

# 桩—承台竖向强迫振动试验和分析

陈 蓉<sup>1</sup>, 蒋振华<sup>1</sup>, 薛松涛<sup>1, 2</sup>, 王远功<sup>1</sup>

(1. 同济大学 结构与防灾研究所, 上海 200092; 2. 近畿大学 理工学部建筑学科, 日本 大阪)

**摘要:** 采用横观各向同性(TI)层状弹性模型来模拟半空间上的层状场地, 计算中忽略土体水平位移对竖向位移的影响. 用常系数阻尼器代替半空间, 以吸收上部场地传至下边界的振动能量. 利用薄层元素法和子结构法建立运动方程. 在推导过程中, 先利用格林公式算得自由场地刚度矩阵, 再与桩单元刚度矩阵拼装得到桩的竖向总刚度矩阵, 在此基础上推出单桩—承台及双桩—承台体系在垂直简谐荷载作用下的阻抗函数, 其中双桩的阻抗函数考虑了桩—土—桩的动力相互作用的影响. 利用牛顿第二定律推导出这 2 种体系在竖向强迫振动下的响应公式. 利用某次桩基动力试验所得的土参数和激振器数据, 分别计算出这 2 种体系的第一共振频率及频响曲线, 并将计算结果与试验结果进行比较.

**关键词:** 桩—承台; 横观各向同性; 阻尼边界; 阻尼器; 阻抗函数; 激振器

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2004)07-0846-05

## Vertical Dynamic Test and Analysis of Pile-pile Cap

CHEN Rong<sup>1</sup>, JIANG Zhen-hua<sup>1</sup>, XUE Song-tao<sup>1, 2</sup>, WANG Yuan-gong<sup>1</sup>

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka, Japan)

**Abstract:** The transversely isotropic elastic strata are used to simulate the layered ground above the half space. The effect of horizontal displacement of the soil on the vertical displacement is neglected in calculation. The half space is replaced by dampers with constant coefficients, which are used to absorb the vibration energy transmitted into the half space. The motion equations can be derived by using the methods of the thin layer and substructure. During the process, the Green's functions are used to obtain the stiffness matrix of the free ground. The total vertical stiffness matrix of the pile can be obtained through joining the stiffness matrix of single pile and the matrix of the free ground. Based on these stiffness matrixes, the impedance functions of the systems of the single piles and the doubles pile can be deduced when they are excited by vertical harmonic forces. The effect of pile-soil-pile interaction is considered in deducing the impedance function of the double pile. Then the response formulas of the two systems under the harmonic forces can be derived by using Newton's second law. Using these formulas and all test parameters from one dynamical test, the frequency response functions of these two systems are evaluated. Finally, the calculation results and the test results are compared.

**Key words:** pile-pile cap; transversely isotropic elastic; damping boundary; shock damper; impedance function; exciter

收稿日期: 2003-06-02

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59925820)

作者简介: 陈 蓉(1944-), 男, 江苏南通人, 研究员, 工学博士, 博士生导师. E-mail: chenrong@mail.tongji.edu.cn

同济大学与华东电力设计院受福州火电厂委托, 在该厂的施工现场进行了桩基动力试验, 以检验桩在动力荷载作用下的动力性能及承载能力, 获取了十分丰富的试验资料. 笔者利用横观各向同性层状弹性模型, 模拟半空间以上的层状场地, 推导了这种场地中单桩、双桩的竖向动力阻抗函数, 为了验证方法的正确性, 推导了桩-承台在竖向强迫振动下的响应公式, 并将计算结果与试验结果进行了对比分析, 得出了一些可供参考的结论.

### 1 单桩在垂直简谐荷载作用时的响应分析

在横观各向同性层状场地中单桩受垂直简谐荷载作用时的力学模型见图 1. 桩的总长为  $L$ , 其截面是半径为  $r_0$  的圆形截面, 场地的总土层数为  $N$  (包括半空间), 底面采用阻尼边界模型. 将桩和土层一起分为  $m-1$  个单元,  $m$  个节点.

在建立运动方程之前作如下假设: ① 桩、土的变形均只限定在线弹性范围内; ② 桩与桩之间粘接良好, 在变形时协调一致, 不发生相对滑移; ③ 忽略桩的径向变形, 仅考虑桩轴向变形; ④ 不考虑土体水平位移对竖向位移的影响.

建立此桩的运动方程可采用子结构法, 可将图 1 分解如图 2.

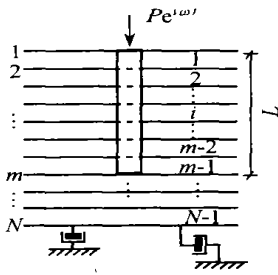


图 1 单桩力学模型

Fig. 1 Mechanical model of single piles

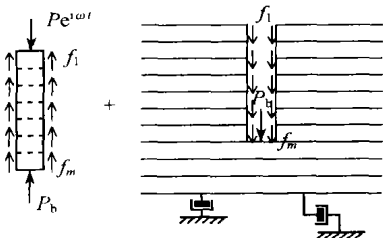


图 2 子结构的划分

Fig. 2 Division of substructure

由图 2 可得桩的运动方程为

$$K_P^{VI} W_P^I = P_P^{VI} - F_g^{VI} \tag{1}$$

$$F_g^{VI} = K_g^{VI} (W_P^I - W_f^I) \tag{2}$$

式中:  $K_P^{VI}$  为桩的刚度矩阵, 上标“V”表示垂直运动; “I”表示单桩;  $W_P^I$  为桩的垂直绝对位移;  $P_P^{VI}$  为桩上所受到的外力;  $F_g^{VI}$  为土的反力;  $W_f^I$  为自由场地的绝对位移.

$K_g^{VI}$  为开挖后场地的复刚度矩阵:

$$K_g^{VI} = {}_f K_g^{VI} - {}_e K_g^{VI} \tag{3}$$

式中:  ${}_f K_g^{VI}$  为自由场地的刚度矩阵, 即自由场中在桩的轮廓线上受荷载作用时 (见图 3), 自由场的该部分力-位移之间的关系;  ${}_e K_g^{VI}$  为开挖出的与桩同体积的土桩的复刚度矩阵.

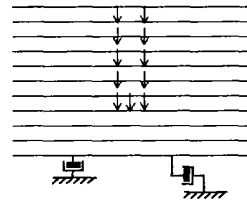


图 3 自由场地中桩轮廓线上所受荷载

Fig. 3 Load on the layout boundary of piles in free ground

将式(2), 式(3)代入式(1)得

$$[{}_f K_g^{VI} + (K_P^{VI} - {}_e K_g^{VI})] W_P^I = P_P^{VI} + K_g^{VI} W_f^I \tag{4}$$

${}_f K_g^{VI}$  可由环形和盘状荷载作用下位移响应的格林函数得到, 见参考文献 [1].

式(4)若无自由场运动, 即  $W_f^I = 0$ , 则得在外荷载作用下的运动方程为

$$P_P^{VI} = [{}_f K_g^{VI} + (K_P^{VI} - {}_e K_g^{VI})] W_P^I \tag{5}$$

复刚度矩阵  $K_P^{VI}$  及  ${}_e K_g^{VI}$  的具体推导见参考文献 [2].

$$P_P^{VI} = K_{PS}^{VI} W_P^I \tag{6}$$

$$K_{PS}^{VI} = {}_f K_g^{VI} + (K_P^{VI} - {}_e K_g^{VI}) \tag{7}$$

式中:  $K_{PS}^{VI}$  为单桩桩-土体系垂直简谐运动时的刚度矩阵, 上标“V”表示单桩.

### 2 双桩在垂直简谐荷载作用下的响应分析

设在层状介质中有 2 根直径为  $d$ , 桩长为  $L$ , 间距为  $S_d$  的钢筋混凝土桩 (见图 4). 与单桩的划分一样, 将它们沿桩长方向和土层一样划分单元.

设桩 A, B 的节点位移向量分别为  $W_{PA}$  及  $W_{PB}$ , 土对桩 A, B 的反力向量为  $F_{gA}^V, F_{gB}^V$ , 则桩的运动平衡方程应当为

$$\begin{bmatrix} K_{AP}^V \\ K_{BP}^V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{PA} \\ W_{PB} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A^V \\ P_B^V \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{gA}^V \\ F_{gB}^V \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $\begin{Bmatrix} F_{gA}^V \\ F_{gB}^V \end{Bmatrix}$  为桩-土相互作用力的向量.

而 
$$\begin{Bmatrix} F_{gA}^V \\ F_{gB}^V \end{Bmatrix} = K_{AB}^V \begin{Bmatrix} W_{PA} - W_{fA} \\ W_{PB} - W_{fB} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $K_{AB}^V$  为带有 2 个孔洞的层状场地的刚度矩阵, 它也有类似于单桩的情形, 即

$$K_{AB}^V = f K_{AB}^V - e K_{AB}^V \quad (10)$$

式中 
$$f K_{AB}^V = \begin{bmatrix} f k_{AA}^V & f k_{AB}^V \\ f k_{BA}^V & f k_{BB}^V \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$e K_{AB}^V = \begin{bmatrix} e k_{AA}^V & e k_{AB}^V \\ e k_{BA}^V & e k_{BB}^V \end{bmatrix} \quad (12)$$

故式(8)即可写成

$$\begin{bmatrix} f k_{AA}^V + (K_{AP}^V - e k_{AA}^V) & f k_{BA}^V - e k_{BA}^V \\ f k_{BA}^V - e k_{BA}^V & f k_{BB}^V + (K_{BP}^V - e k_{BB}^V) \end{bmatrix} K_{BP}^V \begin{Bmatrix} W_A \\ W_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A^V \\ P_B^V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} f k_{AA}^V & f k_{AB}^V \\ f k_{BA}^V & f k_{BB}^V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{fA} \\ W_{fB} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

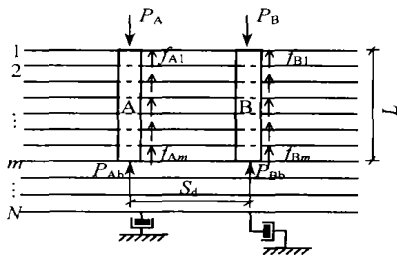


图 4 双桩受力模型

Fig. 4 Mechanical model of double piles

$f K_{AB}^V$  即自由场地考虑 2 根桩在垂直荷载作用时的刚度矩阵, 其中  $f k_{AA}^V$  为桩 A 与土交界面处作用环形或盘状(桩底部)竖向简谐荷载时的刚度矩阵; 而  $f k_{AB}^V$  为桩 B 与土交界面处作用环形(周边处)或盘状(桩底部)竖向简谐荷载时在 A 桩土交界面上产生位移的刚度矩阵;  $f k_{BA}^V, f k_{BB}^V$  可作出类似的定义. 它们均可由环形荷载或盘状荷载、点荷载的格林函数算出, 见文献[3, 4]. 当只考虑上部结构受到风荷载的影响, 自由场地位移不存在, 于是, 式(13)可写成

$${}_{II} K_{PS}^{V, II} W_P = {}_{II} P_P^V \quad (14)$$

式中的脚标“II”表示双桩.

由于开挖出的土桩之间是不相关的, 故  $e k_{AB}^V = e k_{BA}^V = 0$ , 所以式(13)即为

$$\begin{bmatrix} f k_{AA}^V + (K_{AP}^V - e k_{AA}^V) & f k_{AB}^V \\ f k_{BA}^V & f k_{BB}^V + (K_{BP}^V - e k_{BB}^V) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_A \\ W_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A^V \\ P_B^V \end{Bmatrix} \quad (15)$$

当所考虑的桩完全相同, 且所受的外荷载也完全一样时, 则式(15)即可化为单桩的形式:

$${}_A K_{PS}^{V, II} W_A^{II} = P_A^{V, II} \quad (16a)$$

$${}_B K_{PS}^{V, II} W_B^{II} = P_B^{V, II} \quad (16b)$$

式中:  ${}_A K_{PS}^{V, II} = (f k_{AA}^V + f k_{AB}^V) + (K_{AP}^V - e k_{AA}^V)$ ;  ${}_B K_{PS}^{V, II} = (f k_{BA}^V + f k_{BB}^V) + (K_{BP}^V - e k_{BB}^V)$ .

从式中可以看出  ${}_A K_{PS}^{V, II}$  及  ${}_B K_{PS}^{V, II}$  中已包含了相邻桩的影响.

### 3 桩基动力试验

#### 3.1 现场布置与试验内容

该次桩基动力试验是在福建省建科所已完成的桩静力试验场地上进行的. 图 5 为桩基动力试验现场布置图. 试验者利用这些锚桩共浇筑了 4 个桩承台作为动力试验用的模拟桩基础, J-2 和 J-3 为单桩承台, 承台尺寸为 1.2 m × 1.2 m × 1.0 m; J-1 和 J-4 为双桩承台, 承台尺寸为 3.7 m × 1.2 m × 1.0 m. 4 个承台底面与土层表面之间净空为 20 cm, 以模拟桩基承台底面与土层可能发生脱空的不利条件. 它也有利于比较无承台单桩与双桩的阻抗函数, 以说明桩-土-桩相互作用对桩阻抗函数的影响. 钻孔桩的设计直径为 60 cm, 桩长约 27.4 ~ 27.8 cm.

桩一承台竖向强迫振动试验的内容包括: ① 测定单桩竖向动力参数; ② 测定双桩的动力参数.

#### 3.2 试验场地的地质条件

桩基动力试验现场地基土主要为淤泥. 其上有一层约 1.0 m 厚的粘土层. 淤泥层厚度约为 20 m; 淤泥之下是约 0.7 m 厚的亚粘土层; 再下是约 4 m 厚的亚粘土混碎石层; 最底层是细晶岩.

查金星曾对该场地的土参数进行了识别<sup>[5]</sup>, 得出: 当  $v_s = 85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时土的参数为: 剪切模量  $G_s = 11.34 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\mu_s = 0.49$ , 土密度  $\rho_s = 1.570 \text{ t} \cdot \text{m}^{-3}$ , 阻尼比  $D = 0.05$ . 本文采用查金星建议的一组参数进行计算.

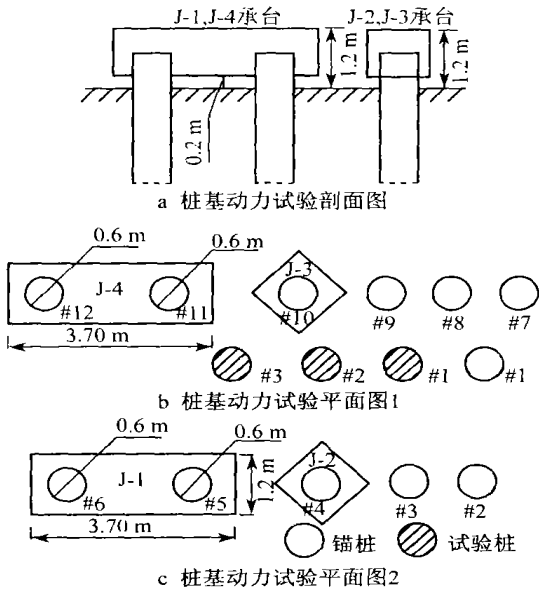


图 5 桩基动力试验现场布置图

Fig. 5 One-site arrangement plan of the pile dynamic test

### 3.3 激振荷载

桩的激振荷载是由安装在桩承台顶面上的激振器施加,该荷载是由激振器的偏心质量块绕轴旋转而产生,该激振力与转动频率的平方成正比.采用的激振器有 2 种,一种为大激振器,能产生高达 100 kN 的激振力,频率范围为 0~15 Hz;另一种为小激振器,频率范围为 0~50 Hz,可产生 30 kN 的激振力.其具体数据见表 1.

表 1 承台与激振器的组合

Tab. 1 Combination of cushion cap and exciter

编号	桩的类型	激振器的类型	$m_f/kg$	$H_p/m$	$H_f/m$	扰力/ $kN$
J-2	单桩	小型	3 785	0.54	0.28	$3.04 kN \cdot s^2 \times 10^{-4} \omega^2$
J-3	单桩	大型	5 300	0.83	0.57	$3.02 kN \cdot s^2 \times 10^{-4} \omega^2$
J-1	双桩	小型	11 285	0.51	0.28	$3.04 kN \cdot s^2 \times 10^{-4} \omega^2$
J-4	双桩	大型	12 800	0.64	0.57	$3.02 kN \cdot s^2 \times 10^{-3} \omega^2$

注:  $m_f$  为承台和激振器的总质量;  $H_p$  为质心距离承台底部的距离;  $H_f$  为偏心距;  $\omega$  为激振器的振动频率,  $s^{-1}$ .

## 4 试验与计算结果的对比分析

### 4.1 单桩-承台竖向强迫振动

单桩承台竖向振动时的运动方程可由牛顿第二定律得出:

$$m_f \ddot{Z}_C = (F_Z^e - F_Z^p) \quad (17)$$

式中,  $m_f$  为基础与激振器的总质量;  $Z_C$  为基础-激

振器的质心的竖向位移;  $F_Z^p$  为桩作用于基础的力,  $F_Z^p = K_{PS}^V Z_C$ ;  $F_Z^e$  为桩作用于基础顶面上的激振力 (见图 6).

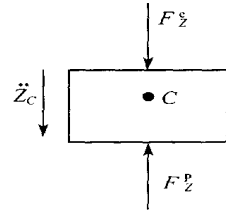


图 6 单桩基础受力图

Fig. 6 Force diagram of the foundation of single piles

在简谐扰力作用下桩-承台作稳定振动时的方程即为

$$F_Z^p - m_f \omega^2 Z_C = F_Z^e$$

即

$$[K_{PS}^V(\omega) - m_f \omega^2] Z_C = F_Z^e = \begin{cases} 3.04 kN \cdot s^2 \times 10^{-4} \omega^2 & (\text{小激振器}) \\ 3.02 kN \cdot s^2 \times 10^{-3} \omega^2 & (\text{大激振器 1}) \\ 8.02 kN \cdot s^2 \times 10^{-3} \omega^2 & (\text{大激振器 2}) \end{cases} \quad (18)$$

式中  $K_{PS}^V(\omega)$  即为式 (7) 中的单桩阻抗函数.

利用前面所给的土参数及激振器数据,可得该桩-承台体系的频响曲线.图 7,图 8 分别为小激振器和大型激振器时试验结果与计算结果的比较.从计算及试验曲线可见均未出现明显的共振峰值,计算结果与试验结果较符合,但计算值在高频时高于试验结果.这是由于在计算中未考虑土的非线性等因素引起的,因为土不是理想的弹性体,在应变很小时就已呈现出非线性性质,随着激振器频率增高,其激振力增大,在土中损失的能量也就增加,而本文计算中未考虑这部分损失,故计算的响应要高出实际的响应.

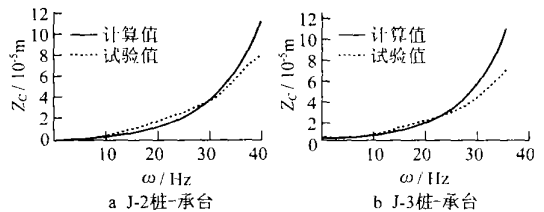


图 7 小激振器时竖向频响曲线

Fig. 7 Curve of vertical frequency response of small exciter

### 4.2 双桩-承台竖向强迫振动

对于双桩-承台体系 (见图 9) 在垂直强迫振动

时式(18)可同样使用. 只是此时的阻抗函数应当改为  $2K_{PS}^{V\Pi}(\omega)Z_C$ , 即

$$m_f \ddot{Z}_C = \left[ F_Z^e - 2A K_{PS}^{V\Pi}(\omega) Z_C \right] \quad (19)$$

但计算值在高频时高于试验结果.

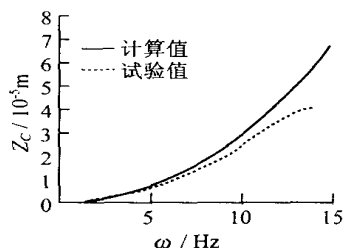


图 8 大激振器 1 时竖向频响曲线(J-2)

Fig. 8 Curve of vertical frequency response of big exciter (J-2)

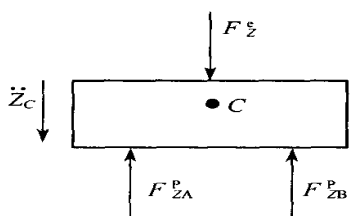


图 9 双桩基础受力图

Fig. 9 Force diagram of the foundation of double piles

在简谐运动时即有

$$\left[ 2A K_{PS}^{V\Pi} - m_f \omega^2 \right] Z_C = F_{ZA}^e = \begin{cases} 3.04 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 \times 10^{-4} \omega^2 (\text{小激振器}) \\ 3.02 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 \times 10^{-3} \omega^2 (\text{大激振器 1}) \\ 8.02 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 \times 10^{-3} \omega^2 (\text{大激振器 2}) \end{cases} \quad (20)$$

$A K_{PS}^{V\Pi}$  可由式(17)求得, 这其中包含了相邻桩的影响.

图 10 即为试验与计算结果的比较(由于试验报告中只给出了 J-1 的资料, 故这里只能就这一资料进行对比). 由图可见二者也未出现明显的共振峰值, 计算值高于试验结果, 其原因与前面所述相同, 但在频率很低时计算值就高于试验值, 这表明计算

中过高地估计了桩-土-桩的相互作用, 还有待改进.

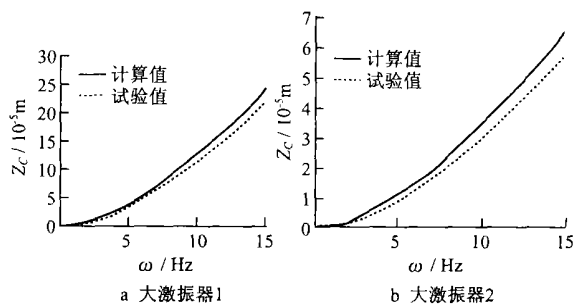


图 10 J-1 竖向频响曲线

Fig. 10 Curve of vertical frequency response (J-1)

## 5 结论

(1) 单桩-承台和双桩-承台这 2 种体系在竖向强迫振动下的试验结果与计算结果符合得较好, 说明本文的模型基本符合实际情况.

(2) 桩试验中在频率较高时, 计算值高于试验值. 另外, 由于计算中过高地估计了桩-土-桩相互作用的影响, 试验中的计算值略高于试验值. 这表明本文的模型还有待进一步改进.

## 参考文献:

- [1] 陈, 薛松涛, 陈竹昌. 横观各向同性层状场地格林函数的数值解[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(1): 45-54.
- [2] 陈. 横观各向同性层状场地的动力分析及应用[D]. 上海: 同济大学工程力学系, 1999.
- [3] 陈, 薛松涛, 陈竹昌, 等. 横观各向同性层状场地对环形简谐荷载的位移响应[J]. 上海力学, 1999, 20(2): 139-147.
- [4] 李肇胤, 周 锋, 陈, 等. 横观各向同性层状场地受垂直圆盘状简谐荷载时的响应分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(5): 608-612.
- [5] 查金星. 动力群桩效应理论分析与现场试验研究[D]. 上海: 同济大学土木工程学院, 1988.

(编辑: 王东静)