

加权特征向量 LS-SVM 在线结构损伤识别

薛松涛^{1,2}, 张茂雨¹, 唐和生¹, 陈 镭¹

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所, 上海 200092

2. 日本近畿大学工学部建筑学科, 日本大阪 577-8502)

摘 要: 在增量式最小二乘支持向量机 (SILS-SVM) 方法的基础上, 提出了加权特征向量最小二乘支持向量机 (WEVLS-SVM) 在线结构损伤识别方法。该方法根据训练数据贡献量的大小对数据进行加权, 从而更适合于对结构的时变参数进行在线识别, 同时较增量式算法有更小的累积误差。以一剪切型结构为例进行了数值模拟, 分析结果表明, 该方法与非加权的 SILS-SVM 方法相比, 能更好地适应系统参数的变化, 从而能很好地识别结构的损伤及其程度。

关键词: 结构损伤检测; 系统识别; 加权特征向量最小二乘支持向量机

中图分类号: TU317; TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 1008-1933(2007)03-0062-05

Online weighted eigenvector LS-SVM for the identification of structural damage

XUE Songtao², ZHANG Maoyu, TANG Hesheng, CHEN Rong

(1. Research Institution of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China

2. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka 577-8502, Japan)

Abstract: This paper presents the online weighted eigenvector Least Square Support Vector Machine (WEVLS-SVM) technique to identify the structural damage based on the sequential incremental Least Square Support Vector Machine (SILS-SVM) technique. This method weights all the measured points according to their contribution so that it is much more suitable for the online identification of time-changed parameters. Furthermore, the proposed method has much less cumulative error. The numerical simulations demonstrate the proposed method adapts well to the change of structural parameters, thereby it can detect the structural damage well.

Key words: identification of structural damage; system identification; weighted eigenvector Least Square Support Vector Machine

0 引 言

在土木工程领域, 对地震作用下动力结构体系的实时识别所做的研究工作主要集中在精确的预测、结构健康监测以及损伤评定。近年来, 基于振动数据的系统识别和损伤检测已取得了大量的研究成果, 但是至今为止, 对于在强烈振动 (如地震荷载) 作用下的结构损伤, 其结构时变参数的在线检测仍然是一项具有挑战性的研究工作。

近来, 最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 技术已被系统估计、函数估计以及非线性系统最佳控制问题所关注^[1-2]。LS-SVM 方法的解可直接从线性方程组求得, 而不需解凸二次方程, 大大简化了问题。但是, 大部分 LS-SVM 方法将所有测量得到的输入

值视为同等重要, 这样在在线识别中夸大了老数据对计算结果的贡献, 而不能突出影响大的新数据点, 因而不适合时变系统识别问题。如果给每个数据点或每个特征向量赋予适当的权值, 可以得到更精确的参数估计。

本文基于在线序贯增量式最小二乘支持向量机 (SILS-SVM) 回归方法^[3,4], 提出了一种加权特征向量 LS-SVM (Weighted Eigenvector LS-SVM, 简称为 WEVLS-SVM) 在线结构损伤识别方法。该方法在每次回归时赋予每个数据点或特征向量适当的权重, 指定其贡献量的大小, 从而减少了累计误差。数值模拟结果表明, 该方法能更加精确地估计结构的参数, 从而识别结构的损伤及其程度。

1 加权特征向量 LS-SVM

1.1 LS-SVM 方法

考虑训练样本 $\{(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)\}_{k=1}^N$, 其中 $\mathbf{x}_k \in R^n$ 为输入, $\mathbf{y}_k \in R$ 为输出, 其回归模型如下:

收稿日期: 2006-10-23

作者简介: 薛松涛 (1963-), 男, 江苏涟水人, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要从事结构健康监测和结构抗震方面的研究。

E-mail: sx577@tj.cn

$$y(x) = w^T \varphi(x) + b \quad (1)$$

式中 函数 $\varphi(x)$ ——特征向量, 将输入数据映射到更高维的特征空间;
 w ——权重向量;
 b ——偏置。

其最优解问题的目标函数为

$$\min_{w, b, \epsilon} J(w, \epsilon) = \frac{C}{2} \sum_{k=1}^N \xi_k + \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (2)$$

约束条件为

$$y_k = w^T \varphi(x_k) + b + \epsilon_k \quad (3)$$

式中 C ——用户定义的调整常数, 用来平衡模型的复杂程度与近似精度;
 ϵ_k ——近似误差。

1.2 WEVLS-SVM方法

LS-SVM方法将所有数据视为同等重要, 从而放大了贡献量小的测量数据点的影响, 降低了贡献大的数据点的影响。为了消除累积误差, 更精确地得到参数估计, 在特征空间中给每个向量引入权重 $\lambda(N, i)$, 即所谓的加权特征向量 LS-SVM方法。 $\lambda(N, i)$ 表示第 N 次回归计算 (此时样本有 N 个数据点) 对第 i 个特征向量的权重值。文献 [5] 证明了在特征空间为每个特征向量引入权重推广内积后, 得到的核函数是允许的核函数, 但权重 $\lambda(N, i)$ 要非负。 $\lambda(N, i)$ 可按指数函数 $q^{(N-i)}$ ($0 < q < 1$) 或幂函数 $\left(\frac{1}{N}\right)^q$ ($q > 1$) 形式取值, 并且在每次回归计算时第 N 个特征向量的权重值 $\lambda(N, N) = 1$, 其他权重 $0 \leq \lambda(N, i) \leq 1$ 。

引入权重后得到一个新的最优解问题:

$$\min_{w, b, \epsilon} J^*(w, \epsilon) = \frac{C}{2} \sum_{k=1}^N \xi_k + \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (4)$$

约束条件为

$$\lambda(N, k) y_k = w^T \lambda(N, k) \varphi(x_k) + b + \epsilon_k \quad (5)$$

$k = 1, 2, \dots, N$

相应的拉格朗日方程为

$$L(w, b, \epsilon, \alpha) = J^*(w, \epsilon) - \sum_{k=1}^N \alpha_k [w^T \lambda(N, k) \varphi(x_k) + b + \epsilon_k - \lambda(N, k) y_k] \quad (6)$$

α_k 为拉格朗日乘子, 最优解的 KKT 条件为:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \rightarrow w = \sum_{k=1}^N \alpha_k \lambda(N, k) \varphi(x_k) \quad (7-a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \epsilon_k} = 0 \rightarrow \alpha_k = C \epsilon_k \quad (7-b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{k=1}^N \alpha_k = 0 \quad (7-c)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_k} = 0 \rightarrow w^T \lambda(N, k) \varphi(x_k) + b + \epsilon_k - \lambda(N, k) y_k = 0 \quad (7-d)$$

其中 $k = 1, 2, \dots, N$ 消去 ϵ_k 和 w 可从下面的线性方程组得到解:

$$A_N \alpha_N = Y_N \quad (8)$$

其中 $A_N = \begin{bmatrix} 0 & \vec{1}^T \\ \vec{1} & \Omega + V_C \end{bmatrix}$, $\alpha_N = \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix}$, $Y_N = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix}$, $V_C = \text{diag}\left\{\frac{1}{C}, \dots, \frac{1}{C}\right\}$, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$, $Y = [\lambda(N, 1) y_1, \lambda(N, 2) y_2, \dots, \lambda(N, N) y_N]^T$, $\vec{1} = [1, 1, \dots, 1]^T$, Ω 服从 Mercer 条件:

$$\Omega_{kl} = K(x_k, x_l) = [\lambda(N, k) \varphi(x_k)]^T [\lambda(N, l) \varphi(x_l)] \quad (9)$$

式中 Ω_{kl} ——矩阵 Ω 中第 k 行第 l 列元素;

$K(\cdot, \cdot)$ ——加权特征向量核函数;

$$k = 1, 2, 3, \dots, N$$

方程 (1) 和方程 (7) 给出了 LS-SVM 模型的最后结果:

$$y(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k K(x_k, x) + b \quad (10)$$

2 剪切型结构参数识别

考虑一个 m 维自由度非线性剪切型结构, 地面激励为加速度 \ddot{x}_g 运动方程为

$$M\ddot{x} + f(\dot{x}, x) = -M\{1\} \ddot{x}_g \quad (11)$$

式中 M —— $m \times m$ 质量矩阵;

x 和 \dot{x} ——相对于地面的位移、速度和加速度向量;

$\{1\}$ ——单位列向量;

f ——恢复力向量, 采用 Bouc-Wen 模型^[6], 第 i 个元素为:

$$f_i = \zeta \ddot{u}_i + k u_i - \alpha_i |u_i| |f|^{n-1} f - \beta_i |u_i| |f|^n \quad (12)$$

$i = 1, 2, \dots, m$

式中 $u_i = x_i - x_{i-1}$, $\ddot{u}_i = \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1}$ 分别为质点 i 与质点 $i-1$ 之间的相对速度和相对加速度; $\zeta, k, \alpha_i, \beta_i$ 和 n 分别为质点 i 的阻尼系数、刚度及非线性参数。如果是考虑结构弹性情况, 取 $\alpha_i = 0, \beta_i = 0$ 。

为了简化符号, 每个量用下标 k 表示时间步, 不再用下标 i 表示第 i 自由度, 也就是说 f 表示第 i 自由度在 k 时刻的恢复力值。式 (1) 中向量 w 定义为 $w = [c, k, \alpha, \beta]^T$ 。根据三阶预测-校正模型^[7], 第 i 自由度在 k 时刻恢复力的增量形式为

$$\hat{f}_k = \hat{f}_{k-1} + (\Delta t/12)(5\dot{f}_k + 8\dot{f}_{k-1} - \dot{f}_{k-2}) \quad (13)$$

式中 Δ 表示采样时间间隔。测量值 y_k 可定义如下:

$$y_k = \hat{f}_k - \hat{f}_{k-1} \quad (14)$$

观测矩阵 H_k 定义为

$$H_k = \Delta D \begin{bmatrix} \ddot{u}_k & \dot{u}_k & R_k & S_k \\ \ddot{u}_{k-1} & \dot{u}_{k-1} & R_{k-1} & S_{k-1} \\ \ddot{u}_{k-2} & \dot{u}_{k-2} & R_{k-2} & S_{k-2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中 $D = \frac{1}{12} [5 \ 8 \ -1]$, $R_k = -|u_k| |f|^{n-1} f$, $S_k = -\mu_k |f|^{n-1}$ 。取特征向量 $\varphi(x_k) = H_k^T$, 则加权特征向量核函数为

$$\begin{aligned} \Omega_{kl} &= K(x_k, x_l) \\ &= [\lambda(N_k)\varphi(x_k)]^T [\lambda(N_l)\varphi(x_l)] \\ &= \lambda(N_k)H_k \lambda(N_l)H_l^T \end{aligned} \quad (16)$$

通过解方程 (8) 得到支持向量值 α_k , 从而得到结构系统参数:

$$w = [c \ k \ \alpha \ \beta]^T = \sum_{k=1}^N \alpha_k \lambda(N_l) H_k^T \quad (17)$$

3 算例分析

3.1 单自由度结构

考虑单自由度剪切型结构承受地震作用下的情况。荷载激励采用 El Centro 波, 最大加速度峰值为 205.02 g 。结构反应采样时间间隔为 0.02 s。计算时取地震波前 800 个时间步, 即 16 s 时间。结构初始系统参数为 $m=100 \text{ kg}$, $k=72 \text{ kN/m}$, $c=0.07 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 。非线性参数为 $\alpha=2$, $\beta=1$, $n=2$ 。在回归计算时取 $C=10$ 权重 $\lambda(N_l)$ 按指数形式 $q^{(N_l)}$ 取值, 其中 $q=0.98$ 。用 SILS-SVM 和本文提出的 WEVLS-SVM 2 种方法识别结构系统参数并作比较 (注: 下面图表中未加权指前者, 加权指后者)。

首先分析参数不变结构系统, 在地震荷载作用下, 该结构体系处于弹性状态。图 1~4 为该系统的参数识别结果及 2 种方法的比较结果。

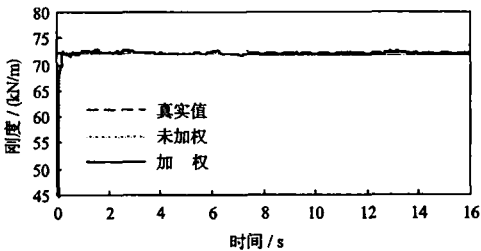


图 1 刚度不变情况下结构刚度识别结果对比
Fig 1 Compare of identified parameter k with constant stiffness

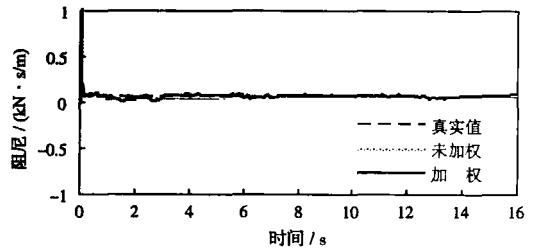


图 2 刚度不变情况下结构阻尼系数识别结果对比
Fig 2 Compare of identified parameter c with constant stiffness

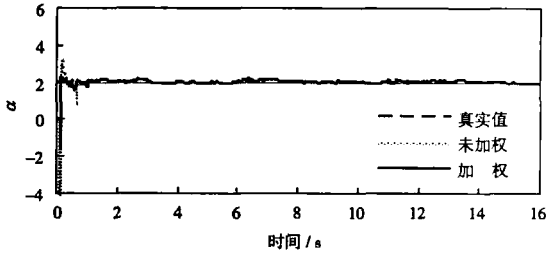


图 3 刚度不变情况下参数 alpha 识别结果对比
Fig 3 Compare of identified parameter alpha with constant stiffness

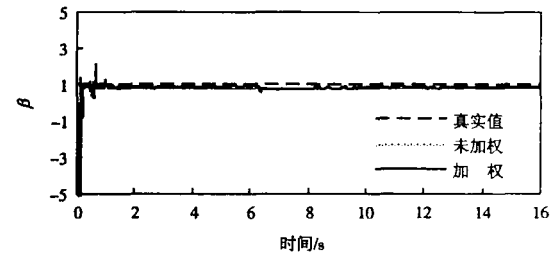


图 4 刚度不变情况下参数 beta 识别结果对比
Fig 4 Compare of identified parameter beta with constant stiffness

采用均方根误差与真实值的比值评价结构参数识别性能, 即 $E = [\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i})^2]^{1/2}$, 其中 y 为识别值; \hat{y} 为真实值。计算时, 去掉前 20 个误差较大的数据, 比较结果如表 1 所示。

表 1 单自由度结构参数识别性能比较
Table 1 Compare of identified parameters of SDOF structure

均方根误差	刚度不变		刚度突变	
	未加权	加权	未加权	加权
E_k	0.0030	0.0034	0.2003	0.0531
E_c	0.0383	0.0153	0.2123	0.1262
E_α	0.0436	0.0422	0.1475	0.0657
E_β	0.1276	0.1439	0.2835	0.1575

注: 其中 E_k , E_c , E_α , E_β 分别为刚度、阻尼系数以及非线性系数 α , β 的均方根误差与真实值的比值。

从图 1~4 和表 1 可以看出, 在结构参数不变的情况下, 2 种方法识别的结果都和实际值非常吻合,

其误差都非常小, 识别性能区别不大。可见, 该 2 种方法对参数不变系统都有良好的识别效果。

接下来分析系统时变参数的识别问题, 即结构在线损伤识别问题。结构初始参数同上例, 假定在第 400 个时间步 ($t=8$ s) 时刚度突变为 50.4 kN/m 其他参数不变化。图 5~8 为 2 种方法的识别结果以及和真实值的对比结果, 识别性能如表 1 所示。

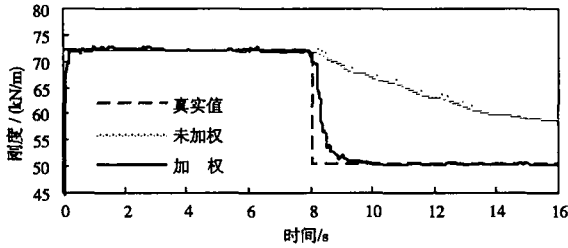


图 5 刚度突变情况下结构刚度识别结果对比
Fig. 5 Compare of identified parameter k with abruptly changed stiffness

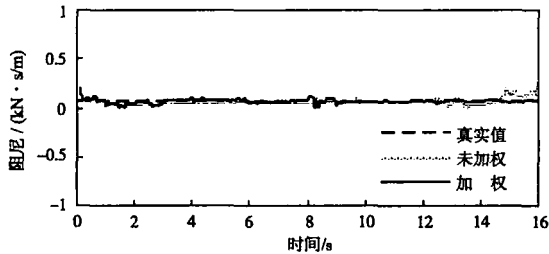


图 6 刚度突变情况下结构阻尼系数识别结果对比
Fig. 6 Compare of identified parameter c with abruptly changed stiffness

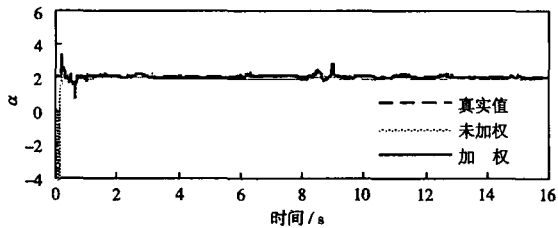


图 7 刚度突变情况下参数 α 识别结果对比
Fig. 7 Compare of identified parameter α with abruptly changed stiffness

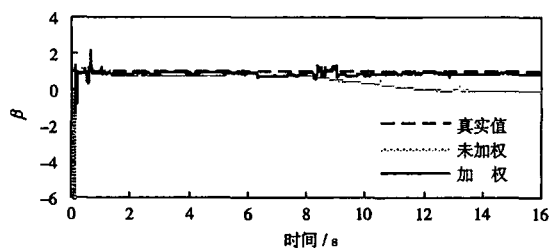


图 8 刚度突变情况下参数 β 识别结果对比
Fig. 8 Compare of identified parameter β with abruptly changed stiffness

从上面图和表可以看出, 2 种方法对非时变参数的识别结果区别不大, 都有良好的识别效果, 但对时变参数的识别就存在很大的差别。如图 5 所示, SILS-SVM 方法不能很好地适应系统参数随时间的变化; 而本文提出的 WEVLS-SVM 能较好地适应时变参数的识别, 虽然识别结果存在微小的滞后, 但不影响识别结果的精度, 识别误差显著小于前者。

3.2 多自由度结构

考虑双自由度剪切型结构承受地震作用下的情况, 地震荷载与单自由度情况相同。结构初始系统参数为 $m_1 = m_2 = 100 \text{ kg}$, $\zeta = \zeta_2 = 3 \text{ kN}$, γm_1 , $k_1 = k_2 = 72 \text{ kN/m}$; 非线性参数为 $\alpha_1 = 3$, $\beta = 2$, $\eta_1 = \eta_2 = 3$ 。假定第 2 层一直处于弹性阶段, 所以 $\alpha_2 = 0$, $\beta_2 = 0$ 。取 $C=10$ 权重 $\lambda(N)$ 同上例。

假定该结构在第 1 层发生结构损伤, 损伤情况为刚度和阻尼系数在第 300 个时间步 ($t=6$ s) 和第 500 个时间步 ($t=10$ s) 之间随时间线性变化, 在 $t=10$ 时, 刚度减小为 47 kN/m , 阻尼系数增大为 4 kN , α , β 在 $t=6$ 时突变为 $\alpha_1 = 2$, $\beta_1 = 1$ 。第 2 层处于弹性状态, 不发生损伤, 结构参数不变。本例中不对该层的非线性参数 α , β 进行识别。图 9~14 为 2 种方法的识别结果以及和真实值的对比结果, 识别性能如表 2 所示。

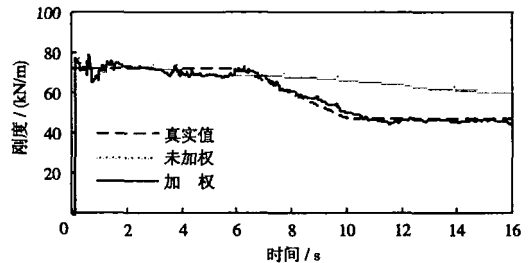


图 9 第 1 层刚度 (缓变) 识别结果对比
Fig. 9 Compare of identified parameter k of the 1st story with changed parameters

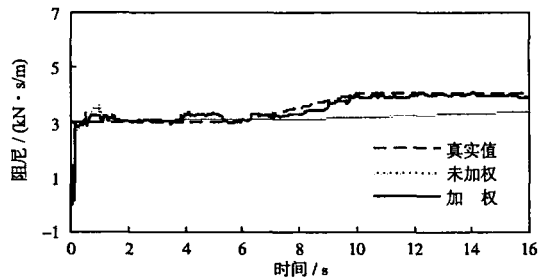


图 10 第 1 层阻尼系数 (缓变) 识别结果对比
Fig. 10 Compare of identified parameter c of the 1st story with changed parameters

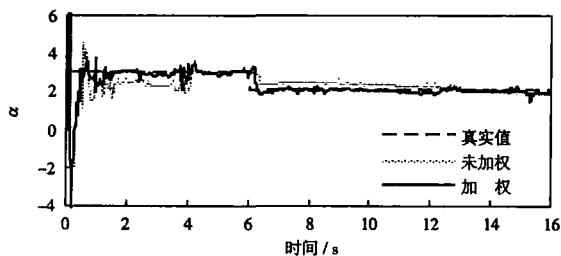


图 11 第 1 层非线性参数 α 识别结果对比
 Fig 11 Compare of identified parameter α of the 1st story with changed parameters

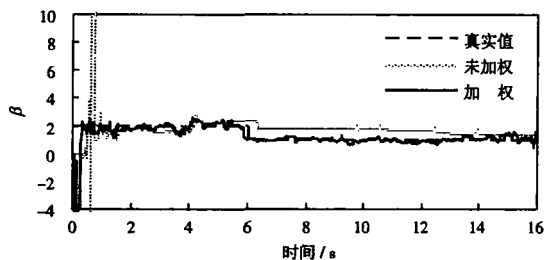


图 12 第 1 层非线性参数 β 识别结果对比
 Fig 12 Compare of identified parameter β of the 1st story with changed parameters

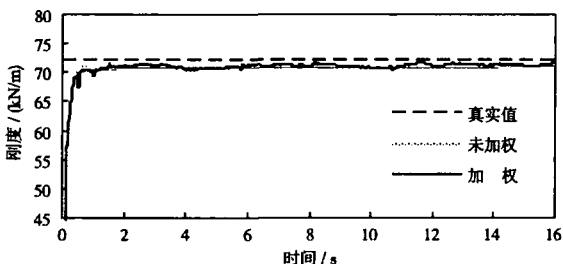


图 13 第 2 层刚度 (不变) 识别结果对比
 Fig 13 Compare of identified parameter k of the 2nd story with constant parameters

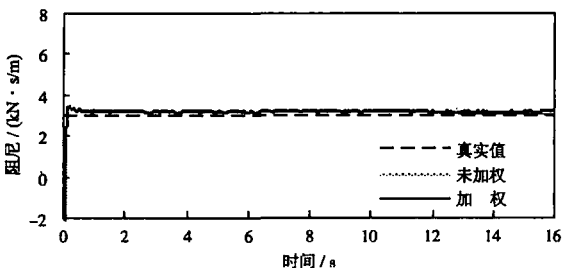


图 14 第 2 层阻尼系数 (不变) 识别结果对比
 Fig 14 Compare of identified parameter c of the 2nd story with constant parameter

以上结果与单自由度情况类似, 在参数不变的情况下, 2 种方法都有很好的识别效果, 误差都很小; 对于时变参数的识别, 如图 9 10 11 和 12 所示, WEVLS-SVM 方法显著优于 SILS-SVM 方法。在参数发生变化时, 采用 SILS-SVM 方法识别会失真, 而 WEVLS-SVM 方法能和实际值较好地吻合。

表 2 双自由度结构参数识别性能比较

Table 2 Compare of identified parameters of 2-DOF structure

均方根误差	第 1 层 (刚度和阻尼系数线性变化)		第 2 层 (结构参数不变)	
	未加权	加权	未加权	加权
E_k	0.2396	0.0371	0.0168	0.0178
E_c	0.1230	0.0400	0.0643	0.0649
E_α	0.3655	0.1001	/	/
E_β	0.5214	0.1690	/	/

此外可以发现, 虽然 WEVLS-SVM 方法识别结果跟真实值拟合得更好, 误差显著小于 SILS-SVM 方法, 但该方法识别的非线性参数 α β 的结果, 其振荡性相对来说增大了。

4 结 论

目前, 结构损伤识别的方法众多, 有些方法对非时变参数有很好的识别能力, 但对于在强烈振动荷载作用下的结构损伤, 其结构时变参数的在线识别就显示出了缺陷。因此, 对时变参数在线识别方法的研究仍是一项有意义的工作。

本文在增量式 LS-SVM 算法的基础上, 提出了加权特征向量 LS-SVM (WEVLS-SVM) 方法, 用来在线识别结构时变参数及结构损伤引起的变化。该方法通过对数据加权, 减小了过时的、对计算贡献小的数据的影响量, 从而减小了增量式算法中的累积误差, 能准确地识别出结构的参数变化。数值模拟结果表明了该方法的有效性, 与非加权的增量式 LS-SVM 算法相比, 更适用于系统参数发生突变或缓变的在线识别问题, 能很好地识别结构的损伤及其程度。

参 考 文 献:

- [1] Suykens JAK, De Brabanter J, Lukas L, Vandewalle J. Weighted least squares support vector machines: robustness and sparse approximation [J]. *Neurocomputing* 2002, 48(1-4): 85-105.
- [2] Suykens JAK. Support vector machines: a nonlinear modeling and control perspective [J]. *European Journal of Control: Special Issue on fundamental issues in control* 2001, 7(2-3): 311-327.
- [3] Xiao R, Wang J, Zhang F. An approach to incremental SVM learning algorithm [G]. *Proc. The 12th International Conference on Tools with Artificial Intelligence* 2000: 268-273.
- [4] 晋 侃. 结构损伤检测的最小二乘支持向量机回归方法研究 [R]. 上海: 同济大学, 2006: 29-33.
- [5] Neljo Cristianini, John Shawe-Taylor 李国正, 等译. 支持向量机导论 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 30-32.
- [6] Wen Y K. Method for random vibration of hysteretic systems [J]. *Proceedings of ASCE: Journal of Engineering Mechanics* 1976, 102: 249-263.
- [7] Lin JW, Ramon do B, Smyth AW, Longman RW. Online identification of nonlinear hysteretic structural systems using a variable trace approach [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2001, 30(9): 1279-1303.