

文章编号: 1672-9315(2004)03-0284-05

考虑桩土动力相互作用时群桩阻抗函数的分析

范存新¹, 张毅¹, 薛松涛^{2,3}, 陈容²(1. 苏州科技学院 土木工程系 江苏 苏州 215011; 2. 同济大学 结构与防灾研究所 上海 200092;
3. 日本近畿大学 理工学部建筑学科 日本)

摘要: 桩与土体的动力相互作用不仅改变了桩基的承载力,也影响了上部结构对动荷载的响应,因此在进行上部结构的动力响应分析时必须考虑桩土动力相互作用的影响。对这种动力相互作用效应研究的基础是确定桩土系统的阻抗函数,文章对考虑桩土系统动力相互作用时群桩的阻抗函数进行了细致的分析,明确了影响桩土系统动力相互作用阻抗函数的各种主要参数,为进一步研究桩土结构相互作用打下基础。

关键词: 群桩; 桩土动力相互作用; 阻抗函数; 桩土结构相互作用

中图分类号: TU 435 文献标识码: A

Analysis of impedance function of pile group considering soil-pile dynamic interaction

FAN Cun-xin¹, ZHANG Yi¹, XUE Song-tao^{2,3}, CHEN Rong²(1. Dept. of Civil Engineering, University of Science and Technology of Suzhou, Suzhou 215011;
2. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai, 200092;
3. Dept. of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka, Japan)

Abstract: The soil-pole dynamic interaction can not only modify the bearing capacity of piles but also influence the dynamic response of the superstructure. The influence of the soil-pole dynamic interaction must be considered when the analysis of the dynamic response of the superstructure is made. An in-depth study of the characters of the soil-pole system's impedance function, which is the base of the study of the soil-pile dynamic interaction, is carried out. The main parameters which influence the soil-pole system's impedance function are suggested. The work is important for the study of the soil-pile-structure interaction.

Key words: pile group; soil-pile dynamic interaction; impedance function; soil-pile-structure interaction

桩土动力相互作用是多年来工程界的研究者所感兴趣的研究课题之一,而桩的工作性能是桩与周围土体之间动力相互作用的结果^[1]。对这种动力相互作用效应研究的基础是确定桩土系统的阻抗函数,阻抗函数既可以用实验的方法确定,也可以用理论分析的方法确定,但一般实验方法缺乏普遍意义,难以推广应用,因而多采用理论分析的方法,对理论分析的研究方法主要分两大类,一类为以有限元、边界元为代表的数值方法,另一类为各种各样的简化方法。对工程应用而言,简化方法具有物理概念清楚,计算量小,便于应用的优点,其中的 Novak 分析计算模型被一些研究者所采用^[2-3],作为进行桩土系统相互作用研究的基础。本文在相关文献的基础

* 收稿日期: 2003-07-04

基金项目: 国家杰出青年科学基金(59925820)及苏州市科技项目资助(SZ02013)

作者简介: 范存新(1968-),男,江苏苏州人,副教授,博士,主要从事动力学方面的教学研究。

上,对考虑桩土系统动力相互作用时群桩的阻抗函数进行了细致的分析,明确了影响桩土系统群桩动力相互作用阻抗函数的各种主要参数,这对进一步的桩土结构动力相互作用的研究有着重要的意义。

1 桩基计算模型

桩基计算采用如图 1 所示的模型,其基本假设如下:

- 1) 承台假设为刚性体,桩为垂直的,线弹性的;
- 2) 整个地基土分为三层;每层土都是均匀、各向同性、线粘弹性介质,具有不随频率变化的滞后型材料阻尼,在某一层内土的性质是不变的,各层之间土的性质可以是不同的;
- 3) 作用在桩顶刚性体周围的土反力和作用于桩周围的土反力分别仅由土层 I 和 II 产生,这两个土层由一系列极薄的、向无限延伸的、互相独立的弹性材料组成;
- 4) 作用在桩尖的土反力仅由桩尖下的具有弹性介质的半无限空间产生;
- 5) 桩以及桩顶的承台与地基土完全接触,没有相对位移。

上述模型已充分考虑了影响桩土动力学相互作用的三个主要物理因素,即:土性质随深度变化;桩尖的不完全固定;土的材料阻尼。

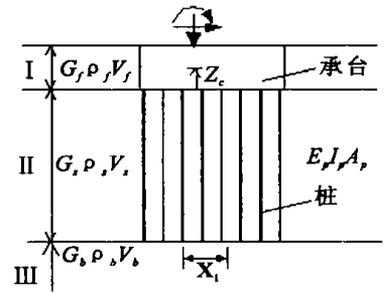


图 1 桩基计算模型
Fig. 1 Calculation model of pile base

2 桩—土系统的阻抗函数

根据以上这些假设,可以通过桩的运动方程得到桩—土系统的阻抗函数,下面简要介绍各部分对整体阻抗函数的贡献。

2.1 平动和摆动耦合运动的单桩阻抗函数

当考虑桩的平动和摆动耦合运动时,根据文献[4],桩在高度 z 处长度为 dz 的单元有水平位移 $u(z, t)$ 时受到土层的反力为

$$G_s = (S_{u1} + iS_{u2})u(z, t)dz$$

式中 $S_{u1} + iS_{u2}$ 为 Baranov 导得的层状空间水平反力系数,它是无量纲频率 α_{os} 和泊松比 μ 的函数,表达式如下^[4]

$$S_{u1} + iS_{u2} = \frac{2\pi\alpha_{os}}{\sqrt{q}} \frac{H_2^{(2)}(\alpha_{os})H_1^{(2)}(\alpha_{os}\sqrt{q}) + H_2^{(2)}(\alpha_{os}\sqrt{q})H_1^{(2)}(\alpha_{os})}{H_0^{(2)}(\alpha_{os})H_2^{(2)}(\alpha_{os}\sqrt{q}) + H_0^{(2)}(\alpha_{os}\sqrt{q})H_2^{(2)}(\alpha_{os})} \quad (1)$$

式中 $q = \frac{1 - 2\mu_s}{2(1 - \mu_s)}$, $\alpha_{os} = \frac{r_{op}\omega}{V_s}$ 为无量纲频率; r_{op} 为桩半径(或折算为圆截面的半径); ω 为干扰圆频率, V_s 为第二层土的剪切波速; $H_n^{(2)}$ ($n = 0, 1, 2$) 为第二类 n 阶 Hankel 函数。

根据以上土层反力可写出桩的弯曲振动方程为

$$\bar{m}_p \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} + G_s(S_{u1} + iS_{u2})u(z, t) + E_p I_p = \frac{\partial^4 u(z, t)}{\partial z^4} = 0 \quad (2)$$

式中 $\bar{m}_p = m_p + m_s$ 为单位长度上桩的质量与土的附加质量之和; $E_p I_p$ 为桩的抗弯刚度。

设方程(2)的解可分离变量写成

$$u(z, t) = u(z)e^{i\omega t}$$

则
$$E_p I_p = \frac{d^4 u(z)}{dz^4} - \omega^2 \bar{m}_p u(z) + G_s(S_{u1} + iS_{u2})u(z) = 0 \quad (4)$$

经推导并考虑桩的边界条件(设桩尖可以传递弯矩)可得到阻抗函数为

$$\begin{aligned} k_{xx}^s &= \frac{E_p I_p \lambda^3}{I_p^3} - \frac{2K' \sin \lambda \text{sh} \lambda - (C_{u1} + iC_{u2})(\cos \lambda \text{sh} \lambda + \sin \lambda \text{ch} \lambda)}{-K'(\sin \lambda \text{ch} \lambda + \cos \lambda \text{sh} \lambda) + (C_{u1} + iC_{u2})(\cos \lambda \text{ch} \lambda - 1)} \\ k_{x\varphi}^s &= \frac{E_p I_p \lambda^2}{I_p^2} - \frac{K'(\cos \lambda \text{sh} \lambda - \text{ch} \lambda \sin \lambda) + (C_{u1} + iC_{u2})\sin \lambda \text{sh} \lambda}{-K'(\sin \lambda \text{ch} \lambda + \cos \lambda \text{sh} \lambda) + (C_{u1} + iC_{u2})(\cos \lambda \text{ch} \lambda - 1)} \\ k_{\varphi\varphi}^s &= \frac{E_p I_p \lambda}{I_p} - \frac{2K' \cos \lambda \text{sh} \lambda + (C_{u1} + iC_{u2})(\cos \lambda \text{sh} \lambda - \sin \lambda \text{ch} \lambda)}{-K'(\sin \lambda \text{ch} \lambda + \cos \lambda \text{sh} \lambda) + (C_{u1} + iC_{u2})(\cos \lambda \text{ch} \lambda - 1)} \end{aligned} \quad (5)$$

这里 k_{xx} 为水平侧移阻抗函数; $k_{\varphi\varphi}$ 为摆动阻抗函数, $k_{x\varphi}$ 为水平侧移与摆动耦合的阻抗函数, 上标 s 表示单桩的含义。

$$\text{式中 } \lambda = l_p \sqrt{\frac{1}{E_p I_p} (\omega^2 \bar{m}_p - G_s S_{u1} - i G_s S_{u2})} = \lambda_i + i \lambda_2 \tag{6}$$

$C_{u1} + i C_{u2}$ 是 Bycroft 导得的弹性半空间的解, 具体表达式参见文献[4]。

2.2 竖向运动的单桩阻抗函数

单桩竖向运动方程为:

$$\bar{m}_p \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial t^2} + G_s (S_{w1} + i S_{w2}) w(z, t) + E_p A_p \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial z^2} = 0 \tag{7}$$

同上面相似, 可以通过分离变量得到运动方程的解, 根据边界条件可以写出单桩竖向运动的阻抗函数为:

$$k_{zz}^s = \frac{E_p A_p F_{18}(\Lambda)}{l_p} = \frac{E_p A_p}{l_p} (-\Lambda) \frac{K'' \Lambda \sin \Lambda - (C_{w1} + i C_{w2}) \cos \Lambda}{K'' \Lambda \cos \Lambda + (C_{w1} + i C_{w2}) \sin \Lambda} \tag{8}$$

$$\text{式中 } \Lambda = l_p \sqrt{\frac{1}{E_p A_p} (\omega^2 \bar{m}_p - G_s S_{w1} - i G_s S_{w2})} = \Lambda_i + i \Lambda_2 \tag{9}$$

而 $c_{w1} + i c_{w2}$ 是 Bycroft 导出的位移函数, 其表达式参见文献[4]。

2.3 群桩阻抗函数

对群桩基础, 一般可采用叠加法, 将求出的单桩阻抗函数根据每两根桩之间的动力相互作用因子进行叠加, 即可得到群桩的阻抗函数^[6-8]。

动力相互作用因子是无量纲、频率相关的复数, 经 Kaynia 和 Kausel 由静力相互作用因子推广而来, 在分析中忽略其它桩对两根桩间相互作用的影响, 因而群桩的动力特性可以根据每两根桩之间的相互作用因子来近似表示, 其定义如下

$$\alpha_{ij} = \frac{\text{桩 } j \text{ 处施加荷载, 桩 } i \text{ 处引起的动力位移}}{\text{桩 } j \text{ 处施加荷载, 桩 } j \text{ 处的动力位移}} \tag{10}$$

其中, 桩 j 称为主动桩(或称为源桩), 桩 i 称为被动桩, 以上的动力位移是在单桩情况下求得, 位移包括平动和摆动两种。

在这里的计算中, 采用文献[2]介绍的桩-土系统的群桩阻抗函数

$$\begin{aligned} K_{xx}^t &= K_{xx}^t + i C_{xx}^t = \sum_j K_{xxj}^s + G_f l_f [S_{u1}(\alpha_{of} + i S_{u2}(\alpha_{of}))] \\ K_{x\varphi}^t &= K_{x\varphi}^t = K_{x\varphi}^t + i C_{x\varphi}^t = \sum_j (K_{x\varphi j}^s - K_{xxj}^s) - G_f l_f (z_c - \frac{1}{2} l_f) [S_{u1}(\alpha_{of} + i S_{u2}(\alpha_{of}))] \\ K_{\varphi\varphi}^t &= K_{\varphi\varphi}^t + i C_{\varphi\varphi}^t = \sum_j (K_{\varphi\varphi j}^s - 2 K_{xxj}^s z_c + K_{x\varphi j}^s z_c^2 + K_{zz}^s x_j) + \\ &G_f l_f r_{of}^2 \left\{ S_{\psi 1}(\alpha_{of}) + i S_{\psi 2}(\alpha_{of}) + \left(\frac{\delta}{3} + \frac{z_c^2}{r_{of}^2} - \frac{\delta z_c}{r_{of}} [S_{u1}(\alpha_{of}) + i S_{u2}(\alpha_{of})] \right) \right\} \end{aligned} \tag{11}$$

上式中上标 t 和 s 分别表示整体和单根桩, 其中 $\delta = \frac{l_f}{r_{of}}$ 为埋深比, r_{of} 为桩顶刚性体的底面折算半径, $S_{\psi 1} + i S_{\psi 2}$ 为层状空间的摆动反力系数, 其表达式为

$$\begin{aligned} S_{\psi 1} &= \pi \left[1 - \frac{J_0(\alpha_{of}) J_1(\alpha_{of}) + Y_0(\alpha_{of}) Y_1(\alpha_{of})}{J_1^2(\alpha_{of}) + Y_1^2(\alpha_{of})} \right] \\ S_{\psi 2} &= \frac{2}{J_1^2(\alpha_{of}) + Y_1^2(\alpha_{of})} \end{aligned} \tag{12}$$

其中的 $\alpha_{of} = \frac{r_{of} \omega}{V_f}$ 为无量纲频率, V_f 为第一层土的剪切波速; J_n, Y_n ($n = 0, 1$) 分别为第一、二类 n 阶 Bessel 函数。

3 桩-土系统阻抗函数的特性

桩-土系统的阻抗函数是影响桩-土-结构动力相互作用的主要参数, 这种相互作用的效应是随干扰力频率而变化的, 下面将针桩-土系统阻抗函数随干扰力频率变化的特性进行研究。

3.1 第一层土剪切波速对阻抗函数的影响

图2~图4显示了群桩阻抗函数模的幅值随第一层土层剪切波速 V_f 的变化情况, 图中横轴表示干扰圆频率 ω , 纵轴表示相应的阻抗函数模的幅值, 图例中的数值表示土层剪切波速 V_f 的取值, 单位为 $m \cdot s^{-1}$ 。

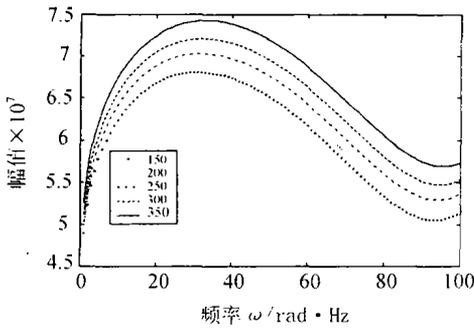


图2 阻抗函数 k^t_{xx} 随 V_f 变化图

Fig. 2 Impedance function K^t_{xx} with different V_f

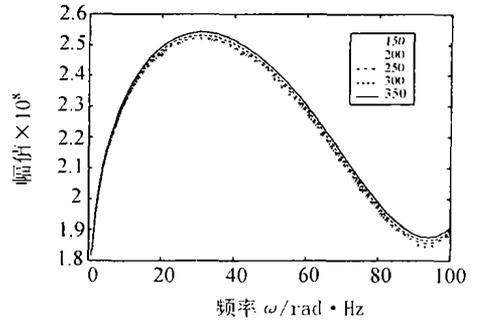


图3 阻抗函数 $k^t_{x\phi}$ 随 V_f 变化图

Fig. 3 Impedance function $K^t_{x\phi}$ with different V_f

从上面三个图中,可以看出有一个共同的规律,即随着土层剪切波速 V_f 的增大,阻抗函数模的幅值也随之增大,但很明显地,土层剪切波速 V_f 对阻抗函数 $k^t_{\phi\phi}$ 和 k^t_{xx} 影响较大,而对水平与摆动耦合的阻抗函数 $k^t_{x\phi}$ 的影响则较小。

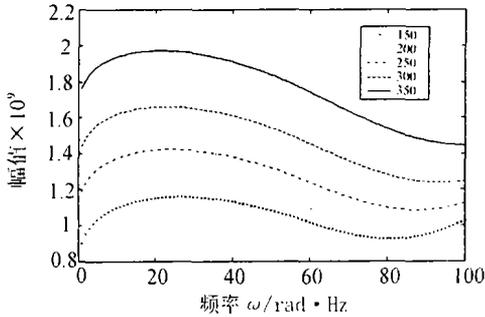


图4 阻抗函数 $k^t_{\phi\phi}$ 随 V_f 变化图

Fig. 4 Impedance function $k^t_{\phi\phi}$ with different V_f

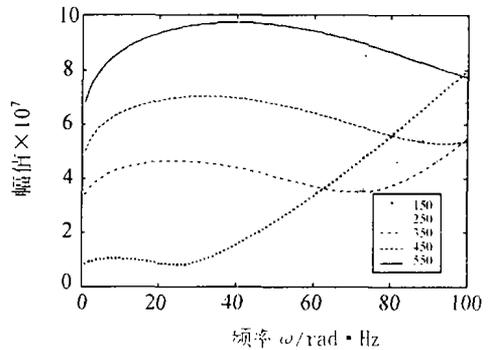


图5 阻抗函数 k^t_{xx} 随 V_s 变化图

Fig. 5 Impedance function K^t_{xx} with different V_s

3.2 第二层土剪切波速对阻抗函数的影响

图5 ~ 图7 显示的是群桩阻抗函数模的幅值随第二层土剪切波速 V_s 的变化情况,图中的含义同前。

可以看出,土层剪切波速 V_s 对群桩阻抗函数有较大的影响。图5显示的是水平阻抗函数随土层剪切波速 V_s 的变化情况,图6显示的是水平与摆动耦合的阻抗函数随土层剪切波速 V_s 的变化情况,图7显示的是摆动阻抗函数随土层剪切波速 V_s 的变化情况。从图中可见,当土层剪切波速 V_s 为 $150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,阻抗函数呈振荡上升的趋势。

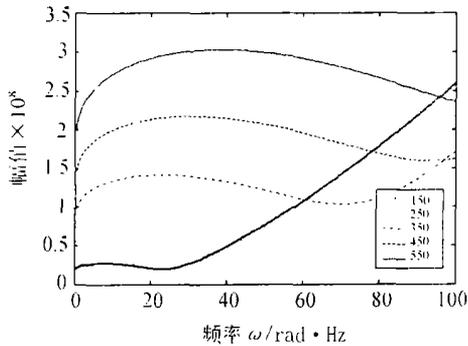


图6 阻抗函数 $k^t_{x\phi}$ 随 V_s 变化图

Fig. 6 Impedance function $k^t_{x\phi}$ with different V_s

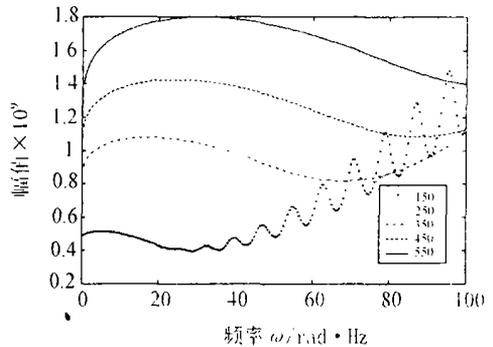


图7 阻抗函数 $k^t_{\phi\omega}$ 随 V_s 变化图

Fig. 7 Impedance function $K^t_{\phi\omega}$ with different V_s

3.3 第三层土剪切波速对阻抗函数的影响

图8显示的是阻抗函数 $k_{\varphi\varphi}^t$ 随土层剪切波速 V_b 的变化情况。从图中可见, 土层剪切波速 V_b 相对前二层土的波速对阻抗函数的影响稍小。

3.4 基础半径对阻抗函数的影响

图9显示的是摆动阻抗函数 $k_{\varphi\varphi}^t$ 随基础刚性体的底面折算半径 r_{of} 的变化情况, 图中坐标含义同前, 图标中数值为刚性体的底面折算半径 r_{of} 的取值, 单位为 m。由图可见, 阻抗函数随刚性体的底面折算半径增大而增大, 在干扰频率 20—40 rad/Hz 区间尤为明显。

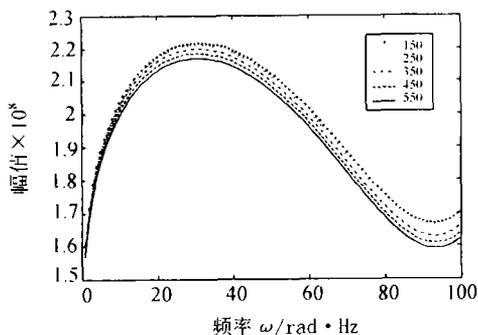


图8 阻抗函数 $k_{\varphi\varphi}^t$ 随 V_b 变化图

Fig. 8 Impedance function $k_{\varphi\varphi}^t$ with different V_b

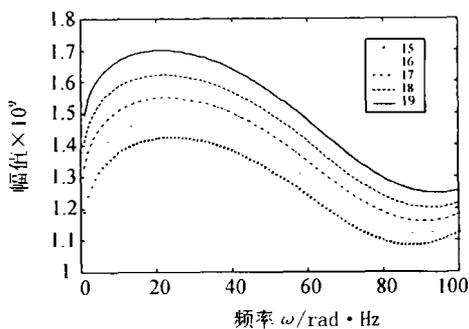


图9 阻抗函数 $K_{\varphi\varphi}^t$ 随 V_{of} 变化图

Fig. 9 Impedance function $K_{\varphi\varphi}^t$ with different V_{of}

3.5 桩半径对阻抗函数的影响

通过研究阻抗函数模的幅值随桩半径 r_{of} 的变化情况可见(篇幅所限, 图略), 在低频段, 桩半径 r_{of} 的影响较小, 而在高频段, 桩半径 r_{of} 对阻抗函数的影响较大, 当桩半径较小时, 阻抗函数模的幅值也相应较小。

还有一些参数对阻抗函数也有影响, 如土的泊松比, 但土的泊松比与土的剪切波速有关, 其影响可通过在波速的影响中体现出来。另外还有一些参数也对阻抗函数有微小的影响, 由于影响幅度较小, 这里不再深入讨论。

4 结 语

通过对阻抗函数细致的分析, 明确了各参数对阻抗函数的不同贡献, 可用来进一步研究桩土结构动力相互作用等一系列问题。通过具体计算, 可以看到桩—土系统的阻抗函数由一系列参数控制, 其中起主要作用的有: 各层土的剪切波速; 桩的半径和长度; 底面折算半径等, 另外桩的间距、土与桩的密度、土的泊松比等也对阻抗函数有一定的影响, 这些影响并不完全是独立存在的, 应综合考虑各种因素的影响。

参考文献:

- [1] 梁青槐. 土—结构动力相互作用数值分析方法的评述[J]. 北方交通大学学报, 1997, 21(6): 690—694.
- [2] 俞载道, 付公康. 桩—土—高层框剪结构动力相互作用分析[J]. 同济大学学报, 1984, (1): 66—79.
- [3] 范存新, 陈睿, 薛松涛. 桩—土—结构相互作用对高层建筑顺风向风振响应的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(12).
- [4] Novak M. Dynamic Stiffness and Damping of Piles[J]. Can. Geotech. J. 1974, (2): 574—598.
- [5] Novak M, Beredugo Y O. Vertical vibration of embedded footings[J]. J. of Soil Mechanics & Foundation Divisions ASCE, 1972 (98): 1291—1310.
- [6] Veletsos A S, Verbic B. Vibration of Viscoelastic Foundations[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1973, 2(1): 87—102.
- [7] 蒯行成, 沈蒲生. 层状介质中群桩水平动力阻抗的简化计算方法[J]. 振动工程学报, 1998, 11(3): 258—264.
- [8] Reese L C. Generalized analysis of pile foundations[J]. J. of Soil Mechanics & Foundation Divisions ASCE, 1970, 96(SM1): 235—250.