



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析

(国家自然科学基金项目资助 编号: 51178337, 50708076)

(科技部国家重点实验室基础研究项目 SLDRCE11-B-01)

(国家科技支撑计划 2013BAG19B01)

姓 名: 李晶晶

学 号: 1130553

所在院系: 土木工程学院

学科门类: 工学

学科专业: 结构工程

指导教师: 唐和生 副教授

二〇一四年五月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A thesis submitted to

Tongji University in conformity with the requirements for

the degree of Master of Science

**Uncertainty analysis on fatigue damage
prognosis based on evidence theory**

(Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.51178337, 50708076), Basic Research of the State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering of Tongji University (Grant No. SLDRCE11-B-01) and Key Technologies Research and Development Program of China (2013BAG19B01))

Candidate: Li Jingjing

Student Number: 1130553

School/Department: Civil Engineering Department

Discipline: Engineering

Major: Structure Engineering

Supervisor: Associate Prof. Tang Hesheng

May, 2014

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

实际使用中的构件往往存在初始裂纹或缺陷，当其受到循环荷载作用时，初始裂纹将会不断扩展，从而导致疲劳破坏。在疲劳损伤分析中存在各种来源的不确定性，如：荷载条件的随机性、材料参数的离散性、试验数据的有限性、裂纹扩展模型的不精确性等。这些不确定性的存在将对疲劳损伤预后产生影响。

本文在疲劳损伤预后中考虑了裂纹扩展模型中的认知不确定性，提出了基于证据理论和微分演化区间优化算法的不确定性量化方法。

研究工作主要包括以下内容：

(1) 首先简要回顾了疲劳损伤的研究概况，介绍了疲劳损伤分析中存在的不确定性的来源及不确定性量化方法，并且总结了目前疲劳损伤预后不确定分析已取得的成果。

(2) 建立了基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析方法。采用证据理论进行参数不确定表达，把基于证据理论的不确定传播问题抽象为在一定区间上寻求系统响应极值的问题，并将微分演化算法应用于不确定传播过程的计算。

(3) 针对 Paris 裂纹扩展模型对 2024-T42 铝合金的 CCT（中心裂纹受拉）试样进行了疲劳损伤预后不确定分析，讨论了 Paris 模型参数独立和相关两种情况对损伤预后的影响，并与实际试验数据进行了比较，发现在参数相关情况下的预后结果是合理的。将基于证据理论和微分演化算法的结果与区间分析和概率理论结果进行比较，验证了该算法对不确定量化分析的有效性和优越性。

(4) 将 Paris 模型、Walker 模型和 Forman 模型的疲劳损伤预后结果进行了比较，研究各模型的适用性，并探究应力比对疲劳寿命的影响。

(5) 为了验证本文所提出方法的有效性，将该方法应用于其他金属材料的疲劳损伤预后和非等幅加载损伤累积的不确定分析中。

最后，对本文的研究进行了总结，给出了相关结论，并指出进一步研究中的展望。

关键词：疲劳损伤，证据理论，不确定分析，微分演化算法

ABSTRACT

Initial cracks often exist in members in practical engineering, which will propagate under cyclic loading and cause fatigue failure. In the process of fatigue crack growth analysis, the various sources of uncertainty include, but not limited to, variability in loading conditions, material parameters, experimental data, model uncertainty, etc. These uncertainties will have impact on fatigue damage prognosis.

This study presents an evidence theory and differential evolution (DE) algorithm based uncertainty quantification (UQ) approach for fatigue damage prognosis under epistemic uncertainty in crack growth model.

The paper mainly contains:

(1) Firstly, the study on fatigue crack is briefly reviewed. The sources of uncertainty during the process of fatigue crack growth analysis and uncertainty quantification (UQ) approaches are introduced. The research achievements about fatigue damage prognosis has been made are summarized.

(2) Paris formula is selected as the crack growth model, and the uncertainty analysis about fatigue damage prognosis are carried out based on evidence theory. The model parameters C and m are obtained by the fatigue test data about CCT (centre cracked tensile) specimens in literature, the uncertainty of which is represented by evidence theory. Uncertainty propagation based on evidence theory is actually to find the maximum and minimum values of the system response which will be solved by differential evolution algorithm.

(3) Prognosis is respectively carried out in the case that parameters of Paris model are independent or related. The results of the two cases are compared with the actual lifetime, finding that the prognosis is reasonable when two parameters are related. The result of the approach based on evidence theory and differential evolution algorithm is compared with results of interval arithmetic and probability theory, and the efficiency and superiority of the proposed approach in uncertainty quantification are verified.

(4) The prognosis results based on Paris model, Walker model and Forman model are compared with each other and the applicability of the three models is investigated. The impact of stress ratio R on fatigue life prediction is also explored.

(5) In order to validate the efficiency of the proposed approach, the approach is

applied in fatigue damage prognosis for other metal material and uncertainty analysis of damage accumulation under non-constant amplitude loading.

Finally, the research work is summarized and some conclusions about the study are drawn, and the further research problems are indicated too.

Key Words: fatigue damage, evidence theory, uncertainty analysis, differential evolution algorithm

目录

第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 疲劳损伤分析方法	2
1.3 疲劳损伤分析中的不确定性来源	5
1.4 不确定性量化方法	6
1.4.1 不确定性的表达方法	6
1.4.2 不确定表达方法的选择	8
1.4.3 证据理论处理不确定性面临的问题	8
1.4.4 不确定性的传播	9
1.5 疲劳损伤不确定分析现状	9
1.6 本文的研究意义、目的和内容	10
1.6.1 研究意义和目的	10
1.6.2 主要研究内容	11
第二章 基于证据理论的不确定分析方法	13
2.1 引言	13
2.2 不确定性表达的证据理论	13
2.2.1 证据理论基本概念	14
2.2.2 不确定信息的提取	16
2.3 不确定传播的微分演化优化算法	18
2.3.1 不确定传播的数学描述	18
2.3.2 微分演化区间优化算法	19
2.3.3 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程	21
2.4 本章小结	21
第三章 Paris 模型下基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析	23
3.1 引言	23
3.2 基于断裂力学的疲劳损伤分析	24
3.2.1 裂纹的类型	25
3.2.2 疲劳裂纹扩展速率	26
3.2.3 影响疲劳裂纹扩展速率的因素	27
3.2.4 几种疲劳裂纹扩展模型	28
3.2.5 Miner 损伤累积准则	29
3.3 试验数据介绍	30
3.4 Paris 模型参数计算	31
3.5 基于 Paris 模型的疲劳裂纹扩展寿命计算	36

3.6 基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析	37
3.6.1 基于证据理论的不确定表达	37
3.6.2 基于证据理论的预后不确定分析	38
3.7 三种方法疲劳损伤预后不确定分析的比较	40
3.7.1 基于区间法的预后不确定分析	41
3.7.2 基于概率理论的预后不确定分析	41
3.7.3 三种方法预后结果的比较分析	42
3.8 本章小结	43
第四章 其他裂纹扩展模型下基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析	45
4.1 引言	45
4.2 基于 Walker 模型的疲劳损伤预后不确定分析	45
4.2.1 Walker 模型参数计算	46
4.2.2 Walker 模型参数不确定的证据理论表达	46
4.2.3 基于 Walker 模型的疲劳损伤预后	47
4.3 基于 Forman 模型的疲劳损伤预后不确定分析	50
4.3.1 Forman 模型参数计算	50
4.3.2 Forman 模型参数不确定性的证据理论表达	51
4.3.3 基于 Forman 模型的疲劳损伤预后	52
4.4 应力比 R 对疲劳寿命影响的探讨	52
4.4.1 应力比 $R=0.1$ 的情况	53
4.4.2 应力比 $R=0.7$ 的情况	54
4.4.3 应力比对疲劳寿命的影响	56
4.5 三种裂纹扩展模型预后的比较	56
4.6 Ti-6Al-4V 合金试件的疲劳损伤预后不确定分析	57
4.6.1 试件介绍	57
4.6.2 Ti-6Al-4V 合金参数不确定性的证据理论表达	58
4.6.3 Ti-6Al-4V 合金疲劳损伤预后不确定分析	58
4.7 基于 Miner 准则的非等幅加载损伤累积不确定分析	59
4.8 本章小结	60
第五章 总结与展望	61
5.1 本文工作总结	61
5.2 本课题继续研究展望	62
致谢	63
参考文献	65
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果	69

第一章 绪论

1.1 引言

早在 20 世纪初期，人们在使用各种材料尤其是金属材料的长期实践中，就已经观察到大量的断裂现象，注意到结构的脆性断裂问题。1920 年，英国的 Griffith 尝试解释玻璃的实际强度远低于理论强度的原因，他以材料内部存在缺陷的观点为基础，提出在一定条件下，微小缺陷或裂纹将失稳扩展，导致材料或结构的破坏。

从下面几个例子中可看出裂纹对结构破坏的影响：

(1) 1969 年美国 F-111 飞机在执行飞机训练途中，做投弹恢复动作时，左翼脱落，导致飞机坠毁。当时的飞机速度、总重量和过载等指标远低于设计指标，主要原因是制造时热处理不当，机翼枢轴出现缺陷，漏检后经疲劳荷载作用，裂纹继续扩展，最后造成低应力破坏。

(2) 1947 年苏联 4500m³ 的大型石油储罐底部和下部的壳连接处，在气温降到 -43℃ 时，形成大量裂纹，造成储罐的破坏。事后的分析认为：在焊接处，存在由焊裂、焊瘤和未焊透引起的各种应力集中，在温度降低时，储罐材料 CT₃ 钢的塑性明显下降，由于焊接和罐体的内外温差，造成较高的内应力，引起裂纹的扩展导致疲劳破坏。

(3) 20 世纪 50 年代初，美国北极星导弹固体燃料发动机壳体在试验时发生爆炸，材料用 $\sigma_s=1372\text{MN}/\text{m}^2$ 的高强度合金，传统的强度和韧性指标全部合格，而且爆炸时的工作应力远低于材料的许用应力。事后多方面研究认为：破坏是由宏观裂纹（深为 0.1~1mm）引起的，裂纹源可能是焊裂、咬边、杂质和晶界开裂等。

从上述几个典型事故可以看出，脆断总是由宏观裂纹引起的。这种裂纹由冶金夹杂物、加工和装配、疲劳载荷、工作环境（如介质、高温等）等引起。对于大多数结构和零件来说，宏观裂纹的存在是不可避免的。带裂纹材料的强度，取决于材料对裂纹扩展的抗力，这种抗力由材料内部属性决定。

随着现代生产的发展，新材料、新产品和新工艺的不断出现，在产品安装、试验和运行过程中，往往发生脆断事故，多数事故在低于材料的屈服极限时发生，造成严重的损失。通过对大量破坏事故的研究，人们发现低应力脆性破坏的主要原因是实际结构中存在着各种缺陷或裂纹，这些裂纹的存在显著地降低了结构材

料的实际强度。实际使用中的构件往往受到循环荷载的作用，具有初始裂纹或缺陷的构件，即使这些初始裂纹或缺陷未达到失稳扩展的临界尺寸，但在交变应力作用下，将会逐渐扩展，导致疲劳破坏。疲劳破坏时一般都没有明显的塑性变形，对工程结构的危害很大，甚至产生灾难性的事故，因此研究疲劳损伤具有重要意义。

“预后”一词引自医学，原指预测疾病的可能病程和结局，它既包括判断疾病的特定后果（如康复，某种症状、体征和并发症等其它异常的出现或消失及死亡），也包括提供时间线索（如预测某段时间内发生某种结局的可能性）。引用在本文中指预测结构构件疲劳裂纹在一定时间内的扩展情况，得到疲劳荷载作用下的疲劳寿命，以及预测结构构件在存在一定尺寸裂纹后的剩余疲劳寿命。

1.2 疲劳损伤分析方法

构件上作用的荷载往往随时间交替变化，裂纹在这种交变应力下的扩展称为疲劳裂纹的扩展，从而产生的破坏称为疲劳破坏。疲劳破坏将对结构构件产生灾难性的影响，因此对疲劳损伤的研究日益受到关注。

19 世纪 40 年代随着断裂力学的兴起，人们对于材料疲劳寿命的研究重点逐渐由不考虑裂纹的传统疲劳转向了主要考察裂纹扩展的断裂疲劳。尽量准确地估算构件的疲劳寿命是人们研究材料疲劳扩展行为的一个重要目的。然而，材料的疲劳裂纹扩展研究涉及了力学、材料、机械设计与加工工艺等诸多学科，材料、载荷条件、使用环境等诸多因素都对疲劳破坏有着显著的影响，这给研究工作带来了极大困难。正因为此，虽然对于疲劳损伤的研究取得了大量有意义的研究成果，但仍有很多问题存在着争议。

近 20 年来，我国在材料疲劳损伤领域的研究主要以实际应用为背景，针对广泛应用的各种合金钢和铝合金进行^[1-5]。研究内容主要包括：①材料组织、力学性能、应力比、低温环境、盐水环境、载荷波形以及随机因素在对裂纹扩展行为的影响；②通过建立各种数学模型对裂纹扩展的寿命进行估算，对裂纹扩展曲线进行拟合，对各影响参数和裂纹扩展速率的关系进行描述；③疲劳变形机理和小裂纹的扩展机理。

在研究方法上，人们通常使用线弹性断裂力学方法来研究裂纹的扩展问题。实践证明，对绝大部分材料而言，用这种方法处理的裂纹扩展速率试验结果可完全适用于工程中对含缺陷构件裂纹扩展寿命的预测。

对疲劳损伤已进行的研究主要采用两种不同种类的方法来预测疲劳寿命。

第一种方法基于材料疲劳试验生成 $S-N$ 曲线，并假定损伤累积法则^[6]来预测

试件的疲劳寿命。 $S-N$ 曲线是以材料标准试件疲劳强度 S 为纵坐标, 以疲劳寿命的对数值 $\lg N$ 为横坐标, 表示一定循环特征下标准试件的疲劳强度与疲劳寿命之间关系的曲线, 即应力—寿命曲线。我们通常所说的材料的 $S-N$ 曲线, 是指把原材料做成圆棒形、在指定的加工精度等级和热处理工艺下的标准试件, 得到拉、压、弯曲和扭转作用下的疲劳寿命, 从而得到的相应的 $S-N$ 曲线。由于生成 $S-N$ 曲线的试件是在实验条件下受到重复循环荷载的作用, 得出的结果是针对具体的结构几何形式和荷载性质, 而这些构件在实际使用的条件与实验条件有很大区别, 实际使用中不同来源的不确定性使实验研究作用减小, 并且重复的试验会带来很大的工作量。这些问题导致 $S-N$ 曲线在实际应用中具有一定的局限性。

第二种方法是基于断裂力学原理的裂纹扩展分析^[7~11]。首先假定一个裂纹扩展公式, 然后对裂纹累进的扩展进行建模, 这种方法的难点在于每个荷载周期内应力强度因子的计算以及对裂纹累进扩展的建模。基于断裂力学的分析方法具有较强的理论基础, 并且不完全依赖试验, 应用较为广泛, 本文将其应用于对疲劳损伤的预后中。

带裂纹材料的强度, 取决于材料对裂纹扩展的抗力, 这种抗力由材料内部属性决定。断裂力学应用弹、塑性理论和新的实验技术, 研究裂纹尖端附近的应力、应变场和裂纹的扩展规律^[12]。

构件的断裂往往可以分为以下几个阶段:

(1) 裂纹的生成——①由于环境(疲劳、腐蚀介质、高温和联合作用等)的影响, 在构件的圆角应力集中处, 经过一段使用时间产生宏观微小裂纹; ②材料中本身存在缺陷; ③在加工过程中出现裂纹。

(2) 裂纹的亚临界扩展——由于环境的影响, 在工作过程中, 宏观微小裂纹逐步缓慢地扩展。

(3) 断裂开始——在工作应力下, 裂纹逐渐扩展, 达到临界长度, 构件突然失稳破坏。

(4) 断裂传播——失稳的裂纹以高速传播。

(5) 断裂停止——裂纹失稳后可以穿过整个结构, 使构件破坏; 或在一定条件下, 裂纹停止。

从工程应用角度看, 断裂力学与材料力学类似, 是材料力学的发展与充实。断裂力学即在大量实验的基础上研究带裂纹材料的断裂韧度(属于广义的材料强度范围), 带裂纹构件在各种工作条件下裂纹的扩展、失稳和止裂的规律, 并应用这些规律进行设计, 以保证产品的构件安全可靠。

断裂力学和材料力学的区别在于材料力学研究完整的材料, 而断裂力学研究带裂纹的材料。虽然断裂力学是材料力学的发展和补充, 但是断裂力学的设计思

想与材料力学的设计思想不同，其差别可以从以下几方面来看。

(1) 静载荷情况

在静载荷作用下，传统强度条件是要使最大计算应力小于材料强度指标，即：

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_s / n_s \quad (\text{屈服}) \quad (1.1)$$

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_b / n_b \quad (\text{破坏}) \quad (1.2)$$

式中， σ_s 和 σ_b 分别为材料的屈服极限和强度极限； n_s 和 n_b 为相应的安全系数。

经大量带表面裂纹的高强度钢试件拉伸试验，证明其断裂应力与裂纹深度 a 的平方根成反比，即

$$Y\sigma_c \sqrt{\pi a} = K_{IC} \quad (1.3)$$

式中， σ_c 是试件所受的断裂应力； a 是裂纹深度； Y 是形状系数，与试件的几何形状、载荷条件和裂纹位置有关；常数 K_{IC} 是材料的断裂韧性，是表示材料抵抗裂纹失稳扩展能力的一个屋里参量。已知裂纹深度 a ，则式 (1.3) 可写成

$$\sigma_c = \frac{K_{IC}}{Y\sqrt{\pi a}} \quad (1.4)$$

或已知工作应力 σ ，则有 $a_c = \frac{K_{IC}^2}{Y^2 \pi \sigma^2}$ (1.5)

式 (1.4) 中的 σ_c 称为剩余强度，式 (1.5) 中的 a_c 称为临界裂纹尺寸。

断裂应力和裂纹深度的关系如图 1.1 所示，由图可以看出，随着裂纹深度的增加，断裂应力值降低的很快。

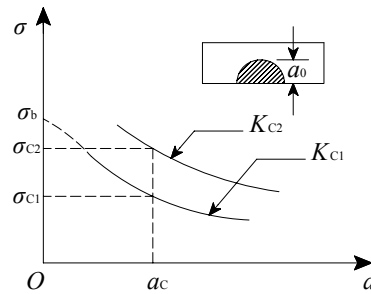


图 1.1 断裂应力和裂纹深度的关系

令式 (1.3) 中 $Y\sigma\sqrt{\pi a} = K_I$ ，则断裂力学中的裂纹失稳准则是

$$K_I \leq \frac{K_{IC}}{n} \quad (1.6)$$

式中， K_I 称为裂纹尖端的应力强度因子； n 是相应的安全系数。

因为断裂力学考虑了裂纹的存在，根据裂纹失稳准则得出的断裂应力与传统的强度条件得出的结果不一定相同。例如，有两种材料：第一种材料的 σ_{s1} 和 σ_{b1} 较高，但是断裂韧性 K_{IC1} 比较低；第二种材料的 σ_{s2} 和 σ_{b2} 较低，但是断裂韧性 K_{IC2} 比较高。则在相同的裂纹深度的情况下，后一种材料的断裂应力较高，选用这种材料有利。所以，盲目的追求高强度材料，并不能保证构件的安全可靠。

(2) 循环载荷情况

传统的疲劳设计是用光滑试件作 $S-N$ 曲线, 求出下限应力 σ_{-1} , 称为疲劳极限, 最大工作应力应满足

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{-1} / n_{-1} \quad (1.7)$$

式中, n_{-1} 为循环载荷时安全系数, 并且认为凡有缺陷的构件, 一件也不能应用。

断裂力学的观点是: 带裂纹的构件, 只要裂纹不到临界长度 (或深度), 仍可使用; 在循环载荷作用下, 裂纹缓慢扩展, 直至达到临界长度时, 构件才失稳破坏, 作用载荷每循环一周, 裂纹的扩展量 da/dN 是材料的一个指标, 表明材料抵抗裂纹扩展的能力。

1.3 疲劳损伤分析中的不确定性来源

根据不确定性的主要来源, Oberkampff^[13]和 Helton^[14]将不确定性分为两类, 一是由于系统固有的不稳定、噪声、干扰等引起的偶然不确定; 二是由于知识的缺乏、信息的不完整等所导致的认知不确定性。偶然不确定性也被称为不可消除减小的不确定性和客观不确定性, 可以使用概率理论进行建模分析。认知不确定性是主观的, 也称为主观不确定性, 随着认识的增加, 是可以减小的。在疲劳损伤分析中同时存在着偶然不确定性和认知不确定性。

首先, 在实际结构上作用的荷载本身具有随机性, 构件的几何形状和边界条件也具有一定的变化性, 同时构件的材料性质多数由试验确定, 受到试验条件的不同和试验数据的离散性的影响。

其次, 对疲劳寿命预测最严谨的方法是用真实初始裂纹开始进行裂纹扩展分析, 然而通常情况初始裂纹尺寸不能被准确的计算出来, 而且如果初始裂纹尺寸在小裂纹阶段, 将无法用 Paris 公式等常用裂纹扩展模型来描述小裂纹的扩展 (图 1.2), 于是引入等效初始裂纹尺寸 (EIFS)^[15]来解决, 通过不同的计算方法来得到 EIFS。用来计算 EIFS 的材料性质通过试验测量, 测量数据的离散性将导致 EIFS 中的不确定性。

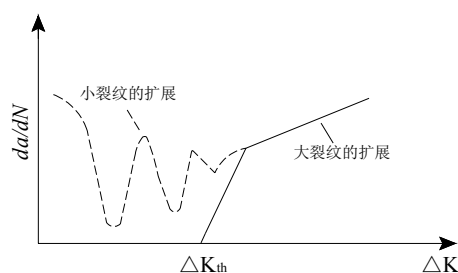


图 1.2 小裂纹扩展原理图

再次，目前已提出很多种不同的裂纹扩展模型，不同模型的存在说明了这些模型中没有一个是普遍的应用于所有的裂纹扩展问题，每个模型都有自己的局限性和不精确性。用于传播裂纹的裂纹扩展公式中的参数是通过试验数据拟合得出的，具有一定的离散性。在裂纹扩展的过程中，每个荷载周期的应力强度因子都是通过当前裂纹尺寸、荷载和几何尺寸的函数得出的，在寿命计算中通常进行一定的近似或利用代理模型来代替大量的重复计算，这样的近似计算也将会有误差产生。

以上所述的不同来源的不确定性可以被划为三种不同类型——物理可变性，数据不确定性和模型不确定性：

- (1) 物理可变性
 - A. 荷载随机性
 - B. 几何形状和边界条件可变性
 - C. 材料性质离散性（断裂韧性 K_{IC} ，门槛应力强度因子 ΔK_{th} ）
- (2) 数据不确定性
 - A. 试验数据的离散性和有限性
- (3) 模型不确定性
 - A. 裂纹扩展模型的不确定性
 - a. 裂纹扩展模型的局限性和不精确性
 - b. 模型参数的不确定性
 - c. 对裂纹扩展模型的认识水平
 - B. 应力强度因子计算中的误差
 - a. 计算公式的近似带来的误差
 - b. 代理模型的误差

1.4 不确定性量化方法

在疲劳损伤分析中存在 1.3 中所述的多种不确定性，其中既包括偶然不确定性又包括认知不确定性，所以在疲劳损伤分析中考虑这些不确定性，研究不同种类不确定性的量化方法，提出不确定作用下的预后方法是很有必要的。在不确定分析中，不确定性的量化过程包括不确定表达和不确定传播两个重要部分，下面将分别进行讨论。

1.4.1 不确定性的表达方法

在很长一段时间内，概率理论是处理不确定性问题的最普遍的方法，尤其当

不确定变量的概率分布是已知时，基于概率理论的方法是最好的分析方法。但到 20 世纪下半叶，随着对大量不确定性问题研究的深入，概率理论的局限性渐渐体现出来，因为在统计数据较少或计算模型不够精确时，通过信息不精确引起的认知不确定性无法用概率理论来描述，于是许多不确定理论相继被提出来解决各类不确定问题。下面对一些常用的不确定表达理论进行简单介绍^[16]：

(1) 概率理论

概率理论适合分析客观不确定，需要已知不确定变量的概率分布，采用单一概率值来表示事件发生的可能性大小。

(2) 区间分析^[17]

区间分析是凸集合理论的特例，适用于仅不确定性参数的上、下界可知的情况。它将任一不确定参数可能的变动范围通过一区间表示，即并不需要知道其精确的概率分布或其他信息。在区间数学中，区间被定义为一种新类型的数的“区间数”，可以通过特定的法则进行基本运算。

(3) 区间概率^[18-19]

区间概率以概率理论为基础，适用于不能精确获知事件概率的情况。区间概率应用概率测度来估计特定事件发生的真实概率的上下界限。该方法可以与条件概率结合，以考虑事件之间的相关性。

(4) 可能性理论^[20-21]

可能性理论是定义参数正好取某特征值的可能性程度。尽管容易混淆，但是可能性理论适合于处理不精确的不确定性，而概率理论则适用于模拟事件发生的可能性。可能性理论以可能性测度来判断参数是否可能取某特值，然后再以必然性测度量化该参数的程度。

(5) Info-Gap 理论^[22-25]

Info-Gap 理论是针对有限信息条件下不确定性问题的处理方法，能处理“严重不确定性”问题的理论，即仅能获知不确定性参数假定的名义值，但无法获得不确定性参数其他信息的问题。

(6) 证据理论

在证据理论中，由互不相容的基本命题（假定）组成的完备集合称为识别框架，表示对某一问题的所有可能答案，但其中只有一个答案是正确的。该框架的子集称为命题。分配给各命题的信任程度称为基本概率分配（BPA，也称为 mass 函数）， $m(A)$ 为基本信任函数，反映着对命题 A 信任度的大小。通常概率理论可看作证据理论的特例，但是证据理论能满足比概率理论更弱的条件；既能够处理认知不确定，也能够处理偶然不确定。

1.4.2 不确定表达方法的选择

前面所介绍的不确定理论都有各自的优势,在实际工程中需要根据不确定性类别和知识水平来选择最适合的处理理论。下面以三种典型的方法(区间分析、证据理论、概率理论)为例进行介绍,如图 1.3 所示。

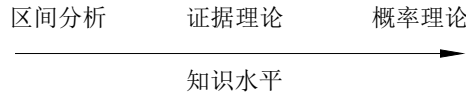


图 1.3 知识水平与不确定性理论的关系

当对问题的不确定性信息知之甚少时,就难以获得很多的统计数据来描述不确定参数的概率分布或隶属函数。区间分析方法仅需要知道不确定量的界限而不需要知道其具体的分布形式或隶属函数,这就大大降低了对原始数据的要求,此时用区间分析会获得较好的结果。

当对问题的认知非常完备,具有足够的信息描述不确定参数的概率特征时,概率理论是一种较为理想的分析和设计模型。但很多情况下,可得到的关于不定参量的数据信息可能不足以精确定义概率参数,在实际工程中,获得这些统计数据往往需要花费大量的费用和长期的积累,也还有很多必要的信息很难获得或者根本不可能获得。所以在概率随机模型问题的实际求解中,对随机变量的分布类型及其相应参数,决策者往往做出一定程度上的近似和假设,从而对结果造成一定的误差。

证据理论在不确定性信息处理方面具有很强适应性。它具有比较强的理论基础,既能处理随机性导致的偶然不确定性,又能处理不具体性导致的认知不确定性,而不需要做出任何额外的假设;在数学结构上,由于证据理论把点值函数形式推广到集合函数形式,其研究的基本对象是集合和区间数,因而证据理论在表达和处理不具体性上体现了很好的优势。近来证据理论已经成功应用在一些工程领域中^[26-30],本研究首次将证据理论引入用于疲劳裂纹扩展分析中的不确定性表达。

1.4.3 证据理论处理不确定性面临的问题

虽然证据理论适合处理偶然不确定性和认知不确定性,但是证据理论应用于不确定分析的主要困难之一是计算成本。不同于概率理论中的概率密度函数(PDF)或模糊理论中的可能性分布函数(模糊变量的隶属函数),在证据理论中不精确信息没有明显的函数表达。由于不确定变量由许多非连续集来表达,而不是一个平滑和连续的显函数,因此使用证据理论量化不确定性时的繁重计算成

本是不可避免的。

1.4.4 不确定性的传播

不确定性的传播本质上就是已知系统在不确定输入的条件下,求系统响应的不确定性,如图 1.4 所示。图中 x 是不确定变量, d 是确定变量, f 是一不确定系统, y 是系统响应。

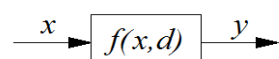


图 1.4 不确定传播过程

对于概率理论所表达的不确定变量,可采用采样法来进行不确定的传播,具体做法是生成所需要数量的服从已知分布或假设分布的样本点,每个样本点经过系统传播生成相同数量的响应点,进而对输出结果进行概率分析,得到响应的不确定分析结果。在采样法中,解的精确性完全依赖于采样点数,随着不确定变量以及不确定区间数量的增加,计算量是几何级别的增加,所以采样法往往会耗费很长时间。

对于采用证据理论等基于区间表达的不确定变量,其不确定传播本质上是在一定区间上寻求系统响应的极值问题,可以采用优化方法来解决。在众多优化方法中,本文采用微分演化区间优化方法(Differential Evolution, DE)^[31-32]来解决基于证据理论表达的不确定性传播问题。微分演化算法可以极大的降低计算量,具有很好的计算精度和效率,在此作简要介绍:

微分演化是在 1995 年由 Storn 和 Price 共同提出的一种求解连续空间域全局最优解的一种优化技术。它是一种基于群体差异的演化算法,包含变异、交叉和选择三项基本操作,通过若干代种群演化操作不断舍弃劣质解,保留优质解,最终获取满足问题的近似全局最优解。DE 具有算法简单,控制参数少,易于实现等优点。同时,特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况,以调整其搜索策略。1997 年 Storn 和 Price 又对微分演化进行了更全面的论述,提出了更多微分演化模式,探讨了各参数的取值方法,并通过对一组测试函数的数值计算表明,微分演化算法在绝大多数情况下比模拟退火以及遗传算法等其它演化算法具有更强的寻优能力,在求解非凸、多峰、非线性数值优化问题中表现出较强的稳健性,已经被应用于很多领域的优化问题。

1.5 疲劳损伤不确定分析现状

在疲劳损伤分析中存在多种不确定性,这些不确定性会在分析的不同阶段出现,很难找到合适的模型来描述不同分析阶段的不确定性的相互作用。很多结构

分析者针对不同种类的不确定性,采用不同的不确定量化方法对裂纹的疲劳行为作出了预测。

对偶然不确定性的量化相对简单,通常采用概率理论分析, Monte Carlo 采样法是一种最常用的方法。不确定变量的概率特征或分布可以通过变量的矩, Karhunen-Loeve 技术^[33]和多项式混沌展开技术^[34]来得到。Besterfield^[35]将概率有限元分析与可靠性结合起来,用于预测板的裂纹扩展。Liu 和 Mahadevan^[36]提出等效初始裂纹(EIFS)的概念,利用 Monte Carlo 采样法来预测概率疲劳寿命。Patrick 等^[37]采用贝叶斯技术推断 EIFS,通过 Paris 公式进行直升机传动部件的概率疲劳寿命预测。Sankararaman 和 Ling 等^[38]提出代理模型的概念来对具有复杂几何形状并且受到变振幅多轴荷载的结构进行裂纹扩展分析,对代理模型误差带来的不确定性进行了量化。Sarkar^[39]将 Wiener 混沌展开方法来估计随机振动结构的疲劳损伤。Beck 和 Gomes^[40]将多项式混沌用来表达随机裂纹扩展数据,其中认为金属中的裂纹扩展是一个随机过程。Riahi^[41]提出随机配点法用于随机裂纹扩展的预测。Zhao^[42]将随机配点法和贝叶斯方法结合起来用于金属材料的疲劳裂纹预后,其中给定随机参数为一定的分布类型,例如正态分布。与 Monte Carlo 采样法相比,这种方法具有更高的效率,可以节省时间并且获得更精确的预测结果。然而,当没有足够的数据或者信息缺乏时,将不能获得概率分布函数或高阶统计矩,传统的概率方法将不适用于疲劳寿命预测问题。在这种情况下,需要一种在信息量较低的情况下可以使用的新方法。

与偶然不确定性不同,对于认知不确定性,通常没有足够的数据来获得不确定变量的概率描述,于是一些主观概率描述和基于区间描述的非概率方法被提出来处理认知不确定性。Worden 和 Manson^[43]根据给定 Paris 模型参数的变化范围,采用区间算法,研究了参数不确定性对金属板寿命估计的影响。Surace 和 Worden^[44]进一步在区间算法的框架内对损伤发展进行了研究。

在以往的研究中,对疲劳裂纹扩展中偶然不确定性的分析主要采用概率理论,对认知不确定性的分析主要采用区间算法,考虑的不确定性主要包括荷载条件随机性、材料参数离散性等,对数据不确定性和模型不确定性研究较少。本文将在疲劳损伤预后中考虑裂纹扩展模型的认知不确定性,并采用证据理论和微分演化算法来完成不确定性的量化。

1.6 本文的研究意义、目的和内容

1.6.1 研究意义和目的

实际使用中的构件往往存在初始裂纹或缺陷,当其受到循环荷载作用时,初

始裂纹将会不断扩展,从而导致疲劳破坏。目前对疲劳损伤的研究主要采用确定性方法,但在疲劳损伤分析中存在各种不确定性,如:荷载条件、材料参数、试验数据,裂纹扩展模型等。这些不确定性将对疲劳损伤预后产生影响,对这些不确定性进行分析,进而将确定性研究方法扩展到不确定性研究方法,以提高疲劳损伤预后的可靠性。

在进行疲劳损伤不确定分析的过程中,已知信息的不完备造成了裂纹扩展模型的认知不确定性。现有试验数据是很有限的,由此拟合得出的材料参数的样本点数量较少,离散性较强,无法得到其精确的概率分布,同时对裂纹扩展模型的不同认识也会对预后结果造成很大影响,这些认知不确定性无法用传统的概率理论进行描述,需要采用非概率方法来进行分析。本文将采用证据理论来表达以上认知不确定性。

不确定性量化分析主要包含表达和传播两个重要环节,证据理论可以有效的表达疲劳损伤分析中的认知不确定性,但由于证据理论中不精确信息没有明确的函数表达以及不确定变量和焦元区间较多等原因,使得证据理论表达的不确定性在传播环节会有不可避免的繁重计算成本。为了降低计算成本,使得所提出的方法更具实用性,本文将此传播问题抽象为一个区间极值问题,用优化方法处理。

微分演化算法是一种新颖的现代启发式智能优化算法,具有鲁棒性好、收敛速度快等特点。本文将其用于基于证据理论的不确定传播过程,以提高基于证据理论不确定分析方法的计算效率和精度。

在疲劳损伤分析中由于信息不完备导致的认知不确定性无法用传统的概率理论进行描述,本课题的研究目的在于对裂纹扩展分析模型的认知不确定性进行量化,采用证据理论表达不确定性,将不确定性的传播问题转化为优化问题,用微分演化算法进行处理,提出认知不确定性作用下的疲劳损伤预后方法。

1.6.2 主要研究内容

(1) 考虑疲劳损伤分析中的裂纹扩展模型中的认知不确定性,建立基于证据理论的损伤预后模型。

(2) 为降低证据理论量化不确定性时的繁重计算成本,将不确定性的传播转化为在一定区间上寻求系统响应的极值问题,并提出用微分演化算法来解决这一问题,计算结果分别与区间算法和概率理论进行比较,对该方法的有效性进行了验证。

(3) 利用现有中心裂纹受拉金属板的疲劳试验数据,采用基于微分演化的证据理论方法量化裂纹扩展模型中的认知不确定性,并通过预后结果与实际试验

寿命值的对比，验证本文所提出认知不确定下预后方法的合理性和有效性。

(4) 研究了不同裂纹扩展模型的适用性，并探讨了应力比对疲劳寿命的影响。同时也将所提出的预后方法应用到其他金属材料的疲劳损伤预后不确定分析和非等幅加载情况的损伤累积不确定分析中。

第二章 基于证据理论的不确定分析方法

2.1 引言

根据不确定性的主要来源, Oberkampf 和 Helton 将不确定性分为偶然不确定和认知不确定两大类。当不确定的变量的概率分布是已知时, 基于概率理论的方法是最好的分析方法, 但概率模型在统计数据较少或计算模型不够精确时, 不是一种理想的模型, 因为由信息不精确引起的认知不确定性无法用传统概率论来描述。

为了更好的解决各类不确定问题, 人们相继提出了许多有发展前景的不确定性理论, 代表性的有模糊集理论、粗糙集理论、可能性理论、证据理论和区间分析等等, 其中证据理论在处理不确定方面具有很好的潜力。古典概率论最适合偶然的的不确定性, 可能性理论通常用来量化只有认知的不确定性, 而证据理论在其框架内不仅可以解决认知的不确定性, 同时也可以处理偶然的的不确定性。证据理论可以对随机、模糊、区间等不确定信息进行有效处理, 且以概率论为基础的传统可靠性问题只是证据理论的一个特例。

虽然证据理论适合处理这两种类型的不确定性, 但是证据理论应用于工程不确定分析的主要困难之一是计算成本。在证据理论中, 不确定变量由许多非连续集来表达, 不精确信息没有明确函数表达, 因此使用证据理论在量化不确定性时必然会造成繁重的计算成本。基于证据理论的不确定传播是处理不确定问题的重要环节, 其本质上是在一定区间上寻求系统响应极值问题。为了提高基于证据理论不确定分析的计算效率, 本文提出基于证据理论和微分演化算法的不确定量化分析方法。

2.2 不确定性表达的证据理论

证据理论是 Dempster^[45]首先提出, 他在 1967 年的文献中给出了上、下概率的概念, 第一次明确给出了不满足可加性的概率, 试图用一个概率范围而不是单个的概率值去模拟不确定性。Shafer^[46]证据理论实在 Dempster 工作的基础上提出的。在 Shafer 提出的证据理论中, 最重要的合成规则——Dempster 合成规则, 也是 Dempster 在研究统计问题时首先给出的, 但 Shafer 把它推广到了更一般的情形。为了纪念 Dempster 和 Shafer 在证据理论中做出的贡献, 证据理论也称为 D-S 证据理论。

证据理论具有以下优点：

- (1) 证据理论采用信任函数和似然函数，而不是概率作为度量，而不必说明精确的难以获得的概率。
- (2) 证据理论具有比较系统的理论知识，既能处理随机性所导致的不确定性，又能处理模糊性所导致的不确定性。
- (3) 证据理论可以依靠证据的积累，不断地缩小假设集。
- (4) 证据理论能将“不知道”或“不确定”区分开来。
- (5) 同概率理论相比，证据理论可以不需要先验概率和条件概率密度。

2.2.1 证据理论基本概念

概率理论在表达不确定时，将概率值分配到单个事件上，从而建立了从单点到 $[0,1]$ 上的映射。而证据理论建立的是从集合到 $[0,1]$ 的映射，这是证据理论与概率理论的重要不同点之一。

2.1.1.1 辨识框架及基本信任分配函数

假设现有某一需要判决的问题，对于该问题所能认识到的所有可能答案的完备集合用 Θ 表示，且 Θ 中的所有元素都是两两互斥的，在任一时刻，问题的答案只能取 Θ 中的某一元素，且答案可以是数值变量，也可以是非数值变量，则称此互不相容事件的完备集合 Θ 为识别框架，可表示为

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_N\} \quad (2.1)$$

式中： θ_j 称为识别框架 Θ 的一个事件或元素； N 是元素个数； $j=1,2, \dots, N$ 。

由识别框架 Θ 的所有子集组成的一个集合称为 Θ 的幂集，记作 2^Θ 。当 Θ 中有 N 个元素时，幂集 2^Θ 中就有 2^N 个元素。识别框架 Θ 的任一子集 A 都与一个问题答案的命题相对应。这个命题一般描述为“问题的答案在 A 中”。例如，判断掷骰子所出现的点数，那么 $\Theta = \{1,2,3,4,5,6\}$ ，而 $\{1\}$ 则表示“掷出的点数为1”， $\{1,3,5\}$ 则表示“掷出的点数为奇数”， $\{1,2,3,4,5\}$ 则表示“掷出的点数不为6”，即“掷出的点数为1,2,3,4,5中的某一个”。由此可见，幂集 2^Θ 中的每一个元素 A 都代表一个问题的答案的命题。

在定义了识别框架 Θ 的概念后，便可以建立证据理论的数学模型了，按照Shafer的观点，证据处理的数学模型如下：

(1) 首先确定识别框架 Θ 。只有确定了识别框架 Θ ，才能把对命题的研究转化为对集合的研究。

(2) 根据证据建立一个信任程度的初始分配，即证据处理人员对证据加以

分析，确定出证据对每一个命题本身的支持程度。

(3) 通过分析前因后果，计算出对于所有命题的信任程度。

对证据建立的信任程度的初始分配用基本信任分配函数来表示，定义如下：

设 Θ 为识别框架，基本信任分配函数 m 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射， A 表示辨识框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足下列条件：

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

式中， $m(A)$ 为事件 A 的基本信任分配函数 (BPA)，它表示证据对 A 的信任程度。 $m(\emptyset) = 0$ 反映了对于空集 (空命题) 不产生任何信度， $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$ 反映了

虽然可以给一个命题赋予任意大小的信度值，但要求给所有命题赋予的信度值之和等于 1。

$m(A)$ 也称为假设的质量函数或 mass 函数。基本信任分配函数根据检测所得到的数据构造而来，或者是人们凭经验给出的。在识别框架 Θ 下多个证据的基本信任分配函数中，对于一个子集 A ，只要有 $m(A) > 0$ ，则称 A 为焦点。

基本信任分配函数的作用是把 Θ 中的任一子集 A 都映射到 $[0,1]$ 上的一个数值 $m(A)$ 。当 $A \subseteq \Theta$ ，且 A 由单个元素组成时， $m(A)$ 表示对相应命题 A 的精确信任度；当 $A \subseteq \Theta$ ， $A \neq \Theta$ ，且 A 由多个元素组成时， $m(A)$ 虽也是对相应命题 A 的精确信任度，但却不知道这部分信任度具体应该分给 A 中的哪些元素；当 $A = \Theta$ 时，则 $m(A)$ 是对 Θ 的各个子集进行信任分配后剩下的部分，它表示不知道该如何对它进行分配。

2.1.1.2 信任函数与似然函数

信任函数 Bel 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射，如果 A 表示识别框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (2.3)$$

则 $Bel(A)$ 称为 A 的信任函数，它表示证据对 A 为真的信任程度。

关于一个命题 A 的信任仅仅用信任函数来描述是不够的，因为 $Bel(A)$ 不能反映出怀疑 A 的程度，即相信 A 的不为真的程度。因此，为了比较全面地描述对 A 的信任，需要引入似然函数，用它来表示怀疑命题 A 的程度的量。其定义如下：

似然函数 Pl 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射， A 表示识别框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A}) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (2.4)$$

函数 $Pl(A)$ 称为似然函数，它表示对 A 为非假的信任程度，即表示不怀疑 A

的程度。而 $Bel(\bar{A})$ 是对 A 为假的信任程度，即对 A 的怀疑程度。亦即： $Pl(A)$ 是比 $Bel(A)$ 更宽松的一种估计，相反 $Bel(A)$ 是比 $Pl(A)$ 更保守的一种估计，既有： $Pl(A) \geq Bel(A)$ ，称 $Bel(A)$ 和 $Pl(A)$ 分别为对 A 信任度的下限和上限，记为 $[Bel(A), Pl(A)]$ ，它表示了对 A 信任度的不确定区间，以一个概率区间而不是单一概率数值去表达不确定性。

$Pl(A) - Bel(A)$ 表示对 A 既信任又不信任的那部分，即对 A 的不确定的程度。

图 2.1 可直观地表示出证据理论中信息的不确定性。

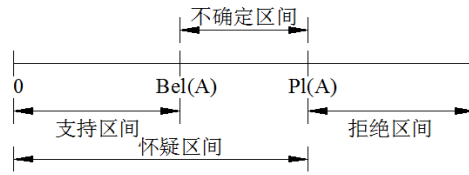


图 2.1 证据理论中信息的不确定性表示

2.1.1.3 证据理论的证据合成规则

对于认识不够透彻的认知不确定，可能会有专家提出不同研究理论或不同的数据来组成多方面的证据，这些证据可能是可靠的或者非可靠的、相互支持的或互补的，也可能是相互矛盾的或者冲突的，对此概率理论将无法处理，而证据理论则可以通过合成规则来综合考虑，将不同证据上的互补和冗余信息依据某种优化准则组合起来，产生对所研究事件的一致性描述，进而提高了最终描述的有效性。

经典的 D-S 合成规则为：假定 Bel_1 和 Bel_2 是同一辨识框架 Θ 上的两个信任函数，其相应的基本信任分配函数为 m_1 和 m_2 ，焦元分别为 A_i 和 B_j ，设 $K = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j) < 1$ ，则 D-S 合成规则为：

$$m(A) = \begin{cases} \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1 - K} & A \neq \emptyset \\ 0 & A = \emptyset \end{cases} \quad (2.5)$$

证据理论中还有很多其他的合成方法^[47]可供选择，在这里不再一一介绍。

2.2.2 不确定信息的提取

Salehghaffari 和 Rais-Rohani^[48]提出由不确定参数的已知数据点提取必要信息，并将不确定参数表达成证据理论的形式包含两个步骤：(1) 通过将所有已知数据点绘制成柱状图，将不确定参数表达成区间的形式，(2) 区分相邻区间之间的不同关系类型，用证据理论的方式来确定一种合适的信任架构。

基于以上理论，两个相邻区间之间的关系有忽略、一致和互斥三种，如图

2.2 所示，图中 A 和 B 分别是相邻区间 I_1 、 I_2 中数据点的个数。三种关系的基本信任分配函数分配见表 2.1。

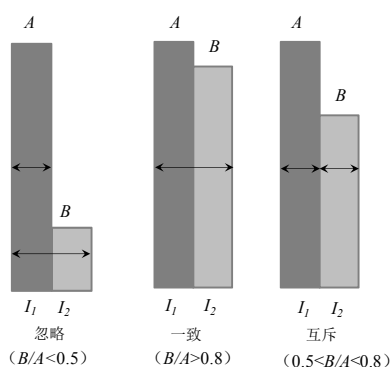


图 2.2 证据理论相邻区间的三种关系

表 2.1 证据理论三种相邻区间关系的基本信任分配函数 (BPA) 分配

关系类型 BPA 分配	忽略关系 $B/A < 0.5$	一致关系 $B/A > 0.8$	互斥关系 $0.5 \leq B/A \leq 0.8$
$m(\{I_1\})$	$A / (A+B)$	两个相邻区间可以合并成一个单一区间	$A / (A+B)$
$m(\{I_2\})$	0		$B / (A+B)$
$m(\{I_1, I_2\})$	$B / (A+B)$		0

通过以上分析，用证据理论表达不确定参量的步骤总结如下：

- (1) 搜集所有可能的不确定数据，确定表达集合空间的不确定区间；
- (2) 画出所搜集到数据的柱状图；
- (3) 找出一致的相邻不确定区间，并进行融合；
- (4) 找出包含最多数据点的区间 I_m ，辨别其与最邻近的左右区间 I_a 的关系，如图 2.3 所示；
- (5) 辨别相邻区间 I_c 与 I_a 之间的关系：
若 I_a 与 I_m 是忽略关系时：辨别 I_c 与 I_m 之间的关系；
若 I_a 与 I_m 是互斥关系时：辨别 I_c 与 I_a 之间的关系；
- (6) 按照表 2.1 中所述的 BPA 分配方法进行各区间的 BPA 分配。

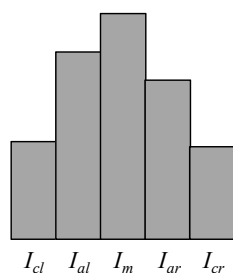


图 2.3 相邻区间关系示意图

2.3 不确定传播的微分演化优化算法

用证据理论量化的不确定变量，经过系统函数的传播之后，便可得到系统响应的不确定输出结果[Bel, Pl]，其通常用累积信任函数（CBF）和累积似然函数（CPF）表示，这一系统不确定传递分析过程包含四个主要的步骤^[49]：

(1) 确定所有不确定变量的焦元，通过不同变量焦元之间的相互组合，形成需要传播的 n 维超立方体的集合（ n 是不确定变量的个数），超立方体的每一维均代表一个不确定变量的焦元。

(2) 计算每个超立方体的合成 BPAs。

(3) 每个超立方体经过系统函数的传播后，得到相应的响应边界。

(4) 根据所有超立方体响应的最小、最大值和利用 D-S 合成规则合成系统响应 BPAs，最终形成系统输出结果的累积信任分布函数和累积似然分布函数。

第 3 步是不确定的传播过程，其涉及到在超立方体内寻找系统响应的最大和最小值，计算会非常耗时，是处理不确定问题的重要环节，下面重点进行介绍。

2.3.1 不确定传播的数学描述

用证据理论表达的不确定变量的焦元通常是一系列的区间，这样，传播就变成了在每个超立方体区间 $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$ ， $i=1, \dots, n$ 上寻求响应的最大和最小值，如图 2.4 所示。

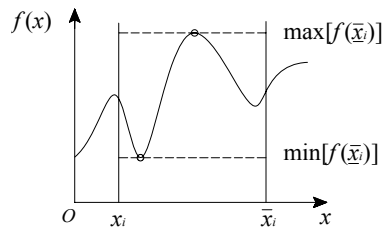


图 2.4 系统不确定的传播

在焦元区间内寻求响应的最大和最小值有两种主要的方法：采样和优化方法。采样方法的精度很大程度上取决于采样点的数目，为了提高精度只能增加采样数量，这将耗费很长时间。而优化方法则会极大的降低计算量，其本质上就是在一定区间上寻求系统响应的极值问题：

$$\text{minimize } f(x_i) \quad (2.6)$$

$$\text{subject to } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i$$

$$\text{maximize } f(x_i) \quad (2.7)$$

$$\text{subject to } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i$$

由于在实际工程的不确定传播过程中，焦元区间的数量多、系统函数形式复杂，故传统的优化算法难以解决上述复杂的优化问题，本文将利用微分演化算法来对此问题进行求解。微分演化算法是一种新颖的启发式智能算法，它结合了遗传算法的更大种群概念和进化算法的自适应变异以及采用了贪婪选择策略。这些特征使微分演化算法相比进化算法和遗传算法鲁棒性更好、收敛更快^[50]。

2.3.2 微分演化区间优化算法

微分演化 (DE) 算法的结构类似于遗传算法，是一种基于种群的优化算法，包括种群初始化、变异、交叉和选择操作。它通过种群内个体间的合作与竞争来实现对优化问题的求解。DE 算法首先在问题的可行解空间随机初始化种群，一个包含 n 个参数的优化问题可以用一个 n 维向量来描述，该向量可以表示为： $x_i=(x_{i1},x_{i2},\dots,x_{in})^T \in S, i=1,2, \dots, NP$ 。其中 NP 为种群规模， $S \in R^n$ 为优化问题的搜索空间，个体 $x_i=(x_{i1},x_{i2},\dots,x_{in})^T$ 用于表征问题解。DE 算法的基本思想是：对当前种群进行变异和交叉操作，产生另一个新种群，然后利用基于贪婪思想的选择操作对这两个种群进行一对一的选择，从而产生最终的新一代种群。具体过程如下：

(1) 变异过程

变异操作是 DE 算法最重要的思想之一，变异的目的是为了保证种群的多样性，同时利用种群中个体微量间合适的参数变化来指导已有的目标向量进行搜索，在合适的时间内不断探索周围新的区域，从而达到一个更好的结果，从而保证了搜索结果具有鲁棒性。

变异操作过程中，上一代的个体 $x_i^{(G)}, i=1,2, \dots, NP$ (其中 G 表示代数)，根据不同的变异方式进行更新则得到第 $G+1$ 子代向量 $v_i^{(G+1)}=(v_{i1}^{(G+1)},v_{i2}^{(G+1)},\dots,v_{in}^{(G+1)})^T$ 。本文采用 Storn 和 Price^[51]推荐的 DE/current-to-best/1/bin 变异方式进行优化，该变异方式对应式 (2.8)：

$$v_i^{(G+1)} = x_i^{(G)} + F_1(x_{\text{best}}^{(G)} - x_i^{(G)}) + F(x_{r_1}^{(G)} - x_{r_2}^{(G)}) \quad (2.8)$$

其中， $x_{\text{best}}^{(G)}$ 为算法第 G 代群体中适应值最小的个体； F 和 F_1 为变异因子，均为非负实数。它们的大小控制了变量间的差异，保证进化的进行。 r_1, r_2 为互不相同的整数，分别为从集合 $\{1,2,\dots,i-1,i+1,\dots, NP\}$ 中随机选出的向量编号。

(2) 交叉过程

与遗传算法相似，DE 算法中的个体经过变异后也进行交叉操作。对于群体中第 $G+1$ 代经过变异过程后的向量个体 $v_i^{(G+1)}$ 按照公式 (2.9) 进行交叉，将产生新的个体： $u_{ij}^{(G+1)}=(u_{i1}^{(G+1)},u_{i2}^{(G+1)},\dots,u_{in}^{(G+1)})^T$ 。

$$u_{ij}^{(G+1)} = \begin{cases} v_{ij}^{(G+1)} & \text{if } (\text{rand}(j) \leq CR) \text{ or } (j = \text{randn}(i)) \\ x_{ij}^{(G+1)} & \text{if } (\text{rand}(j) > CR) \text{ or } (j \neq \text{randn}(i)) \end{cases} \quad (2.9)$$

其中, $j=1,2, \dots, n$; $\text{rand}(j)$ 是 n 个 0~1 之间相互独立的随机数中的第 j 个; $\text{rand}(i)$ 是随机从集合 $\{1,2, \dots, n\}$ 中取得个体向量维度的序号; CR 为交叉因子, 将决定个体之间交叉的概率。

(3) 选择过程

DE 算法采用与遗传算法不同的贪婪准则: 通过比较由变异和交叉产生的子代个体和父代个体, 选择适应值好的变量, 即如果父代个体适应值更优将继续保留在群体中; 否则, 保留子代个体。选择过程由式 (2.10) 表示:

$$x_i^{(G+1)} = \begin{cases} u_i^{(G+1)} & \text{if } (f(u_i^{(G+1)}) < f(x_i^{(G)})) \\ x_i^{(G+1)} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.10)$$

因此, 经父子两代个体比较后, 优良的个体将被保存于种群中, 这些操作重复进行直至满足设定的停止准则。

要取得理想的结果, 参数的选择至关重要。DE 算法自出现以来, 很多研究人员对参数的选择及其对算法性能的影响进行了大量的分析和实验, 为 DE 算法的理论和应用研究奠定了一定的基础。对 DE 算法寻优性能影响显著的参数主要包括: 种群规模 NP, 变异因子 F (F_1) 和交叉因子 CR。选择适当的参数值可以有效地减少计算规模, 降低时间复杂度。下面对三个参数的选择进行介绍:

(1) 种群规模 NP: 种群规模 NP 直接影响 DE 算法的收敛速度, 同时也一定程度上影响优化结果的质量。NP 过小, 则会导致种群多样性减小, 无法收敛到全局最优解; NP 过大, 则计算规模增加, 收敛速度减慢。个体的分布在搜索域内几乎是均匀的, 通常取 NP 为问题维数 n (向量参数的个数) 的 5~10 倍。种群大小的合适取值主要用于维持个体的多样性。

(2) 变异因子 F (F_1): 变异因子 $F \in [0, 2]$ 是变异操作中添加到被扰动向量上的差异值的比率。F 越大, DE 算法的全局搜索能力越强, 越能保证收敛到问题的最优解, 但收敛速度较慢; F 越小, 收敛速度越快, 局部搜索能力越强。但 F 过小时极易出现早熟现象。通常 F 的选择在 $[0.4, 1]$ 的范围内, 初始值可取 $F=0.5$, 如果算法收敛过早, 则可增加 F 或 NP。

(3) 交叉因子 CR: $CR \in [0, 1]$, 表示子代个体从变异操作产生的试验向量个体中继承的比率, 即用于控制候选个体 $u_i^{(G+1)}$ 中哪些变量由变异个体 $v_i^{(G+1)}$ 提供, 哪些变量由当前演化个体 $x_i^{(G)}$ 提供。CR 增大则收敛速度增大, 但当 CR 值大于 0.9 后, 容易出现早熟现象。通常 CR 初始值为 0.9 较好, 如果对优化结果不满意, 再适当调整 CR 的值。

NP 取值越大, 则 F 的取值应越小, DE 算法对 F 的调整比对 CR 的调整更加

敏感，通常变化比较细微时使用 CR，比较大的调整使用 F。

2.3.3 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程

图 2.5 给出了基于微分演化算法的证据理论不确定分析的流程图。

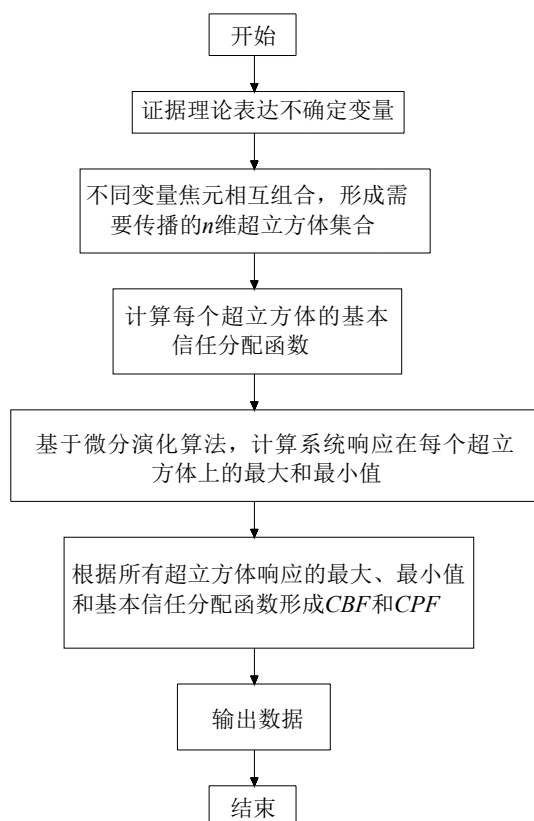


图 2.5 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析的流程图

2.4 本章小结

本文在疲劳损伤预后中考虑裂纹扩展模型中存在的认知不确定性，本章介绍了量化该认知不确定性的不确定理论：证据理论和微分演化区间优化算法。

对不确定性的量化包括两个难点问题：不确定性的表达和传播。本文采用证据理论进行认知不确定性的表达，证据理论可以表示多种类型的不确定数据，尤其对于由于已知信息不完善造成的认知不确定性，在概率理论无法进行描述时，证据理论显示出其很好的优越性和潜力。但由于不确定变量由许多非连续集来表达，而不是一个平滑连续的显函数，证据理论应用于不确定量化时的最大问题是计算成本。本文提出微分演化算法来解决基于证据理论表达的不确定传播问题，将不确定性的传播抽象为在一定区间上寻求系统响应极值问题，以提高基于证据理论不确定分析的计算效率。

第三章 Paris 模型下基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析

3.1 引言

工程中的构件中经常存在初始裂纹，当受到随时间交替变化的载荷作用时，初始裂纹将会扩展而引起脆性的疲劳破坏，工程中大量的破坏事故都是疲劳裂纹的扩展引起的，因此进行疲劳损伤分析具有重要的实际意义。

1960 年前后，波音公司最先发现应力强度因子在疲劳裂纹扩展中起关键作用，并发表于 Paris 的论文中。1963 年 Paris 和 Erdogan 将疲劳裂纹扩展数据与应力强度因子幅值 ΔK 联系起来，被学术界和工程界普遍接受，从而开创并奠定了疲劳断裂理论。

表面初始裂纹深度为 a_0 的构件，当承受静荷载时，只在其应力水平达到临界应力 σ_c 时，才会失稳扩展，导致突然断裂；若静应力水平降至 $\sigma (< \sigma_c)$ ，则裂纹不会扩展，构件安全可靠。若构件承受同一应力水平的交变应力，则裂纹将缓慢扩展，当达到临界尺寸 a_c 时，立即失稳扩展，突然断裂。裂纹在交变应力作用下，由初始值 a_0 扩展至临界值 a_c 的过程称为疲劳裂纹的亚临界扩展。对于没有宏观裂纹的试件，在交变应力作用下，也可能萌生裂纹，最后裂纹扩展至断裂。因此疲劳破坏时的应力远比静荷载破坏应力低，而且疲劳破坏时一般都没有明显的塑性变形，对工程结构的危害很大。正因为如此，长期以来对疲劳理论及其在设计中的应用方面进行了大量的研究工作，随着断裂力学的发展，又为疲劳问题的研究开辟了新的方向。

在进行疲劳裂纹扩展分析的过程中，存在着不同来源的偶然不确定性和认知不确定性，如荷载条件的随机性、材料性质的离散性、初始裂纹尺寸的离散性、由于实验数据的离散性引起的裂纹扩展公式参数的离散性、裂纹扩展公式本身的不准确性。这些不确定性的存在会对疲劳寿命预后产生影响，所以在预后中考虑不确定性以提高预后的可靠性。

本章采用 Paris 公式作为裂纹扩展模型，利用文献中的疲劳试验数据回归出 Paris 模型参数，分析其离散性，采用基于微分演化算法的证据理论进行不确定量化分析。同时也研究参数独立和相关对结果的影响。为了验证所提出方法的有效性，将证据理论的预后结果与区间分析及概率理论的结果比较，并将两种情况下的预后结果与实际试验寿命进行对比，验证了所提出的认知不确定性作用下的预后方法的合理性和有效性。

3.2 基于断裂力学的疲劳损伤分析

疲劳破坏过程比较复杂，受很多因素影响，但是按其发展过程大致可以分为以下四个阶段。

(1) 裂纹成核阶段

对于一个无裂纹或类裂纹缺陷的光滑试样，在交变应力作用下，虽然名义应力不超过材料的屈服极限，但由于材料组织性能不均匀，在试件的表面局部区域仍然能产生滑移，这是因为试件表面是平面应力状态，容易塑性滑移。多以反复的循环滑移应变，产生金属的挤出和挤入的滑移带，从而形成微裂纹的核。

(2) 微观裂纹扩展阶段

一旦微观裂纹成核，微裂纹就沿着滑移面扩展，这个面与主应力轴成 45° 的剪应力作用面。此阶段扩展深入表面很浅，大约十几微米，而且不是单一的裂纹，是许多沿滑移带的裂纹，如图 3.1 所示，称其为裂纹扩展的第一阶段。

(3) 宏观裂纹扩展阶段

此时裂纹扩展方向与拉应力垂直，且为单一裂纹扩展，如图 3.1 所示。一般认为裂纹长度 a 在 $0.10\text{mm} < a < a_c$ 范围内的扩展为宏观裂纹扩展阶段，又称为第二阶段。

(4) 断裂阶段

当裂纹扩展至临界尺寸 a_c 时，产生失稳扩展而很快断裂。

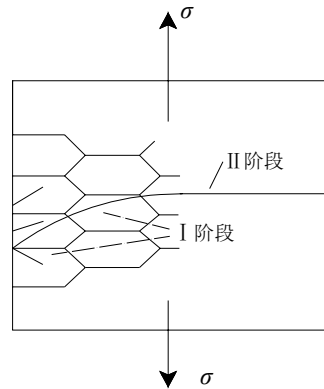


图 3.1 裂纹扩展示意图

以上是无初始裂纹的光滑试样的典型疲劳破坏过程，对于有初始裂纹的裂纹体，主要是宏观裂纹扩展阶段。目前，关于宏观裂纹最小尺寸的规定很不统一，各阶段的划分也不一致，因此工程上从应用方便出发，一般规定出现 $0.1\text{mm} \sim 0.2\text{mm}$ 长的裂纹为宏观裂纹。以前的阶段为疲劳裂纹形成阶段，其对应的应力循环周数称为裂纹形成寿命，以 N_i 表示，而宏观裂纹扩展阶段所对应的循环周数为裂纹扩展寿命，以 N_p 表示，总寿命 $N_f = N_i + N_p$ 。

传统的设计方法，最早期是进行“无限寿命”设计，要求构件在无限长的使用期内，不发生疲劳破坏。这种方法对应的学科为材料力学，是按照疲劳强度条件进行设计的。后来，对某些构件（如航空结构的零件）采用“安全寿命”设计，即要求在一定的使用周期内，不发生疲劳裂纹。这种方法需要建立疲劳载荷谱，测定 $S-N$ 曲线（ S 为交变应力， N 为应力循环周数），并用累积损伤理论估算“安全寿命”。以上两种设计方法并不能充分保证构件的可靠性和经济性，这是因为两种方法所依据的 $S-N$ 曲线是用无裂纹光滑试样测得的。对于不同的材料、构件形状和加载条件， N_i 、 N_p 的值不相同。例如，对于无裂纹的光滑试样，在高周疲劳时，裂纹形成寿命 N_i 在总寿命中占的比重很大，甚至达到总寿命的 80% 以上，对于裂纹体 N_i 为 0， N_f 等于裂纹扩展寿命 N_p 。工程中的实际构件，在制造使用中，往往已经存在裂纹或缺陷，因此按 $S-N$ 曲线进行的设计，不一定能够保证实际构件的安全；另一方面，裂纹体具有相当长的裂纹扩展寿命，而传统的设计却不允许构件有宏观裂纹，这是不经济的。断裂力学正好为解决这一矛盾提供了条件，它着重研究疲劳裂纹亚临界扩展规律，从而可以正确预测裂纹扩展寿命。以断裂力学为基础建立起来的疲劳设计方法，称为“破损安全”设计，或称为“损伤容限”的设计。这种设计方法的基本原则是：容许构件在使用期内出现裂纹，但必须具有足够的裂纹亚临界扩展寿命，以保证在使用期内裂纹不会失稳扩展而导致构件破坏。下面将详细介绍基于断裂力学的疲劳裂纹扩展分析理论。

3.2.1 裂纹的类型

在断裂力学中，按裂纹受力情况，将裂纹分为三种基本类型，如图 3.2 所示。这三种类型分别称为张开型（I 型）、滑开型（II 型）和撕开型（III 型）裂纹。

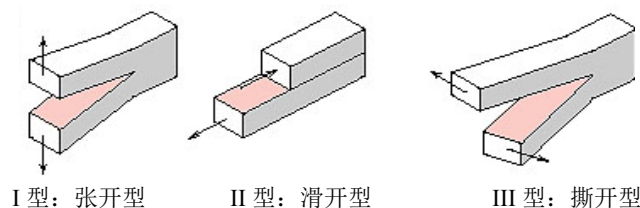


图 3.2 裂纹的三种类型

由图 3.2 可看出，各种类型的裂纹受力的特点如下：I 型裂纹受垂直于裂纹表面的拉应力作用；II 型裂纹受平行于裂纹面而垂直于裂纹前缘的剪应力作用；III 型裂纹受既平行于裂纹面又平行于裂纹前缘的剪应力作用。其中以张开型（I 型）裂纹最为常见，而且容易产生低应力脆断，因此本文将以张开型（I 型）裂纹为研究对象。

3.2.2 疲劳裂纹扩展速率

疲劳裂纹扩展的定量表示为 da/dN ， dN 是交变应力的循环次数增量， da 是相应的裂纹长度的增量。 da/dN 称为疲劳裂纹扩展速率，表示交变应力每循环一次裂纹长度的平均增量，它是裂纹长度 a ，应力幅度或应变幅度的函数。对于 da/dN 的观察范围，在低振幅下观察到 $13 \times 10^{-7} \text{cm/次}$ ，而在高振幅下为 $13 \times 10^{-2} \text{cm/次}$ 。研究 da/dN 的重要性在于计算裂纹体的剩余寿命。如果已知瞬时裂纹扩展速率 da/dN ，初始裂纹长度 a_0 与临界裂纹长度 a_c ，则可求得裂纹扩展至断裂的循环次数为：

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{dN}{da} da \quad (3.1)$$

研究疲劳裂纹扩展速率的目的，是为了获得裂纹的扩展理论，建立 da/dN 与 a 、 $\Delta\sigma$ 以及材料性质之间的关系，并写成普遍公式。根据这个理论，不仅能够预测带裂纹结构的剩余寿命，而且能够供给设计者选择材料的参考。

研究疲劳裂纹的扩展规律，一般通过两种途径，一种是通过实验观察，根据实验结果，直接总结出表达裂纹扩展规律的经验公式，另一种是结合微观实验研究，提出裂纹扩展机理的假设模型，推导出裂纹扩展规律的理论公式。

在线弹性断裂力学范围内，应力强度因子 K 能恰当地描述裂纹尖端的应力场强度。大量的试验证明，应力强度因子 K 也是控制裂纹扩展速率 da/dN 的主要参量，即 da/dN 与应力强度因子幅度 ΔK 之间存在一定的函数关系。根据疲劳裂纹扩展的一般特性， da/dN 和 ΔK 的关系如图 3.3 所示。

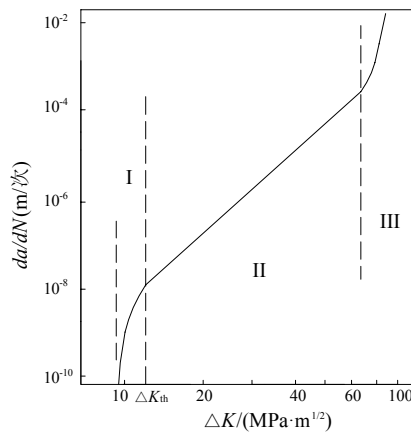


图 3.3 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 与应力强度因子幅 ΔK 关系示意图

从图 3.3 中可以看出， da/dN 和 ΔK 的关系曲线有三个区域。第 1 区域为不扩展区（近门槛区），存在 ΔK 的某一个下限值 ΔK_{th} ，邻近 ΔK_{th} 时， ΔK 的微小降低， da/dN 急剧下降， ΔK_{th} 称为门槛值。在第 2 区域是一直线带，为裂纹亚临

界扩展区，是决定疲劳裂纹寿命的主要区域。第 3 区域为裂纹失稳扩展区，即当 $K_{\max} \rightarrow K_c$ 时，试样迅速发生断裂，由于其扩展速率很高，因此第 3 区域的裂纹扩展寿命很短，在计算疲劳裂纹扩展寿命时可以将其忽略。虽然全范围的 $da/dN - \Delta K$ 关系可以更加精确地预测含缺陷构件的裂纹扩展寿命，但一般计算零件的疲劳寿命时，只考虑裂纹稳定扩展的第 2 阶段已经完全能够满足实际需要，只有对于核动力设备之类的设计中，才需要做非常精确的计算。因此，大部分文献中的研究工作都是针对构件中由拉应力控制的裂纹扩展的第 2 阶段进行的。

现有的疲劳裂纹扩展的定量模型都是建立在连续介质力学基础上。在线弹性范围内，可以用应力强度因子来描述应力-应变场的全部特征。对此已经形成了很多较成熟的理论表达式和测试方法，应用最广泛的有 Paris 公式、Forman 公式、Zheng-Hirt 公式以及裂纹全程扩展公式。

3.2.3 影响疲劳裂纹扩展速率的因素

通过实验发现，除了应力强度因子范围 ΔK 是控制裂纹亚临界扩展的重要物理量外，其他如平均应力、应力条件、加载频率、温度和环境等，对裂纹扩展速率 da/dN 均有影响。

(1) 平均应力的影响

图 3.4 是在不同循环特征 $R = K_{\min} / K_{\max}$ 条件下，用 Paris 公式整理的 $da/dN - \Delta K$ 曲线，反映出平均应力对 da/dN 有明显的影响。在同一 ΔK 下，平均应力越高， da/dN 越大。

根据上述实验结果，如果平均应力为压应力，则在相同的 ΔK 下，与平均应力为拉应力或零相比，疲劳裂纹扩展速率 da/dN 降低。人们利用这一特性，对高压容器进行自增强处理，以提高其疲劳寿命；航空零部件进行喷丸处理，造成表面残余压应力，以提高疲劳寿命。

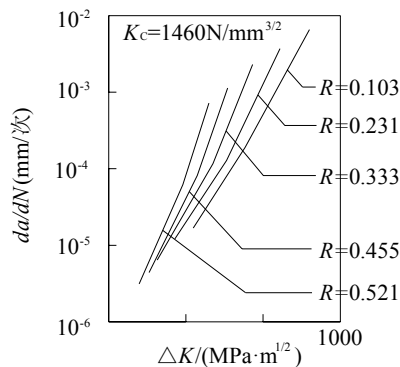


图 3.4 不同循环特征 R 下的 $da/dN - \Delta K$ 曲线

(2) 超载的影响

当构件承受一个由各种幅度组成的载荷谱时，在整个载荷谱中，高低幅度的荷载交替地并且是无序地出现。大量实验表明，过载峰对随后的低载恒幅下的裂纹扩展速度有明显的延缓作用。延缓作用仅限于一段循环周期，在此周期后， da/dN 又逐渐恢复正常。为了定量描述超载后裂纹的延缓效应，人们提出了两种分析模型：Wheeler 模型和 Elber 模型。

(3) 加载频率的影响

加载频率减小，裂纹扩展率增大。但是随着 ΔK 的减小，在 ΔK 处于较低的范围，其影响逐渐减小。在高温下，加载频率对裂纹扩展速率的影响大些。

3.2.4 几种疲劳裂纹扩展模型

在疲劳裂纹扩展速率的计算上，目前比较常用的有以下几个损伤模型：

(1) Paris 模型

1961 年，美国人 *Paris* 提出了计算恒幅荷载下裂纹扩展速率的 *Paris* 公式：

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (3.2)$$

式中， ΔK 为应力强度因子范围， $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ ， C 、 m 为材料常数。此公式大体适用于各种材料亚临界裂纹扩展试验数据处理，且只适合描述第 2 区域的裂纹扩展行为。

(2) Walker 模型

由于平均应力对 da/dN 有影响，*Walker* 用应力比 $R(\sigma_{\min} / \sigma_{\max})$ 考虑平均应力的影响，提出以下计算公式：

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K}{(1-R)^n} \right]^m \quad (3.3)$$

Walker 公式只适合描述第 2 区域的裂纹扩展行为。

(3) Forman 模型

Paris 公式未反映平均应力对裂纹扩展速率的影响，也未反映应力强度因子 ΔK 趋近于临界值 K_{Ic} 时裂纹加速扩展的效应。考虑了上述因素，*Forman* 提出裂纹扩展速率又一表达式：

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (3.4)$$

Forman 公式适合描述第 2 区域和第 3 区域的裂纹扩展行为。

(4) Zheng-Hirt 模型

Zheng Xiulin 和 Hirt 设计了一个较为合理的裂纹扩展模型，可以称为裂尖锐化开裂模型，进而在模型基础上推导出了 Zheng-Hirt 公式。

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta K - \Delta K_{th})^2 \quad (3.5)$$

式中， $B = 1/2\pi\sigma_{ff}^2$ 为疲劳裂纹扩展系数， σ_{ff} 为固体材料的理论强度。此式适合描述第 1 区域和第 2 区域的裂纹扩展，式中不含无明确物理意义的实验待定参量，形式简单，便于工程应用。

(5) 裂纹全程扩展模型

$$\frac{da}{dN} = \frac{4.8}{E^2} \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^{1/2} \cdot \left[\frac{1}{\Delta K} - \frac{1}{(1-R)K_C} \right]^{-3/2} \quad (3.6)$$

该公式由王泓通过大量实验于 2002 年提出，它由材料的本征性能参量（弹性模量 E ，门槛值 ΔK_{th} ，断裂韧性 K_C ）和外部加载参量（循环应力强度因子 ΔK ，应力比 R ）所构成的函数关系确定。该公式量纲一致，各参量的物理意义明确适用于描述 3 个区域的裂纹扩展。

在前述多种裂纹扩展模型中，本章选择最基本的 Paris 公式为裂纹扩展模型，研究最简单的等幅循环荷载作用情况，进行疲劳损伤预后不确定分析。

3.2.5 Miner 损伤累积准则

以上各类关系式都是建立在疲劳裂纹处于等幅循环加载条件下的。对不同等幅循环加载依次作用下的材料的破坏问题，Miner 给出了一个较实用的准则，称之为 Miner 准则或称损伤累积准则。该准则表达如下：

$$\sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (3.7)$$

式中， N_i 为在某一给循环载荷下所能承受的最大循环次数（或称之为在该循环载荷下的寿命）； n_i 为在该循环载荷下的实际循环次数。

例如，在某等幅循环载荷下，其寿命为 N_1 次，但在该载荷仅循环了 n_1 次，则其损伤为

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1} \quad (3.8)$$

显然，当损伤 $D_1=1$ 时材料破坏。该材料接着经受另一等幅循环载荷作用，在该等幅循环载荷下其寿命为 N_2 次，但只循环了 n_2 次，在这一轮循环载荷下其损伤为

$$D_2 = \frac{n_2}{N_2} \quad (3.9)$$

两次累积造成的损伤为

$$D = D_1 + D_2 = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} \quad (3.10)$$

当 $D=1$ 时，材料即破坏。由此推导下去即得 Miner 准则式 (3.7)，它表达了损伤的累积效应。对受多轮次不同循环载荷作用问题，该式具有实际意义。Miner 准则不仅适用于较低应力水平下的高周疲劳，也适用于较高应力水平下的低周疲劳。

3.3 试验数据介绍

本文采用文献^[52]中给出的疲劳裂纹扩展试验数据，通过该试验数据获得 Paris 模型中的材料参数的取值。该试验采用 2024-T42 铝合金的 CCT（中心裂纹受拉）试样，试件厚度为 4mm，宽度为 100mm，采用等幅循环载荷 ($P_{\max} = 25.0kN, P_{\min} = 12.5kN$)，在液压伺服试验机上进行，构件受力示意图见图 3.5。试验数据如表 3.1、表 3.2、表 3.3 所示。

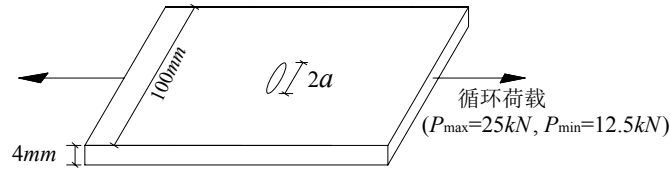


图 3.5 2024-T42 铝合金构件受力示意图

在裂纹不断扩展的过程中，应力 σ 下裂纹尖端的应力强度因子（SIF）如下式表达：

$$K = Y(\bar{a}) \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.11)$$

其中， $Y(\bar{a})$ 是考虑有限板宽影响的几何形状系数，是 \bar{a} 的函数， $\bar{a} = a / (2w)$ ，对于无限板：

$$Y(\bar{a}) = 1 \quad (3.12)$$

对于有限宽度的平板，有如下近似计算公式：

$$Y(\bar{a}) = 1 + 0.256\bar{a} + 1.152\bar{a}^2 + 12.20\bar{a}^3 \quad (3.13)$$

$$Y(\bar{a}) = \sqrt{\sec(\pi\bar{a})} \quad (3.14)$$

$$Y(\bar{a}) = \frac{1}{\sqrt{1-(2\bar{a})^2}} \quad (3.15)$$

对于等幅循环荷载，应力因子强度幅值按下式计算：

$$\Delta K = Y(\bar{a}) \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.16)$$

在循环荷载作用下裂纹长度将不断扩展，在两种临界条件下达到破坏：

(1) 裂纹长度 $a=w$ ，即裂纹贯穿板；

(2) 裂纹尖端应力强度因子超过断裂韧性 K_c ，此时临界裂纹尺寸 a_c 可按下式计算：

$$a_c = \frac{(1-R)^2 K_{IC}^2}{\pi(\Delta\sigma)^2} \quad (3.17)$$

将表 3.3 中的 14 个试件的疲劳寿命进行统计分析，画出分布直方图如图 3.6，由于 14 个试件的疲劳寿命具有较大的离散性，如按确定性方法进行寿命预后可取平均寿命 64680 次或最小寿命 57103 次。

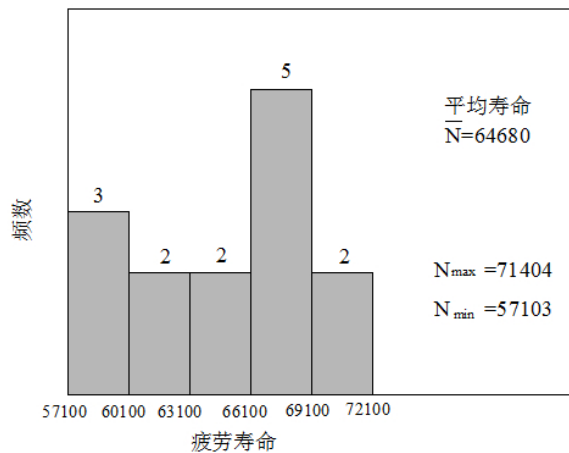


图 3.6 疲劳寿命分布直方图

3.4 Paris 模型参数计算

将 Paris 公式的表达式 $\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$ 两端取对数得到：

$$\lg\left(\frac{da}{dN}\right) = \lg C + m \lg(\Delta K) \quad (3.18)$$

$$\text{令 } \lg C = a, \text{ 则 } \lg\left(\frac{da}{dN}\right) = a + m \lg(\Delta K) \quad (3.19)$$

(3.19) 式在对数坐标下为一条直线, 若已知各数据点的 da/dN 值和 ΔK 值, 则可由最小二乘法拟合得到 a 和 m 的值, 进而由 $C=10^a$ 求出参数 C 的值。在计算中, 由于等式两边量纲不一致, 需要注意单位的选取, da/dN 的单位取 $m/\text{循环}$, ΔK 的单位取 $\text{MPa} \cdot \sqrt{m}$ 。

表 3.1 2024-T42 铝合金疲劳裂纹扩展试验数据 (裂纹长度为左右两侧平均长度) (mm)

i N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	5.55	5.40	5.30	5.20	5.25	5.30	5.25	5.40	5.30	5.25	5.40	5.30	5.40	5.25
5000	6.15	5.80	5.70	5.50	5.75	5.40	5.55	5.83	5.80	5.60	5.90	5.60	5.75	5.63
10000	6.75	6.30	6.30	6.08	6.45	5.75	6.05	6.35	6.28	6.10	6.30	6.05	6.35	6.20
15000	7.50	6.90	6.90	6.55	7.20	6.20	6.55	6.95	6.90	6.70	6.75	6.55	7.15	6.80
20000	8.25	7.50	7.70	7.10	8.00	6.75	7.25	7.65	7.55	7.25	7.60	7.25	7.90	7.50
25000	9.25	8.25	8.50	7.65	8.85	7.30	8.00	8.45	8.40	8.10	8.35	7.85	8.65	8.38
30000	10.25	9.10	9.45	8.25	10.00	8.00	8.90	9.25	9.15	9.00	9.15	8.60	9.75	9.30
35000	11.25	10.00	10.55	9.05	11.20	8.75	9.80	10.25	10.15	9.90	10.15	9.35	10.90	10.25
40000	12.65	11.10	11.60	9.85	12.60	9.55	11.00	11.20	11.10	11.35	11.25	10.35	12.25	11.40
45000	14.50	12.60	13.00	10.75	14.90	10.45	12.40	12.50	12.35	12.80	12.75	11.50	13.90	12.75
50000	17.25	14.45	14.70	11.75	17.95	11.75	14.10	14.25	14.15	14.75	14.65	13.00	16.60	14.95
52500	19.80	15.55	15.90	12.30	20.00		15.05	15.05	14.90	16.05	15.60	13.85	17.75	16.25
55000	21.85	16.90	17.60	13.20	24.00	13.65	16.35	16.30	16.10	17.60	17.00	15.00	21.75	17.90
57500	26.05	18.55	19.35	14.25			17.90	17.75	17.50	19.50	18.75	16.75	26.25	20.25
60000		20.35	21.75	15.60		16.30	20.00	19.75	19.45	23.00	20.60	18.50		23.90
58000	27.25													
58500	29.25													
59000	31.70													
61000			22.65				21.00	20.55	20.20	25.50		19.45		25.90
62000		22.50	23.75	17.10		20.00	22.25	21.50	21.00	27.35		20.45		29.90
63000			25.30				24.25	22.75	22.30			21.50		
64000		25.00	28.75	18.75			26.60	24.25	23.75			22.55		
65000		27.70		19.75			30.10	25.50	27.10	28.05		24.00		
66000		30.10		20.95								26.25		
67000				22.25										
68000				24.15		22.85								
69000				26.50										
70000				30.25		25.80								

表 3.2 各试件的疲劳裂纹初始长度和临界长度 (mm)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
初始长度 a_0	5.50	5.40	5.30	5.20	5.25	5.30	5.25	5.40	5.30	5.25	5.40	5.30	5.40	5.25
临界长度 a_c	32.5	31.5	33.0	32.0	31.0	32.0	33.0	32.5	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	32.5

表 3.3 各试件的疲劳裂纹扩展寿命 N_f

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
N_f	59045	66146	64489	70192	57103	71404	65494	66811	67678	62871	66141	66935	58844	62370

由表 3.1 中的数据, 采用割线法对 14 个试件的各荷载循环次数下的裂纹扩展速率 da/dN 进行计算, 计算公式如下:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i} \quad (3.20)$$

14 个试件相应各荷载循环次数的 da/dN 的计算数据见表 3.4。

表 3.4 da/dN 计算表 ($\times 10^{-7}$) 单位: m/循环

试件 序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1.2	0.8	0.8	0.6	1	0.2	0.6	0.86	1	0.7	1	0.6	0.7	0.76
2	1.2	1	1.2	1.16	1.4	0.7	1	1.04	0.96	1	0.8	0.9	1.2	1.14
3	1.5	1.2	1.2	0.94	1.5	0.9	1	1.2	1.24	1.2	0.9	1	1.6	1.2
4	1.5	1.2	1.6	1.1	1.6	1.1	1.4	1.4	1.3	1.1	1.7	1.4	1.5	1.4
5	2	1.5	1.6	1.1	1.7	1.1	1.5	1.6	1.7	1.7	1.5	1.2	1.5	1.76
6	2	1.7	1.9	1.2	2.3	1.4	1.8	1.6	1.5	1.8	1.6	1.5	2.2	1.84
7	2	1.8	2.2	1.6	2.4	1.5	1.8	2	2	1.8	2	1.5	2.3	1.9
8	2.8	2.2	2.1	1.6	2.8	1.6	2.4	1.9	1.9	2.9	2.2	2	2.7	2.3
9	3.7	3	2.8	1.8	4.6	1.8	2.8	2.6	2.5	2.9	3	2.3	3.3	2.7
10	5.5	3.7	3.4	2	6.1	2.6	3.4	3.5	3.6	3.9	3.8	3	5.4	4.4
11	10.2	4.4	4.8	2.2	8.2	3.8	3.8	3.2	3	5.2	3.8	3.4	4.6	5.2
12	8.2	5.4	6.8	3.6	16	5.3	5.2	5	4.8	6.2	5.6	4.6	16	6.6
13	16.8	6.6	7	4.2		18.5	6.2	5.8	5.6	7.6	7	7	18	9.4
14	24	7.2	9.6	5.4		4.75	8.4	8	7.8	14	7.4	7		14.6
15	40	10.75	9	7.5		14.75	10	8	7.5	25		9.5		20
16	49	12.5	11	8.25			12.5	9.5	8	18.5		10		40
17		27	15.5	10			20	12.5	13	23.3		10.5		
18		24	34.5	12			23.5	15	14.5			10.5		
19				13			35	12.5	33.5			14.5		
20				19								22.5		
21				23.5										
22				37.5										

本文选择式 (3.14) 计算应力强度因子幅值, CCT 试样在均匀拉伸荷载作用下, 裂纹尖端的应力强度因子计算公式为:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a \sec\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \quad (3.21)$$

式中, W 为试件宽度, a 为试件中裂纹长度, 取平均长度 $\bar{a} = \frac{a_{i+1} + a_i}{2}$ 。

$$\Delta K_I = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a \sec\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \quad (3.22)$$

14 个试件相应各荷载循环次数的 ΔK_I 计算数据见表 3.5。

表 3.5 ΔK_I 计算表 单位: $MPa \cdot \sqrt{m}$

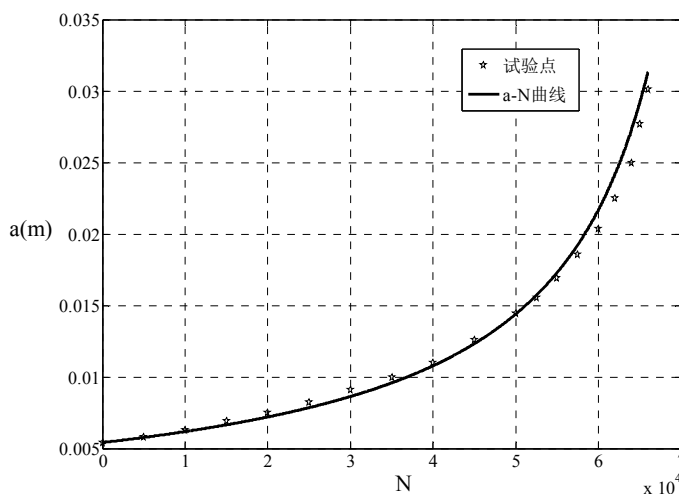
试件 序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	4.24	4.14	4.11	4.05	4.11	4.05	4.07	4.15	4.13	4.08	4.16	4.09	4.13	4.08
2	4.45	4.31	4.29	4.21	4.32	4.13	4.22	4.32	4.30	4.24	4.32	4.23	4.31	4.26
3	4.67	4.50	4.50	4.40	4.57	4.28	4.39	4.52	4.49	4.43	4.47	4.39	4.55	4.46
4	4.91	4.70	4.73	4.57	4.83	4.46	4.60	4.73	4.71	4.62	4.69	4.60	4.80	4.68
5	5.18	4.91	4.98	4.76	5.08	4.64	4.84	4.97	4.94	4.85	4.94	4.81	5.04	4.93
6	5.47	5.16	5.25	4.94	5.38	4.84	5.09	5.21	5.19	5.12	5.18	5.02	5.31	5.21
7	5.74	5.41	5.54	5.15	5.70	5.07	5.35	5.47	5.44	5.38	5.44	5.25	5.63	5.47
8	6.05	5.69	5.83	5.38	6.04	5.30	5.65	5.73	5.71	5.71	5.73	5.50	5.96	5.76
9	6.45	6.03	6.14	5.62	6.49	5.54	5.99	6.03	6.00	6.08	6.07	5.79	6.33	6.08
10	6.98	6.44	6.52	5.87	7.10	5.83	6.37	6.40	6.37	6.50	6.48	6.13	6.84	6.52
11	7.54	6.78	6.85	6.07	7.63	6.24	6.68	6.70	6.67	6.87	6.81	6.42	7.26	6.92
12	7.99	7.05	7.17	6.25	8.21	6.78	6.94	6.93	6.89	7.18	7.07	6.65	7.78	7.24
13	8.57	7.37	7.53	6.49		7.46	7.25	7.22	7.18	7.54	7.40	6.98	8.58	7.65
14	9.04	7.72	7.94	6.76		8.10	7.62	7.58	7.53	8.07	7.77	7.35		8.23
15	9.31	8.10	8.25	7.08		8.64	7.93	7.86	7.80	8.62		7.63		8.74
16	9.67	8.53	8.43	7.41			8.14	8.03	7.95	9.00		7.82		9.25
17		8.99	8.67	7.68			8.44	8.24	8.15	9.22		8.02		
18		9.41	9.10	7.90			8.83	8.49	8.40			8.22		
19				8.14			9.32	8.73	8.83			8.45		
20				8.43								8.78		
21				8.81										
22				9.33										

由表 3.4 中的 $\lg(da/dN)_i$ 值和表 3.5 中的 $\lg(\Delta K)_i$ 值, 由最小二乘法拟合得到 14 组 a, m 值, 再由 $C=10^a$ 求出 C 值。参数计算结果列于表 3.6 中, 参数 C 的变异系数大于参数 m , 说明参数 C 的离散性大于参数 m 的离散性。

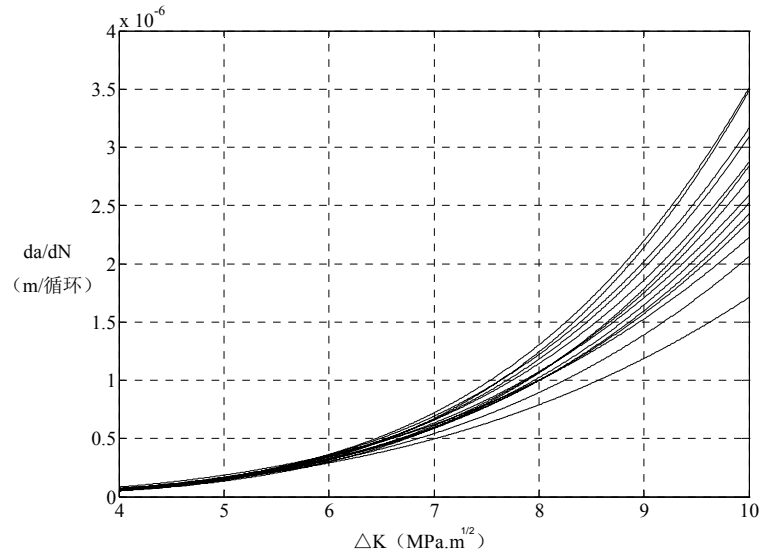
表 3.6 Paris 模型参数计算结果表

参数 序号	a	$C(\times 10^{-10})$	m
1	-9.8931	1.27909	4.4385
2	-9.6432	2.27405	4.045
3	-9.4954	3.19595	3.8699
4	-10.077	0.83753	4.6187
5	-9.2382	5.7783	3.5858
6	-9.9496	1.12305	4.403
7	-9.8211	1.50973	4.3109
8	-9.4324	3.69488	3.7465
9	-9.5956	2.53746	3.9811
10	-9.6716	2.1301	4.1278
11	-9.2367	5.79829	3.4734
12	-9.7641	1.72147	4.2025
13	-9.5367	2.90603	3.9502
14	-9.7654	1.71633	4.2661
变异系数	——	0.581	0.081

由得出的参数 C 和 m 的值,可以得到每个试件的 a - N 曲线,以试件 2 为例,见图 3.7,图中同时画出表 3.1 中对应 a , N 的数据点,通过比较可以看出 a - N 曲线对各数据点进行了很好的拟合,证明了 Paris 公式描述裂纹扩展行为的有效性。


 图 3.7 试件 2 的 a - N 曲线

根据表 3.6 中所求出的 14 组参数画出各试件裂纹扩展速率 da/dN 与应力强度因子范围 ΔK 的关系曲线,见图 3.8,与图 3.3 中第二阶段的裂纹扩展曲线相符。由图中可以看出各试件的裂纹扩展曲线具有很大离散性,存在一定的不确定性。本文将对裂纹扩展寿命进行不确定分析。


 图 3.8 14 组试件的 da/dN - ΔK 关系曲线

3.5 基于 Paris 模型的疲劳裂纹扩展寿命计算

由 Paris 公式 $\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$ 进行积分得到:

$$\begin{aligned}
 N_f &= \int_{a_0}^{a_c} \frac{dN}{da} da \\
 &= \frac{2}{C(2-m)(\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m} \left[a_c^{\left(\frac{1-m}{2}\right)} - a_0^{\left(\frac{1-m}{2}\right)} \right] \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

若已知参数 C 、 m 、 a_0 、 a_c ，则可由式 (3.23) 积分求出疲劳裂纹扩展寿命。于是由表 3.6 中的 14 个试件分别的 C 和 m 值及表 3.2 中各试件的初始裂纹长度和临界长度，可求出 14 个试件各自的疲劳寿命，计算结果见表 3.7。

 表 3.7 各试件积分计算疲劳寿命 N_f 结果表

序号	N_f	实验值	误差 (%)	序号	N_f	实验值	误差 (%)
1	58969	59045	-0.13	8	68831	66811	3.02
2	66295	66146	0.23	9	68036	67678	0.53
3	65831	64489	2.08	10	63787	62871	1.46
4	71702	70192	2.15	11	70406	66141	4.94
5	59285	57103	3.82	12	68665	66935	2.58
6	73867	71404	3.45	13	61277	58844	4.13
7	66252	65494	1.16	14	62730	62370	0.58

由表 3.7 中的数据对比可以看出，计算所得 N_f 值与试验值相比，误差均小于 5%，验证了上述所求参数 C 和 m 的正确性，并说明 Paris 模型适合描述该情况下的裂纹扩展。

3.6 基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析

由于已知疲劳试验数据的有限，并且从表 3.6 可以看出参数离散性很强，无法用精确的概率理论进行不确定性的描述。本文采用基于证据理论的辨识框架来描述这些不确定因素。同时为了比较，也采用区间法和概率理论方法来描述，以验证证据理论在处理认知不确定问题方面具有的有效性和优越性。

3.6.1 基于证据理论的不确定表达

如 2.2 中所述，由现有数据将不确定参数表达成证据理论的形式包括 2 个步骤：(1) 利用所有数据绘制柱状图，将不确定参数表达成区间形式；(2) 区分相邻不确定区间之间的关系类型，得到合适的信任架构。将 C 、 m 和 a_0 三个不确定参数现有数据进行统计分析，画出它们的分布统计直方图，并判断证据理论相邻区间的关系，得到各参数的信任架构，如图 3.9、3.10、3.11 所示。

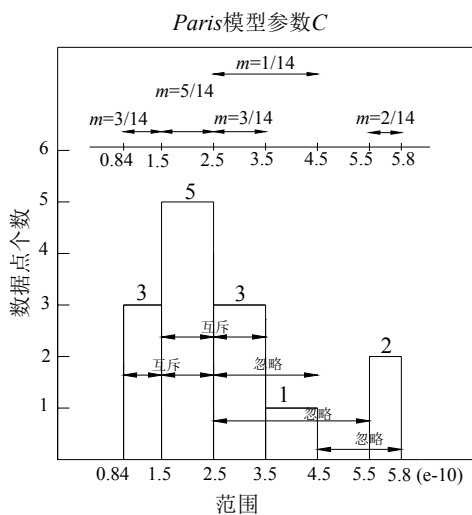


图 3.9 参数 C 的数据分布及信任架构

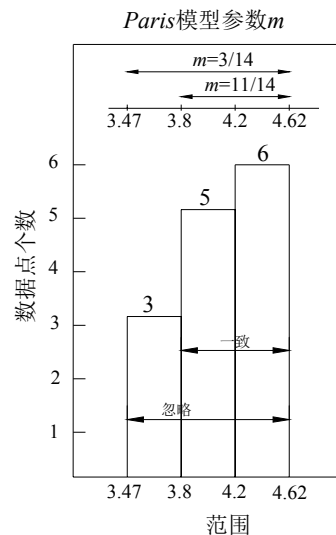


图 3.10 参数 m 的数据分布及信任架构

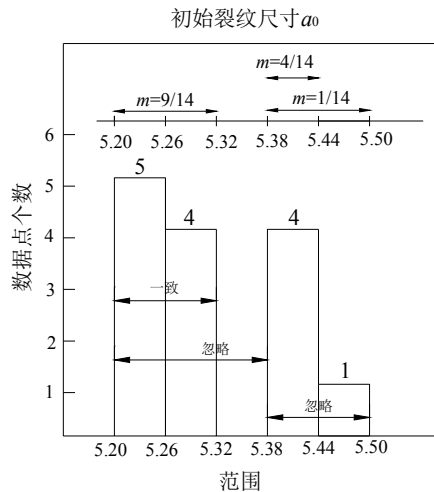


图 3.11 初始裂纹尺寸 a_0 的数据分布及相应的信任架构

根据得到的信任架构，利用表 2.1 中的规则，得到各参数的基于证据理论的不确定描述，见表 3.8。

表 3.8 三个不确定参数的证据理论表达

区间号	C		m		a_0	
	焦元区间 ($\times 10^{-10}$)	BPA	焦元区间	BPA	焦元区间	BPA
1	[0.84, 1.5]	0.21	[3.80, 4.62]	0.79	[5.20, 5.32]	0.64
2	[1.5, 2.5]	0.36	[3.47, 4.62]	0.21	[5.38, 5.44]	0.29
3	[2.5, 3.5]	0.22			[5.38, 5.50]	0.07
4	[2.5, 4.5]	0.07				
5	[5.5, 5.8]	0.14				

3.6.2 基于证据理论的预后不确定分析

由表 3.7 可以看出，由于所求出的 14 组参数 C 和 m 以及初始裂纹尺寸 a_0 的值具有离散性，如果采用确定性参数按式 (3.23) 积分所求出的疲劳裂纹扩展寿命 N_f 值会产生很大误差。所以本文考虑参数不确定情况下的疲劳裂纹扩展预后的不确定问题。该问题本质上即为不确定性的传播过程，即在已知系统输入参数不确定的情况下，求系统响应疲劳裂纹扩展寿命 N_f 的范围，如图 3.12 所示。

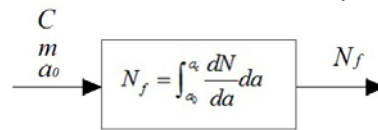


图 3.12 预后过程的表达

3.6.2.1 参数独立情况下的预后

首先考虑各参数相互独立情况，在其各自区间内任意取值。由 3.6.1 中参数 C 、 m 、 a_0 在证据理论辨识框架下的不确定表达，采用微分演化区间优化算法进行不确定传播，得到系统响应疲劳裂纹扩展寿命 N_f 的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，如图 3.13 所示。

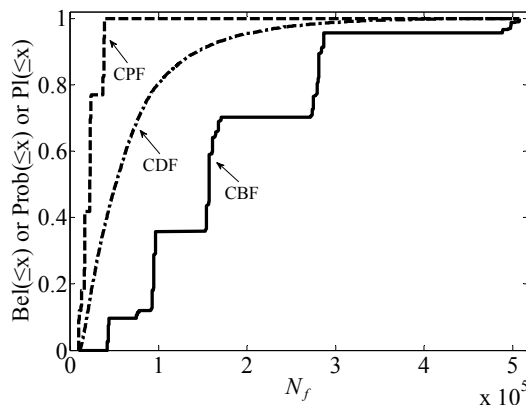


图 3.13 Paris 公式参数独立情况下的基于证据理论及概率理论的预后结果

表 3.9 给出了从证据理论计算结果中提取的部分信息，证据理论给出具有 90%保证率的寿命区间为[10050,74660]，即寿命小于 10050 次的概率不超过 10%，按此保证率的预后结果为 10050 次。

表 3.9 参数独立情况下的证据理论预后结果

结果信息	数值
90%保证率的寿命区间	[10050,74660]
区间范围	[9527,507800]
预后结果	10050

将参数独立情况下的预后结果与试验寿命值进行比较，可以看出寿命区间的范围[9527,507800]非常大，说明参数独立情况下的参数不确定性对预后结果存在非常大的影响，此种情况下按 90%保证率做出的预后结果 10050 次与实际寿命值相比明显是不合理的。

在实际情况中，Paris 模型中的参数 C 和 m 并不是相互独立的，具有一定的相关性，有效减小响应范围区间的方法是考虑各不确定参数之间相关性，从而减小参数不确定性对寿命预后带来的影响。

3.6.2.2 参数相关情况的预后

有文献^[43, 53-54]指出，Paris 公式中的参数 C 和 m 之间存在相关性，其中常用的表述为 $\lg C = \alpha + \beta m$ ，由表 3.6 中的 14 组参数 C 和 m 的数据进行统计特性分析，得出相关系数绝对值 $|R| = 0.9577$ ，经查表， $n=14$ 时的临界相关系数 $R_0 = 0.6614$ ，由于 $|R| > R_0$ ，可以认为 $\lg C$ 和 m 具有高度的线性相关性，由最小二乘法拟合得出 $\lg C = -6.5908 - 0.7515m$ ，拟合直线如图 3.14 所示。

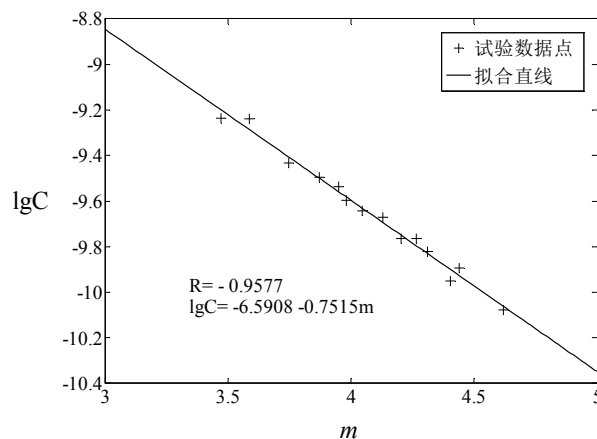


图 3.14 Paris 公式参数 $\lg C$ 和 m 相关性拟合直线

由图 3.14 可以看出由于各数据点并未完全落在拟合直线上，所以进一步增加标准偏差项，使各数据点落在两条平行于拟合直线的直线所构成的范围内。拟合直线的标准偏差 $S = 0.08$ ，于是 C 和 m 之间相关性表达为

$$\lg C = -6.5908 - 0.7515m \pm 0.08 \quad (3.24)$$

由于参数 C 的离散性大于 m ，所以将参数 m 定为不确定变量， C 随 m 按式 (3.24) 变化。由 3.6.1 中证据理论参数 m 和 a_0 的不确定表达，采用微分演化区间优化算法进行不确定传播，得到系统响应疲劳裂纹扩展寿命 N_f 的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，见图 3.15。

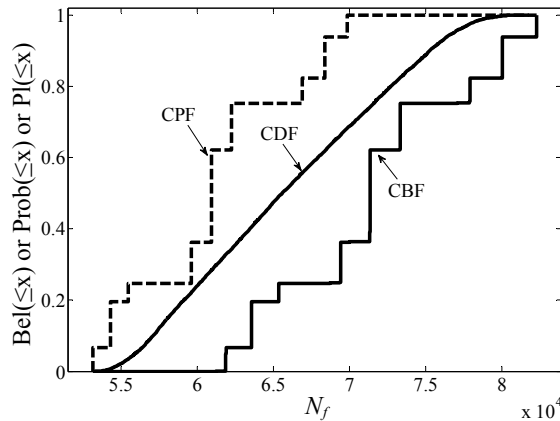


图 3.15 Paris 公式参数相关情况下的基于证据理论及概率理论的预后结果

表 3.10 给出了参数相关情况下从证据理论计算结果中提取的部分信息，证据理论给出具有 90% 保证率的寿命区间为 [54310, 63580]，即寿命小于 54310 次的概率不超过 10%，按此保证率的预后结果为 54310 次。

表 3.10 参数相关情况下的证据理论预后结果

结果信息	数值
90% 保证率的寿命区间	[54310, 63580]
区间范围	[53150, 82280]
预后结果	54310

将表 3.10 中参数相关情况下的预后结果与表 3.9 中参数独立情况下的预后结果进行对比，可以看出在考虑参数 C 和 m 之间的相关性后，证据理论所求出的疲劳寿命区间 [54310, 63580] 范围与 [9527, 507800] 相比明显变小，所求出的 90% 保证率的寿命区间 [54310, 63580] 与实际试验值对照更加合理，试验给出 14 个试件的寿命值都大于 54310 次，最大的偏差为 +23.9%。

3.7 三种方法疲劳损伤预后不确定分析的比较

为了与证据理论进行比较，本节分别采用区间法和概率理论方法来描述前述认知不确定性，并将三种方法的预后结果进行比较分析。

3.7.1 基于区间法的预后不确定分析

区间法对已知数据信息的要求最低,仅需要知道不确定变量的上下界而不需要知道具体的分布形式或隶属函数。本文用区间法进行参数不确定性表达时,从每个参数的 14 组数据中选出最大值和最小值,分别形成三个参数各自的区间,见表 3.11。

表 3.11 三个不确定参数的区间法表达

参数	C	m	a_0
区间	$[0.84, 5.80] \times 10^{-10}$	$[3.47, 4.62]$	$[5.20, 5.50]$

由表 3.11 中三个参数的不确定区间,采用微分演化区间优化算法进行不确定传播,得到参数 C 、 m 独立和相关两种情况下的疲劳寿命区间如表 3.12 所示。

表 3.12 基于区间分析的预后结果

区间分析预后结果	参数独立情况	参数相关情况
寿命区间	$[9527, 507800]$	$[53150, 82280]$
预后寿命值	9527	53150

将两种情况下的预后结果进行比较同样可以看出参数 C 、 m 相关情况下的预后结果与试验值相比更加合理。

3.7.2 基于概率理论的预后不确定分析

概率理论对已知数据的要求最高,需要知道每个参数的具体分布函数。在本研究中,只已知三个参数的 14 组取值,不足以描述参数的概率特征,于是采用概率理论就需要做出一定的假设。

本文假设三个参数在其各自分布图的每个小区间上服从均匀分布,在每个小区间内采用 rand 函数生成均匀分布随机数,各区间随机数数量比例同频数比例。采样方法以参数 m 为例进行说明,见图 3.16。

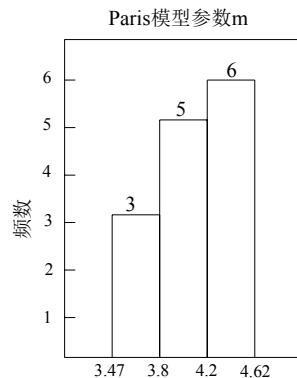


图 3.16 Paris 模型参数 m 的分布统计

每个参数采样点总数都为 10000,按数据分布进行比例分配,见表 3.13。

表 3.13 Paris 模型参数 m 的采样方法

采样区间	分配比例	采样点数
[3.47, 3.8]	3/14	2143
[3.8, 4.2]	5/14	3571
[4.2, 4.62]	6/14	4286

参数 C 、 m 独立和相关两种情况下的概率理论得到的疲劳寿命累积分布曲线 (CDF) 见图 3.13 和图 3.15 (为方便对比, 概率理论结果与证据理论结果画在同一图中)。

由于概率理论是建立在精确的概率分布基础上, 所得到的结果也是精确的概率分布, 观察计算结果可以发现概率理论计算的结果是证据理论计算得到的似然函数和信任函数所围成区域内的一条曲线, 即概率理论是参数在区间内服从某一分布时的特殊情况。概率理论的计算结果是单点值, 给出具有 90% 保证率的疲劳寿命值见表 3.14。

表 3.14 基于概率理论预后结果

概率理论预后结果	参数独立情况	参数相关情况
90%保证率的寿命值	18970	57130

3.7.3 三种方法预后结果的比较分析

参数 C 、 m 独立和相关两种情况下三种预后不确定分析方法的结果汇总见表 3.15。

表 3.15 三种方法寿命预后结果汇总表

方法	参数独立的情况			参数相关的情况		
	区间分析	证据理论	概论理论	区间分析	证据理论	概论理论
90%保证率寿命	—	[10050,74660]	18970	—	[54310,63580]	57130
区间范围	[9527,507800]	[9527,507800]	—	[53150,82280]	[53150,82280]	—
预后结果	9527	10050	18970	53150	54310	57130

参数 C 、 m 独立情况下证据理论计算得到的寿命结果最小和最大值分别为 9527 和 507800, 与区间分析结果[9527,507800]相同。 C 、 m 参数相关情况下证据理论计算得到的寿命结果最小和最大值分别为 53150 和 82280, 与区间分析结果 [53150,82280]相同。以上对比说明, 证据理论和区间分析给出的结果相吻合, 但区间分析只能给出寿命的最大值和最小值, 无法给出概率信息, 而基于证据理论的预后可以给出寿命小于某特定值时的概率区间, 或者具有某保证率的寿命区间。

由于概率理论是建立在精确的概率分布基础上, 所得到的结果也是精确的概率分布, 参数独立和相关两种情况下概率理论得到的 CDF 曲线都落在证据理论

所得到的 CBF 曲线和 CPF 曲线内,说明概率理论是参数在区间内服从某一分布时的特殊情况。概率理论的计算结果都是精确的单点值,证据理论给出的结果都是区间值,参数独立情况下证据理论给出的 90%保证率寿命区间为 [10050,74660],概率理论给出的 90%保证率寿命值为 18970,参数相关情况下证据理论给出的 90%保证率寿命区间为 [54310,63580],概率理论给出的 90%保证率寿命值为 57130,以上对比说明概率理论的计算结果落在证据理论计算区间的内部,说明两者具有很好的兼容性。

在采用概率理论进行预后不确定分析时,由于从已知数据信息无法得出参数的概率分布函数,需要进行一定的假设,这将会带来一定的误差:参数相关情况下概率理论给出 90%寿命值为 57130 次,5 号试件的实际寿命值 57103 次,没有达到 57130 次,所以按 57130 次的寿命预测是不安全的。证据理论给出 90%保证率寿命区间为 [54310,63580] 次,有效避免了概率理论假设所带来的误差,说明利用证据理论处理不确定问题具有很好的鲁棒性。

另外,基于概率理论的不确定性传播采用 Monte Carlo 采样法, Monte Carlo 采样法的精度需要通过增加采样点的数量来提高,图 3.13 和 3.15 中的 CDF 曲线由 10000 次采样得出, Matlab 运行时间超过一个小时,而采用微分演化算法得出的 CPF 和 CBF 曲线的耗时为几分钟,大大节约了计算时间。

3.8 本章小结

本章以 2024-T42 铝合金的 CCT(中心裂纹受拉)试样为研究对象,采用 Paris 裂纹扩展模型。由文献中的疲劳试验数据求出 Paris 公式中的材料参数 C 和 m ,由所求出的 14 组参数值可以看出参数 C 和 m 具有离散性,同时初始裂纹尺寸具有离散性,在对疲劳损伤预后的过程中考虑这些不确定性,以提高预后的准确性。

本章分别就参数 C 、 m 相互独立和相关两种情况下进行寿命预后不确定分析。在参数独立情况下得出的寿命区间范围很大,说明参数不确定对寿命计算具有很大影响,参数独立情况下的预后会得出不合理的结果;实际情况中,参数之间具有相关性,此相关性会大大降低系统输入的不确定性,从而降低系统输出的不确定性,即考虑参数之间的相关性后,计算所得寿命区间范围显著减小,这种情况本质上是对裂纹扩展模型的认识不确定性。因此,在对其他材料或者针对其他裂纹扩展模型来进行寿命预后时,也应该考虑参数之间是否具有相关性,使预后结果更加准确合理。

本章在考虑参数 C 、 m 独立和相关两种情况下分别采用区间分析,证据理论和概率理论进行疲劳损伤预后不确定分析。通过三种方法的对比可以得出结论:

基于证据理论的微分演化算法优于其他两种方法，具有较高的计算效率和准确性。与区间分析相比，证据理论所得出的结果可以给出更多的概率信息，即给出寿命小于某特定值时的概率区间，或者具有某保证率的寿命区间；与采样法相比，微分演化算法大大节约了计算时间，提高了计算效率，并且可以避免由于概率理论中的假设分布带来的误差。

在考虑了参数之间相关性后，基于证据理论的微分演化优化算法给出的具有90%保证率的寿命区间为[54310,63580]，该预后结果的合理性得到了试验寿命值的验证。

第四章 其他裂纹扩展模型下基于证据理论的 疲劳损伤预后不确定分析

4.1 引言

为了考虑应力比 R , 门槛值 ΔK_{th} , 断裂韧性 K_C 等对裂纹扩展速率 da/dN 的影响, 许多学者提出对 Paris 公式进行修正, 下面介绍几种修正公式。

由于存在门槛值 ΔK_{th} , Donahue 等建议对 Paris 公式进行修正。他们提出了如下的推广公式

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (4.1)$$

Priddle 提出

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_C - K_{max}} \right)^m \quad (4.2)$$

式中, K_C 是材料的断裂韧度 (临界应力强度因子), 其中的 ΔK_{th} 是随 R 的变化而变化的。

由于平均应力对 $\frac{da}{dN}$ 有影响, Walker 提出

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K}{(1-R)^n} \right]^m \quad (4.3)$$

式中, 参数 n 的常用值 $n=0.5$, 其他参数需要通过试验数据拟合得出。

Forman 考虑材料的断裂韧度 K_C 和循环特征 R 对疲劳裂纹扩展速率 $\frac{da}{dN}$ 的影响, 提出公式

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (4.4)$$

本章将选择使用较广泛的 Walker 公式和 Forman 公式进行疲劳寿命预测分析, 并与基于 Paris 公式的预后结果进行对比, 研究三种模型的适用性。基于 Walker 模型在不同应力比下进行寿命预后, 研究应力比 R 对疲劳寿命的影响。最后将所提出的方法应用到对其他材料的疲劳损伤预后中, 并针对非等幅加载的情况, 运用 Miner 准则进行累积损伤分析。

4.2 基于 Walker 模型的疲劳损伤预后不确定分析

4.2.1 Walker 模型参数计算

在 Paris 模型的基础上, Walker 模型考虑应力比 R ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$) 对疲劳裂纹扩展速率 da/dN 的影响, 将 da/dN 与 ΔK 的关系描述为:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K}{(1-R)^n} \right]^m \quad (4.5)$$

在本文中, 由于试验数据有限, 参数 n 取经验值 0.5, 将参数 C 和 m 看作不确定参数, 则 Walker 模型可写为

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(1-R)^{0.5m}} (\Delta K)^m \quad (4.6)$$

将式 (4.6) 两边取对数, 得到:

$$\lg \left(\frac{da}{dN} \right) = \lg \left[\frac{C}{(1-R)^{0.5m}} \right] + m \lg(\Delta K) \quad (4.7)$$

本章仍然采用第 3 章的试验数据和试验条件, 由试验条件可得 $R=0.5$ 。与计算 Paris 模型参数的方法相似, 首先计算各数据点的 $\frac{da}{dN}$ 值和 ΔK 值, 然后由最小二乘法拟合得到参数 C 和 m 值。

由此得到 14 组试件 Walker 模型的参数如表 4.1 所示。

表 4.1 Walker 模型参数表 ($R=0.5$)

参数 序号	$C(\times 10^{-10})$	m
1	0.27971	4.4385
2	0.56904	4.045
3	0.84915	3.8699
4	0.17219	4.6187
5	1.69216	3.5858
6	0.24859	4.403
7	0.34490	4.3109
8	1.02409	3.7465
9	0.64900	3.9811
10	0.51811	4.1278
11	1.76466	3.4734
12	0.40814	4.2025
13	0.75117	3.9502
14	0.39816	4.2661

4.2.2 Walker 模型参数不确定的证据理论表达

将表 4.1 中的数据进行整理，画出 Walker 模型参数 C 和 m 的分布统计直方图，并判断证据理论相邻区间的关系，得到各参数的信任架构，如图 4.1 和 4.2 所示。

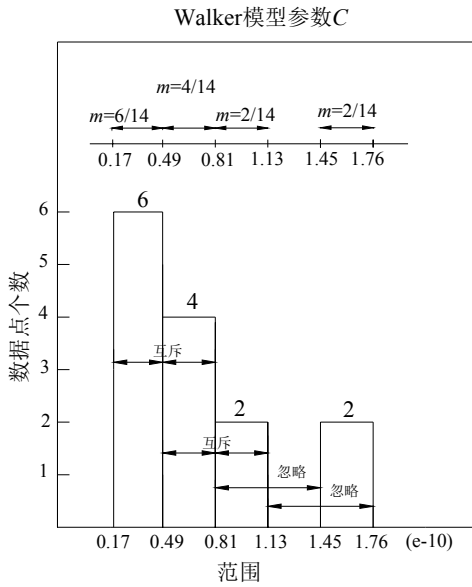


图 4.1 参数 C 的数据分布及信任架构

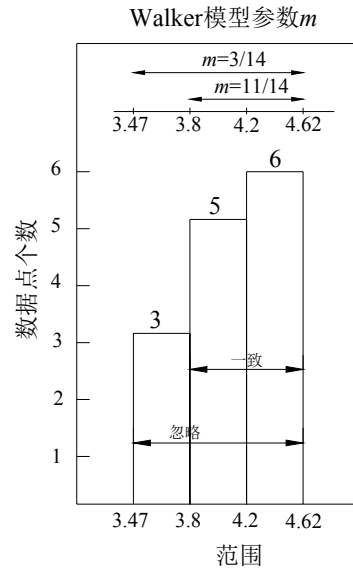


图 4.2 参数 m 的数据分布及信任架构

根据上面得出的信任架构，利用表 2.1 中的规则，得到各参数的基于证据理论的不确定描述，见表 4.2。

表 4.2 Walker 模型不确定参数的证据理论表达

区间号	C		m		a_0	
	范围 ($\times 10^{-10}$)	BPA	范围	BPA	范围	BPA
1	[0.17,0.49]	0.43	[3.80,4.62]	0.79	[5.20,5.32]	0.64
2	[0.49,0.81]	0.29	[3.47,4.62]	0.21	[5.38,5.44]	0.29
3	[0.81,1.13]	0.14			[5.38,5.50]	0.07
4	[1.45,1.76]	0.14				

4.2.3 基于 Walker 模型的疲劳损伤预后

与基于 Paris 模型的预后过程相似，本部分也在 Walker 模型参数独立和相关两种情况下，进行疲劳寿命预后不确定分析。

4.2.3.1 参数独立情况的预后

由表 4.2 中基于证据理论参数 C 、 m 、 a_0 的不确定表达，证据理论和概率理论得到疲劳裂纹扩展寿命 N_f 的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，以及累积分布曲线 (CDF) 见图 4.3。

表 4.3 为证据理论、区间分析和概率理论三种方法给出的预后结果汇总，三

种方法给出的结果相吻合。在参数相互独立假设下，Walker 模型的预后结果与 Paris 模型的预后结果相似，给出的寿命区间范围都很大，按此预后将得出不合理的结果，因前述 Paris 模型参数之间具有相关性，容易联想到 Walker 模型各参数之间同样存在相关性，应在预后中予以考虑。

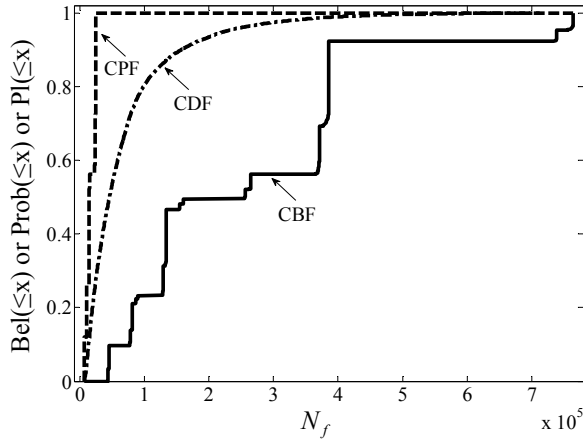


图 4.3 Walker 模型参数独立情况下的证据理论及概率理论的预后结果

表 4.3 Walker 模型参数独立情况下三种方法寿命预后结果汇总

方法	证据理论	概率理论	区间分析
结果信息			
90%保证率的寿命区间	[6772,77662]	13690	——
区间范围	[6555,764400]	——	[6555, 764400]
预后结果	6772	13690	6451

4. 2. 3. 2 参数相关情况的预后

如前所述 Paris 公式中的参数 C 和 m 之间的相关性表述为 $\lg Paris(C) = \alpha + \beta Paris(m)$ (4.8)，Walker 模型参数与 Paris 模型参数之间存在如下关系：

$$\frac{C}{(1-R)^{0.5m}} = Paris(C) \tag{4.9}$$

$$m = Paris(m) \tag{4.10}$$

将 (4.9) 和 (4.10) 代入式 (4.8) 中，得到 Walker 公式参数之间的相关性表达式为：

$$\lg C - \lg(1-R)^{0.5m} = \alpha + \beta m \tag{4.11}$$

即 Walker 模型的参数 $\lg C$ 与 m 之间也具有线性关系，于是由表 4.1 中的数据，做统计分析得到相关系数绝对值 $|R|=0.9669 > R_0(0.6614)$ ，拟合直线如图 4.4 所示，拟合直线的标准偏差 $S = 0.08$ 。最小二乘法拟合得出 Walker 模型参数相关性表达式为：

$$\lg C = -6.5908 - 0.9002m \pm 0.08 \quad (4.12)$$

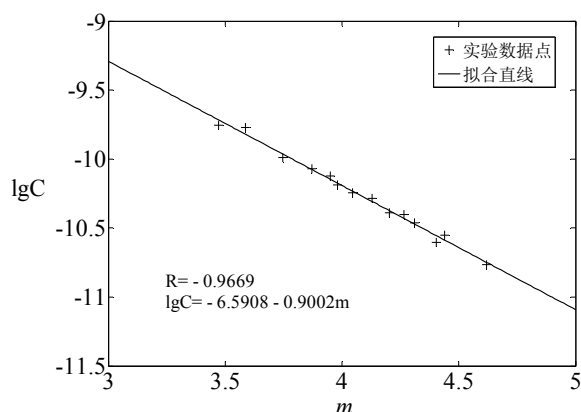


图 4.4 Walker 模型参数 $\lg C$ 和 m 相关性拟合直线

同前，将参数 m 定为不确定变量， C 随 m 按式 (4.12) 变化，从而进行参数不确定下的寿命预后。

由表 4.2 中基于证据理论的参数 m 、 a_0 的不确定表达，使参数 C 按照式(4.12) 随 m 变化，证据理论和概率理论得到系统响应疲劳裂纹扩展寿命 N_f 的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，以及累积分布曲线 (CDF) 见图 4.5。

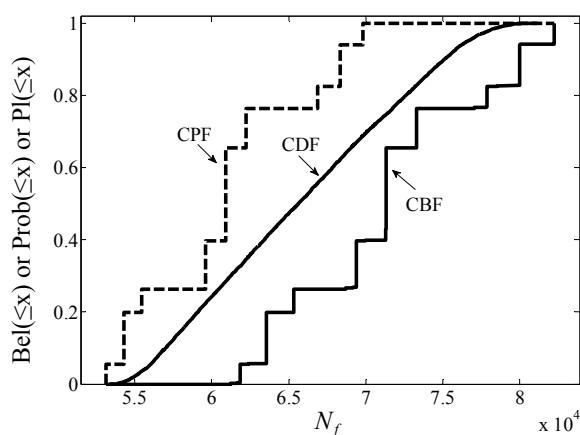


图 4.5 Walker 模型参数相关情况下的证据理论及概率理论的预后结果

表 4.4 为三种方法给出的预后结果汇总，三种方法给出的结果相吻合。在考虑参数 C 和 m 之间的相关性后，寿命区间[53130,82250]的范围与表 4.3 中的结果 [6555,764400]相比明显变小，所做出的预后结果更加合理。

表 4.4 Walker 模型参数相关情况三种方法寿命预后结果汇总

方法 结果信息	证据理论	概率理论	区间分析
90%保证率区间	[54290,63560]	57020	——
区间范围	[53130,82250]	——	[53130,82250]
预后结果	54290	57020	53130

4.3 基于 Forman 模型的疲劳损伤预后不确定分析

在 Paris 模型的基础上, Forman 模型考虑应力比 R ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$) 及材料断裂韧性 K_C 对疲劳裂纹扩展速率 da/dN 的影响, 将 da/dN 与 ΔK 的关系描述为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (4.13)$$

4.3.1 Forman 模型参数计算

将式 (4.13) 两边取对数, 得到:

$$\lg\left(\frac{da}{dN}\right) = \lg C + m \lg(\Delta K) - \lg[(1-R)K_C - \Delta K] \quad (4.14)$$

$$\lg\left\{\left(\frac{da}{dN}\right) \cdot [(1-R)K_C - \Delta K]\right\} = \lg C + m \lg(\Delta K) \quad (4.15)$$

计算各数据点的 $\lg\left\{\left(\frac{da}{dN}\right) \cdot [(1-R)K_C - \Delta K]\right\}$ 值和 $\lg(\Delta K)$ 值, 然后由最小二乘法拟合得到参数 C 和 m 值, 本章仍然采用第 3 章的试验数据和试验条件, 由试验条件可得 $R=0.5$ 。

如前所述, 临界裂纹尺寸 a_c 与断裂韧性 K_C 之间的关系为:

$$a_c = \frac{(1-R)^2 K_{IC}^2}{\pi(\Delta\sigma)^2} \quad (4.16)$$

由表 3.2 中求出 $\overline{a_c} = 32.1mm$, 代入式 (4.16) 求出 2024-T42 铝合金的断裂韧性为 $K_C = 20MPa \cdot \sqrt{m}$ 。

由此得到 14 组试件 Forman 模型的参数如表 4.5 所示。

表 4.5 Forman 模型参数

试件编号	lgC	C ($\times 10^{-8}$)	m	试件编号	lgC	C ($\times 10^{-8}$)	m
1	-7.2546	5.56	1.685	8	-7.4230	3.78	1.863
2	-7.3631	4.33	1.784	9	-7.5946	2.54	2.109
3	-7.3712	4.25	1.822	10	-7.5014	3.15	2.007
4	-7.9195	1.20	2.528	11	-7.5304	2.95	2.014
5	-7.4325	3.69	1.983	12	-7.7863	1.64	2.356
6	-8.0668	8.57	2.677	13	-7.6431	2.27	2.224
7	-7.6601	2.19	2.207	14	-7.5953	2.54	2.150

4.3.2 Forman 模型参数不确定性的证据理论表达

将表 4.5 中的数据进行整理，确定 Forman 模型参数 C 和 m 的不确定区间，画出它们的分布统计直方图，并判断证据理论相邻区间的关系，得到各参数的信任架构，如图 4.6 和 4.7 所示。根据上面得出的信任架构，利用表 2.1 中的规则，得到各参数的基于证据理论的不确定描述，见表 4.6。

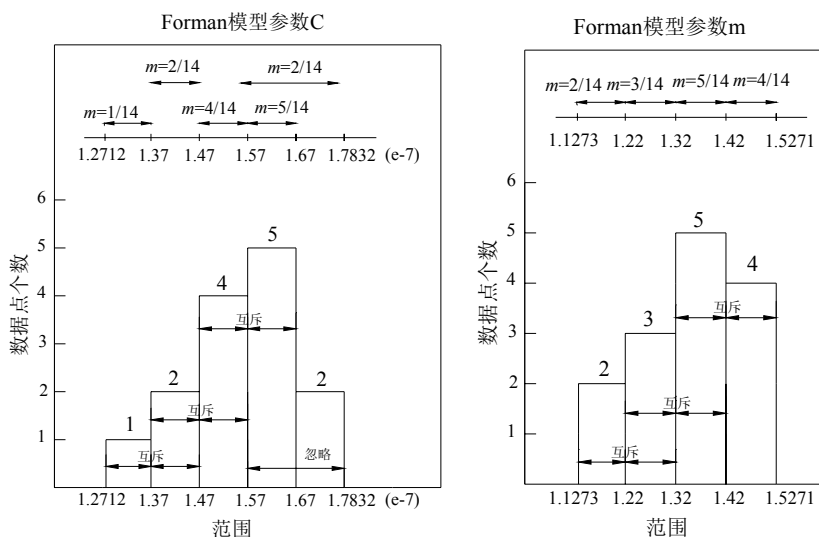


图 4.6 参数 C 的数据分布及信任架构 图 4.7 参数 m 的数据分布及信任架构

表 4.6 Forman 模型不确定参数的证据理论表达

区间号	C		m		a_0	
	范围 ($\times 10^{-7}$)	BPA	范围	BPA	范围	BPA
1	[1.2712,1.37]	0.071	[1.1273,1.22]	0.143	[5.20,5.32]	0.64
2	[1.37,1.47]	0.143	[1.22,1.32]	0.214	[5.38,5.44]	0.29
3	[1.47,1.57]	0.286	[1.32,1.42]	0.357	[5.38,5.50]	0.07
4	[1.57,1.67]	0.357	[1.42,1.5271]	0.286		
5	[1.57,1.7832]	0.143				

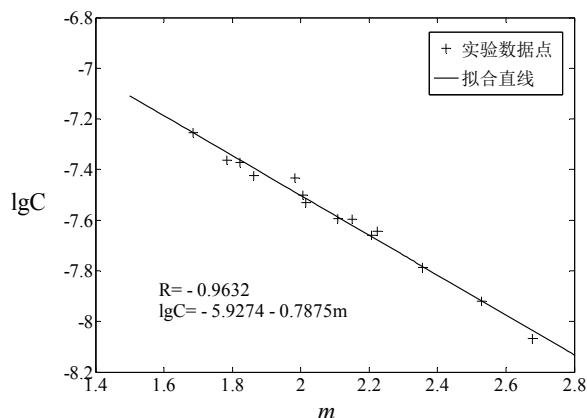


图 4.8 Forman 模型参数相关性拟合图

将表 4.5 中的参数进行统计分析，得到 Forman 模型参数相关性表达式为，

$$\lg C = -5.9274 - 0.7875m \pm 0.11 \quad (4.17)$$

参数相关性拟合图见图 4.8。

4.3.3 基于 Forman 模型的疲劳损伤预后

由 Forman 公式 $\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_C - \Delta K}$ 进行数值积分，根据表 4.6 中不确定参

数的证据理论表达，并考虑参数之间的相关性，证据理论和概率理论计算得到的疲劳寿命 N_f 的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，以及累积分布曲线 (CDF) 见图 4.9。

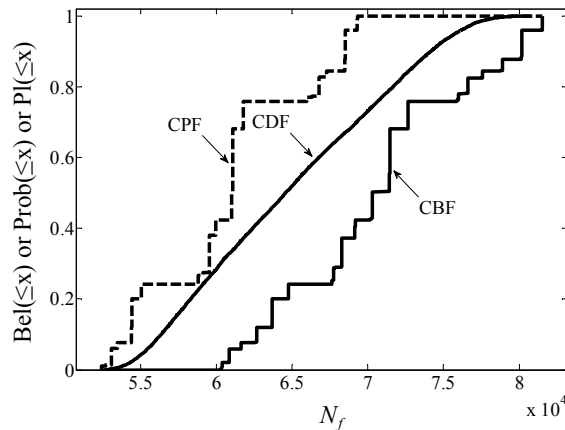


图 4.9 Forman 模型参数相关情况下的证据理论及概率理论预后结果

表 4.7 给出了基于 Forman 模型的证据理论、概率理论和区间分析三种方法的预后结果。

表 4.7 Forman 模型参数相关情况下三种方法寿命预后结果对比

方法 \ 结果	证据理论	概率理论	区间分析
90%保证率的寿命区间	[53380,62670]	56360	——
区间范围	[52380,81550]	——	[52380,81550]
预后结果	53380	56360	52380

4.4 应力比 R 对疲劳寿命影响的探讨

Paris 模型认为应力比 R 对裂纹扩展速率没有影响，只要应力幅值相同，裂纹扩展速率相同，且 Paris 模型参数值不随应力比 R 变化。Walker 模型认为应力比 R 影响裂纹扩展速率，即使应力幅值相同，只要应力比 R 不同疲劳寿命即不

同，并且 Walker 模型参数值是随应力比 R 变化的，如式 (4.9) 所示。因此本节研究以下情况：

对第 3 章中的试件施加与前述等幅荷载 ($P_{\max}=25\text{kN}$, $P_{\min}=12.5\text{kN}$) 应力幅值相同但应力比不同的荷载。

4.4.1 应力比 $R=0.1$ 的情况

$$\text{令} \begin{cases} P_{\max} - P_{\min} = 12.5\text{kN} \\ \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = 0.1 \end{cases} \quad \text{得到} \begin{cases} P_{\max} = 13.9\text{kN} \\ P_{\min} = 1.4\text{kN} \end{cases}$$

于是对构件施加等幅循环荷载 ($P_{\max}=13.9\text{kN}$, $P_{\min}=1.4\text{kN}$)。

由于应力比 R 对 Walker 模型参数取值有影响，按前述相同方法求得 $R=0.1$ 下的 Walker 模型参数如表 4.8 所示。

表 4.8 Walker 模型参数表 ($R=0.1$)

参数	$C(\times 10^{-10})$	m	参数	$C(\times 10^{-10})$	m
1	1.02	4.4385	8	3.05	3.7465
2	1.85	4.045	9	2.07	3.9811
3	2.62	3.8699	10	1.72	4.1278
4	0.66	4.6187	11	4.85	3.4734
5	4.81	3.5858	12	1.39	4.2025
6	0.9	4.403	13	2.37	3.9502
7	1.21	4.3109	14	1.38	4.2661

由表 4.8 中的数据求得 $R=0.1$ 时的 Walker 模型参数 C 和 m 相关性的表达式为：

$$\lg C = -0.7737m - 6.5908 \pm 0.08 \quad (4.18)$$

参数相关性拟合图见图 4.10。

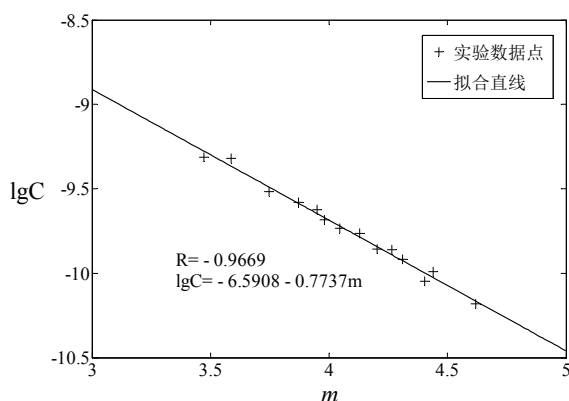


图 4.10 $R=0.1$ Walker 模型参数相关性拟合图

基于 Walker 模型在应力比 $R=0.1$ 时，参数 C 和 m 具有如式 (4.18) 所示相关性下的证据理论、区间分析及概率理论预后结果见图 4.11 和表 4.9。

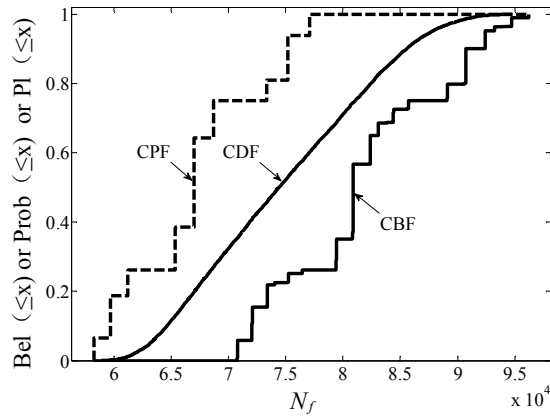


图 4.11 $R=0.1$ 时基于 Walker 模型的证据理论及概率理论的预后结果

表 4.9 $R=0.1$ 时基于 Walker 模型的三种预后结果表

方法 结果信息	证据理论	概率理论	区间分析
90%保证率区间	[59710,72070]	64660	——
区间范围	[58260,96210]	——	[58260,96210]
预后结果	59710	64660	58260

4.4.2 应力比 $R=0.7$ 的情况

$$\text{令} \begin{cases} P_{\max} - P_{\min} = 12.5kN \\ \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = 0.7 \end{cases} \text{得到} \begin{cases} P_{\max} = 41.7kN \\ P_{\min} = 29.2kN \end{cases}$$

于是对构件施加等幅循环荷载 ($P_{\max}=41.7kN$, $P_{\min}=29.2kN$)。按前述相同方法求得 $R=0.7$ 下的 Walker 模型参数如表 4.10 所示。

表 4.10 Walker 模型参数表 ($R=0.7$)

参数 序号	$C(\times 10^{-10})$	m	参数 序号	$C(\times 10^{-10})$	m
1	0.9	4.4385	8	3.93	3.7465
2	2.01	4.045	9	2.35	3.9811
3	3.16	3.8699	10	1.81	4.1278
4	0.53	4.6187	11	7.27	3.4734
5	6.77	3.5858	12	1.39	4.2025
6	0.81	4.403	13	2.74	3.9502
7	1.15	4.3109	14	1.34	4.2661

由表 4.10 中的 14 组参数值进行统计分析,求得 $R=0.7$ 时的参数 C 和 m 的表达式为:

$$\lg C = -1.0111m - 6.5908 \pm 0.08 \quad (4.19)$$

参数相关性拟合图见图 4.12。

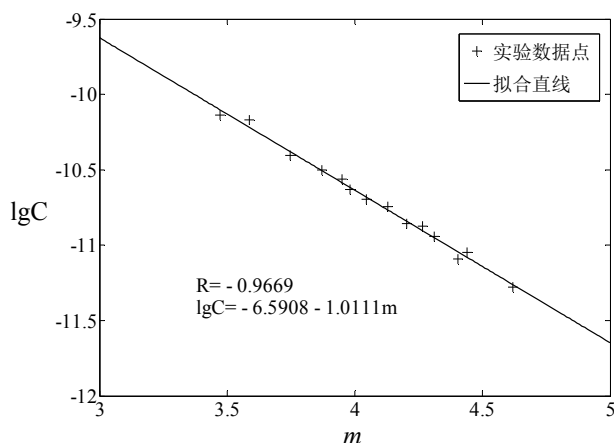


图 4.12 $R=0.7$ 时 Walker 模型参数相关性拟合图

基于 Walker 模型在应力比 $R=0.7$ 时, 参数 C 和 m 具有如式 (4.19) 所示相关性下的证据理论、区间分析及概率理论预后结果见图 4.13 和表 4.11。

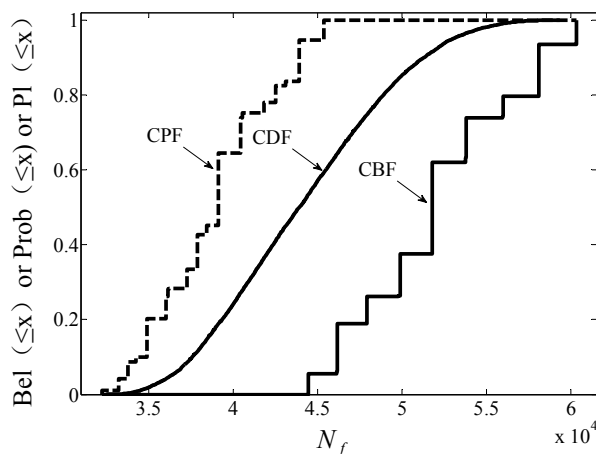


图 4.13 $R=0.7$ 时基于 Walker 模型的证据理论及概率理论的预后结果

表 4.11 $R=0.7$ 时基于 Walker 模型的三种方法预后结果表

方法	证据理论	概率理论	区间分析
结果信息			
90%保证率区间	[34870,46150]	37560	——
区间范围	[32200,60330]	——	[32200,60330]
预后结果	34870	37560	32200

4.4.3 应力比对疲劳寿命的影响

将应力幅值相同，应力比分别 $R=0.1$ ， $R=0.5$ ， $R=0.7$ 三种荷载作用下的基于证据理论的疲劳寿命预后结果汇总，见表 4.12。

表 4.12 三种应力比下的预后结果比较

结果信息	$R=0.1$	$R=0.5$	$R=0.7$
90%保证率寿命	[59710,72070]	[54290,63560]	[34870,46150]
预后结果	59710	54290	34870

由表 4.12 可以看出随着应力比的增大疲劳寿命有减小的趋势，尤其在高应力比下疲劳寿命有较大的减少，这时若不考虑应力比的影响会导致预后结果存在危险性。

4.5 三种裂纹扩展模型预后的比较

由于在三种模型中，证据理论、区间分析及概率理论做出的预后结果都相吻合，在对三种损伤模型进行比较时，只选择证据理论的预后结果进行比较。三种模型的证据理论预后结果汇总见表 4.13。

表 4.13 三种模型证据理论预后结果汇总 ($R=0.5$)

模型 结果信息	Paris 模型	Walker 模型	Forman 模型
90%保证率的区间	[54310,63580]	[54290,63560]	[53380,62670]
区间范围	[53150,82280]	[53130,82250]	[52380,81550]
预后结果	54310	54290	53380

由表 4.13 中基于三种模型的预后结果可以看出三种模型的预后结果相近，说明 Paris 模型、Walker 模型和 Forman 模型都适合描述试验条件下的疲劳裂纹扩展行为。

Walker 模型在 Paris 模型的基础上考虑了应力比对疲劳寿命的影响，表 4.12 在不同应力比下 Walker 模型给出不同的寿命预后结果，得出结论：随着应力比的增大疲劳寿命呈减小的趋势。在 $R=0.7$ （高应力比）时 Walker 模型给出寿命值为 34780 次，所以在高应力比下的损伤分析应考虑应力比对裂纹扩展速率的影响，采用 Walker 模型或 Forman 模型进行疲劳寿命预后。

Paris 模型参数与应力比无关，Walker 模型和 Forman 模型参数都与应力比有关，并且三个模型的参数 C 和 m 之间都存在相关性，说明参数相关性是普遍存在的，在预后过程中都应予以考虑。

采用 Forman 模型进行预后时需要知道材料的断裂韧性 K_C ，而 K_C 值需要通过较复杂的疲劳试验获得，所以当不知道材料确切的 K_C 值时不能采用 Forman 模型。

4.6 Ti-6Al-4V 合金试件的疲劳损伤预后不确定分析

4.6.1 试件介绍

本部分引用文献^[55]中给出的 Ti-6Al-4V 材料的 Paris 模型参数数据，假设试件为 Ti-6Al-4V 合金薄板，厚 5mm，宽 500mm，受循环荷载($P_{\max}=200\text{kN}$, $P_{\min}=100\text{kN}$)作用（图 4.14），假设试件具有初始缺陷为中心 I 型裂纹（ $a_0=5\text{mm}$ ）。

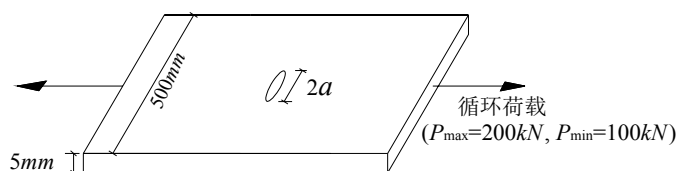


图 4.14 Ti-6Al-4V 试件受力示意图

已知 Ti-6Al-4V 材料的断裂韧性 $K_C=75\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ，可求出临界裂纹尺寸 $a_c=280\text{mm}>$ 试件宽度 250mm，所以取 $a_c=250\text{mm}$ 。文献中给出 Ti-6Al-4V 材料在不同环境下的 Paris 模型参数 C 和 m 的 16 组数值，如表 4.14 所示。

表 4.14 Ti-6Al-4V 材料 Paris 模型参数值表

No.	1	2	3	4	5	6	7	8
logC	-13.9	-12.7	-15.0	-11.6	-12.5	-13.3	-12.6	-12.9
m	5.4	5.0	6.2	4.0	4.5	5.5	4.7	4.1
No.	9	10	11	12	13	14	15	16
logC	-11.9	-13.4	-12.8	-12.4	-12.8	-11.7	-14.6	-13.2
m	3.8	4.9	4.4	4.6	4.3	3.7	6.1	4.4

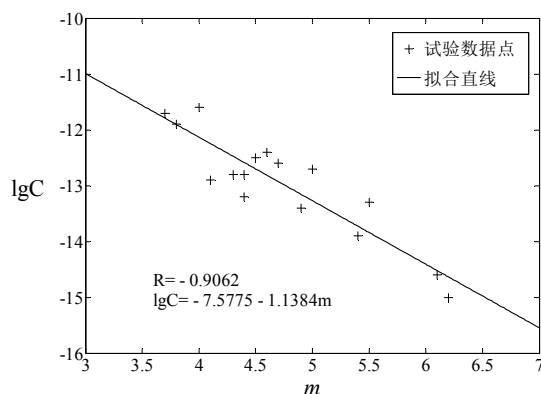


图 4.15 Ti-6Al-4V 合金 Paris 模型参数 C 和 m 相关性拟合图

将表 4.14 中的数据进行整理，可得到 Ti-6Al-4V 材料 Paris 模型参数 C 和 m 之间的相关性表达式为 ($|R|=0.9062$):

$$\lg C = -7.5775 - 1.1384m \pm 0.414 \quad (4.20)$$

相关性拟合直线见图 4.15。

4.6.2 Ti-6Al-4V 合金参数不确定性的证据理论表达

采用与前述相同的方法，Ti-6Al-4V 合金 Paris 模型参数 C 和 m 不确定性的证据理论表达如图 4.16，图 4.17 及表 4.15 所示。

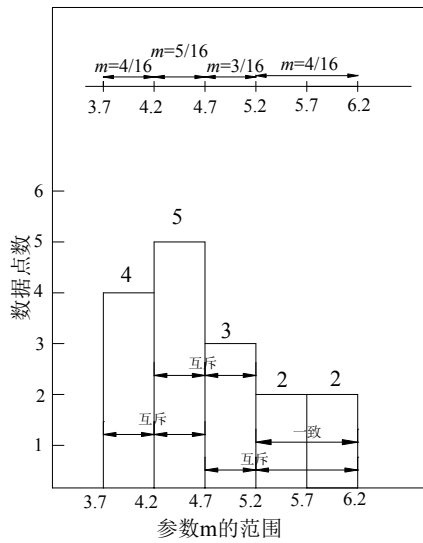


图 4.16 参数 m 的数据分布及信任架构

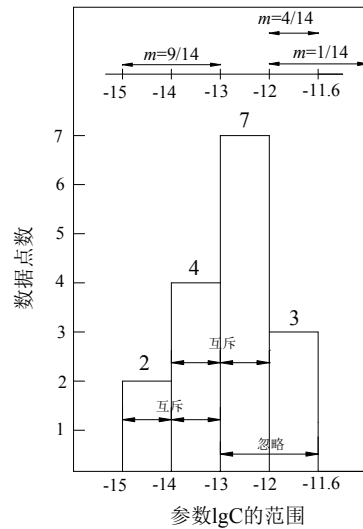


图 4.17 参数 $\lg C$ 的数据分布及信任架构

表 4.15 Ti-6Al-4V 合金 Paris 模型参数 C 和 m 的不确定表达

区间号	$\lg C$		m	
	焦元区间	BPA	焦元区间	BPA
1	[-15.0,-14.0]	0.125	[3.7,4.2]	0.250
2	[-14.0,-13.0]	0.250	[4.2,4.7]	0.313
3	[-13.0,-12.0]	0.438	[4.7,5.2]	0.187
4	[-13.0,-11.6]	0.187	[5.2,6.2]	0.250

4.6.3 Ti-6Al-4V 合金疲劳损伤预后不确定分析

根据前述参数 m 不确定的证据理论表达，参数 C 随 m 按式 (4.20) 变化，采用微分演化算法进行不确定传播，得到假设荷载条件下 Ti-6Al-4V 合金试件的疲劳寿命的累积信任 (CBF) 分布曲线和累积似然 (CPF) 分布曲线，见图 4.18。

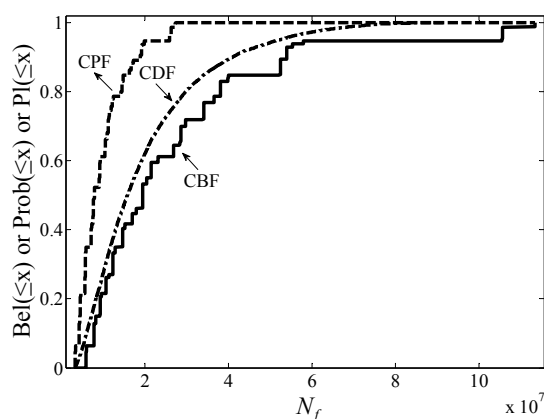


图 4.18 Ti-6Al-4V 合金证据理论的预后结果

表 4.16 为部分预后结果信息，按本文提出的预后方法，给出假设荷载下的 Ti-6Al-4V 合金试件的具有 95%保证率的寿命区间为 $[3.31, 7.59] \times 10^6$ ，据此预后结果为 3310000 次。

表 4.16 Ti-6Al-4V 合金试件预后结果信息

方法	证据理论	概率理论	区间分析
结果信息			
95% 保证率疲劳寿命	$[3.31, 7.59] \times 10^6$	4.72×10^6	—
区间范围	$[3.21, 113] \times 10^6$	—	$[3.21, 113] \times 10^6$

4.7 基于 Miner 准则的非等幅加载损伤累积不确定分析

考虑以下加载情况：

对第三章中的试件施加载 4.17 中所示的非等幅荷载。首先在荷载 1 的作用下循环 20000 次，后在荷载 2 下循环 8000 次，求荷载 3 作用下的剩余疲劳寿命。

表 4.17 非等幅加载表

荷载名称	荷载数值	作用循环次数
荷载 1	$(P_{\max}=25\text{kN}, P_{\min}=12.5\text{kN})$	$n_1=20000$
荷载 2	$(P_{\max}=30\text{kN}, P_{\min}=15\text{kN})$	$n_2=8000$
荷载 3	$(P_{\max}=15\text{kN}, P_{\min}=5\text{kN})$	$n_3=\text{剩余疲劳寿命}$

采用本文提出的预后方法分别求出三种荷载条件下等幅加载的 90%保证率的疲劳寿命区间，取下限值为疲劳寿命值，如表 4.18 所示。

表 4.18 三种荷载条件下等幅加载的疲劳寿命预后值

荷载名称	疲劳寿命 (90%保证率)
荷载 1	$N_1=54310$
荷载 2	$N_2=22860$
荷载 3	$N_3=137200$

由 Miner 准则:

在荷载 1 作用下的疲劳寿命 $N_1=54310$ 次, $D_1=n_1/N_1=0.368$;

在荷载 2 作用下的疲劳寿命 $N_2=22860$ 次, $D_2=n_2/N_2=0.350$;

荷载 3 作用下的损伤值 $D_3=1-D_1-D_2=0.282$;

于是求得剩余疲劳寿命值 $n_3=D_3 \times N_3=38690$ 次

即试件在经过所设定的加载历史后, 还能继续在荷载 3 作用下循环 38690 次达到破坏。

4.8 本章小结

本章首先将 2024-T42 铝合金的疲劳试验数据应用于基于 Walker 模型和 Forman 模型的预后, 将 Paris 模型、Walker 模型和 Forman 模型的预后结果进行比较, 三种模型的疲劳寿命预后结果相近, 验证了三个模型在描述疲劳裂纹扩展方面的适用性。

其次, 将 Walker 模型在不同应力比下 ($R=0.1$, $R=0.5$, $R=0.7$) 的预后结果进行对比, 发现随着应力比的增大疲劳寿命将减少, 在高应力比下的寿命预后应考虑应力比的影响, 宜采用 Walker 模型或 Forman 模型。

其次, 将提出的预后方法应用在其他材料 (Ti-6Al-4V 合金) 的疲劳损伤预后中, Ti-6Al-4V 合金的 Paris 模型参数之间也存在与 2024-T42 铝合金类似的相关性, 说明 Paris 公式的参数相关性在不同材料中是普遍存在的。

最后, 应用 Miner 准则对非等幅加载情况下的损伤累积进行了不确定分析。

第五章 总结与展望

5.1 本文工作总结

在疲劳损伤分析中存在各种不确定性，如：荷载条件的随机性、材料参数的离散性、试验数据的有限性以及裂纹扩展模型的误差等，这些不确定性将对疲劳损伤预后产生影响。本文对疲劳裂纹扩展模型的认知不确定性进行量化，提出基于证据理论的疲劳损伤预后不确定分析方法。主要研究结论包括以下几个部分：

(1) 不确定量化方法的研究

以 2024-T42 铝合金的 CCT（中心裂纹受拉）试样为研究对象，对 Paris 模型中的参数不确定性进行量化，进行疲劳损伤预后不确定分析。不确定量化包括表达和传播两个重要部分，本文采用证据理论来表达参数不确定性，并将不确定传播过程转化为在一定区间上寻求系统响应的极值问题，采用微分演化区间优化算法来解决。

将基于微分演化算法的证据理论结果与区间分析和概率理论结果进行了比较，数值分析的结果表明，基于微分演化算法的证据理论能够成功处理参数不确定问题，并且优于其他两种方法，具有较高的计算效率和准确性。与区间分析相比，证据理论所得出的结果可以给出更多的概率信息，即给出寿命小于某特定值时的概率区间，或者具有某保证率的寿命区间；与采样法相比，微分演化算法大大节约了计算时间，提高了计算效率，并且可以避免由于概率理论中的假设分布带来的误差。

(2) 对模型认知不确定的研究

在基于 Paris 模型、Walker 模型及 Forman 模型对 2024-T42 铝合金试件预后的过程中，均在参数独立和参数相关两种情况下进行。在参数相互独立情况下得出的寿命区间与实际寿命值相比范围很大，预后结果不合理；实际情况中，三种模型参数之间都具有相关性，考虑参数之间的相关性后得到合理的预后结果。该结论在 Ti-6Al-4V 合金试件的预后中再次得到了证明，说明裂纹扩展模型参数相关性是在不同材料中也是普遍存在的。

(3) 不同裂纹扩展模型的研究

基于 Paris 模型、Walker 模型和 Forman 模型的预后结果相近，都适合描述试验条件下的疲劳裂纹扩展行为。Walker 模型在 Paris 模型的基础上考虑了应力比对疲劳寿命的影响，在不同应力比下 Walker 模型给出不同的寿命预后结果，

得出结论：随着应力比的增大疲劳寿命呈减小的趋势。在高应力比下的损伤分析应考虑应力比对裂纹扩展速率的影响，采用 Walker 模型或 Forman 模型进行疲劳寿命预后。

基于以上分析，本文提出以下认知不确定下的疲劳损伤预后方法：采用证据理论表达认知不确定性，利用微分演化区间优化算法进行不确定性的传播，并在预后中考虑裂纹扩展模型参数之间的相关性。

5.2 本课题继续研究展望

本文所研究的课题涉及的问题广泛，所进行的工作是探索性的，取得的成果也是初步的。

(1) 在疲劳损伤预后过程中还存在其他不确定性，本文只考虑模型参数不确定性及对模型的认知不确定性，对于其他不确定性的影响还有待于进一步研究。

(2) 本文只针对中心裂纹受拉情况进行计算，对于其他受力形式还可以进一步分析。

(3) 本文所做的研究针对裂纹扩展的第二阶段，对于小裂纹扩展的研究可以进一步进行，以使研究更加全面。

(4) 本文所研究的对象均为金属材料，可以对混凝土等其他建筑中广泛使用的材料进行疲劳损伤分析。

(5) 本文的研究针对构件进行，可以将其扩展到结构层面。

致谢

随着这篇论文的修改完成，三年的研究生生活已接近尾声，回想 2013 年 5 月的着手准备，到 2014 年 3 月论文的完成，心中不禁感慨万千。在同济的三年我渡过了非常快乐的时光，幸福的中间也免不了困难彷徨，成功渡过每次难关离不开很多人的帮助和支持。

首先，由衷地感谢我的导师唐和生老师，唐老师对学术和工作的热情和认真深深影响着我，他高尚的品德、对学生的关爱负责更使我非常敬仰和钦佩，在小论文和学位论文的写作过程中，唐老师都逐字逐句地进行修改和指导，在将近一年的锻炼中，我的论文写作能力和科研能力都得到了长足的进步，从刚入学时的生疏到临近毕业的不舍，千言万语只能汇成一句：唐老师，谢谢您！

其次，感谢薛松涛老师，薛老师名扬海外，却平易近人，谈笑风生中的诙谐与幽默蕴含着乐观的人生态度，关怀备至的叮咛中充满了对我们的关心和爱护。

另外，要感谢谢丽宇老师，在工作上，谢老师带领我们做检测项目，增加我们的实践机会；在生活上，谢老师是大家的朋友，“集体运动”、“集体旅游”、“水果经费”等活动都是对我们关心的真实写照。

特别感谢 10 级的硕士邓立新师兄在工作学习和论文写作过程中给予我的帮助和指导。

感谢师兄白杰、裘亦文、汪洁、赵金海、荀扬，师姐苏瑜、张毅捷、唐珏、王娇，同门姚雯、谢丽君，师弟宋琛琛、李大伟、王航航、周育纬、王兵、梅加河，师妹陈微、牟晓彤。

感谢我的男朋友吴浩，感谢你对我的包容和关怀，陪伴我度过一次又一次难关，同时感谢你经济上的支持，让我有更好的生活条件。

特别感谢我的父母，感谢 25 年来你们对我的养育之恩，从小到大你们都是我最坚强的后盾，感谢你们一直以来对我无条件的关心和支持！

参考文献

- [1] 王军, 邱志平. 疲劳裂纹扩展的不确定理论. 北京航空航天大学学报, 2008, Vol.34(12): 1428~1432
- [2] 王泓. 材料疲劳裂纹扩展和断裂定量规律的研究: [博士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2002
- [3] 张芳. 典型钢种高温疲劳裂纹扩展规律的试验研究与计算机模拟: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江工业大学, 2004
- [4] 韦树军. 高速铁路钢轨的疲劳寿命研究: [硕士学位论文]. 上海: 同济大学, 2006
- [5] 许寰宇. ATN01P-T4 铝合金疲劳小裂纹扩展特性研究: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009
- [6] Liu.Y, Mahadevan.S. Uncertainty modeling in fatigue life prediction. ORAL/POSTER REFERENCE. FT49
- [7] 凌超, 李风, 郑修麟. 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 与材料性能常数间的研究. 机械强度, 1997, Vol.19(1): 74~76
- [8] 刘青峰. 疲劳裂纹扩展速率与门槛值自动化测试系统研究: [硕士学位论文]. 北京: 北京工业大学, 2000
- [9] 张艳林, 张义民, 金雅娟. 任意分布参数疲劳裂纹扩展寿命的可靠性分析. 应用力学学报, 2009, Vol.26(3): 604~607
- [10] 杨光. 不同应力比下 2024-T4 铝合金疲劳裂纹扩展速率试验研究及数值模拟: [硕士学位论文]. 杭州: 杭州工业大学, 2012
- [11] 上官晓峰, 付小琪. TC4 钛合金的疲劳裂纹扩展 Walker 公式. 西安工业大学学报, 2012, Vol.32(2): 127~129
- [12] 程靳, 赵树山. 断裂力学. 北京: 科学出版社, 2006
- [13] Oberkampf WL, Helton JC, Sentz K. Mathematical representation of uncertainty. Non-Deterministic Approaches Forum, Seattle: WA, AIAA, 2001
- [14] Helton J.C. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, Vol. 57: 3~76
- [15] Moreira P M G P, de Matos P F P, de Castro P M S T. Fatigue striation spacing and equivalent initial flaw size in Al 2024-T3 riveted specimens. Theoretical and applied fracture mechanics, 2005, Vol. 43(1): 89-99.
- [16] 许锐. 基于 Info-Gap 决策的结构稳健优化设计: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2011
- [17] Muhanna R.L, Mullen R.L. Uncertainty in mechanics problems-interval-based approach, Journal of Engineering Mechanics, 2001, Vol. 27(6) 557~566
- [18] Walley P. Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities, London: Chapman and Hall, 1991
- [19] Aughenbaugh J M., Paredis C J. The value of using imprecise probabilities in engineering design, Journal of Mechanical Design, 2006, Vol. 128(4):969~979
- [20] Dubois D, Fargier H, Prade H. Possibility theory in constraint satisfaction problems: Handling priority, preference and uncertainty, Applied Intelligence, 1996, Vol. 6(4): 287~309

- [21]. Byeng D Y, Choi K, Liu D, David G. Integration of possibility-based optimization to robust design for epistemic uncertainty, *Journal of mechanical design*, 2007, Vol. 129:876~883
- [22] Ben-Haim Y. *Info-Gap Theory: Decisions under severe uncertainty*, London: Academic Press, 2nd edition, 2006.
- [23]. Bae H.R, Ramana V.G. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures, *Computers and Structures*, 2004, Vol.82: 1101~1112
- [24] Limbourg P, Rocquigny E.D. Uncertainty analysis using evidence theory-confronting level-1 and level-2 approaches with data availability and computational constraints, *Reliability Engineering and System Safety*, 2010, Vol. 95(5): 550~564
- [25] Helton J C, Johnson J D, Oberkampf W L, Sallaberry C J, Representation of analysis results involving aleatory and epistemic uncertainty, *International Journal of General Systems*,2010,Vol. 39(6):605~646
- [26] Agarwal H, Renaud J E, Preston E L. Uncertainty quantification using evidence theory in multidisciplinary design optimization, *Reliability Engineering and System Safety*, 2004, Vol.85: 281~294.
- [27] Edward A, Ramana G, Bae H R. Gradient projection for reliability-based design optimization using evidence theory, *Engineering Optimization*, 2008, Vol.40 (10): 923~935.
- [28] Mourelatos Z P, Zhou J. A design optimization method using evidence theory, *Journal of mechanical design*, 2006, Vol.128 (4): 901~908.
- [29] Srivastava R K, Deb K. An EA-based approach to design optimization using evidence theory, *Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, 2011, ACM: 1139~1146.
- [30] Salehghaffari S, Rais-Rohani M, Marin E B, Bammann D J, A new approach for determination of material constants of internal state variable based plasticity models and their uncertainty quantification, *Computational Materials Science*, 2012, Vol.55:237-244.
- [31] Storn R, Price K. Differential evolution-A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces, *Journal of Global Optimization*, 1997, Vol.11: 341~359.
- [32] Das S, Suganthan P N, *Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art*, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, Vol. 15(1): 4~31.
- [33] Mathar R J. Karhunen-Loeve basis of Kolmogorov phase screens covering a rectangular stripe, *Waves in Random and Complex Media*, 2010, Vol.20 (1): 23~35
- [34] Xiu D. *Numerical Methods for Stochastic Computations: A Spectral Method Approach*. Princeton: Princeton University Press, 2010.
- [35] Besterfield G H, Liu W K, Lawrence A M, Belytschko T, Fatigue crack growth reliability by probabilistic finite elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991, Vol. 86(3): 297~320
- [36] Liu Y, Mahadevan S. Probabilistic fatigue life prediction using an equivalent initial flaw size distribution, 2009, *International Journal of Fatigue* Vol.31: 476~487.
- [37] Patrick R, Orchard M E, Zhang B, et al. An integrated approach to helicopter planetary gear fault diagnosis and failure prognosis, *Autotestcon*, 2007, IEEE: 547~552.
- [38] Sankararaman, S, et al. Uncertainty quantification in fatigue damage prognosis, 2009, *Annual*

- conference of the prognostics and health management society
- [39] Sarkar S, Gupta, S. Rychlik I. Wiener chaos expansions for estimating rain-flow fatigue damage in randomly vibrating structures with uncertain parameters, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2011, Vol. 26(3): 87~98.
- [40] Beck A T, Gomes W. Stochastic fracture mechanics using polynomial chaos, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2013, Vol.34: 26~39.
- [41] Riahi H, Bressollette P, Chateaneuf A. Random fatigue crack growth in mixed mode by stochastic collocation method, *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, Vol.77(3): 292~309
- [42] Zhao F, Tian Z, Zeng Y. A stochastic collocation approach for efficient integrated gear health prognosis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, Vol. 39: 372~387
- [43] Worden K, Manson G, Prognosis under uncertainty-An idealized computational case study, *Shock and Vibration*, 2008, Vol. 15: 231~243
- [44] Surace C, Worden K. Extended analysis of a damage prognosis approach based on interval arithmetic, *Strain*, 2011, Vol. 47: 544~554
- [45] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multiplicand mapping. *Annals of mathematical statistics*, 1967, Vol.38:325~339
- [46] Shafer G A. *Mathematical theory of evidence*, Princeton: Princeton University Press, 1976
- [47] 杨风暴, 王肖霞. D-S 证据理论的冲突证据合成方法.北京: 国防工业出版社, 2010
- [48] Salehghaffari S, Rais-Rohani M. Epistemic uncertainty modeling of Johnson-Cook plasticity model using evidence theory. 13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2010, 9~13
- [49] Eldred M S, Swiler L P, Tang G. Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation. *Reliability Engineering and System Safety*, 2011, Vol. (96): 1092~1113
- [50] 唐和生, 王兆亮, 薛松涛. 微分演化算法在桁架形状优化中的应用. *土木建筑与环境工程*, 2010, Vol. 32(1): 42~50(106)
- [51] Storn R, Price K. Differential evolution-A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 1997, Vol. 11(4): 341~359
- [52] 田秀云, 杜洪增, 孙智强. 金属材料疲劳裂纹扩展曲线的拟合方法研究. *工程力学*, 2003, Vol. 20(4): 136~140
- [53] 曲先强, 马永亮等. Paris 公式中材料参数的统计特性分析, 2008 全国 MTS 断裂测试研讨会论文集, 2008, 26~31
- [54] 陈国华, 周昌玉等. 疲劳裂纹随机扩展规律分析方法. *南京化工大学学报*, 1996, Vol.18(3): 63~66
- [55] Morten, A, Stuart R. Fatigue-crack growth in Ti-6Al-4V-0.1Ru in air and seawater. *Metallurgical and materials transactions*, 2001, 32A: 2297-2314

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历:

李晶晶, 女, 1989 年 3 月生。

2011 年 6 月毕业于北京科技大学土木工程专业, 获工学学士学位。

2011 年 9 月进入同济大学结构工程专业攻读硕士学位。

已发表论文:

[1] 李晶晶. 框架结构构件缺损影响分析与防爆措施. 城市建设理论研究, 2012, Vol.2:148-149.

待发表论文:

[1] Hesheng Tang, Jingjing Li, Lixin Deng. Evidential uncertainty quantification in fatigue damage prognosis. 2014 The 4th Workshop on Applied Mechanics and Civil Engineering. (Accepted)