

组合参数的支持向量机在结构损伤识别中的应用

龚治国¹ 朱雷¹ 朱春明¹ 唐和生²

(1 上海市建筑科学研究院(集团)有限公司, 上海 200032 2 同济大学土木工程学院, 上海 200092)

摘要 提出一种由固有频率和模态分量构成的组合参数作为支持向量机输入向量的方法。文章首先论述支持向量机的基本原理与方法, 介绍了一些相关重要概念, 然后用固有频率法、动柔度法和组合参数法分别对一个简支梁结构的损伤(包括单损伤和多损伤)进行研究分析。通过比较, 表明组合参数法比单一参数法有更好的识别效果, 克服了单参数法在识别损伤时精度差的缺点。

关键词 支持向量机, 损伤识别, 固有频率, 动柔度, 组合参数

Application of Support Vector Machine with Combined Parameters in Structural Damage Identification

GONG Zhiguo ZHU Lei ZHU Chunming TANG Hesheng

(1. Shanghai Research Institute of Building Sciences (Group) Co., Ltd., Shanghai 200032, China

2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract A method using combined parameters of natural frequencies and modal components as input vectors for support vector machine is presented in this paper. At first, the basic principles and methods of support vector machine are introduced. Then a simple beam is taken as the example for damage detection (the damage includes single damage and multi damage) by using three methods of natural frequencies, dynamic flexibilities and combined parameters respectively. The comparison results indicate that the method of combined parameters is much better than the method of single parameter. It can overcome the shortcoming of bad estimation accuracy of single parameter method.

Keywords support vector machine, damage detection, natural frequency, flexibility, combined parameter

1 前言

利用结构的振动响应和动态系统参数进行损伤识别是目前国内外研究的热点^[1]。但是采用什么样的参数作为识别的输入向量, 一直没有得到满意的答案^[2]。采用单一的振动参数, 往往存在以下的缺点: 频率的测试精度较高, 但只采用频率, 信息不够充分, 不能识别对称结构在对称位置的损伤; 振型包含的信息量较丰富, 但测试误差较大, 测试精度不高, 如需准确测得振型, 需要大量的传感器, 费时费力^[3]; 组成输入参数样本的数据是基于模型所有单元节点上完整结构的模态数

据。而对于实际工程结构, 获得所有单元节点上的实测模态数据是不现实的, 大多数情况下是获得少量不完整的模态信息^[4]。因此, 对于工程结构的损伤识别, 由于模态测试的不完整, 仅仅采用单一的损伤特征参数, 难以完整描述结构不同类型的损伤、损伤位置与程度, 所以不少学者尝试采用多模态参数进行损伤识别。本文采用频率结合少量的模态分量作为支持向量机的输入参数, 并将结果与采用单一参数识别的结果进行比较。

2 最优分类超平面^[5]

定义超平面为

收稿日期: 2008-03-16

基金项目: 上海市科学技术委员会应用技术开发专项资金项目(06-032)、上海市科学技术委员会世博科技专项资金项目(06d05802)

$$w \cdot x = b \quad (1)$$

支持向量机是从最优分类超平面发展而来,当 $n=2$ 时为 R^2 中的直线, $n \geq 3$ 时为 R^n 中平面概念的拓广,这里称为超平面。 w 与 b 为常量。假定数据: $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\}$ (其中 $x_i \in R^n$, $i=1, \dots, l$ 为 l 个 n 维样本, $y_i \in \{1, -1\}$, $i=1, \dots, l$) 若它们可以被超平面 ($w \cdot x - b = 0$) 分开,则有:

$$\begin{cases} w \cdot x_i - b \geq 1, & y_i = 1 \\ w \cdot x_i - b \leq -1, & y_i = -1 \end{cases} \quad (2)$$

两式合并:

$$y_i (w \cdot x_i - b) \geq 1 \quad (3)$$

如果向量集合没有被超平面错误地分开,并且离超平面最近的向量与超平面之间的距离最大,则认为这个向量集合被这个最优超平面(或最大间隔超平面)分开,如图 1 所示,黑色圆点和空心圆点分别代表两类样本, H 为最优分类超平面, H_1, H_2 分别为过各类样本中离分类超平面最近的样本且平行于最优分类超平面的平面。图中虚线也将样本分成两类,但分类间隔小于与 H 的距离。

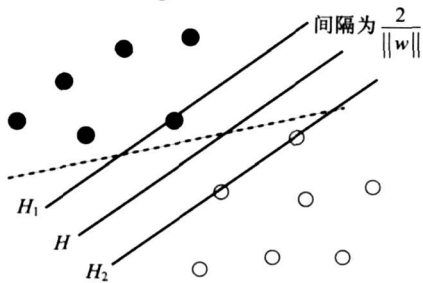


图 1 线性可分情况下的最优分类超平面

Fig 1 The optimal category hyperplane under the linearly separable circumstance

分界面 $w \cdot x - b = 0$ 的分类间隔:

$$\Phi(w, b) = \frac{\min_{(x_i, y_i=1)} w \cdot x - b}{|w|} - \frac{\max_{(x_i, y_i=-1)} w \cdot x - b}{|w|} \quad (4)$$

由式(2)可得:

$$\Phi(w, b) = \frac{1}{|w|} - \frac{-1}{|w|} = \frac{2}{|w|} \quad (5)$$

于是最大化分类间隔 $\Phi(w, b)$ 的问题就转化为最小化 $|w|^2/2$ 的问题。

对线性可分的情况,求得分类间隔最大的分

类超平面归结为如下的二次规划问题。

目标函数:

$$d(w) = \frac{1}{2} (w \cdot w) \quad (6)$$

约束条件:

$$y_i [(w \cdot x_i) - b] \geq 1, \quad i=1, \dots, l \quad (7)$$

为解决上面这个问题,引入拉格朗日泛函:

$$L(w, b, \alpha) = \frac{1}{2} (w \cdot w) - \sum_{i=1}^l \alpha_i \cdot \{ [(x_i \cdot w) - b] \cdot y_i - 1 \} \quad (8)$$

式中, α_i 为拉格朗日乘子。

根据鞍点定理,前面规划问题的解由拉格朗日的鞍点决定,将这个泛函分别对 b, w 求导,并令其等于 0 可以得出:

$$\sum \alpha_i y_i = 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i=1, \dots, l \quad (9)$$

$$w = \sum_{i=1}^l y_i \alpha_i x_i, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i=1, \dots, l \quad (10)$$

α_i 为与每个样本对应的拉格朗日乘子,将式(9)、式(10)代入拉格朗日泛函式(8)中,得:

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i (x_i \cdot x_i) \quad (11)$$

在约束条件 $\begin{cases} \sum \alpha_i y_i = 0 \\ \alpha_i \geq 0 \end{cases}$ 下最大化泛函式

(11)得 $\alpha_0 = (\alpha_0^1, \alpha_0^2, \dots, \alpha_0^l)$, 解中一部分 α 不为 0 对应的样本即支持向量,也就是图 1 中 H_1, H_2 上的点,基于最优超平面的分类规则就是下面的指示函数:

$$f(x) = \text{sgn} \left[\sum_{\text{support vector}} y_i \alpha_i^0 (x_i \cdot x) - b \right] \quad (12)$$

式中, x_i 是支持向量; α_i^0 是对应的拉格朗日乘子; x 为待预测的向量; b 为阈值,大小为

$$b = \frac{1}{2} [(w_0 \cdot x^*(1)) + (w_0 \cdot x^*(-1))] \quad (13)$$

式中, $x^*(1)$ 表示属于第一类的任意一个支持向量; $x^*(-1)$ 表示属于第二类的任意一个支持向量;

$$w_0 = \sum_{i=1}^l y_i \alpha_i x_i$$

3 软间隔分类超平面

在线性不可分的情况下,在条件 $y_i [(w \cdot x_i) - b] \geq 1$ 中增加一个松弛项 ξ_i , 成为:

$$y_i(w \cdot x_i) - b \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, \dots, l \quad (13)$$

软间隔超平面就是在约束条件式 (13) 下使泛函^[5]:

$$\Phi(w; \xi) = \frac{1}{2}(w \cdot w) + C \left(\sum_{i=1}^l \xi_i \right) \quad (14)$$

最小化的向量 w 决定的一类超平面, 即折中考虑最少错分样本和最大的分类间隔。这里 C 是一个给定的值, 它控制对错分样本惩罚的程度。

求解这个二次优化问题的技术与在线性可分情况下采用的技术几乎相同: 必须找到一系列参数 $\alpha_i \geq 0 (i = 1, \dots, l)$, 使得下面的二次型最大:

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l \alpha_i \alpha_j Y_i Y_j (x_i \cdot x_j) \quad (15)$$

约束条件为

$$\begin{cases} \sum \alpha_i Y_i = 0 \\ 0 \leq \alpha_i \leq C \end{cases}$$

求解方法同线性可分情况一样, 只有部分系数 $\alpha_i \geq 0 (i = 1, \dots, l)$ 不为 0 它们确定支持向量。

4 核函数

求解最优超平面的指示函数 $f(x) = \text{sgn} \left(\sum_{\text{support vector}} y_i \alpha_i^0 (x_i \cdot x - b) \right)$ 时, 只包含待分类样本与训练样本中支持向量的内积运算 $(x \cdot x_i)$ 。按照广义线性判别函数的思路, 要解决一个非线性问题, 可以设法将它通过非线性变换转化为另一个高维空间中, 然后在这个高维空间中求最优分类面。应用满足 Mercer^[6] 条件的核函数 $K(x, x_i)$ 代替内积运算 $(x \cdot x_i)$, 就可以实现这种变换^[6]。

此时指示函数为

$$f(x) = \text{sgn} \left[\sum_{\text{support vector}} y_i \alpha_i^0 K(x, x_i) - b \right] \quad (16)$$

构造指示函数式 (16) 的方法就是支持向量机方法, x_i 就是对应的支持向量。根据 $f(x)$ 值的正负, 可以将向量 x 区别为不同的两类。

采用不同的内积函数 $K(x, x_i)$ 将导致不同的支持向量机的算法, 常用的有以下几种:

(1) d 阶多项式核函数: $K(x, x_i) = [(x \cdot x_i) + 1]^d$ 。

(2) 径向核函数: $K(x, x_i) = \exp \left\{ -\frac{|x - x_i|^2}{\sigma^2} \right\}$,

σ 表示径向核函数的径宽, 一般 $\sigma = 1$ 。

(3) S 型函数: $K(x, x_i) = \text{Sigmoid}(x \cdot x_i) + q$, Sigmoid 表示 Sigmoid 函数, q 是常数, 这时, 支持向量机实现的是一两层的神经网络。

5 三种不同的识别参数法

5.1 方法一: 固有频率法

使用各阶频率在损伤前后的变化率 $\frac{\Delta \omega_i}{\omega_i}$ 作为

输入向量, 输入向量为

$$P = \left[\frac{\Delta \omega_1}{\omega_1}, \frac{\Delta \omega_2}{\omega_2}, \dots, \frac{\Delta \omega_n}{\omega_n} \right], \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

5.2 方法二: 动柔度法

考虑 n 自由度系统, 自然频率为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, 振型矩阵为 $[\phi] = [\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_n]$ 。在模态质量归一化条件下, 动柔度 $F = [f_k]$ 可表示为^[7]

$$F = [\phi] \left[\frac{1}{\omega^2} \right] [\phi]^T = [f_1, f_2, \dots, f_n] \quad (18)$$

对于动柔度 $f_k = \sum_{s=1}^n \frac{1}{\lambda_s} \phi_{s1} \phi_{sk}$, 随着频率的增大, 高频项的影响可以忽略不计, 只需要测量前几个低频模态参数就可获得较好的精度。

动柔度 f_k 定义为第 k 个自由度上作用单位力引起的第 1 个自由度的位移, 对自由度 k 柔度矩阵 $[F]$ 中的第 k 列与之对应, 这里求出第 k 列各元素绝对值之和, 记为

$$f_k = \sum_{i=1}^n |f_{ki}|, \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

它表示在第 k 个自由度作用单位力时, 引起所有各自由度位移量之和, 如果结构有损伤, 则 f_k 值发生变化, 用有损伤结构的 $(f_k)_d$ 与无损伤结构 $(f_k)_u$ 之差作为损伤结构指标。输入向量为

$$P = \{ \Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n \} \quad (20)$$

式中, $\Delta f_k = (f_k)_d - (f_k)_u$

5.3 方法三: 组合参数法

使用频率和少量模态分量作为识别参数, 输入向量为

$$P = \{ FRN_1, \dots, FRN_n, DSN_1, \dots, DSN_n, SFN_1, \dots, SFN_m \} \quad (21)$$

式中, $FRN_i = \frac{\omega_{di} - \omega_{ui}}{\omega_{ui}}$ 为标准化的频率下降, 其中

ω_{di} , ω_{ui} 分别为完好和损伤情况下的第 i 阶频率;

$DSN_i = \frac{\Delta f_i}{\sum_{j=1}^n |\Delta f_j|}$ 是标准化的损伤指标, 其中 Δf_i 为

损伤前后第 i 阶振型在 i 点上的增量; SFN_i

$$= \frac{\omega_{di}^2 - \omega_{ui}^2}{\omega_{ui}^2}$$

6 算例分析

6.1 算例基本资料

一个钢筋混凝土简支梁模型, 跨度 4.0 m, 如图 2, 基本参数见表 1, 梁在无损伤情况下的各阶频率和振型见表 2、表 3 所示。

表 3 无损情况下的前 3 阶振型
Table 3 Undamaged first three modes

节点	1 & 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 阶	0	0.036	0.069	0.095	0.112	0.118	0.112	0.095	0.069	0.036
2 阶	0	0.069	0.112	0.112	0.069	0	-0.069	-0.112	-0.112	-0.069
3 阶	0	0.095	0.112	0.036	-0.069	-0.118	-0.07	0.036	0.112	0.095

6.2 不同参数输入法的识别效果比较

损伤的程度通过折减单元的截面惯性矩来模拟, 刚度的损伤程度为 10%, 25%, 35% 和 40% 这 4 种情况。不同位置单损伤和多损伤的工况见表 4, 且用这些损伤工况的前 8 阶频率和前 6 个模态分量来训练支持向量机。取 6 个损伤工况来测试支持向量机的训练效果, 见表 5。

表 4 用于训练支持向量机的结构损伤工况
Table 4 The structural damage operating mode used to train SVM

损伤量 /%	损伤单元号	多损伤的单元号
10	2, 4, 6, 8, 10	(2, 4), (2, 6), (2, 8), (2, 10), (4, 6), (4, 8), (4, 10), (6, 8), (6, 10), (8, 10)
5	1, 3, 5, 7, 9	(1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (5, 7), (5, 9), (7, 9)
35	1, 3, 5, 7, 9	(1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (5, 7), (5, 9), (7, 9)
40	2, 4, 6, 8, 10	(2, 4), (2, 6), (2, 8), (2, 10), (4, 6), (4, 8), (4, 10), (6, 8), (6, 10), (8, 10)

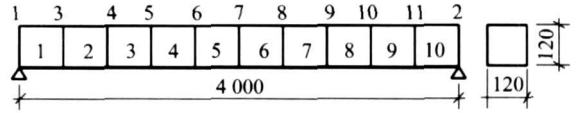


图 2 简支梁有限元计算模型

Fig 2 Finite element model for simple beam

表 1 简支钢筋混凝土梁基本参数
Table 1 Essential parameters of simply supported RC beam

截面尺寸 /mm	截面惯性矩 /m ⁴	弹性模量 E/ Pa	泊松比 ν	密度 / (kN·m ⁻³)
120×120	1.728×10^{-5}	2.5×10^{10}	0.2	2.5×10^3

表 2 无损情况下的各阶频率
Table 2 Undamaged natural frequencies Hz

阶数	1	2	3	4	5	6	7	8
频率	10.75	42.96	96.52	171.4	197.9	267.5	385.1	525.0

表 5 用于测试支持向量机诊断能力的结构损伤状况

Table 5 The structural damage operating mode used to test the diagnostic capabilities of SVM

损伤单元	3	6	8	2和 4	5和 8	3和 9			
损伤量 /%	10	35	20	30	30	10	35	30	20

为了比较 3 种方法的识别能力, 以及验证组合参数法的优越性, 分别采用固有频率、动柔度、组合参数这 3 种方法作为支持向量机的输入参数。支持向量机采用相同的参数和相同的核函数, 其中惩罚因子 $C=10.000$, 核函数采用径向基函数 $K(x, x_i) = \exp\left\{-\frac{\|x - x_i\|^2}{\sigma^2}\right\}$, 其中 $\sigma=1.5$

然后将准备好的训练样本送到支持向量机中进行训练和识别, 在这里同样使用一个开放源码的支持向量机工具 libsvm^[8], 3 种方法的输出结果、单损伤的情况见图 3, 多损伤见图 4。

由图 3、图 4 可知, 3 种方法中, 动柔度和组合参数的识别效果较好, 固有频率法的识别效果较差, 其中在单损伤的识别中, 固有频率法的识别误差分别为 6.80%, 11.11%, 10.55%; 动柔度的识

别误差分别为 4.40%，5.23%，1.90%；组合参数法的识别误差分别为 3.10%，2.86%，2.10%。由这些数据可知，动柔度法和组合参数法的识别效果明显比固有频率法好，而组合参数法比动柔度法要稍微好些，但差别不大。

再看多损伤的情况，其中固有频率法的识别最大误差为 26.00%，最小误差为 7.33%，平均误差为 13.58%；动柔度法的识别最大误差为 8.07%，最小误差为 3.43%，平均误差为 4.58%；组合参数法的识别最大误差为 4.95%，最小误差为 2.23%，平均误差为 2.84%。由这些数据可知，在多损伤的识别中，固有频率法的误差还是很大，而组合参数法的识别效果最好，而且稳定，这也验证了前面的理论，组合参数输入法比起单一参数输入具有较好的识别效果。

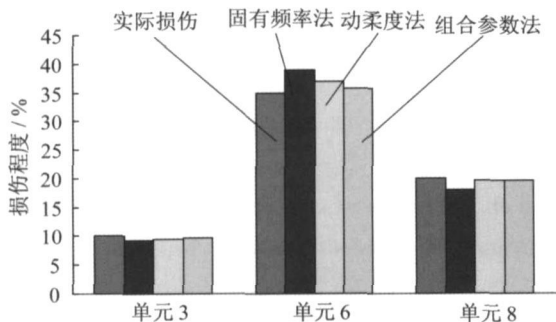


图 3 单损伤的 SVM 输出

Fig 3 SVM output of single damage

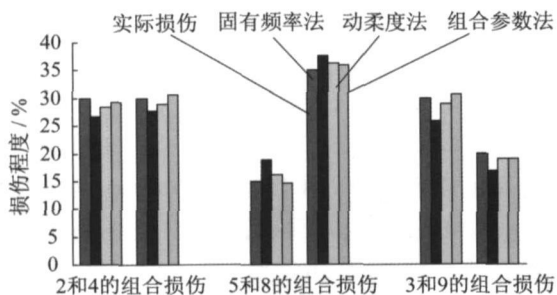


图 4 组合损伤的 SVM 输出

Fig 4 SVM output of combinatory damage

7 结 语

本文首先论述支持向量机的基本原理与方法，详细介绍了一些重要概念，例如最优分类超平面、核函数等。然后采用 3 种不同的参数作为支持向量机的输入参数，并对一个简支梁结构进行了研究分析（其中结构的损伤通过缩减截面惯性矩模拟，损伤包括单损伤和多损伤）。结果表明，由频率和少量振型模态分量构成的组合参数向量有较好的识别效果，克服了单参数作为输入向量在识别损伤时精度差的缺点。

参考文献

- [1] 马宏伟, 杨桂通. 结构损伤探测的基本方法和研究进展 [J]. 力学进展, 1999 29(4): 513-527.
- [2] 王柏生. 框架结构连接损伤识别神经网络输入参数的确定 [J]. 振动工程学报, 2000 13(1): 137-142.
- [3] 杨璐. 基于多模态参数结构损伤识别方法研究 [D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2003.
- [4] 袁旭东, 周晶. 一种基于神经网络结构损伤识别组合参数的研究 [J]. 工程力学增刊, 2003 7: 719-723.
- [5] Vapnik V N 统计学习理论的本质 [M]. 2 版. 张学工译. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [6] Nello Cristianini, John Shawe-Taylor. An Introduction to Support Vector Machine [M]. UK: Cambridge University Press, 2000.
- [7] Tang Hesheng, Xue Songtao, Chen Rong, et al. Analyses on Structural Damage Detection Using Neural Networks With Combined Parameters [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2005 26(1): 44-51.
- [8] 冯卓. 基于神经网络的三种结构损伤识别方法的分析和比较 [D]. 上海: 同济大学, 2003.
- [9] Chang C C, Lin C J. LIBSVM: a library for support vector machines, 2001. Software available at http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm.