



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

# 地铁运行引起地面振动的 FE-TLE 方法 研究

姓名：石家武

学号：0820020352

所在院系：土木工程学院

学科门类：土木工程

学科专业：风工程

指导教师：薛松涛 教授

副指导教师：唐和生 副教授

二〇一一年三月



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to

Tongji University in conformity with the requirements for

the degree of Master of Science

**A Couple FE - TLE Model For Ground  
Vibrations Due To Underground Railways**

Candidate: Shi Jiawu

Student Number: 0820020352

School/Department: Civil Engineering Department

Discipline: Civil Engineering

Major: Civil Engineering

Supervisor: Tang Hesheng

March, 2011

地铁运行引起地面振动的 F E — T L E 方法研究 石家武 同济大学

# 学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

## 同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日



## 摘要

地铁已经成为全世界许多城市的一个重要的交通工具,然而地铁运行产生的地面振动以及由振动产生的二次噪声,对于地面居民的生活产生了很大的影响,因此,地铁振动的研究受到了工程界的广泛关注。

本文使用轮轨耦合模型模拟了地铁的激振力,使用有限元(FE)-薄层单元(TLE)结合的方法建立了隧道-土体模型,分析了地铁运行引起地面振动的传播特性。研究主要工作包括以下几个方面:

(1) 简要回顾了地铁激振力与地铁振动传播领域的研究现状,对该领域存在的主要问题进行了总结。

(2) 使用轮轨耦合模型进行地铁激振力的模拟,并与双欧拉梁模型进行了对比,结果表明,轮轨耦合模型比双欧拉梁模型在高频部分更符合实际情况。

(3) 针对普通有限元法计算量大,计算时间长的问题,初步建立了薄层单元-有限单元结合的模型来模拟隧道与土体结构相互作用,能比较大幅度减少计算时间。将该模型的计算结果与实测结果进行了比较,证明了该模型的可行性。

(4) 使用该模型计算了不同工况下的地面振动,分析了各种因素对模拟地面振动的影响。

**关键词:** 地铁, 振动, 加速度, 薄层单元, 有限单元

## ABSTRACT

Metro has become one of the most important means of the transport because of its advantages, meanwhile the ground vibration induced by the metro and the secondary noise induced by the vibration have a great impact on the ground-dwellers. Therefore the vibration of metro has received extensive attention of engineers.

The article uses the coupled wheel-rail model to simulate the metro exciting load. The ground vibrations are studied by the coupled of the thin layer element (TLE) method and the finite element (FE) method. The research work involves the following aspects:

(1) The metro load and the vibration induced by the metro loads are briefly reviewed. The main problems of this area are summarized.

(2) The metro load is simulated by the coupled wheel-rail model. Compared with the load simulated by the double Euler beam model, the former is more realistic in the high frequency part.

(3) The ordinary finite element method needs a long computing time for its large computation. In order to improve it, a method coupled the thin layer element (TLE) method with the finite element(FE) method is established. The results calculated by this model are compared with the experimental results, which show that the model can provide a reference for predicting environmental vibration.

(4) The ground vibration of different conditions are calculated, the impacts of various factors are analyzed.

**Key Words:** metro; Vibration; Acceleration; TLE; FE



## 目录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 研究现状 .....	2
1.2.1 地铁激励荷载的研究 .....	2
1.2.1 振动在土体中的传播 .....	5
1.3 当前研究存在的一些问题 .....	7
1.4 本文的主要工作 .....	8
第 2 章 地铁引起环境振动的激振力分析 .....	9
2.1 引言 .....	9
2.2 双欧拉梁模型 .....	9
2.3 轮轨耦合模型 .....	11
2.3.1 基本假定 .....	11
2.3.2 上部车辆模型 .....	12
2.3.3 下部轨道的模型 .....	13
2.3.4 轨道不平顺的考虑 .....	15
2.3.4 交叉迭代算法 .....	18
2.4 算例 .....	21
2.4.1 列车参数 .....	21
2.4.2 双欧拉梁模型与轮轨耦合模型比较 .....	24
2.4.2 激振力时程与频域曲线 .....	24
2.5 本章小结 .....	28
第 3 章 地铁振动在土体中的传播模型 .....	29
3.1 土中振动波传播的一般规律 .....	29
3.1.1 土中波振动的波速 .....	29
3.1.2 波动方程 .....	29
3.2 薄层单元法 .....	31
3.2.1 薄层单元法的基本原理 .....	31
3.2.1 线荷载的格林函数 .....	33
3.2.2 边界条件 .....	34
3.3 薄层单元法与有限单元法耦合模型 .....	34
3.3.1 有限单元法 .....	35
3.3.2 薄层法与有限单元法耦合模型 .....	36
3.4 本章小结 .....	38
第 4 章 数值模拟结果分析及实测对比 .....	39

4.1 计算参数与条件 .....	39
4.2 计算结果的时程比较 .....	39
4.3 计算结果的频谱比较 .....	41
4.4 计算结果的三分之一倍频程分析与实测结果比较 .....	43
4.4.1 三分之一倍频程计算原理 .....	43
4.4.2 三分之一倍频程比较 .....	44
4.5 计算结果振级分析 .....	46
4.5.1 振级评价标准 VLz .....	46
4.5.2 振级比较 .....	46
4.5 不同工况计算结果比较与分析 .....	47
4.5.1 不同载重 .....	47
4.5.2 不同车速 .....	48
4.5.2 不同的轨下支承 .....	49
4.5.3 不同单元粗细划分 .....	50
4.5.4 埋深影响 .....	52
4.6 本章小结 .....	53
第5章 结论与展望 .....	54
5.1 本文工作总结 .....	54
5.2 展望 .....	54
致谢 .....	56
参考文献 .....	57
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果 .....	60

# 第 1 章 绪论

## 1.1 引言

从 1863 年伦敦为了解决交通堵塞,建设的第一条蒸汽地铁——伦敦大都会铁路开始,在 19 世纪相继出现了芝加哥、布达佩斯、格拉斯哥、维也纳、巴黎等城市开始修建铁路,地铁开始走入了人们的生活。中国从 1965 年开始修建第一条北京地铁之后、天津上海以至全国各大城市都陆续开始了地铁修建的步伐。

地铁交通因为其不占用地面空间、运量大、速度快、准时方便的优点,已成为缓解城市拥挤交通的重要手段。而且,地铁交通与城市经济和社会发展之间存在良性互动的密切关系,比起其他城市交通工具,地铁对于环境的污染更小。但是,地铁运行由于轮轨接触、车辆设备等产生的振动和噪声会影响周围的环境,而城市交通轨道线路大多位于或穿越居民区,常常还会穿越精密仪器、古代建筑群、音乐厅以及其他对噪声比较敏感的地区。当地铁在运行过程中,居民受到地铁振动引起其上部建筑物的振动以及结构辐射噪声的影响。

振动试验表明<sup>[1]</sup>:当加速度的振级达到 65dB 时,对人们的睡眠有轻微的影响,达到 79dB 时所有睡眠的人都将惊醒。同时振动会影响人的视觉和精神集中度,影响人脑的正常思维,干扰手动操作的准确性,使其操作质量、速度下降,甚至出现操作误差。另外,地铁的振动会使音乐厅的演出受较大影响,也会引起精密仪器数据的读取的不准确,甚至出现设备故障等。地铁振动还会引起一些砖石古建筑产生裂缝,布拉格、哈斯特珀斯和霍索夫等地还因为裂缝过大而导致古教堂倒塌的恶性事故。

因此,地铁对环境的影响越来越各国政府、铁路运输部门、科研机构、高校的关注和重视。

美国、英国、日本、德国等国家已广泛进行了铁路车辆的振动的传播规律、衰减特性的研究。主要是测试和分析振动波的传播规律,改善道床的结构,设立隔离设施等,目的是为了减少结构的振动。

国内的一些科研机构也开始展开了对地面振动的测试和分析,在振动波于地面的衰减方面得到了一些成果。主要集中在地铁隧道的振动研究,没有直接以建筑物为研究对象进行振动研究,并与城市的交通轨道的振动传播特性进行比较研究。

关于地铁振动的研究方法主要可以概括为如下三方面:

1) 理论分析方面。理论方面的主要集中在振源模拟、隧道结构及地层响应

的整体分析和控制方法、振动标准制定等这些方面。但其体系尚不完善，缺乏完整的理论基础，有待发展。

2) 计算机数值模拟方面。计算机模拟研究一般做法是建立研究体系的动力学模型，推导该系统的动力学方程，采用数值方法借用 ANSYS 等软件，求解方程得到整个模型的响应<sup>[2-4]</sup>。其优点是计算简化、分析效率高、较为通用和适于推广，缺点是精度不高，计算量大，计算时间长，需要加以改进。

3) 现场实测方面。即采用加速度传感器等仪器对地铁振源、地面振动以及建筑物的振动进行现场实测，对此方面的研究有重大的理论和现实意义，但目前此研究较少，其成果主要为相应的理论分析提供根据、印证理论模型的正确性、为评估地铁诱发的环境振动提供依据。

总体而言，振动的激励的产生机制是研究的起点，波的传播规律是一个桥梁和中介，结构的振动以及二次噪声是地铁振动的研究目标。只有在准确模拟了地铁列车产生的振动激励的基础上，有能比较好的模拟振动波的传播和衰减规律的方法和理论，才能对地铁造成的结构响应进行更准确的分析，进而分析结构产生的二次辐射噪声，从而给出地铁振动对周围环境的合理评估。

## 1.2 研究现状

### 1.2.1 地铁激励荷载的研究

地铁列车的振源荷载是整个地铁列车研究的前提和基础，具有重要的意义。地铁列车的激励荷载主要是由于轨道的不平顺引起的，但是列车荷载的模拟涉及列车、钢轨、轨枕、道床以及隧道等多方面因素，是一个复杂的动力学问题，要完全考虑这些因素在内的准确模型是不可能建立的。到目前为止，地铁列车荷载的模拟主要有三个方法：

(1) 根据以往的经验，用人工函数来简化合成列车荷载。

潘昌实<sup>[5]</sup>等采用一个简单的类似简谐激振形式的函数来表达列车的荷载，该函数能反映出轨道不平顺等控制条件。其中包括静荷载和由一系列正弦函数迭加而成的动荷载：

$$F(t) = A_0 + A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t + A_3 \sin \omega_3 t \quad (1)$$

式中， $A_0$  为静荷载； $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  为与钢轨振动圆频率对应的振动荷载峰值。

实际计算中，轴重  $A_0$  是能够确定的，但是  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  以及对应的钢轨振动圆频率却难以确定。潘昌实等学者根据英国铁路技术中心的实验结果，建议了相应的经验公式：

$$A_i = ma_i \omega_i^2 \quad (2)$$

式中,  $m$  为列车簧下质量;  $a_i$  为轨道不平顺波长  $L_i$  对应的振幅。

童大坝<sup>[6]</sup>在考虑一个转向架的情况下, 将列车的荷载  $P$  简化为

$$P = P_0 + (\alpha + \beta) \sin(2\pi\alpha t) P_0 \quad (3)$$

式中  $P_0$  为列车的静荷载,  $\alpha$  为速度系数;  $\beta$  为偏载系数, 当为直线轨道时,  $\beta = 0$ ;  $\omega$  为加载频率。

(2) 在现场实测基础之上, 进行频谱分析, 在此基础之上采用数定的方法确定地铁列车的激励荷载。

李德武等<sup>[7]</sup>把机车和车辆简化成不同的力学模型, 并给出了这两种模型的运动微分方程和动力平衡方程。根据钢轨底面的竖向振动加速度实测结果, 解算运动微分方程和动力平衡方程, 从而得到了列车竖向振动荷载的数定表达。张玉娥等<sup>[8]</sup>也在现场试验的基础上, 结合随机振动理论对地铁列车振动荷载进行模拟, 导出了列车竖向振动荷载的数定表达式。

(3) 根据列车-轨道的耦合作用建立相应的数学模型, 然后进行数学分析, 建立动力学方程, 获得系统的相应。

在研究车辆和轨道相互作用时, 必须考虑列车-轨道的模型的简化。上世纪 80 年代, Clark<sup>[9]</sup>采用弹性点支承的连续梁来模拟轨道, 单独考虑了轨枕的振动, 使模拟更趋于实际情况, 弹性点支承梁与连弹性基础梁的差别在于将隧道下的基础当成均匀的地基基础, 符合 Winkler 地基假设。把轨下结构模拟为离散的结构-阻尼支持系统。英国铁路曾把该方法与实测进行了对比, 结果表明其计算结果与实测基本吻合。

同一时期出现了一种称为集总参数简化模型的轮轨耦合分析模型。其中比较典型的是由 Sato<sup>[10]</sup>提出的列车-轨道简化模型。美国 Ahlbeck 等<sup>[11]</sup>也提出了一个与之相仿当时更复杂的半车-轨道集总参数模型, 在轨道部分考虑了基础的质量影响, 并考虑了钢轨连接处轮轨冲击的影响。吴章江<sup>[12]</sup>采取了最简化的离散自由度集总参数模型计算轮轨接头出的轮轨冲击, 所谓集总参数模型就是基于一定的等效原理的基础上, 把分散的轨道结构复杂参数, 转换为一个较少自由度的简化的集中参数模型。

显然, 集总参数模型有很大的局限性, 一般只使用于均匀分布的轮轨参数下的动态问题, 而且该方法产生的竖直误差比较大, 其导致的误差相对于铁轨可达到 10%~20%, 相对于轮轨系统的加速度还可能到 40%之多<sup>[13]</sup>。但该计算方法算出的激励的变化趋势以及相互之间的数量关系, 基本能与实测结构一致, 因此在研究参数对激振力影响的研究以及灵敏度分析中, 仍是行之有效的。

进入 90 年代, 由于计算机技术的日益进步, 使列车与轮轨之间的相互作用

能比较详尽的进行考虑。瑞典的 Nielsen<sup>[14]</sup>和加拿大的 Cai<sup>[15]</sup>等相继提出和发展了转向架-轨道相互作用模型,考虑了车体与转向架、转向架与轮对之间的悬挂弹簧以及轮对的质量,轨道被当成有限个离散点的梁,并得出了轮轨冲击作用。加拿大的 Dong<sup>[16]</sup>等提出了一种基于有限元的轮轨耦合动力模型,希望能用有限长度的模型来模拟无限长度的地铁轨道。意大利的 Diana 等<sup>[17]</sup>在轮轨相互作用方向进行了一系列的研究。这一时期的模型的特点就是比较多的考虑了车身对激励的影响,以往的研究往往偏重轨道结构的研究,而忽略了列车对整个激励的影响。实际上,车辆与轨道作为一个相互作用的系统,将轮轨之间的作用作为联系上部车辆结构与下部铁轨结构的纽带,对整个轮轨耦合系统进行研究,这样可以更为客观的反应铁路轮轨动力学的实际情况。将车辆模拟为一个以恒定速度向前运行的整体体系,轨道采用三层连续弹性支承点的梁来模拟,轮轨接触力则使用赫兹轮轨接触理论加以计算。事实上,在该模型的数值计算结果与铁路现场的实测结果吻合。

解决车辆轮轨相互作用动力学有两种方法:频域和时程方法。频域法是将原动力学运动方程傅里叶变换到频域,再解决频域内的代数方程组问题。而时域解答则采用模态叠加的方法将四阶偏微分方程组降为二阶偏微分方程组,而后在时间点进行积分直接求解系统的动力响应。

频域计算方法特别适应求解无限长的弹性轨道梁模型和处理随机不平顺轨道面,对于高频的轮轨耦合作用更有明显的优势,但不能解决非线性模型,不规则轨道结构。而时域方法就能比较好的解决非线性动力学模型,不规则结构等,但数值积分比较费时。而实际轮轨的接触力就包括非线性接触,车辆悬挂也是非线性,而且钢轨支承沿纵向是非均匀分布,所以时域法越来越成为车辆与轮轨相互作用力模拟的主要方法。

刘维宁和夏禾<sup>[18]</sup>等采用由车辆模型、轨道模型和轮轨间的耦合关系组成的车辆-轨道振动系统的动力分析模型。由地铁车辆-轨道系统的振动模拟来确定列车振动荷载。其中,车辆模型由一个6节编组的车厢系组成,每节均为由车体、转向架、轮对、弹簧和阻尼器组成的多自由度振动系统;轨道模型包括轨道和轨枕下的橡胶垫层和扣件,并将其假定为3层质量-弹簧-阻尼器系统支持的弹性长梁,其中弹性长梁按有限元处理,模拟钢轨,3层质量-弹簧-阻尼器系统分别模拟轨下垫层、轨枕和道床。利用车辆-轨道系统动力分析模型,通过 Newmark 逐步积分法可求得车-轨系统作用于隧道结构上的荷载。

雷晓燕<sup>[19]</sup>建立了车辆-轮轨-路基耦合系统的竖向振动分析模型,考虑了车体的一系、二系弹簧阻尼系数、轮轨接触的非线性以及材料和变形非线性行为、以及车辆、轮轨、垫层、枕轨、道砟路基之间的相互耦合,考虑铁轨的不平顺条件,

用有限元方法计算得出列车激励荷载。该方法首先是对车辆与轨道的相互作用模型建立数学模型，然后进行数学分析，以获得系统的响应。

### 1.2.1 振动在土体中的传播

地铁引起环境的振动的分析与预测受世界上许多发达国家的重视，并被列为重要的科学研究课题。

简单的振动预测方法主要包括以下几种：根据现场测量结果，拟合出经验计算公式；通过室内试验或者邻近类似工程进行类比分析（该方法只针对特定的工程）；从理论出发，忽略复杂的不确定因素，在一定的假定基础上推导简单易求的预测公式。

在国外，Kurzweil<sup>[20]</sup>和 Lang<sup>[21]</sup>给出了振级随距离变化的简单的预测公式；Ugar 等<sup>[22]</sup>通过给定不同列车、轨道、隧道、建筑物类型的修正系数，来预测地铁引起的振动响应；G. Bornitz<sup>[23]</sup>提出了考虑几何阻尼和材料阻尼效应并结合土体实测参数（土的能量吸收系数或衰减系数）的地面振动衰减公式；1988 年，Melke<sup>[24]</sup>将振源-传播途径-接收者这一系统参照电路阻抗模型来模拟，以代数的形式取代复杂的运动方程，建立了振动衰减公式。在大城市较多的一些国家如美国、法国、日本、德国、英国、比利时、瑞士等，交通荷载引起的环境问题已经被列为重要的科学研究课题，学者们早已开始着手研究振动产生的原因、传播路径与控制方法以及对人体的危害等。

在英国，面对公众的强烈反映，英国铁路管理局研究发展部技术中心对车辆引起的地面振动进行了测试，主要就行车速度、激振频率和轨道参数的相关关系以及共振现象进行了实验研究。

瑞士联邦铁路和国际铁路联盟(UIC)实验研究所(ORE)共同执行了一项计划。以 A. Zach 和 G. Rutshauser 为首的研究小组研究了地铁列车和隧道结构的振动频率和加速度特征，从改善线路结构的角度提出了降低地铁列车振动对附近地下及地面结构振动影响的途径。

德国的 J. Melke 和 Voberg K. G 发展了一种分析技术、实验室试验和现场的定量预测方法，并建立了对应的数学模型，给出一套理论计算预测振动响应的复变函数的数学关系式，但该方法主要用于准确定量预测地铁振动响应，用于地铁工程的轨道、隧道等减振措施设计。

日本 T. Fujikake、青木一郎和 K. Hayakawa 等分别就交通车辆引起的结构振动发生机理、振动波在地下和地面的传播规律及其对周围居民的影响进行了研究，提出了周围环境振动水平的预测方法。

此外，西班牙、捷克等国在这些方面也做了大量的测试、调查和研究工作，

通过对几种不同场地土的测试结果统计,分析了列车引起的地面振动波的传播和衰减特性,并从降低行车速度、减轻荷载重量、提高路面平整度等方面提出了减少振害的措施。

在国内,也经常采用这种简单的预测方法来评价轨道工程造成的环境振动响应,一般的经验公式包括车速、距离及隧道类型等其它各修正项与振级的关系。陈实、徐国彬等<sup>[25]</sup>通过现场测量得到了列车经过时的加速度波形,通过最小二乘法拟合出加速度均值随着距离衰减的相关函数,并进一步计算了三个不同跨度的网架的动、静力响应;周裕德等<sup>[26]</sup>结合上海音乐厅移位的实际工程,采用类比调查法在地铁线路附近测试了有无地铁通过时的振级和相似建筑物的响应,并对迁址后音乐厅的振动和二次噪声进行了预测;2002年广州地铁总公司和广州大学通过对广州地铁沿线进行大量的振动测试,对不同隧道截面形式给出了不同的地表振动传播公式<sup>[27]</sup>;周云<sup>[28]</sup>在其硕士论文中从土动力学中瑞利波的衰减规律出发,建立了能够评价地面振动的简单模型,并与实测结果吻合较好;闫维明等<sup>[29]</sup>通过对地铁振动的实测,分析了振动的频率特点和衰减规律,并提出了统计回归公式。

就地基振动的文献来说,许多早期的研究都是使用解析法和实验法。当使用解析法时,考虑的问题常常在几何形状与材料性质上施加许多限制,对于其它复杂情况,很难得到封闭形式的解。另一方面,尽管通过实验方法得到的结果显得更可靠、更接近实际情况,然而一个详尽的现场测量的花费是非常昂贵的。

目前广泛使用的是数值方法,20世纪70年代开始,随着高性能的计算机的出现,有限单元法及其他的数值计算方法开始慢慢普及。有限元法以其能适应不同的形状,各种材料分区,可以建立地铁-土层-上部建筑模型进行计算。

王逢朝、夏禾等<sup>[2]</sup>用简化方法建立二维动力模型,计算了列车引起的振动在土层中的传播特性及对邻近建筑物的影响。冯军和、闫维明<sup>[30]</sup>通过 ANSYS 二次开发,建立列车-隧道-建筑物的整体二维分析模型,对不同工况条件下的地面及建筑物的振动规律进行了研究。文强、夏禾<sup>[31]</sup>通过建立隧道-土层的有限元模型,分析了距离、车速、隧道埋深等各种因素对地铁引起的振动问题的影响。

但土壤是半无限的,有限元法只能模拟为有限的尺寸单元。考虑能量耗散的辐射阻尼由于波的向外传播而不能恰当建模。边界元则能准确的考虑辐射阻尼的影响。

Klein<sup>[32]</sup>采用频域内的三维边界元研究了大量的隔振方法。Kattis<sup>[33]</sup>等采用频域内的三维边界元分析了隔振沟与排桩的隔振性能。Banerjee<sup>[34]</sup>等采用 3D 边界元研究了波屏障的有效性,并对计算结果与大量试验数据进行了比对。

然而这种方法不适于模拟在实际情况下可能遇到的具有不规则的几何形状



和材料的结构与下面的土壤。现在, 尽管边界元法也能够处理不同类的几何问题, 这种方法将会产生更加复杂的格林函数, 或者考虑内部区域的细化问题。

为了克服有限元与边界元的缺点, 有些学者提出了有限元与边界元结合的算法。

Andersen 等<sup>[35]</sup>对地面列车建立了轨道-均匀土层半空间的有限元和边界元耦合模型, 利用移动坐标解决移动荷载三维问题, 在频域内分析了不同列车速度和激励频率对屏障隔振的影响。

考虑三个方向的有限元计算往往计算量极大, 为了减少计算量, 又能满足与三维有限元计算相同的精度, 发展出了一个称为 2.5 维有限元的计算方法

王田友、丁洁民<sup>[36]</sup>用考虑三维影响的 2.5 维有限元考虑了列车行进效应, 得到了地铁振动在土层自由场环境的衰减规律。谢伟平等<sup>[37]</sup>提出列车运行时的振动问题主要是由移动荷载的自振与移动位置的变化所引起的, 应用了 2.5 维有限元方法, 对移动方向进行波数积分求解, 并考虑了不同性质地基土的影响。P. Galvin<sup>[38]</sup>等用 2.5 维有限元-边界元结合的方法对地铁的振动进行了研究, 与实测结果比较在低频范围内有比较好的吻合。

此外, 振动在土中传播的模拟过程中还出现了一些其他的算法。

Clouteau D<sup>[39]</sup>等利用隧道-自由场动态相互作用在隧道轴线方向上的一致性, 采用 Fourier 变换和 Floquet 变换等方法, 在频率-波数域内推导了移动荷载作用下隧道以及自由场的响应。

Pezeshki 等<sup>[40]</sup>用薄层法模拟分层地基, 对多层建筑的振动加以研究, 并用频域离散格林函数法求解。Kaynia<sup>[41]</sup>对地面铁路的振动影响分析中将土层模拟为分层黏弹性半空间, 而路基则模拟为移动列车荷载作用下的黏弹性梁, 该模型利用频域格林函数法求解, 其计算在定性和定量方面均与实测符合很好。

### 1.3 当前研究存在的一些问题

关于地铁运行引起环境振动的问题, 国内外许多学者做了很多工作, 但由于问题的复杂性, 仍然有许多问题值得探讨:

(1) 地铁的激振力问题。通常采用简化模型, 例如移动荷载欧拉梁或铁木辛柯梁、数定法以及全车或半车轮轨耦合模型。地铁的激振力有很多的不确定性, 而这些模型一般都基于一定的假设基础之上, 难以准确的模拟; 而基于实测加速度之上的数定方法, 需要大量的现场实测数据, 也难以对未建地铁进行预测。

(2) 地铁振动的数学分析模型问题。一方面, 工程中实际土体是各种各样、非常复杂的, 地铁荷载引起的振动及传播与土层的动力特性相关。而土体本身的

本构关系都很复杂，所以从土的波动理论方面来研究土壤中波的传播规律和能量吸收和扩散规律，以及土层的参数对振动波的影响，规律都很复杂，有待进一步研究。另一方面，地铁振动研究的对象是地铁-隧道-土层-结构相互作用的一个开放系统的波动问题，国内大多数采用 ANSYS、Abaqus 等有限元计算软件进行模拟，但有限元模拟的结果往往不够理想，而且一般有限元软件计算时间较长，对计算机的硬件以及存储容量要求都较高。

## 1.4 本文的主要工作

本文主要研究以下几个问题

(1) 研究了移动荷载欧拉梁和半车轮轨耦合模型两种激励荷载模拟方法，得到比较符合实际的列车荷载。计算了不同列车载重、不同车速、不同轨下支承情况下的列车荷载。

(2) 把有限单元法与薄层法结合，建立地铁振动在隧道-土体中的传播模型，编写相关 matlab 程序。计算各种不同工况的列车荷载情况下，地面的振动。

(3) 比较分析数值计算结果与实测结果，分析了振动的传播规律。

(4) 比较不同的列车荷载，不同的车速，不同的轨下支承，以及不同埋深对地面振动的影响。

## 第2章 地铁引起环境振动的激振力分析

### 2.1 引言

地铁的激励是研究整个地铁问题的前提。地铁高速的运行是地铁振动的主要发生源，振动源于载重对车轮和钢轨的施压以及相互作用；列车在轮轨的周期性的接触轨道过程中会产生振动，此外，接触面由于磨损出现不平顺时候，也会产生很强烈的振动。对于整个的激振力，其影响因素包括：地铁列车的型号、载重、车速、轨道的不平顺、是否用了各种扣件等。到目前为止，国内尚无能十分准确的模拟地铁激励的方法，不少学者采用基于现场测试，而后进行数定方法推导出激励荷载；还有一种比较可行的就是，建立数学模型，通过理论计算来获得地铁列车的激励荷载，包括梁模型（单欧拉梁、双欧拉梁、三层梁模型等）、轮轨耦合模型等。本文主要介绍双欧拉梁模型、轮轨耦合模型。

### 2.2 双欧拉梁模型

双欧拉梁模型如图 所示：

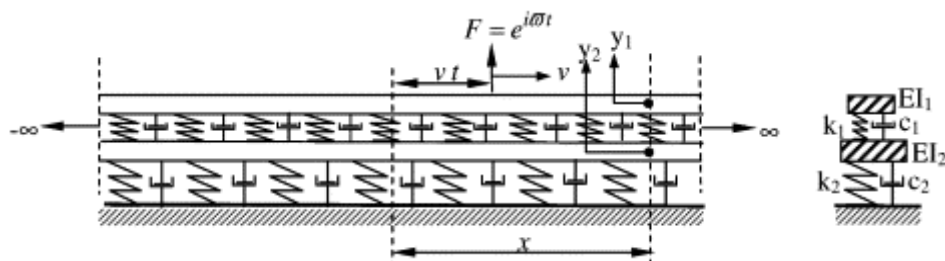


图 2.1 双欧拉梁模型

如图 2.1 所示，频率为  $\omega$  且速度为  $v$  的移动荷载作用在双欧拉梁模型上。该模型由一个上部欧拉梁和下部欧拉梁组成。其中上部欧拉梁每米长度的质量为  $m_1$ ，弹性模量为  $E_1$ ，截面惯性矩为  $I_1$ ；下部欧拉梁相应的参数分别为  $m_2$ ， $E_2$ ， $I_2$ 。上下部欧拉梁以一组刚度为  $k_1$  的弹簧和阻尼为  $c_1$  的粘滞阻尼器来连接。下部欧拉梁以一组刚度为  $k_2$  的弹簧和阻尼为  $c_2$  的粘滞阻尼器与固定面相连接。

计算时，假定该移动荷载起始位置  $x=0$ ，起始时间  $t=0$ 。将轨道系统的空间-时间域差分方程变换为相应的波速-频率域，并进行简化计算，最终结果通过反变换过程得到了空间-时间域的解答。

上部欧拉梁上作用的移动荷载的空间-时间域方程如下：

$$F(x, t) = e^{i\varpi t} \delta(x - vt) \quad (2.1)$$

式中,  $\delta$  是 Dirac delta 函数。上下部欧拉梁的差分方程表示为:

$$E_1 I_1 \frac{\partial^4 y_1(x, t)}{\partial x^4} + m_1 \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial t^2} + k_1(y_1 - y_2) + c_1 \left( \frac{\partial y_1}{\partial t} - \frac{\partial y_2}{\partial t} \right) = e^{i\varpi t} \delta(x - vt) \quad (2.2)$$

$$E_2 I_2 \frac{\partial^4 y_2(x, t)}{\partial x^4} + m_2 \frac{\partial^2 y_2(x, t)}{\partial t^2} + k_2 y_2 - k_1(y_1 - y_2) + c_2 \frac{\partial y_2}{\partial t} - c_1 \left( \frac{\partial y_1}{\partial t} - \frac{\partial y_2}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.3)$$

通过 Fourier 变换, 将公式 (2.1) 和公式 (2.3) 从空间-时间域  $(x, t)$  变换为波数-频率域  $(\xi, \omega)$ , 表示为:

$$E_1 I_1 \xi^4 \tilde{y}_1 - m_1 \omega^2 \tilde{y}_1 + k_1(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) + c_1 i \omega (\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) = 2\pi \delta(\omega + \xi v - \varpi) \quad (2.4)$$

$$E_2 I_2 \xi^4 \tilde{y}_2 - m_2 \omega^2 \tilde{y}_2 + k_2 \tilde{y}_2 - k_1(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) + c_2 i \omega \tilde{y}_2 - c_1 i \omega (\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) = 0 \quad (2.5)$$

式中,  $\tilde{y}_1$  和  $\tilde{y}_2$  为  $y_1$  和  $y_2$  在波数-频率域的 Fourier 变换。公式 (2.4) 与公式 (2.5) 可以表达为矩阵形式:

$$A \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\pi \delta(\omega + \xi v - \varpi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\text{式中, } A = \begin{bmatrix} E_1 I_1 \xi^4 - m_1 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega & -k_1 - c_1 i \omega \\ -k_1 - c_1 i \omega & E_2 I_2 \xi^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + k_2 + i \omega (c_1 + c_2) \end{bmatrix}$$

求解公式 (2.6) 中的  $\tilde{y}_1$  和  $\tilde{y}_2$ :

$$\tilde{y}_1(\xi, \omega) = \frac{2\pi \delta(\omega + \xi v - \varpi) f_2(\xi, \omega)}{f_1(\xi, \omega)} \quad (2.7)$$

$$\tilde{y}_2(\xi, \omega) = \frac{2\pi \delta(\omega + \xi v - \varpi) f_3(\xi, \omega)}{f_1(\xi, \omega)} \quad (2.8)$$

式中,  $f_1(\xi, \omega) = |A|$ ,

$$f_2(\xi, \omega) = E_2 I_2 \xi^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + k_2 + i \omega (c_1 + c_2),$$

$$f_3(\xi, \omega) = k_1 + c_1 i \omega.$$

首先将公式 (2.7) 和公式 (2.8) 变换到波数-时间域, 得到:

$$\tilde{y}_1(\xi, t) = \frac{f_2(\xi, \omega = \varpi - \xi v)}{f_1(\xi, \omega = \varpi - \xi v)} e^{i(\varpi - \xi v)t} \quad (2.9)$$

$$\tilde{y}_2(\xi, t) = \frac{f_3(\xi, \omega = \varpi - \xi v)}{f_1(\xi, \omega = \varpi - \xi v)} e^{i(\varpi - \xi v)t} \quad (2.10)$$

接着将公式 (2.9) 和公式 (2.10) 变换到空间-时间域, 得到:

$$\tilde{y}_1(x, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_2(\xi, \omega = \varpi - \xi v)}{f_1(\xi, \omega = \varpi - \xi v)} e^{i\xi(x-vt)} d\xi \quad (2.11)$$

$$\tilde{y}_1(x, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_3(\xi, \omega = \varpi - \xi v)}{f_1(\xi, \omega = \varpi - \xi v)} e^{i\xi(x-vt)} d\xi \quad (2.12)$$

积分公式 (2.11) 和公式 (2.12) 可简化为:

$$\tilde{y}_1(x, t) = \frac{ie^{i\omega t}}{E_1 I_1 E_2 I_2} \sum_{n=1}^4 \frac{e^{i\xi_n(x-vt)} f_2(\xi_n, \omega = \varpi - \xi_n v)}{\prod_n} \quad \text{当 } x-vt > 0 \text{ 时} \quad (2.13)$$

$$\tilde{y}_2(x, t) = \frac{ie^{i\omega t}}{E_1 I_1 E_2 I_2} \sum_{n=1}^4 \frac{e^{i\xi_n(x-vt)} f_3(\xi_n, \omega = \varpi - \xi_n v)}{\prod_n} \quad \text{当 } x-vt > 0 \text{ 时} \quad (2.14)$$

$$\tilde{y}_1(x, t) = \frac{-ie^{i\omega t}}{E_1 I_1 E_2 I_2} \sum_{n=5}^8 \frac{e^{i\xi_n(x-vt)} f_2(\xi_n, \omega = \varpi - \xi_n v)}{\prod_n} \quad \text{当 } x-vt < 0 \text{ 时} \quad (2.15)$$

$$\tilde{y}_2(x, t) = \frac{-ie^{i\omega t}}{E_1 I_1 E_2 I_2} \sum_{n=5}^8 \frac{e^{i\xi_n(x-vt)} f_3(\xi_n, \omega = \varpi - \xi_n v)}{\prod_n} \quad \text{当 } x-vt < 0 \text{ 时} \quad (2.16)$$

式中,  $\prod_n = (\xi_n - \xi_1)(\xi_n - \xi_2) \cdots (\xi_n - \xi_{n-1})(\xi_n - \xi_{n+1}) \cdots (\xi_n - \xi_8)$ ,  $\xi_n$  为公式  $f_1(\xi, \omega = \varpi - \xi v) = 0$  的根。 $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  为第一和第二象限中的根,  $\xi_5, \xi_6, \xi_7, \xi_8$  为第三和第四象限中的根。

## 2.3 轮轨耦合模型

轮轨耦合模型<sup>[19]</sup>是以车轮与轨道之间的作用力为纽带, 分别建立上部车辆模型与下部轨道模型进行计算的。

### 2.3.1 基本假定

- (1) 考虑轮轨竖向动力效应和纵向动力效应;
- (2) 轨道和上部车辆结构沿线路方向左右对称, 可取一半结构进行研究;
- (3) 上部结构为附有二系弹簧系统的整车模型, 车体和转向架考虑沉浮振动和点头振动;
- (4) 轮轨间的接触力遵守赫兹非线性公式;
- (5) 钢轨被离散为二维梁单元, 轨下垫层的支承弹簧及阻尼分别用等效的弹性系数  $K_{x1}, K_{y1}$  和阻尼系数  $C_{x1}, C_{y1}$  表示;
- (6) 轨枕质量作为集中质量处理并考虑竖向振动效应, 枕下道床的支承弹簧性系数和阻尼系数分别用  $K_{y2}, C_{y2}$  表示。

车体与轨道耦合模型如图 2.2 所示。

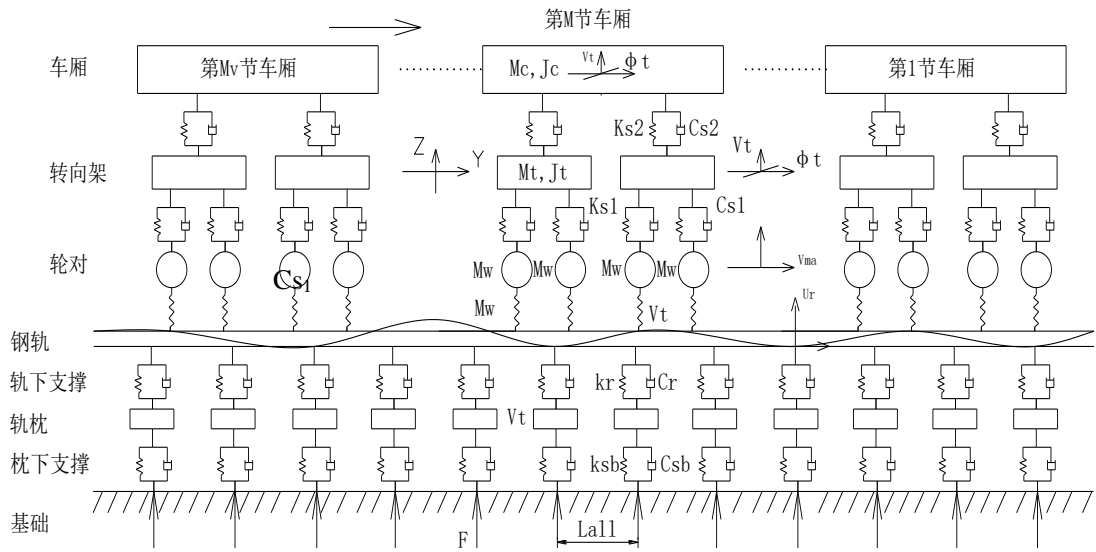


图 2.2 轮轨耦合模型

### 2.3.2 上部车辆模型

在整车附有二系弹簧的模型中，考虑车体和转向架的沉浮振动和点头振动，整车模型有 10 个自由度，

用矩阵的形式表示，上部车辆的结构振动方程为：

$$M_U \ddot{a}_u + C_U \dot{a}_u + K_U a_u = Q_u \quad (2.17)$$

式中  $M_U$  —— 车辆的质量矩阵

$C_U$  —— 车辆的阻尼矩阵

$K_U$  —— 车辆的刚度矩阵

$a_u, \dot{a}_u, \ddot{a}_u$  —— 车辆的位移、速度和加速度向量。

其显式表达式分别为

$$M_U = \text{diag}[M_c \quad J_c \quad M_t \quad J_t \quad M_t \quad J_t \quad M_{w1} \quad M_{w2} \quad M_{w3} \quad M_{w4}]$$

$$K_U = \begin{bmatrix} 2K_{s2} & 0 & -K_{s2} & 0 & -K_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2L_2^2 K_{s2} & -L_2 K_{s2} & 0 & -L_2 K_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2K_{s1} + K_{s2} & 0 & 0 & 0 & -K_{s1} & -K_{s1} & 0 & 0 \\ & & & 2L_1^2 K_{s1} & 0 & 0 & -K_{s1} L_1 & K_{s1} L_1 & 0 & 0 \\ & & & & 2K_{s1} + K_{s2} & 0 & 0 & 0 & -K_{s1} & -K_{s1} \\ & & & & & 2L_1^2 K_{s1} & 0 & 0 & -K_{s1} L_1 & K_{s1} L_1 \\ & & & & & & K_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{对} & \text{称} & & & & & K_{s1} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & K_{s1} & 0 \\ & & & & & & & & & K_{s1} \end{bmatrix}$$

$$C_U = \begin{bmatrix} 2C_{s2} & 0 & -C_{s2} & 0 & -C_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2L_2^2 C_{s2} & -L_2 C_{s2} & 0 & -L_2 C_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2C_{s1} + C_{s2} & 0 & 0 & 0 & -C_{s1} & -C_{s1} & 0 & 0 \\ & & & 2L_1^2 C_{s1} & 0 & 0 & -C_{s1} L_1 & C_{s1} L_1 & 0 & 0 \\ & & & & 2C_{s1} + C_{s2} & 0 & 0 & 0 & -C_{s1} & -C_{s1} \\ & & & & & 2L_1^2 C_{s1} & 0 & 0 & -C_{s1} L_1 & C_{s1} L_1 \\ & & & & & & C_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{对} & \text{称} & & & & & C_{s1} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & C_{s1} & 0 \\ & & & & & & & & & C_{s1} \end{bmatrix}$$

$$Q_U = \text{diag}[-M_c g \quad 0 \quad -M_t g \quad 0 \quad -M_t g \quad 0 \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4]$$

式中  $M_c, J_c$ ——车体的质量和转动惯量

$M_t, J_t$ ——转向架的质量和转动惯量

$K_{s1}, K_{s2}$ ——车辆一、二系悬挂刚度

$C_{s1}, C_{s2}$ ——车辆一、二系悬挂阻尼

$M_{wi} (i=1,2,3,4)$ ——第  $i$  个车轮的质量

$K_w$ ——轮轨间的接触刚度

$v_c, \varphi_c$ ——车体沉浮振动的竖向位移、点头振动的角位移；

$v_{it}, \varphi_{it} (i=1,2)$ ——第  $i$  个转向架沉浮振动的竖向位移、点头振动的角位移；

$v_{wi} (i=1,2,3,4)$ ——第  $i$  个车轮的竖向位移

$P_i = -M_{wi} + F_{wi}$ ， $F_{wi}$  为轮轨接触力，可根据轮轨相对接触的竖向位移由赫兹公式求得。

### 2.3.3 下部轨道的模型

对轨道系统运用有限元方法建立动力学方程为：

$$M \ddot{a} + C \dot{a} + Ka = Q \tag{2.18}$$

式中  $M$  ,  $C$  ,  $K$  分别为单元的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

建立上式时, 首先, 假定钢轨为支承在弹性支座上的长梁; 轨枕垫层、道床和路基的支承弹性刚度分别为  $K_{y1}$  和  $K_{y2}$ , 阻尼系数分别为  $C_{y1}$  和  $C_{y2}$ ,  $y$  表示竖直方向; 轨枕垫层和道床均离散为集中质量并仅考虑竖向振动效应。其次, 将轨枕垫层自由度归并到梁单元的节点自由度中, 使得原节点自由度数为 2 的梁单元变成单节点自由度为 3 的广义梁单元。

最后, 在梁单元刚度矩阵、质量矩阵和阻尼矩阵中迭加由轨道垫层、道床等产生的支承弹性刚度矩阵、支承体质量矩阵和支承体阻尼矩阵, 形成广义梁单元刚度矩阵、质量矩阵和阻尼矩阵。

广义梁单元的刚度矩阵

$$K^e = K_b^e + K_e^e \quad (2.19)$$

其中  $K_b^e$  为钢轨的应变能产生的单元刚度:

$$K_b^e = \begin{bmatrix} EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 & -EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 0 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & 0 \\ & & 4EI/l & 0 & 0 & 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 4EI/l & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

对 称

$K_e^e$  为支承弹性能产生的单元刚度:

$$K_e^e = \begin{bmatrix} k_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{y1} & 0 & -k_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{y1} + k_{y2} & -k_{y2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & k_{y2} + k_{y3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & k_{y1} & 0 & -k_{y1} & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & k_{y1} + k_{y2} & -k_{y2} \\ & & & & & & & & & k_{y2} + k_{y3} \end{bmatrix}$$

对 称

广义梁单元质量矩阵

$$M^e = M_b^e + M_e^e \quad (2.20)$$

其中  $M_b^e$  为梁单元一致质量矩阵:



$$M_b^e = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 156 & -22l & 0 & 0 & 0 & 54 & 13l & 0 & 0 \\ & & 4l^2 & 0 & 0 & 0 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 156 & 22l & 0 & 0 \\ & & & & & & & 4l^2 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$M_b^e$  为轨枕与道砟质量  $m_p$ ,  $m_d$  作为集中质量施加于附加自由度上

$$M_e^e = \text{diag}(0 \quad 0 \quad 0 \quad m_p \quad m_d \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad m_p \quad m_d)$$

广义梁单元阻尼矩阵

$$C^e = C_b^e + C_e^e \quad (2.21)$$

其中  $C_b^e$  为与阻尼比和系统固有频率有关的比例阻尼矩阵:

$$C_b^e = \alpha M_b^e + \beta K_b^e$$

$C_e^e$  为支承体产生的阻尼:

$$C_e^e = \begin{bmatrix} C_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & C_{y1} & 0 & -C_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{y1} + C_{y2} & -C_{y2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & C_{y2} + C_{y3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & C_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & C_{y1} & 0 & -C_{y1} & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & C_{y1} + C_{y2} & -C_{y2} \\ & & & & & & & & & C_{y2} + C_{y3} \end{bmatrix}$$

将车体和轮对产生的外荷载转换为单元等效节点荷载向量, 代入动力学方程即可解得轨道竖向振动的位移、速度和加速度等。

### 2.3.4 轨道不平顺的考虑

轨道不平顺是指轨道接触面沿轨道长度方向与理论平顺轨道面之间的偏差。轨道不平顺是引起机车车辆产生振动的主要激励, 是轨道方面影响车辆运行安全性和平稳舒适性的控制因素, 是轨道结构产生动力效应以及轨道结构部件损伤和

失效的重要原因。由于轨道不平顺的存在，改变了轮轨接触关系，对轮轨系统的动力特性产生了影响。机车车辆在轨道不平顺和其他外在激励的激励下产生振动，并通过轮轨接触点传给轨道结构和轨道支承结构，形成了车辆-轨道-轨道支承结构-地基土系统的动力相互作用过程。因此，轨道不平顺在列车-轨道-轨道支承结构-地基土系统动力相互作用分析中具有非常重要的作用，必须对其进行考虑。

轨道不平顺根据其在轨道断面的不同方向，分为轨道的轨向不平顺、高低不平顺、水平不平顺、轨距不平顺等，由于本文的列车-轨道模型仅在竖直平面内，所以只考虑高低不平顺。

通常的轨道不平顺是无法用一个具有确定的幅值、波长和相位的数学关系式来明确表示的，而必须用随机振动理论中的统计参数来描述。目前，对于轨道不平顺随机特性的统计包括两个方面，即轨道不平顺的幅值统计和轨道不平顺的功率谱统计。

英国铁路部门采用的轨道高低不平顺谱为：

$$S(\beta) = -\frac{1}{1.33\beta^2 + 7.81\beta^3 + 22.94\beta^4} \quad (2.22)$$

式中： $S(\beta)$ 为轨道不平顺谱密度函数，单位为  $\text{mm}^2/(1/\text{m})$ ； $\beta$ 为不平顺的空间频率(波数)，单位为  $1/\text{m}$ 。

美国联邦铁路局根据对不同状态线路的实测结果，拟合出如下的轨道谱：

$$S(\Omega) = -\frac{k \cdot A \cdot \Omega_c^2}{\Omega^2(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \quad (2.23)$$

式中：轨道谱 $S(\Omega)$ 的单位为  $\text{cm}^2/(\text{rad}/\text{m})$ ； $\Omega$ 为轨道不平顺的空间角频率( $\text{rad}/\text{m}$ )； $k$ 为安全系数，可根据对不平顺的要求在  $0.25 \sim 1.0$  之间选取，一般取  $0.25$ ； $\Omega_c$ 为截断频率( $\text{rad}/\text{m}$ )； $A$ 为粗糙度常数( $\text{cm}^2 \cdot \text{rad}/\text{m}$ )。

德国高速线路不平顺谱密度是目前欧洲铁路统一采用的谱密度函数，也是我国高速列车总体技术条件中建议的进行列车平稳性分析时所采用的谱密度函数。

根据我国高速列车总体技术条件规定，高速线路的不平顺功率谱密度函数如下：

$$S(\Omega) = -\frac{A \cdot \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_r^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \quad (2.24)$$

其中 $\Omega$ 为轨道不平顺的空间角频率，与波长的关系为 $\Omega = 2\pi/\lambda$ ，单位为  $\text{rad}/\text{m}$ ；

$S(\Omega)$ 表示轨道的高低不平顺谱，单位为  $\text{m}^2/(\text{rad}/\text{m})$ ； $\Omega_c = 0.8246$  和

$\Omega_r = 0.0206$  均为截断频率, 单位为 rad/m,  $A = 4.032 \times 10^{-4}$  为粗糙度常数, 单位为  $\text{m}^2 \cdot \text{rad}/\text{m}$ , 这些参数均是按高速线路低干扰轨道谱的特征参数所取的值。

由于轨道不平顺随机函数是一平稳 Gauss 随机过程, 通过给定的轨道不平顺功率谱可以通过数值模拟得到不平顺样本。常用的生成方法有三角级数叠加法、二次滤波法、AR 模型法或 ARMA 模型法。采用三角级数叠加法的原理来得到轨道不平顺的样本, 计算公式如下:

$$z_r(x) = \sum_{k=1}^N \sqrt{2S(\Omega_k)\Delta\Omega} \cdot e^{i(\Omega_k x + \theta_k)} \quad (2.25)$$

式中:  $z_r(x)$  为轨道不平顺的样本序列;  $S(\Omega_k)$  为对应  $\Omega_k (k=1,2,\dots,N)$  轨道不平顺的功率谱密度函数, 可通过 (2.24) 式进行求解; 指数项为复数域内的三角函数表示, 在具体求振幅时, 可以取其实部也可以取其虚部;  $\Omega_k (k=1,2,\dots,N)$  为轨道不平顺对应的空间角频率;  $\Delta\Omega$  为空间频率间隔的带宽;  $\theta_k$  为第  $k$  个空间频率对应的随机相位, 一般可按  $0 \sim 2\pi$  间均匀分布取值。

令  $\tilde{z}_r(\Omega_k) = \sqrt{2S(\Omega_k)\Delta\Omega} \cdot e^{i\theta_k}$ , 则 (2.25) 式可以化为:

$$z_r(x) = \sum_{k=1}^N \tilde{z}_r(\Omega_k) \cdot e^{i\Omega_k x} \quad (2.26)$$

其中  $\tilde{z}_r(\Omega_k)$  即为对应单一空间角频率  $\Omega_k$  的轨道不平顺幅值。

从 (2.26) 式可以看出, 轨道不平顺的样本函数可以看作是由许多不同频率的谐波分量组成的, 并且由于不同波长的不平顺是由不同的因素引起的, 所以认为它们之间是相互独立的。所以对应于单个空间角频率  $\Omega_k$ , 轨道不平顺是一个确定性函数, 可表达为:

$$z_r^k(x) = \tilde{z}_r(\Omega_k) \cdot e^{i\Omega_k x} \quad (2.27)$$

根据空间角频率的定义可知, 当列车在轨道上以速度  $V$  运行时, 空间角频率  $\Omega$  对应的不平顺波长为  $\lambda = 2\pi/\Omega$ , 不平顺激励圆频率为  $\omega = \Omega V = 2\pi V/\lambda$ , 频率为  $f = V/\lambda$ 。在实际分析中, 任意  $x$  位置处的轨道不平顺就转化成了第  $i$  节车辆第  $l$  个轮对在  $x_{pil} = x_{pil}^0 + Vtx_{pil}^0$  (其中  $x_{pil}^0$  为第  $i$  节车厢第  $l$  个轮对的初始位置坐标) 位置处的轨道不平顺, 即:

$$z_{ril}^k(t) = \tilde{z}_r(\Omega_k) \cdot e^{i\frac{\omega_k}{V} x_{pil}^0} \cdot e^{i\omega_k t} = \bar{z}_{ril}(\omega_k) \cdot e^{i\omega_k t} \quad (2.28)$$

式中  $\bar{z}_{ril}(\omega_k)$  表示第  $i$  节车辆第  $l$  个轮对位置处的轨道不平顺对应激振频率  $\omega_k$  动幅值, 即

$$\bar{z}_{ril}(\omega_k) = \tilde{z}_r(\Omega_k) \cdot e^{i\frac{\omega_k}{V} x_{pil}^0} \quad (2.29)$$

将整个列车所有轮对位置处的轨道不平顺位移写成向量的形式，即为：

$$\begin{Bmatrix} \bar{z}_{r1}(\omega_k) \\ \bar{z}_{r2}(\omega_k) \\ \vdots \\ \bar{z}_{rNv}(\omega_k) \end{Bmatrix} = \tilde{z}_r(\Omega_k) \cdot \begin{Bmatrix} e_1(\omega_k) \\ e_2(\omega_k) \\ \vdots \\ e_{Nv}(\omega_k) \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

其中： $\bar{z}_{ri}(\omega_k) = \{\bar{z}_{ri1}(\omega_k) \ \bar{z}_{ri2}(\omega_k) \ \dots \ \bar{z}_{riNv}(\omega_k)\}^T$  表示第*i*节车辆的所有轮对位置对应的轨道不平顺位移向量；

$$e_i(\omega_k) = \left\{ e^{i\frac{\omega_k}{V}x_{PI1}^0} \quad e^{i\frac{\omega_k}{V}x_{PI2}^0} \quad \dots \quad e^{i\frac{\omega_k}{V}x_{PINv}^0} \right\}$$

### 2.3.4 交叉迭代算法

“列车—钢轨—弹性垫层及轨枕—道床”系统的模型可以分解为“轨道—车辆”耦合系统模型，即以钢轨为分界线分为上下两个模型。我们可以将耦合系统分界为上部车辆子系统和下部轨道子系统，运用迭代法对两系统分别交叉迭代独立求解，两系统间通过几何相容和相互作用力的平衡条件联系。有限元动力方程的求解采用 Newmark 直接积分法。图 2.3 为耦合系统交叉迭代计算时轮轨接触作用力关系图。其中上部列车系统的外力

$$Q_1 = -M_{wi}g + F_{wi}, \quad (i=1, 2, 3, 4)。 \quad (2.31)$$

上下两个系统通过  $Q_1$  和  $Q_2$  联系起来。

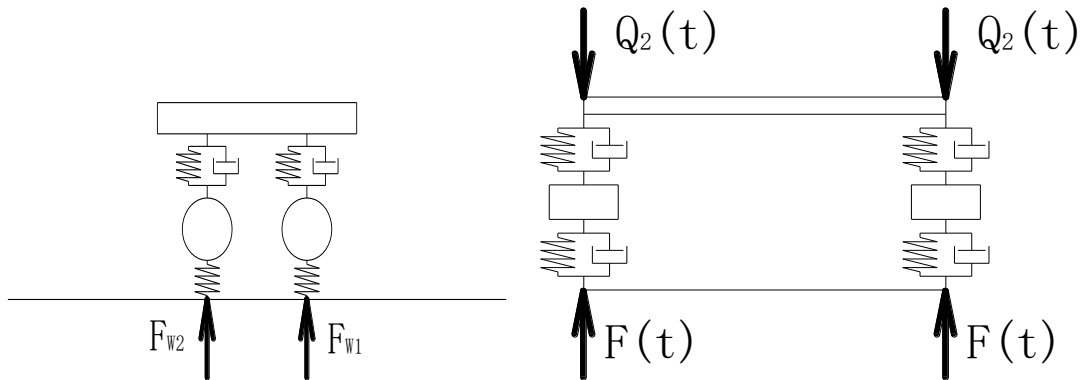


图 2.3 车辆-轨道耦合模型交叉迭代关系图

下面以 Newmark 数值积分为例，介绍用迭代法求解车辆-轨道耦合方程的步骤。

在上下两子系统中要解如下的二阶常微分方程组

$$M\ddot{a} + C\dot{a} + Ka = Q \quad (2.32)$$

利用 newmark 数值积分法，已知系统在  $t$  时刻的解答为  $a_t, \dot{a}_t, \ddot{a}_t$ ，求  $t + \Delta t$

时刻的解,  $a_{t+\Delta t}, \dot{a}_{t+\Delta t}, \ddot{a}_{t+\Delta t}$  可以通过解如下 (2.33-2.35) 式得。

$$(K + c_0 M + c_1 C) a_{t+\Delta t} = Q_{t+\Delta t} + M(c_0 a_t + c_2 \dot{a}_t + c_3 \ddot{a}_t) + C(c_1 a_t + c_4 \dot{a}_t + c_5 \ddot{a}_t) \quad (2.33)$$

$$\ddot{a}_{t+\Delta t} = c_0 (a_{t+\Delta t} - a_t) - c_2 \dot{a}_t - c_3 \ddot{a}_t \quad (2.34)$$

$$\dot{a}_{t+\Delta t} = \dot{a}_t + c_6 \ddot{a}_t + c_7 \ddot{a}_{t+\Delta t} \quad (2.35)$$

由 (2.33) 得到的  $a_{t+\Delta t}$  与  $t$  时刻的  $a_t, \dot{a}_t, \ddot{a}_t$  代入式 (2.34) 和式 (2.35) 可以得到  $\dot{a}_{t+\Delta t}, \ddot{a}_{t+\Delta t}$ 。

假设  $t + \Delta t$  时刻, 进行了  $k$  次迭代计算, 已知  $a_t, \dot{a}_t, \ddot{a}_t$  以及轮轨的相互作用力  $F_{t+\Delta t}^k$ 。

(1)、初始计算, 首次迭代时, 假设  $F_{\Delta t}^0$  为假设值, 可以根据赫兹公式计算轮轨间相对位移

$$y_i = G F_i^{2/3} \quad (2.36)$$

车轮的位移

$$v_{wi} = y_i + v_{xi} \quad (2.37)$$

式中  $v_{xi}$  —— 第  $i$  个车轮下的钢轨位移, 初始为 0

$v_{wi}$  与  $v_{xi}$  都以向上为正。

(2) 在时间步长内循环。在每一个  $\Delta t$  里对上部结构与下部结构求解动力方程, 则可得到该时刻结构的动力响应。

步骤 1、根据  $v_{wi}$  与  $v_{xi}$ , 由赫兹公式求解轮轨的相互作用力  $(F_{t+\Delta t}^{k+1})_l$ , 下标  $l$  代表下部结构

$$F_i = \begin{cases} \frac{1}{G^{3/2}} (|v_{wi} - (v_{xi} + \eta_i)|)^{3/2} & v_{wi} - (v_{xi} + \eta_i) \leq 0 \\ 0 & \text{当 } v_{wi} - (v_{xi} + \eta_i) > 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

$F_i$  为荷载向量中  $(F_{t+\Delta t}^{k+1})_l$  第  $i$  个轮轨之间接触力;  $\eta_i$  为轨道的不平顺值。

将  $(F_{t+\Delta t}^{k+1})_l$  作为外荷载施加于下部结构, 解下部结构的动力方程 (2.32) 则可以得到下部结构的  $(a_{t+\Delta t}^{k+1})_l$ , 代入 (2.33-34) 则可以得到  $(\dot{a}_{t+\Delta t}^{k+1})_l$ 、 $(\ddot{a}_{t+\Delta t}^{k+1})_l$ 。

步骤 2: 利用上一步得到的  $(a_{t+\Delta t}^{k+1})_l$  可以得到第  $i$  个车轮下的钢轨的位移  $v_{xi}$ , 利用 (2.38) 可以计算得到上部结构的轮轨接触力  $(F_{t+\Delta t}^{k+1})_u$ , 下标  $u$  代表上部结构。

步骤 3: 将  $(F_{t+\Delta t}^{k+1})_u$  作为外荷载施加在上部结构, 求解上部结构的动力方程

(2.32)可以得到上部结构的 $(\ddot{a}_{t+\Delta t}^{k+1})_u$ ，代入(2.33-34)则可得到上部结构的 $(\dot{a}_{t+\Delta t}^{k+1})_u$ ， $(\ddot{a}_{t+\Delta t}^{k+1})_u$ ，则可以计算第 i 个车轮的绝对位移 $v_{wi}$ 。

步骤 4：利用轨道的位移进行收敛性的判别。

收敛性准则：

$$\frac{Norm|\Delta a_l^k|}{Norm(a_{t+\Delta t}^k)_l} \leq \varepsilon \quad (2.39)$$

其中 $|\Delta a_l^k| = (a_{t+\Delta t}^k)_l - (a_{t+\Delta t}^{k+1})_l$ ， $\varepsilon$ 取 $1.0 \times 10^{-8} - 1.0 \times 10^{-5}$ 之间的数。

如果收敛性准则没得到满足则  $k=k+1$ ，继续迭代。

如果收敛性满足，则对下一时间不长进行循环迭代计算。

计算用流程图如下

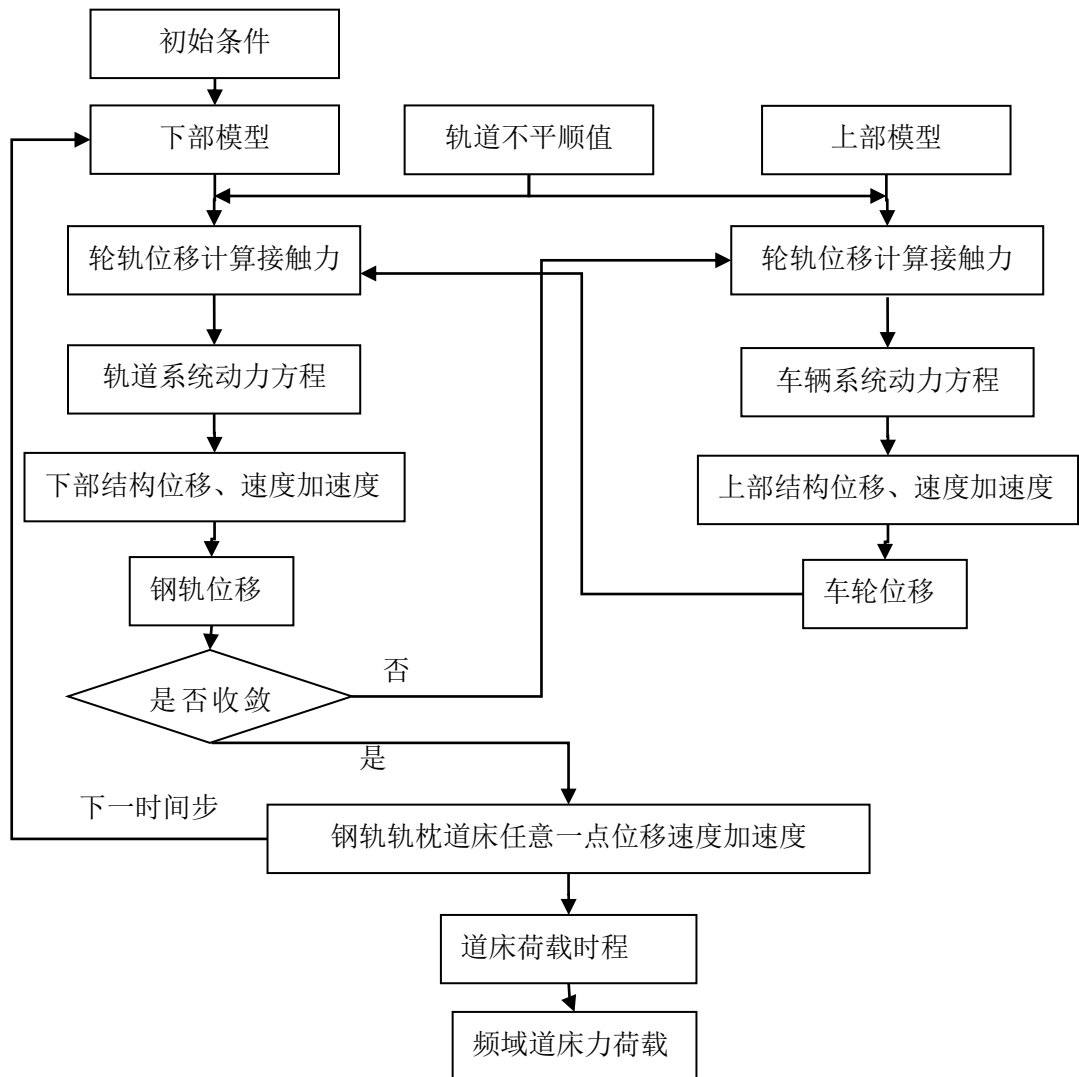


图 2.4 轮轨耦合模型计算流程

## 2.4 算例

### 2.4.1 列车参数

根据某线路地铁的实际情况，列车为6节车厢构成，具体参数如下表：

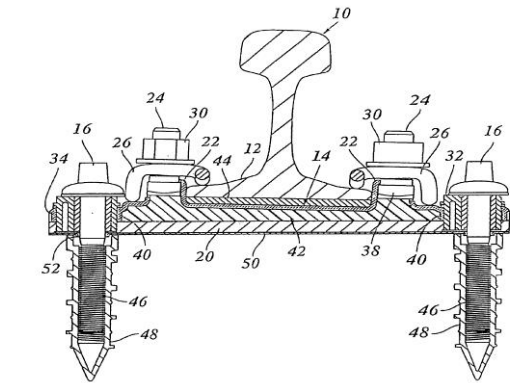
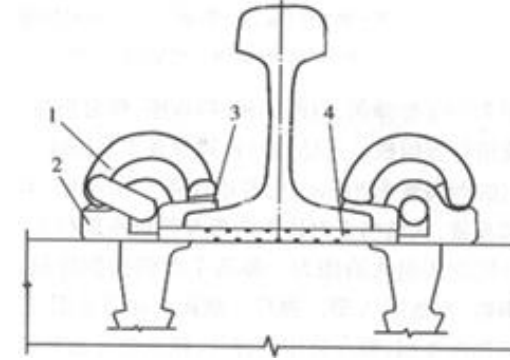
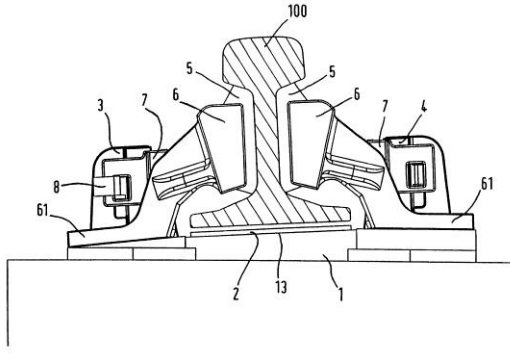
表 2.1 列车参数

1— 整车空车的质量与转动惯量	拖车 37.15t 动车 38t 转动惯量计算
2— 转向架的质量与转动惯量	拖车 3.894t ， 动车 5.4794t 转动惯量计算
3— 车辆一、二系悬挂刚度	一系动车 5600kN/m 一系拖车 4700kN/m 二系动车 4700kN/m 二系拖车 4900kN/m
4— 车辆一、二系悬挂阻尼	无一系液压减震器 11kN·s/m(垂向减震器)， 29.5kN·s/m（水平减震器）
5— 轮对质量，含其上固定附属结构	动车 1.42t 拖车 1.09t
6— 转向架固定轴距	2.5m
7— 转向架中心距离	17.5m
8— 转向架到车头或车尾距离	3.55m
9— 钢轨弹性模量 $E_r$ ,	$2.06 \times 10^{11} \text{ Nm}^2$
10— 钢轨截面面积 $A_r$ ,	$7.745 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
11— 钢轨截面惯性矩 $I_r$ ,	$3.217 \times 10^{-6} \text{ m}^4$
12— 钢轨的密度	$7800 \text{ kg/m}^3$
13— 相邻轨枕间距	0.625m
14— 轨下垫层的弹性系数	DTVI-2 型扣件：60000kN/m III型轨道减振器扣件：10000kN/m vanguard 扣件：4200kN/m
15— 轨下垫层的阻尼系数	DTVI-2 型扣件：50 kN·s/m III型轨道减振器扣件：50 kN·s/m vanguard 扣件：50 kN·s/m
16— 轨下道床的弹性系数和阻尼	弹性系数： $8 \times 10^4 \text{ kN/m}$ ，阻尼系数： $102 \text{ kN·s/m}$

17— 道床下路基的弹性系数与阻尼	弹性系数： $6.5 \times 10^6$ kN/m，阻尼系数：90 kN·s/m
18— 相邻轨间距轨枕和道渣的质量	轨枕：125kg，道渣：45kg

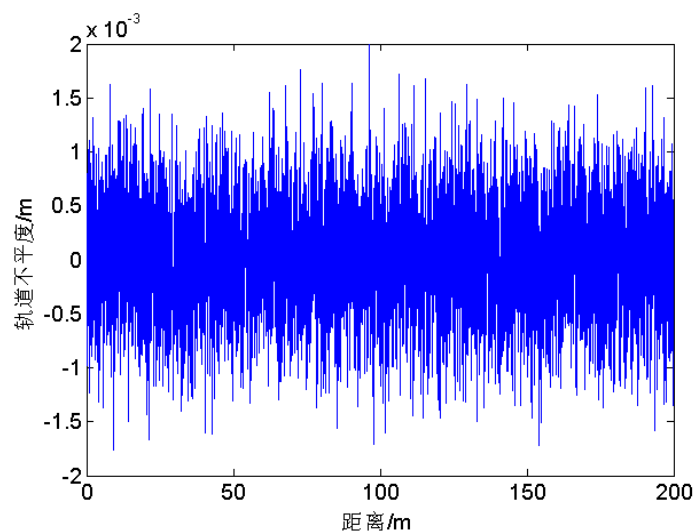
其中三种扣件比较如表 2.5 所示。

表 2.2 三种扣件参数及示意图

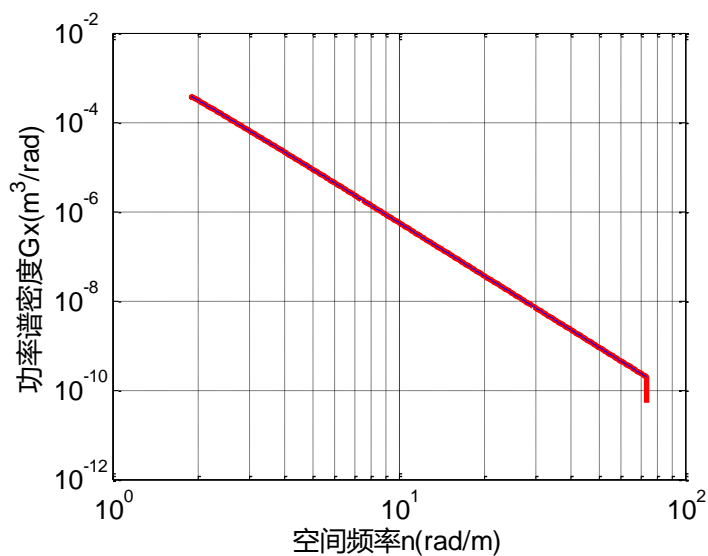
扣件名称	分类	刚度 (kN/mm)	标准减振量	图示
DTV12 扣件	一般减振措施	40-80	3dB 左右	
III型轨道减振器扣件	较高的减振措施	8-12	10-15dB, 当振动频率较高时可减振 25dB	
Vanguard 先锋扣件	较高的减振措施	4.2	8-15dB	

轨道的不平顺谱采用式 (2.24) 进行计算，如图 2.5 所示：

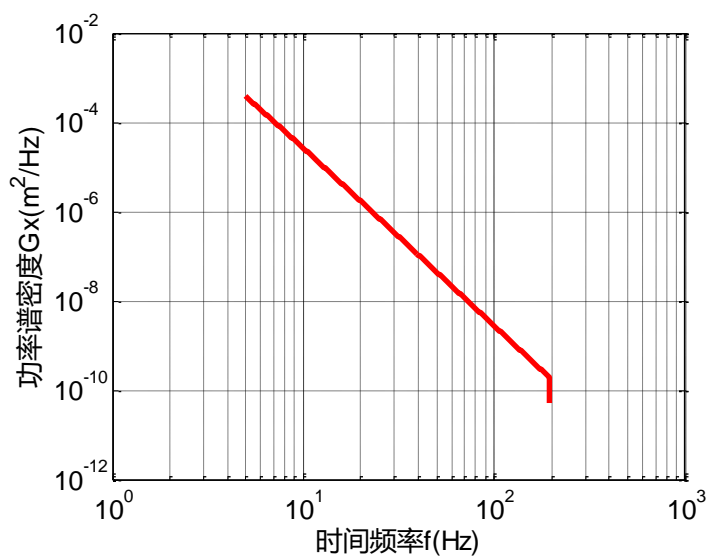




(a) 空间轨道不平顺值



(b) 轨道不平顺的空间域功率谱密度函数



(c) 轨道不平顺的时间域功率谱密度函数

图 2.5 轨道不平顺

## 2.4.2 双欧拉梁模型与轮轨耦合模型比较

为了能更好地模拟地铁的激振力，选取两种比较典型的激振力模型对同一组参数进行了计算。

实测数据为正常荷载（车体质量为 38t，载重为满载的一半，取 1.7t），车速 60km/h，轨下垫层为 DTVI-2 工况，其中轮轨耦合模型计算的激振力如图 2.6-2.7 所示。

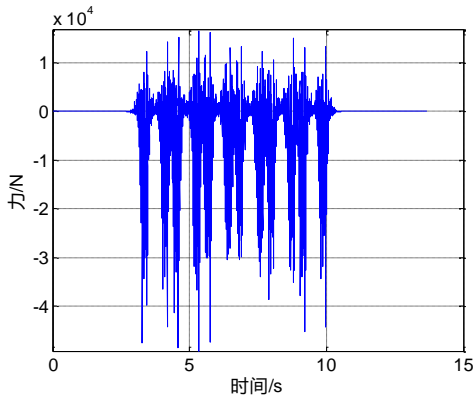


图 2.6 耦合模型时程曲线

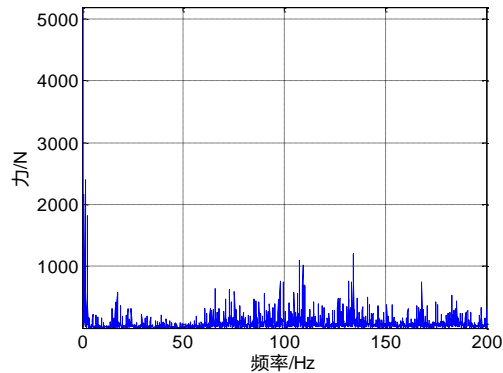


图 2.7 耦合模型频谱曲线

双欧拉梁模型计算激振力如图 2.8-2.9。

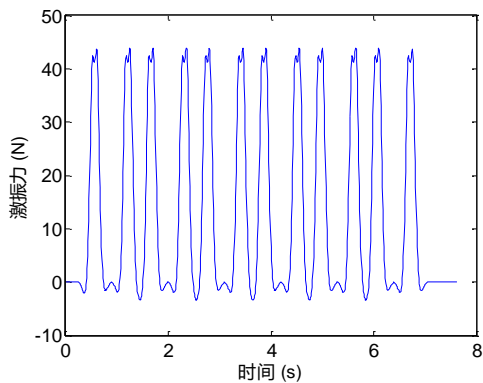


图 2.8 双欧拉梁模型时程曲线

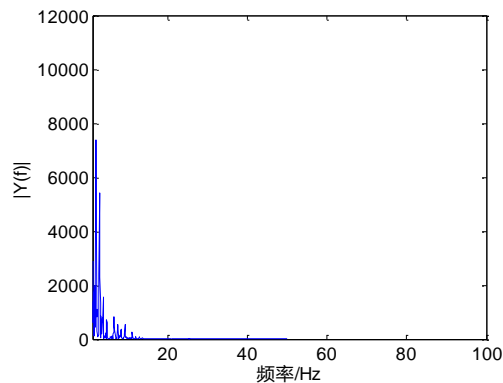


图 2.9 双欧拉梁模型频谱曲线

从 2.6-2.9 可以看出双欧拉梁模型的频域范围集中在 0 到 20Hz 以内，20Hz 以上几乎为 0，不符合实际情况，所以本文采用轮轨耦合模型进行列车激振力的模拟。

## 2.4.2 激振力时程与频域曲线

实测数据为正常荷载，车速 60km/h，轨下垫层为 DTVI-2 工况，定为工况 1。为了研究不同载重，不同车速，以及不同轨下支承条件的影响，在工况 1 的基础上依次变化这三者。

(2) 车速为 60km/m, 轨下支承为 DTVI-2 扣件, 不同载重。

列车载重具体数值如表 2.3 所列, 正常荷载取满载时载重的一半 (车重为 38t)。

表 2.3 不同载重参数

工况	车体与乘客总重 (t)
正常荷载	39.7
满载	41.4
最大荷载 (设计荷载)	56.9

正常荷载时, 即列车里面正常载客的情况, 道床的激励如图 2.6-2.7

满载时, 即列车满载乘客时, 道床的激励如图 2.10-2.11

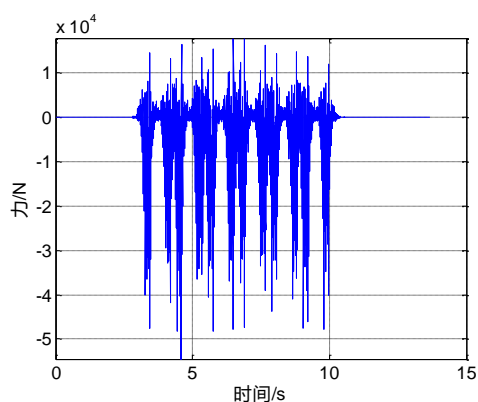


图 2.10 满载时程曲线

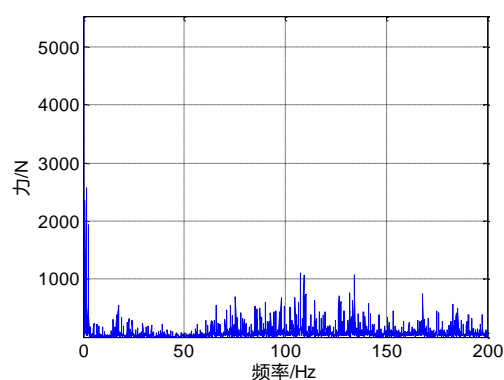


图 2.11 满载频谱曲线

最大载重时, 即列车设计的最大载重情况, 道床的激励如图 2.12-2.13

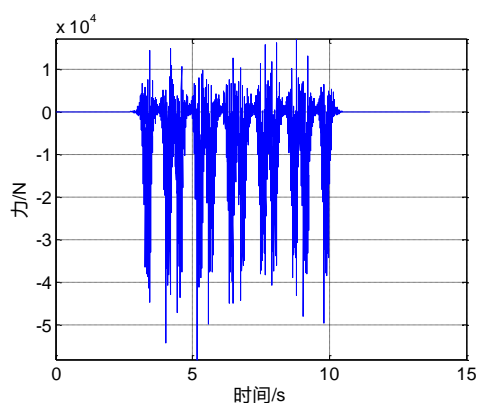


图 2.12 最大载重时程曲线

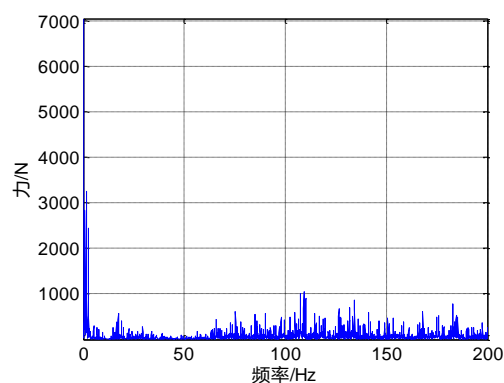


图 2.13 最大载重频谱曲线

由图 2.10-2.13 及图 2.6-2.7, 载重变化对列车荷载的影响比较小, 最大载重比空载增加 20%左右。

(3) 轨下垫层为 DTVI-2 扣件, 载重正常荷载时, 不同车速的激励

计算了四种车速下地面的振动, 车速分别为 50km/h, 60km/h, 70km/h, 80km/h。

车速为 40km/h 时, 道床的激励如图 2.14-2.15

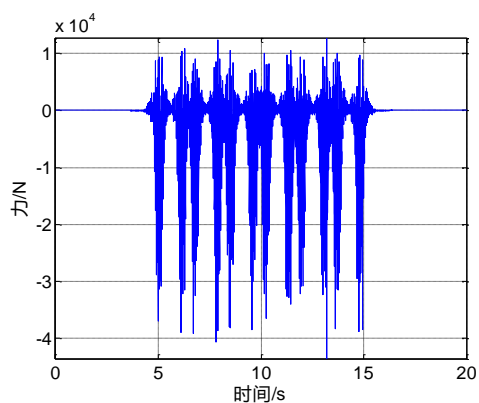


图 2.14 车速 40km/h 时程曲线

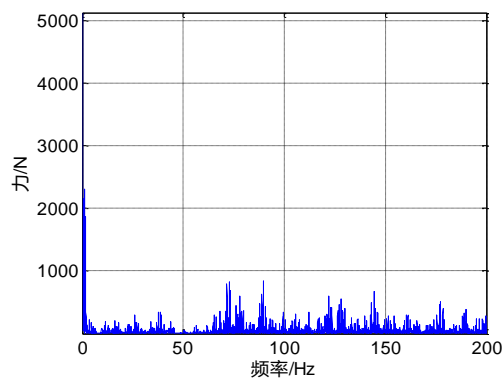


图 2.15 车速 40km/h 频谱曲线

车速为 50km/h 时，道床的激励如图 2.16-2.17

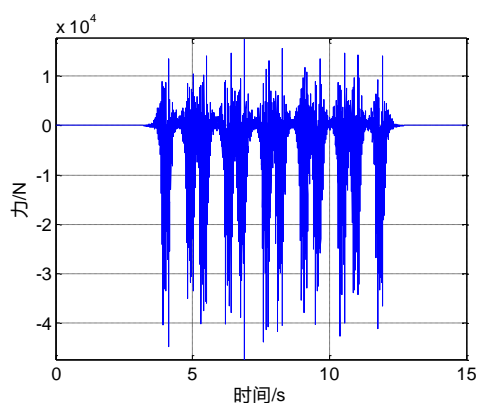


图 2.16 车速 50km/h 时程曲线

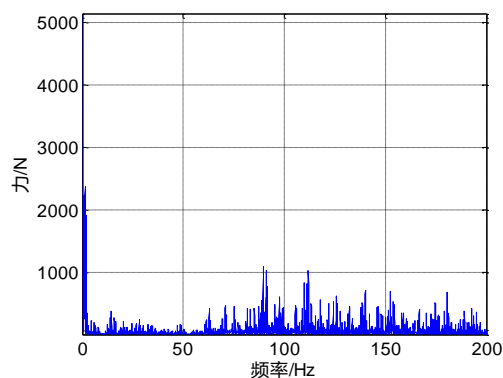


图 2.17 车速 50km/h 频谱曲线

车速为 60km/h 时，道床的激励如图 2.6-2.7

车速为 70km/h 时，道床的激励如图 2.18-2.19

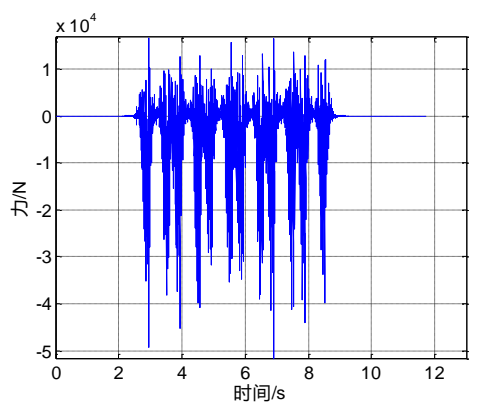


图 2.18 车速 70km/h 时程曲线

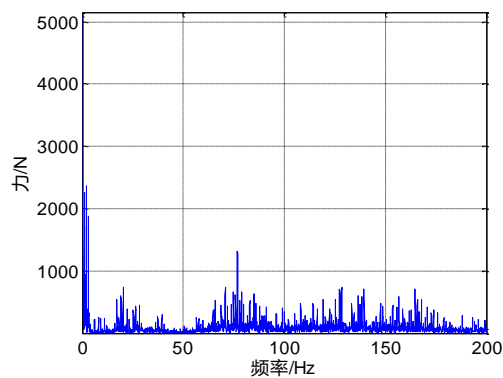


图 2.19 车速 70km/h 频谱曲线

车速为 80km/h 时，道床的激励如图 2.20-2.21

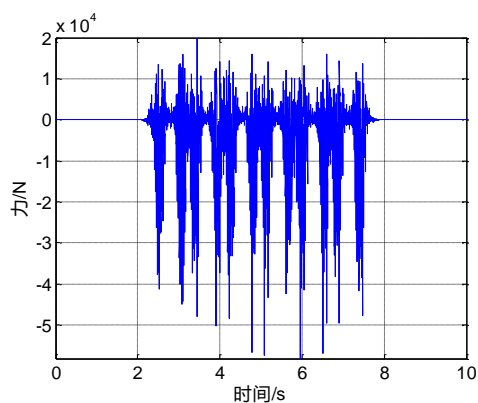


图 2.20 车速 80km/h 时程曲线

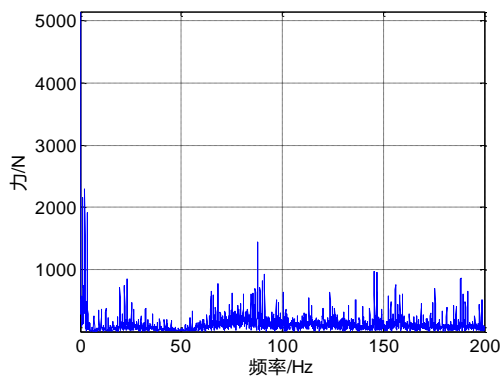


图 2.21 车速 80km/h 频谱曲线

由图 2.14-2.21 及 2.6-2.7 可知，车速变化对荷载时程的幅值影响较小，车速为 80km/h 比 40km/h 时增加不多，频谱稍微有所影响。

(3) 载重正常荷载时，车速为 60km/h 时，不同轨下支承扣件的激励荷载

DTVI-2 扣件，道床的激励如图 2.6-2.7；

Vanguard 型扣件时，道床的激励如图 2.22-2.23

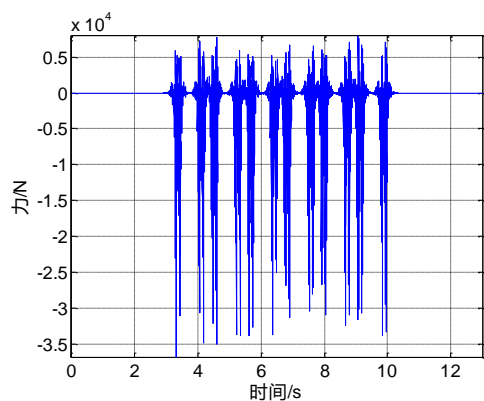


图 2.22 Vanguard 扣件时程曲线

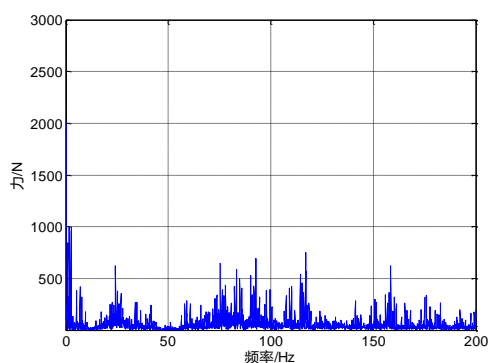


图 2.23 Vanguard 扣件频域曲线

DTVIII型轨道减振器扣件型扣件时，道床的激励如图 2.24-2.25

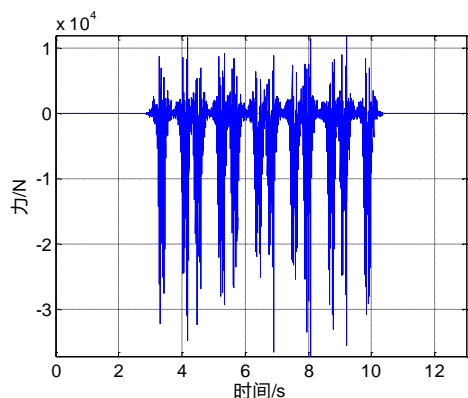


图 2.24 III型轨道减振扣件时程曲线

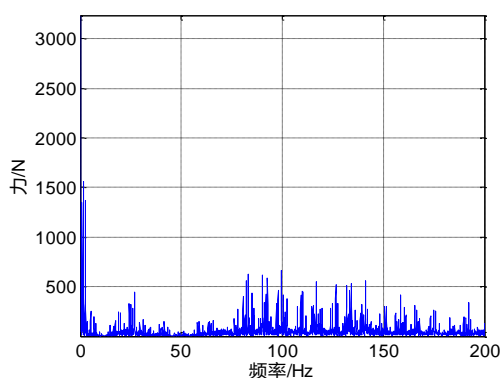


图 2.25 III型轨道减振扣件频谱曲线

由图 2.22-2.25 以及 2.6-2.7 可知，扣件类型对激励的影响比较大。

## 2.5 本章小结

本章介绍了两种不同的列车荷载的计算模型：移动荷载欧拉梁模型与轮轨耦合模型。着重介绍了轮轨耦合模型，以及其实现方法与流程。比较了两种模型在相同参数下的激振力，结果表明，移动荷载欧拉梁模型计算的激振力高频部分很小，不符合实际情况。使用轮轨耦合模型模拟了实际列车荷载的时程曲线与频谱曲线，并计算了不同载重、不同车速、不同轨下支承情况下的列车荷载时程与频谱曲线。

## 第3章 地铁振动在土体中的传播模型

### 3.1 土中振动波传播的一般规律

#### 3.1.1 土中波振动的波速

振动波以不同的波速在不同介质中传播。根据振动方向与传播方向的不同，在土中传播的波可分为压缩波与剪切波；在半无限土的表面附近范围传播的波即面波又分为瑞利波与洛夫波，其中洛夫波出现在层状土的表面。几种波的波速如下<sup>[13]</sup>：

P波，又称无旋波、纵波、压缩波，波速：

$$C_p^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \quad (3.1)$$

S波，又称横波、剪切波、畸变波，波速：

$$C_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (3.2)$$

式中， $\lambda$ 、 $G$ 为拉梅常数， $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ， $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ；

$\nu$ ——土的泊松比；

$E$ ——土的弹性模量 (Pa)，

$\rho$ ——土的质量密度 ( $kg/m^3$ )

当考虑土体的材料阻尼的影响的时候，复数波速为：

$$C_p^* = C_p \sqrt{1 + 2\zeta_p i} \quad (3.3)$$

$$C_s^* = C_s \sqrt{1 + 2\zeta_s i} \quad (3.4)$$

$\zeta_p$ ， $\zeta_s$ ——P波和S波的材料阻尼系数

#### 3.1.2 波动方程

在弹性力学中，小变形的情况下，应变与位移的几何关系为（直角坐标系：竖直方向为 $z$ ，平面内水平方向为 $x$ ，垂直平面水平方向为 $y$ ）：

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{2\partial y} & \frac{\partial}{2\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{2\partial z} & \frac{\partial}{2\partial y} \\ \frac{\partial}{2\partial z} & 0 & \frac{\partial}{2\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

式中  $\varepsilon_{ij}(i, j = x, y, z)$  为应变张量,  $u_i(i = x, y, z)$  为位移。

应力应变之间的胡克定律为:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

式中  $\sigma_{ij}(i, j = x, y, z)$  为应力张量,  $\lambda$  和  $G$  为拉梅系数, 是介质的弹性常数, 拉梅系数和杨氏弹性模量  $E$ , 泊松比  $\nu$  有如下的关系:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.7)$$

根据柯西第一运动定律, 弹性体运动方程为:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} + \rho \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$\rho\{p_x \ p_y \ p_z\}^T$  为体力, 将公式(3.5)与公式(3.6)代入公式(3.8), 令体力等于 0, 可得弹性介质中一般的波动方程:

$$(\lambda + G)u_{j,ji} + Gu_{i,jj} = \rho\ddot{u}_i \quad (3.9)$$

式中  $i, j=x, y, z$ 。



对于平面应变模型，弹性体内质点的运动位于波传播平面（ $x$ - $z$  平面），即

P-SV 问题，其体力、面力与第三维无关  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ，其波动方程为：

$$(\lambda + 2G)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\lambda + G)\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.10)$$

$$(\lambda + 2G)\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + G\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + (\lambda + G)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \rho \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

## 3.2 薄层单元法

### 3.2.1 薄层单元法的基本原理

在土体的模拟中，用得最多的是有限单元法，但是土体是半无限的，有限单元法难以模拟半无限的土体，另外，土体的单元划分数目巨大，占用计算机资源大，计算时间长，

薄层单元法<sup>[43][56][57]</sup>的基本思路就是假设地基沿着垂直方向用水平平面分割为若干薄层，每个薄层内的介质是均匀连续的，这符合大部分实际地基呈层状分布的实际情况。这样就大大减少了土体的单元数目，减少了计算量。

设（3.10）与（3.11）的简谐运动的解的形式为：

$$u = U(z) \exp[i(\omega t - \kappa x)], w = -iW(z) \exp[i(\omega t - \kappa x)] \quad (3.12)$$

将其分别代入（3.10）和（3.11），可得：

$$\begin{aligned} \kappa^2(\lambda + 2G)U - G\frac{d^2 U}{dz^2} + \kappa(\lambda + G)\frac{dW}{dz} - \rho\omega^2 U &= 0 \\ -\kappa^2(\lambda + G)\frac{dU}{dz} - (\lambda + 2G)\frac{d^2 W}{dz^2} + \kappa^2 G W - \rho\omega^2 W &= 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

假定薄层单元沿厚度方向的位移分布为直线，即设厚度为  $h$  的层上下节面位移为  $u_1, u_2$  和  $\omega_1, \omega_2$  时，如图

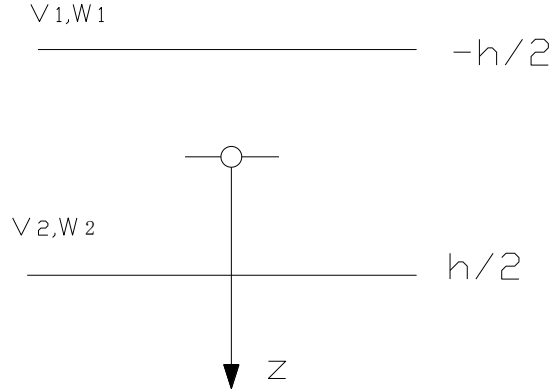


图 3.1 薄层节面示意图

层内任意节面处的位移为:

$$\begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix} = N_1 \begin{Bmatrix} u_1 \\ \omega_1 \end{Bmatrix} + N_2 \begin{Bmatrix} u_2 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

式中,  $N_1 = \frac{1}{2} - \frac{z}{h}$ ,  $N_2 = \frac{1}{2} + \frac{z}{h}$  为形函数。

将 (3.14) 代入 (3.13), 取残差:

$$\begin{aligned} F_1 &= \kappa^2(\lambda + 2G)U - G \frac{d^2U}{dz^2} + \kappa(\lambda + G) \frac{dW}{dz} - \rho\omega^2U \\ F_2 &= -\kappa^2(\lambda + G) \frac{dU}{dz} - (\lambda + 2G) \frac{d^2W}{dz^2} + \kappa^2GW - \rho\omega^2W \end{aligned} \quad (3.15)$$

根据伽辽金法, 有

$$\int_{-h/2}^{h/2} F_i N_j = 0 \quad (i=1, 2; j=1, 2) \quad (3.16)$$

设上下节面的应力形式为:

$$\begin{aligned} \sigma_z(x, z, t) &= -is_{zz}(z) \exp[i(\omega t - \kappa x)] \\ \tau_{zx}(x, z, t) &= s_{zx}(z) \exp[i(\omega t - \kappa x)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

应力表达式为:

$$\sigma_z = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + 2G \frac{\partial \omega}{\partial z}, \tau_{zx} = G \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + 2G \frac{\partial \omega}{\partial z} \quad (3.18)$$

将 (3.17) 代入 (3.18) 得:

$$\begin{Bmatrix} s_{zx} |_1 \\ s_{zx} |_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -G \left( \frac{du}{dz} |_1 - \kappa \omega_1 \right) \\ G \left( \frac{du}{dz} |_2 - \kappa \omega_2 \right) \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} s_{zz} |_1 \\ s_{zz} |_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\kappa \lambda u_1 - (\lambda + 2G) \frac{du}{dz} |_1 \\ \kappa \lambda u_2 + (\lambda + 2G) \frac{du}{dz} |_2 \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

利用 (3.19) 可以计算 (3.16) 的残差:

$$\int_{-h/2}^{h/2} F_1 N_1 = \kappa^2 (\lambda + 2G) \frac{h}{6} (2u_1 + u_2) + \frac{G}{h} (u_1 - u_2) + \kappa \frac{(\lambda + G)}{2} \omega_2 - \kappa \frac{(\lambda - G)}{2} \omega_1 - \rho \omega^2 \frac{h}{6} (2u_1 + u_2) - s_{zx}|_1 = 0 \quad (3.20)$$

同理可求得  $\int_{-h/2}^{h/2} F_1 N_2$ 、 $\int_{-h/2}^{h/2} F_2 N_1$ 、 $\int_{-h/2}^{h/2} F_2 N_2$  的表达式，则可得层状地基基本方程：

$$\begin{aligned} & (\kappa^2 [A_p]^e + [G_s]^e - \omega^2 [M]^e) \{U\}^e - \kappa [B]^e \{W\}^e = \{S_{zx}\}^e \\ & - \kappa [B]^e \{U\}^e + (\kappa^2 [A_s]^e + [G_p]^e - \omega^2 [M]^e) \{W\}^e = \{S_{zz}\}^e \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\text{式中： } \{U\}^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}, \{W\}^e = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix}, \{S_{zx}\}^e = \begin{Bmatrix} s_{zx}|_1 \\ s_{zx}|_2 \end{Bmatrix}, \{S_{zz}\}^e = \begin{Bmatrix} s_{zz}|_1 \\ s_{zz}|_2 \end{Bmatrix},$$

$$\{A_s\}^e = \frac{Gh}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \{G_s\}^e = \frac{G}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \{A_p\}^e = \frac{h(\lambda + 2G)}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\{G_p\}^e = \frac{(\lambda + 2G)}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, [M]^e = \frac{\rho h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \{B\}^e = \begin{bmatrix} (\lambda - G)/2 & (\lambda + G)/2 \\ -(\lambda + G)/2 & (\lambda - G)/2 \end{bmatrix}$$

对于整个地基可以而由每一层集总得：

$$\left( \kappa^2 \begin{bmatrix} [A_p] & \\ & [A_s] \end{bmatrix} + \kappa \begin{bmatrix} & -[B]^T \\ -[B] & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [E_s] & \\ & E_p \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{W\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{S_{zx}\} \\ \{S_{zz}\} \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\text{式中 } [E_s] = [G_s] - \omega^2 [M], [E_p] = [G_p] - \omega^2 [M]^T,$$

$$\{U\} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T, \{W\} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N]^T$$

$$\{S_{zx}\} = [s_{zx}|_1 \ s_{zx}|_2 \ \dots \ s_{zx}|_N]^T, \{S_{zz}\} = [s_{zz}|_1 \ s_{zz}|_2 \ \dots \ s_{zz}|_N]^T$$

令 (3.22) 中的右端为 0，则得到关于  $\kappa^2$  的  $2N$  个特征值问题，表示在  $N$  层水平层状地基中的瑞利波模态。设其任意第  $s$  阶特征值为  $\kappa_s$ ，特征向量为：

$$\begin{Bmatrix} \{X\}_s^T \\ \{Z\}_s^T \end{Bmatrix} = [x_{1s} \ x_{2s} \ \dots \ x_{Ns} \ z_{1s} \ z_{2s} \ \dots \ z_{Ns}] \quad (3.23)$$

为了满足沿  $x$  轴的衰减特性，特征值  $\kappa_s$  的虚部必须小于 0。

### 3.2.1 线荷载的格林函数

地铁列车运行时，振源为一连串的移动作用点，可近似为线荷载<sup>[55]</sup>。

实测表明，地铁运行时，沿运行方向的振动规律一致；而隧道沿着地铁运行方向也符合平面应变模型的特征，所以选择二维平面模型来模拟在一定精度范围内是符合要求的。

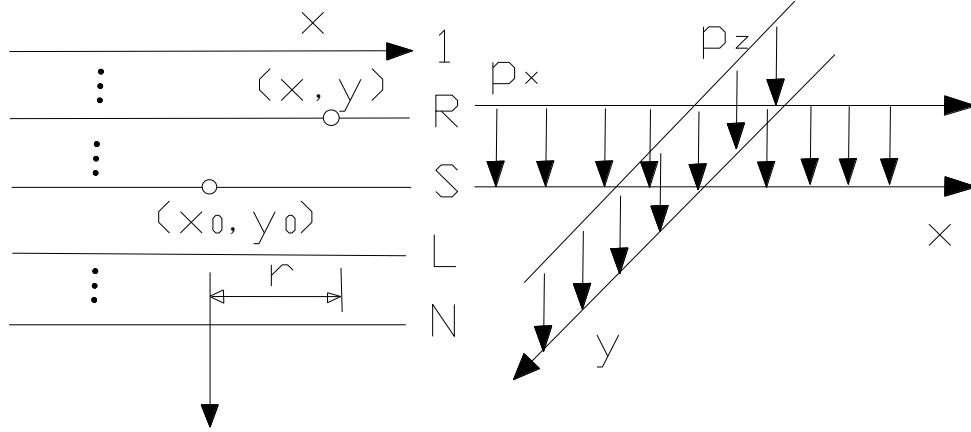


图 3.2 层状地基在无限长线荷载作用下计算模型

如图 3.2 所示, 在 S 节面上 m 点  $(x_0, y_0)$  处作用简谐线荷载  $(p_x \ p_z)_s^T$  时, 利用振型叠加法, 对式 (3.22) 进行求解, 可推导在 R 节面上 n 点  $(x, y)$  处产生的位移  $(u_x \ u_z)_R^T$  为,

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \sum_{k=1}^{2N} X_{rk} \frac{X_{sk} \kappa_k F_1(R)}{D_k} & -\text{sgn}(x - x_0) \sum_{k=1}^{2N} X_{rk} \frac{Z_{sk} \kappa_k F_1(R)}{D_k} \\ \text{sgn}(x - x_0) \sum_{k=1}^{2N} Z_{rk} \frac{Z_{sk} \kappa_k F_1(R)}{D_k} & -i \sum_{k=1}^{2N} Z_{rk} \frac{X_{sk} \kappa_k F_1(R)}{D_k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_x \\ p_z \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

式中  $R = |x - x_0|$ ,  $F_1(R) = \exp(-i\kappa_k R)$ ,  $D_k = \kappa_k^2 \{X_k\}^T [A_p] \{X_k\} + \kappa_k^2 \{Z_k\}^T [A_s] \{Z_k\}$

$$-\{X_k\}^T [A_p] \{X_k\} - \{Z_k\}^T [E_p] \{Z_k\}, \text{sgn}(x - x_0) = \begin{cases} 1 & x > x_0 \\ 0 & x = x_0 \\ -1 & x < x_0 \end{cases}$$

### 3.2.2 边界条件

边界条件使用可提高最下层波动能量吸收效率的模型, 为一半无限单元, 称为傍轴边界<sup>[58]</sup>, 其相应于式 (3.22) 边界表达式为:

$$\begin{aligned} E_s^N &= i\omega\rho_N V_{sN}; E_p^N = i\omega\rho_N V_{pN}; B^N = G_N(2 - \eta_N); \\ A_s^N &= i \frac{\lambda_N + 2G_N}{2} \frac{V_{sN}}{\omega} (\eta_N - 2); A_p^N = i \frac{G_N}{2} \frac{V_{sN}}{\omega} (1 - 2\eta_N) \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中,  $G_N$ ,  $\lambda_N$  为边界层的拉梅系数,  $\eta_N = \frac{V_{pN}}{V_{sN}}$ ,  $V_{pN}$ ,  $V_{sN}$  为边界层压缩波速与剪切波速。

### 3.3 薄层单元法与有限单元法耦合模型

### 3.3.1 有限单元法

为了更好的模拟隧道的环形截面,所以本文选取三角形单元<sup>[44]</sup>进行有限元研究。每一个单元都假设为一个连续的,均匀的,各向同性的弹性体。隧道单元划分如图 3.3 所示。

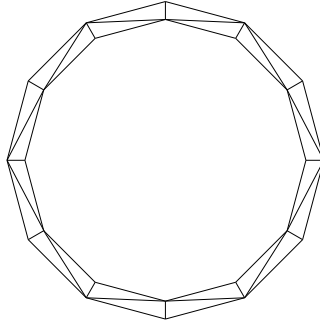


图 3.3 隧道的有限元单元划分

三角形单元模型如下图

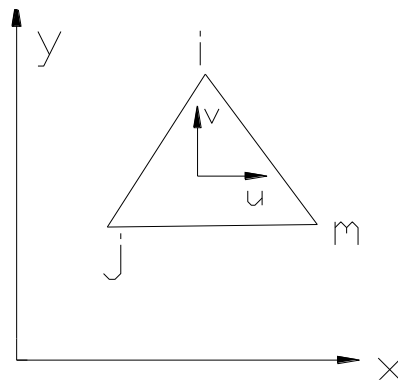


图 3.4 三角形单元模型

位移模式为:

$$u = N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m, v = N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \quad (3.26)$$

其中形函数:

$$N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2A} \quad (i, j, m) \quad (3.27)$$

式中,  $A$  为三角形  $ijm$  的面积,  $a_i = x_j y_m - x_m y_j$ ;  $b_i = y_j - y_m$ ;  $c_i = x_m - x_j$ 。

由式 (3.5) 的几何方程可得:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix} = [B]\{\delta\}^e \quad (3.28)$$

则可得单元的刚度矩阵:

$$[K]^e = \iint [B]^T [D][B] dx dy t \quad (3.29)$$

式中 t 为单元的厚度, [D] 为式 (3.6) 中的弹性矩阵。

同样可得单元的质量矩阵:

$$[m]^e = \iint [N]^T \rho [N] dA t \quad (3.30)$$

### 3.3.2 薄层法与有限单元法耦合模型

取 100 米深土体作为研究对象, 其模型如图 3.5

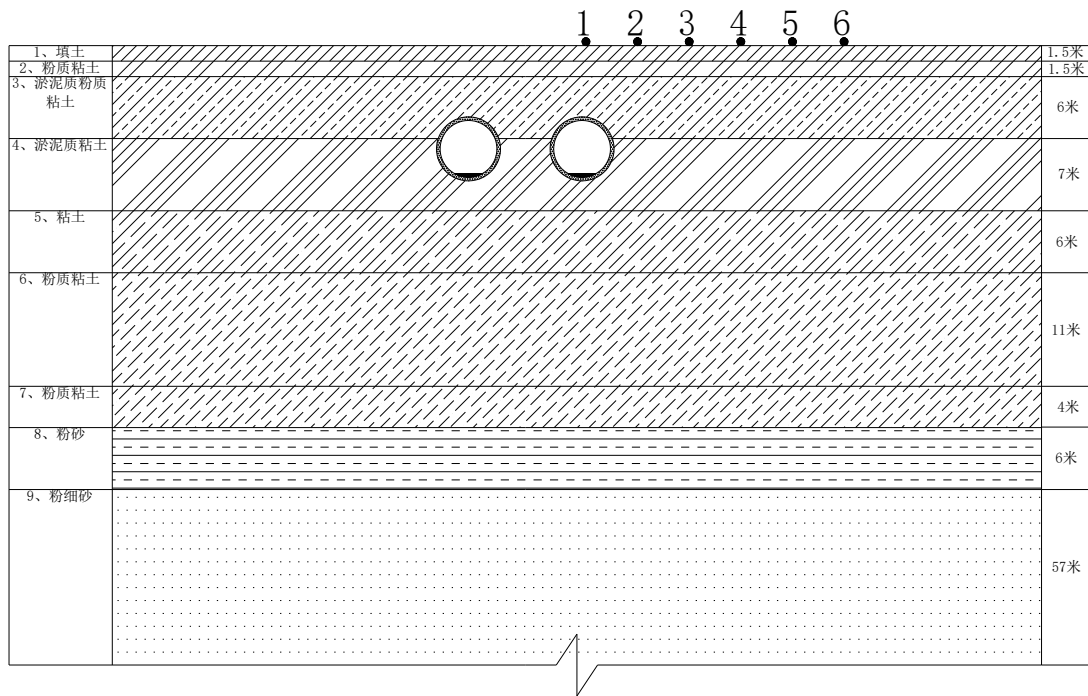


图 3.5 土层模型

其中隧道的有限元单元划分及隧道周围的薄层划分如图 3.6

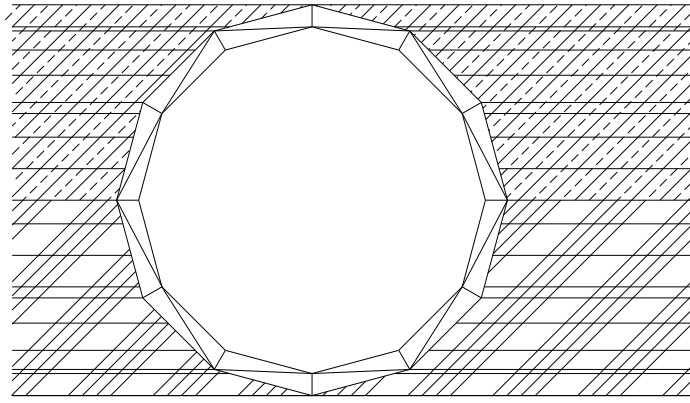


图 3.6 隧道的有限单元划分以及隧道所处土层的薄层划分

土与隧道的耦合模型如图 3.7

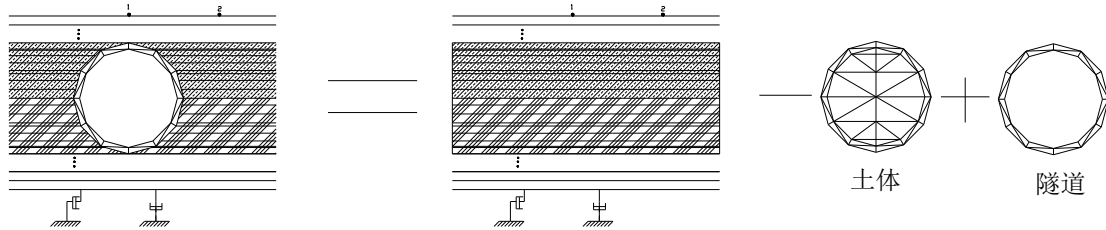


图 3.7 薄层法与有限单元法耦合计算模型

实际的模型为完整的半空间挖去一个隧道大小的土体，而后加入一个隧道，根据容积法<sup>[59]</sup>，对该模型的处理也采用相似的思想。则其刚度矩阵可以表示为：

$$K = K_b - K_s + K_t - \omega^2(M_s - M_t) \quad (3.31)$$

其中， $K_b$  为完整半空间的刚度矩阵， $K_s$  为挖去土体的刚度矩阵， $K_t$  为隧道的刚度矩阵， $M_s$  为土体的质量矩阵， $M_t$  为隧道的质量矩阵。

在计算中，隧道选取  $n$  个节点，进行单元划分，地面根据计算所需选取  $m$  个节点。每个节点有两个自由度，则  $K_b$  为  $2(m+n) \times 2(m+n)$  维矩阵，其中任意元素采用薄层法式 (3.24) 计算，土体采用傍轴边界条件；挖去土体与隧道的刚度、质量矩阵为  $2n \times 2n$  维矩阵，采用有限单元法式 (3.29 和 3.30) 进行计算。

对于两个矩阵不同维采用下式转换：

$$K_{2(m+n) \times 2(m+n)} = K_{b2(m+n) \times 2(m+n)} - T^T (K_{snxn} - K_{tnxn} - \omega^2(M_{snxn} - M_{tnxn})) T \quad (3.32)$$

其中  $T = [I_{2n \times 2n} \quad 0_{2n \times 2m}]$ 。

对求得的刚度矩阵  $K$  取逆，得到该模型的柔度矩阵，即可求解在任意节点施加荷载，其他点的位移响应，进而得到加速度响应。

详细的计算流程如图 3.8 所示。

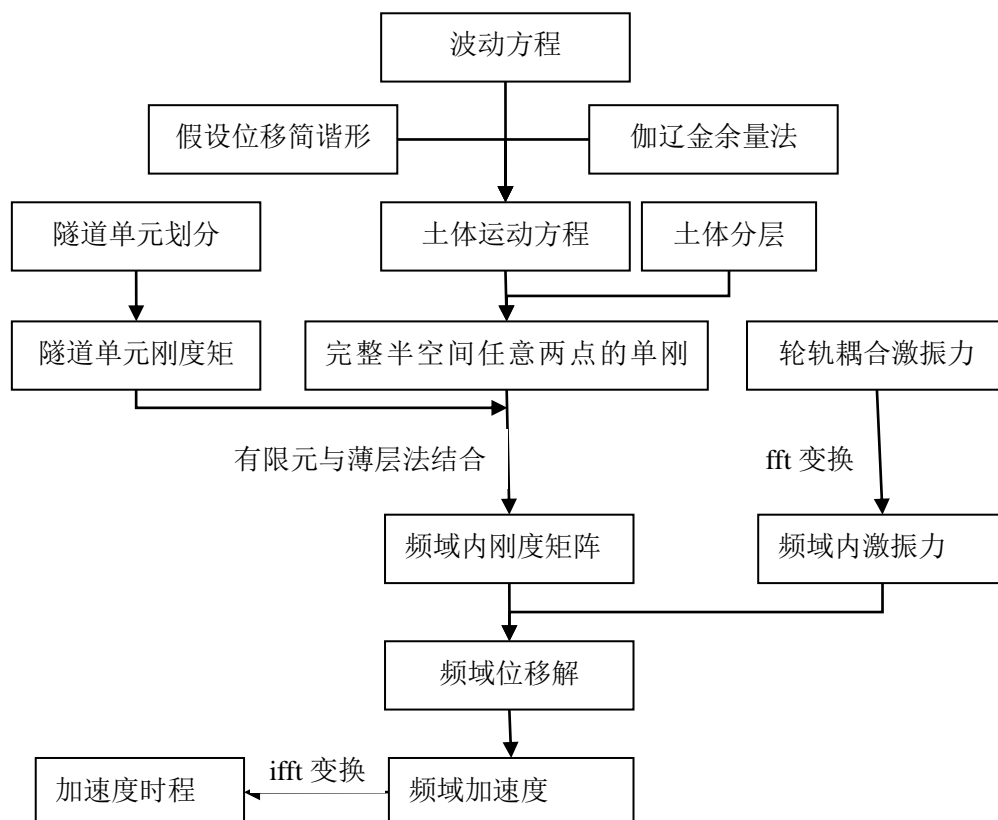


图 3.8 薄层法与有限单元法耦合计算流程

### 3.4 本章小结

本章介绍了薄层法的理论推导与计算原理，也简单介绍了有限单元法中三角形单元的刚度矩阵以及质量矩阵的推导。薄层单元法比较适用于完整半空间，而有限单元法节点与单元数量巨大，因此本章初步尝试提出一种基于有限单元法与薄层法耦合的计算方法，并简要介绍了其计算方法与流程。其计算简单，占用计算机资源少，有一定的实际应用前景。



## 第 4 章 数值模拟结果分析及实测对比

### 4.1 计算参数与条件

计算土层采用某地的典型土层计算参数<sup>[45]</sup>, 归并后取深度 100 米如表 4.1

表 4.1 土层计算参数

土层编号	土层厚度 (m)	层底埋深 (m)	泊松比	平均密度 ( $10^3 kg/m^3$ )	平均剪切 波速 (m/s)	平均剪切 模量 (Mpa)
1	6.4	6.4	0.4	1.86	85.34	13.5
2	11.26	17.66	0.4	1.80	108.43	21.2
3	26.4	44.06	0.4	1.82	220	88.1
4	7.4	51.46	0.4	1.98	192.30	73.2
5	8.05	59.51	0.4	1.92	230	101.6
6	16.96	76.47	0.4	1.95	220	94.4
7	23.53	100	0.4	1.95	288.77	163

土的材料阻尼系数选择 0.05。

隧道单元选择 3.31 节介绍的三角形单元, 隧道为 C50 混凝土, 隧道的参数为: 盾构内径:  $d=5.5$  米; 外径  $D=6.2$  米; 密度  $\rho=2.4 \times 10^3 kg/m^3$ , 弹性模量:  $E=3.45 \times 10^{10} MPa$ , 泊松比:  $\nu=0.2$ 。隧道埋深及尺寸如图 4.1

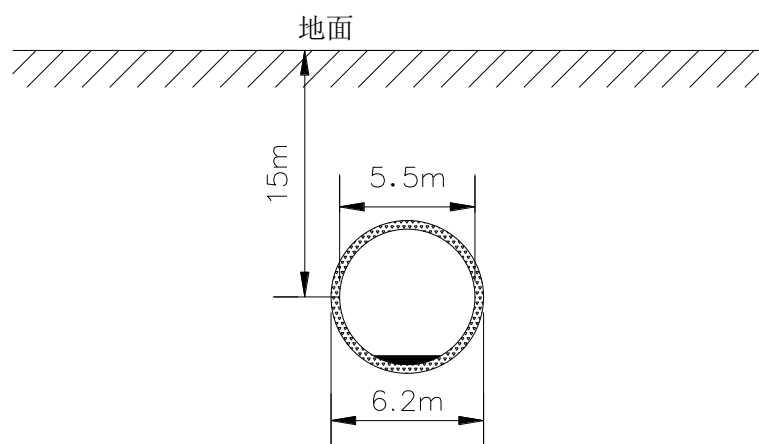


图 4.1 隧道埋深及尺寸示意图

### 4.2 计算结果的时程比较

图 4.2-图 4.6 分别给出了距离隧道不同距离的地面点的地面振动加速度时程曲线。

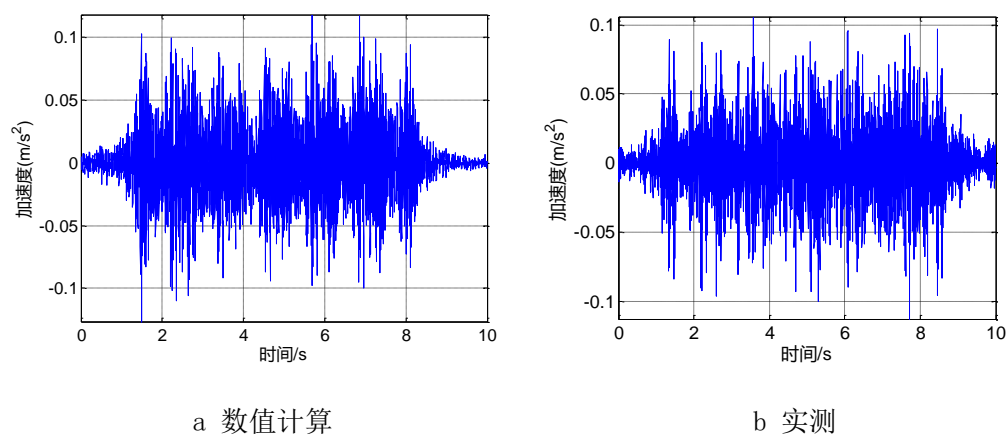


图 4.2 距隧道中心 0 米处的时程曲线

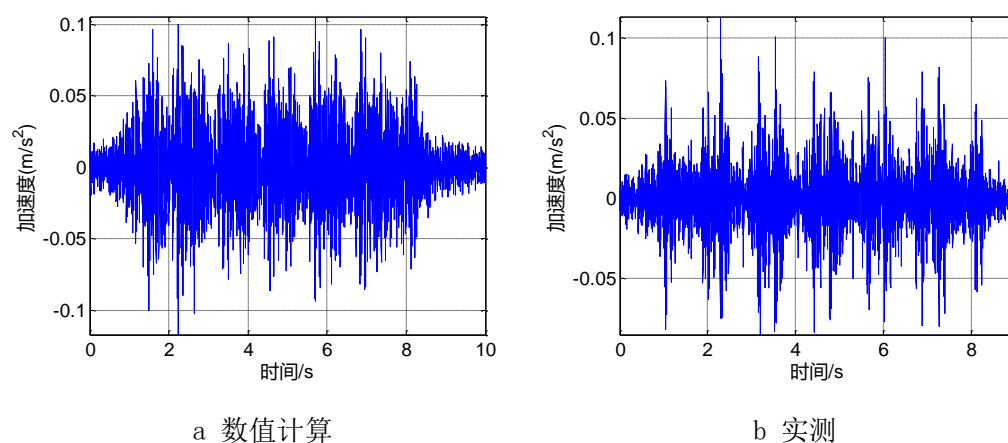


图 4.3 距隧道中心 2 米处的时程曲线

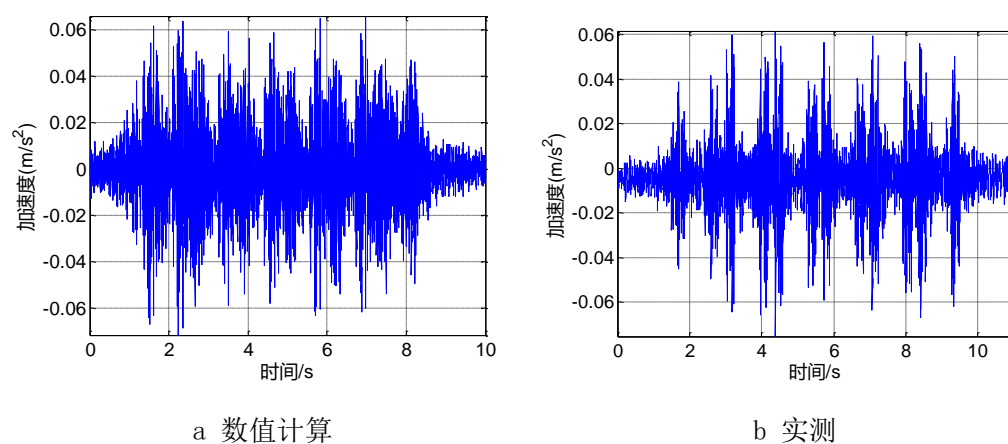


图 4.4 距隧道中心 8 米处的时程曲线

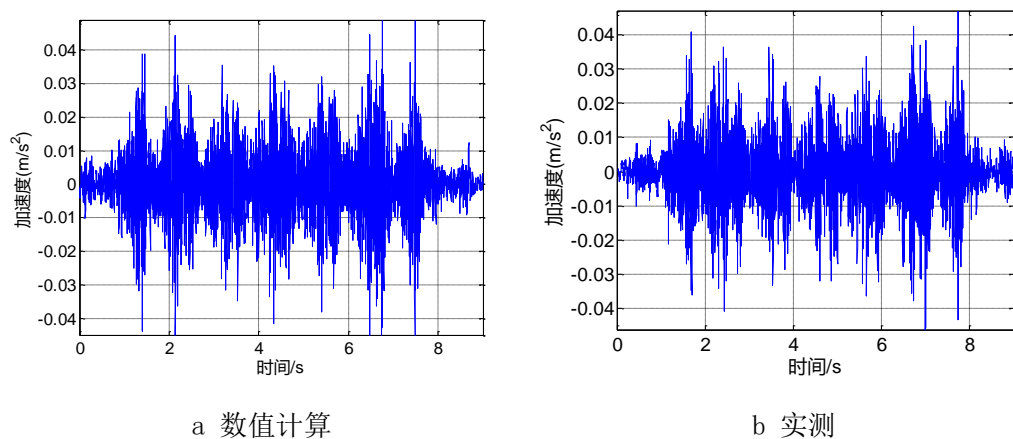


图 4.5 距隧道中心 12 米处的时程曲线

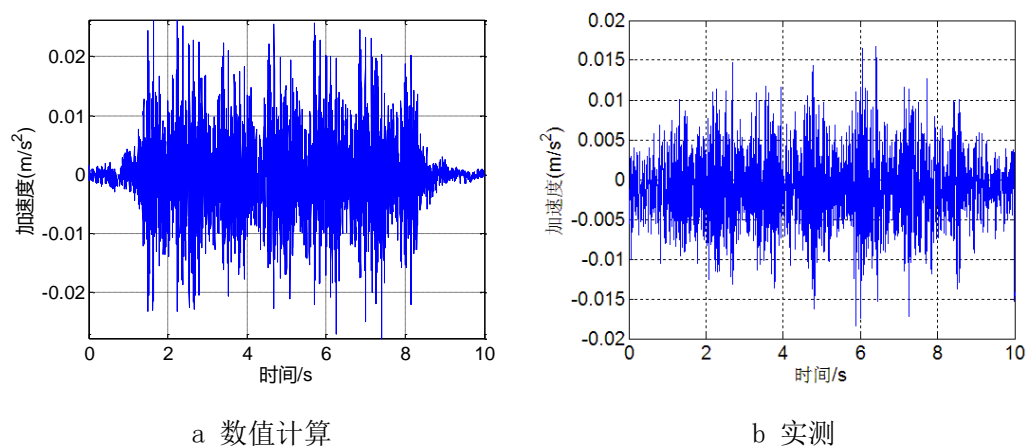
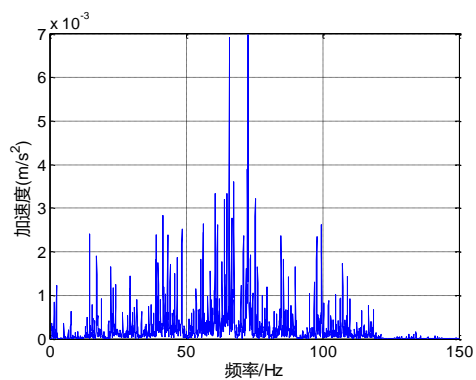


图 4.6 距隧道中心 20 米处的时程曲线

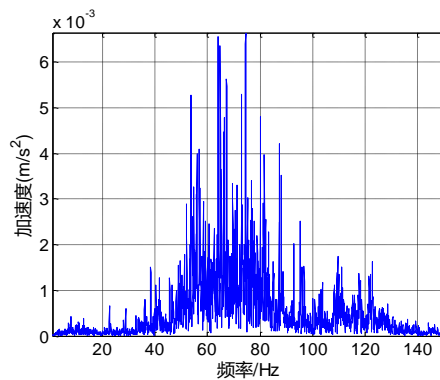
由图 4.2—图 4.6 可以看出：计算所得数值结果与实测数据在幅值上比较一致，符合地铁引起地面振动的加速度随着离地铁中心的距离增加而减小的规律。列车的加速度幅值在 10m 处比 0m 处减少了约 50%，20m 的加速度幅值也比 10m 减少了 50%。

### 4.3 计算结果的频谱比较

图 4.7—图 4.11 分别给出了距离隧道不同距离的地面点的地面振动加速度频谱曲线。

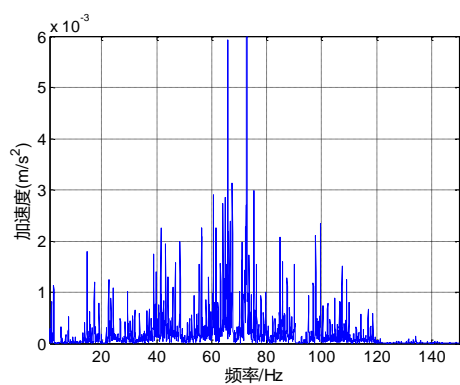


a 数值计算

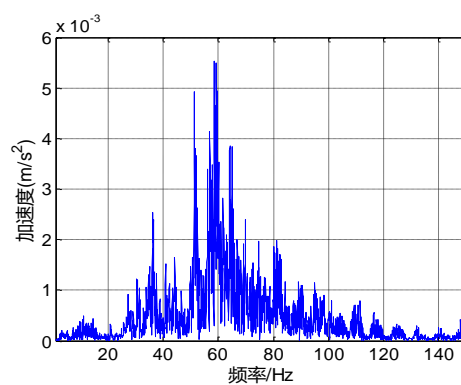


b 实测

图 4.7 距隧道中心 0 米处的频域曲线

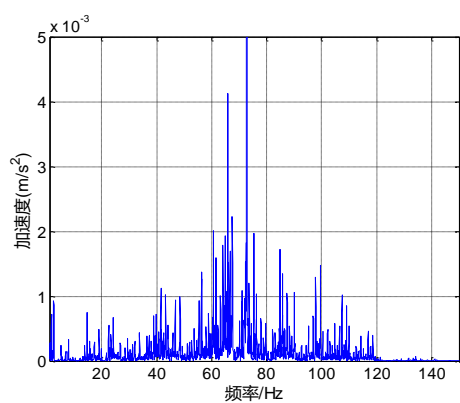


a 数值计算

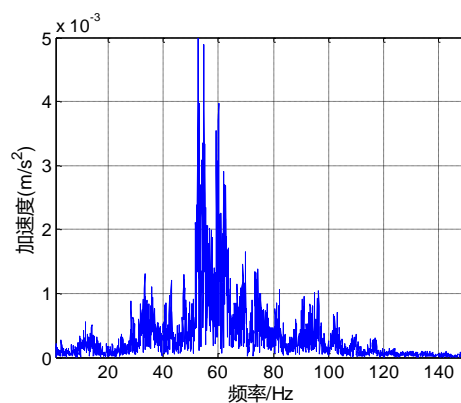


b 实测

图 4.8 距隧道中心 2 米处的频域曲线

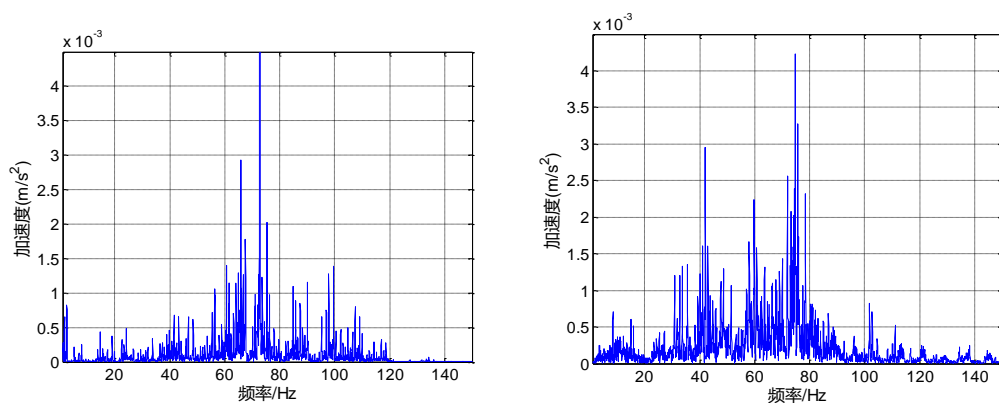


a 数值计算



b 实测

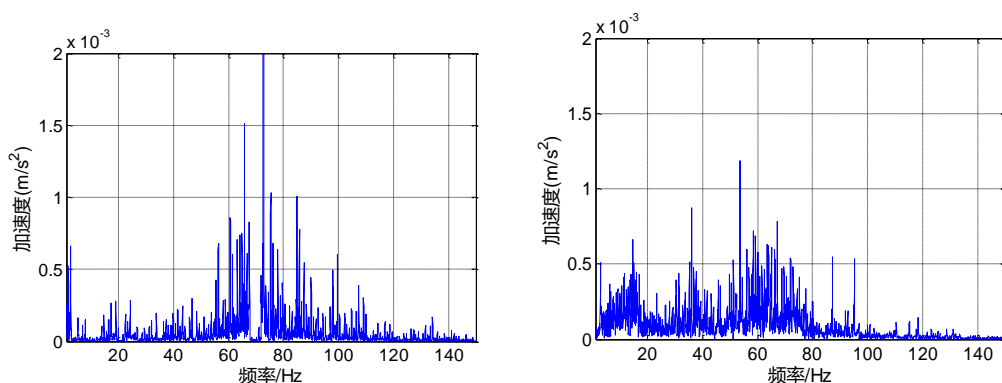
图 4.9 距隧道中心 8 米处的频域曲线



a 数值计算

b 实测

图 4.10 距隧道中心 12 米处的频域曲线



a 数值计算

b 实测

图 4.11 距隧道中心 20 米处的频域曲线

由图 4.7—图 4.11 可以看出：计算结果与实测结果在加速度频域上也具有一致性，也是随着离地铁隧道中心的距离的增加而减小；此外，计算与实测加速度在频域的幅值分布也基本一致，表明地铁对地面的振动影响主要为 100Hz 以下，集中在 50-80Hz。

## 4.4 计算结果的三分之一倍频程分析与实测结果比较

### 4.4.1 三分之一倍频程计算原理

人们往往把三分之一倍频程作为声学频率的一种相对尺度，而振动与噪声密切联系，因此振动领域三分之一倍频程也成为了一种衡量标准。

根据国际电工委员会（IEC）第 225 项推荐，三分之一倍频程的中心频率为：

$$F_c = 1000 \times 10^{\frac{3n}{30}} \quad (4.1)$$

其中：n=0,±1,±2,±3,±4, ……

在实际应用中，通常都采用近似值，根据国际标准化组织（I. S. O）和我们的国家的标准（GB3785-83 声级计的电声性能与测试方法）规定，中心频率为 1Hz, 1. 25Hz, 1. 6Hz, 2Hz, 2. 5Hz, 3. 15Hz, 4Hz, 5Hz, 6. 3Hz, 8Hz, 10Hz, ……。

每一个 1/3 倍频程的上下两端的截止频率为  $2^{1/6}$ ，并由下式确定

$$f_l = \frac{F_c}{\sqrt[6]{2}}, f_u = \sqrt[6]{2} \cdot F_c \quad (4.2)$$

由上式易知，相邻的下一个中心频率点为上一个的  $2^{1/3}$  倍。三分之一倍频程就是在各中心频率点计算各自频带（上下截止频率之间）内的振动加速度级别（dB）。加速度等级的定义为：

$$L_a = 20 \lg \left( \frac{a}{a_0} \right) \quad (4.3)$$

其中 a 为竖直向振动加速度的有效值， $a_0$  为基准加速度值，取  $10^{-6} m/s^2$ 。

振动加速度的有效值 a 为一个振动周期内瞬时值  $a_i$  的平方的均值的平方根，即

$$a = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a_i^2(t) dt} \quad (4.4)$$

若为简谐振动， $a = A/\sqrt{2}$ ，A 为简谐振动的振幅。

而实际测量或计算的加速度通常为离散的数据，对于离散的加速度，由(4.4)容易得其有效值的表达式：

$$a = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i')^2} \quad (4.5)$$

其中  $a_i'$  为时域内第 i 个时间点的加速度。

在计算中可以把得到的某频域段的频域数据逆傅里叶变换到时间域，而后根据式子（4.5）进行计算。根据随机过程中离散傅里叶变换的 Parseval 定理：

$$\sum_{i=0}^{N-1} |a_i^\omega|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |a_k'|^2 \quad (4.6)$$

其中  $a_i^\omega$  为频域内第 i 个加速度。

这样我们就得到了频域内的加速度有效值的计算公式：

$$a = \sqrt{\sum_{i=1}^N (a_i^\omega)^2} \quad (4.7)$$

#### 4.4.2 三分之一倍频程比较

图 4.12-图 4.16 分别给出了距离隧道不同距离的地面点的地面振动加速度三分之一倍频程曲线。

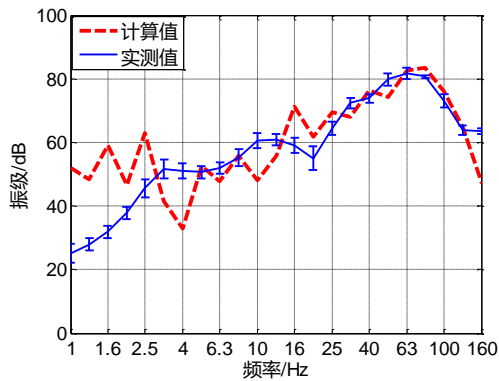


图 4.12 0 米处三分之一倍频程曲线

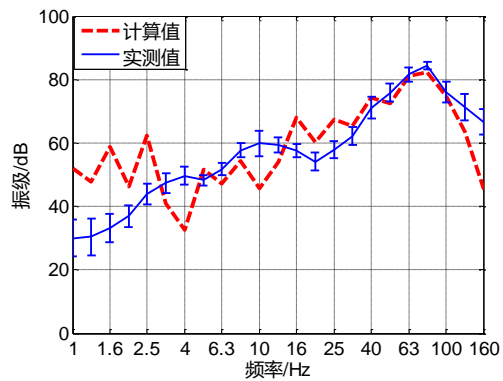


图 4.13 2 米处三分之一倍频程曲线

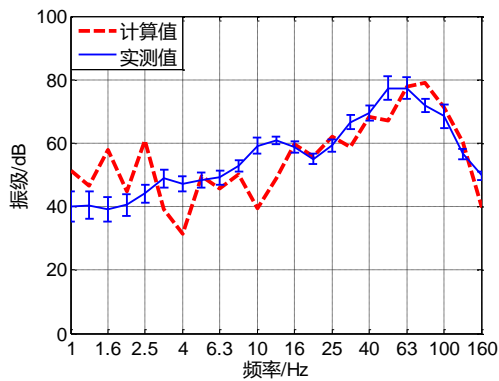


图 4.14 8 米处三分之一倍频程曲线

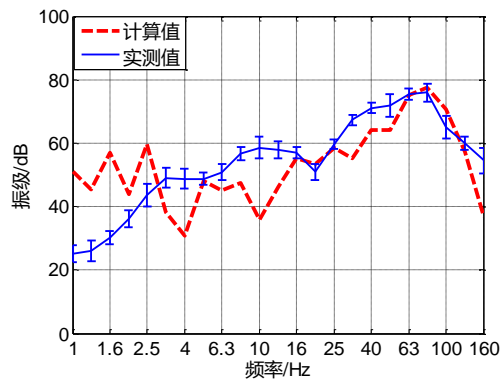


图 4.15 12 米处三分之一倍频程曲线

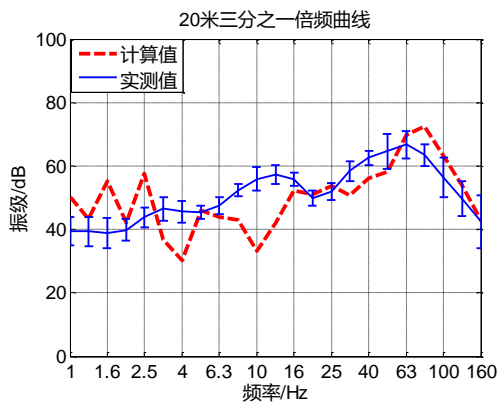


图 4.16 20 米处三分之一倍频程曲线

由图 4.12—图 4.16 可见，各点的计算所得的加速度的三分之一倍频曲线，与实测的加速度三分之一倍频曲线比较接近。但数值计算结果比实测结果波动稍大些，主要是受地铁激振力的影响。

## 4.5 计算结果振级分析

### 4.5.1 振级评价标准 VLz

根据《人体全身振动暴露的舒适性降低界限和评价准则》的有关条款，振动对人体影响的主要频率范围为1-80Hz，在三分之一倍频程的基础之上，GB/T50355-2005《住宅建筑室内振动限值及其测量方法标准》可以根据公式(4.8)来确定振级：

$$VL_z = 10 \lg \left[ \sum_{i=1}^{20} 10^{(a_i - W_i)/10} \right] \quad (4.8)$$

其中  $a_i$  为根据公式(4.5)或(4.7)计算得的第  $i$  个中心频率的振级； $W_i$  为该频率上竖直方向的计权因子，如表 4.3

表 4.3 竖直方向计权因子的取值

序号 (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1/3 倍频程 中心频率	1	1.25	1.6	2	2.5	3.15	4	5	6.3	8
计权因子 ( $W_i$ )	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0
序号 (i)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1/3 倍频程 中心频率	10	12.5	16	20	25	31.5	40	50	63	80
计权因子 ( $W_i$ )	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

一列列车通过的时间通常为 10 秒，为了更精确描述这个 10 秒内振动对人的影响，在 HJ453-2008《环境影响评价技术导则—城市轨道交通》中，对于运营期间城市轨道交通环境影响评价引起的环境振动来评价范围内振动环境保护目标室外环境符合相关标准，现状评价使用 VLz，预测评价使用铅垂向 Z 振级 VLz10、VLzmax。根据 GB 10071-88 中规定的时间计权常数为 1s，列车经过时段的时程结果按 1s 的时间长度分成几段，对每一段时程进行 1/3 倍频程分析，取每次列车经过时段的 VLz 的最大值作为该次列车通过时的 VLzmax 值。

### 4.5.2 振级比较

图 4.17 为计算结果与实测的振级 (VLzmax) 比较。



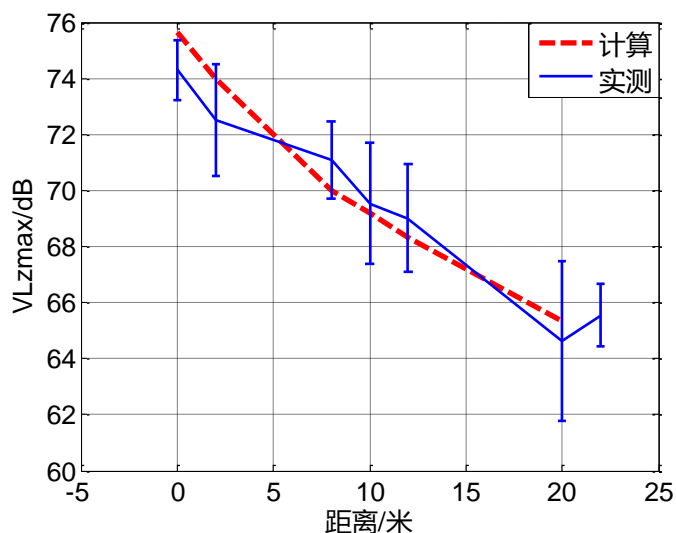


图 4.17 不同距离的 VLzmax 曲线

由图 4.17 可知，数值计算的三分之一倍频程与实测结果基本吻合，都随着距离隧道中心距离的增加而减小，数值计算结果基本在实测结果的变化范围之内。说明该计算方法在一定精度下可以用于隧道对地面振级的预测分析。

## 4.5 不同工况计算结果比较与分析

### 4.5.1 不同载重

图 4.18-4.20 为在不同列车载重情况下的 0 米、8 米和 20 米的三分之一倍频曲线。4.21 为三种情况下不同距离的 VLzmax 变化曲线。

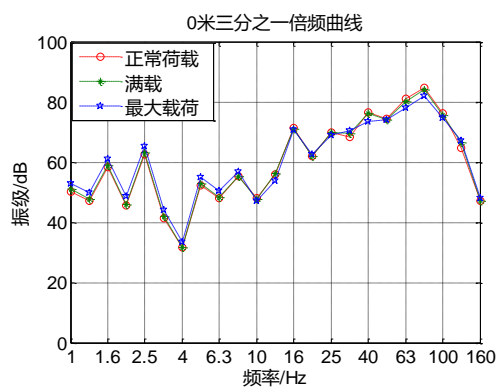


图 4.18 0 米不同载重三分之一倍频曲线

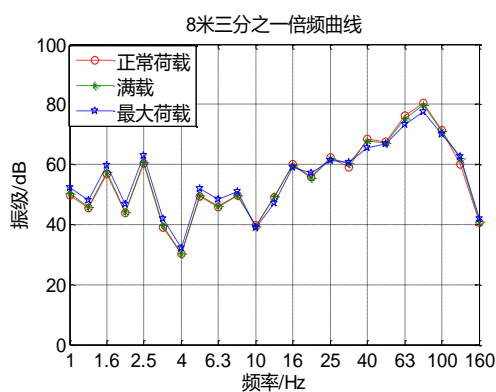


图 4.19 8 米不同载重三分之一倍频曲线

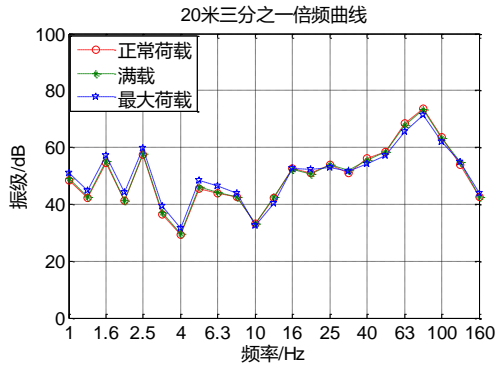


图 4.20 20 米不同载重三分之一倍频程曲线

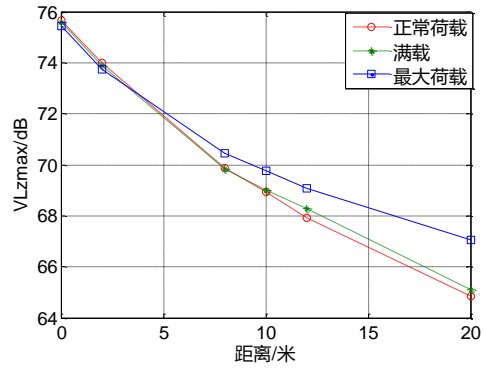


图 4.21 不同载重 VLzmax 曲线

其中各种载重情况下的 VLzmax 值如表 4.5。

表 4.5 不同载荷地面的振级值 (VLzmax)

荷载 \ 地面距离	0 米	2 米	8 米	10 米	12 米	20 米
正常荷载 (dB)	75.67	74.01	69.87	68.95	67.94	64.86
满载 (dB)	75.59	73.88	69.83	69.02	68.27	65.12
最大荷载 (dB)	75.45	73.75	70.46	69.76	69.08	67.07

由图 4.18-4.20 可以知道，列车载重的不同对地面振动的影响不是很大，从图 4.21 可看出，振级随着列车载重的增大而增大。离隧道距离的不同，载重对其影响也不一样，在 0 到 5 米范围内，载重增加对地面振动的影响很小，而在 10-20m 范围，影响随着距隧道距离的增加而增大，由表 4.5 的数值可以看出，载重对地面的影响最大值为 2dB 左右。

### 4.5.2 不同车速

图 4.22-4.24 为在不同列车车速情况下的 0 米、8 米和 20 米的三分之一倍频曲线。4.25 为四种不同车速情况下的 VLzmax 变化曲线。

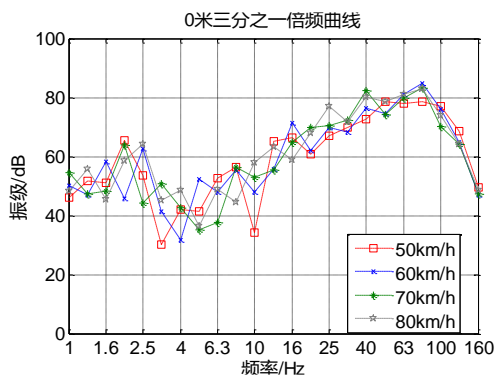


图 4.22 0 米不同车速三分之一倍频曲线

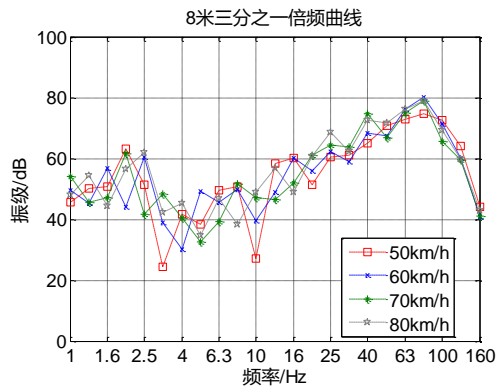


图 4.23 8 米不同车速三分之一倍频曲线

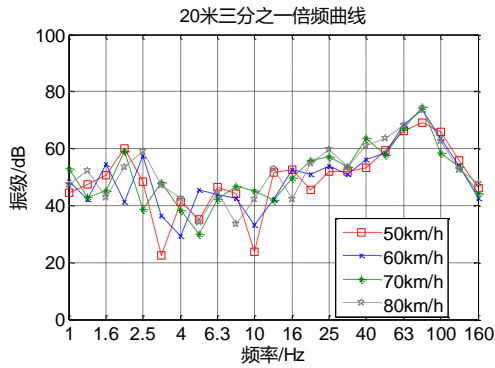


图 4.24 20 米不同车速三分之一倍频程曲线  
具体的振级（VLzmax）如表 4.6

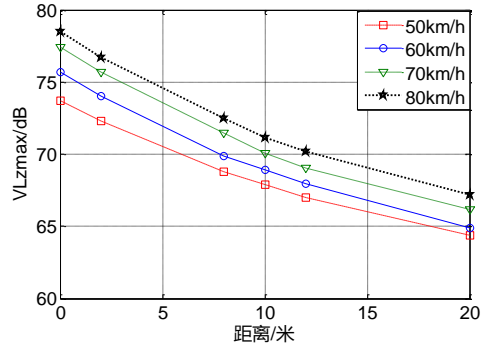


图 4.25 不同车速 VLzmax 曲线

表 4.6 不同车速情况下地面的振级值（VLzmax）

车速 \ 地面距离	0 米	2 米	8 米	10 米	12 米	20 米
50km/ (dB)	73.72	72.30	68.76	67.87	67.03	64.39
60km/ (dB)	75.67	74.01	69.87	68.95	67.94	64.86
70km/ (dB)	77.42	75.72	71.46	70.06	69.03	66.19
80km/ (dB)	78.49	76.70	72.47	71.17	70.21	67.18

车速对三分之一倍频程有一定影响，在三分之一倍频程曲线上规律表现不明显，从 VLzmax 曲线可以知道，随着车速的增加，距离隧道中心不同距离的振级都有所增加，但距离隧道越近增加稍微大些，即 0 米的振级增加量比 20 米要大。也就是说，车速增大对离隧道中心远的地方影响小。由表 4.6 可知，当车速为 80km/h 时，0 米处的振级比 40km/h 约大 5dB 左右，而 20 米处约大 3dB。

### 4.5.2 不同的轨下支承

图 4.26-4.28 为在不同铁轨支承条件下的 0 米、8 米和 20 米的三分之一倍频曲线。4.29 为三种支承下的 VLzmax 变化曲线。

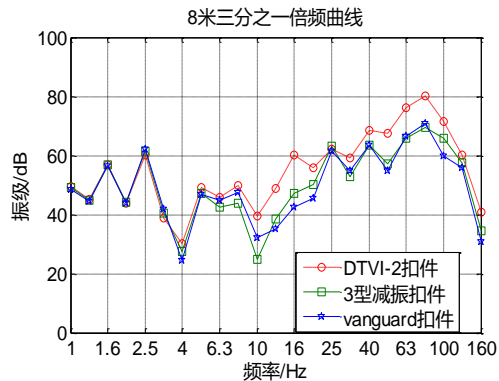
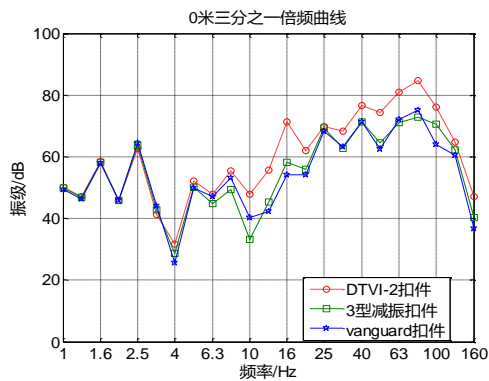


图 4.26 0 米不同支承三分之一倍频程曲线

图 4.27 8 米不同轨下支承三分之一倍频程曲线

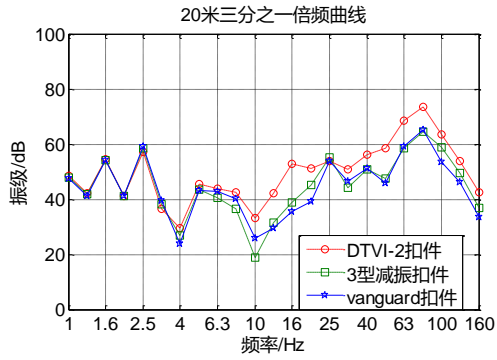


图 4.28 20 米不同支承三分之一倍频程曲线

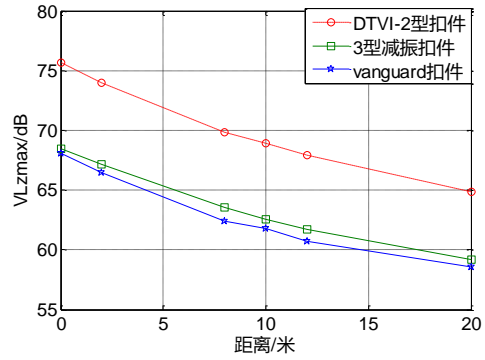


图 4.29 不同轨下支承 VLzmax 曲线

具体的振级 (VLzmax) 如表 4.7

表 4.7 不同轨下支承情况下地面的振级值 (VLzmax)

	0 米	2 米	8 米	10 米	12 米	20 米
DTVI-2 扣件 (dB)	75.67	74.01	69.87	68.95	67.94	64.86
III型减振器扣件 (dB)	68.48	67.12	63.57	62.58	61.73	59.15
III型相对减振量 (dB)	7.19	6.88	6.30	6.36	6.21	5.71
vanguard 扣件 (dB)	68.09	66.48	62.42	61.75	60.74	58.56
Vanguard 扣件相对减振量	7.57	7.53	7.45	7.20	7.20	6.30

从上面的图和表可知, Vanguard 扣件情况下地面的振级最小, 3 型扣件次之, 但比 vanguard 扣件增加不多, DTVI-2 扣件振级最大, 从 VLzmax 曲线比较可知, DTVI-2 扣件比 vanguard 扣件平均大 6-8dB。采用不同的轨下支承, 对减小地面振动有很大的影响, 在地铁隔振设计中, 可以优先考虑减振效果好的轨下支承。

### 4.5.3 不同单元粗细划分

记原单元划分方式为方式 1, 如图 3.5, 当单元个数细分为原来两倍时记为方式 2, 如图 4.30。

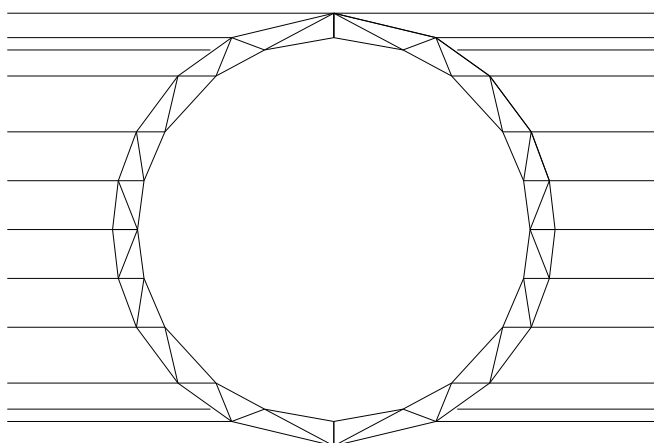


图 4.30 加密的隧道单元模型

图 30-32 为两种划分条件下 0 米, 8 米, 20 米的三分之一倍频程曲线。4.33 为两种单元划分下的 VLzmax 变化曲线。

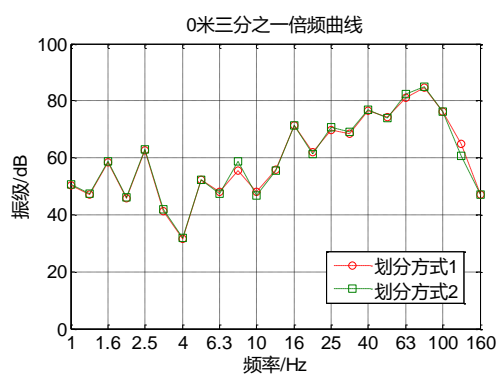


图 4.31 0 米不同划分三分之一倍频程曲线

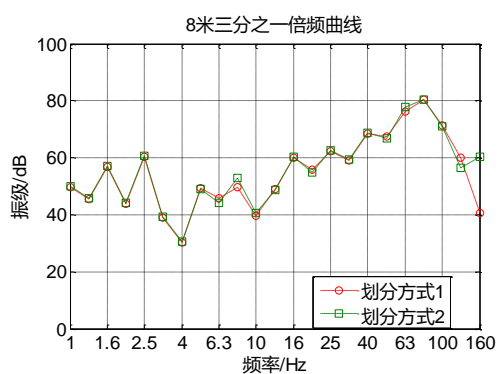


图 4.32 8 米不同划分三分之一倍频程曲线

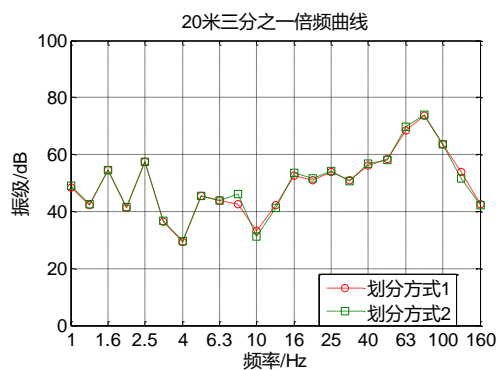


图 4.33 20 米不同划分三分之一倍频程曲线

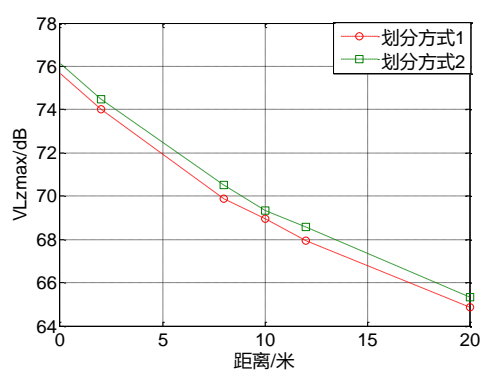


图 4.34 不同单元划分 VLzmax 曲线

从上面的比较可以发现, 当单元加密为原来的两倍的时候, 计算结果差别不大, 具体如表 4.8 所示。

表 4.8 两种单元划分方式的地面振动比较 (VLzmax)

	0 米	2 米	8 米	10 米	12 米	20 米
划分方式 1 (dB)	75.67	74.01	69.87	68.95	67.94	64.86
划分方式 2 (dB)	76.10	74.47	70.50	69.34	68.58	65.34
绝对差值 (dB)	0.44	0.46	0.63	0.40	0.64	0.48
相对差值 (%)	0.58	0.61	0.89	0.57	0.94	0.74

可以看出, 两种划分方式差值在 0.7dB 以内, 但两者的计算时间差了将近 1 倍, 所以单元划分方式 1 与划分 2 有相同的计算精度但比较大幅度的减少计算时间。

#### 4.5.4 埋深影响

计算了四种隧道埋深情况, 隧道中心到地面的距离分别为 10m, 15m, 20m, 25m。其示意图如图 4.35。

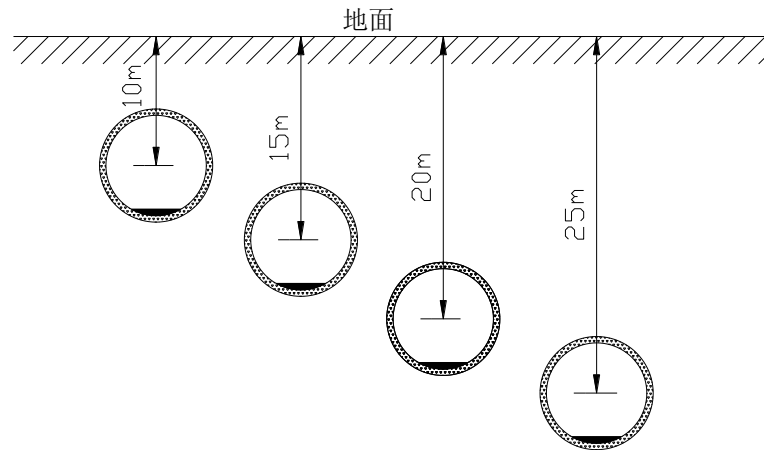


图 4.35 不同隧道埋深示意图

图 4.36-4.38 为在不同埋深情况下的 0 米、8 米和 20 米的三分之一倍频曲线。4.39 为不同埋深下的 VLzmax 变化曲线。

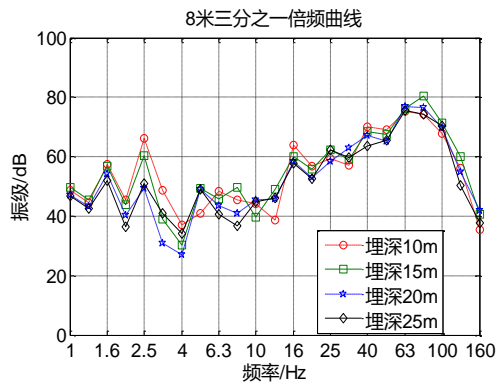
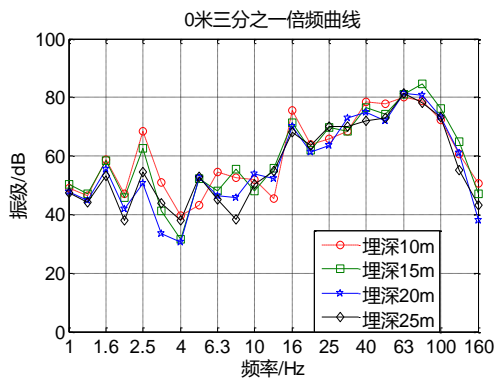


图 4.36 0 米不同埋深三分之一倍频程曲线

图 4.37 8 米不同埋深三分之一倍频程曲线

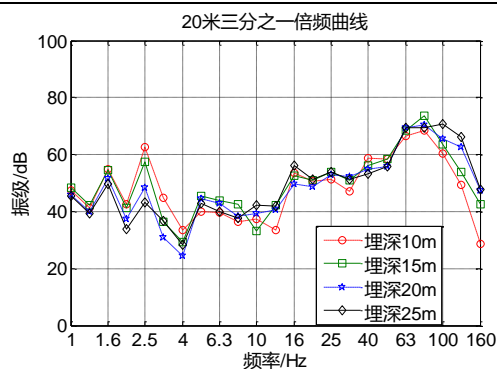


图 4.38 20 米不同埋深三分之一倍频程曲线

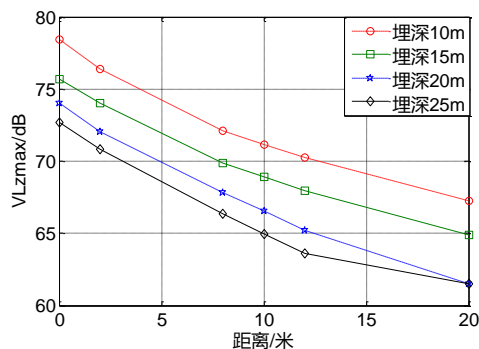


图 4.39 不同埋深 VLzmax 曲线

具体的振级 (VLzmax) 如表 4.9

表 4.9 不同隧道埋深的地面的振级值 (VLzmax)

埋深 \ 地面距离	0 米	2 米	8 米	10 米	12 米	20 米
10 米 (dB)	78.41	76.42	72.08	71.15	70.26	67.27
15 米 (dB)	75.67	74.01	69.87	68.95	67.94	64.86
20 米 (dB)	74.01	72.06	67.85	66.52	65.18	61.53
25 米 (dB)	72.66	70.81	66.39	64.93	63.62	61.50

由图 4.36-4.39 及表 4.9 可知, 埋深对地面振动有比较明显的影响, 在隧道埋深比较浅的时候, 增加隧道埋深能比较大程度的减少地面的振动, 而当隧道埋深比较深时, 增加埋深对振动的减少幅度比较小。

## 4.6 本章小结

本章将数值模拟得到的结果与实测的结果进行了比较, 分别比较了离隧道中心不同水平距离的时程、频域、三分之一倍频程以及 VLzmax 的差别。结果表明, 数值模拟得到的结果与实测结果基本吻合, 所以数值方法能在一定程度上应用到实际工程中。同时本章还研究了各种因素对地面振动的影响, 包括不同列车载重, 不同行车速度, 不同轨下支承, 不同的单元划分情况以及不同的埋深, 结果表明, 在一定范围内, 列车载重, 行车速度, 单元划分对地面振动的影响较小, 而轨下支承与埋深对地面振动影响比较大, 在列车减振设计的过程中, 应该采用较好的轨下支承且增大隧道的埋深。

## 第 5 章 结论与展望

### 5.1 本文工作总结

本文以轮轨耦合模型来模拟地铁的激振力，初步尝试使用薄层单元与有限单元结合的方法，来分析地铁运行对地面振动的影响，并与实测结果进行比较，主要工作及结论包括以下几个部分：

(1) 计算了双欧拉梁模型与轮轨耦合模型在相同参数条件下的地铁激振力，两者对比表明，双欧拉梁模型模拟的荷载高频部分极小，不符合实际情况，需要加以改进才能使用。并使用轮轨耦合模型模拟了列车在不同载重、不同车速、以及不同轨下支承情况下的地铁时程及频域的激振力。

(2) 建立薄层单元与有限单元结合的模型，来模拟地铁振动在土体中的传播。使用该方法计算了地铁运行时，地面上距离隧道中心不同距离的地面点的振动。并与实测数据的时程、频域、三分之一倍频程、振级方面进行了比较，结果与实测结果基本吻合，表明该方法能一定程度上为地铁运行对地面的振动提供预测与分析。

(3) 分析了不同载重、不同车速、不同轨下支承、不同单元划分以及不同埋深对地面振动模拟的影响，结果表明，列车载重、单元划分对地面振动的模拟影响不大，车速对地面振动有一定影响，埋深以及轨下支承对地面振动的影响比较显著，因此，在考虑地铁运行对地面振动影响时，应首先考虑埋深以及轨下支承条件。

### 5.2 展望

地铁对地面振动的研究涉及地铁激振力的研究以及振动在土体中传播问题，地铁激振力研究中有许多的不确定项，同时土体本身的也是不确定和非线性的，振动在土中的传播就更加复杂，所以该问题有许多方面值得深入研究。

(1) 本文采用来模拟地铁激振力的轮轨耦合模型，计算所得的轮轨加速度或者道床的加速度与实测结果有所偏差，特别在频域上不一致，所以轮轨耦合模型在模拟地铁激振力中有必要进行进一步的研究。

(2) 在地铁激振力的模拟中，本文把有限长的地铁列车有限个移动点荷载假设为均布的线荷载，有一定的局限性。使用随时间变化位置与大小的有限个点荷载来模拟地铁的激振力，需要进行更深的研究。



(3) 土的力学性质及其复杂，振动在土中的传播很难完全真实的模拟，如何建立一个计算简化，而又能比较好的模拟振动传播的模型，是地铁列车振动模拟的长期任务。

(4) 本文模拟的不少工况没有实测数据对比，今后可以加大地铁实测的力度，通过实测的数据的比照来调整计算模型的参数，使之能更加真实的模拟地铁对地面振动的影响。

## 致谢

春去夏来，在不经意间三年的硕士生涯就将要结束，回想三年的生活，学有所增，识有所长，即将离去，几分留恋，几分不舍。过去的学习生活中，有过困难，有过彷徨，更多的是无私的关心和帮忙，在此，对这些关心和帮助过我的可爱的人表达我由衷的感激。

首先，要感谢我的导师薛松涛老师，他严谨的治学态度，平易近人的生活态度，深深的感染了我。导师总能在平常的类比中，揭示深刻的理论；在点滴的质疑中，表现出挑战权威的气魄；在平时生活的幽默与玩笑中，关心我们的生活与前途。同时也要感谢唐和生副导师，身体力行的求实与勤奋，无声的教育了我们；那严格的要求与细心的指导，让我在学习与科研中获益良多。此外，也要特别感谢陈镕老师，在陈镕老师的授课以及跟陈镕老师做课题的过程中，陈镕老师对于每一个公式与理论一丝不苟的推导，对于世界权威理论的挑战与创新，以及对学生的和蔼与关心，都是为人师表的典范。在此，对三位老师表示衷心的感谢与崇高的敬意。

其次，要感谢教研室的谢丽宇老师，在平时生活和科研过程中给予的关心和鼓励。也要感谢结构所的蒋通老师，对薄层单元法给予的指导。

还要感谢班主任曹阳老师以及团委陈春兰老师，在三年学习生活中给予的关心和帮助。

感谢教研室的申道明师兄，在我平时学习中给予的细致的指点和帮助；也感谢教研室的许锐、范德伟、胡长远以及白杰师兄，在平时生活和学习中给予的关心与鼓励。

感谢柴林峰、仲诚两位同门，在朝夕相处中给予的帮助，也要感谢08级结构所的何明春、黄玲等一起度过了研究生时光的同学。

同时也要感谢王泽兴、王兰斌、赵伟屹、于骁勇、郭海超、裘亦文、唐珏、王娇、汪洁、邓立新等师弟师妹在平时生活和学习中给予的关心与帮助。

最后要感谢我的母亲，在我求学生涯中，对我的支持与鼓励。

感谢所有关心、帮助、和支持过我的人们。

石家武

2011年5月

## 参考文献

- [1] 夏禾, 张楠. 车辆与结构动力相互作用. 2版[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [2] 王逢朝, 夏禾, 张鸿儒. 地铁列车振动对邻近建筑物的影响. 北方交通大学学报, 1999, 23(5): 45-48
- [3] 张玉娥, 白宝鸿, 潘昌实. 地铁列车振动对周围环境影响评估. 噪声与振动控制, 1997, 2(2): 37-41
- [4] 孙钧. 地下工程设计理论与实践[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1996, 260-267
- [5] 潘昌实; 谢正光. 地铁区间隧道列车振动测试与分析. 土木工程学报, 1990, 23(2): 21-28
- [6] 童大坝. 铁路轨道[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996
- [7] 李德武. 列车振动荷载的数定分析. 甘肃科学学报, 1998, 10(2): 25~29
- [8] 张玉娥, 白宝鸿. 地铁列车振动对隧道结构激振荷载的模拟. 振动与冲击, 2000, V01. 19(3): 68-70
- [9] Clark R A , et al. An investigation into the dynamic effects of railway vehicle running on corrugated rail. Journal of Mechanical Engineering Science , 1982 , 24 (2) : 65~76
- [10] Sato Y. Abnormal wheel load of test train. Permanent Way ( Tokyo) , 1973 , 14 : 1~8
- [11] Ahlbeck D R , et al. The development of analytical models for railroad track dynamics. In : Railroad Track Mechanical & Technology. Pergamon Press , 1978
- [12] 吴章江, 王浦强, 李湘敏, 李景昌. 车辆通过轨道低扣接头的垂向轮轨作用力计算. 铁路机车车辆, 1982 , (1) : 24~30
- [13] 翟婉明, 王其昌. 轮轨动力分析模型研究. 铁道学报, 1994 , 16 (1) : 64~72
- [14] Nielsen J C O. Train/ track interaction : coupling of moving and stationary dynamic systems : [Dissertation] . Goteborg : Chalmers University of Technology , 1993
- [15] Cai Z , Raymond G P. Theoretical model for dynamic wheel/ rail and track interaction. Proc 10th Int Wheelset Cong. Sydney , Australia , 1992. 127~131
- [16] Dong R G, Sanker S , Dukkupati R V. A finite element model of railway track and its application to the wheel flat problem. Proc Instn Mech Engrs , Part F. Journal of Rail and Rapid Transit , 1994 , 208 : 61~72
- [17] Diana G, et al. Interaction between railroad superstructure and railway vehicles. Vehicle System Dynamics , 1994 , 23 (Supplement) : 75~86
- [18] 刘维宁, 夏禾等. 地铁列车振动的环境响应. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(增刊): 586-593.
- [19] 雷晓燕, 圣小珍. 现代轨道理论研究. 北京: 中国铁道出版社, 2008
- [20] Kurzweil, G Groundborne noise and Vibration from Underground Rail system. Journal of sound and Vibartion, 1979, 66(3): 363~370
- [21] Lang J. Result of measurements on the control of structure-borne noise from subways. Seventh Internatinoal congress on Acoustics. Budapest, 1971: 241~24

- [22] Urgan E. Vibrations produced in buildings by passage of subway trains: Parameter Estimation for preliminary design. *Inter noise*, 1975:491~498
- [23] Braja M. Das. *Fundamentals of soil Dynamics*. Elsevier science publishing Co. Inc. AT710 D258, 1983
- [24] Melke J. Noise and vibration from underground railway lines: proposals for a Prediction procedure. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, vol. 120(2):391~406
- [25] 陈实, 徐国彬, 高日列车振动对铁路沿线结构物影响的动力分析. *北方交通大学学报*. 1998, Vol. 22(4)
- [26] 周裕德, 祝文英, 应乐悼, 张玮晨. 地铁振动对上海音乐厅迁址影响分析及对策措施. *全国环境声学电磁辐射环境学术会议*. 2004. 12:28-31
- [27] 徐忠根, 任现, 杨泽群等广州市地铁一号线振动传播对环境影响的测定与分析环境技术, 2002, (4):12~14
- [28] 周云. 交通荷载对周边建筑的振动影响分析:[硕士学位论文]. 浙江大学, 2005
- [29] 闫维明等. 地铁运营诱发振动实测及传播规律 2006, Vol. 32 (2): 149-154
- [30] 冯军和. 地铁列车-轨道系统的动力耦合及引发的环境振动:[博士学位论文]. 北京: 北京工业大学, 2007
- [31] 文强. 地铁列车引起的自由场地振动规律及对周围建筑物得影响研究:[硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2008
- [32] R. Klein, H. Antes, et al. Efficient 3D modeling of vibration isolation by open Trenches[J]. *Computers and Structures*, 1997, 64:809~817.
- [33] S. E. Kattis, D. Polyzos, et al. Vibration isolation by a row of Piles using a 3D frequency domain BEM[J]. *Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46:713~728.
- [34] P. K. Banerjee, T. M. Ahmad, et al. Advanced application of BEM to wave barriers in multi-layered three-dimensional soil media[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988, 16:1041~106
- [35] Andersen, L.; Nielsen, S. R. K. Reduction of ground vibration by means of barriers or soil improvement along a railway[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, 25(7): 701~716
- [36] 王田友. 地铁运行所致环境振动与建筑物隔振方法研究:[博士学位论文]. 上海: 同济大学土木工程学院, 2007
- [37] 谢伟平; 孙洪刚. 地铁运行时引起的土的波动分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(7): 1180-1184
- [38] P. Galvin. S. Francois. A 2.5D coupled FE-BE model for the prediction of railway induced vibrations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 30(2010):1500~1512
- [39] Clouteau, D., Arnst, M., Al-Hussaini, T. M., Degrande, G. (2005); Freefield vibrations due to dynamic loading on a tunnel embedded in a stratified medium; *Journal of Sound and Vibration*, 283(1-2): 173-199.
- [40] Pezeshki, H.; Kitamura, Y. Ground vibration around adjacent buildings on a layered half-space[J]. *High Performance Structures and Materials II*, 2004, 7: 653~663
- [41] Kaynia, Amir M.; Madshus, Christian; Zackrisson, Peter. Ground vibration from

- high-speed trains: Prediction and countermeasure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(6): 531~537
- [42] J.P. 瓦尔夫. 土-结构动力相互作用. 吴世明等. 北京: 地震出版社, 1989
- [43] 蒋通. 地基-结构动力相互作用分析方法——薄层法原理及应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 2009:198-235
- [44] 张德兴. 有限元素法新编教程[M]. 上海: 同济大学出版社, 1989
- [45] 同济大学. 上海市地震小区划[R]. 同济大学, 1992
- [46] 张昀青, 刘维宁, 王霆. 轨下基础参数对钢轨动力响应的影响分析. 北京交通大学学报, 2005, 29(4): 37-39.
- [47] 谢伟平, 孙洪刚, 地铁运行时引起的土的波动分析, 2003 Vol. 22 No. 7 P. 1180-1184.
- [48] 洪俊清, 刘伟庆, 地铁对周边建筑物振动影响分析, 振动与冲击 2006, 25(4): 142-145.
- [49] 翟辉, 刘维宁, 地铁列车引起的低频地表响应及减振措施研究, 都市快轨交通, 2005 Vol. 18 No. 4 P. 101-105
- [50] 陶连金, 李晓霖, 陆熙, 张丁盛. 地铁诱发地面运动的衰减规律的研究. 世界地震工程, 2002, 19(1): 83~87.
- [51] 王星星, 地铁对沿线环境影响的预测, 噪声与振动控制, 1999(5): 22-24.
- [52] 崔正翔, 嵇正毓. 地铁隧道振动对地面环境影响预测的探讨[J]. 噪声与振动控制, 1996, (1): 9-14.
- [53] A.B. Nagy, P. Fiala, F. Marki, F. Augusztinovicz, G. Degrande, S. Jacobs, D. Brassensx, Prediction of interior noise in buildings, generated by underground rail traffic, Journal of Sound and Vibration 293 (3-5) (2006) 680-690.
- [54] François, L. Pyl, H.R. Masoumi, and G. Degrande. The influence of dynamic soil-structure interaction on traffic induced vibrations in buildings. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 27(7):655-674, 2007.
- [55] 杨英豪, 王杰贤. 列车运行时振波在土中的传递. 西安建筑科技大学学报, 1995, 27(3)
- [56] Eduardo Kausel. Jose, Manuel Roesset. Stiffness Matrices For Layered Soils. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 71, No. 6, , December 1981, pp. 1743-1761
- [57] Eduardo Kausel. Fundamental Solutions in Elastodynamics: A Compendium. New York: Cambridge University Press, 2006
- [58] Hull S W and Kausel E. Dynamic loads in layered halfspace [C]. Proc. 5<sup>th</sup> Engineering Mechanics Division Speciality Conference, ASCE, 1984
- [59] Tabatabaie-raissi M. The flexible method for dynamic soil-structure interaction analysis[D]. University of California Berkeley, 1982

.....

## 个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

### 个人简历:

石家武, 男, 1985 年 12 月生。

2008 年 7 月毕业于清华大学水利水电工程专业 获学士学位。

### 已发表论文:

- [1] 石家武, 唐和生. 基于薄层法-有限元的地铁引起地面的振动分析. 佳木斯大学学报, 2011, Vol.29 (2):164-167