

文章编号: 1007-791X (2012) 06-0547-09

## 基于 CLPSO 算法的混合变量桁架形状优化

许锐<sup>1,2</sup>, 马安峰<sup>3</sup>, 谢鹏<sup>4</sup>, 高福如<sup>4</sup>, 薛松涛<sup>2,5,\*</sup>

(1. 长安大学 地质工程与测绘工程学院, 陕西 西安 710054; 2. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 3. 陕西省地矿局西安中勘工程有限公司, 陕西 西安 710016; 4. 中国有色金属工业西安勘察设计研究院, 陕西 西安 710016; 5. 日本东北工业大学 建筑学科, 日本 仙台 982-8577)

**摘要:** 为了解决混合变量桁架形状优化问题中离散截面面积和连续节点坐标的变量耦合给优化带来的困难, 将一种新型智能优化算法——基于“综合学习策略”的粒子群算法 (Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization, CLPSO) 应用于桁架混合变量形状优化问题中。给出了考虑离散截面面积和连续节点坐标两类不同性质的设计变量的混合变量桁架结构形状优化的数学模型, 并对经典桁架结构进行混合变量的形状优化, 将所得结果与其他优化算法结果进行了比较。分析结果表明了该方法进行混合变量桁架形状优化设计的有效性。

**关键词:** CLPSO 算法; 形状优化; 桁架结构; 变量耦合; 离散变量; 混合变量

**中图分类号:** TU323.4; TU311 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1007-791X.2012.06.013

### 0 引言

桁架结构形状优化, 是在结构形式、材料和拓扑已知的情况下, 搜索各个杆件的最优尺寸和节点位置, 使结构在满足约束条件的同时达到质量最轻。在形状优化中, 设计变量的数目多, 两类变量的性质截然不同, 目标函数和约束函数具有不同的非线性性质, 以及两类变量的耦合, 都会导致数学模型建立的困难甚至使计算不收敛<sup>[1]</sup>。传统的分层优化方法<sup>[2-3]</sup>将截面变量和形状变量分开, 分级进行优化, 两级优化交替进行直至收敛。这种方法虽然减小了每一阶段所考虑的数学模型规模, 但是导致了变量空间的分割, 缩小了解空间的可行域, 从而难以得到真正的最优解。

对于桁架形状优化, 截面变量取离散集更加符合工程实际。离散变量的优化问题是从所有可能的变量组合中选取最优组合的组合优化问题。由于其解空间是离散点的集合, 是非连续区域, 因此原本用于求解连续变量优化问题的方法与技术必须进行修改才能用于求解离散变量优化的问题, 因此优化求解的难度有很大增加。传统的两级算法<sup>[4]</sup>和混合变量法<sup>[5]</sup>等方法受制于函数性态和设计变量

数的限制, 通用性较差。这些传统算法无法有效解决同时考虑离散截面和连续节点坐标的混合变量优化问题。

随着计算技术的发展, 工程优化领域逐渐出现一些智能优化算法, 如遗传算法 (GA)、粒子群算法 (PSO)、微分演化算法 (DE)、免疫克隆选择算法 (ICSA)、蚁群算法 (ACO) 等<sup>[6]</sup>。这些智能优化算法, 能够考虑两类设计变量间耦合作用, 因而更适合于形状优化问题。Wang 等<sup>[7]</sup>利用遗传算法解决在频率约束下的桁架形状优化。Tang 等<sup>[8]</sup>用改进的遗传算法求解考虑尺寸、形状、拓扑变量的桁架优化问题。刘齐茂等<sup>[9]</sup>将模拟退火算法用于桁架形状优化并取得了很好的效果。Soh<sup>[10]</sup>将进化编程算法应用于桁架形状优化问题。在结构离散变量优化方面, 智能优化算法可以通过改变变量编码方式, 将原本在连续域实施的算法操作转换到离散域, 从而有效地解决离散变量优化问题。Galante 将 GA 应用于桁架结构的离散优化问题<sup>[11]</sup>。之后更多的智能优化算法被应用于桁架的离散优化<sup>[12-14]</sup>。但是在结构离散变量形状优化中, 必须同时考虑离散截面和连续节点位移的混合变量优化, 故有关此类优化问题的研究比较少见。文献

收稿日期: 2011-11-26 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50708076)

**作者简介:** 许锐 (1981-), 四川自贡人, 博士, 讲师, 主要研究方向为结构优化设计; \*通信作者: 薛松涛 (1963-), 上海人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为结构健康监测, Email: xue@tongji.edu.cn.

[4] 提出的离散截面变量空间桁架形状优化的一个两极算法,实质是将两极优化交替进行,每次优化只考虑一种变量,这势必割裂了解空间。

作为一种新颖的仿生智能计算技术,粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法受到鸟类群体行动的行为启发而提出,并以其概念和操作简单、鲁棒性高及收敛迅速等特点得到了广泛的关注及应用。PSO 算法被成功应用于很多研究领域,如函数优化、人工智能与神经网络训练、模糊控制、仿真与识别、结构可靠性评估、优化与参数识别等。但作为一种通用的随机全局搜索算法,PSO 也面临早熟收敛和后期收敛速度慢等问题<sup>[15]</sup>。因此很有必要在原有标准 PSO 优化方法的基础上对算法进行改进,使其更适应复杂的结构优化问题。本文将改进的 PSO 算法即基于“综合学习策略”的粒子群算法(CLPSO)应用于考虑两种不同类型变量耦合的具有应力约束、几何约束以及局部稳定性约束的桁架结构形状优化,结合离散变量索引优化的思想,通过改变变量编码方式,从而有效地解决了同时考虑离散截面面积和连续节点位移的混合变量形状优化问题。本文通过对典型算例的求解并与相关文献的结果比较,来评价利用 CLPSO 进行混合变量桁架形状优化的效果。

## 1 综合学习策略粒子群优化算法(CLPSO)

PSO 算法是受鸟群等群体的社会性行为启发,模拟它们在觅食时群体协作,彼此信息共享等机制的行为发展起来的启发式的仿生智能算法。算法中,群体中的每一个粒子代表一个备选解,粒子在每一代的更新过程中通过和其周边的粒子共享信息实现演化。第*i*个粒子的第*d*维坐标的位置 $x_i^d$ 和速度 $v_i^d$ 按照下式更新:

$$v_i^d \leftarrow w \times v_i^d + c_1 \times r_1 \times (pb_i^d - v_i^d) + c_2 \times r_2 \times (gb_i^d - v_i^d), \quad (1)$$

$$\psi_i^d \leftarrow \psi_i^d + v_i^d, \quad (2)$$

式中, $\psi_i = (\psi_i^1, \psi_i^2, \dots, \psi_i^D)$ 为第*i*个粒子的位置; $v_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^D)$ 代表第*i*个粒子的速度; $pb_i^d = (pb_i^1, pb_i^2, \dots, pb_i^D)$ 是第*i*个粒子所经历过的最优位置; $gb_i^d = (gb_i^1, gb_i^2, \dots, gb_i^D)$ 则是群体所发现的最优位置;加速度因子 $c_1$ 和 $c_2$ 则分别为粒子趋向 $pb$ 和 $gb$

的随机加速度权重; $w$ 是粒子的惯性权重; $r_1$ 和 $r_2$ 是在 $[0, 1]$ 区间内均匀分布、相互独立的随机数。

在标准 PSO 算法的基础上,为了使种群获得更多有益的信息,一种新的学习策略被提出<sup>[16]</sup>,在该策略中,粒子的速度更新公式(1)变为

$$v_i^d \leftarrow w \times v_i^d + c \times r_i^d \times (p_{h(d)}^d - \psi_i^d), \quad (3)$$

其中, $h_i = [h_i(1), h_i(2), \dots, h_i(D)]$ 定义了粒子*i*在各个维度上将要学习的最佳经验的来源,即粒子*i*在第*d*个维度上将要向第*h(d)*个粒子的最佳经验学习。对于每个粒子的*D*个维度,随机选取*m*个维度向群体最佳经验学习。在剩余维度中,则依据学习概率 $P_c$ ,来判断是否向此时的学习范本 $p_{h(d)}^d$ 学习,该范本可以是任意一个包括第*i*个粒子本身在内的粒子的 $pb_i^d$ 。本文中,粒子*i*的学习概率 $P_c$ 的表达式如下:

$$P_c = 0.05 + 0.45 \times \frac{\exp\left(\frac{5(i-1)}{S-1}\right) - 1}{\exp(5) - 1}, \quad (4)$$

式中群体规模为*S*,粒子序号为*i*。“综合学习策略”的粒子群算法更为详细的原理介绍参见文献[15]。

## 2 桁架结构形状优化

### 2.1 桁架结构形状优化的数学描述

#### 2.1.1 设计变量

在桁架结构的形状优化设计中,将桁架结构的节点坐标和杆件截面面积作为设计变量。本文考虑两类不同性质变量间的耦合作用,定义设计变量为

$$q = [A_1, A_2, \dots, A_m, X_1, X_2, \dots, X_m]^T, \quad (5)$$

其中, $n$ 为截面积设计变量的个数; $m$ 为各节点坐标设计变量的个数; $A_i$ 为杆件的截面积; $X_i$ 为变量连接后各节点的坐标。

#### 2.1.2 目标函数

评价一种设计方案好坏是通过目标函数来进行。在桁架优化设计中,目标函数为桁架的最小重量或体积,故定义目标函数为桁架的总重量并同时考虑约束的惩罚项:

$$\min M = \sum \rho_i A_i L_i + \lambda N, \quad (6)$$

式中,  $M$ 为结构总质量;  $\rho_i$ 、 $A_i$ 分别为第*i*组杆件的密度及截面积;  $L_i$ 为第*i*组杆件的长度;  $N$ 为预先定义的大数(程序中取 $10^{30}$ );  $\lambda$ 为罚函数因子, 用来处理约束。当结构设计满足约束条件时 $\lambda=0$ , 否则 $\lambda=1$ 。

### 2.1.3 约束条件

1) 应力约束:

$$g_k^s(A) = [\sigma_k] - \sigma_k \geq 0, \quad k=1, 2, \dots, K, \quad (7)$$

其中,  $g_k^s(A)$ 为应力约束;  $[\sigma_k]$ 、 $\sigma_k$ 分别为第*k*组杆件的允许应力值和各种工况下的最不利应力值;  $K$ 为杆件的总组数。

2) 节点的位移约束:

$$g_j^d(A) = [u_{jl}] - u_{jl} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, m, \quad l=1, 2, \dots, ND, \quad (8)$$

其中,  $[u_{jl}]$ 、 $u_{jl}$ 分别为特定节点*j*在给定方向*l*上的位移允许值和各种工况下最不利位移值;  $m$ 为节点总数;  $ND$ 为节点位移约束维数。

3) 设计变量的上下限约束:

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max}, \quad X_{\min} \leq X \leq X_{\max}, \quad (9)$$

其中,  $A_{\min}$ 、 $A_{\max}$ 为分别设定的杆件的截面尺寸的下限与上限;  $X_{\min}$ 、 $X_{\max}$ 分别是坐标的下限与上限。

4) 局部稳定约束: 当杆件受压时, 存在压杆稳定问题。在形状优化过程中, 节点位置是变化的, 所以杆件长度和压杆稳定系数也是动态变化的。因此, 受压杆局部稳定性约束条件为

$$g_i^s(A, X) = \sigma_i - \varphi_i [\sigma_i] \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, q, \quad (10)$$

其中,  $g_i^s(A, X)$ 为考虑压杆稳定的应力约束;  $\varphi_i$ 为对应第*i*根受压杆件的受压稳定系数;  $q$ 为受压杆件的总数。

5) 整体刚度矩阵非奇异约束: 优化过程中由于节点坐标是变化的, 结构分析时要依据设计变量值重新输入节点坐标, 这可能导致结构刚度矩阵发生奇异现象。因此, 结构分析时先检查刚度矩阵是

否为奇异矩阵。整体刚度矩阵非奇异约束条件为

$$\text{Det}(\mathbf{K}) \neq 0, \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{K}$ 为结构整体刚度矩阵。

## 2.2 桁架结构离散变量的数学处理

对于离散优化问题, 式(5)所示的杆件截面设计变量 $A_i$ 是从离散集合*S*中取得, 即 $A_i \in S = \{A^1, A^2, \dots, A^N\}$ 。而传统 CLPSO 算法是基于实数编码, 适合于求解连续变量问题, 因此本文采用不直接对离散变量值进行优化, 而是优化变量的索引号*i*, 仅当计算目标函数值时才使用被索引的离散变量的策略<sup>[7]</sup>。这样 CLPSO 能够在每次优化迭代中, 让种群个体中同时包含不同性质的连续、离散分量信息, 分别采用不同的算法操作方式, 符合优化问题的本质。具体步骤如下:

1) 首先, 集合*S*中以升序排列所有的离散设计变量值。集合*S*中每个元素被赋予一个索引号来代替相应的离散变量值。即 $S = \{A^1, A^2, \dots, A^j, \dots, A^N\}$ ,  $1 \leq j \leq N$ 。其中,  $N$ 是离散设计变量数。

2) 其次, 建立一个映射函数*h(j)*来联系集合*S*中的索引号并代表离散变量值 $A^j$ :  $h(j) = A^j$ 。因此, 集合*S*中元素的索引号即可对应离散变量值。

在混合变量形状优化中, CLPSO 算法的设计变量将不同于式(5)的表达形式, 更改为

$$\mathbf{q} = [a_1, a_2, \dots, a_n, X_1, X_2, \dots, X_m]^T, \quad (12)$$

其中,  $n$ 为截面设计变量的个数;  $m$ 为各节点坐标设计变量的个数;  $a_i$ 为杆件的截面积的索引号,  $a_i \in \{1, 2, \dots, j, \dots, N\}$ ;  $X_i$ 仍然为变量连接后各节点的坐标。

在 CLPSO 优化过程中, 群体更新同样是通过式(2)和式(3)来进行, 这会造成各粒子的设计变量中截面索引号出现非整数的情况。所以在每代种群更新后, 需要通过就近取整原则将每个粒子的截面索引号重新化为整数, 即

$$a_{id} = \text{INT}(a_{id}), \quad 1 \leq d \leq n, \quad i=1, 2, \dots, NP, \quad (13)$$

通过这样的操作, 在优化过程中进行结构分析时, 就可以将每个粒子的截面索引号 $a_{id} \in \{1, 2, \dots,$

$j, \dots, N\}$ 通过映射函数 $h(j)$ 与离散变量集 $\{A^1, A^2, \dots, A^i, \dots, A^N\}$ 相对应,转化为真实的设计变量 $A$ 进行适应度计算:

$$A = (h(a_{d1}), h(a_{d2}), \dots, h(a_{di}), \dots, h(a_{dD}), X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im})^T, \quad (14)$$

式中,  $1 \leq d \leq D, i=1, 2, \dots, NP, X_i$ 为变量连接后各节点的坐标,仍然以实数形式表示。因此,截面面积向量能够在连续空间里更新,而只停留在整数空间的点上。

### 2.3 基于 CLPSO 算法的混合变量桁架结构形状优化程序

本文采用 MATLAB 进行编程计算。基于 CLPSO 算法的桁架形状优化流程如下:

- 1) 设置算法参数,初始粒子群,在搜索空间中随机产生第一代粒子变量,  $it=0$ 。
- 2) 根据式 (14) 将粒子设计变量转化为真实设计变量,进行结构分析,计算出每个粒子所代表的设计变量对应的各杆件应力和节点位移等结构信息。
- 3) 如式 (6) 所示,计算粒子适应度,并对于违反约束的个体进行惩罚处理。
- 4) 比较每个粒子的适应度与其所经历的最好位置的适应度,该粒子当前的全局最优位置。
- 5) 比较每个粒子的适应度与全局所经历的最好位置的适应度,更新当前的全局最优位置。
- 6) 根据速度更新方程 (3) 和位置更新方程 (2) 更新粒子的速度和位置,并按式 (13) 将粒子的截面面积索引号化为整数。
- 7) 满足算法终止条件,输出最优粒子以及最优粒子的目标函数值,否则返回 2)。

## 3 算例分析

为了验证 CLPSO 应用于考虑两类变量耦合的具有应力约束、几何约束以及局部稳定性约束的桁架结构混合变量形状优化设计的有效性,以下对典型的桁架结构进行分析,同时与其他方法进行比较。CLPSO 算法的计算参数选择如下:粒子数  $PS=40$ ,最大迭代次数  $G=1\ 000$ ,惯性权重  $w=0.6$ ,加速因子  $c=1.494$ ,学习概率取式 (4)。

### 3.1 混合变量 25 杆空间桁架形状优化

图 1 所示为 25 杆空间桁架。各杆使用相同的材料,密度  $\rho=2\ 767.99\text{ kg/m}^3$ ,弹性模量  $E=68\ 947.57\text{ MPa}$ 。位移约束为各节点在各个方向位移均不超过  $d_{\max}=\pm 8.89\text{ mm}$ 。两种工况下节点荷载见表 1,杆件分组及对应的允许应力见表 2。杆件局部稳定性约束如式 (10) 所示,其形式为  $-39.27EA_i/L_i^2 \leq \sigma_{ii}$  (杆件号  $i=1, 2, \dots, 25$ ,工况数  $l=1, 2$ ),节点坐标见表 3。

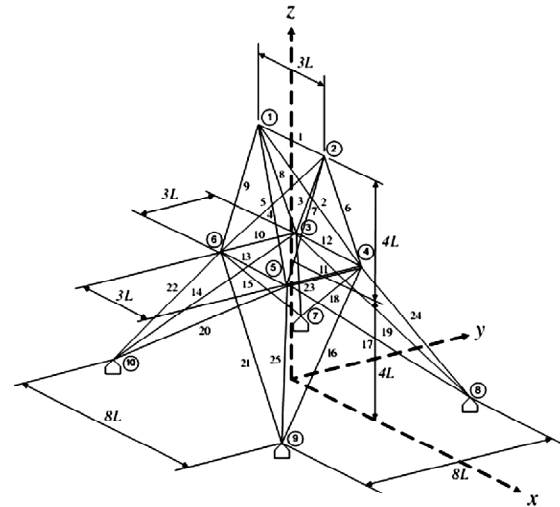


图 1 25 杆空间桁架

Fig. 1 25-bar space truss

表 1 荷载工况及节点荷载表

Tab. 1 Loading case

工况	节点号	$F_x/\text{kN}$	$F_y/\text{kN}$	$F_z/\text{kN}$
1	1	4.448	44.482	-22.241
	2	0	44.482	-22.241
	3	22.241	0	0
	6	22.241	0	0
2	1	0	88.964	-22.241
	2	0	-88.964	-22.241

表 2 杆件分组及允许应力表

Tab. 2 Bar groups and stress constraints

组号	杆件号	允许应力	
		$\sigma^+/\text{MPa}$	$\sigma^-/\text{MPa}$
$A_1$	1	275.8	-275.8
$A_2$	2, 3, 4, 5	275.8	-275.8
$A_3$	6, 7, 8, 9	275.8	-275.8
$A_4$	10, 11	275.8	-275.8
$A_5$	12, 13	275.8	-275.8
$A_6$	14, 15, 16, 17	275.8	-275.8
$A_7$	18, 19, 20, 21	275.8	-275.8
$A_8$	22, 23, 24, 25	275.8	-275.8

表 3 25 杆空间桁架节点坐标

Tab. 3 Node coordinates of 25-bar space truss

节点	$x$	$y$	$z$
1	-952.5	0	5 080.0
2	952.5	0	5 080.0
3	$-X_4$	$Y_4$	$Z_4$
4	$X_4$	$Y_4$	$Z_4$
5	$X_4$	$-Y_4$	$Z_4$
6	$-X_4$	$-Y_4$	$Z_4$
7	$-X_8$	$Y_8$	0
8	$X_8$	$Y_8$	0
9	$X_8$	$-Y_8$	0
10	$-X_8$	$-Y_8$	0

对于桁架形状优化, 截面变量取离散集更加符合工程实际, 杆件截面尺寸取值范围为离散集  $S = \{64.5, 137.4, 214.2, 318.7, 380.6, 432.2, 465.2, 554.8, 600, 654.2, 741.9, 793.5, 858.1, 916.1, 1\ 083.8, 1\ 135.5, 1\ 267.1, 1\ 722.6, 1\ 956.8, 3225.8, 5\ 161.3\} \text{ mm}^2$ 。

节点 1、2 的位置在优化过程中保持固定, 节点 7、8、9、10 必须在  $x-y$  平面内, 因此节点坐标设计变量设为  $[X_4, Y_4, Z_4, X_8, Y_8]^T$ , 其他节点的位置坐标根据对称性得出。设计变量为  $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, X_4, Y_4, Z_4, X_8, Y_8]^T$ 。考虑局部稳定性约束的 25 杆空间桁架形状优化评价函数曲线见图 2, 优化后的桁架在两种工况下的杆件应力及对应的应力约束值见表 4, 最终形状见图 3。文献 [2] 及本文结果比较见表 5。

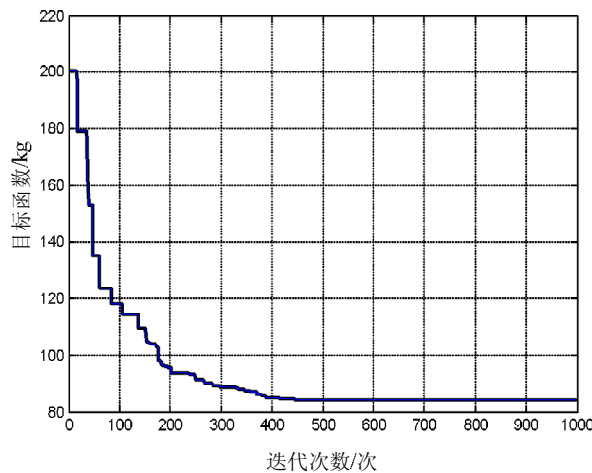


图 2 25 杆空间桁架混合变量形状优化的评价函数曲线  
Fig. 2 Convergence curves of optimal design of 25-bar space truss structure with mixed variables

表 4 25 杆空间桁架各种工况下杆件应力以及对应的应力约束

Tab. 4 Bar stresses and stress constraints of 25-bar space truss

杆件	工况 1	工况 2	允许应力	
	$\sigma/\text{MPa}$	$\sigma/\text{MPa}$	$\sigma^+/\text{MPa}$	$\sigma^-/\text{MPa}$
1	62.720 15	40.422 71	275.8	-48.141 1
2	-71.002 9	-37.461 2	275.8	-92.256 1
3	60.943 02	-23.555 5	275.8	-92.256 1
4	60.943 02	8.582 33	275.8	-92.256 1
5	-71.002 9	22.488 03	275.8	-92.256 1
6	63.031 21	-70.834 9	275.8	-191.233
7	-104.791	24.100 85	275.8	-191.233
8	-104.791	-63.142 4	275.8	-191.233
9	63.031 21	31.793 35	275.8	-191.233
10	37.684 76	19.541 47	275.8	-13.556 5
11	37.684 76	55.286 8	275.8	-13.556 5
12	27.892 56	130.269 9	275.8	-88.540 1
13	27.892 56	-88.188 4	275.8	-88.540 1
14	33.607 37	40.039 94	275.8	-29.221
15	-20.935 5	-29.213 1	275.8	-29.221
16	-20.935 5	41.989 45	275.8	-29.221
17	33.607 37	-27.263 6	275.8	-29.221
18	60.595 23	-40.492 1	275.8	-96.419 8
19	-86.237 6	-53.261 1	275.8	-96.419 8
20	-86.237 6	26.602 74	275.8	-96.419 8
21	60.595 23	13.833 74	275.8	-96.419 8
22	-18.186 6	58.837 02	275.8	-113.504
23	-25.485 4	-67.640 8	275.8	-113.504
24	-18.186 6	-101.56	275.8	-113.504
25	-25.485 4	24.918 13	275.8	-113.504

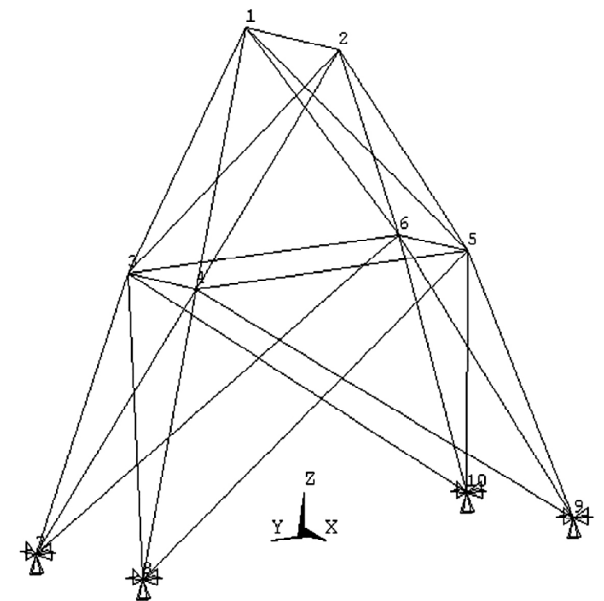


图 3 25 杆空间桁架混合变量形状优化结果  
Fig. 3 Shape optimal design of 25-bar space truss structure with mixed variables

表 5 25 杆空间桁架形状优化结果比较

Tab. 5 Comparison of optimal designs for 25-bar truss structure

设计变量	CLPSO	文献 [2]
$A_1$	64.5	6.451 6
$A_2$	380.6	358.063 8
$A_3$	600	973.546 4
$A_4$	64.5	6.451 6
$A_5$	64.5	86.451 44
$A_6$	318.7	94.838 52
$A_7$	432.2	512.257
$A_8$	380.6	444.515 2
$X_4$	702.349	913.638
$Y_4$	1 794.94	1 230.376
$Z_4$	2 796.59	3 095.498
$X_8$	1 088.78	1 180.846
$Y_8$	2 849.56	3 064.256
总重量/kg	84.13	84.96

由图 2 可知, 考虑截面面积为离散变量后, 混合变量 25 杆空间桁架形状优化计算在迭代约 450 次后完全收敛。

表 4 中, 两种工况下最优设计各杆件均满足应力约束条件和局部稳定条件, 并且分析得出最优设计各节点在  $x, y, z$  方向的最大位移为 8.889 5 mm, 满足位移约束的要求。

由表 5 可见, 混合变量 25 杆空间桁架形状优化的结果甚至优于文献 [2] 分层优化方法中连续截面形状优化的结果。

### 3.2 混合变量 37 杆桁架桥形状优化

图 4 所示为 37 杆桁架桥的初始形状, 节点坐标见表 6。

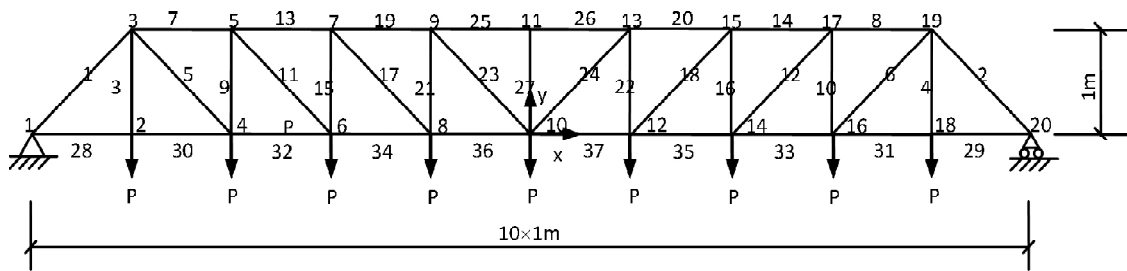


图 4 37 杆桁架桥

Fig. 4 37-bar plane truss

假设下弦节点位置保持不变, 上弦节点可沿垂直方向移动,  $P=10$  kN。节点 10 的最大竖直位移为 10 mm, 结构对称性保持不变, 材料的密度  $\rho=7800$  kg/m<sup>3</sup>, 弹性模量  $E=210$  GPa, 全部杆件的允许应力均为 240 MPa。从 ASIC 规范型钢截面表中取较小的 32 个截面作为本算例的离散截面集, 即杆件截面尺寸离散集  $S=\{71.61, 90.97, 126.45, 161.29, 198.06, 252.26, 285.16, 363.23, 388.39, 494.19, 506.45, 641.29, 645.16, 792.26, 816.77, 940.00, 1 008.39, 1 045.16, 1 161.29, 1 283.87, 1 374.19, 1 535.48, 1 690.32, 1 696.77, 1 858.06, 1 890.32, 1 993.54, 2 019.35, 2 180.64, 2 238.71, 2 290.32, 2 341.93\}$  mm<sup>2</sup>。

局部稳定性约束如式 (10) 所示。根据结构的对称性, 取设计变量为  $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{17}, A_{18}, A_{19}, Y_3, Y_5, Y_7, Y_9, Y_{11}]^T$ 。

表 6 37 杆桁架桥节点坐标

Tab. 6 Node coordinates of 37-bar plane truss

节点	$x$	$y$	$z$
1	-5 000	0	0
2	-4 000	0	0
3	-4 000	$Y_3$	0
4	-3 000	0	0
5	-3 000	$Y_5$	0
6	-2 000	0	0
7	-2 000	$Y_7$	0
8	-1 000	0	0
9	-1 000	$Y_9$	0
10	0	0	0
11	0	$Y_{11}$	0
12	1 000	0	0
13	1 000	$Y_9$	0
14	2 000	0	0
15	2 000	$Y_7$	0
16	3 000	0	0
17	3 000	$Y_5$	0
18	4 000	0	0
19	4 000	$Y_3$	0
20	5 000	0	0

目标函数收敛曲线见图 5, 各工况下杆件截面应力见表 7, 最优化截面尺寸和节点坐标见表 8。桁架最优化外形见图 6。

表 7 37 杆桁架桥杆件应力以及对应的允许应力

Tab. 7 Bar stresses and stress constraints of 37-bar plane truss

杆件	应力值 $\sigma$ /MPa	允许应力	
		$\sigma^+$ /MPa	$\sigma^-$ /MPa
1	-105.527	240	-123.131
2	-105.527	240	-123.131
3	139.639 9	240	-45.581 1
4	139.639 9	240	-45.581 1
5	7.787 656	240	-9.380 6
6	7.787 656	240	-9.380 6
7	-116.859	240	-116.86
8	-116.859	240	-116.86
9	136.107	240	-14.584 8
10	136.107	240	-14.584 8
11	22.689 87	240	-6.526 19
12	22.689 87	240	-6.526 19
13	-117.67	240	-122.072
14	-117.67	240	-122.072
15	124.462	240	-8.698 06
16	124.462	240	-8.698 06
17	6.838 648	240	-5.009 21
18	6.838 648	240	-5.009 21
19	-115.619	240	-127.337
20	-115.619	240	-127.337
21	134.450 2	240	-6.706 68
22	134.450 2	240	-6.706 68
23	71.849 7	240	-4.277 72
24	71.849 7	240	-4.277 72
25	-118.049	240	-130.658
26	-118.049	240	-130.658
27	24.875 44	240	-6.611 44
28	-11.801 2	240	-11.811 4
29	-11.801 2	240	-11.811 4
30	-11.801 2	240	-11.811 4
31	-11.801 2	240	-11.811 4
32	-4.861 02	240	-11.811 4
33	-4.861 02	240	-11.811 4
34	12.004 96	240	-11.811 4
35	12.004 96	240	-11.811 4
36	16.458 49	240	-11.811 4
37	16.458 49	240	-11.811 4

由图 5 可知, 考虑截面面积为离散变量后, 混合变量 37 杆桁架桥形状优化计算在迭代约 500 次后基本收敛。表 7 中, 最优设计各杆件均满足应力约束条件和局部稳定条件, 并且节点 10 在 y 方向最大的位移仅为 8.209 5 mm, 同样满足位移约束的要求。由表 8 可见, 混合变量 37 杆桁架桥形状优

化的结果为 84.82 kg, 甚至远优于文献 [18] 连续截面形状优化的结果。这说明了 CLPSO 求解混合变量形状优化具有很强的搜索能力, 能够得到令人非常满意的结果。

表 8 37 杆桁架桥形状优化结果对比

Tab. 8 Comparison of optimal designs for 37-bar plane truss structure

设计变量	CLPSO	文献 [18]
$A_1$	940.0	883.1
$A_2$	71.61	50
$A_3$	71.61	50
$A_4$	816.77	715.4
$A_5$	71.61	50
$A_6$	71.61	115.3
$A_7$	792.26	646.1
$A_8$	71.61	50
$A_9$	71.61	348.1
$A_{10}$	792.26	583.5
$A_{11}$	71.61	54.1
$A_{12}$	71.61	50
$A_{13}$	792.26	528.2
$A_{14}$	71.61	50
$A_{15}$	71.61	183.7
$A_{16}$	71.61	183.7
$A_{17}$	71.61	194
$A_{18}$	71.61	192.8
$A_{19}$	71.61	187.4
$Y_3$	509.05	1 021
$Y_5$	899.91	1 781
$Y_7$	1 165.30	2 269
$Y_9$	1 327.08	2 669
$Y_{11}$	1 336.60	2 734
总重量/kg	84.82	105.15

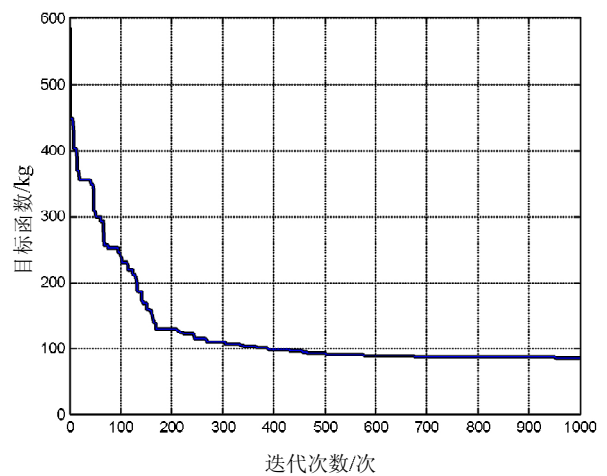


图 5 37 杆桁架桥形状优化评价函数曲线

Fig. 5 Convergence curves of optimal design of 37-bar plane truss

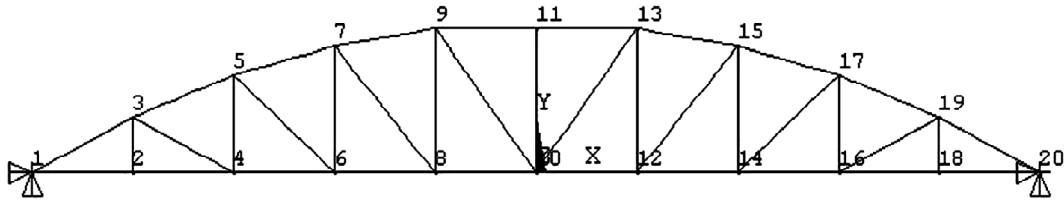


图6 37杆桁架桥形状优化结果

Fig. 6 Shape optimal design of 37-bar plane truss structure

#### 4 结论

1) CLPSO 算法是一种新颖的启发式搜索的混合算法, 和其他进化算法比较, CLPSO 算法保留了 PSO 算法概念简单、易于执行及收敛迅速等优点, 同时克服了 PSO 算法早熟收敛和后期收敛速度慢等问题。

2) 本文提出的基于 CLPSO 算法的桁架结构优化方法, 能克服以往用分层优化等方法因割裂了解空间而很难保证得到全局最优解的问题。将 CLPSO 算法应用于桁架结构的优化, 很容易实现同时考虑两种不同性质设计变量的形状优化问题。

3) 考虑对于桁架形状优化, 截面变量取离散集更加符合工程实际, 本文对提出的基于 CLPSO 算法的桁架结构优化方法进行改进, 同时考虑离散截面面积和连续节点位移的混合变量, 使之能有效地解决混合变量结构形状优化问题。

#### 参考文献

- [1] Rozvany G, Bendsoe M P, Kirsh U. Layout optimization pitfalls in topology optimization [J]. *Appl Mech*, 1995,48 (2): 41-117.
- [2] 隋允康, 由衷. 具有两类变量的空间桁架分层优化方法 [J]. *计算结构力学及其应*, 1990,7 (4): 82-92.
- [3] 隋允康, 高峰, 龙连春, 等. 基于层次分解方法的桁架结构形状优化 [J]. *计算力学学报* 2006,23 (1): 46-51.
- [4] 孙焕纯, 王跃芳, 黄吉锋. 离散变量桁架的形状优化设计 [J]. *大连理工大学学报*, 1995,35 (1): 10-16.
- [5] 石连栓, 孙焕纯, 柴山. 两类变量综合处理的结构形状优化设计方法 [J]. *计算力学学报*, 1999,16 (4): 416-420.
- [6] 汪定伟. 智能优化方法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [7] Wang D, Zhang W H, Jiang J S. Truss shape optimization with multiple displacement constraints [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002,191 (33): 3597-3612.
- [8] Tang Wenyan, Tong Liyong, Gu Yuanxian. Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005,62 (13): 1737-1762.
- [9] 刘齐茂, 燕柳斌, 邓朗妮. 桁架形状优化的一种改进模拟退火算法研究 [J]. *计算机工程与应用*, 2007,43 (23): 218-221.
- [10] Soh Chee Kiong, Yang Yaowen. Genetic programming-based approach for structural optimization [J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 2000,14 (1): 31-37.
- [11] Galante M. Genetic algorithm as an approach to optimize real-world trusses [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996,39 (3): 361-382.
- [12] Camp C V, Bichon B J. Design of space trusses using ant colony optimization [J]. *J Struct Eng*, 2004,130 (5): 741-751.
- [13] Li L J, Huang Z B, Liu F. A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables [J]. *Comput Struct*, 2009,87 (7/8): 435-443.
- [14] Camp C V. Design of space trusses using big bang-big crunch optimization [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2007,133 (7): 999-1008.
- [15] 唐和生, 许锐, 薛松涛, 等. 基于 CLPSO 算法的结构系统识别 [J]. *振动、测试与诊断*, 2010,30 (6): 605-611.
- [16] Liang J J, Qin A K, Suganthan P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006,10 (3): 281-295.
- [17] Lampinen J, Zelinka I. Mechanical engineering design optimization by differential evolution [M] //Come D, Dorigo M, Glover F, et al.. *New Ideas in Optimization*. Maidenhead, UK: McGraw Hill: 127-146.
- [18] 王栋, 张卫东, 姜节胜. 桁架结构形状与尺寸组合优化 [J]. *应用力学学报*, 2002,19 (3): 72-76.
- [19] 唐和生, 王兆亮, 薛松涛. 微分演化算法在桁架形状优化中的应用 [J]. *土木建筑与环境工程*, 2010,32 (1): 42-50.
- [20] 唐和生, 李峰, 王勇, 等. 桁架结构形状优化的粒子群优化算法 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2009,41 (12): 94-99.



## A CLPSO algorithm for truss structure shape optimization with mixed variables

XU Rui<sup>1,2</sup>, MA An-feng<sup>3</sup>, XIE Peng<sup>4</sup>, GAO Fu-ru<sup>4</sup>, Xue Song-tao<sup>2,5</sup>

(1. School of Geology Engineering and Geomatics, Changan University, Xi'an, Shaanxi 710054, China; 2. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Xi'an Exploration Engineering Co. Ltd., Shaanxi Geology and Mineral Bureau, Xi'an, Shaanxi 710016, China; 4. Xi'an Engineering Investigation and Design Research Institute of China National Nonferrous Metals Industry, Xi'an, Shaanxi 710054, China; 5. Department of Architecture, Tohoku Institute of Technology, Sendai 982-8577, Japan)

**Abstract:** In order to overcome the difficulties encountered by the coupling of two distinct types of design variables, the discrete section area and continuous node coordinates, in the shape optimization of truss structures with mixed variables, a novel intelligent optimization method, comprehensive learning particle swarm optimization (CLPSO) is introduced in this paper. The basic principle of CLPSO algorithm is presented in detail first, and then mathematical model for shape optimization of truss structures is presented, in which two distinct types of design variables, the discrete section area and continuous node coordinates, are considered simultaneously. Several classical problems were solved for shape optimization with mixed variables, and the results are compared with those using the other optimization methods. The effectiveness of the proposed method is evaluated through the numerical analysis.

**Key words:** CLPSO algorithm; shape optimization; truss structures; coupling of design variables; discrete variables; mixed variables

---

(上接第 546 页)

## Experimental investigation and nonlinear finite element analysis on behavior of connections between prestressed steel reinforced concrete beams and concrete-filled steel tubular columns

JIN Huai-yin

(CAAC New Era Airport Design Research Institute Co. Ltd., Shanghai Branch, Shanghai 200335, China)

**Abstract:** Based on the experiments of connections between prestressed steel reinforced concrete (SRC) beams and concrete-filled steel tubular (CFT) columns under low reversed cyclic loading, the non-linear finite element analysis (FEA) models considering these factors such as material, geometrical and contact non-linearity are established using the software of ABAQUS, and the proposed model is verified very well by the experimental results. Then, parametric analysis are made to investigate the influence of axial compression ratio, prestressing, strength of concrete in the panel zone and thickness of steel tube in the panel zone and so forth on the behavior of the connections. It is found that compression ratio, thickness of the tube in the panel zone are more important to the behavior of the connections.

**Key words:** prestressed steel reinforced beam; concrete-filled steel tube column; connection; finite element analysis; parametric analysis