第 23 卷 第 7 期
2004 年 4 月
岩石力学与工程学报
Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering
23(7)：1163～1168
April，2004

平面 P-SV 波入射时 TI 层状自由场地的响应*

薛松涛[1, 2] 谢丽宇[1] 陈 镕[1] 王远功[1]

([1] 同济大学结构工程与防灾研究所 上海 200092) ([2] 近畿大学理工学部建筑学科 大阪 日本)

摘要 由于沉积土层的垂直弹性模量常常不同于水平弹性模量，采用横观各向同性(TI)层状场地模型能较真实地反映实际场地。研究了横观各向同性层状场地对平面入射 P-SV 波的响应，并考虑了平面内偏振角的影响。根据波动方程，采用了薄层元素法，推导了平面 P-SV 波入射时 TI 层状场地的动力刚度矩阵。通过算例，分析了 TI 层状场地的自振特性及各向异性参数对场地响应的影响。

关键词 岩土力学，P-SV 波，横观各向同性，动力刚度矩阵，薄层元素法

分类号 TU 435 **文献标识码** A **文章编号** 1000-6915(2004)07-1163-06

DYNAMIC ANALYSIS ON RESPONSE OF TRANSVERSELY ISOTROPIC STRATIFIED MEDIA TO INCIDENT P-SV WAVES

Xue Songtao[1, 2]，Xie Liyu[1]，Chen Rong[1]，Wang Yuangong[1]

([1] *Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction*，*Tongji University*， *Shanghai* 200092 *China*)

([2] *Deptartment of Architecture*，*School of Science and Engineering*，*Kinki University*， *Osaka*，*Japan*)

Abstract The dynamic response of soil to incident plane P-SV waves is studied in this paper. Since the horizontal elastic moduli are often different from the vertical ones，a model of transversely isotropic(TI) stratified media，which takes into account the polarization angles，is used to simulate the soil ground situated on a half space. The dynamic stiffness matrix of the media and the formula of their response to P-SV waves are derived. Some examples are given and the numerical results are taken to illustrate resonant characteristics of the ground and the effects of the anisotropic parameters on field responses.

Key words rock and soil mechanics，P-SV wave，transversely isotropic(TI)，dynamic stiffness matrix，thin layer element method

1 引 言

在桩-土-结构相互作用的地震响应分析中，自由场地的动力响应是基础内容。文[1]对各向同性介质的场地响应做了详细的论述。但实际上，天然沉积形成的水平层状地基的水平弹性模量常常大于垂直弹性模量。因此，采用横观各向同性层状场地模型能更真实地反映实际场地。文[2]首先将该模型引入自由场地动力响应的研究，主要研究了自由场地对平面外入射 SH 波的响应，并推导了平面内 P-SV 波入射时场地的动力刚度矩阵，但并没有考虑偏振角的影响。由于 TI 介质在垂直平面内具有各向异性的性质，P 波并不是纯纵波，SV 波也不是纯横波，使得偏振角的存在不容忽视[3]。因此，本文将采用考虑了偏振角的横观各向同性层状场地模型模拟实际场地，利用该模型计算自由场地对入射 P-SV 波的响应，讨论入射角度、场地各向异性参数对共振

2002 年 5 月 27 日收到初稿，2002 年 7 月 31 日收到修改稿。
* 国家杰出青年科学基金(59925820)资助项目。
作者 薛松涛 简介：男，1963 年生，1985 年毕业于同济大学工程力学系，现任教授，主要从事地震工程、振动控制和结构安全检测等方面的研究工作。

特性、动力响应的影响。

2　基本方程

横观各向同性弹性介质具有一个弹性对称轴，可用 5 个独立的弹性模量描述。弹性张量 $\boldsymbol{C}$ 为

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{11}-2c_{66} & c_{13} & & & \\ & c_{11} & c_{13} & & \text{对称} & \\ & & c_{33} & & & \\ & & & c_{44} & & \\ & \text{对称} & & & c_{44} & \\ & & & & & c_{66} \end{bmatrix} \tag{1}$$

由于波在土介质中传播时存在能量衰减，这里引入材料阻尼系数 x ，用复弹性模量 $c_{ij}^{*}=c_{ij}(1+2xi)$ 代替实弹性模量 c_{ij} 。文中出现的弹性模量均为复弹性模量(省略上标*)。

本文仅考虑平面波，而且平面的法线位于 x-z 平面内(图 1)。因此，P-SV 波的波动方程为

$$\left.\begin{aligned} c_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+c_{44}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+(c_{13}+c_{44})\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}=r\ddot{u} \\ (c_{13}+c_{44})\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+c_{44}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+c_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}=r\ddot{w} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中：u ，w 分别为 x 轴，z 轴方向上的位移分量；r 为场地的密度。

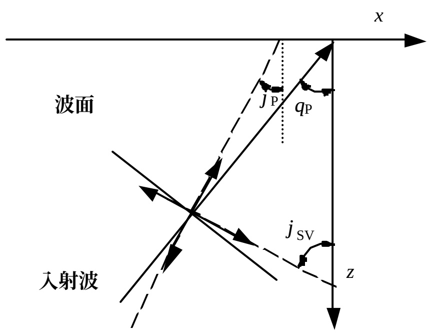

图 1　P，SV 波的入射角和位移矢量

Fig.1　Definition of incident angle and displacement vector

由于在横观各向同性弹性介质中，P 波的传播方向与位移方向不共线，SV 波的传播方向不垂直于位移方向。因此，不是纯纵波和纯横波。设

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix}=A\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_3 \end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k(x\sin q+z\cos q-vt)} \tag{3}$$

式中：A 为振幅，L_j 为单位位移矢量的分量，k 为波数，v 为波速，q 为入射角，$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$ 。

将式(3)代入波动方程式(2)中，并求解该方程组，结果如下：

$$\begin{aligned} 2rv_j^2(q)=&(c_{11}+c_{44})\sin^2 q+(c_{33}+c_{44})\cos^2 q+ \\ &(-1)^j\{[(c_{11}-c_{44})\sin^2 q-(c_{33}-c_{44})\cos^2 q]^2+ \\ &(c_{13}+c_{44})^2\sin^2 2q\}^{1/2} \end{aligned} \tag{4}$$

$$\tan j_j=\left|\frac{L_1}{L_3}\right|=\left|\frac{(c_{13}+c_{44})\cos q\sin q}{c_{11}\sin^2 q+c_{44}\cos^2 q-rv_j^2}\right| \tag{5}$$

式(4)，(5)中：$j=1$ 对应于 SV 波的波速、位移矢量；$j=2$ 对应于 P 波的波速、位移矢量；j 为位移矢量与 z 轴的夹角。

当 $q=0$ 时，也就是在竖直方向上，P 波、SV 波的波速为

$$\left.\begin{aligned} v_{\mathrm{P}}(0)=\sqrt{\frac{c_{33}}{r}} \\ v_{\mathrm{SV}}(0)=\sqrt{\frac{c_{44}}{r}} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

3　单元动力刚度矩阵

在厚度为 h 的土层中，P 波、SV 波分别以 q_{P} 、q_{SV} 入射。为了使土层上、下端面的边界条件保持一致，保持单元边界的协调性，入射角 q_{P} ，q_{SV} 必须满足 Snell 定律：

$$\frac{v_{\mathrm{P}}}{\sin q_{\mathrm{P}}}=\frac{v_{\mathrm{SV}}}{\sin q_{\mathrm{SV}}}=v \tag{7}$$

这是推导单元刚度矩阵所必须的条件。

利用 $k_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{P}}=k_{\mathrm{SV}}v_{\mathrm{SV}}=kv=w$ 及式(7)，可将土层中的位移写成如下的形式：

$$\left.\begin{aligned} u=&\sin j_{\mathrm{P}}(A_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kmz}+B_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kmz})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wt}- \\ &\sin j_{\mathrm{SV}}(A_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}knz}-B_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}knz})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wt} \\ w=&\cos j_{\mathrm{P}}(-A_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kmz}+B_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kmz})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wt}- \\ &\cos j_{\mathrm{SV}}(A_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}knz}+B_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}knz})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wt} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

式中：A_{P} ，B_{P} 分别为土层中入射、反射 P 波的振幅；A_{SV} ，B_{SV} 分别为土层中入射、反射 SV 波的振幅；$m=\cot q_{\mathrm{P}}$ ；$n=\cot q_{\mathrm{SV}}$ 。为了简便，式(8)可以不计时间项。

已知位移，便可计算应力：

$$\left.\begin{aligned} t_{xz}=c_{44}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ s_z=c_{13}\frac{\partial u}{\partial x}+c_{33}\frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

由于薄层元素法是在垂直方向上离散，在水平方向上保持连续。因此，在接下来的薄层单元刚度

矩阵的推导过程中，可以略去 x 的有关项。设薄层上表面位于 $z=0$ 平面内，下表面位于 $z=h$ 平面内，将它们表示为幅值 $A_{\rm P}$，$A_{\rm SV}$，$B_{\rm P}$ 和 $B_{\rm SV}$ 的函数。由位移公式(8)及应力公式(9)，可分别得到底面、顶面的位移、应力公式。为了能够将单元刚度矩阵组合成整体刚度矩阵，用上、下表面的外力取代应力，它们之间的关系为

$$R_{\rm t}=-s_z^{\rm t}，\quad Q_{\rm t}=-t_{xz}^{\rm t}，\quad R_{\rm b}=s_z^{\rm b}，\quad Q_{\rm b}=t_{xz}^{\rm b} \tag{10}$$

式中：上下标 t，b 分别表示顶面、底面。为了得到对称的刚度矩阵，仅对 w 及 R 前分别乘以 i。将位移、外力表示为矩阵形式(参数见附录)，即

$$\begin{Bmatrix} u_{\rm t} \\ {\rm i}w_{\rm t} \\ u_{\rm b} \\ {\rm i}w_{\rm b} \end{Bmatrix} = [Y] \begin{Bmatrix} A_{\rm P} \\ B_{\rm P} \\ A_{\rm SV} \\ B_{\rm SV} \end{Bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{\rm t} \\ {\rm i}R_{\rm t} \\ Q_{\rm b} \\ {\rm i}R_{\rm b} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -{\rm i}a_1 & {\rm i}a_1 & -{\rm i}a_2 & -{\rm i}a_2 \\ a_3 & a_3 & a_4 & -a_4 \\ {\rm i}a_1{\rm e}^{{\rm i}khm} & -{\rm i}a_1{\rm e}^{-{\rm i}khm} & {\rm i}a_2{\rm e}^{{\rm i}khn} & {\rm i}a_2{\rm e}^{-{\rm i}khn} \\ -a_3{\rm e}^{{\rm i}khm} & -a_3{\rm e}^{-{\rm i}khm} & -a_4{\rm e}^{{\rm i}khn} & a_4{\rm e}^{-{\rm i}khn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{\rm P} \\ B_{\rm P} \\ A_{\rm SV} \\ B_{\rm SV} \end{Bmatrix} \tag{12}$$

利用单元边界协调性条件式(7)，得

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= kc_{44}(m\sin j_{\rm P}+\cos j_{\rm P}) \\ a_2 &= kc_{44}(\cos j_{\rm SV}-n\sin j_{\rm SV}) \\ a_3 &= kc_{44}\sin j_{\rm P}(1-n\tan j_{\rm SV}) \\ a_4 &= -kc_{44}\sin j_{\rm SV}(1+m\tan j_{\rm P}) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

消去式(11)，(12)中波的幅值，即可得到单元刚度动力平衡方程为

$$\begin{Bmatrix} Q_{\rm t} \\ {\rm i}R_{\rm t} \\ Q_{\rm b} \\ {\rm i}R_{\rm b} \end{Bmatrix} = \frac{kc_{44}}{D} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\rm t} \\ {\rm i}w_{\rm t} \\ u_{\rm b} \\ {\rm i}w_{\rm b} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

式中参数见附录。

如果在半空间的自由表面上施加荷载，只会产生反射波。因此，只要忽略入射波，令式(8)，(9)中

$$z=0，\quad A_{\rm P}=A_{\rm SV}=0，\quad R_{\rm o}=-s_z，\quad Q_{\rm o}=-t_{xz}$$

即可得到半空间的动力平衡方程(角标 o 表示半空间表面)：

$$\begin{Bmatrix} Q_{\rm o} \\ {\rm i}R_{\rm o} \end{Bmatrix} = \frac{kc_{44}}{1+\cot j_{\rm P}\tan j_{\rm SV}} \begin{bmatrix} k_{11}^{\rm o} & k_{12}^{\rm o} \\ k_{21}^{\rm o} & k_{22}^{\rm o} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\rm o} \\ {\rm i}w_{\rm o} \end{Bmatrix} \tag{15}$$

式中：

$$k_{11}^{\rm o} = {\rm i}(m+n\cot j_{\rm P}\tan j_{\rm SV})$$
$$k_{12}^{\rm o} = k_{21}^{\rm o} = 1+(\cot j_{\rm P}+m-n)\tan j_{\rm SV}$$
$$k_{22}^{\rm o} = {\rm i}\tan j_{\rm SV}(m\tan j_{\rm P}+n\tan j_{\rm SV})$$

当 P，SV 波垂直入射时，此时土层的位移为

$$\left.\begin{aligned} u &= -A_{\rm SV}{\rm e}^{-{\rm i}k_{\rm SV}(-z-v_{\rm SV}t)} + B_{\rm SV}{\rm e}^{-{\rm i}k_{\rm SV}(z-v_{\rm SV}t)} \\ w &= -A_{\rm P}{\rm e}^{-{\rm i}k_{\rm P}(-z-v_{\rm P}t)} + B_{\rm P}{\rm e}^{-{\rm i}k_{\rm P}(z-v_{\rm P}t)} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

由此可得 P，SV 波垂直入射时的动力平衡方程为

$$\begin{Bmatrix} Q_{\rm t} \\ {\rm i}R_{\rm t} \\ Q_{\rm b} \\ {\rm i}R_{\rm b} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & 0 & b_4 \\ b_2 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & b_4 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\rm t} \\ {\rm i}w_{\rm t} \\ u_{\rm b} \\ {\rm i}w_{\rm b} \end{Bmatrix} \tag{17}$$

式中：$b_1=\dfrac{c_{44}w}{v_{\rm SV}}\cot\dfrac{wh}{v_{\rm SV}}$，$b_2=-\dfrac{c_{44}w}{v_{\rm SV}}\csc\dfrac{wh}{v_{\rm SV}}$，

$b_3=\dfrac{c_{33}w}{v_{\rm P}}\cot\dfrac{wh}{v_{\rm P}}$，$b_4=-\dfrac{c_{33}w}{v_{\rm P}}\csc\dfrac{wh}{v_{\rm P}}$。

垂直入射时半空间的动力平衡方程为

$$\begin{Bmatrix} Q_{\rm o} \\ {\rm i}R_{\rm o} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {\rm i}\dfrac{c_{44}w}{v_{\rm SV}} & 0 \\ 0 & {\rm i}\dfrac{c_{33}w}{v_{\rm P}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\rm o} \\ {\rm i}w_{\rm o} \end{Bmatrix} \tag{18}$$

以上两式中：$v_{\rm P}$，$v_{\rm SV}$ 分别为 P，SV 波垂直入射时的波速。很明显，垂直入射时 P 波、SV 波互不耦合。在小角度入射的情况下，虽然 P，SV 波相互耦合，仍可近似地认为此时的共振频率等于垂直入射时的共振频率。

4 TI 层状场地的整体动力刚度矩阵

假设土的层数为 $n-1$，置于半空间之上，组合单元刚度矩阵及半空间刚度矩阵，便可得到场地离散后的动力平衡方程为

$$\{\boldsymbol{F}\}=[\boldsymbol{K}_{\rm g}]\{\boldsymbol{U}\} \tag{19}$$

式中：

$$\{\boldsymbol{F}\}=\{Q_1，{\rm i}R_1，Q_2，{\rm i}R_2，\cdots，Q_n，{\rm i}R_n\}^{\rm T}$$
$$\{\boldsymbol{U}\}=\{u_1，{\rm i}w_1，u_2，{\rm i}w_2，\cdots，u_n，{\rm i}w_n\}^{\rm T}$$

式中：$\{U\}$，$\{F\}$ 分别为土层交界面处的位移幅值向量、外荷载幅值向量；$[K_{\mathrm{g}}]$ 为整体动力刚度矩阵。若将控制点选在基岩露头处，地震作用时，除 Q_n，R_n 可由式(15)计算求得外，其他外荷载均为零。

5 算　例

为了描述 TI 介质平面内的各向异性性质,文[4]引入了 2 个参数：

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{c_{11}-c_{33}}{2c_{33}} \\ d &= \frac{(c_{13}+c_{44})^2-(c_{33}-c_{44})^2}{2c_{33}(c_{33}-c_{44})} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

式中：e 描述的是一般意义上介质的各向异性性质，d 主要控制着近垂直方向上的各向异性性质。当介质为各向同性时，参数 e，d 等于 0。本算例将利用 $v_{\mathrm{P}}(0)$，$v_{\mathrm{SV}}(0)$，e，d 这 4 个参数来描述 TI 介质的性质。

本文将从分析半空间上的单层土层的动力响应入手，讨论场地的共振特性。模型物理参数见表 1。由于大部分土介质是弱各向异性，$|e|<0.2$，$|d|<0.2$，其中，覆盖层的厚度为 2 m。

表 1　模型的物理参数

Table 1　Physical parameters of model

	r /g·cm^{-3}	$v_{\mathrm{P}}(0)$/km·s^{-1}	$v_{\mathrm{SV}}(0)$/km·s^{-1}	e	d	x
覆盖层	2.25	2.202	0.969	0.08	0.15	0.1
半空间	2.50	3.368	1.829	0.11	0.09	0.1

地震工程中,场地在共振频率的激振下最危险，尤其是基频，本文将重点讨论场地的共振频率及放大系数。由方程(17)，(18)可知，垂直入射时，P，SV 波互不耦合，可分别分析 P，SV 波的动力响应，很明显，这对简化问题十分有帮助。分析得到垂直入射时覆盖土层的水平共振频率及垂直共振频率为

$$w_{\mathrm{h}} = \frac{2j-1}{2}\pi\frac{v_{\mathrm{SV}}(0)}{h} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots) \tag{21}$$

$$w_{\mathrm{v}} = \frac{2j-1}{2}\pi\frac{v_{\mathrm{P}}(0)}{h} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots) \tag{22}$$

当 $j=1$ 时，w_{h}，w_{v} 分别表示覆盖土层的水平、垂直基频。由于介质中 P 波的波速大于 SV 波的波速，因此，场地的垂直基频高于水平基频。一般来说，坚硬场地的波速大于软弱场地的波速，所以，坚硬场地的基频高于软弱场地的基频。

分别讨论基岩入射 P 波、SV 波对场地响应的影响。P 波以不同角度 q 入射时，场地的垂直放大系数($w_{\mathrm{t}}/w_{\mathrm{b}}$)、水平放大系数($u_{\mathrm{t}}/u_{\mathrm{b}}$)分别如图 2，3 所示，图中，横坐标用无量纲频率 $w_{\mathrm{h}}/\pi v_{\mathrm{P}}(0)$ 为单位。假设此时入射 P 波的振幅为单位 1，不存在入射 SV 波。当 SV 波以不同角度入射时，场地的放大系数如图 4，5 所示，此时入射 SV 波的振幅为 1，

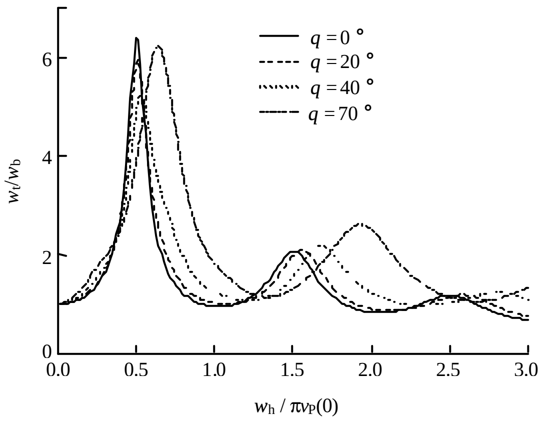

图 2　P 波入射时的垂直放大系数

Fig.2　Vertical amplification factor for incident P-wave

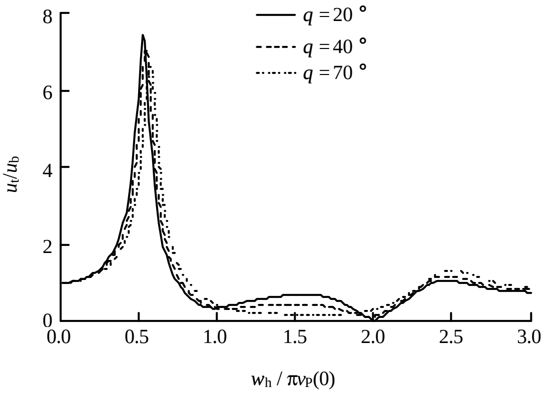

图 3　P 波入射时的水平放大系数

Fig.3　Horizontal amplification factor for incident P-wave

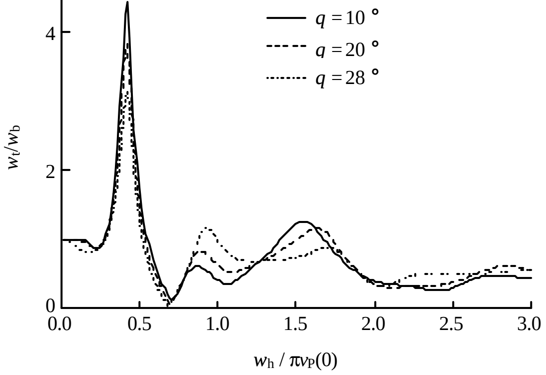

图 4　SV 波入射时的垂直放大系数

Fig.4　Vertical amplification factor for incident SV-wave

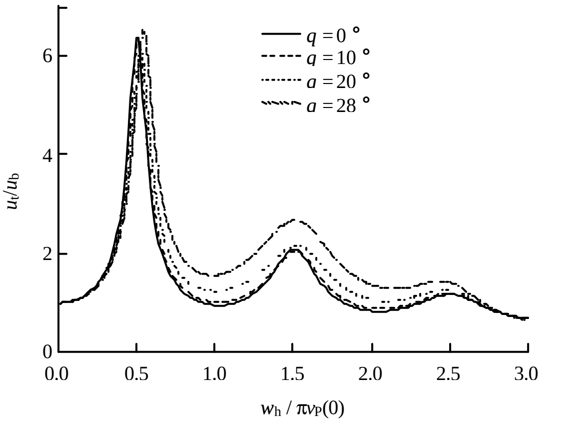

图 5　SV 波入射时的水平放大系数

Fig.5　Horizontal amplification factor for incident SV-wave

算例中入射角均小于 SV 波的临界角。可以看出，随着入射角的增大，场地的共振频率发生了漂移(相对于垂直入射时的共振频率)，如表 2 所示。

表 2　共振频率的漂移

Table 2　Shifting of resonance frequencies　%

P 波入射角/(°)	20	40	70
垂直基频	1.6	5.8	27.2
水平基频	6.0	9.6	15.0
二阶垂直共振频率	3.7	11.8	28.7
SV 波入射角/(°)	10	20	28
垂直基频	−16.8	−16.8	−16.6
水平基频	1.6	5.0	8.6
二阶水平共振频率	0.9	1.5	1.5
共同作用时 P 波入射角/(°)	20	40	70
垂直基频	−3.8	−6.0	−10.4
二阶垂直共振频率	3.6	10.7	
水平基频	−0.4	−3.8	1.2
二阶水平共振频率	−3.0	−4.3	

由表 2 可知，当 P 波以小角度入射(<20°)时，场地的垂直第一共振频率(基频单位为 rad/s)几乎没有变化(<1.6%)。随着入射角度逐渐增大，垂直基频的漂移越来越大，当入射角度>40°，漂移值大于 5%，此时，共振频率的变化就不能忽略。入射角对高阶共振频率漂移的影响更大。场地的水平放大系数只有一个明显的共振频率，增大入射角，降低了共振峰值，漂移也越来越大。当 SV 波入射时，情况略有不同。尽管入射角不大(20°)，水平基频的漂移已不可忽视(5.0%)，而入射角度对二阶水平共振频率的影响不大。SV 波入射时，垂直基频几乎不受入射角的影响，但共振频率发生在低于垂直入射基频 16.8%的位置。入射角对共振峰值的影响较有规律，增大入射角，降低了垂直基频处的共振峰值，但二阶的共振峰值有所增大。

P 波、SV 波共同作用时，场地的放大系数如图 6，7 所示，假设此时 P 波、SV 波的振幅均为单位 1。对比图 6，7 可知，水平共振峰值明显大于垂直共振峰值。随着入射角的增大，垂直共振峰值逐渐减小，而水平基频的共振峰值不断增大。二阶水平共振峰值先增大，在中等入射角(20°～30°)达到最大值，甚至超过基频的共振峰值，然后减小。垂直共振频率的漂移，随着入射角的增大而增大，但垂直基频向负方向漂移。入射角对水平共振频率的影响不大(<5%)。

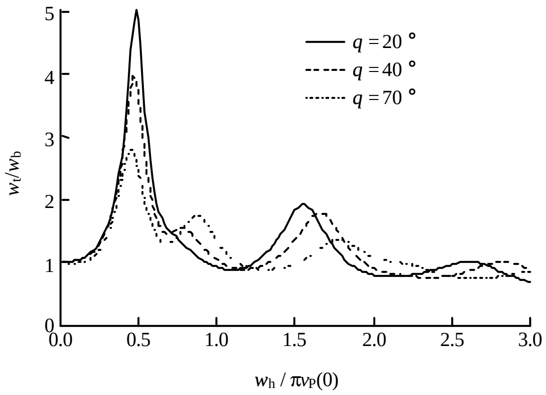

图 6　共同作用时的垂直放大系数

Fig.6　Vertical amplification factor for incident P-SV wave

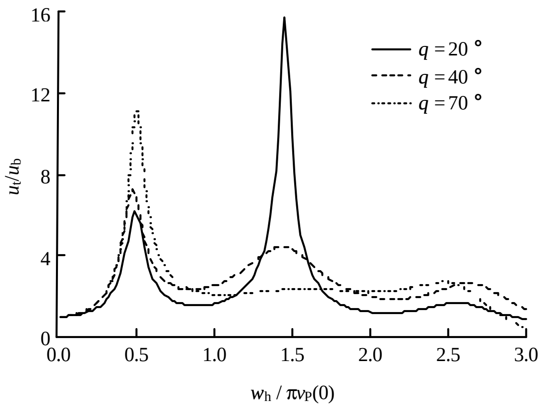

图 7　共同作用时的水平放大系数

Fig.7　Horizontal amplification factor for incident P-SV wave

接下来讨论 TI 层状场地的各向异性性质对场地响应的影响。仅以 P 波单独入射时为例，入射角度为 40°。基岩、覆盖层的密度、波速同表 1，其中，基岩为各向同性体，计算结果如表 3 所示。

计算结果显示，各向异性参数 e，d 对场地响应的影响明显不同。参数 d 对放大系数的影响大于参

数 e，表 3 中，d 的影响最大达到了 16%，而 e 的作用最大仅有 4%；参数 e，d 对共振频率的作用方向相反，但总的来说影响不大，在弱各向异性范围内仅为 3%。

表 3 覆盖层参数 e，d 对场地响应的影响

Table 3 Effects of parameters e，d on field responses

e	d	垂直基频	放大系数	水平基频	放大系数
0.0	0.0	1.807	5.333	0.850	7.837
0.0	－0.2	1.803	5.765	0.881	9.157
0.0	0.2	1.816	4.904	0.822	7.085
0.0	0.4	1.820	4.504	0.797	6.602
－0.2	0.0	1.820	5.445	0.822	7.918
0.2	0.0	1.794	5.269	0.881	7.712
0.4	0.0	1.786	5.250	0.917	7.529

注：基频单位：rad/s。

6 结 论

(1) **垂直入射时，**P **波、**SV **波互不耦合，此时，**P **波、**SV **波分别为纯纵波、纯横波，得到问题的最简形式，并可计算场地的共振频率。场地的垂直基频高于水平基频，坚硬场地的基频高于软弱场地的基频。**

(2) **小角度入射时，几乎可以不考虑入射角对共振频率的影响。因此，在实际工程中，地震波在小角度入射时，可近似地按垂直入射进行计算处理。但随着入射角的增大，共振频率的漂移相应增大，甚至超过** 20%**，此时，频率的变化不可忽视。**

(3) **当** P **波、**SV **波共同作用时，高阶水平共振频率的重要性可能超过水平基频，而且使场地的垂直基频向负方向漂移，入射角越大，漂移越大。**

(4) **参数 d 对放大系数的影响大于参数 e；参数 e，d 对共振频率的作用不大。**

参 考 文 献

1 **瓦尔夫** J.P. **土-结构动力相互作用**[M]. **吴世明，唐有职，陈龙珠等译. 北京：地震出版社，**1989

2 **陈 镕. 横观各向同性层状场地的动力分析及应用**[**博士学位论文**][D]. **上海：同济大学，**1999

3 de Parscau J. Relationship between phase velocities and polarization in transversely isotropic media[J]. Geophysics，1991，56(4)：1 578～1 583

4 Thomesn L. Weak elastic anisotropy[J]. Geophysics，1986，51(6)：1 954～1 966

附录

$$[Y]=\begin{bmatrix} \sin j_{\mathrm{P}} & \sin j_{\mathrm{P}} & -\sin j_{\mathrm{SV}} & \sin j_{\mathrm{SV}} \\ -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{P}} & \mathrm{i}\cos j_{\mathrm{P}} & -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{SV}} & -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{SV}} \\ \sin j_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}khm} & \sin j_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}khm} & -\sin j_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}khn} & \sin j_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}khn} \\ -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}khm} & \mathrm{i}\cos j_{\mathrm{P}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}khm} & -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}khn} & -\mathrm{i}\cos j_{\mathrm{SV}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}khn} \end{bmatrix}$$

$$D=2(1-\cos khm\cos khn)+(\cot j_{\mathrm{SV}}\tan j_{\mathrm{P}}+\tan j_{\mathrm{SV}}\cot j_{\mathrm{P}})\sin khm\sin khn$$

$$k_{11}=k_{33}=(m+n\cot j_{\mathrm{P}}\tan j_{\mathrm{SV}})(\sin khm\cos khn+\tan j_{\mathrm{P}}\cot j_{\mathrm{SV}}\cos khm\sin khn)$$

$$k_{12}=k_{21}=-k_{34}=-k_{43}=(2+m\tan j_{\mathrm{P}}-n\tan j_{\mathrm{SV}})(1-\cos khm\cos khn)+(\tan j_{\mathrm{P}}\cot j_{\mathrm{SV}}+\cot j_{\mathrm{P}}\tan j_{\mathrm{SV}}+m\tan j_{\mathrm{SV}}-n\tan j_{\mathrm{P}})\sin khm\sin khn$$

$$k_{13}=k_{31}=-(m+n\cot j_{\mathrm{P}}\tan j_{\mathrm{SV}})(\sin khm+\tan j_{\mathrm{P}}\cot j_{\mathrm{SV}}\sin khn)$$

$$k_{14}=k_{41}=(m\tan j_{\mathrm{P}}+n\tan j_{\mathrm{SV}})(\cos khm-\cos khn)$$

$$k_{22}=k_{44}=(m\tan j_{\mathrm{P}}+n\tan j_{\mathrm{SV}})\cdot(\tan j_{\mathrm{P}}\sin khm\cos khn+\tan j_{\mathrm{SV}}\cos khm\sin khn)$$

$$k_{23}=k_{32}=-(m\tan j_{\mathrm{P}}+n\tan j_{\mathrm{SV}})(\cos khm-\cos khn)$$

$$k_{24}=k_{42}=-(m\tan j_{\mathrm{P}}+n\tan j_{\mathrm{SV}})(\tan j_{\mathrm{P}}\sin khm+\tan j_{\mathrm{SV}}\sin khn)$$