

## 摘要

通常的基于反应谱法的地震响应分析是建立在确定性模型基础上的,而实际工程中存在各种各样的不确定因素,这些不确定最终会导致响应的不确定。因此,正确估计不确定因素对结构地震响应的影响,将确定性分析方法扩展到不确定性分析方法,对于工程设计实践具有重要意义。

在处理不确定方法上,证据理论能够处理随机不确定和认知不确定,对随机、模糊、区间信息进行有效处理,可以融合不同证据不断缩小假设集因而在处理不确定问题上体现了很好的潜力。因此,针对工程中的不确定问题,本文提出基于证据理论的结构地震响应不确定分析方法,并且考虑结构模型不确定和地震作用不确定对于结构地震响应的影响。研究内容如下:

(1) 从结构分析方法和不确定分析处理方法两个角度,阐述了采用反应谱法进行基于证据理论的地震响应不确定分析的背景和原因。

(2) 建立基于证据理论的进行响应不确定分析的计算框架,通过对桁架位移响应进行基于证据理论的不确定分析,并与概率理论和区间算法结果进行比较,得出了证据理论与概率理论及区间算法之间的区别和联系。

(3) 针对结构模型的不确定,建立了基于证据理论的反应谱法地震响应不确定分析方法,通过对框架剪力进行不确定分析,验证了证据理论对于不确定合理而有效的表达和传播,以及具有的兼容性和广泛适用性,说明了采用反应谱法进行基于证据理论的地震响应的不确定分析简单高效,对于理论和工程实践具有重要价值。

(4) 针对地震作用的不确定,从影响抗震设计反应谱的因素着手,搜集反应谱平台值和特征周期两个参数统计数据,基于证据理论的方法分析了反应谱平台值和特征周期两个不确定参量对于结构地震响应的影响。结果表明,证据理论能够有效考虑不确定因素对于结构响应的影响,提供了结构抗震设计考虑不确定性的一种有效方法。

**关键词:** 不确定 证据理论 地震响应分析 反应谱法 微分演化算法



## ABSTRACT

In general, the seismic response analysis by response spectrum method is based on the deterministic model. But there are many uncertainties in practice, which will lead to uncertain response on the structure. Therefore, it is important to estimate the effect of uncertainties on the seismic response.

Among the methods in uncertainty quantification, evidence theory has great potential which offers a framework for modeling both epistemic uncertainty and aleatory uncertainty through a more flexible representation of uncertainty. Evidence theory can also provide equivalent formulations to probability theory, fuzzy sets and interval method, respectively. Evidence theory is able to integrate the information coming from multiple sources. In order to alleviate the computational difficulties in the evidence theory based UQ analysis, a differential evolution (DE) based interval optimization for computing bounds method is developed. In this paper, seismic response in response spectrum method based on evidence theory is investigated, taking into account the effect by the structural model uncertainty and seismic action uncertainty.

This paper mainly contains:

(1) From the perspective of structural analysis method and uncertainty analysis method, this paper sets forth the reason why the response spectrum method based on evidence is put forward to analyze the seismic response of the structure with uncertainty.

(2) The framework to analyze the response based on evidence theory is investigated. Taking the displacement response analysis of truss with uncertainty as example, the difference and relation between evidence theory and probability theory/interval method is obtained.

(3) Taking into account of the uncertainty of structure model, response spectrum method based on evidence theory is established to analyze the seismic response. Taking the shearing force analysis of framework with uncertainty as example, it is verified that the uncertainty can be reasonably expressed and effectively communicated by evidence theory. The example is also illustrated that it is simple and efficient to use the response spectrum method based on evidence theory to analyze the

response of structure with uncertainty, which is of great value to theory and engineering practice.

(4) Starting from the factors of affecting the response spectra in the code for seismic design, this paper analyzes the seismic response impacted by the platform value and characteristic period of the response spectra which considers the seismic action uncertainty. The comparison results between deterministic method and evidence theory shows that the evidence theory can effectively consider the effect of uncertainty on structural response, and provides the structure seismic design considering the uncertainty a kind of effective method.

**Keywords:** uncertainty, evidence theory, structural seismic response analysis, response spectrum method, differential evolution

## 目录

第一章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 不确定性分析.....	1
1.2.1 工程中的不确定性因素.....	1
1.2.2 基于反应谱法的地震响应分析过程中的不确定因素.....	2
1.2.3 不确定性问题的处理方法.....	4
1.2.4 证据理论不确定性传播分析.....	6
1.3 本文研究的目的、意义和内容.....	7
1.3.1 研究的目的和意义.....	7
1.3.2 本文的主要研究内容.....	7
第二章 基于证据理论和微分演化的结构不确定分析方法.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 基于证据理论的不确定量化.....	9
2.3 证据理论不确定传播分析.....	13
2.4 微分演化算法 .....	14
2.4.1 基本思想.....	14
2.4.2 算法参数的选取.....	16
2.5 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程 <sup>[32]</sup> .....	16
2.6 算例分析.....	17
2.7 本章小结.....	25
第三章 基于证据理论的考虑结构模型不确定情况下的地震响应分析.....	27
3.1 结构动力特性不确定分析.....	27
3.1.1 算例 1.....	27
3.1.2 算例 2.....	30
3.2 地震响应不确定分析.....	33
3.2.1 运动方程.....	33
3.2.2 反应谱法求解结构地震响应.....	34
3.2.3 算例 3.....	38
3.3 本章小结.....	41
第四章 基于证据理论的考虑地震作用不确定情况下的地震响应分析.....	43
4.1 引言.....	43
4.2 反应谱平台值的不确定性研究.....	43

4.3 特征周期的不确定性研究.....	44
4.4 不确定参数的数据来源.....	45
4.4.1 反应谱平台值.....	45
4.4.2 特征周期值.....	46
4.5 不确定参数的证据理论数据处理方法.....	46
4.6 基于证据理论的实例分析(形式一).....	48
4.6 基于证据理论的实例分析(形式二).....	52
4.7 本章小结.....	57
第五章 总结与展望.....	59
5.1 总结.....	59
5.2 工作展望.....	60
致谢.....	61
参考文献.....	63
附录.....	67
个人简历 在学期间发表的学术论文及研究成果.....	78

# 第一章 绪论

## 1.1 引言

地震是常见的突发式自然灾害，危及人民生命财产安全。它是由于地球内某处岩层突然破裂、局部坍塌、火山喷发等原因产生振动，并以波的形式传到地表所引起的地面震动。地震造成的人员伤亡和经济损失，主要是由于地震时产生的巨大能量使得结构发生破坏或倒塌及伴随的次生灾害造成的。因此，在设计过程中合理地控制结构的地震响应，是保证结构不发生破坏或倒塌的关键因素。在地震响应的分析方法中，反应谱法是抗震规范普遍使用的一种基本方法，本文采用反应谱法进行结构的地震响应分析。反应谱的概念最先由 Biot 于 1943 年提出，1948 年，Honsler 提出了基于加速度反应谱曲线的弹性反应谱法。以后反应谱法逐渐被应用到各国的抗震设计规范中。

反应谱是指单质点体系地震最大反应与结构自振周期(或自振频率)之间的关系曲线，它通过一系列理想简化的单质点体系的动力反应来描述地震动频谱特性，建立了地震动特性与结构动力反应之间的桥梁。反应谱法将动力问题转化为静力问题，对于弹性多自由度体系，结构总响应是各振型响应的叠加，使得复杂结构地震响应的确定变得简单易行。因而，反应谱法被世界上许多国家应用到抗震设计规范中。

通常的基于反应谱法的地震响应分析是建立在确定性模型基础上的，即在分析中把各种因素作为确定性量来进行处理。而实际工程中，经常存在材料参数、荷载、几何尺寸、初始条件和边界条件、计算模型的不确定<sup>[1]</sup>。这些不确定最终会导致响应的不确定。因此，正确估计这些不确定参数对结构地震响应的影响，将确定性分析方法扩展到不确定性分析方法，对于工程设计实践具有重要意义。

## 1.2 不确定性分析

### 1.2.1 工程中的不确定性因素

依据工程背景，不确定性因素具体体现在如下几个方面：<sup>[1][2][3]</sup>

1.材料参数的不确定性：材料参数主要指物体的密度、质量、弹性模量、泊松比、热膨胀系数、抗拉（压）强度、阻尼特性、摩擦系数等。实践表明，由于

制造环境、技术条件等因素使得材料组成、结构和构造不同，材料不可能是理想均质的，也不可避免地存在缺陷、裂纹等，导致了材料参数的不确定性。

2.荷载的不确定性：在实际工程中，不管是人为的还是自然的荷载，往往很难精确测量出它的量值。对于可变荷载或偶然荷载，更要考虑其不确定性对工程的影响。

在抗震设计中，将不同地震动记录的反应谱曲线加以统计平均，再利用数学上的平滑拟合，形成的规范反应谱曲线，地震烈度和场地类别划分的模糊性，以及对未来所发生地震的无法把握和准确预知等，使得计算的地震作用具有来自各方面的不确定性；

3.几何尺寸的不确定性：几何参数主要指物体的长度、宽度、高度、厚度、半径、横截面积、惯性矩等等。显然，由于设计的公差、安装和制造中的误差必然使几何参数呈现不确定性；

4.初始条件和边界条件的不确定性：初始条件是指  $t=0$  时刻的系统的状态，边界条件有位移边界条件、应力边界条件等等。初始条件和边界条件的不确定性来源于实际问题的复杂性、边界条件和初始条件的不可预知性、人们认识的局限性以及对问题的等效简化处理；

5.计算模型的不确定性：在结构计算中运用到的本构模型、将质量连续分布的无限自由度体系简化为多自由度体系、将实际结构简化为二维结构等都具有不确定性。

## 1.2.2 基于反应谱法的地震响应分析过程中的不确定因素

基于反应谱法的地震响应分析过程中，包括地震作用、结构模型以及动力模型的不确定。

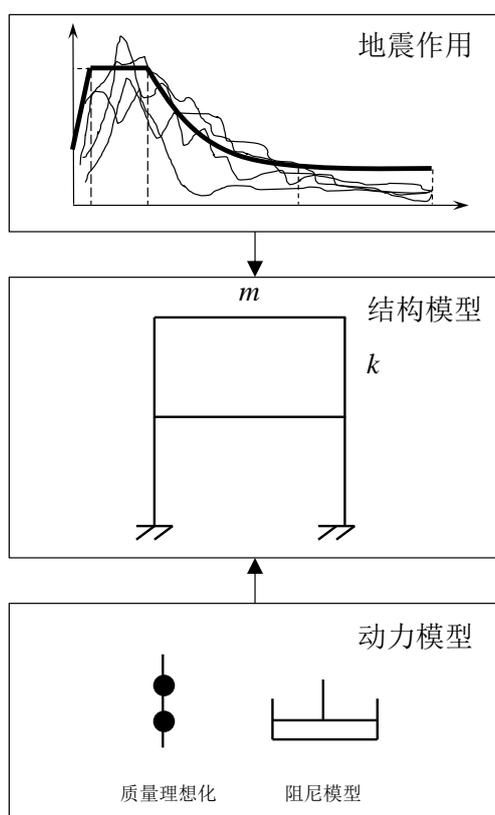


图 1.1 地震响应分析组成

### 1.2.2.1 地震作用的不确定

在反应谱法求解地震响应时，应用规范反应谱来表征地震作用。决定规范反应谱的参数有零周期时的谱值，最大反应谱平台值，特征周期，衰减指数，阻尼调整系数等。规范反应谱是根据大量地震记录的反应谱经统计分析和平滑化处理并结合经验判断得到的，其中考虑了场地条件、震级、震中距的因素。但是由于影响地震作用的因素错综复杂，所以规范反应谱必然存在诸多的不确定性。

发生在某一区域、深度，具有某一震级的地震，经一定路径传播到距离震源某一距离的场地上，经过场地传播到地面，最后作用在结构上。在地震从发生源头传播到结构这一过程中，每一过程都有诸多的不确定，如震源机制、震源深度、震级、传播路径、场地条件等，同时不确定也会依此过程传播到其下一步。所以，最终作用在结构上的地震作用具有很大的不确定性。

### 1.2.2.2 结构模型的不确定

通常我们在计算过程中，为了便于计算分析，对于结构的质量、刚度、弹性模量等，都假设选择某一近似确定值。而实际过程中，由于材料特性的离散性，

必然引起质量、刚度等材料参数的不确定。其次，构件的尺寸大小由于设计的公差、安装和制造中的误差必然使几何参数呈现不确定性。最后，对于某一结构的支座，实际中并不能像我们所假设的是完全铰支座、固定支座或滑动支座，所以存在位移边界条件的不确定性。

### 1.2.2.3 动力模型的不确定

实际的结构质量一般是均匀连续分布的，严格地说，其动力自由度是无限的。但采用无限自由度模型计算过于复杂，一般情况下工程设计简化为多自由度体系进行计算。因此，存在着计算模型的不确定性。

结构动力分析中，需要将结构阻尼简化为能够合理反映结构主要阻尼机制的简单数学模型。由于实际结构的振动阻尼是多方面因素共同组成的，其综合机理相当复杂，迄今尚未有能很好地体现其物理意义的计算模型。一百多年来，人们已经提出了多种阻尼模型，有粘滞阻尼、滞变阻尼模型、库伦阻尼模型、比例阻尼模型和非比例阻尼模型<sup>[4]</sup>。不管采用何种阻尼模型，都存在与实际结构的不确定关系。

在目前的研究中，有学者用凸集方法、区间方法分析基于反应谱法的结构地震响应不确定。张之颖等<sup>[20]</sup>用双界限凸集模型采用振型分解反应谱法对结构地震响应进行不确定分析，Modares M 等<sup>[21][22]</sup>用区间摄动法采用振型分解反应谱法对结构动力响应进行不确定分析。反应谱法因其简单易行被应用到设计规范中，所以基于反应谱法来求解结构地震响应的不确定具有很好的工程实用价值。

### 1.2.3 不确定性问题的处理方法

对于用反应谱法进行地震响应的不确定分析，有多种不确定性问题的处理方法。根据来源，Oberkampf<sup>[5]</sup>和 Helton<sup>[6]</sup>将不确定性分为两大类：随机不确定性和认知不确定性。随机不确定性源于系统内在天然属性的随机性，是客观的、不可以消除的不确定性，具有不可预测性；认知不确定性源于系统分析人员对系统知识的缺乏，是主观的、可以减少的不确定性，具有可预测性。目前，处理不确定性的方法主要有：随机方法、模糊方法、区间分析和证据理论等方法。

#### (1) 随机方法<sup>[7][8]</sup>

由于客观条件的不充分或偶然因素的干扰，使得在条件与事物之间不能出现决定的因果关系，从而在事件的出现与否表现出不确定性，这是随机产生的不确定性。随机不确定性信息被描述为具有一定分布特征的随机变量或随机过程。工程结构在施工和使用过程中将遇到什么样的环境作用是不可能预先确知的，必

须考虑其随机性<sup>[9]</sup>。对于随机性的研究已形成概率论、数理统计、随机过程理论等重要学科，其发展非常成熟，应用广泛。

## (2) 模糊方法<sup>[8][9][10]</sup>

模糊概念<sup>[10]</sup>是 1965 年由 Zadeh 教授提出的。模糊集理论用于处理具有“模糊性”现象的问题。所谓模糊性，主要是由于元素特征界限不分明，事物概念本身没有明确含义，不能给出确定的评定标准而形成的不确定性。工程中遇到的模糊量有地震烈度、地震等级划分、结构的重要性等。模糊集理论以隶属度函数表示某个体隶属于特定集合的程度，并通过经典集包含、并、交、补等来定义模糊集的包含、并、交、补等运算。

## (3) 区间分析方法

区间分析是在 20 世纪 60 年代 Moore<sup>[11]</sup>提出区间算法概念之后发展起来的。区间分析的基本思想是用区间变量代替点变量通过特定的法则进行运算。在信息不够充分的条件下，将工程问题中的不确定参数视为有界的区间型变量，以区间分析方法研究其不确定性。

## (4) 证据理论

证据理论又称 Dempster-Shafer 理论<sup>[12][13]</sup>，20 世纪 60 年代，Dempster 首先把证据的信任函数与概率的上下值相联系，构造了一种不确定推理的模型框架。此后，Shafer 扩充了 Dempster 的理论。证据理论是对经典概率理论的扩充，把点值函数形式推广到集合函数形式，其研究的基本对象是集合和区间数，可以融合来自多个证据源的信息。其对不确定性的描述是通过辨识框架和基本概率分配函数等概念来描述的。

虽然随机方法和模糊方法具有很好的不确定分析能力，但是随机方法和模糊方法需要确定不确定参数的概率分布或隶属度函数，必须以大量的数据为基础，在很多情况下，尤其是样本数量很少时，使用随机方法或模糊方法得到的分析结果的可靠性值得怀疑；区间方法能够对于仅不确定参数上、下界可知的问题进行分析，这一优点也恰恰是其局限性和缺点：即对于数据量不只是上、下界的数据是一种忽视，不能充分地反应和利用已有信息。

证据理论在处理不确定问题体现了很好的潜力：

其一，证据理论能够对“信息不完整”“信息不精确”和“信息不肯定”进行合理的描述，使得证据理论不仅能够处理随机不确定，也能处理认知不确定。

其二，在数据足够多的情况下，证据理论便可以演化成随机方法；在数据只有上、下界的情况下，证据理论便可以演化成区间方法。也就是说，证据理论具

有更广泛的数据处理对象。证据理论能够对随机、模糊、区间等不确定信息进行有效处理。

其三,证据理论能够利用证据合成法则融合不同的证据,不断地缩小假设集。

近年来,证据理论已成为国际学术界的研究热点之一,在不确定性推理、目标识别、故障诊断和数据融合中得到了广泛的应用。近来,证据理论已经拓展到了可靠性分析与工程结构设计中。Bae 等<sup>[14][15]</sup>用多点式近似方法进行基于证据理论的可靠性分析。Mourelatos 等<sup>[16]</sup>提出了基于证据的设计优化的有效算法。郭惠昕等<sup>[17]</sup>提出了证据理论和区间分析相结合的可靠性优化设计方法。Bai 等<sup>[18]</sup>比较了基于证据的可靠性分析的三种元建模。Jiang 等<sup>[19]</sup>提出了基于证据理论的结构可靠性分析的一种新方法。

但是证据理论在地震响应分析中的应用研究还是一个新课题。证据理论因其得天独厚的优势被广泛应用,因此,把证据理论应用到地震响应不确定分析中具有可观的发展前景。

综上,从结构分析方法角度,采用反应谱法对于结构地震响应进行不确定分析具有重要价值;从不确定分析处理方法来看,把证据理论引入到结构地震响应不确定分析中亦有重要价值。因此,本文将研究基于证据理论的反应谱法结构地震响应不确定分析。不确定性分别来自于地震作用的不确定性和结构模型的不确定性。

#### 1.2.4 证据理论不确定性传播分析

基于证据理论进行地震响应的不确定分析,其主要困难是不确定传播所花费的计算成本。不同于概率分布函数(PDF)或隶属度函数,在证据理论的传播分析中,不确定通过离散的基本信任分配结构来传递,而不是一个平滑和连续的显函数。对于给定的不确定变量的基本信任分配结构,需要对所有可能的命题进行重复的系统模拟,因此,用证据理论量化不确定必然要花费相当大的计算成本。解决不确定传播问题主要有两个途径:采样法和优化方法。

在采样法中,随着不确定变量以及不确定区间数量的增加,计算量是几何级别的增加,而且解的精确性完全依赖于采样的样本数,因此采样法不适合于应用到证据理论的不确定传播过程中。

而优化的方法可以极大的降低计算量,用优化方法解决不确定传播问题,实际上是将此问题抽象为在一定区间上寻求系统响应极值的问题,具有很好的计算精度。在优化方法中,微分演化(Differential Evolution, DE)算法<sup>[23]</sup>采用基于种群

的全局优化搜索策略,采用实数编码、基于差分的简单变异操作和一对一的竞争生存策略,降低了遗传操作的复杂性。同时,DE特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况,以调整其搜索策略,具有较强的全局寻优能力和稳定性,且不需要借助问题的特征信息。适于求解一些利用常规的数学规划方法所无法求解的复杂情况下的优化问题<sup>[24]</sup>,在求解非线性、不可微的连续空间函数,特别是非凸、多峰、多谷、非线性数值优化问题中表现出较强的稳健性<sup>[25]</sup>。

在证据理论的计算过程中,会出现不同焦元不同变量的相互组合,形成一个多维超立方体,进而进行不确定的传播。显而易见,微分演化算法处理这种情况很有优势,为了提高计算效率,本文采用微分演化算法来计算其不确定传播。

## 1.3 本文研究的目的、意义和内容

### 1.3.1 研究的目的和意义

本文在反应谱法地震响应分析中考虑不确定,用证据理论进行地震响应的不确定分析,其目的和意义在于:

- (1) 在不确定地震响应分析中应用证据理论和微分演化算法,建立地震响应不确定非概率分析的方法;
- (2) 把证据理论推广到地震响应分析中,使证据理论的应用更为宽广;
- (3) 采用反应谱法基于证据理论进行地震响应的不确定分析,计算简单高效,对于理论与工程具有重要价值。

### 1.3.2 本文的主要研究内容

本文的主要研究工作概括如下:

- (1) 用证据理论进行地震响应分析中的不确定参量表达;
- (2) 证据理论结合微分演化算法进行不确定传播分析,计算地震响应的上下界;
- (3) 用振型分解反应谱法进行地震响应不确定分析;
- (4) 将证据理论结果与随机方法、区间方法做比较分析。

本文内容编排如下:

本文共分5章:

第一章:绪论。从结构分析方法和不确定分析处理方法两个角度,阐述了采用反应谱法进行基于证据理论的地震响应不确定分析的背景和原因。

第二章：介绍证据理论和微分演化算法的基本概念，将证据理论应用于静力桁架的不确定分析，同时与概率方法和区间算法进行比较分析。

第三章：介绍基于证据理论的考虑结构模型不确定的地震响应分析，并将随机方法、区间方法与证据理论做了比较分析。

第四章：介绍基于证据理论的考虑地震作用不确定的地震响应分析，分析反应谱平台值和特征周期两个参数的不确定对于结构地震响应的影响，其中两个参数的原始数据来源于前人分析结果。

第五章：总结与展望。

## 第二章 基于证据理论和微分演化的结构不确定分析方法

### 2.1 引言

工程结构的传统设计都是确定性设计，即按自然条件和效益要求在规范约束下进行的设计<sup>[26]</sup>。以牛顿力学为代表的近代科学认为，事物之间存在严格的、定量的因果关系；过程序列中每一个环节都被上一个环节的输入所单一地决定，并引起对下一个环节确定性的输出<sup>[27]</sup>。但事物均存在各种各样的不确定性信息，这些不确定性最终会导致响应的不确定。因此，研究工程结构中的不确定性问题具有重要的实际意义和重大的理论价值。

实际工程中，经常存在各种各样的不确定。在处理不确定方法上，证据理论因其能够处理随机不确定和认知不确定，对随机、模糊、区间信息进行有效处理，可以融合不同证据不断缩小假设集而在处理不确定问题上体现了很好的潜力。基于证据理论的传播需要花费相当大的计算成本。为了提高计算效率，采用微分演化算法来计算其不确定传播。以下将具体展开基于证据理论的不确定分析方法。

### 2.2 基于证据理论的不确定量化

证据理论是建立在辨识框架  $\Theta$  上的不确定性推理与决策理论，其理论基础包括基本概率分配、信任函数、似然函数等基本概念以及 Dempster 合成法则<sup>[28]</sup>。

#### (1) 辨识框架 (Frame of discernment)

假设现有某一需要判决的问题，对于该问题所能认识到的所有可能答案的完备集合用  $\Theta$  来表示，且  $\Theta$  中的所有元素都是两两互斥的；在任一时刻，问题的答案只能取  $\Theta$  中的某一元素，则称此互不相容事件的完备集合  $\Theta$  为辨识框架。

<sup>[10]</sup>可表示为：

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_n\} \quad (2.1)$$

其中  $\theta_j$  称为辨识框架  $\Theta$  的一个事件或元素。

由辨识框架  $\Theta$  的所有子集组成的一个集合称为  $\Theta$  的幂集，记作  $2^\Theta$ ，可表示为：

$$2^\Theta = \{\{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_n\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \{\theta_1 \cup \theta_3\}, \dots, \Theta\}。 \quad (2.2)$$

辨识框架  $\Theta$  的任一子集都与一个问题的答案命题相对应。

#### (2) 基本概率分配 (Basic Probability Assignment, 简称 BPA)

设  $\Theta$  为辨识框架, 集函数  $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  满足

$$m(\emptyset) = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{且 } \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \quad (2.4)$$

则称  $m$  为框架  $\Theta$  上的基本概率分配函数, 也称为假设的质量函数或 mass 函数。基本概率分配函数反映了对命题  $A$  本身的信度大小, 即表示证据对  $A$  的信任程度, 而不表示支持任何  $A$  的真子集, 其中, 使得  $m(A) > 0$  的  $A$  称为焦点。

在证据理论中, 基本概率分配函数  $m(A)$  是把  $\Theta$  上的任一子集  $A$  都映射为  $[0, 1]$ 。当  $A \subseteq \Theta$  且  $A$  由单个元素组成时,  $m(A)$  表示对相应命题  $A$  的精确信任程度; 当  $A$  由多个元素组成且  $A \subseteq \Theta$ 、 $A \neq \Theta$  时,  $m(A)$  表示为对相对应命题  $A$  的精确信任程度, 但却不知道这部分的信任程度对  $A$  中的元素进行怎样的分配以及分配给哪些元素; 当  $A = \Theta$  时,  $m(A)$  表示的是对  $\Theta$  的各个子集进行信任分配后剩下的部分, 表示不知道该如何进行分配的信任部分。

### (3) 信任函数 (Belief function)

信任函数  $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ ,  $A \subseteq \Theta$ , 满足

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (2.5)$$

则  $Bel(A)$  称为  $A$  的信任函数, 又称为下限函数。 $Bel(A)$  表示了一个变量属于集合  $A$  的信任程度, 即包含在  $A$  中所有子集的基本概率分配之和, 是对命题  $A$  为真的信任程度。

### (4) 似然函数 (Plausibility function)

似然函数  $Pl: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ ,  $A \subseteq \Theta$ , 满足

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (2.6)$$

则  $Pl(A)$  称为  $A$  的似然函数, 又称为不可驳斥函数或上限函数。 $Pl(A)$  表示了一个变量可能属于集合  $A$  的程度, 即与  $A$  有交集的所有集合的基本概率分配之和, 是对命题  $A$  为非假的信任程度。

### (5) 信任区间

信任函数和似然函数提供了命题  $A$  概率  $P(A)$  的下限和上限, 即:

$$Bel(A) \leq P(A) \leq Pl(A) \quad (2.7)$$

信任函数  $Bel(A)$  和似然函数  $Pl(A)$  组成信任区间  $[Bel(A), Pl(A)]$ , 用以表示对某个假设的确认程度。

设  $Bel(A) \in (0, 1)$ ,  $Pl(A) \in (0, 1)$ ,

$[0, 0]$  表示证据完全否定  $A$ , 即  $A$  为假命题;

$[0, Pl(A)]$ 表示有一些证据否定  $A$ ;  
 $[0, 1]$ 表示对  $A$  完全不知道, 即一无所知;  
 $[Bel(A), 1]$ 表示有一些证据支持  $A$ ;  
 $[1, 1]$ , 表示证据完全支持  $A$ , 即  $A$  为真命题;  
 $[Bel(A), Pl(A)]$ 表示证据对  $A$  有一定程度的支持, 也有一定程度的否定。  
 证据理论对命题  $A$  的不确定性描述如图 2.1 所示:

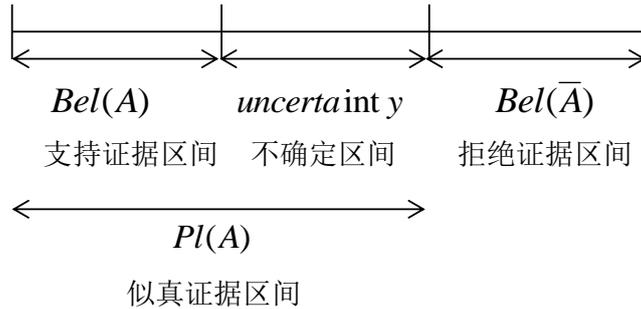


图 2.1 命题  $A$  的证据理论不确定性区间

$Pl(A)-Bel(A)$ 反映了对  $A$  不知道的信息。由此可见, 证据理论可把不知道和不确定区分开来。对于命题无法认知的“不确定区间”即认知不确定在证据理论中的体现。

(6) Dempster 合成规则 (Dempster's combinational rule)

对于多组来自相互独立的不同信息源的证据, 证据理论合成规则可以对这些证据进行融合, 通过计算基于不同来源概率分配函数的正交和, 寻找到一个新的概率分配函数, 提高融合结果的置信程度。

假定在同一辨识  $\Theta$  上的两个不同证据  $E_1$  和  $E_2$ , 其相应的概率分配函数分别为  $m_1$  和  $m_2$ , 焦元分别为  $A_1, A_2, \dots, A_K$  和  $B_1, B_2, \dots, B_L$ 。概率分配函数可以用长度为 1 的线段上的封闭区间表示, 具体如图 2.2, 2.3 所示:

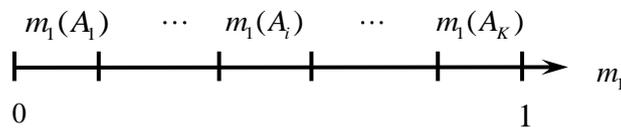


图 2.2 焦元  $A$  的基本概率分配函数

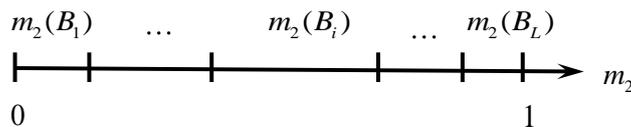


图 2.3 焦元  $B$  的基本概率分配函数

[0,1]中的某一段表示由各自的基本概率赋值决定的在某一焦元上的概率赋值,并不能表示整个的辨识框架。

将上图融合起来可得到一系列的矩形, 如图 2.4 所示:

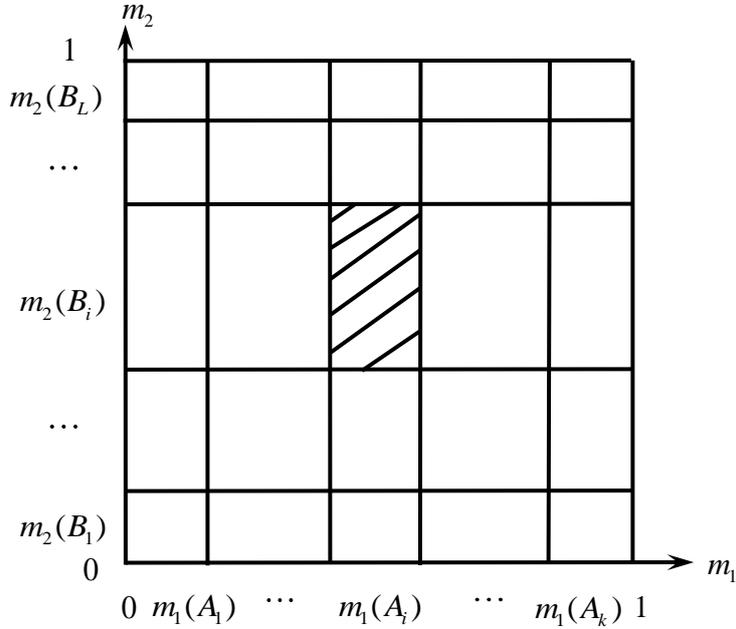


图 2.4 通过 D-S 合成法则的合成图形

将整个大矩形看成是合成后的总概率, 横条表示  $m_1$  分配到它的焦元  $A_1, A_2, \dots, A_k$  上的概率, 竖条表示  $m_2$  分配到它的焦元  $B_1, B_2, \dots, B_L$  上的概率。横条和竖条交的小矩形则具有测度  $m_1(A_i) \cdot m_2(B_j)$ 。

给定  $C \subseteq \Theta$ , 若  $A_i \cap B_j = C$ , 确切分配到  $C$  上的总概率为  $\sum_{A_i \cap B_j = C} m_1(A_i) \cdot m_2(B_j)$ 。

$m_1(A_i)m_2(B_j) = \Phi$  时, 有部分概率分配到空集上, 这是不合常理的。采用的处理方式是丢弃这部分概率, 据总概率为 1 的 mass 函数原则, 需要进行归一化处理。

因此, 对于  $\forall C \subseteq \Theta$ ,  $\Theta$  上的两个概率分配函数  $m_1, m_2$  的 Dempster 合成规则为:

$$m_1 \oplus m_2(C) = \begin{cases} \frac{1}{K} \sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B) & C \neq \emptyset \\ 0 & C = \emptyset \end{cases} \quad (2.8)$$

其中,  $K$  为归一化常数

$$K = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B) = 1 - \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B) \quad (2.9)$$

由  $m_1 \oplus m_2$  给定的概率分配函数称为  $m_1$  和  $m_2$  的正交和。

对于  $\forall A \subseteq \Theta$ , 识别框架  $\Theta$  上的有限个 mass 函数  $m_1, m_2, \dots, m_n$  的 Dempster 合成规则为:

$$(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n)(A) = \begin{cases} \frac{1}{K} \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n) & A \neq \emptyset \\ 0 & A = \emptyset \end{cases} \quad (2.10)$$

$$K = \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n) = 1 - \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n = \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \cdot \dots \cdot m_n(A_n) \quad (2.11)$$

证据理论中还有很多其它的合成方法, 这里不再赘述。

从上面的概念介绍可见, 证据理论是一种广义的不确定性理论。当所有焦元都只有一个元素时, 基本概率分配函数  $m$  与概率密度函数  $p$  等同, 信任函数  $Bel(A)$  趋于概率函数  $P(A)$ , 因此证据理论退化成概率理论; 当证据理论辨识框架中只有一个焦元时, 便退化成了区间方法。

### 2.3 证据理论不确定传播分析

在不确定输入变量已知的条件下, 求得系统输出变量的不确定性, 此过程即为不确定传播过程。不确定传播过程表达如图 2.5, 图 2.5 中  $x$  是不确定变量,  $d$  是确定变量,  $f$  是一不确定系统,  $y$  是系统输出变量。

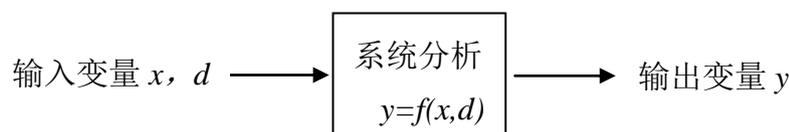


图 2.5 不确定传播过程

用证据理论表达的不确定输入变量通常是一系列的区间, 这样, 不确定传播就变成了在每个区间  $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$ ,  $i=1, \dots, n$  上寻求输出变量的极值问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x_i) \\ & \text{subject to } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} & \text{maximize } f(x_i) \\ & \text{subject to } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (2.13)$$

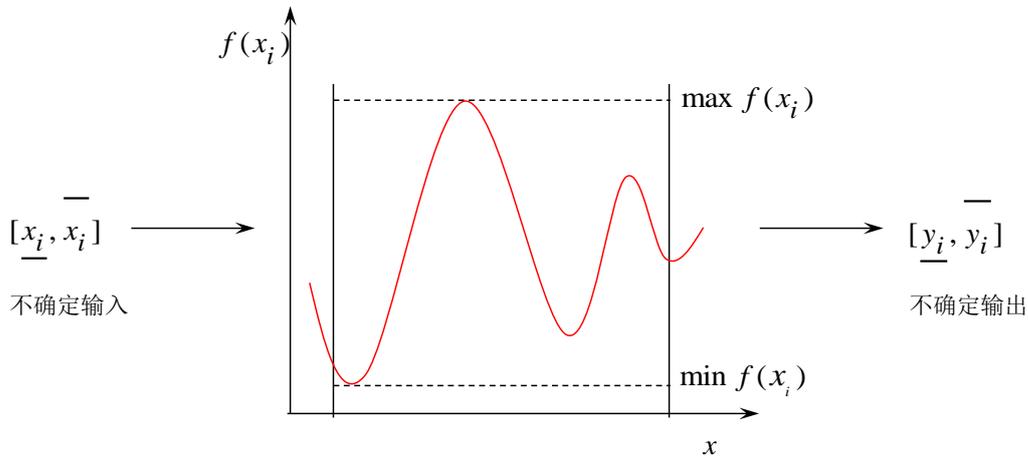


图 2.6 基于证据理论的不确定传播过程

关于极值问题的求解，不同于概率分布函数（PDF）或隶属度函数，在证据理论中，不确定通过离散的基本概率分配结构来传递，而不是一个平滑和连续的显函数。对于给定的不确定变量的基本概率分配结构，需要对所有可能的命题进行重复的系统模拟，因此，用证据理论量化不确定必然要花费相当大的计算成本。本文采用微分演化算法求解极值问题，可以极大地降低计算量，具有很好的计算精度。

## 2.4 微分演化算法 <sup>[29][30][31]</sup>

微分演化算法(Differential Evolution, DE) 是一种新兴的进化计算技术，它是由 Storn 和 Price 于 1995 年提出,最初的设想是用于解决切比雪夫多项式问题，后来发现 DE 也是解决复杂优化问题的有效技术<sup>[24]</sup>。因其具有简单、收敛速度快、鲁棒性好的特点，得到广泛应用。

### 2.4.1 基本思想

微分演化算法是一种基于群体进化的算法,具有记忆个体最优解和种群内信息共享的特点,即通过种群内个体间的合作与竞争来实现对优化问题的求解。包括种群初始化、变异、交叉和选择操作。

算法的基本思想是：对当前种群进行变异和交叉操作，产生另一个新种群；然后利用基于贪婪思想的选择操作对这两个种群进行一对一的选择，从而产生最终的新一代种群<sup>[24]</sup>。具体过程如下：

假设最小值问题

$$\min f(x), x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (2.14)$$

$$\text{s.t. } x \in S, S = \{x: x_{\min,i} \leq x_i \leq x_{\max,i}, \forall i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中,  $f(x)$  是目标函数,  $S$  是  $n$  维可行搜索空间。  $x$  为设计变量。  $x_{\min,i}$ ,  $x_{\max,i}$  分别表示设计变量参数的下界与上界。

### (1) 种群初始化

算法首先在问题的可行解空间随机初始化种群

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in S, i = 1, 2, \dots, NP \quad (2.15)$$

其中,  $NP$  为种群规模。 个体  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$  用于表征问题解,  $n$  为优化问题的维数。

### (2) 变异

变异操作目的是用种群中个体向量间的矢量差来指导已有的目标向量进行搜索, 使种群个体不断探索周围新的领域。

本文采用 Storn 和 Price 推荐的 DE/current-to-best/1/bin 模式进行变异操作。

在第  $G$  代, 对于每个目标向量  $x_{i,G}$ ,  $i = 1, \dots, NP$ , 对应有一个突变向量  $v_i^{(G+1)} = (v_{i1}^{(G+1)}, v_{i2}^{(G+1)}, \dots, v_{in}^{(G+1)})^T$

$$v_i^{(G+1)} = x_i^{(G)} + F_1(x_{best}^{(G)} - x_i^{(G)}) + F(x_{r1}^{(G)} - x_{r2}^{(G)}) \quad (2.16)$$

其中,  $x_{best}^{(G)}$  是第  $G$  代最优个体;  $F$  和  $F_1 > 0$  为实参数, 称为变异因子, 它控制两个个体间差异的放大以避免搜索停滞;  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 \in \{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, NP\}$  是互不相同的随机整数。

变异过程如图 2.7 所示:

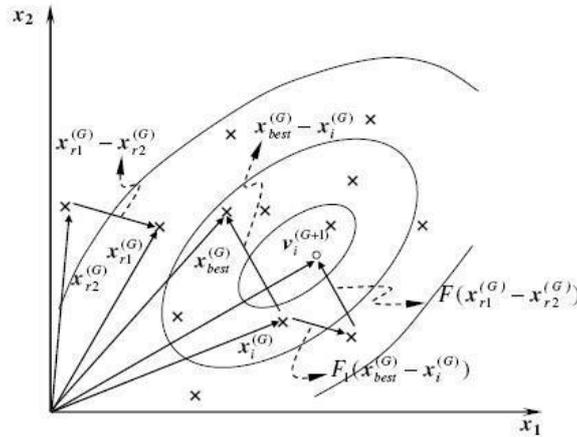


图 2.7 DE/current-to-best/1 变异操作过程

### (3) 交叉

交叉操作目的是增加种群的多样性。对于每个变异向量  $v_i^{(G+1)}$ , 其试验向量

$u_{i,G+1} = (u_{1i,G+1}, u_{2i,G+1}, \dots, u_{ni,G+1})$  由下式产生:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{if } randb(j) \leq CR \text{ or } j = rnbr(i) \\ x_{ji,G} & \text{if } randb(j) > CR \text{ and } j \neq rnbr(i) \end{cases}, \quad (2.17)$$

其中,  $j=1,2,\dots,n$ ;  $randb(j) \in [0,1]$ , 是  $n$  个 0~1 之间相互独立的随机数中的第  $j$  个,  $rnbr(i)$  为在  $1,2,\dots,n$  中随机选择的个体向量维度的序号, 用来保证  $u_{i,G+1}$  至少有一个参数是来自  $v_{i,G+1}$ 。  $CR \in [0,1]$ , 为交叉因子, 将决定个体之间交叉的概率。

#### (4) 选择过程

DE 采用贪婪准则来进行选择操作。通过比较父代个体与经变异、交叉产生的子代个体, 目标函数值更优的个体将被选择进入下一代种群。

$$x_i^{(G+1)} = \begin{cases} u_i^{(G+1)} & \text{if } f(u_i^{(G+1)}) < f(x_i^{(G)}) \\ x_i^{(G)} & \text{if } otherwise \end{cases}, \quad (2.18)$$

重复操作 (2.1.6) -(2.18), 直至满足收敛准则。

### 2.4.2 算法参数的选取

微分演化算法有三个参数: 种群大小  $NP$ 、变异因子  $F$  ( $F_1$ ) 和交叉概率  $CR$ 。参数值的选取对于寻优结果、计算规模、时间复杂度有重要影响<sup>[25][29]</sup>。

(1)  $F$  是变异操作中, 添加到被扰动向量上的差异值的比率。  $F$  越大, 算法的全局搜索能力越强;  $F$  越小, 局部搜索能力越强。通常  $F$  选择在  $[0.4,1.0]$  范围内, 初始值可取  $F=0.5$ , 如果算法过早收敛, 则可增加  $F$  和 (或)  $NP$ 。

(2)  $CR$  表示子代个体从变异操作产生的试验向量个体中继承的比率。对 DE 起到微调作用。一般  $CR \in [0,1]$ ,  $CR$  增大, 收敛速度增大。

(3)  $NP$  主要用于维持个体的多样性。  $NP$  越大, 搜索能力会加强, 但会增加计算量、减慢收敛速度。通常取  $NP$  为问题维数 (向量参数的个数) 的 5~10 倍。

## 2.5 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程<sup>[32]</sup>

(1) 不确定输入变量的表达: 确定各个变量的焦元和相应的基本概率分配函数;

如:  $[A_1, m_1; A_2, m_2, \dots, A_m, m_m]$

$A_1, A_2, \dots, A_m$  是焦元, 用区间表示,  $m_1, m_2, \dots, m_m$  是相应焦元的基本概率分配。

对于来自不同专家系统的证据  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , 用 Dempster 合成规则计算其概率分配  $E = E_1 \oplus E_2 \oplus \dots \oplus E_n$

- (2) 不同变量焦元相互组合，形成多维超立方体集合；
- (3) 计算每个超立方体的合成基本概率分配；
- (4) 利用微分演化算法计算每个超立方体的输出变量的边界；
- (5) 根据每个超立方体得出的输出变量的边界和相应的概率分配函数，将所有超立方体进行累计，得到累积信任分配函数（CBF）和累积似然分配函数（CPF）。即，流程概括如下：

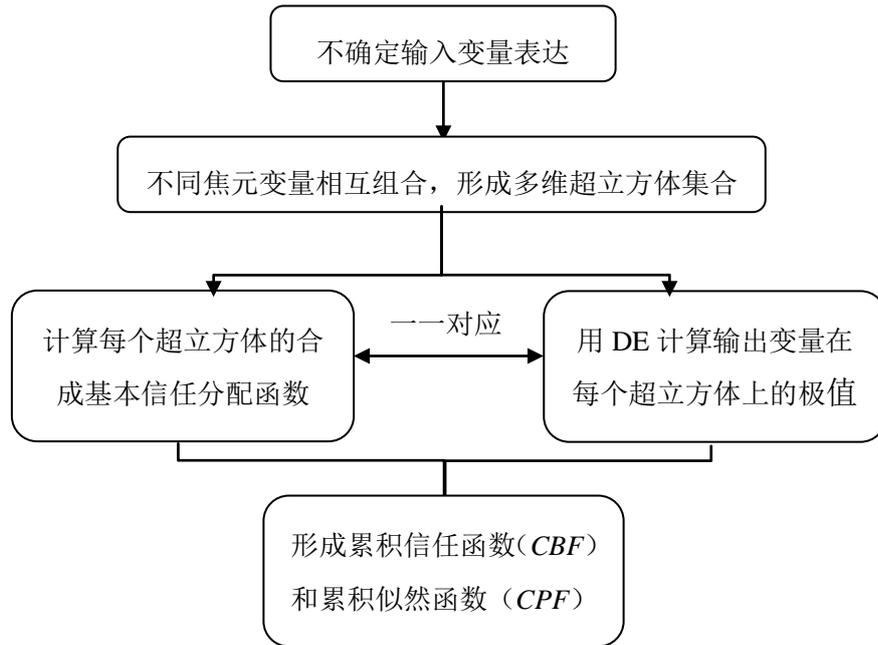


图 2.8 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程图

## 2.6 算例分析

以下将通过算例 1 说明证据理论计算过程，通过算例 2 将证据理论与概率方法和区间算法进行比较。

### 算例 1

在  $x, y$  为不确定变量的情况下，求解函数  $f=f(x,y)=x^2+y$  的值。

变量  $x, y$  的取值由证据理论的形式给出，如下所示：

表 2.1 不确定变量的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配
x	证据 $E_1$	[8 10][8 11]
	证据 $E_2$	[8 9][9 10][10 11][9 11]
y	[90 100][100 110]	0.4,0.6

(1) 首先进行不确定变量的表示

因为有来自 2 个证据源的证据，首先需要用证据合成公式进行合成。

证据合成如下：

$$K = \sum_{E1 \cap E2 \neq \emptyset} m_1(E1) \cdot m_2(E2) = 1 - \sum_{E1 \cap E2 = \emptyset} m_1(E1) \cdot m_2(E2)$$

$$= 1 - m_1([8 \ 10]) \cdot m_2([10 \ 11]) = 1 - 0.7 \times 0.2 = 0.86$$

$$m_1 \oplus m_2([8 \ 9]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [8 \ 9]} m_1(E1) \cdot m_2(E2)$$

$$= \frac{1}{K} [m_1([8 \ 10]) \cdot m_2([8 \ 9]) + m_1([8 \ 11]) \cdot m_2([8 \ 9])] ]$$

$$= \frac{1}{0.86} (0.7 \times 0.3 + 0.3 \times 0.3) = 0.3488$$

$$m_1 \oplus m_2([9 \ 10]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [9 \ 10]} m_1(E1) \cdot m_2(E2)$$

$$= \frac{1}{K} [m_1([8 \ 10]) \cdot m_2([9 \ 10]) + m_1([8 \ 11]) \cdot m_2([9 \ 10]) + m_1([8 \ 10]) \cdot m_2([9 \ 11])] ]$$

$$= \frac{1}{0.86} (0.7 \times 0.4 + 0.3 \times 0.4 + 0.7 \times 0.1) = 0.5465$$

$$m_1 \oplus m_2([10 \ 11]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [10 \ 11]} m_1(E1) \cdot m_2(E2)$$

$$= \frac{1}{K} [m_1([8 \ 11]) \cdot m_2([10 \ 11])] ]$$

$$= \frac{1}{0.86} (0.3 \times 0.2) = 0.06977$$

$$m_1 \oplus m_2([8 \ 10]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [8 \ 10]} m_1(E1) \cdot m_2(E2) = 0$$

$$m_1 \oplus m_2([9 \ 11]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [8 \ 10]} m_1(E1) \cdot m_2(E2)$$

$$= \frac{1}{K} [m_1([8 \ 11]) \cdot m_2([9 \ 11])] ]$$

$$= \frac{1}{0.86} (0.3 \times 0.1) = 0.03488$$

$$m_1 \oplus m_2([8 \ 11]) = \frac{1}{K} \sum_{E1 \cap E2 = [8 \ 11]} m_1(E1) \cdot m_2(E2) = 0$$

得出合成后的焦点与概率分布为

表 2.2 合成后的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配
$x$	[8 9; 9 10; 9 11; 10 11]	0.3488, 0.5465, 0.03488, 0.06977
$y$	[90 100; 100 110]	0.4, 0.6

表 2.2 给出了  $x$  与  $y$  两个变量合成后的焦元区间及其相应的基本概率分配。

(2) 不同焦元变量相互组合，计算每个超立方体的基本概率分配

表 2.3 在各个超立方体上的基本概率分布

$y \backslash x$	[8 9]	[9,10]	[9,11]	[10,11]
[90 100]	0.1395	0.2186	0.01395	0.02791
[100 110]	0.2093	0.3279	0.02093	0.04186

表 2.3 给出了  $x$  与  $y$  两个变量的所有焦元在两两相互组合的基础上形成的超立方体及其相应的概率分配。

(3) 计算每个超立方体上的函数值  $f=f(x,y)=x^2+y$  的极值

表 2.4 在各个超立方体上求得的函数极值

$y \backslash x$	[8 9]	[9,10]	[9,11]	[10,11]
[90 100]	[154,181]	[171,200]	[171,221]	[190,221]
[100 110]	[164,191]	[181,210]	[181,231]	[200,231]

表 2.4 给出了在每个超立方体上函数值  $f$  在  $x$  与  $y$  相应区间范围内所能取得的最大值和最小值。

(4) 根据每个超立方体得出的输出变量  $f$  的极值和相应的概率分配函数，将所有超立方体进行累计，得到累积信任分配函数 (CBF) 和累积似然分配函数 (CPF)。

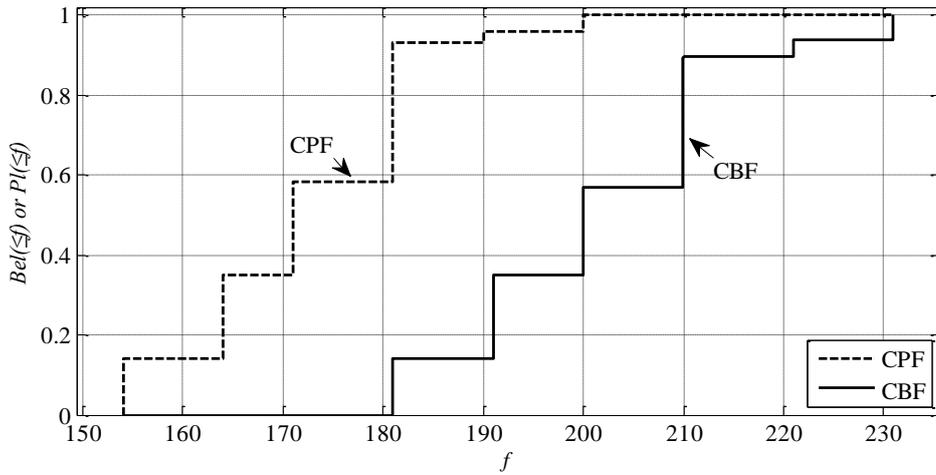


图 2.9 基于证据理论函数值累计分布

图 2.9 即为函数值的累计分布图。

算例 2

如图 2.10 所示 6 杆桁架, 已知: 各杆弹性模量  $E=2.1 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ , 长度  $L=1.0\text{m}$ , 杆件 1-4 的横截面积  $A=1.0 \times 10^{-3} \text{m}^2$ . 外荷载向量  $f=(P, 2P, 2.5P, -1.5P)^T$ . 假设杆件 5、6 的横截面积  $A_5, A_6$  和  $P$  是不确定变量, 如表 2.5a 所示. 对节点 2 和节点 3 的位移响应进行不确定分析, 同时也对证据理论、概率理论和区间分析三种方法进行比较分析。

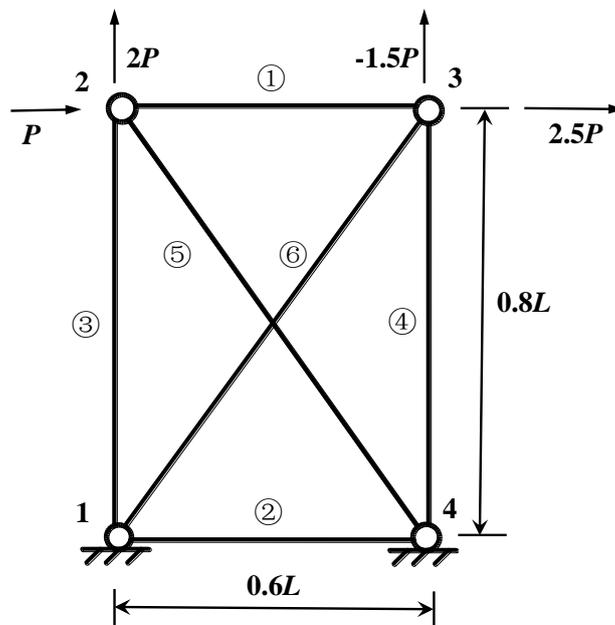


图 2.10 6 杆桁架

表 2.5a 不确定变量的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配	
专家 1	$A_5$	$[1.0,1.05][1.0,1.1]*10^{-3}m^2$	0.8,0.2
	$A_6$	$[1.0,1.04][1.04,1.06][1.06,1.1]*10^{-3}m^2$	0.2,0.4,0.4
	$P$	$[20000,20500][20000,21000][20500,21000]N$	0.4,0.3,0.3
专家 2	$A_5$	$[1.0,1.05][1.0,1.1][1.05,1.1]*10^{-3}m^2$	0.6,0.1,0.3
	$A_6$	$[1.0,1.1]*10^{-3}m^2$	1
	$P$	$[20000,20500][20500,21000]N$	0.4,0.6

结构的静力方程为：

$$KU = f \quad (2.19)$$

式中： $K$  为结构的刚度矩阵； $U$ 、 $f$  分别为结构的位移响应列向量和荷载列向量。

位移响应表达为：

$$U = K^{-1}f \quad (2.20)$$

对于用证据理论表达的几何尺寸（桁架截面积  $A_5$ 、 $A_6$ ）和荷载  $f$  两类不确定变量，根据各变量的焦元区间及基本概率分配函数，将来自不同专家系统的证据进行 Dempster 合成；将合成后的各变量的焦元区间进行组合，形成要处理的  $n$  维超立方体；并相应计算每个超立方体的合成基本概率分配；对于每一个超立方体，都要求其位移响应  $U$  的最大值和最小值：

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && U_i = (K^{-1} \cdot f)_i \\ & \text{subject to} && \underline{A}_{5i} \leq A_{5i} \leq \overline{A}_{5i}, \underline{A}_{6i} \leq A_{6i} \leq \overline{A}_{6i}, \underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && U_i = (K^{-1} \cdot f)_i \\ & \text{subject to} && \underline{A}_{5i} \leq A_{5i} \leq \overline{A}_{5i}, \underline{A}_{6i} \leq A_{6i} \leq \overline{A}_{6i}, \underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i \end{aligned} \quad (2.22)$$

式中： $U_i$  表示某一超立方体上的位移响应， $\underline{A}_{5i}$  和  $\overline{A}_{5i}$  是截面 5 的某一焦元区间  $A_{5i}$  的上下界， $\underline{A}_{6i}$  和  $\overline{A}_{6i}$  是截面 6 的某一焦元区间  $A_{6i}$  的上下界， $\underline{P}_i$  和  $\overline{P}_i$  是荷载  $P$  的某一焦元区间  $P_i$  的上下界。

根据每个超立方体得出的位移响应的边界  $\underline{U}_i$ 、 $\overline{U}_i$  和相应的概率分配函数，将所有超立方体进行累计，得到位移响应的累积信任分配函数（CBF）和累积似然分配函数（CPF）。得出如图 2.11 与表 2.6 所示结果。

其中， $U_{2x}$ 、 $U_{2y}$ 、 $U_{3x}$ 、 $U_{3y}$  分别表示节点 2 水平方向、节点 2 垂直方向、节点 3 水平方向、节点 3 垂直方向的位移响应。

证据理论是一种广义的不确定性理论。当所有焦元都只有一个元素时，基本概率分配函数  $m$  与概率密度函数  $p$  等同，信任函数  $Bel(A)$  趋于概率函数  $P(A)$ ，因此

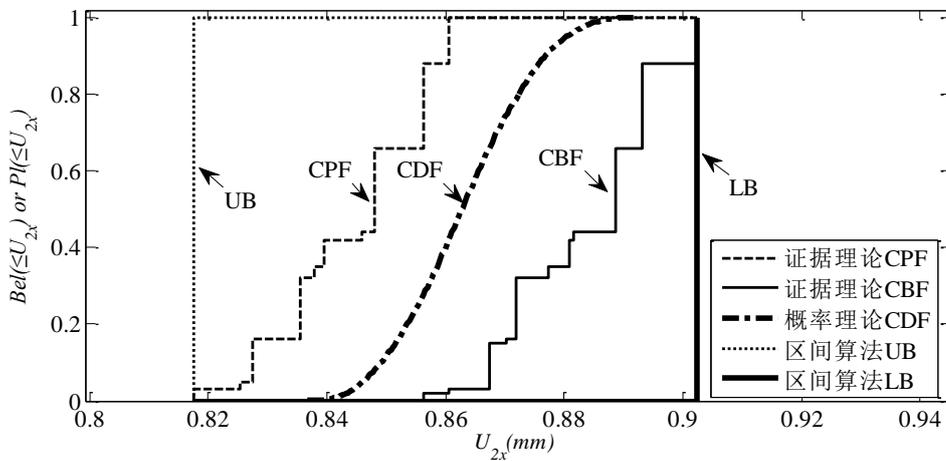
证据理论退化成概率理论；当证据理论辨识框架中只有一个焦元时，便退化成了区间方法。在实际工程中，不确定性参数由于数据充足可作为随机变量，采用概率理论处理；有时不确定参数由于认知不足、信息缺乏，属于认知不确定性，当对于不确定参数的认知只局限于参数的上下界时，可采用区间算法进行分析。

下面也同时给出了采用概率方法和区间方法进行桁架结构的不确定分析结果，并与证据理论做一对比分析。

对于概率方法，假定概率在证据理论的各个区间上服从均匀分布，采用 Monte Carlo 采样进行计算。对于区间方法，区间形式表达如表 2.5b，即取证据理论形式的最大值和最小值进行区间运算。概率方法、区间方法、证据理论方法的结果如图 2.11 和表 2.6 所示。

表 2.5b 不确定变量的区间形式

变量	区间
$A_5$	$[1.0, 1.1] \cdot 10^{-3} \text{m}^2$
$A_6$	$[1.0, 1.1] \cdot 10^{-3} \text{m}^2$
$P$	$[20000, 21000] \text{N}$



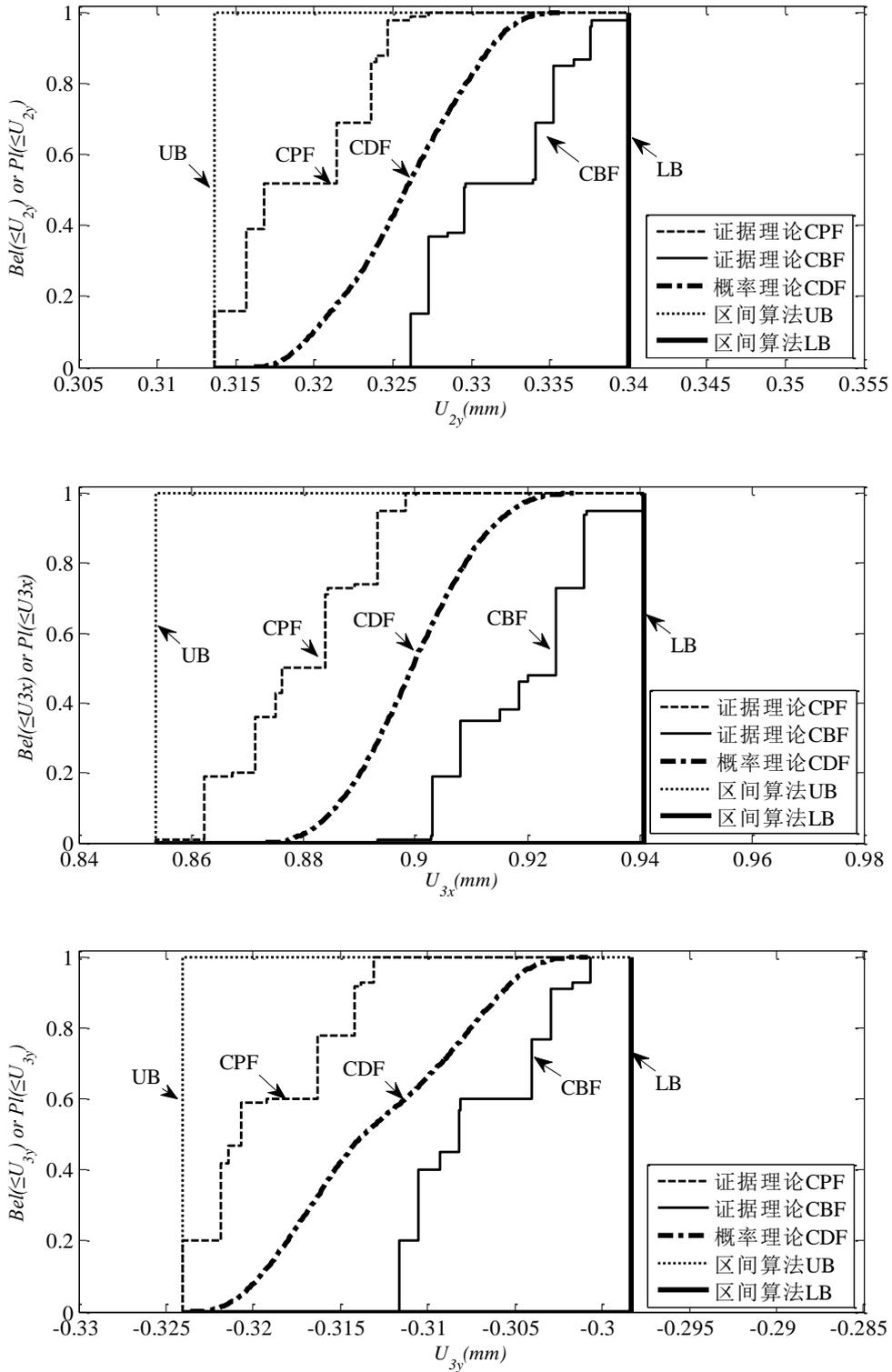


图 2.11 基于证据理论、概率理论及区间算法的节点位移响应累计分布

表 2.6 证据理论、概率理论及区间算法计算结果的比较 (单位: mm)

结果信息		证据理论	概率理论	区间算法
具有 95% 保 证率的值	$U_{2x}$	[0.86061,0.90244]	0.88049	[0.81757,0.90244]
	$U_{2y}$	[0.32471,0.33762]	0.33226	[0.31361,0.34006]
	$U_{3x}$	[0.89336,0.93061]	0.91734	[0.85382,0.94089]
	$U_{3y}$	[-0.31307,-0.30068]	-0.30465	[-0.32405, -0.29835]

为了比较, 将文献[33][34][35]的计算结果罗列如表 2.7:

表 2.7 不同方法计算的节点位移响应值 (单位: mm)

方法 \ 响应	$U_{2x}$	$U_{2y}$	$U_{3x}$	$U_{3y}$
区间摄动法 <sup>[33]</sup>	[0.69,1.03]	[0.26,0.40]	[0.73,1.07]	[-0.38,-0.24]
修正的区间摄 动法 <sup>[34]</sup>	[0.8161,0.9008]	[0.3135,0.3399]	[0.8523,0.9393]	[-0.3239,-0.2982]
单调性方法 <sup>[34]</sup>	[0.8176,0.9024]	[0.3136,0.3401]	[0.8538,0.9409]	[-0.3240,-0.2984]
区间有限元法 <sup>[35]</sup>	[0.81757,0.90244]	[0.31361,0.34006]	[0.85381,0.94089]	[-0.32405,-0.29835]

由表 2.7 给出的四种区间方法计算结果可以看出, 由区间摄动法、修正的区间摄动法、单调性方法到区间有限元法, 结果依次呈递进精确化, 而本文区间算法给出的结果与最精确的结果是一致的。

基于计算结果, 我们可以对证据理论、概率方法和区间方法进行对比分析:

(1) 证据理论与概率理论的比较

当对于不确定变量的认识比较详尽, 把握比较全面, 可把不确定参数作为随机变量来处理, 采用概率理论的方法, 得到一条唯一的概率分布曲线。若对于不确定变量的认识不够详尽, 带有主观性推测时, 需要用证据理论的方法来描述其不确定性。概率论的得出的曲线落在证据理论得到的累积信任函数和累积似然函数曲线之间的区域。故概率论可被看作是证据理论的特殊情况。

从表 2.6 给出的从证据理论与概率理论计算结果中提取的部分信息可以看出, 概率论的结果都落在证据理论结果之间。概率理论计算结果都是精确的单点值, 证据理论方法由于认知有限, 给出的是区间值, 相对概率理论结果来说要保守稳健一些; 证据理论同时考虑了各个证据的相互合成, 具有很高的融合性和全面性, 防止了概率理论单一考虑的片面性。

(2) 证据理论与区间算法的比较

证据理论和区间算法都能处理认知不确定问题, 当具有较多数据时, 采用证据理论的方法。若只有不确定变量的上下边界时, 证据理论这时便演化成了区间算法。区间算法得出的分布曲线包含了证据理论的分布曲线, 且比证据理论的范

围要宽很多。

从表 2.6 给出的从证据理论与区间算法计算结果中提取的部分信息可以看出，区间算法和证据理论结果都是区间值，证据理论的结果都落在区间算法结果之间。区间方法可以在条件较少的情况下求出问题的解，但是解范围内没有任何概率信息，当有其他数据信息作为支撑的时候，证据理论可以利用有效信息得到更有利的解范围。

## 2.7 本章小结

- 1.介绍了证据理论、微分演化算法的基本概念；
- 2.建立了基于证据理论的进行响应不确定分析的框架与流程；
- 3.通过对 6 杆桁架位移响应进行基于证据理论的不确定分析，并与概率理论和区间算法结果进行比较，得出了证据理论与概率理论及区间算法之间的区别和联系，即证据理论是一种广义的不确定理论，可以随着对不确定变量的认识程度相应地演化为概率理论或区间算法，可以合理而有效地表达和传播不确定，具有强大的兼容性和广泛适用性。



## 第三章 基于证据理论的考虑结构模型不确定情况下的地震响应分析

反应谱法是土木工程结构抗震设计的基本方法, 本文采用基于证据理论和反应谱法进行地震响应不确定分析。在求解结构地震响应的过程中, 也涉及到求解结构动力特性的问题。本节将从结构动力特性、结构地震响应两个问题应用证据理论的方法对其分别进行不确定分析。结构模型的不确定主要考虑结构质量、刚度、弹性模量的不确定对于动力特性和地震响应的影响。

### 3.1 结构动力特性不确定分析

在无阻尼自由振动下, 具有质量  $M$ , 刚度  $K$  的多自由度体系的运动方程为

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (3.1)$$

无阻尼自由振动遵循简谐运动

$$u = U \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.2)$$

将 (3.2) 代入 (3.1) 得出特征值问题

$$(K - \omega^2 M)U = 0 \quad (3.3)$$

特征方程

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (3.4)$$

其中,  $\omega$  为自振圆频率。

求解特征方程可求出特征值  $\omega^2$  或自振圆频率  $\omega$ , 根据特征值问题可求出特征向量  $U$ 。

#### 3.1.1 算例 1

如图 3.1 所示三杆桁架, 截面面积  $A$ , 长度  $L$ , 假设弹性模量  $E_1, E_2, E_3$  为不确定变量, 如表 3.1a 所示。对桁架结构自振圆频率进行不确定分析。

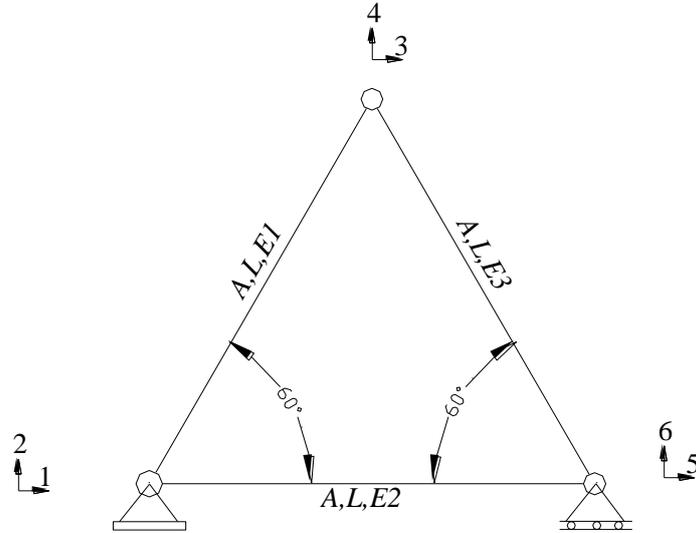


图 3.1 3 杆桁架结构

表 3.1a 不确定变量的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配
$E_1$	$[0.9, 1][1, 1.1]*E$	0.6, 0.4
$E_2$	$[0.7, 0.9][0.9, 1.1][1.1, 1.3]*E$	0.3, 0.4, 0.3
$E_3$	$[0.8, 0.9][0.9, 1][1, 1.1][1.1, 1.2]*E$	0.2, 0.3, 0.3, 0.2

均匀桁架单元刚度矩阵和质量矩阵为

$$K = \frac{EA}{L} \begin{pmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$M = \frac{\rho AL}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

使用结构刚度矩阵  $K$ ，集中质量矩阵  $M$ ，根据特征值问题。可列出下式

$$\left( \frac{A}{4L} \begin{bmatrix} E_1 + E_3 & \sqrt{3}E_1 - \sqrt{3}E_3 & -E_3 \\ \sqrt{3}E_1 - \sqrt{3}E_3 & 3E_1 + 3E_3 & \sqrt{3}E_3 \\ -E_3 & \sqrt{3}E_3 & 4E_2 + E_3 \end{bmatrix} - \omega^2 \rho AL \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

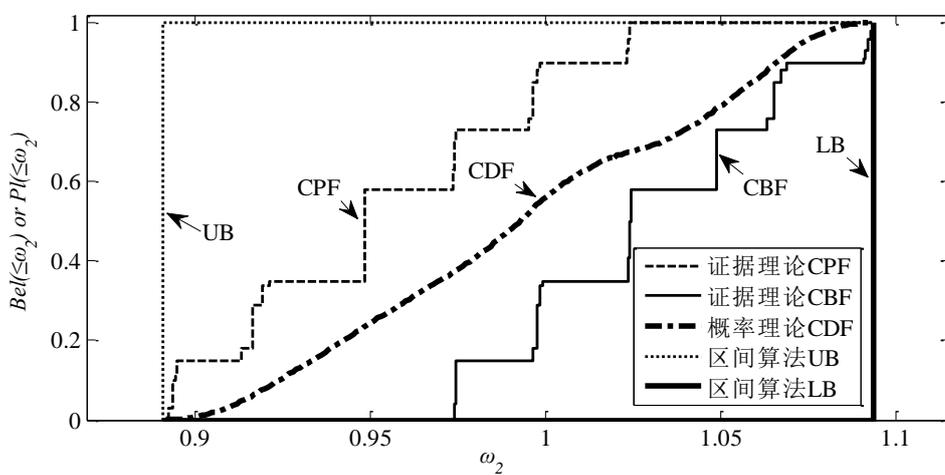
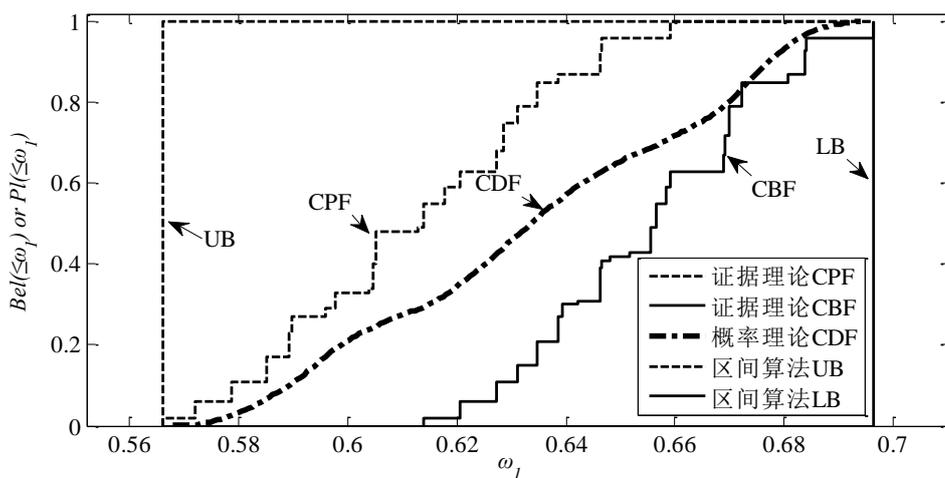
利用基于证据理论和微分演化算法进行不确定分析，可得到桁架结构自振圆频率，其结果如图 3.2 与表 3.2 所示。其中， $\omega_1$ ， $\omega_2$ ， $\omega_3$  分别表示桁架的第一、二、三阶自振频率。

对于概率方法，假定概率在证据理论的各个区间上服从均匀分布，采用 Monte Carlo 采样进行计算。对于区间方法，区间形式表达如表 3.1b，即取证据理论形式的最大值和最小值进行区间运算。概率方法、区间方法、证据理论方法

的结果如图 3.2 和表 3.2 所示。

表 3.1b 不确定变量的区间形式

变量	区间
$E_1$	$[0.9, 1.1] * E$
$E_2$	$[10.7, 1.3] * E$
$E_3$	$[0.8, 1.2] * E$



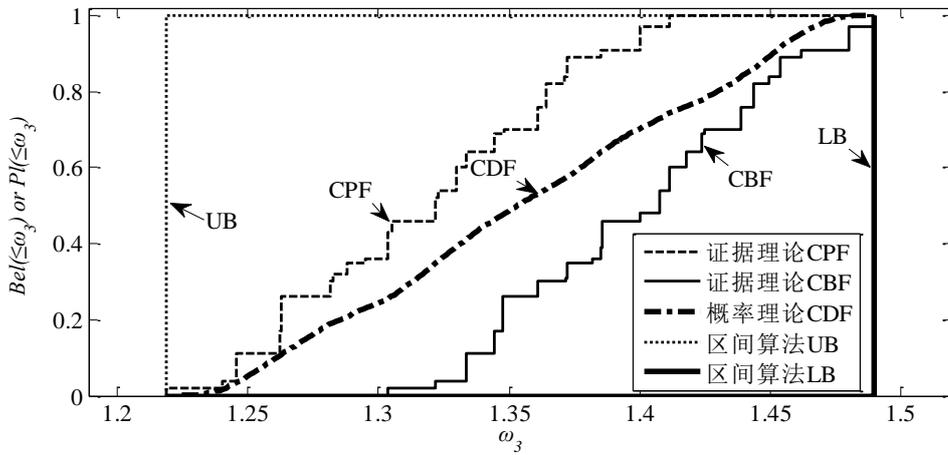


图 3.2 基于证据理论、概率理论及区间算法的自振频率累计分布

表 3.2 证据理论、概率理论及区间算法计算结果的比较

结果信息	证据理论	概率理论	区间算法	
具有 95% 保证率的值	$\frac{\omega_1 L}{\sqrt{E/\rho}}$	[0.6465, 6.8392]	0.6825	[0.5661, 0.6964]
	$\frac{\omega_2 L}{\sqrt{E/\rho}}$	[1.0237, 1.0921]	1.0740	[0.8911, 1.0936]
	$\frac{\omega_3 L}{\sqrt{E/\rho}}$	[1.4001, 1.4799]	1.4621	[1.2189, 1.4897]

### 3.1.2 算例 2

一多自由度弹簧系统如图 3.3 示，两端边界固定，弹簧刚度  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  与质量  $m_1, m_2, m_3, m_4$  如图所示。假设弹簧刚度  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  为不确定变量，如表 3.3a 所示。  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1$ 。对弹簧结构特征值进行不确定分析。

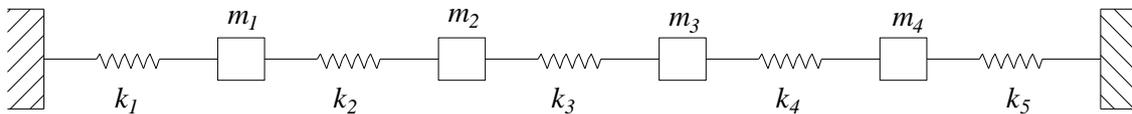


图 3.3 多自由度弹簧系统

表 3.3a 不确定变量的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配	
专家 1	$k_1$	[990,1000][1000,1010]N/m	0.55,0.45
	$k_2$	[1985,2015] N/m	1
	$k_3$	[2980,3010][2990,3010][2990,3020] N/m	0.2,0.6,0.2
	$k_4$	[3975,4025] N/m	1
	$k_5$	[4970,5000][4980,5000][5000,5010][5010,5030] N/m	0.1,0.4,0.3,0.2
专家 2	$k_1$	[990,1010] N/m	1
	$k_2$	[1985,1995][1995,2010][2010,2015] N/m	0.35,0.4,0.25
	$k_3$	[2980,3020] N/m	1
	$k_4$	[3975,4020][3975,4025] N/m	0.8,0.2
	$k_5$	[4970,4990][4990,5010][5010,5030] N/m	0.3,0.4,0.3

由  $\det(K - \omega^2 M) = 0$  利用基于证据理论和微分演化算法进行不确定分析，可得到弹簧结构特征值，其结果如图 3.4 和表 3.4 所示。其中， $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  分别表示弹簧结构的四个特征值。

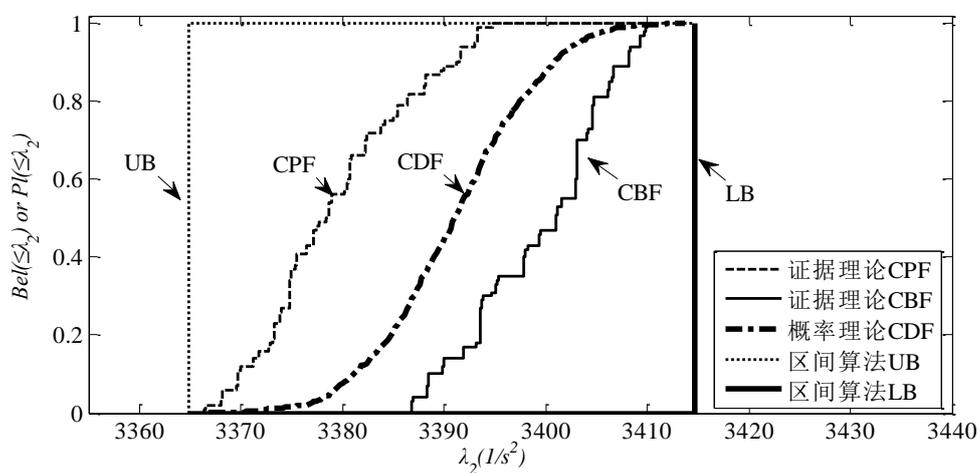
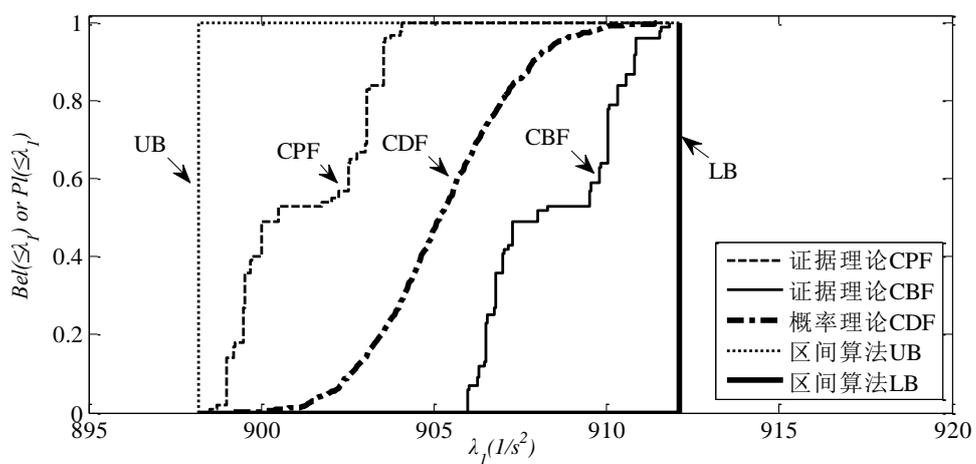
对于概率方法，假定概率服从正态分布，根据证据理论数据表达为正态分布的形式为表 3.3b，在此假定数据在证据理论形式所给出的每个区间服从均匀分布，综合所有区间采用矩估计的方法求其均值和均方差，由此得出正态分布。最后采用 Monte Carlo 采样进行计算。对于区间方法，区间形式表达如表 3.3c，即取证据理论形式的最大值和最小值进行区间运算。概率方法、区间方法、证据理论方法的结果如图 3.4 和表 3.4 所示。

表 3.3b 不确定变量的正态分布

变量	参数	数值
$k_1$	$\mu$	999.5N/m
	$\sigma$	4.974937N/m
$k_2$	$\mu$	2000.625N/m
	$\sigma$	8.72765N/m
$k_3$	$\mu$	3000N/m
	$\sigma$	3.162278N/m
$k_4$	$\mu$	3998N/m
	$\sigma$	1N/m
$k_5$	$\mu$	5007.169N/m
	$\sigma$	25.35548N/m

表 3.3c 不确定变量的区间形式

变量	区间
$k_1$	[990,1010] N/m
$k_2$	[1985,2015] N/m
$k_3$	[2980,3020] N/m
$k_4$	[3975,4025] N/m
$k_5$	[4970,5030] N/m



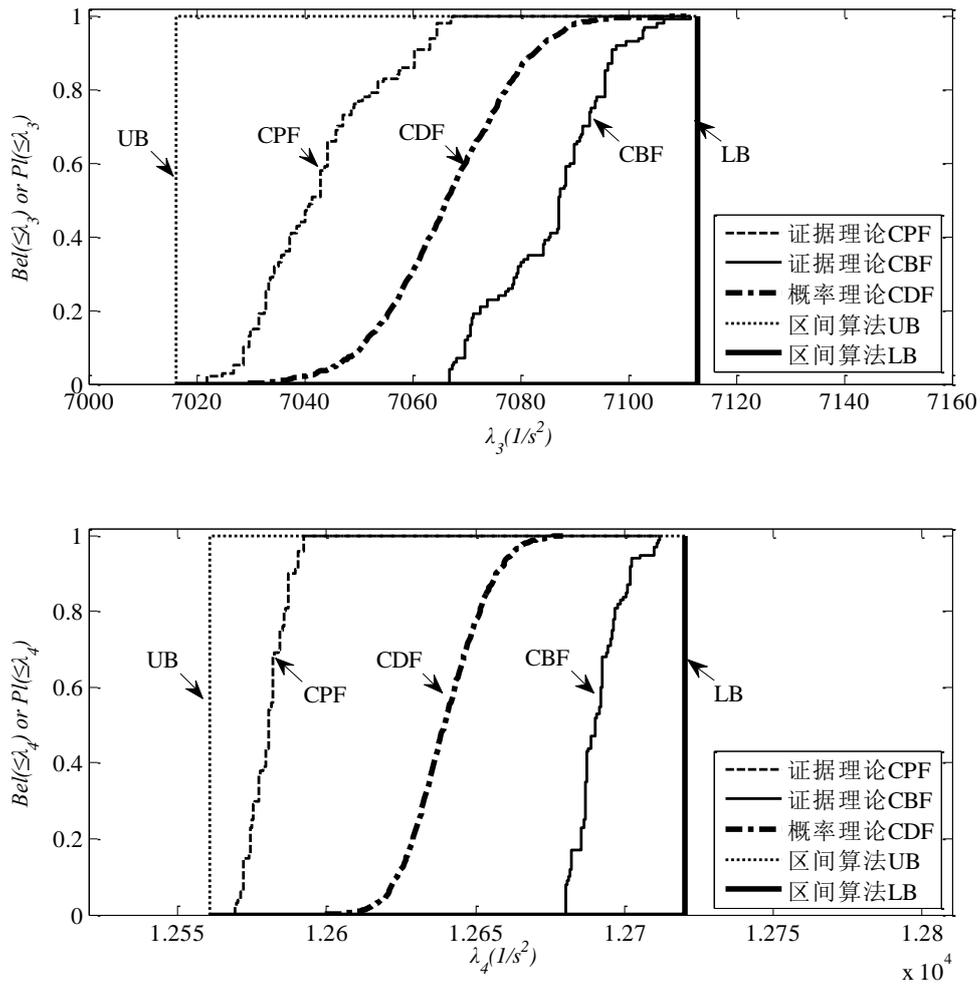


图 3.4 基于证据理论、概率理论及区间算法的特征值累计分布

表 3.4 证据理论、概率理论及区间算法计算结果的比较

结果信息		证据理论	概率理论	区间算法
具有 95%保证率的值	$\lambda_1$	[903.56, 910.84]	908.60	[898.20, 912.12]
	$\lambda_2$	[3393.08, 3409.27]	3403.15	[3364.90, 3414.66]
	$\lambda_3$	[7064.54, 7102.77]	7087.35	[7016.11, 7112.78]
	$\lambda_4$	[12590.59, 12705.06]	12661.91	[12560.84, 12720.18]

### 3.2 地震响应不确定分析

#### 3.2.1 运动方程

地震作用下，多自由度体系的动力方程为：

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = -M\ddot{u}_g(t) \quad (3.5)$$

其中,  $M$  为结构质量矩阵;  $C$  为结构阻尼矩阵;  $K$  为结构刚度矩阵;  $u$  是多自由度结构各楼层的侧向位移向量;  $\ddot{u}_g$  是地面加速度时程;  $I$  是各个元素全部为 1 的单位向量。

根据振型组合的原理,  $u$  可分解为各个振型的线性叠加:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \Phi_n q_n(t) \quad (3.6)$$

式中,  $\Phi_n$  为第  $n$  振型,  $q_n$  为  $\Phi_n$  对应的振型坐标。

(3.6) 式代入 (3.5) 式得:

$$M \sum_{n=1}^N \Phi_n \ddot{q}_n(t) + C \sum_{n=1}^N \Phi_n \dot{q}_n(t) + K \sum_{n=1}^N \Phi_n q_n(t) = -MI \ddot{u}_g(t) \quad (3.7)$$

由于弹性结构各阶振型的正交性, 式 (3.7) 两边同时左乘  $\Phi_n^T$

$$\Phi_n^T M \Phi_n \ddot{q}_n(t) + \Phi_n^T C \Phi_n \dot{q}_n(t) + \Phi_n^T K \Phi_n q_n(t) = -\Phi_n^T M I \ddot{u}_g(t) \quad (3.8)$$

可记,  $M_n = \Phi_n^T M \Phi_n$ ;  $C_n = \Phi_n^T C \Phi_n$ ;  $K_n = \Phi_n^T K \Phi_n$  代入式 (3.8), 两边同除以  $M_n$ , 可得:

$$\ddot{q}_n(t) + \frac{C_n}{M_n} \dot{q}_n(t) + \frac{K_n}{M_n} q_n(t) = -\frac{\Phi_n^T M I}{M_n} \ddot{u}_g(t) \quad (3.9)$$

如果 (3.9) 式中的阻尼矩阵采用经典阻尼, 定义振型参与系数  $\Gamma_n = \frac{\Phi_n^T M I}{M_n}$

(3.9) 式就可改写为:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (3.10)$$

式中,  $\omega_n$  为第  $n$  阶振型圆频率;  $\zeta_n$  为第  $n$  阶振型阻尼比。

式 (3.10) 两边同时除以  $\Gamma_n$ , 记  $D_n(t) = \frac{q_n(t)}{\Gamma_n}$ , 可得

$$\ddot{D}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n(t) + \omega_n^2 D_n(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (3.11)$$

式 (3.11) 为与原结构对应的第  $n$  阶振型的等效单自由度体系的动力方程,  $D_n(t)$  为结构在地震作用下的位移响应。

## 3.2.2 反应谱法求解结构地震响应

### 3.2.2.1 地震动反应谱的概念<sup>[36][37]</sup>

地震动反应谱建立了地震动特性与结构动力反应之间的桥梁。在本质上, 地震动反应谱反映了地震动频谱特性, 同时, 它又描述了一般结构地震反应的某些基本特征。

具有质量  $m$ , 阻尼  $c$ , 刚度  $k$  的单自由度体系在地面运动加速度  $\ddot{u}_g$  激励下的运动方程为

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (3.12)$$

上式也可表示为

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_g \quad (3.13)$$

式中,

无阻尼圆频率  $\omega = \sqrt{k/m}$

阻尼比  $\zeta = c/c_{cr}$

临界阻尼  $c_{cr} = 2m\omega$

有阻尼圆频率  $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\omega$

体系的反应为

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin(\omega_d(t-\tau)) d\tau \quad (3.14)$$

$$\dot{u}(t) = -\frac{\omega}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cos\left[\omega_d(t-\tau) + \tan^{-1}\left(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right)\right] d\tau \quad (3.15)$$

$$\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) = \frac{\omega^2}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin\left[\omega_d(t-\tau) + 2\tan^{-1}\left(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right)\right] d\tau \quad (3.16)$$

对不同周期和阻尼比的单自由度体系, 在选定的地震动作用下, 可以获得一系列的反应的时程曲线, 并可从中找出它们的最大值。以不同体系的周期  $T_i$  为横坐标, 以不同阻尼比  $\zeta$  为参数, 就能绘出最大反应的谱曲线, 称之为反应谱。

(绝对) 加速度反应谱

$$S_A(T, \zeta) = \left| \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) \right|_{\max} \quad (3.17)$$

(相对) 速度反应谱

$$S_V(T, \zeta) = \left| \dot{u}(t) \right|_{\max} \quad (3.18)$$

(相对) 位移反应谱

$$S_D(T, \zeta) = \left| u(t) \right|_{\max} \quad (3.19)$$

如果不计阻尼且不区分  $\sin$  和  $\cos$  的差别所得到的反应谱为伪/拟反应谱。最大绝对加速度与地面运动最大加速度之比

$$\beta(T, \zeta) = \left| \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) \right|_{\max} / \ddot{u}_{g \max} \quad (3.20)$$

即动力放大系数谱。

最大绝对加速度与重力加速度之比

$$\alpha(T, \zeta) = \left| \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) \right|_{\max} / g \quad (3.21)$$

即地震影响系数谱。

### 3.2.2.2 规范反应谱

影响地震动的因素复杂多变, 因此, 由不同地震激励给出的地震动反应谱往

往表现得相当离散。将不同地震动记录的反应谱曲线加以统计平均，在此基础上，再利用数学上的平滑拟合，基于安全或经济因素的修正，便形成了规范反应谱曲线<sup>[38]</sup>。

我国建筑抗震设计规范<sup>[39]</sup>根据土层等效剪切波速和场地覆盖层厚度将场地划分为 I ~ IV 四类。根据场地类别和设计地震分组确定场地特征周期  $T_g$ ；根据烈度确定水平地震影响系数最大值  $\alpha_m$ 。由此来确定设计用反应谱（地震影响系数曲线），如图 3.5 所示。

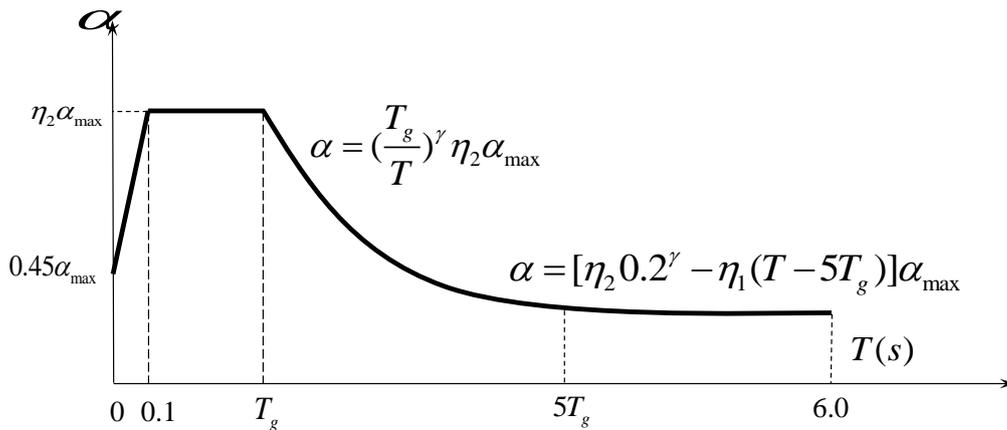


图 3.5 抗震规范中的地震影响系数曲线

其中， $\alpha$  为地震影响系数； $\alpha_{\max}$  为地震影响系数最大值； $\eta_1$  为直线下降段斜率调整系数，按  $\eta_1 = 0.02 + (0.05 - \zeta) / 8$  计算； $\gamma$  为衰减系数，按  $\gamma = 0.9 + \frac{0.05 - \zeta}{0.5 + 5\zeta}$  计算； $T_g$  为特征周期； $\eta_2$  为阻尼调整系数，按  $\eta_2 = 1 + \frac{0.05 - \zeta}{0.06 + 1.7\zeta}$  计算； $T$  为结构自重自振周期； $\zeta$  为结构阻尼比，一般取为 0.05。

### 3.2.2.3 弹性反应谱分析方法

在弹性多自由度体系的地震反应分析中，多采用振型分解反应谱法。

#### 1. 基本假定<sup>[38]</sup>

振型分解反应谱理论的基本假定是：

- (1) 结构物的地震反应是线弹性的，可以采用叠加原理进行振型组合；
- (2) 结构物所有支承处地震动完全相同，不考虑基础与土壤的相互作用；
- (3) 采用标准设计反应谱或基于设计地震动小区划基础之上的设计反应谱；
- (4) 结构物最不利地震反应为其最大地震反应；
- (5) 地震动过程是平稳随机过程。

## 2. 计算步骤

利用各振型相互正交的特性, 将多自由度体系按振型分解成几个独立的等效单自由度体系; 分别利用单自由度体系的弹性反应谱, 求出各振型的水平地震作用; 根据求出的各振型的水平地震作用, 用力学的方法求出体系在各个振型下的响应; 按照一定的组合原则 (如 SRSS 组合), 将对应于各振型的反应进行组合, 从而得到多自由度体系在地震作用下的反应<sup>[40]</sup>。

(1) 利用各振型相互正交的特性, 将多自由度体系按振型分解成几个独立的等效单自由度体系, 见 3.2.1;

(2) 分别利用单自由度体系的弹性反应谱, 求出各振型的水平地震作用; 多自由度体系的水平地震作用可用各质点所受的惯性力来代表, 故  $i$  质点  $t$  时刻的水平地震作用为

$$F_i(t) = m_i[\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_g(t)] = m_i \sum_{j=1}^N [\Phi_{ji} \Gamma_j \ddot{D}_j(t) + \Gamma_j \Phi_{ji} \ddot{u}_g(t)] = \sum_{j=1}^N F_{ji}(t) \quad (3.22)$$

$j$  振型  $i$  质点水平地震作用标准值为

$$F_{ji} = |F_{ji}(t)|_{\max} = m_i \Phi_{ji} \Gamma_j |\ddot{D}_j(t) + \ddot{u}_g(t)|_{\max} \quad (3.23)$$

所以,  $j$  振型  $i$  质点水平地震作用标准值计算公式为

$$F_{ji} = \alpha_j \Phi_{ji} \Gamma_j G_i \quad (3.24)$$

$\alpha_j$  --- 相应于  $j$  振型自振周期的地震影响系数;

$\Phi_{ji}$  ---  $j$  振型  $i$  质点的水平相对位移;

$\Gamma_j$  ---  $j$  振型的振型参与系数;

$G_i$  ---  $i$  质点的重力荷载代表值。

(3) 根据求出的各振型的水平地震作用, 用力学的方法求出体系在各个振型下的响应  $S_j$ ;

(4) 按照一定的组合原则 (如 SRSS 组合), 将对应于各振型的响应进行组合, 从而得到多自由度体系在地震作用下的响应。用平方和开平方 SRSS (square root of sum-square method) 确定为

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^n S_j^2} \quad (3.25)$$

必须注意, 式中  $S_j$  对应于  $j$  振型的地震作用响应。在应用振型分解反应谱时不能将各振型的地震作用采用平方和开方法进行组合求总的地震作用, 再求地震作用响应。正确的是, 要先针对每一振型按力学方法计算相应的地震响应, 再将各振型响应用平方和开方进行组合, 给出结构总体的最大响应。

### 3.2.3 算例 3

三层框架结构, 设防烈度为 7 度 0.1g, I 类场地 (2 组), 结构阻尼比为 0.05, 各层重量  $G_1, G_2, G_3$  与刚度  $k_1, k_2, k_3$  如图 3.6 所标示。假设各层重量与刚度为不确定变量, 如表 3.5a 所示。用振型分解反应谱法求水平地震作用下框架各层柱底的剪力。

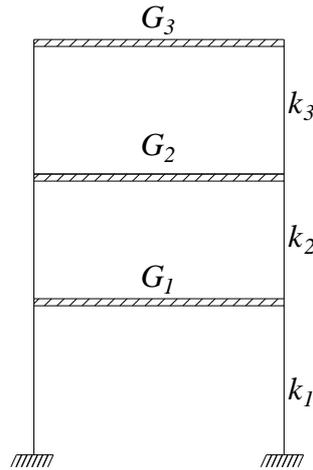


图 3.6 多层框架系统

表 3.5a 不确定变量的证据理论分布

变量	焦元	基本概率分配	
专家 1	$k_1$	[230,245][245,260]*1000KN/m	0.65,0.35
	$k_2$	[185,200][190,200][190,205]*1000KN/m	0.2,0.6,0.2
	$k_3$	[93,103][98,103]*1000KN/m	0.7,0.3
	$G_1$	[2670,2700][2700,2730]KN	0.4,0.6
	$G_2$	[2670,2700][2700,2730]KN	0.4,0.6
	$G_3$	[1780,1820] KN	1
专家 2	$k_1$	[230, 260]*1000 KN/m	1
	$k_2$	[185,200][185,205]*1000KN/m	0.9,0.1
	$k_3$	[93,98][98,103]*1000KN/m	0.6,0.4
	$G_1$	[2670,2690][2690,2710][2710,2730] KN	0.3,0.4,0.3
	$G_2$	[2670,2690][2690,2710][2710,2730] KN	0.3,0.4,0.3
	$G_3$	[1780,1810][1790,1810][1810,1820] KN	0.1,0.4,0.5

利用基于证据理论和微分演化算法进行不确定分析, 可得到水平地震作用下框架各层柱底的剪力。并与概率理论和区间算法进行对比, 其结果如图 3.7 和表 3.6 所示。其中,  $V_1, V_2, V_3$  分别表示第一、二、三层柱底的剪力值。

对于概率方法, 假定概率服从正态分布, 根据证据理论数据表达为正态分布

的形式为表 3.5b, 在此假定数据在证据理论形式所给出的每个区间服从均匀分布, 综合所有区间采用矩估计的方法求其均值和均方差, 由此得出正态分布。最后采用 Monte Carlo 采样进行计算。对于区间方法, 区间形式表达如表 3.5c, 即取证据理论形式的最大值和最小值进行区间运算。概率方法、区间方法、证据理论方法的结果如图 3.7 和表 3.6 所示。

表 3.5b 不确定变量的正态分布

变量	参数	数值
$k_1$	$\mu$	242750 KN/m
	$\sigma$	7154.544KN/m
$k_2$	$\mu$	194550 KN/m
	$\sigma$	1082.82KN/m
$k_3$	$\mu$	97939.02KN/m
	$\sigma$	2499.256KN/m
$G_1$	$\mu$	2702.286 KN
	$\sigma$	13.43464908KN
$G_2$	$\mu$	2702.286 KN
	$\sigma$	13.43464908KN
$G_3$	$\mu$	1807 KN
	$\sigma$	8.12403840 KN

表 3.5c 不确定变量的区间形式

变量	区间
$k_1$	[230,260]*1000KN/m
$k_2$	[185, 205]*1000KN/m
$k_3$	[93,103]*1000KN/m
$G_1$	[2670, 2730]KN
$G_2$	[2670 ,2730]KN
$G_3$	[1780,1820] KN

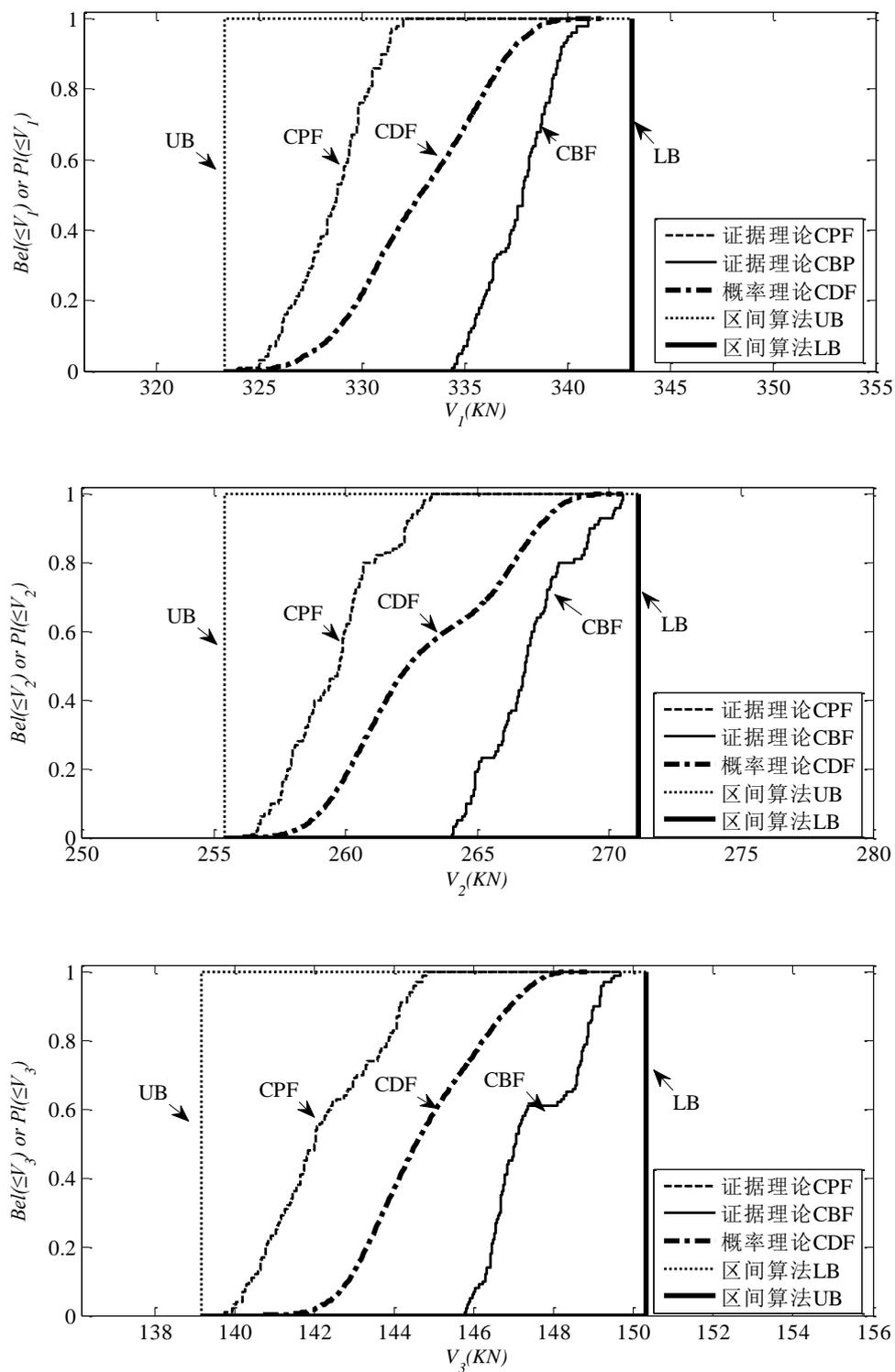


图 3.7 基于证据理论、概率理论及区间算法的各层柱底剪力累计分布

表 3.6 证据理论、概率理论及区间算法计算结果的比较

结果信息		证据理论	概率理论	区间算法
具有 95% 保 证率的值	$V_1$	[331.36, 340.01]	338.02	[323.32, 343.12]
	$V_2$	[262.73, 270.17]	267.95	[255.40, 271.09]
	$V_3$	[144.48, 149.18]	147.35	[139.25, 150.36]

### 3.3 本章小结

本章针对结构模型的不确定，建立了基于证据理论的地震响应不确定分析方法，通过对三层框架系统各层柱底剪力的不确定分析算例，得到证据理论计算结果，并与概率理论和区间算法结果进行比较，一方面验证了证据理论对于不确定合理而有效的表达和传播，以及具有的兼容性和广泛适用性，另一方面说明了采用反应谱法进行基于证据理论的地震响应的不确定分析简单高效，对于理论和工程实践具有重要价值。



## 第四章 基于证据理论的考虑地震作用不确定情况下的地震响应分析

### 4.1 引言

在抗震规范中，地震作用是以抗震设计反应谱来表征的。要考虑地震作用的不确定对于地震响应的影响，则应从影响抗震设计反应谱的因素着手。设计反应谱是根据大量地震记录的反应谱经统计分析和平滑化处理并结合经验判断得到的。影响地震动反应谱值的因素有震源机制、震中距、震源深度、地质条件、震级、场地条件、阻尼比和周期等<sup>[41]</sup>。震源机制、震源深度和地质条件对反应谱的影响仍在研究中，它们对反应谱的影响尚未在规范中得到体现。而场地条件、震级、震中距和阻尼比对反应谱的影响较为明显<sup>[42]</sup>。

我国抗震设计规范中，设计反应谱平台值（地震影响系数最大值）和特征周期是设计反应谱的两大特征参数。抗震设计中均规定以地面加速度峰值作为地震动强度的表达方式和地震烈度量值的标准，藉此规定的烈度，在抗震设计反应谱中又作为平台值（地震影响系数）的标准<sup>[43]</sup>。特征周期是设计地震影响系数曲线中水平段与下降段拐点值所对应的周期值。反应谱特征周期的影响因素很多，如震源机制、震级、震中距、传播途径和方位以及场地条件等。其中，震级、震中距和场地条件相对容易考虑，也是比较主要的影响因素，我国抗震设计规范中对反应谱特征周期的规定主要考虑这 3 个因素的影响<sup>[44]</sup>。具体表现为，特征周期由场地类别和设计地震分组两个因素确定，而场地类别考虑覆盖土层厚度和等效剪切波速，被分为 I ~ IV 四类；设计地震分组则由全国各地特征周期分区确定，被分为一、二、三组，主要考虑了震级、震中距的影响。

由此可见，由于影响反应谱的因素众多、有的因素研究不足及各个因素之间相互交织、相互影响，使得设计用的参数存在各种各样的不确定，并导致响应的不确定。本节将考虑平台值（地震影响系数最大值）和特征周期两个地震作用参数的不确定对于反应谱法求解结构地震响应的影响。

### 4.2 反应谱平台值的不确定性研究

张之颖<sup>[43]</sup>认为，地震强度不仅取决于地面运动加速度峰值这一单一因素，卓越周期亦是一个不可忽视的重要影响因素。郭明珠、陈厚群<sup>[45]</sup>介绍了规范中

场地类别划分和地震影响系数的有关内容,提出不同场地类别采用不同地震影响系数幅值的建议。薄景山等<sup>[46]</sup>分析对比了不同的覆盖层厚度、软弱土层对反应谱平台值的影响,结果表明土层结构对反应谱平台值有着显著影响。

在场地条件对于反应谱平台值的影响方面,中国学者做了大量研究,包括:李小军对于设计地震动参数确定中的场地因素的考虑<sup>[47]</sup>,耿淑伟对抗震设计中的地震动输入参数进行了研究<sup>[48]</sup>,吕红山研究了适用于中国场地分类的地震动反应谱放大系数<sup>[49]</sup>,赵艳等对比分析了中国有关场地条件对设计反应谱最大值的影响<sup>[50]</sup>,毛天尔等进行了抗震反应谱场地放大系数的研究<sup>[51]</sup>,郭晓云、薄景山对汶川地震不同场地反应谱平台值进行了统计分析<sup>[52]</sup>,李小军进行了地震动参数区划图场地条件影响调整方面的研究<sup>[53]</sup>等,以上研究都给出了场地系数建议值。

### 4.3 特征周期的不确定性研究

时振梁、陈汉尧<sup>[54]</sup>研究了基岩反应谱随震级、距离的变化特征,研究表明:影响特征周期的因素主要是震级,震级越大,特征周期越大,震中距的变化对其没有大的影响。周锡元等<sup>[55]</sup>提出了对于场地反应谱特征周期的连续变化问题,给出了特征周期按照场地分界线上的相应值进行插值的原则。薄景山等在文献[56]中选取和构造了若干典型场地剖面,分析了土层结构对反应谱特征周期的影响,得出反应谱特征周期随覆盖层厚度的增大而增大,软弱土层的存在使特征周期增大的结论。吴健等在文献[57]中利用已有的工程场地地震安全性评估报告和地震小区划报告,统计分析了场地相关的反应谱特征周期,并从概率角度来考虑确定特征周期值。比较发现规范特征周期值不同程度上小于场地相关反应谱的特征周期值。董娣等在文献[58]中定性说明了震源机制不仅影响反应谱峰值,还影响反应谱形状,即也对特征周期有影响。刘文锋、付兴潘等在文献[59]中显示反应谱特征周期与震级、场地类别和震中距的关系复杂且离散,特征周期呈区间分布规律,且区间内部定量关系较难确定;特征周期与震级、场地类别和震中距的相关性不明显,反应谱特征周期按场地类别、震中距(地震分组)确定,存在不确定的风险。荣棉水,李小军,吕悦军等在文献[60]中分析了具有不同高度、侧向坡降和介质阻尼等的平台地形对地震动特征周期值的影响,指出平台地形对反应谱特征周期有一定的影响。

## 4.4 不确定参数的数据来源

### 4.4.1 反应谱平台值

我国现行建筑抗震设计规范(2010)只考虑了场地条件对于特征周期值的影响,而没有考虑对反应谱平台值的影响。本文将考虑场地条件这一因素对于反应谱平台值的影响。

对于场地条件对于反应谱平台值的影响,引入场地系数。由于我国地震动参数区划中给定的峰值加速度参照 II 类场地给出,因此本文定义场地系数为各类场地上加速度反应谱平台值与 II 类场地加速度平台值的比值。

现行规范中水平地震影响系数最大值,即设计的反应谱平台值是以烈度来划分的,抗震设防烈度与设计基本加速度值,即《中国地震动参数区划图》GB18306-2001 所规定的的地震动峰值加速度,也即地表峰值加速度 PGA 有关。因此,水平地震影响系数与地表峰值加速度 PGA 有关<sup>[51]</sup>。

综上,以峰值加速度(PGA)表示地震动强度,以 II 类场地反应谱值作为计算基础的文献有[50][51][52][53],本文引用这些文献的场地建议系数来进行参考,如表 4.1-4.4。

表 4.1 文献[50]场地系数建议值

场地类型	II 类场地峰值加速度 PGA/g					
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40
I	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
II	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
III	2.0	1.3	1.2	1.2	1.0	1.0
IV	2.2	1.4	1.3	1.3	1.0	0.9

表 4.2 文献[51]场地系数建议值

场地类型	II 类场地峰值加速度 PGA/g					
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40
I <sub>0</sub>	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
I <sub>1</sub>	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
II	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
III	1.35	1.25	1.10	1.05	1.00	1.00
IV	1.40	1.30	1.20	1.10	1.00	1.00

表 4.3 文献[52]场地系数建议值

场地类型	II类场地峰值加速度 PGA/g					
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40
I	0.50	0.637	0.687	0.502	—	0.512
II	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
III	1.66	—	1.02	0.983	—	—

表 4.4 文献[53]场地系数建议值

场地类型	II类场地峰值加速度 PGA/g					
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40
I 0	0.72	0.74	0.75	0.76	0.85	0.90
I 1	0.80	0.82	0.83	0.85	0.96	1.00
II	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
III	1.30	1.25	1.15	1.00	1.00	1.00
IV	1.25	1.20	1.10	1.00	0.95	0.90

#### 4.4.2 特征周期值

文献[61]统计计算了 I、II、III类场地特征周期的取值，强震记录数据主要来源于 PEER Strong Motion Database、COSMOS Virtual Data Center(COSMOS)、US National Center for Engineering Strong Motion Data(NCESMD)数据库。本文选取该文献附录参数作为特征周期的数据来源,数据详见附录。

#### 4.5 不确定参数的证据理论数据处理方法

Salehaffari 和 Rais-Rohani<sup>[62]</sup>提出了把原始数据转化为证据理论形式的方法。其关键步骤是柱状图的绘制与相邻区间关系的辨识。两个相邻区间之间的关系有忽略、一致和互斥三种，如图 4.1 所示，图中 A、B 分别是相邻区间  $I_1$ 、 $I_2$  中数据点的个数<sup>[63]</sup>。

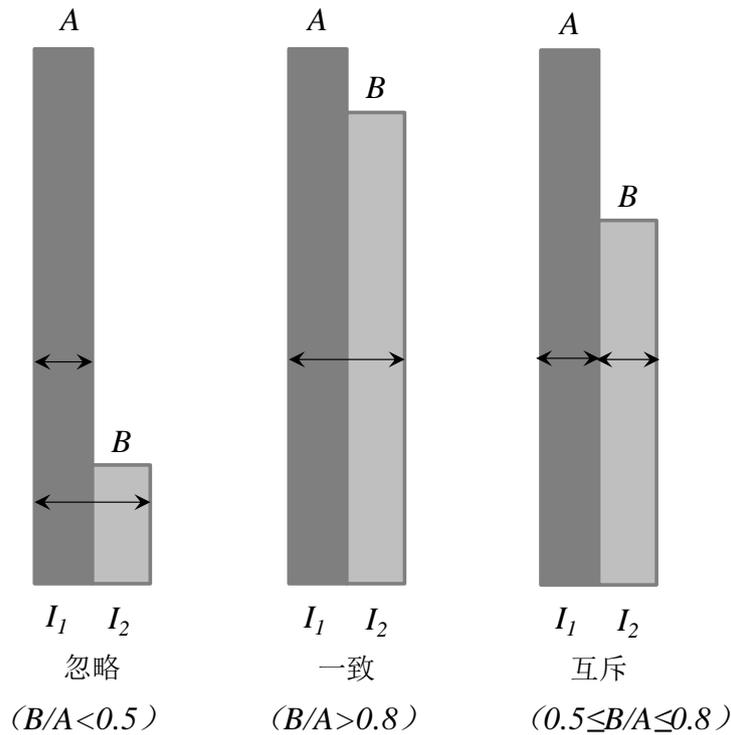


图 4.1 相邻区间之间的三种关系

(1) 若  $B/A < 0.5$ ，为忽略关系

$$m(\{I_1\}) = \frac{A}{A+B}, m(\{I_2\}) = 0, m(\{I_1, I_2\}) = \frac{B}{A+B} \quad (4.1)$$

(2) 若  $B/A > 0.8$ ，为一致关系，即两相邻区间合并为一个单一的区间。

(3) 若  $0.5 \leq B/A \leq 0.8$ ，为互斥关系，即保持原有形式：

$$m(\{I_1\}) = \frac{A}{A+B}, m(\{I_2\}) = \frac{B}{A+B}, m(\{I_1, I_2\}) = 0 \quad (4.2)$$

把原始数据转化为证据理论表达的步骤总结如下：

1. 搜集不确定变量的数据并确定变量的子区间；
2. 建立数据的柱状图；
3. 融合一致关系的相邻区间；
4. 找出数据点最多的区间  $I_m$ ，并与其相邻区间  $I_a$  进行一致、互斥或忽略的辨识，得到结合的 BPA；
5. 对  $I_a$  与其相邻区间  $I_c$  进行辨识：若  $I_a$  与  $I_m$  是忽略关系，辨别  $I_c$  与  $I_m$  之间的关系；若  $I_a$  与  $I_m$  是冲突关系，辨别  $I_c$  与  $I_a$  之间的关系。

#### 4.6 基于证据理论的实例分析(形式一)

三层框架结构, 设防烈度为 7 度  $0.1g$ , I 类场地, 结构阻尼比为 0.05, 各层重量  $G_1, G_2, G_3$  与刚度  $k_1, k_2, k_3$  如图 4.2 所示。  $k_1=245000\text{kN/m}$ ,  $k_2=195000\text{kN/m}$ ,  $k_3=98000\text{kN/m}$ ,  $G_1=2700\text{kN}$ ,  $G_2=2700\text{kN}$ ,  $G_3=1800\text{kN}$ 。考虑反应谱平台值  $\alpha_{\max}$  和特征周期  $T_g$  两个参数的不确定, 采用振型分解反应谱法对水平地震作用下框架各层柱底的剪力进行不确定分析。

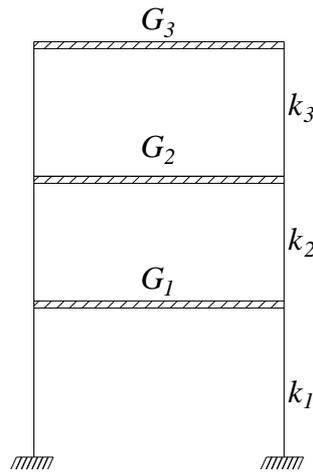


图 4.2 多层框架系统

反应谱平台值参考 4.4.1 节, 取为区间变量  $[0.637, 0.9] * 0.08$ , 特征周期选取表 4.5 中 I 类场地周期值, 其柱状图统计分布如图 4.3 所示:

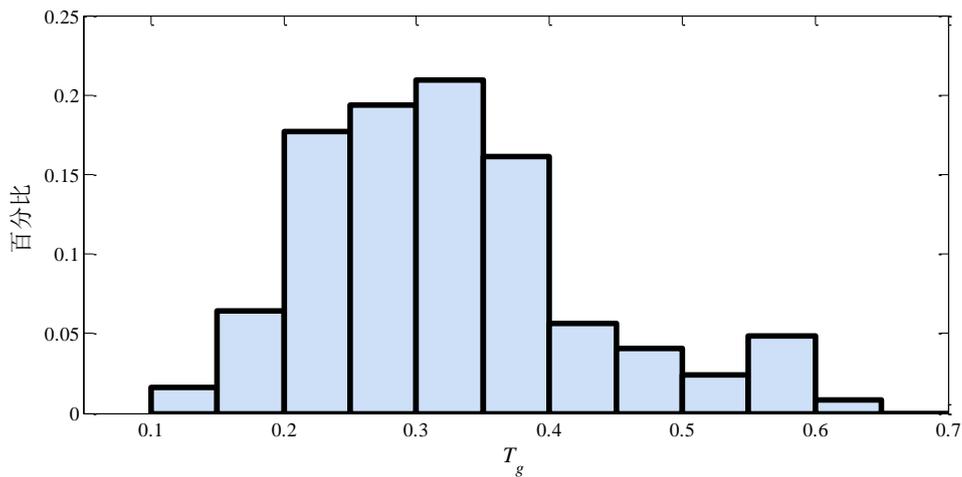


图 4.3  $T_g$  数据分布柱状图

根据 4.5 节的处理方式用证据理论表达为图 4.4 与表 4.5:

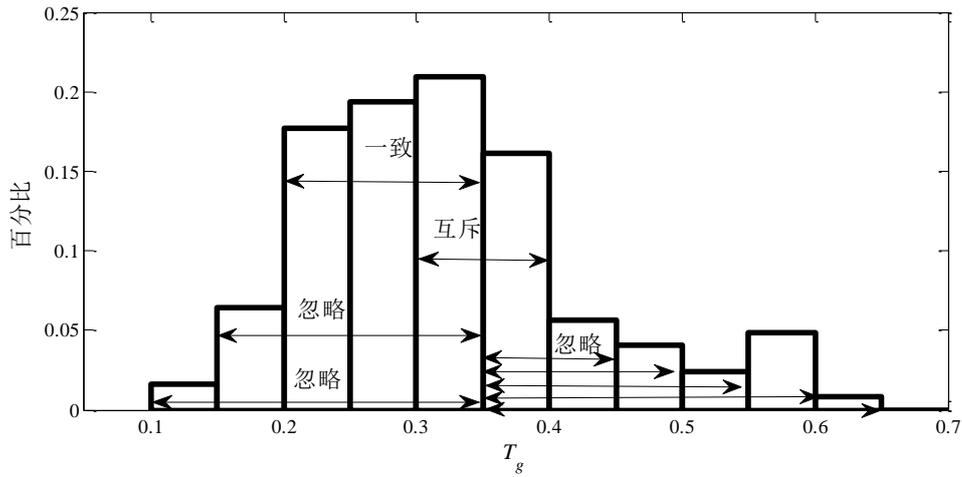


图 4.4  $T_g$  数据分布的相邻关系图

表 4.5 不确定变量的证据理论表达

变量	焦元	基本概率分配
$\alpha_{\max}$	$[0.637, 0.9] * 0.08$	1
$T_g$	$[0.10, 0.35]$	0.0161
	$[0.15, 0.35]$	0.0645
	$[0.20, 0.35]$	0.5806
	$[0.35, 0.40]$	0.1613
	$[0.35, 0.45]$	0.0565
	$[0.35, 0.50]$	0.0403
	$[0.35, 0.55]$	0.0242
	$[0.35, 0.60]$	0.0484
	$[0.35, 0.65]$	0.0081

根据反应谱平台值与特征周期的不确定取值，部分反应谱曲线如图 4.5 所示。其中红色谱线是规范反应谱曲线。

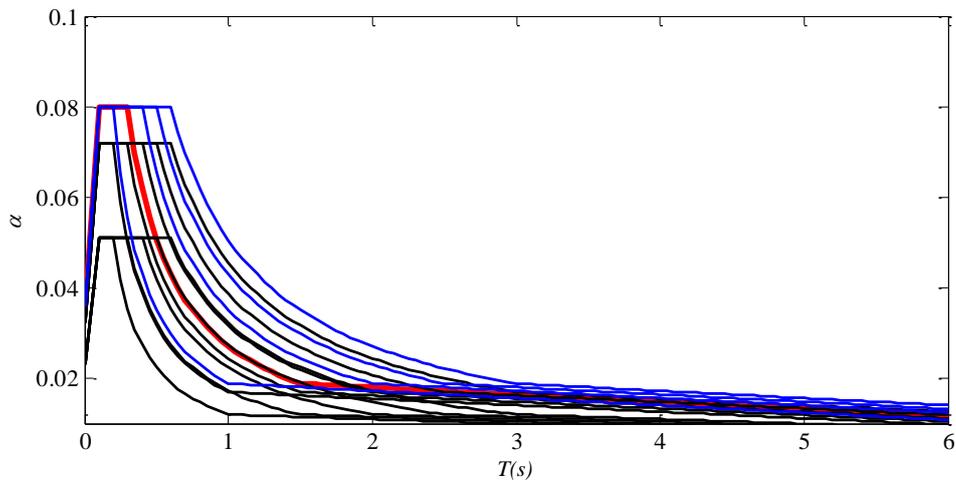


图 4.5 反应谱的不确定性

对于反应谱平台值  $\alpha_m$  和特征周期  $T_g$  两个不确定变量，根据各变量的焦元区间及基本概率分配函数，将各变量的焦元区间进行组合，形成要处理的  $n$  维超立方体；并相应计算每个超立方体的合成基本概率分配；对于每一个超立方体，都需要其剪力  $V$  的最大值和最小值：

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && V_i = (\sqrt{\sum_{j=1}^n V_j^2})_i \\ &\text{subject to} && \underline{\alpha}_{mi} \leq \alpha_{mi} \leq \overline{\alpha}_{mi}, \underline{T}_{gi} \leq T_{gi} \leq \overline{T}_{gi} \end{aligned} \quad (4.3)$$

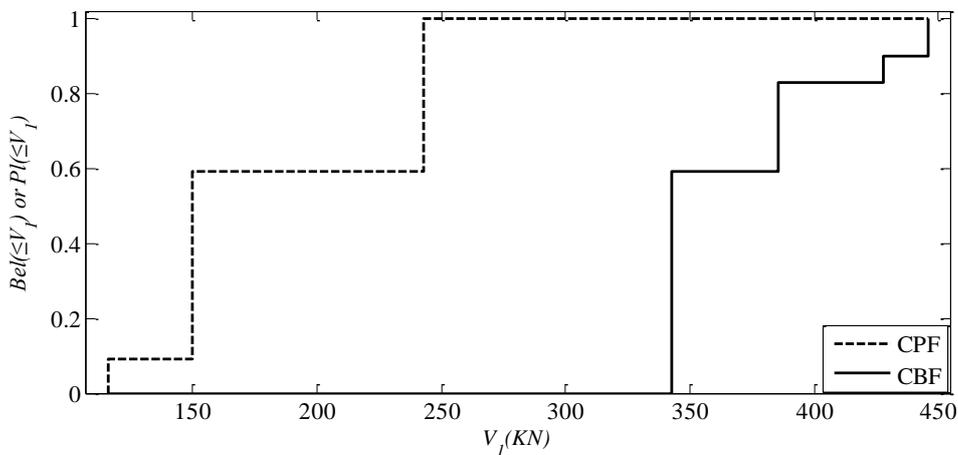
$$\begin{aligned} &\text{maximize} && V_i = (\sqrt{\sum_{j=1}^n V_j^2})_i \\ &\text{subject to} && \underline{\alpha}_{mi} \leq \alpha_{mi} \leq \overline{\alpha}_{mi}, \underline{T}_{gi} \leq T_{gi} \leq \overline{T}_{gi} \end{aligned} \quad (4.4)$$

式中： $V_i$  表示某一超立方体上的剪力值， $\underline{T}_{gi}$  和  $\overline{T}_{gi}$  是特征周期  $T_g$  的某一焦元区间  $T_{gi}$  的上下界， $\underline{\alpha}_{mi}$  和  $\overline{\alpha}_{mi}$  是荷载  $\alpha_m$  的某一焦元区间  $\alpha_{mi}$  的上下界。

根据每个超立方体得出的剪力的边界  $V_i, \overline{V}_i$  和相应的概率分配函数，将所有超立方体进行累计，得到位移响应的累积信任分配函数 (CBF) 和累积似然分配函数 (CPF)。得出如图 4.6 与表 4.7 所示结果。为了比较，同时用规范给定的数据用确定性方法进行计算，取值如表 4.6，得出结果与证据理论进行比较，如表 4.7。其中， $V_1, V_2, V_3$  分别表示第一、二、三层柱底的剪力值。

表 4.6 规范给定的反应谱平台值与特征周期值

变量		数值
$\alpha_{\max}$		0.08
$T_g$	第一组	0.25
	第二组	0.30
	第三组	0.35



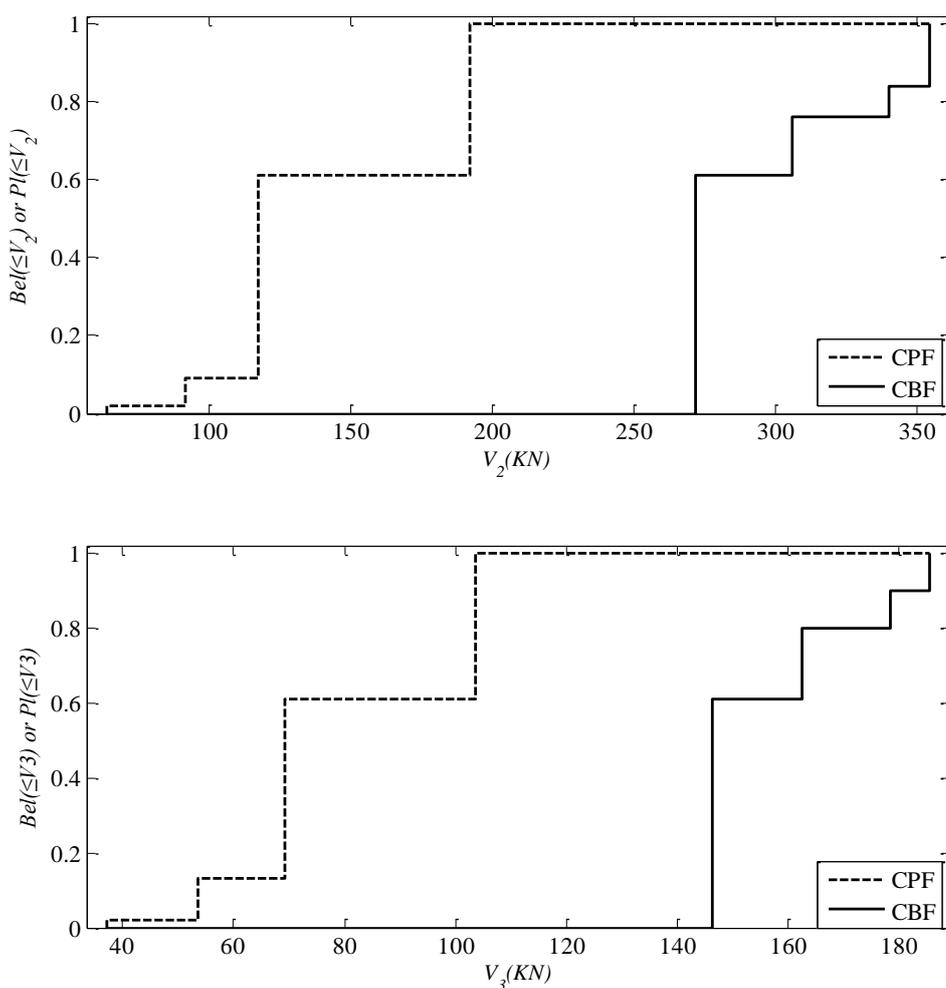


图 4.6 基于证据理论的各层柱底剪力累计分布

表 4.7 用抗震规范值的确定性方法结果与证据理论计算结果

结果信息	确定性方法			证据理论			
	期望值			具有 95% 保证率的值	小于其期望值的概率		
	Tg=0.25	Tg=0.3	Tg=0.35		Tg=0.25	Tg=0.3	Tg=0.35
$V_1$	284.97	333.25	381.01	[242.71,445.65]	[0%,100%]	[0,100%]	[59%,100%]
$V_2$	224.27	263.48	302.12	[192.45,354.73]	[0%,100%]	[61%,100%]	[61%,100%]
$V_3$	127.25	144.80	162.56	[103.55,185.39]	[0%,100%]	[61%,100%]	[80%,100%]

由此可见，由抗震设计规范所选定的参数值在求取结构响应时存在一定的风险，如由证据理论计算的底层柱底部剪力 $V_1$ 小于确定性结果的概率是在第三组的情况下为[59%,100%]，存在 41%的风险，而在第一、二组的情况下则无法保证确定性结果的可靠性。因本文所选取的数据是来源于美国强震记录数据库，本文

给出的结果可做一定的参考,在实际设计中需要具体考虑各地区的统计值来进行不确定分析。如在文献[54]中所统计的汶川地震动记录中的周期值列于表 4.8。

表 4.8 汶川地震按烈度分组各组特征值周期平均值<sup>[54]</sup>

烈度分组	场地类别		
	I	II	III
第一组	0.27	0.32	/
第二组	0.45	0.33	0.61
第三组	0.69	0.97	1.85

假定规范采用了上表作为计算标准,由此数据进行确定性计算,与基于证据理论不确定分析结果进行比较,列于表 4.9。

表 4.9 用汶川地震值的确定性方法结果与证据理论计算结果比较

结果信息	确定性方法			证据理论			
	期望值			具有 95% 保证率的值	小于其期望值的概率		
	Tg=0.27	Tg=0.45	Tg=0.69		Tg=0.27	Tg=0.45	Tg=0.69
V <sub>1</sub>	304.34	475.10	495.17	[242.71,445.65]	[0%,100%]	100%	100%
V <sub>2</sub>	240.03	377.99	394.14	[192.45, 354.73]	[0%,100%]	100%	100%
V <sub>3</sub>	134.23	198.28	205.99	[103.55,185.39]	[0%,100%]	100%	100%

比较表 4.7 与表 4.9 小于其期望值的概率可见,由证据理论计算的底层柱底部剪力V<sub>1</sub>在第三组情况下小于确定性结果的概率分别为[59%,100%]与 100%,因地区差异性,特征周期取值有较大差异,由规范规定的确定性计算结果具有不同的保证率及相应的风险性。所以在设计计算中最好使用各地区统计数据进行响应的不确定分析则具有更好的说服力。

#### 4.6 基于证据理论的实例分析(形式二)

三层框架结构,设防烈度为 7 度 0.1g, I 类场地(2 组),结构阻尼比为 0.05,各层重量G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>,G<sub>3</sub>与刚度k<sub>1</sub>,k<sub>2</sub>,k<sub>3</sub>如图 4.2 所示。k<sub>1</sub>=245000kN/m, k<sub>2</sub>=195000kN/m, k<sub>3</sub>=98000kN/m,G<sub>1</sub>=2700kN,G<sub>2</sub>=2700kN,G<sub>3</sub>=1800kN。考虑反应谱平台值 $\alpha_{max}$ 和特征周期T<sub>g</sub>两个参数的不确定,采用振型分解反应谱法对水平地震作用下框架各层柱底的剪力进行不确定分析。

反应谱平台值参考 4.4.1 节,取为区间变量[0.637,0.9]\*0.08,特征周期选取 I 类场地(2 组)周期值,统计分布如图 4.7:

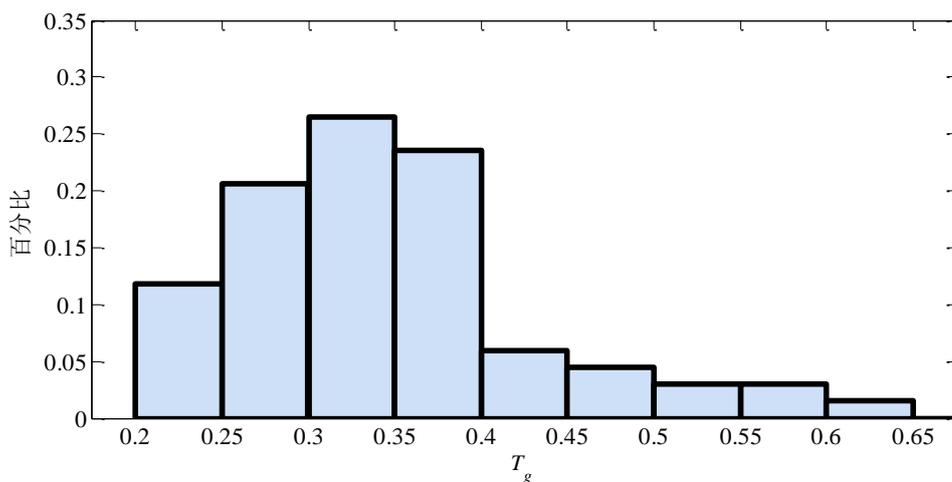


图 4.7  $T_g$  数据分布柱状图

根据 4.5 节的处理方式图 4.7 用证据理论表达为如图 4.8 所示，结果列于表 4.10。

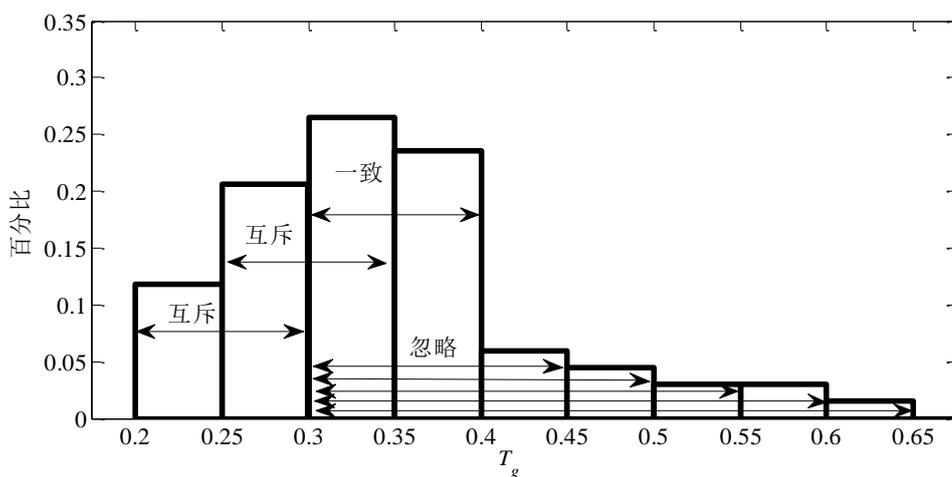


图 4.8  $T_g$  数据分布的相邻关系图

表 4.10 不确定变量的证据理论表达

变量	焦元	基本概率分配
$\alpha_{\max}$	$[0.637, 0.9] * 0.08$	1
$T_g$	$[0.20, 0.25]$	0.117647
	$[0.25, 0.30]$	0.205882
	$[0.30, 0.40]$	0.5
	$[0.30, 0.45]$	0.058824
	$[0.30, 0.50]$	0.044118
	$[0.30, 0.55]$	0.029412
	$[0.30, 0.60]$	0.029412
	$[0.30, 0.65]$	0.014706

根据反应谱平台值与特征周期的不确定取值,部分反应谱曲线如图 4.9 所示。其中红色谱线是规范反应谱曲线。

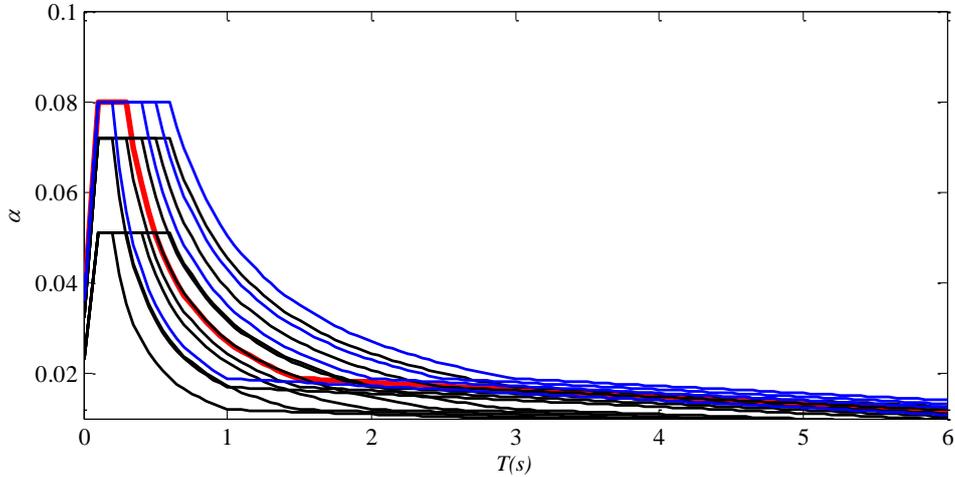


图 4.9 反应谱的不确定性

对于反应谱平台值 $\alpha_m$ 和特征周期 $T_g$ 两个不确定变量,根据各变量的焦元区间及基本概率分配函数,将各变量的焦元区间进行组合,形成要处理的 $n$ 维超立方体;并相应计算每个超立方体的合成基本概率分配;对于每一个超立方体,都需要其剪力 $V$ 的最大值和最小值;根据每个超立方体得出的剪力的边界和相应的概率分配函数,将所有超立方体进行累计,得到位移响应的累积信任分配函数(CBF)和累积似然分配函数(CPF)。得出如下图 4.10 与表 4.12 所示结果。为了比较,同时用规范给定的数据用确定性方法进行计算,取值如表 4.11,得出结果与证据理论进行比较,如表 4.12。其中, $V_1, V_2, V_3$ 分别表示第一、二、三层柱底的剪力值。

表 4.11 规范给定的反应谱平台值与特征周期值

变量	数值
$\alpha_{\max}$	0.08
$T_g$	0.3

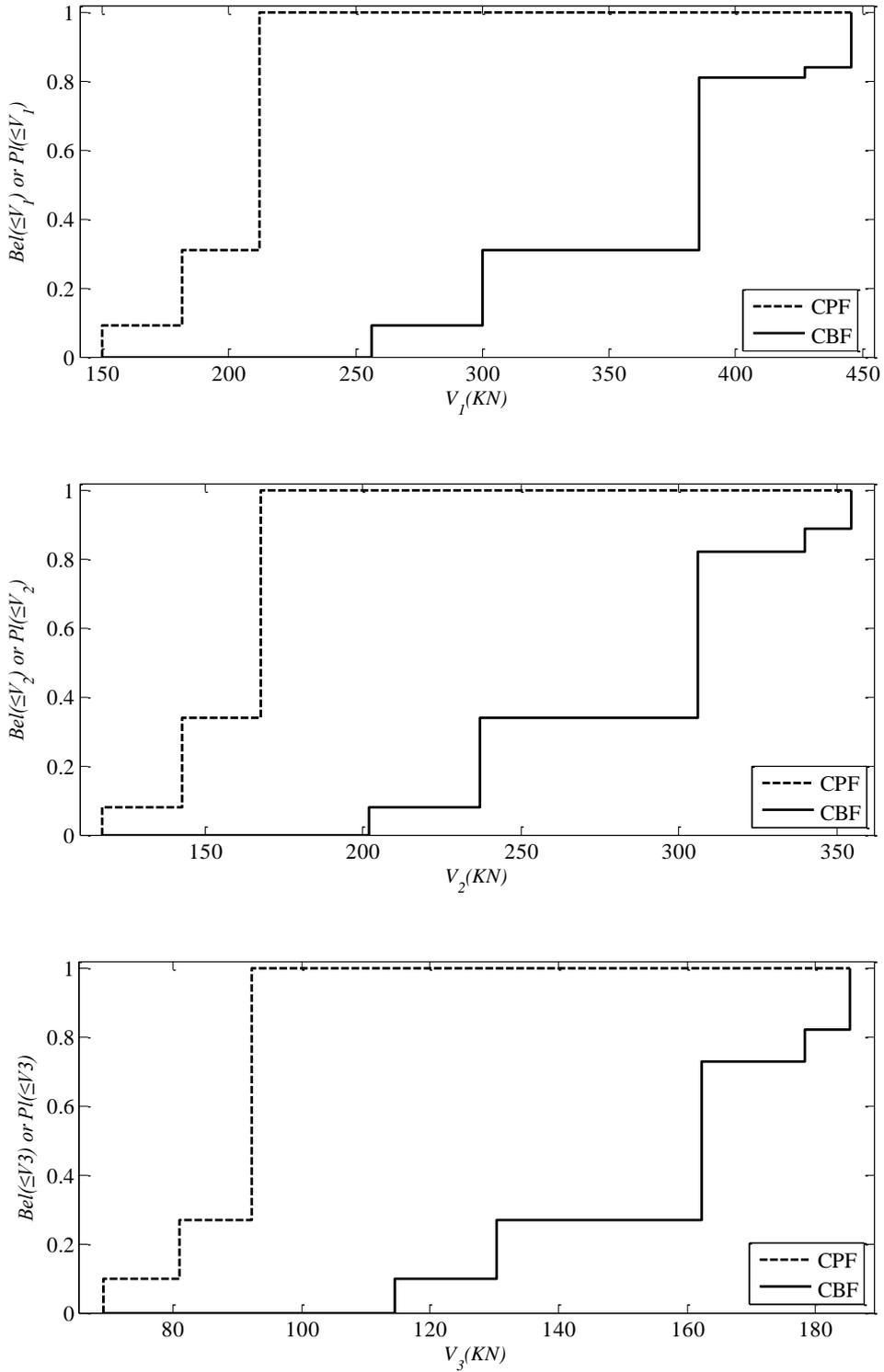


图 4.10 基于证据理论的各层柱底剪力累计分布

表 4.12 用抗震规范值的确定性方法结果与证据理论计算结果

结果信息	确定性方法	证据理论	
		具有 95%保 证率的值	小于其期望值的概率
$V_1$	333.25	[212.28, 445.65]	[31%,100%]
$V_2$	263.48	[167.83, 354.73]	[34%,100%]
$V_3$	144.80	[92.24, 185.39]	[27%,100%]

由此可见，由抗震设计规范所选定的参数值在求取结构响应时存在一定的风险，如由证据理论计算的底层柱底部剪力 $V_1$ 小于确定性结果的概率是[31%,100%]，可见由确定性所给出的结果具有 69%的风险性。同样，在实际设计中需要具体考虑各地区的统计值来进行不确定分析。如采用文献[54]中所统计的汶川地震动记录中的周期值，即表 4.8 作为计算标准进行确定性计算，与证据理论进行比较，可得出如表 4.13 结果：

表 4.13 用汶川地震值的确定性方法结果与证据理论计算结果

结果信息	确定性方法	证据理论	
		具有 95%保 证率的值	小于其期望值的概率
$V_1$	475.10	[212.28, 445.65]	100%
$V_2$	377.99	[167.83, 354.73]	100%
$V_3$	198.28	[92.24, 185.39]	100%

比较表 4.12 与表 4.13 小于其期望值的概率可见，由证据理论计算的底层柱底部剪力 $V_1$ 小于确定性结果的概率分别为[31%,100%]与 100%，因地区差异性，特征周期取值有较大差异，由规范规定的确定性计算结果具有不同的保证率及相应的风险性。所以在设计计算中最好使用各地区统计数据进行响应的不确定分析则具有更好的说服力。另一方面，因为特征周期具有一定的离散型，给出的证据理论结果范围也宽一些，工程实践中可以根据需要选定相应的保证率来进行设计。本文给出了证据理论这一不确定分析方法来根据实际采集的地震动记录进行结构响应的不确定分析，可以有效规避结构抗震的不确定性风险，对于结构抗震设计具有重要参考价值。

## 4.7 本章小结

本章针对地震作用的不确定，从影响抗震设计反应谱的因素着手，基于证据理论的方法分析了反应谱平台值和特征周期两个不确定参量对于结构地震响应的影响。主要工作有：

1. 根据前人研究经验，搜集反应谱平台值和特征周期两个参数统计数据，并进行基于证据理论的不确定量化描述；
2. 分别就反应谱平台值和特征周期两个参数进行地震响应不确定分析，并与确定性结果进行了比较，结果表明，证据理论能够有效考虑不确定因素对于结构响应的影响，提供了结构抗震设计考虑不确定性的一种有效方法。



## 第五章 总结与展望

### 5.1 总结

在设计过程中合理地控制结构的地震响应,是保证结构在地震时不发生破坏或倒塌的关键因素。在地震响应的分析方法中,反应谱法是抗震规范普遍使用的一种基本方法,本文采用反应谱法进行结构的地震响应分析。通常的基于反应谱法的地震响应分析是建立在确定性模型基础上的,而实际工程中存在着随机性的或认知性的不确定,这些不确定最终会导致地震响应的不确定。针对工程中的不确定问题,本文提出了基于证据理论的不确定分析方法进行结构地震响应的不确定分析,考虑结构模型与地震作用两类不确定因素。具体工作及研究结论如下:

(1) 建立基于证据理论的进行响应不确定分析的计算框架,通过对桁架位移响应进行基于证据理论的不确定分析,并与概率理论和区间算法结果进行比较,得出了证据理论与概率理论及区间算法之间的区别和联系。即证据理论是一种广义的不确定理论,可以随着对不确定变量的认识程度相应地演化为概率理论或区间算法,可以合理而有效地表达和传播不确定,具有强大的兼容性和广泛适用性。

(2) 在证据理论的不确定传播分析的手段方面,引入微分演化算法进行不确定传播的计算。结果表明,基于微分演化算法的证据理论传播计算速度快、具有很好的收敛性和稳健性。

(3) 在求解响应所采用的结构分析方法方面,本文采用振型分解反应谱法基于证据理论进行地震响应的不确定分析,计算简单高效,对于理论与工程具有重要价值。针对结构模型的不确定,建立了基于证据理论的反应谱法地震响应不确定分析方法,通过对框架剪力进行不确定分析,验证了证据理论对于不确定合理而有效的表达和传播,以及具有的兼容性和广泛适用性,说明了采用反应谱法进行基于证据理论的地震响应的不确定分析简单高效,对于理论和工程实践具有重要价值。针对地震作用的不确定,从影响抗震设计反应谱的因素着手,搜集反应谱平台值和特征周期两个参数统计数据,基于证据理论的方法分析了反应谱平台值和特征周期两个不确定参量对于结构地震响应的影响。结果表明,证据理论能够有效考虑不确定因素对于结构响应的影响,提供了结构抗震设计考虑不确定性的一种有效方法。

## 5.2 工作展望

(1) 本文在地震响应分析中,是针对线弹性结构采用的反应谱法,对于弹塑性结构,需要用弹塑性反应谱对其进行分析, $R-u-T$ 关系将成为首当其冲的不确定来源。所以,进一步的研究可将基于证据理论的地震响应分析从线弹性结构扩展到弹塑性结构。

(2)对于算例中证据理论的不确定变量的取值,可根据实际情况进行取值,应用于实际设计中。特别是反应谱的平台值与特征周期值,需要根据各地区地震记录数据进行实地取值。

## 致谢

来同济不知不觉已将近 3 年，此时 3 月，彼时初入同济依旧是 3 月，那时对这里还很陌生，怀着一份忐忑而又激动的心情来这里复试，3 年的时间，最初的那份陌生已俨然化为对这里炽热的爱，对此地难舍难分。时间都去哪了，我想时间的力量大概就是这样的吧，点点滴滴都值得去感激和怀念。

首先，要衷心地感谢我的导师唐和生老师，从选题到成稿，都是在唐老师的悉心指导下完成的，唐老师对于学术的严谨认真改掉了我的心浮气躁，对于学术的孜孜不倦激励着我不断探求新的知识，在遇到困难时给予我指点和信心，这些不仅让我在学术方面有了新的收获，更让我在做事方面更为严谨和踏实。在此，对唐老师表示由衷的感谢和诚挚的敬意。

其次，我要感谢薛松涛老师，薛老师学识渊博、睿智儒雅、幽默风趣，感谢薛老师有时带给我们学术的盛宴，有时带给我们关于人生的思考，有时带给我们的欢声笑语。还有仙台之旅更是让您费心不少，真诚感谢您带给我们的开阔的见闻和视野。

还要感谢谢丽宇老师，谢老师亦师亦友，思维灵活，见解独到，每次都给我们不一样的启迪和感悟，研究室的日常会议、集体锻炼、每周水果、夏日旅行都饱含着您的心血和关怀，真诚感谢您对我们生活的无微不至的关照。

此外，还要感谢程春兰老师以及曹阳老师、茹海琳老师，感谢她们在三年学习生活中给予的关心和帮助。

感谢申道明师兄、胡长远师兄、白杰师兄、许锐师兄在学习和生活中给我的关心和帮助，感谢张毅杰师姐，她对学术的专注和认真无不劝勉着我对待一件事情需更加执着和努力，感谢苏瑜师姐、邓立新师兄、王娇师姐，在我理解证据理论概念和程序应用上给予我的帮助，感谢荀扬师兄、赵金海师兄、唐珏师姐、裘亦文师兄、汪洁师兄，感谢对我们经验的分享和生活的照顾，感谢同门谢丽君、李晶晶，与你们在一起的三年感受到了你们的努力、刻苦，备受激励和感染，也一起经历了就业或深造的选择，互相支持和鼓励，都弥足珍贵，感谢师弟李大伟在我研究反应谱非线性不确定问题时与我相互探讨，给予我帮助，感谢师妹无邪陈微、细心晓彤以及师弟好男人琛琛、帅气航航、善良育纬、认真加河、热情阳光王兵，与你们在一起的日子总是缤纷多彩、开心快乐。感谢每天在教研室的共同奋斗，感谢一起吃过的饭和一起唱过的歌，感谢一起打过的羽毛球、乒乓球，感谢仙台交流的日子，感谢千岛湖旅行的日子……希望我们永葆师门之谊，在以后的人生道路上一帆风顺，幸福快乐！

感谢我的闺蜜、好友在生活中与我分享喜怒哀乐，感谢研会的同学、实践部的兄弟姐妹、梅州实践团的帅哥帅妹，与你们在一起都是那么令人难忘。

感谢我的男友在我生活中对我的照顾和支持，在我每一次的困难或失意中给我莫大的鼓励和劝慰。

最后，要感谢我的父母、妹妹弟弟，我的亲人，您们是我最大的动力支持和精神依靠，因为您们，所以幸福温暖总是如影随形。祝愿您们永远健康幸福！

2014年3月于同济园土木楼

## 参考文献

- [1] 刘宁.可靠度随机有限元法及其工程应用. 中国水利水电出版社, 2001.
- [2] 何柏岩, 冯屹, 王树新. 计及不确定性的多体系统动力学研究[J]. 河北工业大学学报, 2005, 34(4): 7-14.
- [3] 苏静波. 工程结构不确定性区间分析方法及其应用研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [4] 谭高铭, 张之颖. 土木结构的阻尼类型及常用阻尼模型综述[C]//第九届全国振动理论及应用学术会议论文摘要集. 2007.
- [5] Oberkampf W L, Helton J C, Sentz K. Mathematical representation of uncertainty[C]//AIAA Non-Deterministic Approaches Forum. 2001 (2001-1645): 16-19.
- [6] Helton J C. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty[J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, 57(1-4): 3-76.
- [7] 刘智敏. 不确定度原理[M]. 中国计量出版社, 1993.
- [8] 王清印, 刘志勇. 不确定性信息的概念, 类别及其数学表述[J]. 运筹与管理, 2001, 10(4): 9-15.
- [9] 王光远. 论不确定性结构力学的发展[J]. 力学进展, 1900, 32(2): 205-211.
- [10] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and control, 1965, 8(3): 338-353.
- [11] Moore R E. Interval analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966.
- [12] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multiplicand mapping, Annals of mathematical statistics, 1967, 38:325-339.
- [13] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton university press, 1976.
- [14] Bae H R, Grandhi R V, Canfield R A. An approximation approach for uncertainty quantification using evidence theory[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 86(3): 215-225.
- [15] Bae H R, Grandhi R V, Canfield R A. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures[J]. Computers & structures, 2004, 82(13): 1101-1112.
- [16] Mourelatos Z P, Zhou J. A design optimization method using evidence theory[J]. Journal of mechanical design, 2006, 128(4): 901-908.
- [17] 郭惠昕, 刘德顺, 胡冠昱, 等. 证据理论和区间分析相结合的可靠性优化设计方法[J]. 机械工程学报, 2009, 44(12): 35-41.
- [18] Bai Y C, Han X, Jiang C, et al. Comparative study of metamodeling techniques for reliability analysis using evidence theory[J]. Advances in Engineering Software, 2012, 53: 61-71.
- [19] Jiang C, Zhang Z, Han X, et al. A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty[J]. Computers & Structures, 2013, 129: 1-12.
- [20] 张之颖, 张景绘. 反应谱参量双界限凸集模型及其地震作用效应[J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(2): 46-49.

- [21] Modarreszadeh M. Dynamic analysis of structures with interval uncertainty[D]. Case Western Reserve University, 2005.
- [22] Modares M, Mullen R L. Dynamic Analysis of Structures with Interval Uncertainty[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013.
- [23] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of global optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [24] 刘波, 王凌, 金以慧. 差分进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 721-729.
- [25] 陈良, 戴光明, 张全元, 等. 差异演化算法及其改进形式的综述[J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(1): 131-134.
- [26] 蔡新, 吴中如, 王德信. 工程结构不确定性设计的哲学思考[J]. 河海大学学报: 哲学社会科学版, 2005, 2(1): 12-15.
- [27] 王光远. 工程软件设计理论[J]. 1992.
- [28] 杨风暴, 王肖霞. D-S 证据理论的冲突证据合成方法[M]. 国防工业出版社, 2010.
- [29] 苏海军, 杨煜普, 王宇嘉. 微分进化算法的研究综述[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 30(9): 1793-1797.
- [30] Tang H, Xue S, Fan C. Differential evolution strategy for structural system identification[J]. Computers & Structures, 2008, 86(21): 2004-2012.
- [31] 唐和生, 王兆亮, 薛松涛. 微分演化算法在桁架形状优化中的应用[J]. 土木建筑与环境工程, 2010 (1): 42-50.
- [32] Eldred M S, Swiler L P, Tang G. Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2011, 96(9): 1092-1113.
- [33] Qiu Z P, Elishakoff I. Antioptimization of structures with large uncertain-but-non-random parameters via interval analysis[J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1998, 152(3): 361-372.
- [34] McWilliam S. Anti-optimisation of uncertain structures using interval analysis[J]. Computers & Structures, 2001, 79(4): 421-430.
- [35] 王登刚, 李杰. 计算不确定结构系统静态响应的一种可靠方法[J]. 计算力学学报, 2003, 20(6): 662-669.
- [36] 范立础, 卓卫东. 桥梁延性抗震设计[M]. 人民交通出版社, 2001.
- [37] 潘文. Push-over 方法的理论与应用[D]. 西安建筑科技大学硕士论文, 2004.
- [38] 李杰, 李国强. 地震工程学导论[J]. 北京: 地震出版社, 1992, 6: 2361-2376.
- [39] 2010 G B. 中华人民共和国国家标准; 建筑抗震设计规范 [S][D]. , 2010.
- [40] 周颖, 卜一, 吕西林, 等. 考虑我国场地土类型的弹塑性反应谱法在高层混合结构中的应用[J]. 地震工程与工程振动, 2009, 29(2): 57-65.
- [41] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures[J]. 1993.
- [42] 徐龙军, 谢礼立, 胡进军. 抗震设计谱的发展及相关问题综述[J]. 世界地震工程, 2007, 23(2): 46-57.
- [43] 张之颖. 卓越周期对反应谱最大值的影响[J]. 强度与环境, 1999 (2): 1-6.
- [44] 郭晓云, 薄景山, 巴文辉. 汶川地震反应谱特征周期统计分析[J]. 地震工程与工程振动, 2013, 33(002): 55-59.

- [45] 郭明珠, 陈厚群. 场地类别划分与抗震设计反应谱的讨论[J]. 世界地震工程, 2003, 19(2): 108-111.
- [46] 薄景山, 李秀领, 刘德东, 等. 土层结构对反应谱平台值的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2003, 23(4): 29-33.
- [47] 李小军, 彭青, 刘文忠. 设计地震动参数确定中的场地影响考虑[J]. 世界地震工程, 2001, 17(4): 34-41.
- [48] 耿淑伟. 抗震设计中的地震动输入参数的研究[D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2005.
- [49] 吕红山, 赵凤新. 适用于中国场地分类的地震动反应谱放大系数[J]. 地震学报, 2007, 29(1): 67-76.
- [50] 赵艳, 郭明珠, 李化明, 等. 对比分析中国有关场地条件对设计反应谱最大值的影响[J]. 地震地质, 2009, 31(1): 186-196.
- [51] 毛天尔, 夏蕊芳, 闫帅平, 等. 抗震反应谱场地放大系数的研究[J]. 武汉理工大学学报, 2012, 34(7): 111-114.
- [52] 郭晓云, 薄景山, 巴文辉. 汶川地震不同场地反应谱平台值统计分析[J]. 地震工程与工程振动, 2012, 32(4): 54-62.
- [53] 李小军. 地震动参数区划图场地条件影响调整[J]. 岩土工程学报, 35(zk2): 21-29.
- [54] 叶振梁, 陈汉尧. 基岩地震反应谱随震级, 距离的变化特征[J]. 地震工程与工程振动, 1995, 15(1): 14-17.
- [55] 周锡元, 樊水荣. 场地分类和设计反应谱的特征周期: 《建筑抗震设计规范》修订简介 (八)[J]. 工程抗震, 1999 (4): 3-8.
- [56] 薄景山, 李秀领, 刘德东, 等. 土层结构对反应谱特征周期的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 23(5): 42-45.
- [57] 吴健, 高孟潭. 场地相关设计反应谱特征周期的统计分析[J]. 中国地震, 2004, 20(3): 263-268.
- [58] 董娣. 地震动特性的影响因素与不确定性分析[D]. 北京工业大学博士学位论文, 2006.
- [59] 刘文锋, 付兴潘, 于振兴, 等. 反应谱特征周期的统计分析[J]. 青岛理工大学学报, 2009, 30(5): 1-7.
- [60] 荣棉水, 李小军, 吕悦军, 等. 平台地形对地震地面运动特征周期值的影响[J]. 中国地震, 2009, 25(2): 178-185.
- [61] 冯程程. 抗震设计反应谱特征周期取值研究[D]. 华中科技大学, 2012.
- [62] Salehghaffari S, Rais-Rohani M. Epistemic uncertainty modeling of Johnson-Cook plasticity model using evidence theory[C]//13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Fort Worth, Texas. 2010.
- [63] 邓立新. 基于损伤性能抗震设计的不确定分析[D]. 同济大学, 2012.



附录[61]

序号	$R$ (Km)	$M_s$	$V_{max}/A_{max}(s)$	EPA (cm/s/s)	EPV (cm/s)	$T_g(s)$	场地 分类
1	7	4.6	0.044	248.766	15.822	0.2763	II
2	7	4.6	0.052	225.022	14.296	0.3266	II
3	9.8	4.2	0.061	41.75	4.36	0.3831	II
4	9.8	4.2	0.062	36.46	3.37	0.3894	II
5	10.1	4.9	0.084	179.44	14.017	0.5275	II
6	10.1	4.9	0.138	255.097	32.169	0.8666	II
7	14.2	5.3	0.05	88.2	7.104	0.314	II
8	14.2	5.3	0.074	54.772	5.87	0.4647	II
9	15	5.4	0.056	172.43	13.43	0.3517	II
10	15	5.4	0.063	139.76	12.35	0.3956	II
11	23	5.4	0.058	59.57	4.56	0.3642	II
12	23	5.4	0.045	112.54	8.28	0.2826	II
13	25.8	5	0.052	55.42	3.4	0.3266	II
14	25.8	5	0.062	28.62	2.24	0.3894	II
15	25.9	5.3	0.07	37.87	2.83	0.4396	II
16	25.9	5.3	0.055	24.97	1.92	0.3454	II
17	28.1	5	0.052	55.42	3.39	0.3266	II
18	28.1	5	0.062	28.62	2.247	0.3894	II
19	33.9	5.4	0.047	28.27	2.594	0.2952	II
20	33.9	5.4	0.072	54.38	4.25	0.4522	II
21	4.3	6.1	0.048	243.99	23.25	0.3014	II
22	4.3	6.1	0.064	216.54	21.379	0.4019	II
23	4.5	6.1	0.129	290.029	22.388	0.8101	II
24	4.5	6.1	0.082	167.508	17.268	0.515	II
25	7.2	6	0.077	410.469	29.86	0.4836	II
26	7.2	6	0.116	320.44	29.32	0.7285	II
27	7.4	6.1	0.038	246.63	19.41	0.2386	II
28	7.4	6.1	0.085	204.595	23.95	0.5338	II
29	9.3	5.7	0.07	162.72	15.02	0.4396	II
30	9.3	5.7	0.052	177.62	13.96	0.3266	II
31	9.6	6.1	0.053	398.72	26.98	0.3328	II
32	9.6	6.1	0.032	347.36	24.85	0.201	II
33	10.7	5.7	0.086	238.3	23.33	0.5401	II
34	10.7	5.7	0.081	133.38	13.63	0.5087	II
35	11.2	5.6	0.116	313.13	29.22	0.7285	II

36	11.2	5.6	0.083	392.83	28.6	0.5212	II
37	12.6	5.9	0.134	238.5	22.69	0.8415	II
38	12.6	5.9	0.109	223.96	21.96	0.6845	II
39	13.1	6.1	0.069	260.887	28.42	0.4333	II
40	13.1	6.1	0.084	220.26	24.95	0.5275	II
41	20.2	5.9	0.142	176.4	17.3	0.8918	II
42	20.2	5.9	0.117	229.5	21.45	0.7348	II
43	20.6	5.6	0.043	140.11	9.85	0.27	II
44	20.6	5.6	0.084	151.02	12.5	0.5275	II
45	23.1	5.6	0.238	142.64	16.05	1.4946	II
46	23.1	5.6	0.208	204.21	20.39	1.3062	II
47	24.1	6.1	0.07	1092.35	63.79	0.4396	II
48	24.1	6.1	0.081	550.04	54.63	0.5087	II
49	24.3	6.1	0.067	79.091	7.608	0.4208	II
50	24.3	6.1	0.044	199.039	10.91	0.2763	II
51	26.8	6.1	0.079	194.168	18.229	0.4961	II
52	26.8	6.1	0.116	137.09	13.722	0.7285	II
53	30	6.4	0.054	107.1	9.3	0.3391	II
54	30	6.4	0.058	112.236	8.99	0.3642	II
55	31.6	5.5	0.044	57.162	4.86	0.2763	II
56	31.6	5.5	0.058	58.252	5.049	0.3642	II
57	32	5.8	0.051	220.84	10.543	0.3203	II
58	32	5.8	0.116	103.3	8.34	0.7285	II
59	36.8	6	0.067	354.24	31.28	0.4208	II
60	36.8	6	0.062	424.16	33.36	0.3894	II
61	43	7.7	0.119	146.104	14.42	0.7473	II
62	43	7.7	0.1	161.38	16	0.628	II
63	37.1	6.1	0.051	314.188	25.01	0.3203	II
64	37.1	6.1	0.087	218.426	21.033	0.5464	II
65	37.6	6.1	0.051	105.64	12.32	0.3203	II
66	37.6	6.1	0.037	166.102	13.55	0.2324	II
67	37.6	6.1	0.064	186.567	13.677	0.4019	II
68	37.6	6.1	0.063	174.202	12.276	0.3956	II
69	38	6.1	0.032	141.813	8.59	0.201	II
70	38	6.1	0.06	185.69	12.84	0.3768	II
71	40	5.5	0.129	52.3	5.77	0.8101	II
72	40	5.5	0.067	75.377	6.6	0.4208	II
73	43	5.9	0.056	63.91	4.93	0.3517	II
74	43	5.9	0.101	64.91	6.06	0.6343	II
75	51	5.5	0.048	125.51	10.55	0.3014	II
76	51	5.5	0.083	84.67	7.62	0.5212	II

77	53	6	0.059	104.38	7.84	0.3705	II
78	53	6	0.066	107.74	9.57	0.4145	II
79	77	6.2	0.042	27.69	1.61	0.2638	II
80	77	6.2	0.096	29.81	2.71	0.6029	II
81	15.4	6.6	0.111	149.429	12.344	0.6971	II
82	15.4	6.6	0.091	141.85	11.28	0.5715	II
83	22.4	6.5	0.103	53.6	6.72	0.6468	II
84	22.4	6.5	0.121	76.61	8.16	0.7599	II
85	22.5	6.6	0.084	76.79	8.36	0.5275	II
86	22.5	6.6	0.125	109.82	12.63	0.785	II
87	24	6.6	0.118	244.4	27.28	0.741	II
88	24	6.6	0.18	161.8	16.53	1.1304	II
89	27	6.6	0.104	152.86	16.17	0.6531	II
90	27	6.6	0.147	161.84	14.63	0.9232	II
91	28.3	6.6	0.114	188.35	16.04	0.7159	II
92	28.3	6.6	0.081	184.76	18.8	0.5087	II
93	28.7	6.6	0.169	116.01	10.21	1.0613	II
94	28.7	6.6	0.163	127.5	13.28	1.0236	II
95	28.7	6.6	0.153	112.23	13.93	0.9608	II
96	28.7	6.6	0.149	102.48	12.33	0.9357	II
97	28.7	6.6	0.169	116	12.44	1.0613	II
98	28.7	6.6	0.163	127.5	16.91	1.0236	II
99	28.8	6.6	0.155	79.26	7.82	0.9734	II
100	28.8	6.6	0.213	89.67	9.12	1.3376	II
101	29	6.6	0.065	316.42	31.51	0.4082	II
102	29	6.6	0.127	258.03	25.94	0.7976	II
103	29	6.6	0.146	118.8	13.67	0.9169	II
104	29	6.6	0.095	110.06	11.77	0.5966	II
105	29	6.6	0.137	106.54	12.89	0.8604	II
106	29	6.6	0.172	80.4	8.523	1.0802	II
107	29	6.6	0.147	124.26	14.54	0.9232	II
108	29	6.6	0.186	132.5	16.757	1.1681	II
109	30	6.6	0.137	97.95	10.09	0.8604	II
110	30	6.6	0.131	142.49	11.35	0.8227	II
111	30.1	6.6	0.137	104.44	8.99	0.8604	II
112	30.1	6.6	0.165	100.96	10.21	1.0362	II
113	30.7	6.6	0.183	80.115	9.84	1.1492	II
114	30.7	6.6	0.167	104.75	11.46	1.0488	II
115	31.1	6.6	0.173	99.3	13.78	1.0864	II
116	31.1	6.6	0.131	81.65	10.25	0.8227	II
117	31.3	6.6	0.118	86.094	10.33	0.741	II

118	31.3	6.6	0.213	73.35	9.39	1.3376	II
119	39.1	6.6	0.202	121.83	12.33	1.2686	II
120	39.1	6.6	0.293	73.54	8.44	1.84	II
121	40	6.6	0.137	199.83	13.97	0.8604	II
122	40	6.6	0.231	156.62	16.62	1.4507	II
123	43.1	6.5	0.108	128	10.88	0.6782	II
124	43.1	6.5	0.118	95.9	11.315	0.741	II
125	43.1	6.9	0.228	138.61	13.11	1.4318	II
126	43.1	6.9	0.184	217.79	21.51	1.1555	II
127	47.7	6.9	0.178	108.49	11.134	1.1178	II
128	47.7	6.9	0.079	191.57	14.67	0.4961	II
129	47.8	6.5	0.146	141.52	11.37	0.9169	II
130	47.8	6.5	0.223	124.54	13.78	1.4004	II
131	54	6.6	0.103	89.8	10.39	0.6468	II
132	54	6.6	0.09	93.82	9.4	0.5652	II
133	55.4	7.1	0.075	148.54	16.41	0.471	II
134	55.4	7.1	0.055	187.27	14.89	0.3454	II
135	57.9	6.9	0.132	132.4	10.44	0.829	II
136	57.9	6.9	0.19	74.97	8.5	1.1932	II
137	61.3	6.6	0.066	123.08	13.79	0.4145	II
138	61.3	6.6	0.05	149.95	12.83	0.314	II
139	61.7	6.5	0.081	132.91	16.38	0.5087	II
140	61.7	6.5	0.085	137.27	19.6	0.5338	II
141	63.6	6.5	0.228	93.95	8.73	1.4318	II
142	63.6	6.5	0.281	62.46	6.47	1.7647	II
143	75	6.6	0.303	31.54	5.06	1.9028	II
144	75	6.6	0.286	37.08	4.83	1.7961	II
145	89	7.7	0.13	85.81	10.13	0.8164	II
146	89	7.7	0.151	129.97	10	0.9483	II
147	109	7.7	0.133	46.07	4.64	0.8352	II
148	109	7.7	0.174	52.87	5.38	1.0927	II
149	7.6	5	0.066	233.05	18.05	0.4145	II
150	7.6	5	0.06	121.68	11.71	0.3768	II
151	9.6	5	0.094	279.66	29.8	0.5903	II
152	9.6	5	0.086	160.12	17.21	0.5401	II
153	10.1	5	0.044	248.77	16.48	0.2763	II
154	10.1	5	0.052	225.02	17.186	0.3266	II
155	10.1	5	0.067	144.09	12.88	0.4208	II
156	10.1	5	0.114	100.62	8.42	0.7159	II
157	10.1	5	0.082	151.51	15.25	0.515	II
158	10.1	5	0.047	137.04	11.57	0.2952	II

159	10.8	5	0.066	233.05	18.05	0.4145	II
160	10.8	5	0.06	121.68	11.71	0.3768	II
161	10.8	5.2	0.061	83.2	11.82	0.3831	II
162	10.8	5.2	0.061	183.61	15.67	0.3831	II
163	10.8	5	0.044	248.77	16.48	0.2763	II
164	10.8	5	0.052	225.02	17.19	0.3266	II
165	11.8	5	0.061	41.75	5.26	0.3831	II
166	11.8	5	0.062	36.46	4.03	0.3894	II
167	12.3	5	0.066	233.05	18.05	0.4145	II
168	12.3	5	0.06	121.68	11.71	0.3768	III
169	12.9	5	0.061	196.3	15.91	0.3831	III
170	12.9	5	0.052	109.96	9.89	0.3266	III
171	13	5	0.061	102.45	6.23	0.3831	III
172	13	5	0.06	50.38	5.05	0.3768	III
173	14.6	5	0.065	181.39	19.91	0.4082	III
174	14.6	5	0.08	91.66	8.99	0.5024	III
175	15.4	5	0.056	96.04	7.57	0.3517	III
176	15.4	5	0.089	139.77	14.47	0.5589	III
177	18	5	0.043	79.45	6.38	0.27	III
178	18	5	0.068	137.84	15.05	0.427	III
179	18.7	4.6	0.043	79.45	6.38	0.27	III
180	18.7	4.6	0.068	137.84	15.05	0.427	III
181	23.2	5.4	0.076	60.16	6.02	0.4773	III
182	23.2	5.4	0.077	62.5	5.89	0.4836	III
183	23.7	4.2	0.073	27.09	1.54	0.4584	III
184	23.7	4.2	0.083	21.41	1.839	0.5212	III
185	31.1	4.2	0.061	5.87	0.64	0.3831	III
186	31.1	4.2	0.074	3.423	0.448	0.4647	III
187	39.3	5.1	0.061	125.31	9.13	0.3831	III
188	39.3	5.1	0.107	52.85	4.6	0.672	III
189	40	5.1	0.139	6.95	0.83	0.8729	III
190	40	5.1	0.077	6.41	0.896	0.4836	III
191	43.6	5.1	0.139	7.94	0.978	0.8729	III
192	43.6	5.1	0.09	8.258	1.094	0.5652	III
193	44	5.1	0.058	44.632	3.679	0.3642	III
194	44	5.1	0.115	27.48	2.43	0.7222	III
195	46.6	4.2	0.025	3.64	0.303	0.157	III
196	46.6	4.2	0.031	3.81	0.32	0.1947	III
197	46.6	5.1	0.075	9.83	0.87	0.471	III
198	46.6	5.1	0.117	4.74	0.59	0.7348	III
199	51	5.1	0.15	11.51	1.09	0.942	III

200	51	5.1	0.112	10.69	1.11	0.7034	III
201	54.1	5.1	0.053	43.14	3.45	0.3328	III
202	54.1	5.1	0.045	50.135	5.14	0.2826	III
203	54.9	5.1	0.106	9.077	0.899	0.6657	III
204	54.9	5.1	0.106	11.285	0.958	0.6657	III
205	56.3	5.1	0.045	128.91	10.31	0.2826	III
206	56.3	5.1	0.02	73.54	4.07	0.1256	III
207	58	5.4	0.136	5.98	0.648	0.8541	III
208	58	5.4	0.108	7.42	0.818	0.6782	III
209	58.2	5.1	0.066	18.27	2.039	0.4145	III
210	58.2	5.1	0.037	28.137	2.58	0.2324	III
211	60.4	5.1	0.038	66.84	4.95	0.2386	III
212	60.4	5.1	0.029	47.789	2.734	0.1821	III
213	61.8	5.4	0.075	10.185	1.52	0.471	III
214	61.8	5.4	0.057	14.366	1.73	0.358	III
215	63.7	5.4	0.042	29.6	2.297	0.2638	III
216	63.7	5.4	0.049	24.31	2.74	0.3077	III
217	64.7	4.2	0.053	5.52	0.468	0.3328	III
218	64.7	4.2	0.047	2.594	0.192	0.2952	III
219	66.6	4.2	0.046	5.05	0.434	0.2889	III
220	66.6	4.2	0.048	4.56	0.45	0.3014	III
221	88	5.1	0.107	6.25	0.516	0.672	III
222	88	5.1	0.06	6.73	0.557	0.3768	III
223	91.9	5.1	0.107	4.53	0.5	0.672	III
224	91.9	5.1	0.073	5.2	0.53	0.4584	III
225	95.5	5.2	0.103	8.75	1.036	0.6468	III
226	95.5	5.2	0.1	7.86	1.11	0.628	III
227	121	5.1	0.038	12.3	1.089	0.2386	III
228	121	5.1	0.05	14.59	1.146	0.314	III
229	121.6	5.1	0.042	6	0.51	0.2638	III
230	121.6	5.1	0.051	4.86	0.415	0.3203	III
231	122.7	5.1	0.068	4.056	0.49	0.427	III
232	122.7	5.1	0.042	14.33	1.35	0.2638	III
233	9.7	5.6	0.079	205.26	16.35	0.4961	III
234	9.7	5.6	0.065	175.68	17.48	0.4082	III
235	7	5.6	0.064	173.18	17.75	0.4019	III
236	7	5.6	0.073	201.77	16.62	0.4584	III
237	17.3	6	0.053	273.03	28.73	0.3328	III
238	17.3	6	0.066	343.8	35.71	0.4145	III
239	20	5.7	0.14	60.22	8.91	0.8792	III
240	20	5.7	0.104	182.73	19.97	0.6531	III

241	52	6.1	0.108	99.39	10.14	0.6782	III
242	52	6.1	0.1	91.61	8.27	0.628	III
243	57.9	5.7	0.045	47.41	4.95	0.2826	III
244	57.9	5.7	0.044	59.2	4.86	0.2763	III
245	58	5.7	0.103	37.11	3.79	0.6468	III
246	58	5.7	0.087	25.19	2.66	0.5464	III
247	62.1	5.7	0.048	74.15	6.29	0.3014	III
248	62.1	5.7	0.062	46.53	6.4	0.3894	III
249	94.4	5.7	0.093	10.76	1.02	0.584	III
250	94.4	5.7	0.129	9.84	1.06	0.8101	III
251	102.1	5.7	0.137	6.04	0.64	0.8604	III
252	102.1	5.7	0.116	6.57	0.6	0.7285	III
253	103	5.7	0.111	12.68	1.36	0.6971	III
254	103	5.7	0.061	23.56	2.17	0.3831	III
255	107.4	5.7	0.102	12.3	1.28	0.6406	III
256	107.4	5.7	0.087	16.23	2.02	0.5464	III
257	107.9	5.7	0.123	13.49	2	0.7724	III
258	107.9	5.7	0.091	21.5	2.25	0.5715	III
259	109.2	5.7	0.078	19.53	2.2	0.4898	III
260	109.2	5.7	0.093	14.54	1.84	0.584	III
261	110.3	5.7	0.069	13.92	1.22	0.4333	III
262	110.3	5.7	0.092	9.16	1.29	0.5778	III
263	121	6.1	0.179	115.91	10.65	1.1241	III
264	121	6.1	0.199	154.86	13.95	1.2497	III
265	139.9	5.7	0.098	6.52	0.61	0.6154	III
266	139.9	5.7	0.076	8.46	0.7	0.4773	III
267	148	6.3	0.184	13.61	1.83	1.1555	III
268	148	6.3	0.169	14.61	1.91	1.0613	III
269	6.4	6.7	0.169	367.86	42.35	1.0613	III
270	6.4	6.7	0.116	337.6	39.3	0.7285	III
271	7	6.9	0.063	775.73	91.68	0.3956	III
272	7	6.9	0.076	575.53	63.1	0.4773	III
273	9.3	7.1	0.112	323.39	33.76	0.7034	III
274	9.3	7.1	0.232	202	23.54	1.457	III
275	20.2	6.9	0.246	213.06	26.14	1.5449	III
276	20.2	6.9	0.214	229.097	27.92	1.3439	III
277	27.1	6.9	0.206	299.18	30.087	1.2937	III
278	27.1	6.9	0.264	385.8	36.086	1.6579	III
279	27.2	6.9	0.113	366	34.59	0.7096	III
280	27.2	6.9	0.035	732.26	41.59	0.2198	III
281	27.2	6.9	0.295	176.33	21.8	1.8526	III

282	27.2	6.9	0.204	227.07	21.08	1.2811	III
283	27.5	6.9	0.231	340.12	28.43	1.4507	III
284	27.5	6.9	0.08	488.54	41.03	0.5024	III
285	27.8	6.9	0.129	353.82	45.3	0.8101	III
286	27.8	6.9	0.102	348.79	43.48	0.6406	III
287	29.3	6.9	0.204	201.5	20.72	1.2811	III
288	29.3	6.9	0.181	265.18	30.78	1.1367	III
289	30.1	6.9	0.189	108.29	11.82	1.1869	III
290	30.1	6.9	0.148	131.275	14.31	0.9294	III
291	31.6	6.9	0.09	360	26.4	0.5652	III
292	31.6	6.9	0.109	330.65	37	0.6845	III
293	34	6.9	0.098	126.35	13.8	0.6154	III
294	34	6.9	0.155	113.62	12.23	0.9734	III
295	42.5	7.1	0.154	218.25	25.26	0.9671	III
296	42.5	7.1	0.164	195.89	17.5	1.0299	III
297	45	7.1	0.132	282.06	35.4	0.829	III
298	45	7.1	0.162	276.23	25.14	1.0174	III
299	46	6.5	0.14	42.77	5.72	0.8792	III
300	46	6.5	0.115	58.18	6.97	0.7222	III
301	60.7	6.5	0.203	158.64	17.62	1.2748	III
302	60.7	6.5	0.099	169.87	21	0.6217	III
303	62.8	7.1	0.158	220.76	15.56	0.9922	III
304	62.8	7.1	0.195	272.38	18.77	1.2246	III
305	63	6.7	0.06	131.37	12.26	0.3768	III
306	63	6.7	0.061	183.62	15.67	0.3831	III
307	96.8	7.1	0.102	206.45	18.82	0.6406	III
308	96.8	7.1	0.159	235.98	22.085	0.9985	III
309	115.2	7.1	0.143	94.49	7.73	0.898	III
310	115.2	7.1	0.15	132.96	11.12	0.942	III
311	121	6.8	0.137	320.32	45.45	0.8604	III
312	5.3	5.3	0.051	65.587	7.66	0.32028	I
313	6.3	5	0.036	37	3.77	0.22608	I
314	6.3	5	0.036	47.29	3.9	0.22608	I
315	9.5	5.2	0.03	97.33	6.79	0.1884	I
316	9.5	5.2	0.037	52.03	4.9	0.23236	I
317	10.9	4.5	0.042	45.35	2.55	0.26376	I
318	14.4	5.2	0.025	73.04	4.22	0.157	I
319	14.4	5.2	0.034	81.22	5.34	0.21352	I
320	17.9	5.3	0.033	31.43	3.09	0.20724	I
321	17.9	5.3	0.043	25.029	2.81	0.27004	I
322	22	4.5	0.03	97.33	6.79	0.1884	I

323	22	4.5	0.039	52.1	4.9	0.24492	I
324	22	5.2	0.03	97.33	6.79	0.1884	I
325	22.3	5.3	0.047	17.1	1.059	0.29516	I
326	22.3	5.3	0.028	13.71	0.82	0.17584	I
327	30.3	5.1	0.04	18.14	1.789	0.2512	I
328	30.3	5.1	0.052	12.83	1.56	0.32656	I
329	32.2	5.4	0.021	15.18	1.218	0.13188	I
330	37.6	4	0.024	4.676	0.22	0.15072	I
331	37.6	4	0.032	14.02	0.677	0.20096	I
332	39.3	4.2	0.022	1.17	0.08	0.13816	I
333	39.3	4.2	0.035	1.264	0.104	0.2198	I
334	63.2	4	0.036	1.006	0.1	0.22608	I
335	63.2	4	0.045	0.943	0.101	0.2826	I
336	67.6	4	0.034	0.767	0.068	0.21352	I
337	67.6	4	0.038	0.59	0.062	0.23864	I
338	80	5	0.052	3.072	0.389	0.32656	I
339	80	5	0.07	3.608	0.493	0.4396	I
340	109.7	4.9	0.049	7.745	0.684	0.30772	I
341	109.7	4.9	0.037	5.082	0.485	0.23236	I
342	2	5.7	0.051	105.64	14.14	0.32028	I
343	2	5.7	0.047	208.81	25.014	0.29516	I
344	2	5.7	0.03	45.39	4.044	0.1884	I
345	2	5.7	0.041	63.89	7.299	0.25748	I
346	2	5.7	0.06	77.168	7.71	0.377	I
347	2	5.7	0.065	82.55	11.23	0.408	I
348	6	6	0.051	875.53	105.01	0.32	I
349	9	6.1	0.052	221.5	22.939	0.327	I
350	9	6.1	0.062	317.79	29.667	0.389	I
351	9	6.1	0.048	45.71	5.47	0.301	I
352	9	6.1	0.046	51.38	6.6	0.289	I
353	9	6.1	0.063	87.209	8.456	0.396	I
354	12.5	6	0.046	210.87	10.303	0.289	I
355	12.5	6	0.049	159.478	12.109	0.308	I
356	13	6	0.051	1764.045	162.45	0.32	I
357	13	6	0.045	2494	220.939	0.283	I
358	14	6.2	0.061	306.514	29.976	0.383	I
359	14	6.2	0.039	184.66	17.11	0.245	I
360	14.5	6	0.05	439.3	27.64	0.314	I
361	15.4	6	0.037	325.91	6.826	0.232	I
362	15.4	6	0.038	325.91	6.826	0.239	I
363	15.7	5.9	0.052	702.19	51.107	0.327	I

364	16	6.1	0.049	49.48	3.075	0.308	I
365	16	6.1	0.054	95.04	10.488	0.339	I
366	16.6	6.1	0.06	412.44	41.789	0.377	I
367	17.6	5.7	0.046	65.71	5.91	0.289	I
368	16.9	5.7	0.055	93.64	14.63	0.345	I
369	17.6	5.7	0.069	115.38	14.45	0.433	I
370	17.6	5.7	0.056	94.37	9.507	0.352	I
371	19.8	6.2	0.07	293.15	29.588	0.44	I
372	19.8	6.2	0.061	182.59	17.09	0.383	I
373	19.8	6.2	0.061	306.51	29.976	0.383	I
374	21.5	6.1	0.057	118.707	12.47	0.358	I
375	24.1	5.6	0.036	51.78	4.99	0.226	I
376	24.1	5.6	0.44	533.8	50.95	2.763	I
377	24.4	6	0.036	93.074	9.686	0.226	I
378	24.4	6	0.07	63.34	8.22	0.44	I
379	26.7	6.4	0.056	43.99	5.244	0.352	I
380	26.7	6.4	0.044	48.49	4.999	0.276	I
381	26.7	6.4	0.044	192.066	17.17	0.276	I
382	26.7	6.4	0.097	109.74	12.906	0.609	I
383	30.1	5.7	0.03	180.14	8.39	0.188	I
384	30.1	5.7	0.033	96.12	5.47	0.207	I
385	32.1	6	0.062	199.38	29.14	0.389	I
386	32.1	6	0.077	353.47	43.71	0.484	I
387	35.9	6.1	0.052	209.708	18.69	0.327	I
388	35.9	6.1	0.065	235.99	28.936	0.408	I
389	38.6	6.1	0.042	44.32	4.66	0.264	I
390	38.6	6.1	0.036	71.98	4.65	0.226	I
391	43.4	6.1	0.046	473.56	56.73	0.289	I
392	43.4	6.1	0.048	367	49.023	0.301	I
393	70.3	6	0.047	276.68	36.678	0.295	I
394	139.4	5.6	0.041	7.36	0.785	0.257	I
395	139.4	5.6	0.054	6.99	0.736	0.339	I
396	157.2	6.4	0.056	21.39	2.106	0.352	I
397	157.2	6.4	0.051	43.909	4.473	0.32	I
398	8.5	6.6	0.05	957.17	98.459	0.314	I
399	8.5	6.6	0.041	568.46	27.354	0.257	I
400	13.3	6.7	0.046	407.44	50.978	0.289	I
401	15.5	7.1	0.043	630.29	47.75	0.27	I
402	15.5	7.1	0.089	1622.17	99.798	0.559	I
403	16.9	6.6	0.061	1773.21	149.745	0.383	I
404	18.4	6.6	0.037	746.38	42.178	0.232	I

---

405	18.4	6.6	0.068	1893.14	197.2	0.427	I
406	18.7	6.6	0.047	268.247	27.303	0.295	I
407	18.7	6.6	0.046	373.72	25.803	0.289	I
408	22.6	6.6	0.053	92.066	7.132	0.333	I
409	22.6	6.6	0.041	90.48	9.715	0.257	I
410	24.5	6.6	0.088	274.068	36.38	0.553	I
411	25	6.6	0.036	1673.87	115.911	0.226	I
412	25	6.6	0.062	1372.78	123	0.389	I
413	26.9	7.1	0.88	250.264	29.64	5.526	I
414	26.9	7.1	0.062	111.286	9.27	0.389	I
415	27.9	6.6	0.048	145.76	9.846	0.301	I
416	33	6.6	0.081	90.19	7.23	0.509	I
417	33	6.6	0.058	66.8	5.955	0.364	I
418	36.7	6.5	0.057	134.54	12.718	0.358	I
419	36.7	6.5	0.046	171.2	17.076	0.289	I
420	38.1	6.8	0.076	281.24	36.727	0.477	I
421	41.5	6.5	0.062	59.96	6.15	0.389	I
422	41.5	6.5	0.055	62.99	5.617	0.345	I
423	42.7	6.6	0.032	143.39	8.379	0.201	I
424	42.7	6.6	0.053	189.55	11.282	0.333	I
425	41.5	6.5	0.081	99.39	8.88	0.509	I
426	46.4	6.5	0.059	145.88	14.547	0.371	I
427	49.3	7.1	0.058	59.4	4.923	0.364	I
428	49.3	7.1	0.081	28.87	3.789	0.509	I
429	57.7	6.9	0.049	1635.05	133.73	0.308	I
430	64.8	6.5	0.076	98.036	11.263	0.477	I
431	64.8	6.5	0.088	97.279	12.774	0.553	I
432	69	6.6	0.048	34.31	2.263	0.301	I
433	73.5	7.1	0.088	76.87	8.76	0.553	I
434	73.5	7.1	0.077	70.11	8.022	0.484	I
435	97.8	7.1	0.09	45.57	4.56	0.565	I
436	99.4	7.1	0.074	81.82	9.118	0.465	I
437	128.8	7.2	0.095	22.77	1.52	0.597	I

---

## 个人简历 在学期间发表的学术论文及研究成果

个人简历:

姚雯, 女, 1988年6月生。

2011年6月毕业于长安大学土木工程专业, 获工学学士学位

2011年9月进入同济大学结构工程专业攻读硕士学位

已发表论文:

Tang H S, Yao W, Deng L X, et al. Evidential Uncertainty Quantification of Dynamic Response Spectrum Analysis [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 501: 690-69

