992,26(6):43-61.
- [2] 耿立恩,潘旭峰,李晓雷,祝嘉光.灰色系统理论在机械故障诊断决策中的应用[J].北京理工大学学报,1997,17(2):194-197.
- [3] 刘思锋,郭天榜,党耀国.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,1999.
- [4] 邓聚龙.灰色控制系统[M].武汉:华中工学院出版社,1985.
- [5] 谢强.建筑结构健康监测若干基础问题的试验研究及分析[D].同济大学博士学位论文,2001.