

# 饱和土动力响应中考虑水文地质性质的空间变异性

Mitsuji Katuya<sup>1</sup>, 刘江<sup>2</sup>, 薛松涛<sup>3,4</sup>, Sugimura Hiroyoshi<sup>1</sup>

(1. 日本东北大学 工学部 建筑学科, 日本 仙台 980-8579; 2. 上海久创建设管理有限公司, 上海 201204;  
3. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 4. 日本近畿大学 理工学部 建筑学科, 日本 大阪 577-8502)

**摘要:** 研究了土的动力响应, 其中考虑了水文地质性质中孔隙率、渗透系数以及孔隙水体积模量等参数的空间变异性。对膨胀波(P波)在土中的数值研究是研究焦点。这些参数的变异性将通过 Freeze 提出的多变量概率密度函数来建立模型, 通过 Monte-Carlo 技术对土的动力特性进行研究。用数值方法说明水文地质性质的空间变异性对土的动力特性的影响。结果发现, 由于散射及固有频率明显降低(它表明土实际上已软化)而引起的衰减中, 孔隙率和孔隙水的体积模量的空间变异性将产生很重要的影响。

**关键词:** 土; 动力响应; 空间变异性; 孔隙率; 孔隙水的体积模量; 渗透系数

**中图分类号:** O 357.3; O 347.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-374X(2006)03-0314-05

## Consideration of Spatial Variation of Hydrogeotechnical Properties in One-Dimensional Dynamic Response of Saturated Soil

Mitsuji Katuya<sup>1</sup>, LIU Jiang<sup>2</sup>, XUE Songtao<sup>3,4</sup>, Sugimura Hiroyoshi<sup>1</sup>

(1. Department of Architecture, Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai 980-8579, Japan;  
2. Shanghai Everstran Construction & Management Co. Ltd., Shanghai 201204, China;  
3. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;  
4. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka 577-8802, Japan)

**Abstract:** Dynamic response of soil is studied by considering the spatial variation of porosity, permeability coefficient and bulk modulus of pore water, which are referred to as the hydrogeotechnical properties. Numerical study of the propagation of dilatational wave (P-wave) in soil is the focus of investigation. The variation of the parameters is modeled by multivariate probability density function proposed by Freeze, and the dynamic characteristics of soil are studied by Monte Carlo technique. The numerical scheme is utilized to show the effect of the spatial variation of the hydrogeotechnical properties on the dynamic characteristics of soil. The results show that, in the attenuation caused by scattering and clear lowering of the natural frequency, the spatial variation of porosity and bulk modulus of pore water will have important effects.

**Key words:** soil; dynamic response; spatial variation; porosity; bulk modulus of pore water; coefficient of permeability

土体通常被看做是最复杂的工程材料之一, 这种复杂性的一个重要因素就是难以确定场地土特性

的空间变异。近些年在识别土的空间变异性研究中, 很多研究重点放在了详细土探测与土特征上, 然而,

收稿日期: 2004-07-29

作者简介: 薛松涛(1963-), 男, 江苏涟水人, 教授, 博士生导师, 工学博士, E-mail: xue@mail.tongji.edu.cn

当前场地特性和动力反应分析的研究与实际考虑场地环境中土的复杂空间变异性还相差甚远. 另外, 由于土特性的空间变异, 波的散射影响也很难在动力反应分析中得到考虑. 因此, 考虑土的空间变异在实际应用中受到很大限制. 在一些与地震学和地震工程有关的研究中, 土体的特性(例如土密度与剪切波速)有时被认为是空间随机变量. 土是一种多孔介质, 显然它的一些特性参数(渗透性, 孔隙水的体积模量, 渗透系数)随着时间波动并且随空间的不同而变化. 人们通常在动力反应分析中假设其水文地质特性并非是空间变异的. 非变异性的假设明显地简化了求解方法, 但评价这种简化的精度和影响却很难. 本文研究内容主要集中在土体特征评价和水文地质特性(渗透性, 孔隙水体积模量, 渗透系数)的空间变异性对场地动力反应的影响程度评价上.

笔者将土体视为一种随机多孔介质, 在这种多孔介质中一维波动传播特性用 Monte-Carlo 技术进行研究. 这种多孔介质中波传播的场方程由 Biot 理论<sup>[1,2]</sup>给出, 土体的随机渗透模型由 Freeze<sup>[3]</sup>提出的多变量概率密度函数确定, 其中, 有关的参数是变化的且互相关联.

本文研究主要集中在 P 波传播上, 这是因为在土体水文地质特性的空间变异对 P 波传播影响比 S 波传播影响更大. 同时指出在研究非饱和土的波传播中要考虑土体孔隙水体积模量的影响.

## 1 研究方法

### 1.1 场方程

土体被视为是一种固体(土骨架)和流体(孔隙水与气体)的混合物. 土体动力控制方程由 Biot<sup>[1,2]</sup>给出, 采用 Simon 等给出的土体场方程<sup>[4]</sup>

$$(1-n)\mathbf{L}^T\sigma_s + (1-n)\rho_s b + k^{-1}n^2 \cdot$$

$$(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{u}}) - (1-n)\rho_s \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

$$n\Delta\pi + n\rho_f b - k^{-1}n^2(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{u}}) - n\rho_f \ddot{\mathbf{U}} = 0 \quad (2)$$

式中:  $n$  为孔隙率;  $\mathbf{L}^T$  为微分算子;  $\sigma_s$  为有效应力;  $\rho_s$  为土颗粒密度;  $b$  为单位体积上的体积力, 其在动力反应中常被忽略;  $k$  为根据 Darcy 理论中的渗透系数  $k_0$  计算得出的透渗系数,  $k = k_0 / \rho_f g$ ,  $\rho_f$  为孔隙水密度,  $g$  为重力加速度;  $\mathbf{U}$  为孔隙水位移;  $\mathbf{u}$  为土颗粒位移. 字母上方的点表示对时间的导数, 拉应力假设为正值.

总应力表达式为  $\sigma = (1-n)\sigma_s + n\Pi\mathbf{m}$ , 混合体

的总体积密度表达式为  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$ . 最后总应力  $\sigma$ 、有效应力  $\sigma_s$  和孔隙水压力  $\Pi$  由下式给出:

$$\sigma = (\mathbf{D} + \alpha^2 Q\mathbf{m}\mathbf{m}^T)\mathbf{e} + \alpha Q\mathbf{m}\xi \quad (3)$$

$$(1-n)\sigma_s = \{\mathbf{D} + (\alpha-n)^2 Q\mathbf{m}\mathbf{m}^T\}\mathbf{e} + n(\alpha-n)Q\epsilon \quad (4)$$

$$-\Pi = (\alpha-n)Q\mathbf{m}^T\mathbf{e} + nQ\epsilon \quad (5)$$

式 3~5 中:  $\mathbf{D}$  为排水材料刚度矩阵;  $\mathbf{m}^T = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$ ;  $\mathbf{e}$  为土骨架应变;  $\epsilon$  为孔隙水应变;  $\xi$  为与水的相对位移  $\mathbf{w}$  对应的应变;  $\mathbf{w}$  定义为  $\mathbf{w} = n(\mathbf{U} - \mathbf{u})$ .  $\alpha$  与  $Q$  用土颗粒、孔隙水及土骨架的体积模量  $K_s$ ,  $K_f$  及  $K_d$  定义如下:

$$\alpha = 1 - K_d / K_s \quad (6)$$

$$1/Q = n/K_f + (\alpha - n)/K_s \quad (7)$$

$\alpha$  值和  $Q$  值的应用范围为  $n < \alpha < 1$  和  $0 < Q < \infty$ . 当考虑土颗粒为不可压缩时,  $K_s$  视为无限大; 同样考虑孔隙水为不可压缩时  $K_f$  也视为无限大. 当孔隙水视为可压缩时则要考虑非饱和土的状态.

### 1.2 有限元方法公式

为了得到一维波传播的有限元公式, 对式(1,2)采用变分原理计算. 在固相及液相时的外力  $f_s$  及  $f_f$  作用下, 单个单元的位移由节点位移  $\bar{u}$  和  $\bar{U}$  通过相应的形函数  $N_u, N_U, B_u, B_U$  来表示. 离散动力方程的详细描述与各变量的含义见文献[4].

### 1.3 水文地质参数的随机模型

Freeze<sup>[3]</sup>用多变量概率密度函数研究了一维水流动问题, 这些变量为孔隙率、渗透系数和压缩率, 将它们视为彼此相关的随机向量. 预计渗透系数的空间变异对土体的动力反应没有太大的影响, 而孔隙率与孔隙水的体积模量的空间变异对波传动影响显著. 引入孔隙水体积模量的空间变异使非饱和土体的建模成为可能(压缩率的原始方程见文献[3]). 与 Freeze 提出的方法类似, 土体水文地质参数视为彼此相关的随机向量. 文献[3]中 Freeze 指出这些参数缺少自相关特性, 而本文的土体模型则引入了这些参数的空间自相关特性. 假定这些随机向量服从多变量正态分布. 实际上, 渗透系数  $k$  与孔隙水体积模量  $K_f$  在概率模型中由对数函数各表示为  $y = \lg k$  和  $c = -\lg K_f$  ( $c$  代表压缩率阶数). 参数  $y$  和  $c$  的变异量由孔隙率  $n$  的变异量来表示. 为此, 参数  $c, y$  和  $n$  任意两个量之间的相关性由相关系数  $\rho_{ij}$  来表示,  $i$  与  $j$  表示任意两个参数. 利用相关函数  $R(x)$ , 谱密度函数  $S(\xi)$  可由 Wiener-Khintchine 关系得出<sup>[5]</sup>:

$$S(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\xi x) R(x) dx \quad (8)$$

式中:  $\xi$  为波数;  $x$  为空间. 多变量概率密度函数  $f_j$  和正态分布  $g_j$  分别由方程 9 和方程 10 给出

$$f_j = \prod_{k=1}^m (2\Delta\xi_k)^{1/2} \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^N H_{ij}(\xi_l) \cos[\xi_l x + 2\pi\phi_{il}] \quad (9)$$

$$g_j(x) = \mu_i + \sigma_i f_j(x) \quad (10)$$

式中:  $\phi_{il}$  为 0 到 1 之间的随机数;  $N$  为  $\xi$  的分割数;  $m$  为空间维数;  $H_{ij}$  由方程(11~13)定义如下<sup>[5]</sup>:

$$H_{11} = \sqrt{S_{11}} \quad (11)$$

$$H_{ij} = \left[ S_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} H_{ik} H_{jk} \right] / H_{jj}, \quad i > j \quad (12)$$

$$H_{jj} = \left[ S_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} H_{ik}^2 \right]^{1/2}, \quad i > 1 \quad (13)$$

$$R(x) = \exp\{- (dx/2)^2\} \quad (14)$$

假定一个高斯形函数, 相关函数  $R(x)$  由式(14)得出, 相关参数  $d$  为

$$d = L / \sqrt{\pi} \quad (15)$$

式中:  $L$  为相关距离.

若孔隙率  $n$  的变异性服从均值为  $\mu_x$  和标准差为  $\sigma_x$  的正态分布  $N_n[\mu_x, \sigma_x]$ , 则参数  $y$  和  $c$  的变异性也可由各自正态分布  $N_n[\mu_y, \sigma_y]$  和  $N_n[\mu_c, \sigma_c]$  给出. 可以看出, 定义参数  $y$  及  $c$  正态分布的项含有均值( $\mu_y$  及  $\mu_c$ )及标准差( $\sigma_y$  及  $\sigma_c$ )<sup>[3]</sup>.

## 2 数值模拟

以上述方法考虑土体参数的变异性, 应用蒙特卡罗技术对土体特性参数估计进行数值模拟. 所考

表 2 概率密度函数的参数

Tab. 2 Parameters of probability density function

$\mu_n$	$\mu_c$	$\mu_y$	$\sigma_n$	$\sigma_c$	$\sigma_y$	$\rho_{nc}$	$\rho_{cy}$	$\rho_{yn}$
0.45	-4	-2	0.1~0.2	0.3~1.0	1.0~2.0	0.9	-0.9	-0.9

### 2.1 渗透土介质的性质

近年来, 很多研究重点放在了详细土探测与土特征研究上. 尽管认识到土特性的空间变异存在, 然而当前场地土特性和动力反应分析的实际研究情况考虑这种变异性还很远. 所以, 试图从直接观测与量测得到的土体特性的信息来确定土体复杂的空间变异性是不切合实际的. 而将土体的水文地质特性视作空间随机变量, 同时用概率方法来识别这种空

间的简化土体模型如图 1 所示, 其中处在弹性基底上的土层水文地质特性空间分布由上节的内容来描述. 假定土层总深度为 10 m, 然后分成 10 个 1 m 厚的子土层. 数值模拟主要研究该模型中土特性的空间变异对动力反应的影响. 详细研究土体的动力特征, 即一阶频率与土体表面振幅. 假定土体的物理特性由表 1 给出, 概率密度函数模型中的参数(前述的  $c$ ,  $y$  和  $n$  各自的均值与标准差以及它们的相关系数)参照文献[3] 给出, 见表 2. 表 2 中参数  $c$  的均值取值要对应于表(1)中孔隙水体积模量  $K_f$  的取值(其值应该稍微小于纯净水的孔隙水体积模量). 本文假定孔隙水体积模量的变异程度与实际观察到的 P 波波速的变动范围相一致, 这里标准差的范围被认为是合理的甚至是保守的.

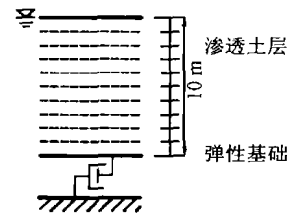


图 1 土体模型

Fig. 1 Soil model

表 1 土体的物理性质

Tab. 1 Physical properties of soil

土体	渗透土层	弹性基础
$\rho_s / (t \cdot m^{-3})$	2.06	
$\rho_f / (t \cdot m^{-3})$	1.00	
$\rho / (t \cdot m^{-3})$	1.94	1.94
$v_s / (m \cdot s^{-1})$	160	640
$v_p / (m \cdot s^{-1})$	300	1 200
柏松比 $\nu$	0.3	0.3
$K_f / \text{MPa}$	2 094	

间变异性参数(这些参数在地震作用下对土体的动力反应有重要影响)看来是合理的. 表 2 是三个参数  $c$ ,  $y$  和  $n$  之间相互关系的例子. 这些参数由前一节描述的这些参数的空间分布概率模型得到. 相关系数  $\rho_{ij}$  的符号反映了变异梯度, 表示两参数  $i$  与  $j$  之间是增加还是减少. 例如大孔隙率的土体有大的压缩率, 所以孔隙率与压缩率的相关系数为正值. 利用 Lamé 常数  $\lambda_s$  和  $\mu_s$ ,  $\nu$  可以由下式给出:

$$\nu = \frac{\lambda_s}{2(\lambda_s + \mu_s)} \quad (16)$$

由方程 16 可以清楚看到  $\nu$  在空间上是随着  $\lambda_s$  和  $\mu_s$  的变化而变化的, 从而依赖于三个水文地质性质即孔隙率  $n$ 、孔隙水体积模量和渗透系数  $k$  的空间分布, 见图 2. 无排水状况下的泊松比  $\nu'$  由土骨架的 Lamé 常数  $\lambda'_s$  及  $\mu_s$  确定

$$\nu' = \lambda'_s / 2(\lambda'_s + \mu_s) \quad (17)$$

$$\lambda'_s = \lambda_s + \alpha^2 Q \quad (18)$$

图 3 表示的是图 1 中从地面起第三层土泊松比与孔隙率的相关性, 它是在正弦波激励下假设非排水土体的流态与固态同相运动时数值模拟产生的. 图 3a 中考虑了所有三个水文地质性质的随机变异性, 而在图 3b 中假定它们的均值是不变量. 显然泊松比的分布受孔隙水体积模量的变异性影响较大. 由于渗透系数未包括在泊松比的定义中, 所以其变异对泊松比无影响.

考虑孔隙水体积模量空间变异的目的是为了能够考虑非饱和土的体积模量, 它可能小于纯水的体

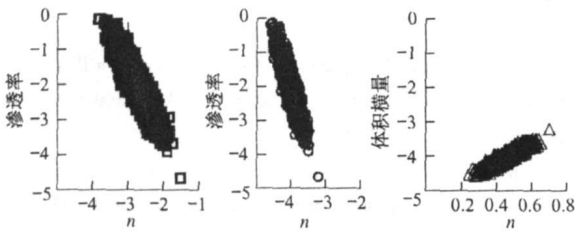


图 2 水文地质参数间相关的例子  
Fig. 2 Example of the distribution of the hydrogeotechnical parameters

### 2.2 特征值

采用特征值分析来研究土体动力反应的基本特性. 阻尼项和固相与流体相的速度耦合, 使特征值分析中的特征方程有复根. 这里研究第一阶特征频率与阻尼的关系, 其中阻尼被定义为第一阶特征值虚部与实部的比值. 分析结果表明: 孔隙水体积模量的变异性对改变一阶频率有显著影响, 而对阻尼变化基本无影响; 相反, 孔隙率的变异性对一阶频率的变化只有轻微的影响, 而明显提高了阻尼; 渗透系数的变异对一阶频率的变化没有影响, 但有明显提高阻尼的趋势. 考虑到孔隙率与质量有关, 而孔隙水体积模量与水土混合时的刚度有关这样的事实, 这些结果还是相当吻合的.

### 2.3 地面振幅

积模量. 文献[6] 提出用系数  $B$  表示土体的饱和水平, 例如  $B=1$  时为完全饱和土,  $B=0$  时为干土. 然而, 文献[6] 中除了是在较高的饱和度值时系数  $B$  并不直接与饱和度有关, 仅在其值大于 0.7 时才认为比较有关. 孔隙水体积模量的空间变异性在概念上可以认为能表示系数  $B$ . Kokusho<sup>[7]</sup> 研究了 P 波波速降低的泊松比与系数  $B$  的关系. 根据这一研究 Kokusho 提出了系数  $B$  的表达式如下:

$$B = 1 - \frac{1(1 + \nu')}{3(1 - 2\nu')[(v_p/v_s)^2 - 4/3]} \quad (19)$$

式中:  $v_p$  与  $v_s$  各为 P 波波速与 S 波波速. Skempton 提出的系数  $B$  在本文中仅作为  $B$  值的参考.  $B$  值对土体水文地质特性空间变异的依存性趋势与上述泊松比类似. 按照前述这些参数随机模型, 孔隙水体积模量随孔隙率的升高而降低. 这对应于这样一种事实, 即孔隙水体积模量的一个小的值代表着土的部分饱和状态, 严格地说, 孔隙水的体积模量应该在低于纯水体积模量的一个范围内变化. 因此, 孔隙水的体积模量的平均值应该设为稍微低于纯净水的体积模量值.

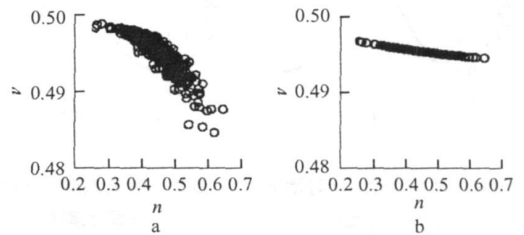


图 3 泊松比随孔隙率变化  
Fig. 3 Poisson's ratio with the variability in porosity

下面讨论用 Monte-Carlo 方法模拟一维波在土中传播性质的参数计算的结果. 由于笔者研究的焦点在于水文地质性质的变异性, 所以 P 波的传播, 是本研究最关心的. 图 4~7 给出了各参数对平均地面振幅的影响, 它是通过 500 次蒙特卡洛仿真得到的, 同时考虑了如前所述的水文地质变异性. 图 4~7 中, 平均地面振幅为以 2 倍入射运动幅值规格化后的值, 横坐标为量纲一频率  $f^*$ . 定义  $f^* = (v_p/4H)$ , 其中  $f$  为频率;  $H$  为土层的深度.

图 4 给出了只有土的孔隙率变异的情况, 图 5 和图 6 分别给出了只有孔隙水的体积模量和相关距离变异的情况. 图 4 表明孔隙率的变异性只引起振幅峰值微小的降低, 图 6 表明相关距离的变异性不会导致振幅峰值太大的变化, 而图 5 表明孔隙水的

体积模量的变异性将导致固有频率显著降低,同时振幅峰值显著增大.图 5 中频率的降低和振幅峰值的增加,正反映了孔隙水体积模量的变异性.

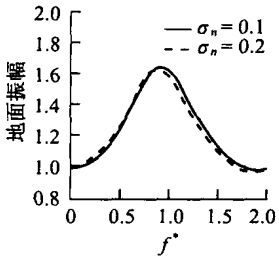


图 4 孔隙率的标准差对地面振幅的影响

Fig. 4 Dependence of surface amplitudes on standard deviation of porosity

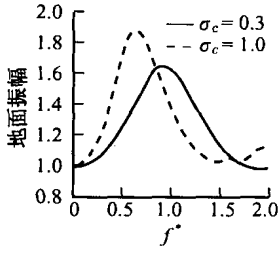


图 5 水的体积模量的标准差对地面振幅的影响

Fig. 5 Dependence of surface amplitudes on variation of bulk modulus of water

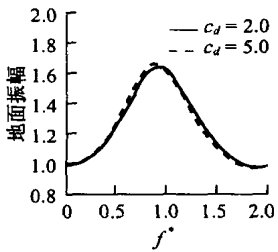


图 6 相关距离  $c_d$  对地面振幅的影响

Fig. 6 Dependence of surface amplitudes on correlation distance  $c_d$

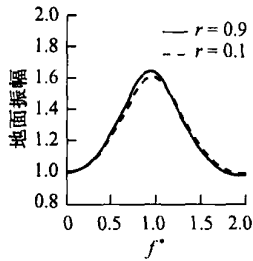


图 7 相关系数  $r$  对地面振幅的影响

Fig. 7 Dependence of surface amplitudes on variation of coefficient  $r$

相关距离增大时,将出现振幅峰值增加,地面固有频率减小的趋势,但其影响还无法估计.为了全面理解相关距离对地面振幅产生影响的机制,有必要对其进一步做详细的研究.相关系数变小时,振幅峰值有减小的趋势.地面振幅减小的趋势可归因于当相关性很小时,阻尼显著增加.相关系数  $|\rho_{ij}| = 0.1$  表明参数间的相关性是很小的(和  $|\rho_{ij}| = 0.9$  相比).考虑到当参数间相关性很小时,波在传播过程中很可能会散射和衰减,所以表面振幅峰值的减小是可以理解的.

### 3 结论

研究表明,孔隙率和孔隙水体积模量的空间变异性是影响土的动力响应的主要因素.孔隙率的空间变异对动力响应的影响主要是由于波产生散射从而增加了土的阻尼,结果导致地面平均振幅峰值的降低.而孔隙水体积模量的空间变异降低了场地的固有频率,同时地面平均振幅峰值有增大的趋势.通过对三种参数的研究分析,发现渗透系数的空间变异对表面振幅几乎没有影响.

考虑孔隙水体积模量变异的合理范围对有液化可能的场地的动力分析有重要意义,尤其是考虑近场地震的时候.

本研究应合乎逻辑地延续扩展到二维甚至三维的场地模型.此外,空间变异性对面波的影响也需要研究.本研究中数值仿真的结果希望能积累更多真实代表场地土特性的相关数据,从而帮助更好地理解对土性质的变异性作简化假定后的结果.

#### 参考文献:

- [ 1 ] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid I and II [ J ] . Journal of Acoustical Society of America, 1956, 28: 168.
- [ 2 ] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media [ J ] . Journal of Applied Physics, 1962, 33 ( 4 ): 1482.
- [ 3 ] Freeze R A. A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media [ J ] . Water Resource Research, 1975, 11(5): 725.
- [ 4 ] Simon B R, Wu J S S, Zienkiewicz O C, et al. Evaluation of  $u-w$  and  $u-\pi$  finite element methods for the dynamic response of saturated porous media using one dimensional models [ J ] . International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1986, 10(5): 461.
- [ 5 ] Vanmarcke E. Random fields [ M ] . Cambridge: MIT Press, 1983.
- [ 6 ] Skempton A W. The pore pressure coefficients A and B [ J ] . Geotechnique, 1954, 4: 143.
- [ 7 ] Kokusho T. Correlation of pore-pressure B-value with P-wave velocity and Poisson's ratio for imperfectly saturated sand or gravel [ J ] . Soils and Foundations, 2000, 40(4): 95.

(编辑:张弘)