DOI: 10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2008.03.021
第 28卷第 3期 振动、测试与诊断 Vol. 28 No. 3
2008年 9月 Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis Sep. 2008

基于自适应粒子滤波的结构损伤识别*

唐和生[1] 张 伟[1] 陈 镕[1] 薛松涛[1,2] 杨晓楠[1]
([1] 同济大学结构工程与防灾研究所 上海, 200092) ([2] 日本近畿大学理工学部建筑学科 大阪, 577-8502)

摘要 为了解决传统粒子滤波方法粒子数量的选取较难确定的问题,提出一种非平稳动力系统突变参数识别的自适应粒子滤波方法(简称 APF方法)。该方法利用系统后验概率密度与当前粒子集概率密度的 K-L距离,自适应地更新采样粒子数量,在大幅降低识别过程中计算量的同时,不影响识别精度,使之更适合进行在线的结构系统参数识别。数值仿真结果发现,该方法的系统识别时间仅为传统粒子滤波方法的 1/4,这证明了该方法在结构损伤在线识别中的有效性。

关键词 结构损伤识别 粒子滤波 K-L距离 自适应
中图分类号 TU937.2 TP274.2

引 言

大型工程结构会在使用过程中因为构件老化、超出临界荷载或地震和飓风偶然作用等因素的影响,产生损伤甚至失效,因此土木工程领域的结构损伤识别尤为重要[1]。随着计算机技术的发展,基于蒙特卡罗方法和贝叶斯统计的系统识别方法得到了众多研究人员的青睐[2-3]。根据贝叶斯统计学的观点,随机结构系统识别可看作是一个贝叶斯滤波过程:根据结构初始状态先验估计和观测序列,利用贝叶斯推理来估计结构系统的当前状态(隐藏的系统状态或系统参数)。目前,应用基于贝叶斯估计与蒙特卡罗方法的粒子滤波方法进行结构系统识别是一个热点[4-6],即在非线性非高斯滤波问题中,采用蒙特卡罗重新抽样和贝叶斯推理的数值方法可以以任意精度来近似估计系统状态的后验概率密度。由于粒子滤波十分容易实行与调节,所以它成为信号过程处理中一个有力的工具[3-5],在结构参数估计方面有成功的应用[7]。

在传统的粒子滤波方法中,抽样粒子数量的多少直接决定了系统的识别精度[4]。抽样粒子数量越大,系统的识别精度越高,但是这样会造成计算量庞大,不得不降低分析观测数据的规模以适应系统识别的实时性,导致一些重要的观测数据被忽略掉了,不利于进行实时在线的结构损伤监测。为克服上述缺点,一种解决方法是直接选取粒子权值大于设定阈值的粒子,滤掉权值小的粒子,但是由于系统的随机性质,该方法中阈值的选取十分困难,并且后验概率分布是多峰值分布,会使大量有效粒子被同时滤掉,造成识别过程不收敛[6]。利用系统后验概率密度与当前粒子集概率密度的 K-L距离来更新采样粒子的数量,可以大大降低识别过程的计算量,同时保证识别过程收敛[8]。

本文提出基于 K-L距离采样的自适应粒子滤波方法(Adaptive Particle Filtering,简称 APF方法)进行结构损伤在线识别,其主要思想就是利用系统后验概率密度与当前粒子集概率密度的 K-L距离来更新采样粒子的数量,有效降低系统的计算量,提高系统识别的效率。因此,APF方法在动态系统估计中具有较好的时域跟踪能力。数值模拟结果证明,APF方法较传统的粒子滤波方法具有更好的在线系统损伤识别能力。

1 粒子滤波方法

随机系统的贝叶斯滤波是根据系统观测以及先验概率来计算状态向量的后验概率密度。考虑离散

* 国家自然科学基金资助项目(编号: 50708076);教育部留学回国人员科研启动基金资助项目。
收稿日期: 2007-11-05;修改稿收到日期: 2008-01-05

随机系统模型的系统状态方程为

$$x_k = f(x_{k-1}, v_{k-1}) \tag{1}$$

$$z_k = h(x_k, n_k) \tag{2}$$

其中: $\{x_k, k \in N\}$为系统在时间点k处的状态向量,则x_{k-1}为系统在时间点$k-1$处的状态向量;f: $R^{n_x} \times R^{n_v} \to R^{n_x}$,$h$: $R^{n_x} \times R^{n_n} \to R^{n_z}$分别为系统状态和观测方程;$R$为实数域;$\{v_{k-1}, k \in N\}$,$\{n_k, k \in N\}$分别为过程和观测噪声序列;$n_x$,$n_v$和$n_z$分别为状态向量$x_k$、过程噪声$v_k$和观测向量$z_k$的维数。

在时域过程中,贝叶斯滤波估计的目的就是基于测量信号集$z_{1:k} = \{z_i\}_{i=1}^{k}$寻找状态向量$x_k$的概率估计,其目标是要在时域上回归估计状态向量$x_k$的后验概率密度$p(x_k | z_{1:k})$。假定系统模型为初始分布,服从$p(x_0 | z_0) = p(x_0)$的一阶马尔可夫过程,同时测量信号与状态条件独立。如果$p(x_{k-1} | z_{1:k-1})$在时间点$k-1$可知,系统模型(1)的状态在时间点k的前验概率$p(x_k | z_{1:k-1})$可由Chapman-Kolmogorov方程给出

$$p(x_k | z_{1:k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) \mathrm{d}x_{k-1} \tag{3}$$

其中:系统状态演化的过渡概率模型$p(x_k | x_{k-1})$由系统模型(1)和已知的v_k统计特性给出。

在离散时间点k处,测量观测信号z_k已知,且与状态是条件独立的,利用式(3),系统状态x_k的后验概率密度可以通过贝叶斯法则实现

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} \tag{4}$$

其中

$$p(z_k | z_{1:k-1}) = \int p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1}) \mathrm{d}x_k \tag{5}$$

似然概率$p(z_k | x_k)$由系统测量模型(2)和已知n_k的统计特性给出。

可以看出,随机系统的贝叶斯滤波估计过程涉及到多维概率函数的积分问题。在线性高斯模型中,回归积分用有限维数解析表示,从而得到卡尔曼滤波回归解析解。通常来说,后验密度的回归传播只是一个数学概念解,对于非线性非高斯模型来说,是不能得到像线性高斯模型中卡尔曼滤波回归那样的解析解的。近年来,基于数理统计学的数值模拟(序贯蒙特卡罗方法,通常也叫作粒子滤波法)来进行数值积分的逼近方法发展迅速,在处理多维非线性非高斯模型问题中得到广泛的应用[1,3-4]。

在应用蒙特卡罗数值模拟方法计算复杂系统的后验概率密度过程中,使用粒子滤波对解决回归贝叶斯滤波是一个有效的方法。其主要思想就是用一组具有权值的随机抽样点来表示后验密度函数,同时基于这些权值与抽样点进行状态估计。由于抽样点数目非常庞大,蒙特卡罗描述则与后验概率密度描述等同,从而使粒子滤波达到贝叶斯优化滤波的目的,这样就可以避免了多维概率函数积分遇到的难题。

由于不能从未知的后验概率密度函数直接抽样进行蒙特卡罗数值模拟计算,因此必须引入一个任意的重要性分布$\pi(x_k | z_{1:k}) > 0$,对任意的$p(x_k | z_{1:k}) > 0$,可以容易进行抽样,即所谓的重要抽样问题。如果随机粒子$\{(x_k^{(i)})\}_{i=1}^{N}$分布服从$\pi(x_k | z_{1:k})$,则后验密度$p(x_k | z_{1:k})$在时间$k$的近似蒙特卡罗估计由下式给出

$$p(x_k | z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N} \overline{w}_k^{(i)} \delta(x_k - x_k^{(i)}) \tag{6}$$

其中:$\delta(\cdot)$为Dirac's delta函数。

归一化重要性权值$\overline{w}_k^{(i)}$定义为

$$\overline{w}_k^{(i)} = \frac{w_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^{N} w_k^{(j)}} \tag{7}$$

重要性权值$w_k^{(i)}$定义为

$$w_k^{(i)} \propto \frac{p(x_k^{(i)} | z_{1:k})}{\pi(x_k^{(i)} | z_{1:k})} \tag{8}$$

为了序贯实现重要性权值,可以采用重要性分布函数,有下列分解模式

$$\pi(x_k | z_{1:k}) = \pi(x_{k-1} | z_{1:k-1}) \pi(x_k | x_{k-1}, z_{1:k}) \tag{9}$$

根据式(9)重写式(8),得到重要性权值的序贯实现为

$$\begin{aligned} w_k^{(i)} &= \frac{p(x_k^{(i)} | z_{1:k})}{\pi(x_k^{(i)} | z_{1:k})} \propto \\ &\frac{p(z_k | x_k^{(i)}) p(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}) p(x_{k-1}^{(i)} | z_{1:k-1})}{\pi(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_{1:k}) \pi(x_{k-1}^{(i)} | z_{1:k-1})} = \\ &w_{k-1}^{(i)} \frac{p(z_k | x_k^{(i)}) p(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}{\pi(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_{1:k})} \end{aligned} \tag{10}$$

在重要抽样算法中,重要密度分布函数的选择方法常常因问题而异。传统方法通常采取系统的过渡概率密度函数作为重要性密度分布函数。虽然不能达到优化的目的,但其容易执行,所以还是被很多研究人员采用[2-3]。对于这种特殊重要性密度分布函数的选择,得到简单的重要性权值序贯实现为

$$w_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} p(z_k | x_k^{(i)}) \tag{11}$$

过渡概率密度函数抽样方法的优点是重要性权值容易计算且抽样方法简单,因此被广泛应用。

2 基于 K-L距离的自适应粒子滤波

K-L距离是用来衡量两个概率分布之间误差大小的一个数值,它是一个无量纲。两个概率分布 p 和 q 之间误差的 K-L距离表示为

$$K(p,q)=\sum_x p(x)\log\frac{p(x)}{q(x)} \tag{12}$$

由式(12)看出,K-L距离的值是非负的,当且仅当两个概率分布完全相等时,K-L距离为 0。

在粒子滤波中,首先要决定采样粒子数量,这对逼近任意离散的概率分布有重要的影响。下面给出了将 K-L距离加入传统粒子滤波中的基本推理过程。

假定 n 个粒子是从离散分布中的 k 个不同子空间采样得出,向量 $\overline{\boldsymbol{X}}=(X_1,\cdots,X_k)$ 表示从不同子空间得出的粒子数数量,$\overline{\boldsymbol{X}}$ 服从多峰值分布,如 $\overline{\boldsymbol{X}}\sim$ Multinomial(n,p)。令 $p=p_1,\cdots,p_n$,为每个子空间的真实概率,则 n 个采样粒子的极大似然估计值 $\overline{p}$ 由式 $\hat{p}=n^{-1}\overline{\boldsymbol{X}}$ 得出。似然率统计量 λ_n 的对数值为

$$\log\lambda_n=\sum_{j=1}^{k}X_j\log\left(\frac{\hat{p}_j}{p_j}\right) \tag{13}$$

由于 X_j 等同于 $n\hat{p}_j$,则有

$$\log\lambda_n=n\sum_{j=1}^{k}\hat{p}_j\log\left(\frac{\hat{p}_j}{p_j}\right) \tag{14}$$

根据式(12)与式(14),得出 $\log\lambda_n=nK(\hat{p},p)$,似然率 λ_n 服从 i^2_{k-1} 分布

$$2\log\lambda_n\to_d i^2_{k-1}\quad(n\to\infty) \tag{15}$$

令 $P_p(K(\hat{p},p)\leqslant X)$ 表示真实分布与基于采样的极大似然估计的 K-L距离小于等于 X的概率(定义 p 为真实分布),则采样数量与概率 $P_p(K(\hat{p},p)\leqslant X)$ 的关系有如下推导

$$\begin{aligned}P_p(K(\hat{p},p)\leqslant X)&=P_p(2nK(\hat{p},p)\leqslant 2nX)=\\&P_p(2\log\lambda_n\leqslant 2nX)\cong\\&P_p(i^2_{k-1}\leqslant 2nX)\end{aligned} \tag{16}$$

由于 i^2_{k-1} 分布的分位数由下式给出

$$P_p(i^2_{k-1}\leqslant i^2_{k-1,1-W})=1-W \tag{17}$$

当选取 $2nX$ 等于 $i^2_{k-1,1-W}$,由式(16),(17)得出

$$P_p(K(\hat{p},p)\leqslant X)=1-W \tag{18}$$

选择采样粒子数

$$n=\frac{1}{2X}i^2_{k-1,1-W} \tag{19}$$

则保证真实分布与基于采样的极大似然估计的 K-L距离小于 X的概率为 1-W。为了用式(19)决定 n 的值,需要计算 i^2_{k-1} 分布的分位数。

通过 Wilson-Hilferty变换[8],得到 n 值服从

$$n=\frac{1}{2X}i^2_{k-1,1-W}\cong\frac{k-1}{2X}\left[1-\frac{2}{9(k-1)}+\sqrt{\frac{2}{9(k-1)}}z_{1-W}\right]^3 \tag{20}$$

其中:z_{1-W} 为保证概率为 1-W的标准正态分布上分位数。由式(20)可见,当系统真实的后验概率分布与采样粒子集概率分布的 K-L距离小于阈值 X的置信度为 1-W时,系统采样粒子数量为 n。

3 结构损伤识别

本文采用 APF算法对一多自由度剪切结构模型受地震作用下的影响进行了数值模拟研究,如图 1所示。计算硬件条件 CPU为 P4-1.8 GHz,内存为 512 M。不失一般性,考虑第 i 个自由度的情况,令系统的

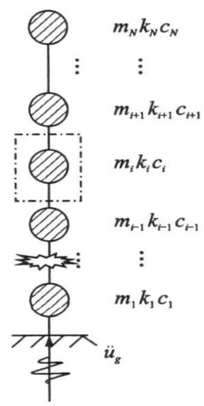

图 1 N-自由度剪切结构

状态变量 $\boldsymbol{x}_k=[k_{i+1}\ c_{i+1}\ k_i\ c_i]^{\mathrm{T}}_k$ 为未知参数,c_i 和 k_i 分别为第 i 自由度的阻尼和刚度,则系统状态方程为

$$\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{x}_k \tag{21}$$

由于识别结构系统的加速度、速度或位移可以测量,则观测方程为

$$z_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{n}_k \tag{22}$$

其中:$\boldsymbol{H}_k=[(u_{i+1}-u_i)\ (\dot{u}_{i+1}-\dot{u}_i)\ (u_{i-1}-u_i)\ (\dot{u}_{i-1}-\dot{u}_i)]_k$ 为观测矩阵;$z_k=m_i(\ddot{u}_i+\ddot{u}_g)$ 为观测值;m_i 为第 i 自由度的质量;u_i,$\dot{u}_i$ 和 $\ddot{u}_i$ 分别为第 i 自由度的相对地面位移、速度和加速度;$\ddot{u}_g$ 为地面加速度。

通过结合结构系统的激励输入和测量观测信号，采用 APF算法对结构系统状态向量进行瞬时估计。不失一般性，考虑一个 3自由度剪切结构受地震作用的损伤识别。激励采用 El-Centro(NS, 1940)地震波，修正最大振幅为 25 cm/s^2，结构反应时域采样间隔为 0.02 s。结构参数值定义如下：m_i = 125.53 kg，c_i = 0.7 (kN·s)/m，k_i = 24.5 kN/m (i = 1, 2, 3)。为证明 APF方法有很好的结构系统动力特性在线跟踪能力，假定损伤发生在结构第 2层，在时间 t = 15 s以后结构刚度从 24.5 kN/m降到 19.6 kN/m，而结构阻尼从 0.7 kN·s/m升至 1.05 kN·s/m)，结构参数的初始值服从 $\boldsymbol{x} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{x}_0, e^2)$，系统噪声与观测噪声如下

$$\boldsymbol{v}_k \sim N(0, \boldsymbol{Q}_k); \boldsymbol{n}_k \sim N(0, \boldsymbol{R}_k) \quad (23)$$

其中：$\boldsymbol{Q}_k$ = diag(0.245^2, 0.007^2, 0.245^2, 0.007^2)；$\boldsymbol{R}_k$ = 0.025。

图 2为采用传统粒子滤波算法，当粒子数量为 10 000时第 2层结构系统参数 (刚度与阻尼)的均值时域估计。该方法粒子数量在识别过程中是不变的，识别过程耗时为 24.9 s。

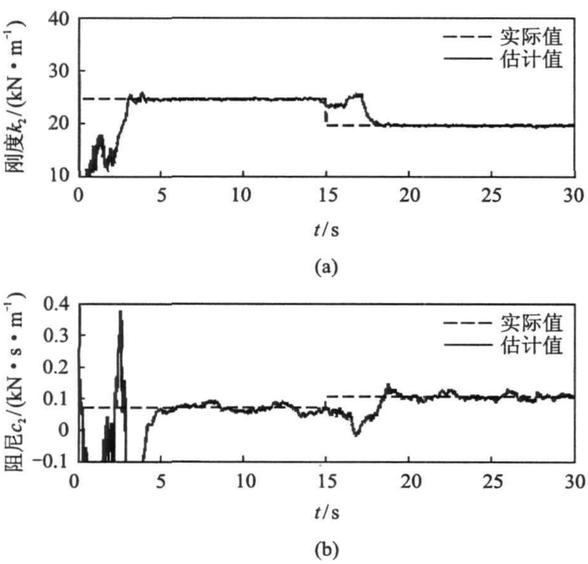

图 2 传统粒子滤波方法第 2层识别结果

图 3为采用自适应粒子滤波算法，初始抽样粒子数量为10 000时结构系统参数 (刚度与阻尼)的均值时域估计。该方法粒子数量在识别过程中按照式 (22)更新，参数 X为 0.005，置信度 1− W为 95%。图 4为第 2层结构识别过程中粒子数量即时更新的数量图，识别过程耗时 6.5 s。可见，APF方法可成功追踪系统参数突变，由图 4可知，系统粒子数量在识别过程中大大降低，稳定在 2 500个附近，因此计算量也随之减少。

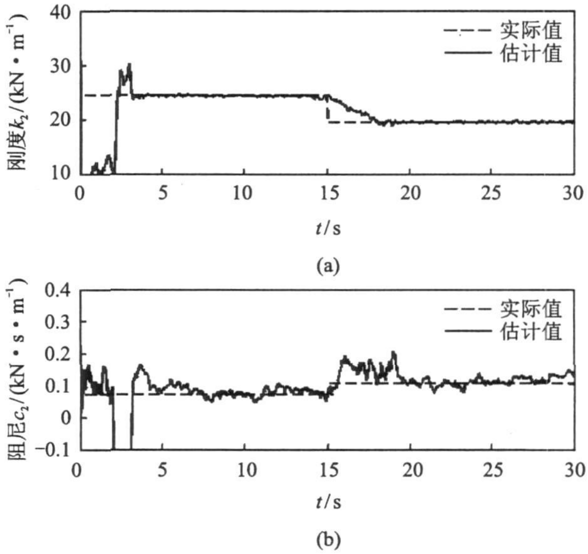

图 3 用 APF方法的第 2层识别结果

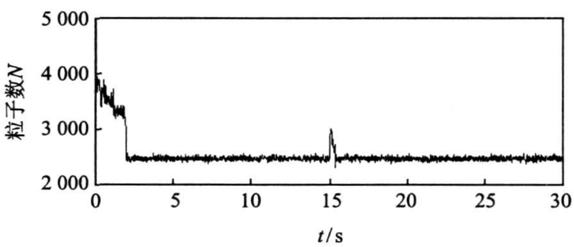

图 4 采用 K-L距离更新抽样粒子数量随时间变化

图 5为采用自适应粒子滤波算法，参数 X为 0.005，置信度 1− W增加为 99%时的识别结果，识

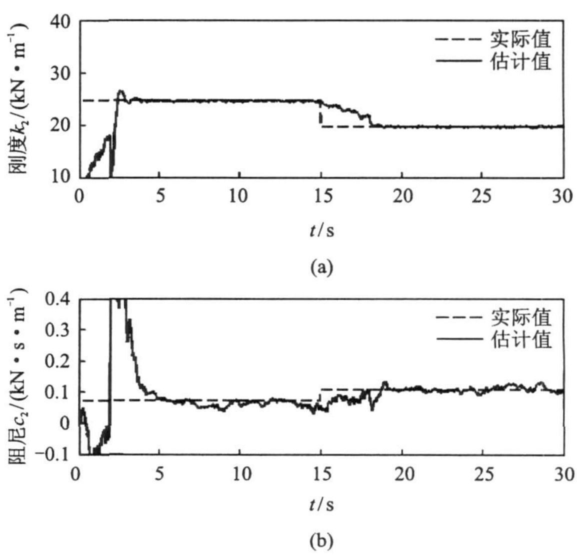

图 5 APF方法第 2层识别结果 (抽样粒子数 10 000)

别过程耗时 11.8 s。

图 6为第 2层结构识别过程中粒子数量即时更新的数量图。与图 4相比,粒子数量有较大提高,稳定在 4 000个左右。

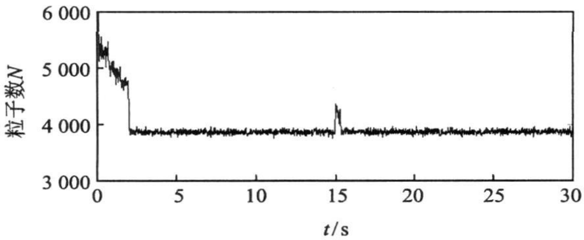

图 6 采用 K-L距离更新抽样粒子数量随时间变化

可以看出: APF方法在追踪系统参数突变的能力上基本与传统粒子滤波方法相当。但是, APF方法在置信度为 95% 时的识别过程时间仅是传统粒子滤波方法的 1/4左右,大大降低了识别时间。同时,当提高置信度时, APF方法的识别过程时间也会提高,符合理论分析结果,置信度在实际应用中可按照需要调整。

4 结 论

自适应粒子滤波算法可在结构识别过程中即时更新采样粒子的数量。与传统粒子滤波方法相比, APF方法在满足计算精度的基础上大大降低了识别过程的计算量 (同样粒子初值降低计算时间 3/4左右),同时可使观测数据的利用率有很大的提高。因此,该方法具有较强的时域在线识别能力,比传统的粒子滤波方法更适合进行非平稳动力系统的参数识别。

参 考 文 献

[1] Feng Xin, Li Guoqiang, Zhou Jing. State-of-the-art of statistical identification for structural health diagnosis in civil engineering [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 25(2): 105-113.

[2] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. IEE Proc Part F Radar Signal Process, 1993, 140(2): 107-113. (in Chinese)

[3] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. IEEE Trans Signal Process, 2002, 50(2): 174-188.

[4] Doucet A, Godsill S, Andrieu C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering [J]. Statistics and Computing, 2000, 10: 197-208.

[5] Doucet J F G. de Freitas, Gordon N J. An introduction to sequential Monte Carlo methods [M]. New York: Springer-Verlag, 2001.

[6] Beadle E R, Djuric P M. A fast-weighted Bayesian bootstrap filter for nonlinear model state estimation [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 1997, 33(1): 338-343.

[7] Yang J N, Lin S. On-line identification of non-linear hysteretic structures using an adaptive tracking technique [J]. Int J Non-Linear Mech, 2004, 39(9): 1 481-1 491.

[8] Dieter F. Adapting the sample size in particle filters through KLD-sampling [J]. Int J Robot Res, 2003, 22(12): 985-1 003.

第一作者简介: 唐和生 男, 1973年 10月生,博士。主要从事系统识别和结构健康监测方面的研究。曾发表“H-infinity Filtering in Neural Network Training and Pruning with Application to System Identification”《Journal of Computing in Civil Engineering》2007年第 21卷第 1期)等论文。
E-mail: thstj@mail.tongji.edu.cn

(LMI) aprroach were designed. This process was proved to be feasible by the example of an intelligent cantilever plate.

Keywords intelligent plate H_∞ vibration control linear matrix inequality state feedback controller

Stability of Milling System with Variable Radial Depth of Cut Considering Runout Effect

Song Qinghua Ai Xing Wan Yi Tang Weixiao
(School of Mechanical Engineering, Shandong University Jinan, 250061, China)

Abstract A dynamic model of a milling system with variable radial depth of cut was proposed, which was a periodic equation, including the effect of runout. The semi-discretization method was used to fit the stability limit of the milling system. The results show that with the increase of radial depth of cut, the stable axial depth of cut decrease rapidly at first, and then keep constant after about 20% radial immersion. For the processing of variable radial depth of cut, under conditions of this study, the axial depth of cut should select its stability limits corresponding to radial cut with less than 20% immersion to ensure the stability of milling processes. The analytical results are validated by milling experiments.

Keywords variable radial depth of cut chatter runout stability material removal rate

Structural Damage Identification Method Based on Adaptive Particle Filtering

Tang Hesheng[1] *Zhang Wei*[1] *Chen Rong*[1] *Xue Songtao*[1,2] *Yang Xiaonan*[1]
([1] Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University Shanghai, 200092, China)
([2] Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University Osaka, 577-8802, Japan)

Abstract For conventional particle filters the sample size is rather hard to determine for identifying a non-stationary dynamic system with abrupt changes in system parameters. To solve this problem, an adaptive particle filtering (APF) method was proposed. In the APF, the sampling size was updated according to the K-L distance between the system posterior probability density and current probability density of sampling particles set, which decreased the computational load but did not affect its precision in the system identification process. Hence it would be more suitable for online tracking in structural parametric identification. Numerical simulation results show that the identification time required by APF is only a quarter of that by the conventional one, which proves the effectiveness of the proposed method in the online structural damage identification.

Keywords structural damage identification particle filtering K-L distance adaptive

Application of Hilbert-Huang Transform to Arrival Time Extraction of Multi-Mode Lamb Waves

Zhang Haiyan Fan Shixuan Lü Donghui
(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University Shanghai, 200072, China)

Abstract According to the advantage of precise time resolution in Hilbert-Huang transform (HHT) and the characteristic of multi-mode Lamb waves, the HHT method was applied to arrival time extraction of complex waveforms in Lamb wave tomography. First, the original signals were decomposed into intrinsic mode functions (IMF) by performing empirical mode decomposition (EMD), then the Hilbert transform was performed to the IMF, and the resulted peak values of the envelope were used as the arrival time of