



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

基于证据理论的混凝土疲劳寿命预测不确定分析

(国家自然科学基金项目资助 编号: 51178337, 50708076)

(科技部国家重点实验室研究项目 SLDRCE14-B-03)

(国家科技支撑计划 2013BAG19B01)

姓 名: 陈微

学 号: 1232645

所在院系: 土木工程学院

学科门类: 工程

学科专业: 建筑与土木工程

指导教师: 唐和生 副教授

二〇一五年五月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to

Tongji University in conformity with the requirements for

the degree of Master of Engineering

**UNCERTAINTY ANALYSIS IN FATIGUE LIFE
PREDICTION OF CONCRETE USING EVIDENCE
THEORY**

(Supported by the National Natural Science Foundation of China
(Grant No. 51178337 and 50708076), Ministry of Science and
Technology of China (Grant No.SLDRCE14-B-03) and Key
Technologies Research and Development Program of China
(2013BAG19B01))

Candidate: Wei Chen

Student Number: 1232645

School/Department: School of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Architectural and Civil Engineering

Supervisor: Associate Prof. Tang Hesheng

May, 2015

基于证据理论的混凝土疲劳寿命预测不确定分析

陈微

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律 responsibility 由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

在土木工程领域，结构的疲劳破坏是构件失效的主要形式，为了保证结构的正常使用，就需要对疲劳寿命进行预测，从而为工程疲劳可靠性设计提供依据。但是，由于混凝土的疲劳寿命受到工程材料异相性、结构服役环境复杂性以及荷载条件的随机性等影响，具有很强的不确定性。因此引入不确定性理论来分析疲劳寿命预测问题是十分必要的。

本文提出一种认知不确定性框架下的混凝土疲劳寿命预测方法，应用证据理论和微分演化算法来量化和传播该认知不确定性。主要开展了以下几个方面的工作：

(1) 简要回顾了混凝土疲劳的研究概况，介绍了疲劳寿命预测过程中存在的不确定性来源及不确定性量化方法，并且总结了目前疲劳寿命不确定分析的发展现状；

(2) 分别采用基于经验的 S-N 曲线和基于断裂力学的 Paris 公式疲劳寿命预测模型，建立基于证据理论的混凝土疲劳寿命预测不确定分析方法。该方法采用证据理论进行参数不确定表达，把基于证据理论的不确定传播问题抽象为在一定区间上寻求系统响应极值的问题，并将微分演化算法应用于不确定传播过程的计算。

(3) 将该方法分别应用于素混凝土四点弯曲梁、素混凝土三点弯曲梁和钢纤维混凝土四点弯曲梁的疲劳寿命预测不确定分析。将基于证据理论和微分演化算法的疲劳寿命结果与基于概率理论的进行比较，验证了该算法对疲劳寿命预测不确定分析的有效性和优越性。

最后，对本文的研究进行了总结，给出了相关结论，并指出进一步研究中的展望。

关键词：疲劳寿命，不确定分析，证据理论，微分演化算法

ABSTRACT

Fatigue failure is the main failure mode of mechanical components in the research of engineering structures. As fatigue life may be a basis for the fatigue reliability design, it is very important to predict it for the normal usage of the structure. While being affected by various sources of uncertainties, such as heterogeneity in engineering materials, complexity of structural service environment and the variability in loading conditions, the predicted life of concrete structures in civil engineering field will be more obviously uncertain than other engineering structures. Therefore the study of uncertainty theory in the prediction of fatigue life is very necessary.

A methodology for concrete fatigue life prediction under epistemic uncertainty is presented, and a differential evolution-based computational strategy for the propagation of parameter uncertainty in a system with evidence theory is proposed.

The paper mainly contains:

(1) The study on fatigue of concrete is briefly reviewed. The sources of uncertainty during the process of fatigue life prediction and uncertainty quantification (UQ) approaches are introduced. The research of developing status about uncertainty analysis in fatigue life prediction are summarized.

(2) The empirical formula S-N curve and the Paris law based on the fracture mechanics are selected as the fatigue life prediction models, the uncertainty analysis method about fatigue life prediction of concrete using evidence theory is constructed. The uncertainty of the model parameters is represented by evidence theory, and the uncertainty propagation based on evidence theory is actually to find the maximum and minimum values of the system response which will be solved by differential evolution algorithm.

(3) The proposed approach is applied in fatigue life prediction of the plain concrete beams and the steel fibre reinforced concrete beams. The efficiency and superiority of the proposed approach based on evidence theory and differential evolution algorithm in uncertainty quantification are verified through a comparative analysis of probability theory.

Key Words: fatigue life, evidence theory, uncertainty analysis, differential evolution

algorithm

目录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 混凝土疲劳寿命预测发展.....	1
1.2.1 疲劳的概念.....	1
1.2.2 混凝土疲劳研究历程.....	2
1.2.3 疲劳损伤不确定分析现状.....	4
1.3 确定性混凝土疲劳寿命预测方法.....	5
1.3.1 基于 S-N 曲线的累积损伤模型.....	5
1.3.2 基于断裂力学的 Paris 模型.....	6
1.3.3 基于损伤力学的疲劳累积损伤模型.....	7
1.4 不确定性疲劳寿命预测方法.....	8
1.4.1 疲劳寿命预测中的不确定来源.....	8
1.4.2 不确定性量化方法.....	9
1.4.3 基于概率理论的疲劳寿命预测.....	11
1.4.4 证据理论的发展历程.....	12
1.5 本文的主要内容.....	13
第 2 章 基于证据理论的不确定分析方法.....	15
2.1 引言.....	15
2.2 基于证据理论的不确定量化.....	16
2.2.1 证据理论基本原理.....	16
2.2.2 证据理论表达方法.....	19
2.3 基于微分演化的不确定传播分析.....	20
2.3.1 不确定传播的数学描述.....	20
2.3.2 微分演化算法.....	21
2.3.3 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程.....	23
2.4 本章小节.....	23
第 3 章 基于 S-N 曲线的素混凝土疲劳寿命预测不确定分析.....	25
3.1 引言.....	25
3.2 S-N 曲线.....	25
3.2.1 S-N 曲线基本原理.....	26
3.2.2 P-S-N 曲线.....	27
3.2.3 算例介绍.....	27
3.3 基于传统概率理论的疲劳寿命预测不确定分析.....	28
3.3.1 疲劳寿命概率统计分布及模型参数.....	29

3.3.2	寿命预测结果.....	31
3.3.3	基于概率理论得到的 P-S-N 曲线及其局限性.....	32
3.4	基于证据理论的疲劳寿命预测不确定分析.....	33
3.4.1	S-N 曲线参数计算.....	33
3.4.2	基于证据理论的不确定表达.....	34
3.4.3	寿命预测结果分析及与概率方法结果比较.....	34
3.5	本章小结.....	37
第 4 章	基于断裂力学的素混凝土疲劳寿命预测不确定分析.....	39
4.1	引言.....	39
4.2	基于断裂力学的疲劳裂纹扩展分析.....	40
4.2.1	裂纹的类型.....	41
4.2.2	疲劳裂纹扩展速率.....	42
4.2.3	影响疲劳裂纹扩展速率的因素.....	43
4.2.4	几种疲劳裂纹扩展模型.....	44
4.3	Paris 模型下基于证据理论的疲劳寿命预测不确定分析.....	45
4.3.1	基于证据理论的不确定表达.....	47
4.3.2	基于证据理论的疲劳寿命预测.....	47
4.3.3	与概率理论方法预测结果的比较分析.....	50
4.4	本章小结.....	53
第五章	钢纤维混凝土疲劳寿命预测不确定分析.....	55
5.1	引言.....	55
5.2	钢纤维混凝土疲劳寿命预测方法.....	55
5.2.1	钢纤维混凝土的性能.....	56
5.2.2	疲劳研究与应用.....	57
5.2.3	疲劳寿命预测模型.....	57
5.3	基于 S-N 曲线的钢纤维混凝土疲劳寿命预测不确定分析.....	58
5.3.1	算例介绍.....	58
5.3.2	S-N 曲线参数计算.....	59
5.3.3	基于证据理论参数不确定表达.....	61
5.3.4	基于证据理论的疲劳寿命预测结果及分析.....	62
5.3.5	基于概率理论的疲劳寿命预测.....	63
5.3.6	两种方法预测结果与实验数据对比分析.....	64
5.4	本章小节.....	66
第六章	结论与展望.....	67
6.1	结论.....	67
6.2	进一步的研究工作.....	67
	致谢.....	69
	参考文献.....	70

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果..... 76

第 1 章 绪论

1.1 引言

混凝土结构是目前世界上使用最广泛的结构形式之一，这类结构在建筑和使用过程中的安全性一直都是结构工程设计人员深入研究的方向。进入 20 世纪，世界范围内开始广泛发展公路、铁路，并大量兴建桥梁、路面、大坝、跑道等混凝土结构，而这些结构往往受到的是重复荷载的作用，大部分结构的破坏是由疲劳荷载引起的^[1-6]。疲劳破坏属于脆性破坏，破坏时一般没有明显的塑性变形和预兆，对工程结构的危害很大，甚至会引发灾难性的事故，所以对混凝土的疲劳性能的研究引起了人们的极大的关注。

但在 1970 年之前，由于混凝土结构是按照容许应力法进行设计，采用的容许应力比较低，较少发生混凝土结构因疲劳而破坏的情况。之后，随着越来越多的结构采用高强、轻质混凝土和高强钢筋，加之充分利用材料强度的设计方法，致使构件工作应力不断提高，许多构件不仅处于高应力状态，并且恒载减小、自重减轻，疲劳荷载所占比重相对增大，在其服役期内除了受静载作用外，经常承受重复循环荷载作用。在这些循环荷载作用下，混凝土内部将产生微裂缝，已有的裂缝发生扩展，出现一种渐进的，局部的，永久性的损伤，导致结构的刚度稳定减小，发生低于静载强度的脆性破坏，最终破坏失效。而且，混凝土是一种准脆性材料，其裂纹尖端断裂过程区的存在，使这种破坏过程变得更加复杂。因此，为了保证结构在其使用期内的安全性，预测混凝土结构在疲劳荷载作用下的寿命和裂纹扩展具有重要的现实意义。各国也相继将混凝土疲劳验算的内容包含到相应的设计规范与标准当中^[7-9]，对混凝土材料的疲劳力学性能的研究也成为工程界的热点研究问题。

1.2 混凝土疲劳寿命预测发展

1.2.1 疲劳的概念

疲劳，用来表达材料在循环荷载作用下的损伤和破坏。疲劳的概念最早是源于金属材料，由德国工程师最先提出金属的疲劳，自此，人们开始对疲劳问题产生了兴趣^[10]。国际标准化组织（ISO）在 1964 年发表的报告《金属疲劳实验的

一般原理》中对疲劳所做的定义^[11]是：“金属材料在应力或应变的反复作用下所发生的性能变化叫做疲劳；虽然在一般情况下，这个术语特指那些导致开裂或破坏的性能变化”。这一描述也普遍适用于非金属材料。美国试验与材料协会（ASTM）在“疲劳试验及数据统计分析之有关术语的标准定义”（ASTM E206-72）对疲劳的定义^[12]为：“在某点或某些点承受扰动应力，且有足够多的循环扰动作用之后形成裂纹或完全断裂的材料中所发生的局部的、永久结构变化的发展过程”。

1.2.2 混凝土疲劳研究历程

1829 年 Albert 对于井锁链在重复载荷作用下的研究引起了人们对疲劳问题的兴趣。1850 年德国工程师 Wohler 设计了旋转弯曲疲劳试验机，在桥梁方面做了一些研究，并在 1852 年提出了 S-N 曲线，确定了应力幅是疲劳破坏的决定因素，奠定了金属疲劳的基础^[13,14]。因此，Wohler 被公认为是疲劳研究的奠基人，有“疲劳试验之父”之称。从此疲劳强度设计方法得以广泛地应用于各类金属机械构件的设计当中。金属的疲劳研究已经有将近 100 多年的历史，疲劳理论相对比较完善，而人们对于混凝土等非金属材料的结构疲劳性能的研究始于 19 世纪末，1898 年 Consider^[15]和 De Joly^[16]对水泥砂浆试件的疲劳问题进行了最早的研究。1947 年美国混凝土协会专门成立了疲劳委员会，专门研究混凝土的疲劳问题^[5]，前苏联也在这方面进行了大量的实验和理论分析工作，而我国于 20 世纪 60 年代也开始了混凝土梁的疲劳实验研究，在 70 年代设立了疲劳专题研究组，使得对混凝土构件在疲劳荷载作用下的研究进入了一个全新的阶段。

国外的疲劳研究主要有^[17-21]：

（1）1910 年，O.H.Basquin 提出了描述金属 S-N 曲线的经验规律，他指出：应力对疲劳循环数的双对数图在很大的应力范围内表现为线性关系。

（2）1920 年，英国人 A.A.Griffith 用玻璃研究脆断的理论和试验，提出了裂纹扩展的能量理论，奠定了断裂力学的基础，被称为“断裂力学之父”；

（3）1963 年，刘浩文在美国 Illinois 大学攻读博士学位期间首先发现，影响疲劳裂纹扩展速率 da/dN 最重要的应力参量是应力变程 $\Delta\sigma$ ，而不是最大应力 σ_{\max} 。随后，人们将应力强度因子 K 引入疲劳裂纹扩展研究，这是四十年来对这一研究领域最重要的贡献之一；

（4）1961 年，Paris 等人最早提出将 da/dN 与 K_{\max} 相关联，此后经过完善，提出了著名的 Paris 公式；

（5）1967 年，Forman 考虑应力比的影响，提出了修正的 Forman 公式；

(6) 1971年, Elber 和 Mc.Evily 提出修正 Paris 公式, 该公式考虑了塑性裂纹闭合的影响, 并将有效应力强度因子幅作为公式中的参数;

(7) 1970年, Aas-Jakobwien 提出了著名的混凝土材料疲劳公式, 将应力比与疲劳寿命相关联;

(8) 1991年, Bazant 和 Xu 等人对尺寸效应对混凝土裂纹扩展速率的影响进行了实验研究, 提出的模型其要点在于在 Paris 公式中加入了考虑尺寸影响的断裂韧度 K_{Ic} ;

(9) 1991年, Volker Slowik 等人采用不同尺寸的楔形劈裂试件进行多级循环加载试验, 提出了考虑偶然超载导致裂纹增加的修正 Paris 模型;

(10) Saito 和 Imai 进行了混凝土在受拉状态的疲劳试验, 试验在标准湿度下进行, 试验得到各种概率的 S-N 关系线。

我国学者吴智敏, 赵国藩等人也对素混凝土的疲劳断裂特性进行了研究^[22,23]。他们得到的主要结论是:

(1) 混凝土试件在破坏时的裂纹亚临界扩展量 Δa_c 或裂缝临界长度与疲劳寿命 N_F 无关。这说明弹性断裂力学理论可以应用于混凝土的疲劳断裂分析;

(2) 在循环特性 R 保持不变的前提下, 混凝土疲劳裂缝扩展速率符合 Paris 公式;

(3) 平均荷载对 da/dN 有很大影响, R 越大, 疲劳寿命越小。考虑平均荷载作用时, da/dN 服从修改后的 Forman 公式。

最近, 很多学者采用量纲分析和自相似的方法来研究混凝土的疲劳形态。在这方面, Spagnoli 和 Ciavarella 等人通过考虑更多的影响参数提出了更广义形式的 Paris 公式^[24-27]:

(1) 2004年 Carpinteri 和 Spagnoli 通过使用分形几何概念和自相似理论提出一个尺寸相关裂纹扩展公式;

(2) 2004年 Spagnoli 基于不完全相似的裂纹扩展模型假设, 推导出裂纹尺寸相关的 Paris 公式;

(3) 2007年 Carpinteri 和 Paggi 的一项研究中, 揭示了 Paris 公式中的参数 n 和 C 的相关性的存在。他们将量纲分析的概念应用于疲劳裂纹扩展的线性范围内;

(4) 2008年 Ciavarella 等人推广了 Barenblatt 量纲分析方法来研究附加无量纲参数中 n 和 C 的函数依赖关系。

1.2.3 疲劳寿命预测不确定分析现状

在疲劳寿命预测中存在多种不确定性,这些不确定性会在分析的不同阶段出现,很难找到合适的模型来描述不同分析阶段的不确定性的相互作用。很多学者针对不同种类的不确定性,采用不同的不确定量化方法对疲劳寿命作出了预测。

工程中根据不确定性的本质,将其分为偶然不确定性和认知不确定性。偶然不确定性,也可称为不可约不确定性、随机不确定性或变异性,是指数量变化遵循一定规律的不确定性。当样本数量足够时,偶然不确定性可用概率密度函数或累积分布函数进行表征。认知不确定性,也可称为可约不确定性或无知不确定性,是指人们在建模和仿真时由于缺乏知识而产生的不确定性。如果增加知识(通过实验、数值逼近的改进、专家意见和逼真度更高的物理建模等),则可减少甚至消除这种不确定性。通常,认知不确定性可用不相关的置信区间或信任函数进行表征。认知不确定性是主观的,随着认识的增加,是可以减小的。偶然不确定性也被称为不可消除减小的不确定性和客观不确定性。

对偶然不确定性的量化相对简单,通常采用概率理论分析, Monte Carlo 采样法是一种最常用的方法。不确定变量的概率特征或分布可以通过变量的矩, Karhunen-Loeve 技术^[28]和多项式混沌展开技术^[29]来得到。Besterfield^[30]将概率有限元分析与可靠性结合起来,用于预测板的裂纹扩展。Liu 和 Mahadevan^[31]提出等效初始裂纹(EIFS)的概念,利用 Monte Carlo 采样法来预测概率疲劳寿命。Patrick 等^[32]采用贝叶斯技术推断 EIFS,通过 Paris 公式进行直升机传动部件的概率疲劳寿命预测。Sankararaman 和 Ling 等^[33]提出代理模型的概念来对具有复杂几何形状并且受到变振幅多轴荷载的结构进行裂纹扩展分析,对代理模型误差带来的不确定性进行了量化。Sarkar^[34]将 Wiener 混沌展开方法来估计随机振动结构的疲劳损伤。Beck 和 Gomes^[35]将多项式混沌用来表达随机裂纹扩展数据,其中认为金属中的裂纹扩展是一个随机过程。Riahi^[36]提出随机配点法用于随机裂纹扩展的预测。Zhao^[37]将随机配点法和贝叶斯方法结合起来用于金属材料的疲劳裂纹预后,其中给定随机参数为一定的分布类型,例如正态分布。与 Monte Carlo 采样法相比,这种方法具有更高的效率,可以节省时间并且获得更精确的预测结果。然而,当没有足够的信息或者信息缺乏时,将不能获得概率分布函数或高阶统计矩,传统的概率方法将不适用于疲劳寿命预测问题。在这种情况下,需要一种在信息量较低的情况下可以使用的新方法。

与偶然不确定性不同,对于认知不确定性,通常没有足够的信息来获得不确定变量的概率描述,于是一些主观概率描述和基于区间描述的非概率方法被提出来处理认知不确定性。Worden 和 Manson^[38]根据给定 Paris 模型参数的变化范围,

采用区间算法，研究了参数不确定性对金属板寿命估计的影响。Surace 和 Worden^[39]进一步在区间算法的框架内对损伤发展进行了研究。

在以往的研究中，对疲劳寿命预测中偶然不确定性的分析主要采用概率理论，对认知不确定性的分析主要采用区间算法，考虑的不确定性主要包括荷载条件随机性、材料参数离散性等，对数据不确定性和模型不确定性研究较少。本文将考虑疲劳寿命预测模型的认知不确定性，并采用证据理论和微分演化算法来完成不确定性的量化。

1.3 确定性混凝土疲劳寿命预测方法

疲劳寿命的定义为：发生疲劳破坏以前所经历的应力或应变的循环次数，或从开始受载到发生断裂所经过的时间^[40]。疲劳寿命的预测方法可以分为确定性方法和不确定性方法。

确定性疲劳寿命预测方法是对零部件进行疲劳寿命预测的理论依据，是后来逐渐发展起来的不确定性疲劳寿命预测方法的应用基础。适当的累积损伤模型是正确描述结构或构件在循环荷载作用下疲劳累积发展过程，进行结构抗疲劳设计的基础。当前，对混凝土材料累积损伤模型的研究主要围绕三种方法进行：一种是通过疲劳试验的方法，根据多级等幅疲劳试验的数据对 S-N 曲线的拟合得到的带有经验性质的累积损伤模型；第二种是基于断裂力学的原理建立的 Paris 模型预测混凝土裂纹扩展及寿命；第三种是基于连续介质损伤力学理论建立疲劳损伤模型的方法。

1.3.1 基于 S-N 曲线的累积损伤模型

当考虑疲劳时，材料特性通常用 S-N 曲线来表示，对于素混凝土，其性能通常以一个半对数图的形式被表示为一条直线。

$$S_{\max} = 1 - \beta(1 - R) \lg N \quad (1.1)$$

式中， S_{\max} --最大应力 f_r^{\max} 与混凝土断裂模量 f_r' 之比；

$R = f_r^{\min} / f_r^{\max}$ f_r^{\min} 是最小应力；

β --材料常数。

上式对拉压应力均适用。

上述提到的 S-N 关系主要是由常幅试验得到的。然而，在实际结构中，应力是变化的。所以，需采用疲劳累积损伤理论。

早期在工程中得以广泛使用的疲劳累积损伤理论是 Miner 在 1945 年^[41]提出

的线性累积损伤理论，又称 Miner 准则，其表达式为：

$$D = \sum_{i=1}^k D_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (1.2)$$

式中： n_i 为给定应力水平 S_i 下的循环次数， N_i 为该应力水平下材料的疲劳寿命， D 为损伤量。Miner 准则认为临界损伤值 $D_c = 1$ ，当 $D \geq D_c$ 时发生疲劳破坏。Miner 准则使用方便，形式简单，仍在工程上得到大量应用。

大量的研究结果发现^[42-44]，Miner 准则在描述混凝土累积损伤时并不能完全适用，对不同的加载顺序所得到的结果不同，在从低幅向高幅加载变化时 $D > 1$ ，而从高幅向低幅变化时 $D < 1$ 。因此一些学者在试验的基础上，提出对 Miner 准则的修正模型。Holman^[17]引入了一个与荷载参数有关的系数 ω ，修正后的公式为：

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \omega \quad (1.3)$$

其中，系数 $\omega = f(S_{\min} / S_c)$ 。吴佩刚等^[45]在研究高强混凝土抗压疲劳性能时，提出修正的 Miner 准则为：

$$D' = \gamma_1 \gamma_2 \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (1.4)$$

认为当 $D' \geq 1$ 时，混凝土达到疲劳破坏。 γ_1 为疲劳试验离散修正系数， γ_2 为加载顺序影响修正系数。

1.3.2 基于断裂力学的 Paris 模型

在 20 世纪 50、60 年代，人们就开始了对材料的疲劳裂纹扩展问题的研究，且引入了线弹性断裂力学中的应力强度因子 K 到疲劳裂纹扩展研究中来^[46-48]。Paris 等人^[46]在 1961 年最早提出将 da/dN 和 K_{\max} 相关联，之后又发现了 da/dN 与 ΔK^4 成正比的关系^[47]，几经修正完善提出了著名的 Paris 公式：

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (1.5)$$

其中 C 、 n 为与频率、环境和应力比等有关的材料参数， ΔK 为应力强度因子幅值。自从半经验的 Paris 裂纹扩展模型提出后，不断有学者对它进行修正。其中当属 Forman 修正的裂纹扩展模型较具有代表性^[48]，将材料的断裂韧性 K_{IC} 和峰值荷载时的应力强度因子 K_{\max} 均考虑为影响因素，即：

$$\frac{da}{dN} = C \frac{K_{\max} \Delta K^n}{K_{IC} - K_{\max}} \quad (1.6)$$

式中， n 为材料参数。

吴智敏等^[22,49]学者进行了混凝土的疲劳断裂特性的实验研究，得出：混凝土试件破坏时的裂纹的临界长度或裂纹亚临界扩展量均与疲劳寿命无关，线弹性断裂力学理论适用于混凝土的疲劳断裂的分析；且在应力比不变的条件下，混凝土疲劳裂纹扩展速率符合 Paris 公式，在考虑平均荷载作用时， da/dN 服从修正的 Forman 公式：

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{K_{IC}(1-R) - \Delta K} \quad (1.7)$$

其中 C 、 n 由实验确定。

1.3.3 基于损伤力学的疲劳累积损伤模型

损伤力学是在最近几十年发展起来的一门新学科，是材料和结构变形与破坏理论的主要组成部分。从 1958 年 Kačanov^[50]提出连续度的概念，1963 年 Rabotnov 提出的损伤因子的概念^[51]，至 1977 年 Hult 与 Janson 等人^[52]提出损伤力学(damage mechanics)的这一新名词，经过几十年的时间，损伤力学这一新学科取得了重要的进展。基于连续介质损伤力学构建的疲劳累积损伤模型是在相对严谨的连续介质力学和不可逆热力学的理论框架下建立的，具有较为明确的数理概念，而且，与传统方法相比，该方法不需要基于实验结果来建立公式，具有更长远的研究前景^[53]。

在众多研究中，最有代表性的是 chaboche 在 1988 年^[54]提出的累积损伤理论。此理论假设疲劳损伤和材料内部微塑性应变具有相关性。在每个循环中，损伤增量为：

$$\frac{\delta D}{\delta n} = [1 - (1 - D)^{1+\beta}]^\alpha \left[\frac{\Delta \sigma}{M(1 - D)} \right]^\beta \quad (1.8)$$

式中： α 、 β 和 M 是与温度相关的材料常数，并且 $\alpha = \alpha(\Delta \sigma)$ ， $\sigma = M(\sigma_m)$ ， $\Delta \sigma$ 为应力变程， σ_m 为平均应力。由上式有：

$$D = 1 - [1 - (n/N)^{\frac{1}{1-\alpha}}]^{1+\beta} \quad (1.9)$$

从而得到与材料参数、循环次数以及应力变程密切相关的疲劳损伤演变方程为：

$$N = (1 - \alpha)^{-1} (1 + \beta)^{-1} \left(\frac{\Delta \sigma}{M} \right)^{-\beta} \quad (1.10)$$

该模型与疲劳机理相符合,但在计算复杂荷载作用下的剩余强度及剩余寿命时,由于公式过于复杂,难以方便应用到工程实际中。之后, Lemaitre^[55]应用连续介质损伤力学理论,对高周和低周疲劳情况分别建立了损伤模型。孟宪宏^[56]等在连续介质损伤力学理论和界面概念的基础上,建立了混凝土在受拉和受压疲劳荷载作用下的各向异性损伤模型,并用实验验证了模型的正确性。

1.4 不确定性疲劳寿命预测方法

随着科学技术的不断进步,工作环境状况越来越严酷,结构愈加复杂,性能参数也越来越高,传统的疲劳寿命预测方法和实际工程应用的矛盾逐渐显现,通过分析,原因在于传统的确定性方法并不能恰当地描述实际工程中存在的不确定性现象。所以为了得以合理地预测结构的疲劳寿命,并为实际工程设计及计算提供可靠的依据,这就需要根据具体的情况选择合适的理论对不确定性进行表达和量化。

1.4.1 疲劳寿命预测中的不确定来源

根据不确定性的主要来源, Oberkampf^[57]和 Helton^[58]将不确定性分为两类,一是由于系统固有的不稳定、噪声、干扰等引起的偶然不确定;二是由于知识的缺乏、信息的不完整等所导致的认知不确定性。认知不确定性是主观的,随着认识的增加,是可以减小的。偶然不确定性也被称为不可消除减小的不确定性和客观不确定性,可以使用概率理论进行建模分析。在疲劳寿命预测中同时存在着偶然不确定性和认知不确定性。

首先,在实际的结构上作用的荷载具有随机性,构件的边界条件和几何形状也具有一定的变化性,而且构件的材料性质大多是由试验确定的,受到实验数据的离散性和实验条件的不同的影响。

其次,混凝土是一种内部充满缺陷(如孔洞、收缩裂纹、骨料泌水等)的混杂材料,细观上看存在多相性和不均匀性,在循环荷载下,整个结构处于不断产生新的宏观裂纹以及旧的裂纹不断发展和贯通的状态中,以致达到最终破坏。疲劳破坏的累积过程中具有随机性和不可逆性,取决与材料种类、性能、应力-应变史、裂纹萌生部位的几何形状、环境和其他可能发生的各类因素。即使严格控制实验条件,在给定的应力水平下,疲劳寿命的离散性还是很大,而且,在实际工程中,由于施工、技术等原因造成的离散性会更大;

再次，虽然当前存在多种不同的混凝土疲劳寿命模型，这些不同模型的存在正说明了还没有一个模型可以普遍应用到所有的寿命预测问题，每个模型都存在不同的不精确性和局限性。并且模型中的参数是通过实验数据拟合得到的，具有一定的离散性；

综上所述的不同来源的不确定性大概可以划为如下三类：

I. 物理可变性

- ①荷载随机性
- ②几何形状和边界条件可变性
- ③材料性质离散性

II. 数据不确定性

- ①试验数据的离散性和有限性

III. 模型不确定性

1.4.2 不确定性量化方法

疲劳寿命预测中存在着如 1.4.1 中所述的诸多不确定性，在疲劳寿命预测中考虑这些不确定性，研究不同种类不确定性的量化方法，提出不确定作用下的预测方法是很有必要的。在不确定分析中，不确定性的量化过程包括不确定表达和不确定传播两个重要部分，下面将分别进行讨论。

概率理论在很长一段时间内被认为是最普遍的处理不确定性问题的方法，尤其是当已知不确定变量的概率分布时，基于概率理论的方法是最好的分析方法。但到 20 世纪 50 年代后，随着不确定性问题研究的深入，概率理论的局限性逐渐显现，在计算模型不够精确或统计数据较少的情况下，概率理论无法描述由于信息不精确引起的认知不确定性，于是各种不确定理论相继被提出用于解决各类不确定问题。以下是一些常用的不确定表达理论的简单介绍^[59]：

(1) 概率理论

概率理论适合分析客观不确定，需要已知不确定变量的概率分布，采用单一概率值来表示事件发生的可能性大小。

(2) 区间分析^[60]

区间分析是凸集合理论的特例，适用于仅不确定性参数的上、下界可知的情况。它将任一不确定参数可能的变动范围通过一区间表示，即并不需要知道其精确的概率分布或其他信息。在区间数学中，区间被定义为一种新类型的数的“区间数”，可以通过特定的法则进行基本运算。

(3) 区间概率^[61,62]

区间概率以概率理论为基础，适用于不能精确获知事件概率的情况。区间概率应用概率测度来估计特定事件发生的真实概率的上下界限。该方法可以与条件概率结合，以考虑事件之间的相关性。

(4) 可能性理论^[63,64]

可能性理论是定义参数正好取某特征值的可能性程度。尽管容易混淆，但是可能性理论适合于处理不精确的不确定性，而概率理论则适用于模拟事件发生的可能性。可能性理论以可能性测度来判断参数是否可能取某特值，然后再以必然性测度量化该参数的程度。

(5) Info-Gap 理论^[65-67]

Info-Gap 理论是针对有限信息条件下不确定性问题的处理方法，能处理“严重不确定性”问题的理论，即仅能获知不确定性参数假定的名义值，但无法获得不确定性参数其他信息的问题。

(6) 证据理论

在证据理论中，由互不相容的基本命题（假定）组成的完备集合称为识别框架，表示对某一问题的所有可能答案，但其中只有一个答案是正确的。该框架的子集称为命题。分配给各命题的信任程度称为基本信任分配（BBA，也称为 mass 函数）， $m(A)$ 为基本信任函数，反映着对命题 A 信任度的大小。通常概率理论可看作证据理论的特例，但是证据理论能满足比概率理论更弱的条件；既能够处理认知不确定，也能够处理偶然不确定。

前面所介绍的不确定理论都有各自的优势，在实际工程中需要根据不确定性类别和知识水平来选择最适合的处理理论。下面以三种典型的方法（区间分析、证据理论、概率理论）为例进行介绍，如图 1.1 所示。

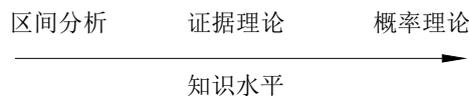


图 1.1 知识水平与不确定性理论的关系

当对问题的不确定性信息知之甚少时，就难以获得很多的统计数据来描述不确定参数的概率分布或隶属函数。区间分析方法仅需要知道不确定量的界限而不需要知道其具体的分布形式或隶属函数，这就大大降低了对原始数据的要求，此时用区间分析会获得较好的结果。

当对问题的认知非常完备，具有足够的信息描述不确定参数的概率特征时，概率理论是一种较为理想的分析和设计模型。但很多情况下，可得到的关于不定参量的数据信息可能不足以精确定义概率参数，在实际工程中，获得这些统计数据往往需要花费大量的费用和长期的积累，也还有很多必要的信息很难获得

或者根本不可能获得。所以在概率随机模型问题的实际求解中，对随机变量的分布类型及其相应参数，决策者往往做出一定程度上的近似和假设，从而对结果造成一定的误差。

证据理论在不确定性信息处理方面具有很强适应性。它具有比较强的理论基础，既能处理随机性导致的偶然不确定性，又能处理不具体性导致的认知不确定性，而不需要做出任何额外的假设；在数学结构上，由于证据理论把点值函数形式推广到集合函数形式，其研究的基本对象是集合和区间数，因而证据理论在表达和处理不具体性上体现了很好的优势。近来证据理论已经成功应用在一些工程领域中^[68-70]，本研究将证据理论引入疲劳寿命预测中的不确定性表达。

1.4.3 基于概率理论的疲劳寿命预测

混凝土的疲劳破坏机理相比于承受静力荷载时的破坏机理要复杂许多，而且影响因素也很多，即使在一样的荷载历程和完全相同的实验条件下，其疲劳寿命也存在着很大的离散性。所以，对混凝土疲劳寿命进行不确定分析是很有必要的。在过去几十年，很多学者将概率理论应用到疲劳寿命的预测中，对每一级应力水平下的疲劳寿命进行概率分析，将相同概率下的疲劳寿命连接得到混凝土的疲劳 P-S-N 曲线。

以概率理论及数理统计为数学基础的疲劳可靠性设计，通常称为常规可靠性设计，主要研究实际工程设计中存在的随机不确定性现象。目前在农业机械和飞机、汽车运输机械等领域已经广泛地采用基于疲劳可靠性的寿命设计验算方法。在建筑工程方面，以公路和铁路桥梁的进展较快，许多国家在编制公路和铁路桥梁设计规范时引入了结构疲劳可靠性的概念，包括疲劳可靠度、应力谱、疲劳极限状态、荷载谱和使用寿命等。

常规疲劳可靠性设计是从可靠性要求出发，对结构的疲劳问题应用统计的方法和随机的概念研究在一定存活率下的寿命的分布规律及特性，确定安全预测结构疲劳寿命的科学方法，由此发展了以 P-S-N 曲线为依据的疲劳可靠性分析方法。然而，通过大量的工程实践人们逐渐发现，常规可靠性设计方法并非是完美的，它也存在一些自身难以克服的局限性，主要表现在以下几个方面^[71]：

(1) 常规可靠性设计理论存在事物的复杂化与精确描述事物性质和状态的矛盾。现代科学技术的发展要求数学化、定量化描述事物，人们越来越难做到对事物的精确描述，更经常的情况下基本不可能。如考虑构件的磨损失效，对于构件失效的判断标准很难有一个明确的描述，不同的设计人员，在不同的使用条件下，对构件的不同要求，都可能有不同的描述方法。并且由于客观事物的差异存

在中间过渡的现象,即从一方转变到另一方存在着连续的中间过程,也即存在着模糊性。常规可靠性的传统方法无法研究这类需要用模糊方法描述的系统的可靠性。

(2) 常规可靠性设计理论是建立在普通集合论和二值逻辑基础之上的,因此其可靠性的主要指标,如失效概率、可靠度、故障率、平均寿命及系统的故障分析均以此为基础。常规可靠性设计理论对系统的状态作二值状态假设,即系统或处于完全正常的状态,或处于完全失效的状态。这种假设的故障依据是严格的“一刀切”式的,在某些情况下不能识别不同指标值间的差异,这是由于某些相邻指标值在性能上并不存在本质上差异,却被归属于不同的状态,这显然是不合理的,也不符合人们的思维特点和对客观事物的认识。

(3) 常规可靠性设计理论缺乏必要的数据库。在可靠性设计与分析中,随机变量的分布概型需要通过数理统计的方法,经概率分布的拟合优度检验后推断确定的,而统计参数是通过统计估计获得的,由于经济成本等原因,大部分的可靠性设计都缺乏设计数据,很难准确地确定随机变量的分布概型。即使有了足够的数据库,在工程实际中由于受多种因素的影响,可能并不能严格服从理想的模型,实际的统计参数与给定的统计参数也并不能很好吻合,所以这些随机变量的分布概型及统计参数的在实际使用中并不是完全准确的。而且在进行可靠性设计时,为使设计更加符合工程实际,需收集大量的数据库,这必然会耗费大量的财力、物力和人力,在多数情况下是不符合经济成本的。因此,这些都会导致经验是以一种不精确的方式出现的,并且在数据库缺乏的情况下可能要基于专家的经验获得数据库,这都必然会带来模糊性。

综上所述,以由传统概率理论得到的 P-S-N 曲线为依据的疲劳可靠性分析方法在某些情况下并不能很好地进行混凝土的疲劳寿命不确定预测,故本文将尝试采用一种全新的不确定寿命预测方法,引入证据理论表达不确定,通过微分演化算法进行不确定的传播,进而得到疲劳寿命的不确定预测结果。

1.4.4 证据理论的发展历程

证据理论源于 20 世纪 60 年代美国哈佛大学数学家 A. P. Dempster 在利用上、下限概率来解决多值映射问题方面的研究工作^[72],他自 1967 年起连续发表了一系列论文,标志着证据理论的正式诞生。Dempster 的学生 G. Shafer 对证据理论做了进一步的发展^[73],引入信任函数概念,形成了一套基于“证据”和“组合”来处理不确定性推理问题的数学方法,并于 1976 年出版了《证据的数学理论》(A Mathematical Theory of Evidence),这标志着证据理论正式成为一种处理不确定性

问题的完整理论。为了纪念 Dempster 和 Shafer 在证据理论中做出的贡献，证据理论也称为 D-S 证据理论。

在 Shafer 提出的证据理论中，最重要的合成规则是 Dempster 合成规则。由于在证据理论中需要的先验数据比概率推理理论中的更为直观、更容易获得，再加上 Dempster 合成公式可以综合不同专家或数据源的知识或数据，这使得证据理论在专家系统、信息融合、法律案件分析、多属性决策分析、情报分析等领域中得到了广泛应用。而在接下来的几十年中，证据理论引起许多学者的兴趣，国外进行了一系列该方面的研究^[74-78]：

- (1) 专家系统 MYCIN 的主要开发者之一 Shortliffe 对证据理论的理论模型解释和算法实现进行了研究；
- (2) AI 专家 Dubois 和 Prade 指出证据理论中的信任函数 (Belief function) 是一种模糊测度，以集合论的观点研究证据的并、交、补和包含等问题，并提出一种“和谐近似” (Consonant approximation)，即用和谐函数来代替原来的信任函数；
- (3) Smets 等人将信任函数推广到识别框架的所有模糊子集上，提出 Pignistic 概率和可传递信度模型 (TBM)；
- (4) 粗糙集理论的创始人 Pawlak 认为粗糙集理论使得无限框架上的证据处理向有限框架上的证据处理的近似转化成为可能；
- (5) 为了避免证据组合爆炸，提高证据合成的效率：Voorbraak 提出一种 Dempster 证据合成公式的 Bayes 近似方法，使得焦元个数小于等于识别框架中元素的个数；Tesseem 提出了一种称为 (k, l, x) 近似方法；Yen 等人将模糊集引入证据理论。

国内的主要研究有^[79,80]：

- (1) 国内较早研究证据理论的专家刘大有等人发表了一系列的论文，主要集中在研究该理论的模型解释、理论扩展、近似实现等问题；
- (2) 肖人彬等人对证据的相关性及相关证据的组合问题进行了研究；
- (3) 苏运霖、管纪文等人：对证据理论与粗糙集理论进行了比较研究。

尽管已经取得了一些进展，但是基于证据理论的疲劳寿命分析仍处于起步阶段，到目前为止，证据理论基本没有应用于实际结构疲劳寿命预测分析中，而本文将尝试进行该方面的研究，验证证据理论的有效性。

1.5 本文的主要内容

本文针对混凝土材料在疲劳寿命预测中存在的认知不确定性，分别对 S-N

曲线、Paris 公式混凝土疲劳寿命预测模型的不确定性开展了相应的研究，主要的内容如下：

- (1) 阐明在土木工程领域中进行混凝土疲劳寿命预测不确定分析的必要性，介绍疲劳的基本概念、混凝土疲劳的研究发展、疲劳寿命的确定性及不确定性预测方法，并对不确定的分析方法进行介绍，分析这些方法的优缺点；
- (2) 介绍了证据理论进行不确定表达的基本原理、基本步骤和合成规则，建立了基于证据理论的 S-N 曲线、Paris 模型疲劳寿命预测方法，采用证据理论进行认知不确定性的表达，为了降低证据理论量化不确定性时的繁重计算成本，将不确定性的传播转化为在一定区间上寻求系统响应的极值问题，采用微分演化算法来解决这一问题；
- (3) 以混凝土四点弯曲梁疲劳实验为研究基础，采用 S-N 曲线为疲劳寿命预测模型，针对疲劳寿命预测中存在的模型参数不确定性，采用证据理论进行量化分析，并对混凝土疲劳寿命进行不确定预测分析，并与概率理论方法进行比较分析；
- (4) 以素混凝土三点弯曲梁试样为研究对象，采用 Paris 裂纹扩展模型。分别采用证据理论和概率理论进行疲劳寿命预测不确定比较分析；
- (5) 对复合材料的疲劳寿命预测进行不确定预测，以 S. P. Singh 等人钢纤维混凝土四点弯曲梁疲劳实验为研究基础，采用 S-N 曲线为疲劳寿命预测模型，基于证据理论的方法进行疲劳寿命预测不确定分析，并与概率理论方法进行比较分析。

第 2 章 基于证据理论的不确定分析方法

2.1 引言

在工程结构的设计、建造、使用过程中的各个阶段普遍存在各种不确定性。根据不确定的主要来源, Oberkampf 和 Helton 将不确定性分为偶然不确定和认知不确定两大类。在土木工程界, 概率理论作为最普遍的不确定分析方法, 在许多情况下, 是一种非常有用的技术。尤其是当已知不确定的变量的概率分布时, 基于概率理论的方法是最好的分析方法。但概率模型在计算模型不够精确或统计数据较少时, 并不是一种理想的模型, 这是因为由信息不精确引起的认知不确定性是无法用传统的概率论来描述的。

为了更好的解决各类不确定问题, 人们相继提出了许多有发展前景的不确定性理论, 代表性的有可能性理论、粗糙集理论、模糊集理论、证据理论和区间分析等等。古典概率论最适合偶然的的不确定性, 可能性理论通常用来量化只有认知的不确定性, 而证据理论在其框架内不仅可以解决认知的不确定性, 同时也可以处理偶然的的不确定性, 在处理不确定方面具有很好的潜力。证据理论可以对随机、模糊、区间等不确定信息进行有效处理, 且以概率论为基础的传统可靠性问题只是证据理论的一个特例。近年来, 证据理论已成为国际学术界的研究热点之一, 在不确定性推理、目标识别、故障诊断和数据融合中得到了广泛的应用^[81-83]。历经 30 多年的发展, 在理论和实际应用上都得到了广泛的关注, 但是主要的研究还是集中在航空、汽车、能源和多传感器数据融合等领域^[84-86], 在土木工程领域不确定处理方面的研究才刚刚起步。

虽然证据理论在处理这两种类型的不确定性上比较有优势, 但是在应用到工程不确定分析时面临着计算成本较大等困难。这是由于在证据理论中, 不确定变量是由许多非连续集来表达的, 且不精确信息并没有明确的函数来表达, 这些都必然会造成繁重的计算成本。基于证据理论的不确定传播是处理不确定问题的重要环节, 本质是在一定区间上寻求系统响应的极值问题。为了提高基于证据理论不确定分析的计算效率, 本文采用基于证据理论和微分演化算法的不确定量化分析方法, 应用证据理论处理各类不确定变量, 并将微分演化算法应用于认知不确定的传播过程的计算, 从而得到混凝土疲劳寿命预测的不确定分析结果。

2.2 基于证据理论的不确定量化

证据理论 (D-S 理论) 是 Dempster 首先提出, 而后经 Shafer 系统完善, 在众多不精确概率方法中, 证据理论是最为接近概率理论的, 可以看作是概率理论的推广, 具有以下优点:

- (1) 证据理论采用信任函数和似然函数, 而不是概率作为度量, 而不必说明精确的难以获得的概率;
- (2) 证据理论具有比较系统的理论知识, 既能处理随机性所导致的不确定性, 又能处理模糊性所导致的不确定性;
- (3) 证据理论可以依靠证据的积累, 不断地缩小假设集;
- (4) 证据理论能将“不知道”或“不确定”区分开来;
- (5) 同概率理论相比, 证据理论可以不需要先验概率和条件概率密度。

2.2.1 证据理论基本原理

证据理论建立了命题和集合之间的一一对应关系, 通过引入信任函数, 区分不确定和不知道的差异, 满足比概率论弱的情况, 用 D-S 合成规则代替贝叶斯公式来更新信任函数。当概率值已知时, 证据理论就变成了概率论。证据理论的基础是证据的合并和信任函数的更新, 其对不确定性的描述是通过识别框架, 基本概率分配函数, 信任函数, 似然函数, 相关性等概念来描述的。

2.2.1.1 辨识框架及基本信任分配函数

假设现有某一需要判决的问题, 对于该问题所能认识到的所有可能答案的完备集合用 Θ 表示, 且 Θ 中的所有元素都是两两互斥的, 在任一时刻, 问题的答案只能取 Θ 中的某一元素, 且答案可以是数值变量, 也可以是非数值变量, 则称此互不相容事件的完备集合 Θ 为识别框架, 可表示为:

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_N\} \quad (2.1)$$

式中: θ_j 称为识别框架 Θ 的一个事件或元素; N 是元素个数; $j=1, 2, \dots, N$ 。

由识别框架 Θ 的所有子集组成的一个集合称为 Θ 的幂集, 记作 2^Θ 。当 Θ 中有 N 个元素时, 幂集 2^Θ 中就有 2^N 个元素。识别框架 Θ 的任一子集 A 都与一个问题答案的命题相对应。这个命题一般描述为“问题的答案在 A 中”。例如, 判断掷骰子所出现的点数, 那么 $\Theta = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 而 $\{1\}$ 则表示“掷出的点数为 1”, $\{1, 3, 5\}$ 则表示“掷出的点数为奇数”, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 则表示“掷出的点数不为 6”, 即“掷出的点数为 1, 2, 3, 4, 5 中的某一个”。由此可见, 幂集 2^Θ 中的每一个元素 A

都代表一个问题的答案的命题。

在定义了识别框架 Θ 的概念后，便可以建立证据理论的数学模型了，按照 Shafer 的观点，证据处理的数学模型如下：

- (1) 首先确定识别框架 Θ 。只有确定了识别框架 Θ ，才能把对命题的研究转化为对集合的研究；
- (2) 根据证据建立一个信任程度的初始分配，即证据处理人员对证据加以分析，确定出证据对每一个命题本身的支持程度；
- (3) 通过分析前因后果，计算出对于所有命题的信任程度。

对证据建立的信任程度的初始分配用基本信任分配函数来表示，定义如下：

设 Θ 为识别框架，基本信任分配函数 m 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射， A 表示辨识框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足下列条件：

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

式中， $m(A)$ 为事件 A 的基本信任分配函数（BBA），它表示证据对 A 的信任程度。 $m(\emptyset) = 0$ 反映了对于空集（空命题）不产生任何信度， $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$ 反映了

虽然可以给一个命题赋予任意大小的信度值，但要求给所有命题赋予的信度值之和等于 1。

$m(A)$ 也称为假设的质量函数或 mass 函数。基本信任分配函数根据检测所得到的数据构造而来，或者是人们凭经验给出的。在识别框架 Θ 下多个证据的基本信任分配函数中，对于一个子集 A ，只要有 $m(A) > 0$ ，则称 A 为焦点。

基本信任分配函数的作用是把 Θ 中的任一子集 A 都映射到 $[0,1]$ 上的一个数值 $m(A)$ 。当 $A \subseteq \Theta$ ，且 A 由单个元素组成时， $m(A)$ 表示对相应命题 A 的精确信任度；当 $A \subseteq \Theta$ ， $A \neq \Theta$ ，且 A 由多个元素组成时， $m(A)$ 虽也是对相应命题 A 的精确信任度，但却不知道这部分信任度具体应该分给 A 中的哪些元素；当 $A = \Theta$ 时，则 $m(A)$ 是对 Θ 的各个子集进行信任分配后剩下的部分，表示不知道该如何对它进行分配。

2.2.1.2 信任函数与似然函数

信任函数 Bel 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射，如果 A 表示识别框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (2.3)$$

则 $Bel(A)$ 称为 A 的信任函数，它表示证据对 A 为真的信任程度。

关于一个命题 A 的信任仅仅用信任函数来描述是不够的，因为 $Bel(A)$ 不能反映出怀疑 A 的程度，即相信 A 的不为真的程度。因此，为了比较全面地描述对 A 的信任，需要引入似然函数，用它来表示怀疑命题 A 的程度的量。其定义如下：

似然函数 Pl 是一个从集合 2^Θ 到 $[0,1]$ 的映射， A 表示识别框架 Θ 的任一子集，记作 $A \subseteq \Theta$ ，且满足：

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A}) = \sum_{B \cap A = \emptyset} m(B) \quad (2.4)$$

函数 $Pl(A)$ 称为似然函数，它表示对 A 为非假的信任程度，即表示不怀疑 A 的程度。而 $Bel(\bar{A})$ 是对 A 为假的信任程度，即对 A 的怀疑程度。亦即： $Pl(A)$ 是比 $Bel(A)$ 更宽松的一种估计，相反 $Bel(A)$ 是比 $Pl(A)$ 更保守的一种估计，既有： $Pl(A) \geq Bel(A)$ ，称 $Bel(A)$ 和 $Pl(A)$ 分别为对 A 信任度的下限和上限，记为 $[Bel(A), Pl(A)]$ ，它表示了对 A 信任度的不确定区间，以一个概率区间而不是单一概率数值去表达不确定性。

$Pl(A) - Bel(A)$ 表示对 A 既信任又不信任的那部分，即对 A 的不确定的程度。

图 2.1 可直观地表示出证据理论中信息的不确定性。

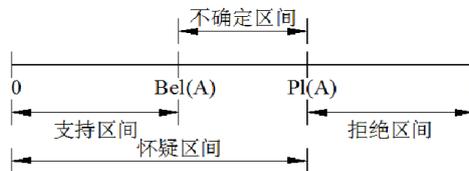


图 2.1 证据理论中信息的不确定性表示

2.2.1.3 证据理论的证据合成规则

对于认识不够透彻的认知不确定，可能会有专家提出不同研究理论或不同的数据来组成多方面的证据，这些证据可能是可靠的或者非可靠的、相互支持的或互补的，也可能是相互矛盾的或者冲突的，对此概率理论将无法处理，而证据理论则可以通过合成规则来综合考虑，将不同证据上的互补和冗余信息依据某种优化准则组合起来，产生对所研究事件的一致性描述，进而提高了最终描述的有效性。

经典的 D-S 合成规则为：假定 Bel_1 和 Bel_2 是同一辨识框架 Θ 上的两个信任函数，其相应的基本信任分配函数为 m_1 和 m_2 ，焦点分别为 A_i 和 B_j ，设

$$K = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j) < 1, \text{ 则 D-S 合成规则为:}$$

$$m(A) \begin{cases} \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j)}{1-K} & A \neq \emptyset \\ 0 & A = \emptyset \end{cases} \quad (2.5)$$

证据理论中还有很多其他的合成方法可供选择，在这里不再一一介绍。

2.2.2 证据理论表达方法

Salehghaffari 和 Rais-Rohani^[87]提出由不确定参数的已知数据点提取必要信息，并将不确定参数表达成证据理论的形式包含两个步骤：(1) 通过将所有已知数据点绘制成柱状图，将不确定参数表达成区间的形式，(2) 区分相邻区间之间的不同关系类型，用证据理论的方式来确定一种合适的信任架构。

基于以上理论，两个相邻区间之间的关系有忽略、一致和互斥三种，如图 2.2 所示，图中 A 和 B 分别是相邻区间 I_1 、 I_2 中数据点的个数。三种关系的基本信任分配函数分配见表 2.1。

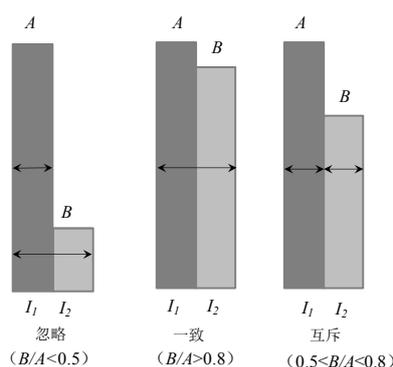


图 2.2 证据理论相邻区间的三种关系

表 2.1 证据理论三种相邻区间关系的基本信任分配函数 (BBA) 分配

关系类型 BBA 分配	忽略关系 $B/A < 0.5$	一致关系 $B/A > 0.8$	互斥关系 $0.5 \leq B/A \leq 0.8$
$m(\{I_1\})$	$A / (A+B)$	两个相邻区间可以合并成一个单一区间	$A / (A+B)$
$m(\{I_2\})$	0		$B / (A+B)$
$m(\{I_1, I_2\})$	$B / (A+B)$		0

通过以上分析，用证据理论表达不确定参量的步骤总结如下：

- (1) 搜集所有可能的不确定数据，确定表达集合空间的不确定区间；

- (2) 画出所搜集到数据的柱状图
- (3) 找出一致的相邻不确定区间，并进行融合；
- (4) 找出包含最多数据点的区间 I_m ，辨别其与最邻近的左右区间 I_a 的关系，如图 2.3 所示；
- (5) 辨别相邻区间 I_c 与 I_a 之间的关系：
 若 I_a 与 I_m 是忽略关系时：辨别 I_c 与 I_m 之间的关系；
 若 I_a 与 I_m 是互斥关系时：辨别 I_c 与 I_a 之间的关系；
- (6) 按照表 2.1 中所述的 BBA 分配方法进行各区间的 BBA 分配。

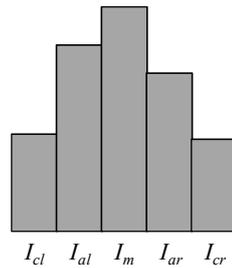


图 2.3 证据理论相邻区间的三种关系

2.3 基于微分演化的不确定传播分析

用证据理论量化的不确定变量，经过系统函数的传播之后，便可得到系统响应的不确定输出结果[Bel, Pl]，其通常用累积信任函数（CBF）和累积似然函数（CPF）表示，这一系统不确定传递分析过程包含四个主要的步骤^[88]：

- (1) 确定所有不确定变量的焦元，通过不同变量焦元之间的相互组合，形成需要传播的 n 维超立方体的集合（ n 是不确定变量的个数），超立方体的每一维均代表一个不确定变量的焦元；
- (2) 计算每个超立方体的合成 BBAs；
- (3) 每个超立方体经过系统函数的传播后，得到相应的响应边界；
- (4) 根据所有超立方体响应的最小、最大值和利用 D-S 合成规则合成系统响应 BBAs，最终形成系统输出结果的累积信任分布函数和累积似然分布函数。

第 3 步是不确定的传播过程，其涉及到在超立方体内寻找系统响应的最大和最小值，计算会非常耗时，是处理不确定问题的重要环节，下面重点进行介绍。

2.3.1 不确定传播的数学描述

用证据理论表达的不确定变量的焦元通常是一系列的区间，这样，传播就变

成了在每个超立方体区间 $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$, $i=1, \dots, n$ 上寻求响应的最大和最小值, 如图 2.4 所示。

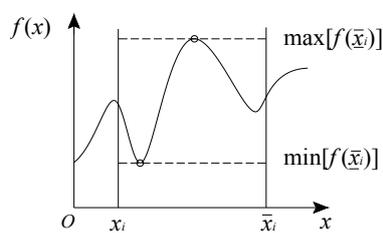


图 2.4 系统不确定的传播

在焦元区间内寻求响应的最大和最小值有两种主要的方法: 采样和优化方法。采样方法的精度很大程度上取决于采样点的数目, 为了提高精度只能增加采样数量, 这将耗费很长时间。而优化方法则会极大的降低计算量, 其本质上就是在一定区间上寻求系统响应的极值问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f(x_i) \\ & \text{subject to} && \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && f(x_i) \\ & \text{subject to} && \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (2.7)$$

由于在实际工程的不确定传播过程中, 焦元区间的数量多、系统函数形式复杂, 故传统的优化算法难以解决上述复杂的优化问题, 本文将利用微分演化算法来对此问题进行求解。微分演化算法是一种新颖的启发式智能算法, 它结合了遗传算法的更大种群概念和进化算法的自适应变异以及采用了贪婪选择策略。这些特征使微分演化算法相比进化算法和遗传算法鲁棒性更好、收敛更快^[89]。

2.3.2 微分演化算法

微分演化 (DE) 算法的结构类似于遗传算法, 是一种基于种群的优化算法, 包括种群初始化、变异、交叉和选择操作。它通过种群内个体间的合作与竞争来实现对优化问题的求解。DE 算法首先在问题的可行解空间随机初始化种群, 一个包含 n 个参数的优化问题可以用一个 n 维向量来描述, 该向量可以表示为: $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in S$, $i=1, 2, \dots, NP$ 。其中 NP 为种群规模, $S \in R^n$ 为优化问题的搜索空间, 个体 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$ 用于表征问题解。DE 算法的基本思想是: 对当前种群进行变异和交叉操作, 产生另一个新种群, 然后利用基于贪婪思想的选择操作对这两个种群进行一对一的选择, 从而产生最终的新一代种群。具体过程如下:

(1) 变异过程

变异操作是 DE 算法最重要的思想之一，变异的目标是为了保证种群的多样性，同时利用种群中个体微量间合适的参数变化来指导已有的目标向量进行搜索，在合适的时间内不断探索周围新的区域，从而达到一个更好的结果，从而保证了搜索结果具有鲁棒性。

变异操作过程中，上一代的个体 $x_i^{(G)}$, $i=1,2,\dots,NP$ (其中 G 表示代数)，根据不同的变异方式进行更新则得到第 $G+1$ 子代向量 $v_i^{(G+1)} = (v_{i1}^{(G+1)}, v_{i2}^{(G+1)}, \dots, v_{in}^{(G+1)})^T$ 。本文采用 Storn 和 Price^[90]推荐的 DE/current-to-best/1/bin 变异方式进行优化，该变异方式对应式 (2.8)：

$$v_i^{(G+1)} = x_i^{(G)} + F_1(x_{\text{best}}^{(G)} - x_i^{(G)}) + F(x_{r_1}^{(G)} - x_{r_2}^{(G)}) \quad (2.8)$$

其中， $x_{\text{best}}^{(G)}$ 为算法第 G 代群体中适应值最小的个体； F 和 F_1 为变异因子，均为非负实数。它们的大小控制了变量间的差异，保证进化的进行。 r_1, r_2 为互不相同的整数，分别为从集合 $\{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, NP\}$ 中随机选出的向量编号。

(2) 交叉过程

与遗传算法相似，DE 算法中的个体经过变异后也进行交叉操作。对于群体中第 $G+1$ 代经过变异过程后的向量个体 $v_i^{(G+1)}$ 按照公式 (2.9) 进行交叉，将产生新的个体： $u_{ij}^{(G+1)} = (u_{i1}^{(G+1)}, u_{i2}^{(G+1)}, \dots, u_{in}^{(G+1)})^T$ 。

$$u_{ij}^{(G+1)} = \begin{cases} v_{ij}^{(G+1)} & \text{if}(\text{rand}(j) \leq CR) \text{ or } (j = \text{randn}(i)) \\ x_{ij}^{(G+1)} & \text{if}(\text{rand}(j) > CR) \text{ or } (j \neq \text{randn}(i)) \end{cases} \quad (2.9)$$

其中， $j=1, 2, \dots, n$; $\text{rand}(j)$ 是 n 个 0~1 之间相互独立的随机数中的第 j 个; $\text{rand}(i)$ 是随机从集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中取得个体向量维度的序号; CR 为交叉因子，将决定个体之间交叉的概率。

(3) 选择过程

DE 算法采用与遗传算法不同的贪婪准则：通过比较由变异和交叉产生的子代个体和父代个体，选择适应值好的变量，即如果父代个体适应值更优将继续保留在群体中；否则，保留子代个体。选择过程由式 (2.10) 表示：

$$x_i^{(G+1)} = \begin{cases} u_i^{(G+1)} & \text{if}(f(u_i^{(G+1)}) < f(x_i^G)) \\ x_i^{(G+1)} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.10)$$

因此，经父子两代个体比较后，优良的个体将被保存于种群中，这些操作重复进行直至满足设定的停止准则。

要取得理想的结果，参数的选择至关重要。DE 算法自出现以来，很多研究人员对参数的选择及其对算法性能的影响进行了大量的分析和实验，为 DE 算法的理论和应用研究奠定了一定的基础。对 DE 算法寻优性能影响显著的参数主要包括：种群规模 NP，变异因子 F (F_1) 和交叉因子 CR。选择适当的参数值可以

有效地减少计算规模，降低时间复杂度。下面对三个参数的选择进行介绍：

(1) 种群规模 NP：种群规模 NP 直接影响 DE 算法的收敛速度，同时也一定程度上影响优化结果的质量。NP 过小，则会导致种群多样性减小，无法收敛到全局最优解；NP 过大，则计算规模增加，收敛速度减慢。个体的分布在搜索域内几乎是均匀的，通常取 NP 为问题维数 n （向量参数的个数）的 5~10 倍。种群大小的合适取值主要用于维持个体的多样性。

(2) 变异因子 F (F_1)：变异因子 $F \in [0, 2]$ 是变异操作中添加到被扰动向量上的差异值的比率。F 越大，DE 算法的全局搜索能力越强，越能保证收敛到问题的最优解，但收敛速度较慢；F 越小，收敛速度越快，局部搜索能力越强。但 F 过小时极易出现早熟现象。通常 F 的选择在 $[0.4, 1]$ 的范围内，初始值可取 $F=0.5$ ，如果算法收敛过早，则可增加 F 或 NP。

(3) 交叉因子 CR： $CR \in [0, 1]$ ，表示子代个体从变异操作产生的试验向量个体中继承的比率，即用于控制候选个体 $u_i^{(G+1)}$ 中哪些变量由变异个体 $v_i^{(G+1)}$ 提供，哪些变量由当前演化个体 $x_i^{(G)}$ 提供。CR 增大则收敛速度增大，但当 CR 值大于 0.9 后，容易出现早熟现象。通常 CR 初始值为 0.9 较好，如果对优化结果不满意，再适当调整 CR 的值。

NP 取值越大，则 F 的取值应越小，DE 算法对 F 的调整比对 CR 的调整更加敏感，通常变化比较细微时使用 CR，比较大的调整使用 F。

2.3.3 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析流程

基于微分演化算法的证据理论不确定分析的流程图如图 2.5 所示。

2.4 本章小节

本文在疲劳寿命预测中考虑疲劳寿命预测模型中存在的认知不确定性，本章介绍了量化该认知不确定性的不确定理论：证据理论和微分演化区间优化算法。

对不确定性的量化包括两个难点问题：不确定性的表达和传播。本文采用证据理论进行认知不确定性的表达，证据理论可以表示多种类型的不确定数据，尤其对于由于已知信息不完善造成的认知不确定性，在概率理论无法进行描述时，证据理论显示出其很好的优越性和潜力。但由于不确定变量由许多非连续集来表达，而不是一个平滑连续的显函数，证据理论应用于不确定量化时的最大问题是计算成本。本文采用微分演化算法来解决基于证据理论表达的不确定传播问题，将不确定性的传播抽象为在一定区间上寻求系统响应极值问题，以提高基于证据理论不确定分析的计算效率。

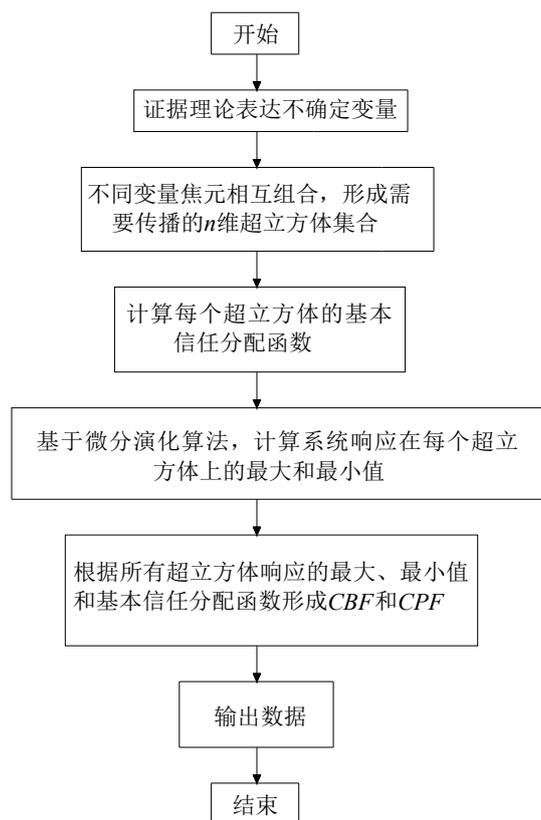


图 2.5 基于证据理论和微分演化算法的不确定分析的流程图

第3章 基于 S-N 曲线的素混凝土疲劳寿命预测不确定分析

3.1 引言

疲劳问题一般出现在承受循环加载的混凝土结构中,常常会给结构的正常使用带来很大的影响,这就要求在工程师在结构设计时考虑疲劳效应。在目前的工程应用中,一般采用 S-N 曲线来描述混凝土的的疲劳形态。众所周知,混凝土由多种材料组成,导致了材料的多相异性,这就使采集到的疲劳数据存在很大的不确定性,即使在给定的应力条件下得到的疲劳数据也有很大的离散性。因此,为了保证结构的安全,在混凝土结构疲劳可靠性设计时引入不确定性的概念是非常重要的。

目前,最常用的疲劳寿命不确定分析方法是应用概率理论得到混凝土构件的 P-S-N 曲线,从而应用于构件寿命的可靠性设计中。概率理论需要大量的数据为基础来确定适合的概率分布模型,从而得到相应的 P-S-N 曲线,而在实际工程中,出于经济和时间成本的考虑,很难获得大量的试验数据来作为概率理论分析的支撑,在这种情况下概率理论的方法就不是最优的选择。近年来,一些学者提出了模糊可靠性设计、基于灰色系统理论的预测方法等,这些方法在一定程度上弥补了概率理论的不足,被用于概率理论不能适用的情况下。

证据理论作为近年来新兴的不确定分析方法,是对经典概率理论的一种扩展,其对不确定问题的处理比较复合人们的思维习惯,而且可以对各种不完整、不确定、不可靠及冲突信息进行描述和处理,因而被应用与多个领域。本章将尝试引入证据理论的方法来描述疲劳寿命模型参数的不确定性,通过微分演化算法进行不确定的传播,从而得到疲劳寿命的不确定预测结果,最后根据预测结果绘制基于证据理论的 P-S-N 曲线,并与概率理论得到的结果及实验数据进行对比分析,来验证该方法的有效性。

3.2 S-N 曲线

人们通常以最大应力比 S 和疲劳寿命 N 两个参量作图,得到的 S-N 曲线用于描述混凝土疲劳实验的结果, S 是交变应力的应力比, N 是在恒幅交变应力作用下结构破坏的应力循环次数。应力比 S 作为无量纲的参数是应力与混凝土强度的比值,影响应力的因素通常会以同样的方式影响实测的混凝土强度。在规范或文献中可以找到对应于各种加载形式和试件形状的多条 S-N 曲线(或 Wohler 曲

线), 一般是通过对各种梁、板、柱的疲劳实验得到的。这些 S-N 曲线通常应用到考虑承受重复荷载的混凝土构件设计中。

3.2.1 S-N 曲线基本原理

常幅疲劳实验是目前应用最广泛的描述混凝土疲劳形态的方法。S-N 曲线假定混凝土疲劳与其强度无关, 且最大应力与弯曲强度的比值与循环次数的对数值成线性关系。这些 S-N 曲线是在 R 值 (最小与最大应力比值) 一定的条件下得到的, 其最基本的假定是影响混凝土静载强度的因素会以同样的方式影响其疲劳抗力。虽然有很多因素可以影响混凝土的疲劳性质, 但只要将疲劳强度无量纲化为应力比 S, 这些影响因素就大幅减少。Raithby 在 1979 年提出只要应力表达为静载强度的比例, 就不需要考虑水灰比、水泥含量、加气剂、养护条件以及混凝土龄期的影响。同样的, 混凝土弯曲疲劳性质不受骨料类型的影响。

在传统的疲劳寿命不确定分析中, 通常采用中值 S-N 曲线, 此时, N 定义为疲劳寿命的中值。中值 S-N 曲线一般是由成组实验的方法获得的, 即选取某些不同的应力范围水平, 在每一应力范围水平下各用一组试件作试验, 对每组试验数据分别进行统计分析, 从而得到疲劳寿命的中值和其他统计特征值, 最后用曲线拟合各中值疲劳寿命数据点, 这样就得到了中值 S-N 曲线。通过对疲劳试验数据的研究发现, 在双对数坐标系中, 中值 S-N 曲线通常接近直线。为方便分析及使用, 一般把中值 S-N 曲线的表达式写成:

$$NS^m = A \quad (3.1)$$

式中, m 和 A 为两个参数。

对上式等号两边取对数, 得:

$$\lg N = \lg A - m \lg S \quad (3.2)$$

这就是在双对数坐标系中的直线方程。这一直线如图 3.1 所示。

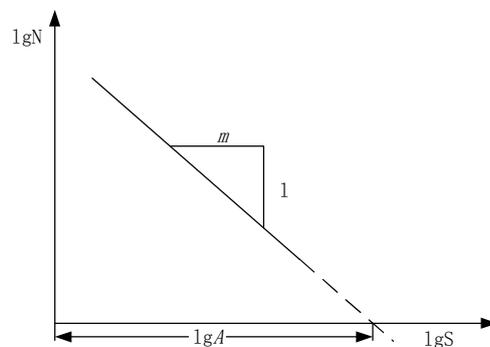


图 3.1 S-N 曲线图

3.2.2 P-S-N 曲线

P-S-N 曲线指的是表征材料疲劳寿命离散性的应力寿命曲线，即应力 (S) - 循环次数 (N) - 存活率 (P) 曲线，就是 S-N 曲线和概率的结合，P 则是指失效概率，即存活率，意为若采用当前 S-N 曲线，其安全的可靠性，如 0.95 的存活率通俗讲即采用此 S-N 曲线，100 个试件至少有 95 个是安全的。同一组试件在同样的条件下进行试验，它们的疲劳寿命 N 并不一样，但却具有一定的分布规律，即与概率有关。因此，可以根据一定的概率（通常就是存活率 P，亦相当于可靠度）来确定 N 值。并且疲劳寿命还与应力水平有关，因此可以得出 N 为 P 和 S 的二元函数。P, S, N 的函数关系形成三维空间中的一个曲面，但是为了与传统的 S-N 曲线一致，工程上习惯将 P, S, N 的函数关系画在 S-N 的二维坐标系中，当 P 取值一定时，则以 S 为自变量形成一条 S-N 曲线，当 P 得取值变化时，则每一 P 值对应着一条 S-N 曲线，从而形成 S-N 的曲线族，也将其称为 P-S-N 曲线，这一曲线族给出了：1) 在给定应力水平下失效循环次数 N 的分布数据；2) 在给定的有限寿命下疲劳强度 S 的分布数据；3) 无限寿命或 $N > N_L$ 的疲劳强度—疲劳极限的分布数据。P-S-N 曲线在有限寿命段 ($10^3 < N < 10^6$) 在双对数坐表系上近似为直线。如图 3.2 所示。

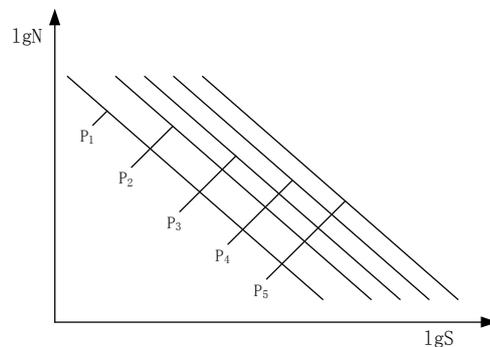


图 3.2 P-S-N 曲线图

3.2.3 算例介绍

本章主要以 Oh 疲劳实验^[91]为基础，进行混凝土疲劳寿命预测不确定分析。该实验以四点弯曲梁为基本试件，如图 3.2 所示。

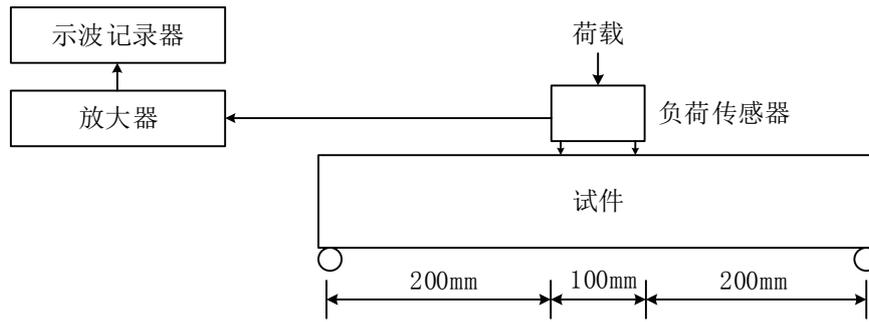


图 3.3 Oh 疲劳试验

混凝土梁的尺寸为 $100 \times 100 \times 500 \text{mm}$ ，直至实验前两天均在水盆内养护，为了避免在疲劳实验过程中试件强度的衰减，试件养护时间保证为 60 天。混凝土的平均抗压强度为 27MPa，断裂模量 f_r' 为 4.58MPa。疲劳实验是在四点弯曲荷载下进行的，常幅疲劳加载速度为 250 次/分钟。表 3.1 列出了该疲劳试验所得到的每个应力水平下的疲劳寿命。

表 3.1 Oh 疲劳实验结果^[91]

试件编号	$f_r^{\max} / f_r' = 0.85$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.75$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.65$
1	1038	15210	164097
2	1064	15618	176071
3	1620	19286	233916
4	1758	19598	245794
5	1770	19849	249906
6	1814	20694	256619
7	1872	21046	293559
8	1940	21334	334895
9	1954	23662	358636
10	2047	24345	385780
11	2107	24820	435673
12	2162	40809	635258
13	2620	52516	724621

3.3 基于传统概率理论的疲劳寿命预测不确定分析

由于混凝土是一种离散性很大的材料，加之疲劳试验中存在很多的随机性，从表 3.1 中的实验数据可以看出，混凝土的疲劳寿命离散性较大。所以在疲劳寿

命预测分析过程中必须考虑不确定性，目前，最常用的疲劳寿命不确定分析方法是应用概率理论得到混凝土构件的 P-S-N 曲线，从而应用于构件寿命的可靠性设计中。应用该方法进行疲劳寿命预测技术路线如下图所示：

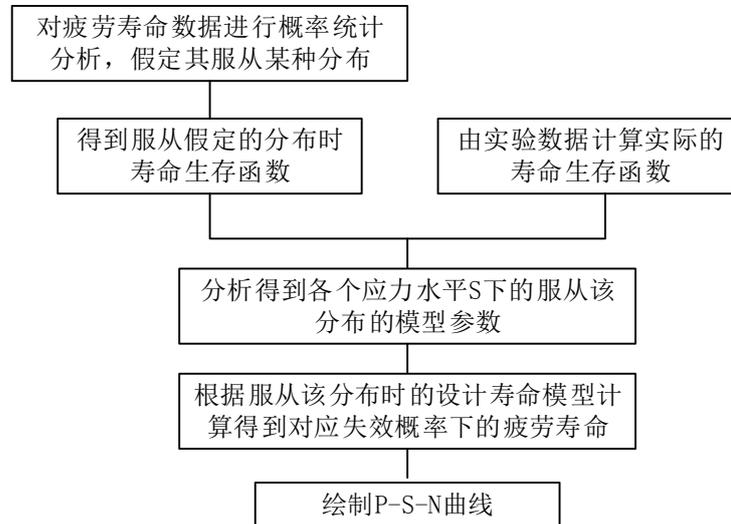
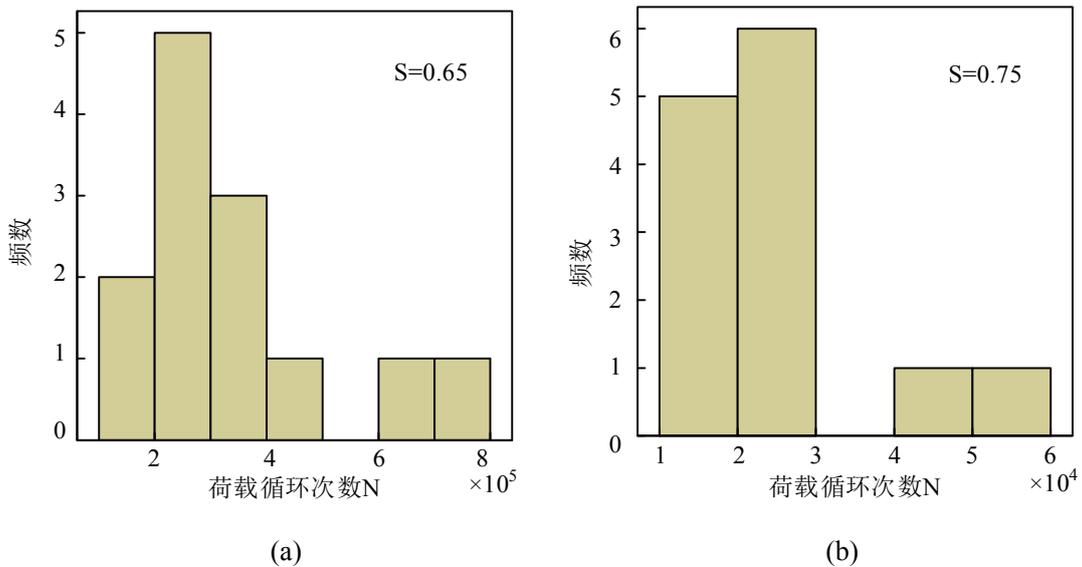
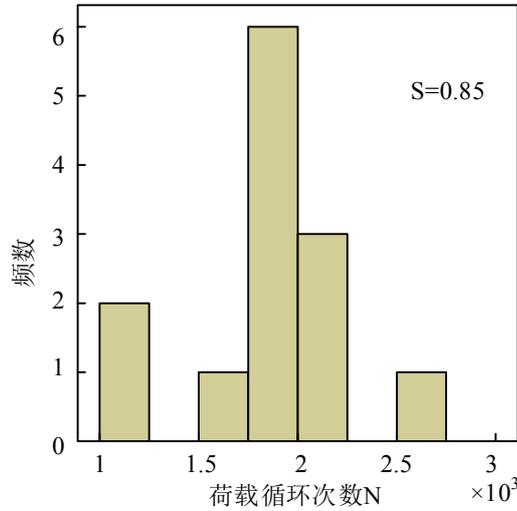


图 3.4 概率方法预测寿命技术路线

3.3.1 疲劳寿命概率统计分布及模型参数

为了确定疲劳寿命 N 的概率分布，根据表 3.1 中的实验数据，分别对各应力水平下的疲劳寿命 N 进行分析统计，各应力水平下疲劳寿命 N 的频数统计直方图如图 3.5 所示。





(c)

图 3.5 荷载循环次数 N 频数统计直方图 (a) S=0.65; (b) S=0.75; (c) S=0.85

目前描述混凝土类材料疲劳数据统计的数学概率模型中最常用的是正态分布和 Weibull 分布^[92]。由于正态分布概率密度函数以横坐标为渐近线，曲线两端延伸至无限远，这就导致了只有在疲劳寿命取负无穷时可靠度才能达到 100%，但是显而易见，无穷大寿命在显示中是不存在的。而 Weibull 概率密度函数存在 100%可靠度的安全寿命，对于各种类型的试验数据拟合能力很强，例如，指数分布一般只能适应偶然失效期，而 Weibull 分布对浴盆曲线三个失效期都能适应，因而威布尔分布适用范围很广，至今已成为最有代表性的寿命分布模型。

因此在文献[91]中 Oh 选用两参数 Weibull 分布来描述疲劳数据，并且分别采用 K-S 检验和 χ^2 检验方法对所有应力水平下的疲劳寿命进行检验，发现疲劳实验数据均符合 Weibull 分布。文献[91]分别采用图解法、矩量法、最大似然法来计算在不同应力水平下的 Weibull 分布参数 α 和 u ，如表 3.2 所示。从表中可以看出，不同方法得到的 Weibull 分布参数值虽然大致相近，但是还是存在一定的差异性，这就给之后的疲劳寿命预测带来了误差。

表 3.2 不同方法疲劳寿命 Weibull 分布参数值^[91]

	$f_r^{\max} / f_r' = 0.85$		$f_r^{\max} / f_r' = 0.75$		$f_r^{\max} / f_r' = 0.65$	
	α	u	α	u	α	u
图解法	3.830	2240	2.576	27800	2.164	410000
矩量法	3.950	2122	2.496	27637	2.170	390420
最大似然法	3.895	1860	2.498	27670	2.275	392129
均值	3.892	2074	2.523	27702	2.203	397516

3.3.2 寿命预测结果

两参数 Weibull 分布的生存函数 $L_R(n)$ 表达式为:

$$L_R = \exp[-(\frac{n}{u})^\alpha] \quad (3.3)$$

式中, n 是随机变量 N 的特定值, α 是在对应应力水平 S 下的 Weibull 分布形状参数, u 是 Weibull 分布的特征极值。

当在某一应力水平 S 下的 Weibull 分布的参数值已知时, 即可以根据下式求出在给定失效概率 P_f 时的疲劳寿命预测值:

$$N_D = u[\ln \frac{1}{1-P_f}]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.4)$$

取表 3.2 中 α 和 u 的均值, 结合上式可以得到假定疲劳寿命服从 Weibull 分布时各应力水平下的疲劳寿命预测结果, 如图 3.6 所示。

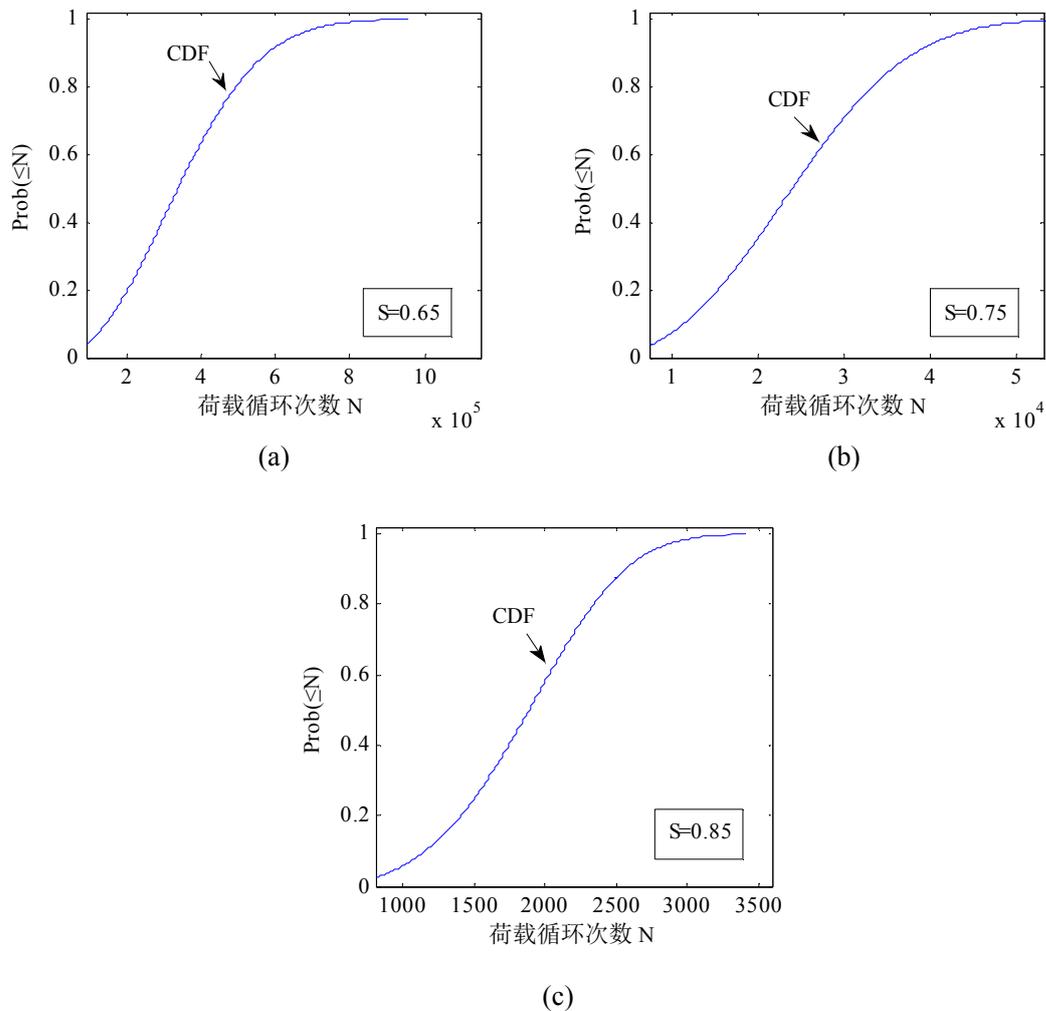


图 3.6 基于概率理论疲劳寿命预测结果: (a)S=0.65;(b)S=0.75;(c)S=0.85

3.3.3 基于概率理论得到的 P-S-N 曲线及其局限性

由上一节的分析中可以得到在对应的应力水平 S 下疲劳寿命的预测结果,为了得到 P-S-N 曲线,分别取失效概率 $P_f=0.05,0.10,0.20,0.30,0.40$,得到相应的疲劳寿命预测值,如表 3.3 所示。

表 3.3 不同应力水平下疲劳寿命随失效概率 P_f 的变化

失效概率 P_f	$f_r^{\max} / f_r' = 0.85$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.75$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.65$
0.05	967	8740	1032
0.10	1163	11560	143100
0.20	1411	15480	201200
0.30	1591	18570	249000
0.40	1745	21340	293000

将上表中的数据进行线性回归,就可以得到相应的混凝土双对数疲劳 P-lgS-lgN 曲线,如图 3.7 所示。

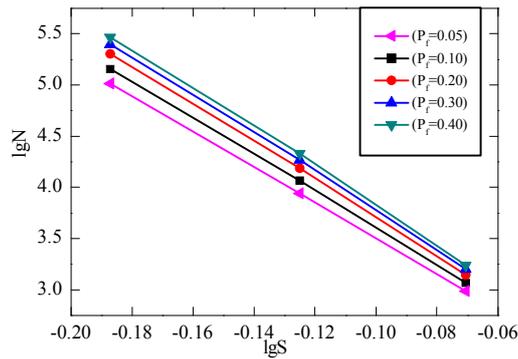


图 3.7 基于概率理论的 P-lgS-lgN 曲线

虽然目前工程设计通常以上基于概率理论方法得到的 P-S-N 曲线来进行疲劳寿命的可靠性设计,但是从本章的寿命预测中可以发现,这种设计方法并不是完美的,它也存在一些自身难以克服的局限性,主要表现在以下几个方面:

- (1) 该方法一般是先在给定应力水平下用假设检验与参数估计求疲劳寿命的统计分布,第二步再求 P-S-N 曲线,因此统计误差将是两步误差的累积;
- (2) 由于第二步用回归方法求 P-S-N 曲线,因此第一步求出的各组应力水平下寿命的分布,不再是连续的函数;
- (3) 概率方法为了得到具有一定置信度和成活率的 S-N 曲线,需要大量试验数据,通常无法满足。

因此，考虑到传统的基于概率理论的 P-S-N 方法存在很大的局限性，本文将尝试采用另外一种不确定分析方法来进行寿命预测。

3.4 基于证据理论的疲劳寿命预测不确定分析

传统的基于概率理论得到 P-S-N 曲线的方法存在一定的局限性，本节将引入证据理论方法进行疲劳寿命预测的不确定分析，应用该方法进行疲劳寿命预测技术路线如下图所示：

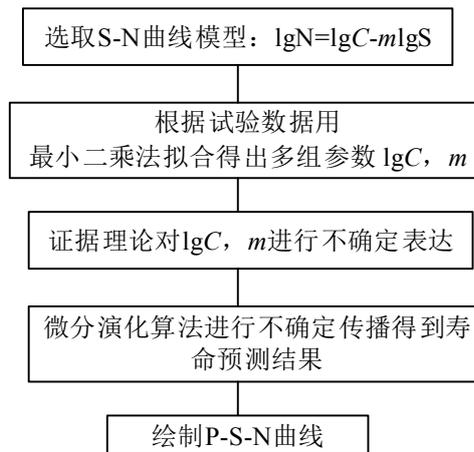


图 3.8 证据理论方法预测寿命技术路线

3.4.1 S-N 曲线参数计算

S-N 曲线模型为： $\lg N = \lg C - m \lg S$ ，该式在对数坐标下为一条直线，根据表 3.1 的 13 组试件的实验数据，通过最小二乘法拟合得到 13 组 $\lg C$ 和 m 的值，如表 3.4 所示。

表 3.4 S-N 曲线模型参数值

试件编号	1	2	3	4	5	6	7
m	-18.820	-18.994	-18.510	-18.398	-18.435	-18.439	-18.833
$\lg C$	1.738	1.733	1.927	1.963	1.963	1.976	1.952
试件编号	8	9	10	11	12	13	
m	-19.203	-19.42	-19.524	-19.878	-21.137	-20.897	
$\lg C$	1.932	1.93	1.938	1.917	1.887	2.001	

从上表中可以看出，虽然各个试件的材料、加载情况等条件均相同，但是其 S-N 曲线模型参数各不相同，存在一定的差异性。13 组完全相同的试件得到了 13 组不同的 S-N 曲线模型，这就给疲劳寿命预测带来了一定的不确定性，给决策者的选择带来了困难。所以，进行疲劳寿命的不确定分析是很有必要的。

3.4.2 基于证据理论的不确定表达

如 2.2 中所述，由现有数据将不确定参数表达成证据理论的形式包括 2 个步骤：（1）利用所有数据绘制柱状图，将不确定参数表达成区间形式；（2）区分相邻不确定区间之间的关系类型，得到合适的信任架构。

利用表 3.4 中 13 组数据，对材料参数 $\lg C$, m 两个不确定参数进行统计分析，并用证据理论进行表达。首先将表中的数据进行整理，确定两个不确定变量的不确定区间，并画出他们的分布统计直方图，如图 3.9 所示。

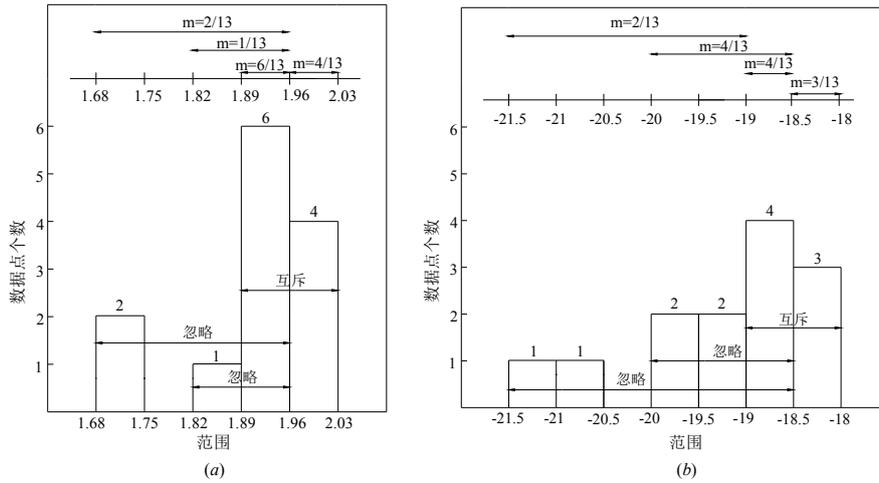


图 3.9 参数的数据分布及其对应的信任架构：(a) $\lg C$; (b) m

根据上面得到的信任架构，利用文献[14]中提出的规则，得到各参数的基于证据理论不确定表达，见表 3.5。

表 3.5 不确定参数的证据理论表达

参数 区间号	$\lg C$		m	
	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
1	[1.68,1.96]	0.154	[-21.5,-18.5]	0.154
2	[1.82,1.96]	0.077	[-20.0,-19.0]	0.308
3	[1.89,1.96]	0.461	[-19.0,-18.5]	0.308
4	[1.96,2.03]	0.308	[-18.5,-18.0]	0.23

3.4.3 寿命预测结果分析及与概率方法结果比较

根据表 3.5 给出的 $\lg C$ 和 m 的信任架构，应用微分演化算法对不确定性进行传播，得到不同应力水平下的疲劳寿命的累积分布曲线，如图 3.10 所示，其中，CPF 为疲劳寿命的累积似然函数分布曲线，CBF 为疲劳寿命的累积信任函数分布曲线。为了与 3.3 节中基于概率理论方法的预测结果进行对比，将图 3.6 的结果与证据理论方法的预测结果置于同一图中，即 CDF 曲线，为图 3.6 中的基于概率理论方法得到的疲劳寿命的累积分布曲线。

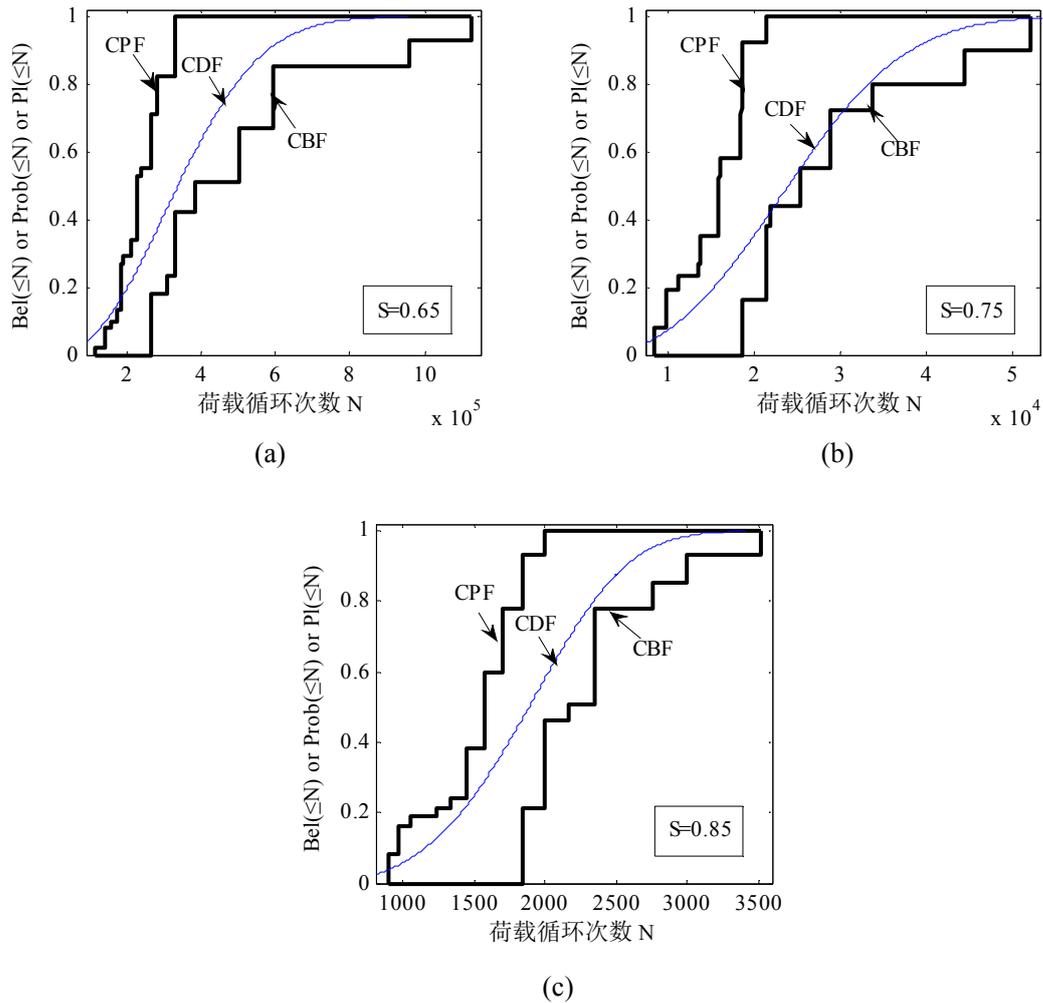


图 3.10 基于证据理论及概率理论的疲劳寿命预测结果：(a) $S=0.65$;(b) $S=0.75$;(c) $S=0.85$

将两种方法的预测结果及实验数据汇总如表 3.6 所示：

表 3.6 两种方法寿命预测结果与试验数据对比汇总表

$S = f_r^{\max} / f_r' = 0.65$			
疲劳寿命 N	证据理论	概率理论	实验数据
失效概率 $P_f=0.05$	$[1.384, 2.637] \times 10^5$	1.032×10^5	---
区间范围	$[1.116, 11.28] \times 10^5$	$[0.9, 5.58] \times 10^5$	$[1.641, 7.246] \times 10^5$
$S = f_r^{\max} / f_r' = 0.75$			
失效概率 $P_f=0.05$	$[0.849, 1.868] \times 10^4$	0.874×10^4	---
区间范围	$[0.849, 5.202] \times 10^4$	$[0.5, 2.91] \times 10^4$	$[1.521, 5.251] \times 10^4$
$S = f_r^{\max} / f_r' = 0.85$			
失效概率 $P_f=0.05$	[892, 1844]	967	---
区间范围	[892, 3528]	[0, 3408]	[1038, 2620]

对比表 3.6 的结果，这两种方法得出的寿命区间范围均将试验数据寿命值区间包含在内，这说明引入不确定方法，应用证据理论与概率理论预测混凝土疲劳

寿命是可靠的。对比证据理论与概率理论方法的预测区间，可以看出，概率理论得到的区间范围大于证据理论，这是由于该方法采样时包含了概率极小的情况下的样本点，采样范围很大，这就导致了概率预测结果范围很大，包含了一些基本不可能的情况，例如寿命值为 0 的情况，在实际情况中基本不可能出现。而证据理论方法是基于实验数据得到的参数进行不确定表达，其预测结果范围基本与实验数据相近，并且将实验结果包含在内，而由于数据的不完整，其得到的 CPF、CBF 曲线为台阶状。

观察图 3.10 可以看出，在证据理论结果区间内，概率理论得到的 CDF 曲线和证据理论的 CPF、CBF 曲线有较好的兼容性，这说明 3.3 节中对疲劳寿命的概率分布的假定是基本可靠的，在该假定下概率理论得到的预测结果相对准确。但是观察图(b)可以发现，CDF 曲线的一些部分超出了 CBF 曲线，这说明在 $S=0.75$ 的情况下，对概率分布的假定存在一定的误差，这就给预测结果带来了一定的影响，而由于概率理论方法给出的结果是单点值，当预测出现偏差时，会给之后的工程设计与应用带来巨大的影响。然而精确的概率分布需要大量的实验数据作为基础，在实际情况下，由于经济性、可操作性等因素的影响，基本很难获得足够多的数据来进行概率分布假定，这时，基于概率理论的预测方法就存在很大的局限性。而基于证据理论的方法并不需要概率分布作为分析的前提，可以在数据不充足的情况下，基于已有的数据进行不确定的传播分析，且其预测结果是区间值，有效避免了概率理论方法的局限性所带来的误差。以上分析说明利用证据理论进行疲劳寿命预测不确定分析具有很好的鲁棒性。

为了得到基于证据理论方法的 P-S-N 曲线，根据图 3.10 的结果，分别取各应力水平下失效概率 $P_f=0.05,0.10,0.20,0.30,0.40$ ，得到相应的疲劳寿命预测值，如表 3.7 所示。

表 3.7 不同应力水平下疲劳寿命随失效概率 P_f 的变化

失效概率 P_f	$f_r^{\max} / f_r' = 0.85$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.75$	$f_r^{\max} / f_r' = 0.65$
0.05	[892,1844]	[8490,18680]	[138400,263700]
0.10	[968,1844]	[9803,18680]	[154000,263700]
0.20	[1232,1844]	[11320,21570]	[181000,309800]
0.30	[1447,2000]	[13770,21570]	[212600,327100]
0.40	[1569,2000]	[15900,21950]	[224400,327100]

将上表中的数据进行线性回归，就可以得到相应的混凝土双对数疲劳 P-lgS-lgN 曲线。在给定 P_f 值时，概率方法得到的 P-lgS-lgN 曲线为一条直线，不同的 P_f 对应不同的直线，而由于证据理论得到的寿命预测为区间值，所得到的

P-lgS-lgN 曲线是由多条直线组成的一个面，不同的 P_f 对应不同的面。为了描述清晰，本节仅选取 $P_f=0.05, 0.10$ 情况作 P-lgS-lgN 曲线作为示例。如图 3.11 所示，其中灰色区域为证据理论得到的 $P_f=0.05$ 和 $P_f=0.10$ 时的 lgS-lgN 关系，虚线为概率理论得到的相同失效概率下的 lgS-lgN 关系。

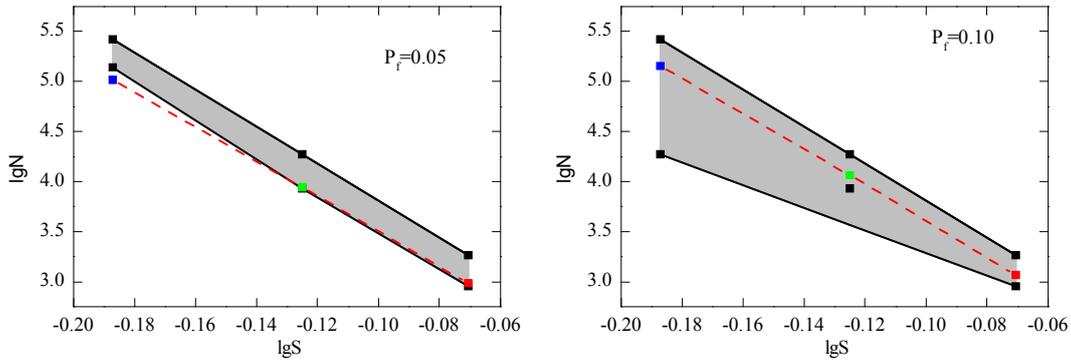


图 3.11 基于证据理论的 P-lgS-lgN 曲线

在工程设计时，当给定失效概率与应力水平值时，例如，设计人员根据工程重要性以及经济可行性等选定失效概率为 0.05，根据结构的受荷情况选定 $S=0.75$ ，参考图 3.11，横坐标确定为 $\lg S=-0.12494$ ，则相应的灰色区域纵坐标区间为 $\lg N=[3.92891, 4.27138]$ ，即可以得到基于证据理论的疲劳寿命设计值 N 为 $[8490, 18680]$ ，从而进行疲劳可靠性设计。

3.5 本章小结

本章以文献[91]混凝土四点弯曲梁疲劳实验为研究基础，采用 S-N 曲线为疲劳寿命预测模型。分别采用概率理论与证据理论两种方法进行疲劳寿命预测不确定分析比较。

基于概率理论的方法，由文献中给出的 Weibull 分布参数计算出各应力水平下的疲劳寿命，根据失效概率与应力水平，疲劳寿命的关系，做出 P-S-N 曲线。但是由于这种设计方法并不是完美的，它也存在一些自身难以克服的局限性。

因此，为了得到更精确的疲劳寿命不确定预测结果，本章又尝试采用证据理论方法来进行疲劳寿命预测不确定分析。根据文献[91]中的疲劳试验数据求出 S-N 曲线模型的参数 $\lg C$ 和 m ，由所求的 13 组参数值可以看出参数具有一定的离散性，需要在疲劳寿命预测过程中考虑这些不确定性以提高预测的可靠性。采用证据理论的方法来表达参数的不确定性，并且用微分演化算法进行不确定的传播，进而得到疲劳寿命不确定预测结果，最后根据 P, S, N 的关系做出对应的

P-S-N 曲线，与概率方法所得到的曲线不同，证据理论方法得到的曲线是由一系列的面组成的。

对比两种方法得到的寿命预测不确定分析结果，可以发现，这两种方法得出的寿命区间范围均将试验数据寿命值区间包含在内，这说明引入不确定方法，应用证据理论与概率理论预测混凝土疲劳寿命是可靠的。在证据理论结果区间内，概率理论得到的 CDF 曲线和证据理论的 CPF、CBF 曲线有较好的兼容性，这说明 3.3 节中对疲劳寿命的概率分布的假定是基本可靠的，在该假定下概率理论得到的预测结果相对准确。然而精确的概率分布需要大量的实验数据作为基础，在实际情况下，由于经济性、可操作性等因素的影响，基本很难获得足够多的数据来进行概率分布假定，这时，基于概率理论的预测方法就存在很大的局限性。而基于证据理论的方法并不需要概率分布作为分析的前提，可以在数据不充足的情况下，基于已有的数据进行不确定的传播分析，且其预测结果是区间值，有效避免了概率理论方法的局限性所带来的误差。以上分析说明利用证据理论进行疲劳寿命预测不确定分析具有很好的鲁棒性。

第4章 基于断裂力学的素混凝土疲劳寿命预测不确定分析

4.1 引言

目前,用于预测混凝土疲劳寿命的方法一般有两种:传统的经验方法和机理研究方法。传统的经验方法一般采用的是 S-N 曲线法--结构的疲劳寿命概率由一个加载水平的函数计算得出^[91]。这种方法没有应用材料的基本参数来进行设计和计算,不仅需要对给定的工况下的一系列数据进行耗时的统计分析,并且其结果仅适用于与实验条件完全相同的情况。所以,当采用另外一种加载机制或边界条件时,其对寿命的预测就不能成立,存在很大的局限性。机理研究方法一般采用断裂力学的概念来研究疲劳加载时的裂纹扩展—裂纹扩展速率由应力强度因子的函数表示,即 Paris 公式。Paris 公式最早被应用于研究金属和陶瓷的裂纹扩展^[93],其公式系数通过实验数据拟合得出。近年来,很多学者尝试用其来表示混凝土的裂纹扩展^[94-97]。

通过对比学者对于 Paris 系数的研究^[94-97],可以看出,即使针对同一种材料组成,在同种荷载下进行实验,得到的 Paris 系数也不尽相同。由于混凝土是一种各相异性的复杂的准脆性材料,即使是在配比完全相同,加载条件等其他条件均相同的情况下,其疲劳形态也是存在差异的,这就造成了对 n 个混凝土试件进行疲劳裂纹实验,就有可能得到 n 组不同的 Paris 公式系数。这样,在进行混凝土疲劳寿命预测时,面对 n 组不同的 Paris 公式系数,如何选择公式系数成为一个难题。虽然有的研究选择均值作为预测模型的系数^[98],有的学者则用多个试件的实验数据拟合得到一组 Paris 系数^[99],但对于相同材料组成的不同试件,其预测结果仍存在较大的误差。由于混凝土材料的离散性以及 Paris 模型本身的认识局限性,Paris 模型参数存在一定的不确定性,这种参数的不确定性将影响疲劳寿命的预测。

在很长一段时间内,处理不确定性问题一般都采用基于概率理论的方法,但由于传统的概率论无法描述由信息不精确引起的认知不确定性,概率模型在统计数据较少时不是一种理想的模型。混凝土疲劳寿命研究的数据有限,且存在很大的离散性,不能构造出精确的参数的概率分布,无法应用概率理论的方法来量化分析参数的不确定性。许多研究表明,证据理论在处理数据缺乏、离散性大的情况下具有较大的潜力,因此,在混凝土疲劳寿命预测中用证据理论来量化参数不确定是一种合理的选择。

本章将采用 Paris 公式研究混凝土疲劳寿命,应用证据理论量化 Paris 公式参

数不确定性，得到对同种材料组成的混凝土三点弯曲梁的疲劳寿命的预测。

4.2 基于断裂力学的疲劳裂纹扩展分析

疲劳破坏过程比较复杂，受很多因素影响，但是按其发展过程大致可以分为以下四个阶段。

(1) 裂纹成核阶段

对于一个无裂纹或类裂纹缺陷的光滑试样，在交变应力作用下，虽然名义应力不超过材料的屈服极限，但由于材料组织性能不均匀，在试件的表面局部区域仍然能产生滑移，这是因为试件表面是平面应力状态，容易塑性滑移。多以反复的循环滑移应变，产生金属的挤出和挤入的滑移带，从而形成微裂纹的核。

(2) 微观裂纹扩展阶段

一旦微观裂纹成核，微裂纹就沿着滑移面扩展，这个面试与主应力轴成 45° 的剪应力作用面。此阶段扩展深入表面很浅，大约十几微米，而且不是单一的裂纹，是许多沿滑移带的裂纹，如图 4.1 所示，称其为裂纹扩展的第一阶段。

(3) 宏观裂纹扩展阶段

此时裂纹扩展方向与拉应力垂直，且为单一裂纹扩展，如图 4.1 所示。一般认为裂纹长度 a 在 $0.10\text{mm} < a < a_c$ 范围内的扩展为宏观裂纹扩展阶段，又称为第二阶段。

(4) 断裂阶段

当裂纹扩展至临界尺寸 a_c 时，产生失稳扩展而很快断裂。

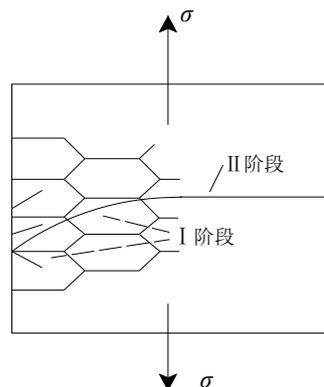


图 4.1 裂纹扩展示意图

以上是无初始裂纹的光滑试样的典型疲劳破坏过程，对于有初始裂纹的裂纹体，主要是宏观裂纹扩展阶段。目前，关于宏观裂纹最小尺寸的规定很不统一，各阶段的划分也不一致，因此工程上从应用方便出发，一般规定出现 $0.1\text{mm} \sim 0.2\text{mm}$ 长的裂纹为宏观裂纹。以前的阶段为疲劳裂纹形成阶段，其对应的应力

循环周数称为裂纹形成寿命，以 N_i 表示，而宏观裂纹扩展阶段所对应的循环周数为裂纹扩展寿命，以 N_p 表示，总寿命 $N_f = N_i + N_p$ 。

传统的设计方法，最早期是进行“无限寿命”设计，要求构件在无限长的使用期内，不发生疲劳破坏。这种方法对应的学科为材料力学，是按照疲劳强度条件进行设计的。后来，对某些构件（如航空结构的零件）采用“安全寿命”设计，即要求在一定的使用周期内，不发生疲劳裂纹。这种方法需要建立疲劳载荷谱，测定 S-N 曲线（S 为交变应力，N 为应力循环周数），并用累积损伤理论估算“安全寿命”。以上两种设计方法并不能充分保证构件的可靠性和经济性，这是因为两种方法所依据的 S-N 曲线是用无裂纹光滑试样测得的。对于不同的材料、构件形状和加载条件， N_i 、 N_p 的值不相同。例如，对于无裂纹的光滑试样，在高周疲劳时，裂纹形成寿命 N_i 在总寿命中占的比重很大，甚至达到总寿命的 80% 以上，对于裂纹体 N_i 为 0， N_f 等于裂纹扩展寿命 N_p 。工程中的实际构件，在制造使用中，往往已经存在裂纹或缺陷，因此按 S-N 曲线进行的设计，不一定能够保证实际构件的安全；另一方面，裂纹体具有相当长的裂纹扩展寿命，而传统的设计却不允许构件有宏观裂纹，这是不经济的。断裂力学正好为解决这一矛盾提供了条件，它着重研究疲劳裂纹亚临界扩展规律，从而可以正确预测裂纹扩展寿命。以断裂力学为基础建立起来的疲劳设计方法，称为“破损安全”设计，或称为“损伤容限”的设计。这种设计方法的基本原则是：容许构件在使用期内出现裂纹，但必须具有足够的裂纹亚临界扩展寿命，以保证在使用期内裂纹不会失稳扩展而导致构件破坏。下面将详细介绍基于断裂力学的疲劳裂纹扩展分析理论。

4.2.1 裂纹的类型

在断裂力学中，按裂纹受力情况，将裂纹分为三种基本类型，如图 4.2 所示。这三种类型分别称为张开型（I 型）、滑开型（II 型）和撕开型（III 型）裂纹。

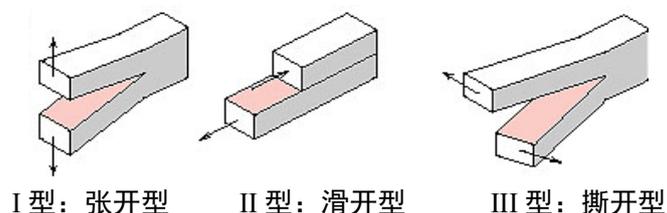


图 4.2 裂纹的三种类型

由图 4.2 可看出，各种类型的裂纹受力的特点如下：I 型裂纹受垂直于裂纹表面的拉应力作用；II 型裂纹受平行于裂纹面而垂直于裂纹前缘的剪应力作用；III 型裂纹受既平行于裂纹面又平行于裂纹前缘的剪应力作用。其中以张开型

(I型) 裂纹最为常见, 而且容易产生低应力脆断, 因此本文将以张开型 (I型) 裂纹为研究对象。

4.2.2 疲劳裂纹扩展速率

疲劳裂纹扩展的定量表示为 da/dN , dN 是交变应力的循环次数增量, da 是相应的裂纹长度的增量。 da/dN 称为疲劳裂纹扩展速率, 表示交变应力每循环一次裂纹长度的平均增量, 它是裂纹长度 a , 应力幅度或应变幅度的函数。研究 da/dN 的重要性在于计算裂纹体的剩余寿命。如果已知瞬时裂纹扩展速率 da/dN , 初始裂纹长度 a_0 与临界裂纹长度 a_c , 则可求得裂纹扩展至断裂的循环次数为;

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{dN}{da} da \quad (4.1)$$

研究疲劳裂纹扩展速率的目的, 是为了获得裂纹的扩展理论, 建立 da/dN 与 a 、 $\Delta\sigma$ 以及材料性质之间的关系, 并写成普遍公式。根据这个理论, 不仅能够预测带裂纹结构的剩余寿命, 而且能够供给设计者选择材料的参考。

研究疲劳裂纹的扩展规律, 一般通过两种途径, 一种是通过实验观察, 根据实验结果, 直接总结出表达裂纹扩展规律的经验公式, 另一种是结合微观实验研究, 提出裂纹扩展机理的假设模型, 推导出裂纹扩展规律的理论公式。

在线弹性断裂力学范围内, 应力强度因子 K 能恰当地描述裂纹尖端的应力场强度。大量的试验证明, 应力强度因子 K 也是控制裂纹扩展速率 da/dN 的主要参量, 即 da/dN 与应力强度因子幅度 ΔK 之间存在一定的函数关系。根据疲劳裂纹扩展的一般特性, da/dN 和 ΔK 的关系如图 4.3 所示。

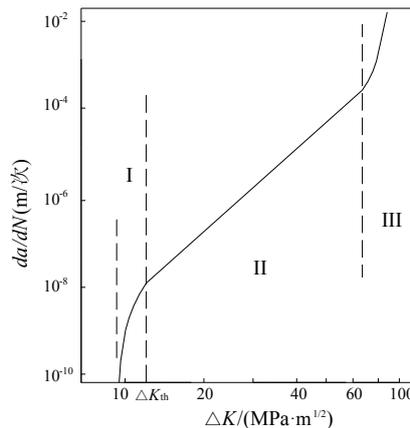


图 4.3 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 与应力强度因子幅 ΔK 关系示意图

从图 4.3 中可以看出, da/dN 和 ΔK 的关系曲线有三个区域。第 1 区域为不扩展区 (近门槛区), 存在 ΔK 的某一个下限值 ΔK_{th} , 邻近 ΔK_{th} 时, ΔK 的微小

降低, da/dN 急剧下降, ΔK_{th} 称为门槛值。在第2区域是一直线带, 为裂纹亚临界扩展区, 是决定疲劳裂纹寿命的主要区域。第3区域为裂纹失稳扩展区, 即当 $K_{max} \rightarrow K_c$ 时, 试样迅速发生断裂, 由于其扩展速率很高, 因此第3区域的裂纹扩展寿命很短, 在计算疲劳裂纹扩展寿命时可以将其忽略。虽然全范围的 $da/dN - \Delta K$ 关系可以更加精确地预测含缺陷构件的裂纹扩展寿命, 但一般计算零件的疲劳寿命时, 只考虑裂纹稳定扩展的第2阶段已经完全能够满足实际需要, 只有对于核动力设备之类的设计中, 才需要做非常精确的计算。因此, 大部分文献中的研究工作都是针对构件中由拉应力控制的裂纹扩展的第2阶段进行的。

现有的疲劳裂纹扩展的定量模型都是建立在连续介质力学基础上。在线弹性范围内, 可以用应力强度因子来描述应力-应变场的全部特征。对此已经形成了很多较成熟的理论表达式和测试方法, 应用最广泛的有 Paris 公式、Forman 公式、Zheng-Hirt 公式以及裂纹全程扩展公式。

4.2.3 影响疲劳裂纹扩展速率的因素

通过实验发现, 除了应力强度因子范围 ΔK 是控制裂纹亚临界扩展的重要物理量外, 其他如平均应力、应力条件、加载频率、温度和环境等, 对裂纹扩展速率 da/dN 均有影响。

(1) 平均应力的影响

图 4.4 是在不同循环特征 $R = K_{min} / K_{max}$ 条件下, 用 Paris 公式整理的 $da/dN - \Delta K$ 曲线, 反映出平均应力对 da/dN 有明显的影响。在同一 ΔK 下, 平均应力越高, da/dN 越大。

根据上述实验结果, 如果平均应力为压应力, 则在相同的 ΔK 下, 与平均应力为拉应力或零相比, 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 降低。人们利用这一特性, 对高压容器进行自增强处理, 以提高其疲劳寿命; 航空零部件进行喷丸处理, 造成表面残余压应力, 以提高疲劳寿命。

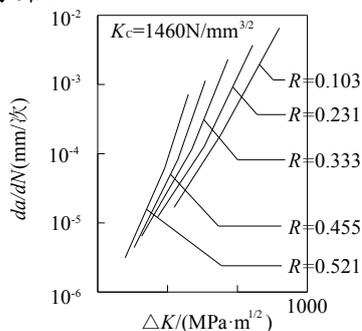


图 4.4 不同循环特征 R 下的 $da/dN - \Delta K$ 曲线

(2) 超载的影响

当构件承受一个由各种幅度组成的载荷谱时，在整个载荷谱中，高低幅度的荷载交替地并且是无序地出现。大量实验表明，过载峰对随后的低载恒幅下的裂纹扩展速度有明显的延缓作用。延缓作用仅限于一段循环周期，在此周期后， da/dN 又逐渐恢复正常。为了定量描述超载后裂纹的延缓效应，人们提出了两种分析模型：Wheeler 模型和 Elber 模型^[98]。

(3) 加载频率的影响

加载频率减小，裂纹扩展率增大。但是随着 ΔK 的减小，在 ΔK 处于较低的范围，其影响逐渐减小。在高温下，加载频率对裂纹扩展速率的影响大些。

4.2.4 几种疲劳裂纹扩展模型

在疲劳裂纹扩展速率的计算上，目前比较常用的有以下几个裂纹扩展模型：

(1) Paris 模型

1961 年，美国人 Paris 提出了计算恒幅荷载下裂纹扩展速率的 Paris 公式：

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (4.2)$$

式中， ΔK 为应力强度因子范围， $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ ， C 、 n 为材料常数。此公式大体适用于各种材料亚临界裂纹扩展试验数据处理，且只适合描述第 2 区域的裂纹扩展行为。

(2) Walker 模型

由于平均应力对 da/dN 有影响，Walker 用应力比 $R(\sigma_{\min}/\sigma_{\max})$ 考虑平均应力的影响，提出以下计算公式：

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K}{(1-R)^m} \right]^n \quad (4.3)$$

Walker 公式只适合描述第 2 区域的裂纹扩展行为。

(3) Forman 模型

Paris 公式未反映平均应力对裂纹扩展速率的影响，也未反映应力强度因子 ΔK 趋近于临界值 K_{Ic} 时裂纹加速扩展的效应。考虑了上述因素，Forman 提出裂纹扩展速率又一表达式：

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (4.4)$$

Forman 公式适合描述第 2 区域和第 3 区域的裂纹扩展行为。

(4) Zheng-Hirt 模型

Zheng Xiulin 和 Hirt 设计了一个较为合理的裂纹扩展模型，可以称为裂尖钝化开裂模型，进而在模型基础上推导出了 Zheng-Hirt 公式。

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta K - \Delta K_{th})^2 \quad (4.5)$$

式中， $B = 1/2\pi\sigma_{ff}^2$ 为疲劳裂纹扩展系数， σ_{ff} 为固体材料的理论强度。此式适合描述第 1 区域和第 2 区域的裂纹扩展，式中不含无明确物理意义的实验待定参量，形式简单，便于工程应用。

(5) 裂纹全程扩展模型

$$\frac{da}{dN} = \frac{4.8}{E^2} \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^{1/2} \cdot \left[\frac{1}{\Delta K} - \frac{1}{(1-R)K_C} \right]^{-3/2} \quad (4.6)$$

该公式由王泓通过大量实验于 2002 年提出，它由材料的本征性能参量（弹性模量 E ，门槛值 ΔK_{th} ，断裂韧度 K_C ）和外部加载参量（循环应力强度因子 ΔK ，应力比 R ）所构成的函数关系确定。该公式量纲一致，各参量的物理意义明确适用于描述 3 个区域的裂纹扩展。

在前述多种裂纹扩展模型中，下一章将选择最基本的 Paris 公式为裂纹扩展模型，研究最简单的等幅循环荷载作用情况，进行疲劳寿命预测不确定分析。

4.3 Paris 模型下基于证据理论的疲劳寿命预测不确定分析

本章将研究混凝土三点弯曲梁承受等幅循环加载时的疲劳寿命，采用文献^[99]中对混凝土三点弯曲梁疲劳加载的柔度法的实验数据，试件尺寸为 $1 \times h \times t = 550\text{mm} \times 200\text{mm} \times 100\text{mm}$ ，试件形状如图 4.5 所示。

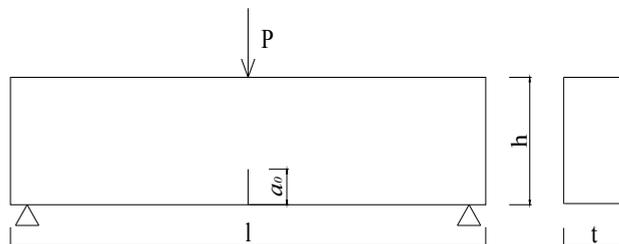


图 4.5 混凝土三点弯曲梁试件

所有试件均采用同一配合比，水泥:砂子:石子:水=1:1.73:3.01:0.52，水泥为普通 425 硅酸盐水泥，试验时测得其立方体抗压强度 f_{cu} 为 44.9MPa，劈裂抗拉强度 f_t 为 3.96MPa，弹性模量 E 为 45GPa，泊松比 ν 为 0.19。实验在 MTS810 材料疲劳试验机上进行，加载频率为 1Hz，加载波型为正弦波，荷载控制，加载时的

最大值为 $0.7P_{\max}$ ， P_{\max} 为单调加载至破坏时的极限荷载，最小值为 $0.07P_{\max}$ 。

对于跨高比为 2.5 的三点弯曲混凝土梁试件，临界应力强度因子可由下式计算：

$$K_{Ic} = \frac{P_{\max}}{t\sqrt{h}} f(\alpha) \quad (4.7)$$

$$f(\alpha) = \frac{6.647\alpha^{0.5}[1 - 2.5\alpha + 4.49\alpha^2 - 3.98\alpha^3 + 1.33\alpha^4]}{[1 - \alpha]^{3/2}} \quad (4.8)$$

式(4.8)由文献[100]中的有限元曲线拟合结果得到。式中， P_{\max} 为最大荷载， t 为试件厚度， h 为试件的高度 $\alpha=a_c/h$ ， a_c 为临界有效裂缝长度，在由实验测得临界应力强度因子值时，可以通过式（4.7）通过计算工具得出临界有效裂缝长度。

本节中，取初始裂纹高度为 40mm，其对应的 $P_{\max}=18.34\text{KN}$ ，根据公式（4.7）计算得出，其临界裂纹长度 a_c 为 110mm。由于初始裂纹高度为 40mm 的试件只有 6 组，且有研究证明，Paris 公式系数 C ， n 为材料参数，与加载范围，试件形状等无关^[101]，故本文中加入试件形状，材料组成和加载条件等均相同的不同初始裂纹长度的另外 6 组试件的 C, n 数据进行不确定性计算。具体参数值见表 4.1。

表 4.1 12 组试件初始裂纹 a_0 ，循环寿命 N ，材料参数 C ， n

试件编号	1	2	3	4	5	6
a_0 (mm)	40	40	40	40	40	40
N(次)	25000	2100	14350	11000	18500	3500
$\log C$	-1.745	-1.236	-0.923	-1.796	-2.918	-2.402
n	12.236	8.257	17.154	7.714	3.252	7.778
试件编号	7	8	9	10	11	12
a_0 (mm)	60	80	80	80	100	100
N(次)	6000	5700	20000	1100	1800	3000
$\log C$	-1.581	-1.406	-2.010	-1.332	-1.362	-1.706
n	8.030	15.114	7.749	7.014	2.761	2.420

从表中可以看出，这两个参数具有较大的离散性，决策者很难从中选择一组合适的值来进行寿命的预测。因此引入不确定性方法来进行参数不确定的分析十分有必要。由于实验数据量少而无法采用传统的概率统计方法来描述这些参数的不确定，本文采用证据理论方法对这些不确定参数进行描述，然后利用微分演化算法实现不确定的传播计算。

4.3.1 基于证据理论的不确定表达

利用表 4.1 中的 12 组数据对材料参数 C , n 两个不确定参数进行统计分析, 并用证据理论进行表达。首先将表 4.1 中的数据进行整理, 确定两个不确定变量的不确定区间, 并画出他们的分布统计直方图, 如图 4.6 所示。

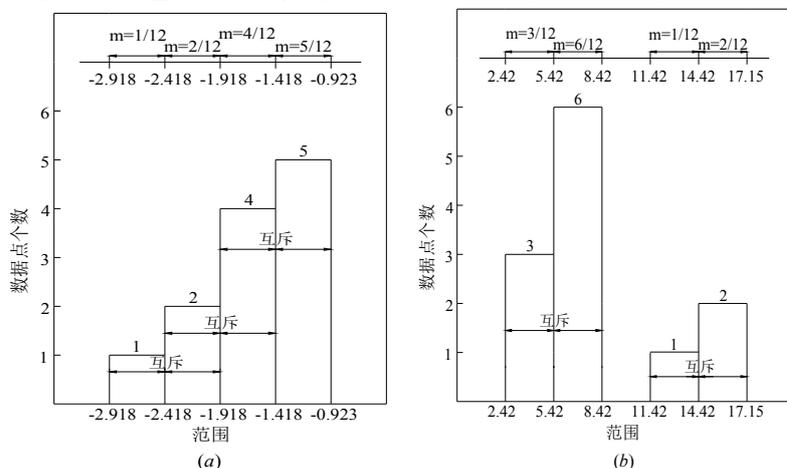


图 4.6 参数的数据分布及其对应的信任架构: (a) $\log C$; (b) n .

根据上面得到的信任架构, 利用文献[14]中提出的规则, 得到各参数的基于证据理论不确定表达, 见表 4.2。

表 4.2 材料参数 $\log C$ 和 n 的信任架构

参数 区间号	$\log C$		n	
	焦元区间	BBA	焦元区间	BBA
1	[-2.918,-2.418]	0.08	[2.42,5.42]	0.25
2	[-2.418,-1.918]	0.17	[5.42,8.42]	0.50
3	[-1.918,-1.418]	0.33	[11.42,14.42]	0.08
4	[-1.418,-0.923]	0.42	[14.42,17.15]	0.17

4.3.2 基于证据理论的疲劳寿命预测

由表 4.2 可以看出, 由于所求出的 12 组参数 $\log C$ 和 n 值具有很大的离散性, 无法给出精确的概率统计特性, 如果采用确定性参数按式 (4.2) 积分所求出的疲劳裂纹扩展寿命 N 值会产生很大误差。所以本节考虑参数不确定情况下的疲劳寿命预测的不确定问题。该问题本质上即为不确定性的传播过程, 即在已知系统输入参数不确定的情况下, 求系统响应疲劳裂纹扩展寿命 N 的范围, 如图 4.7 所示。

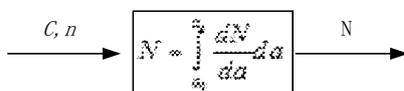


图 4.7 预后过程的表达

4.3.2.1 参数相关情况下的寿命预测

对于铝合金和普通钢等金属材料，大量实验结果表明，Paris 公式的模型参数 n 与 C 之间存在比较稳定的关系，即 n 与 C 间存在相关性^[98]。而对于混凝土材料，对于 n 与 C 的关系还不明确。对表 4.1 中的数据进行线性回归分析，如图 4.8，得到 C 与 n 的线性关系式为： $n=82C+5.537\pm 1.674$ ，相关系数 $\gamma=0.579$ ，查相关系数显著性检验表，取 $12-2=10$ ，得 $|\gamma|>0.57598$ ， γ 在 $\alpha=0.05$ 水平上显著， C 与 n 具有线性关系。

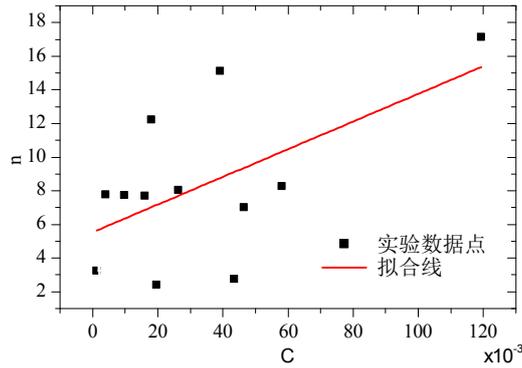


图 4.8 C 和 n 的线性拟合散点图

本节将 C 选为不确定变量， n 根据其于 C 的线性关系确定。根据表 4.2 给出的 C 的信任架构，应用证据理论得到疲劳寿命预测结果如图 4.9 所示。

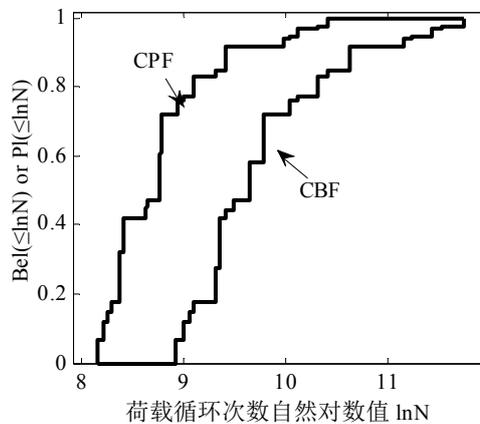


图 4.9 参数相关下应用证据理论得到的疲劳寿命预测结果

表 4.3 给出了参数相关情况下从证据理论计算结果中提取的部分信息。

表 4.3 参数相关下疲劳寿命预测结果与实验数据比较

疲劳寿命 $\ln N$	证据理论	实验数据
95%保证率	[8.158,8.905]	--
全范围	[8.158,11.730]	[7.497,10.127]

上表中，证据理论结果给出具有 95%保证率的寿命自然对数值区间为

[8.158,8.905], 表示寿命自然对数值小于 8.158 的概率不超过 5%。

将参数相关情况下的疲劳寿命预测结果与实验寿命值（初始裂纹长度为 40mm 的六组数据）进行比较，可以看出在考虑参数相关时，虽然证据理论预测寿命全范围上限都大于实际寿命值，但下限却比实际寿命的最小值大，不能包括所有的实际寿命值，这明显是不合理的。

由于本章采用的疲劳数据有限，仅凭以上结果并不能肯定混凝土 Paris 公式模型参数间的关系，但可以得到的是，本章的疲劳数据在参数相关的情况下预测结果是不合理的，在下节将进行参数独立情况下的疲劳寿命预测分析。

4.3.2.2 参数独立情况下的寿命预测

根据表 4.2 给出的 $\log C$ 和 n 的信任架构，应用微分演化算法对不确定性进行传播计算分析，得到疲劳寿命的累积分布曲线，如图 4.10 所示，其中，CPF 为疲劳寿命的累积似然函数分布曲线，CBF 为疲劳寿命的累积信任函数分布曲线。

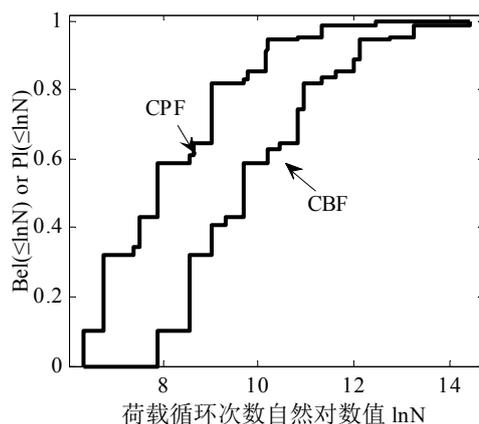


图 4.10 参数独立下应用证据理论得到的疲劳寿命预测结果

表 4.4 给出了从图 4.10 计算结果中提取的部分信息与实验数据值进行对比。可以看出在参数独立的情况下，证据理论预测结果的区间包括实验数据区间，实验数据的最小值落在证据理论预测的 95% 保证率的区间，而实验数据的最大值落在其 40% 保证率的区间上，这说明由于证据理论考虑了参数的不确定性，其得到的预测结果相对保守，适用于离散性较大的混凝土材料的寿命预测。

表 4.4 参数独立下疲劳寿命预测结果与实验数据比较

疲劳寿命 $\ln N$	证据理论	实验数据
95% 保证率	[6.344, 7.885]	--
40% 保证率	[8.537, 10.190]	--
全范围	[6.344, 14.420]	[7.497, 10.127]

将表 4.3 中参数相关情况下的预测结果与表 4.4 中参数独立情况下的预测结果进行对比，可以看出，在考虑参数 C 和 n 直接的相关性后，虽然证据理论所得到的疲劳寿命自然对数区间范围 $[8.158,11.730]$ 与 $[6.344,14.420]$ 相比明显变小，但其结果与实验数据相比，存在一定的误差，并不能涵盖实验数据。而考虑参数独立的情况下得到的预测结果与实验数据更加贴近，预测更合理。

因此，对于文献[99]中这种实验数据少、离散性更大的混凝土材料，应用证据理论进行疲劳寿命预测时模型参数独立更为合适。在下节的分析中也均考虑参数独立的情况。

4.3.3 与概率理论方法预测结果的比较分析

概率理论对已知数据的要求最高，需要知道每个参数的具体分布函数。在本研究中，只已知两个参数的 12 组取值，不足以描述参数的概率特征，于是采用概率理论就需要做出一定的假设。本节对假定参数在小区间内服从均匀分布以及参数服从正态分布的两种情况进行分析，并与证据理论的预测结果进行比较分析。

4.3.3.1 参数在小区间内服从均匀分布的情况

本节根据表 4.1 中由实验数据得到的参数值，分别进行频数统计分析，见图 4.11。

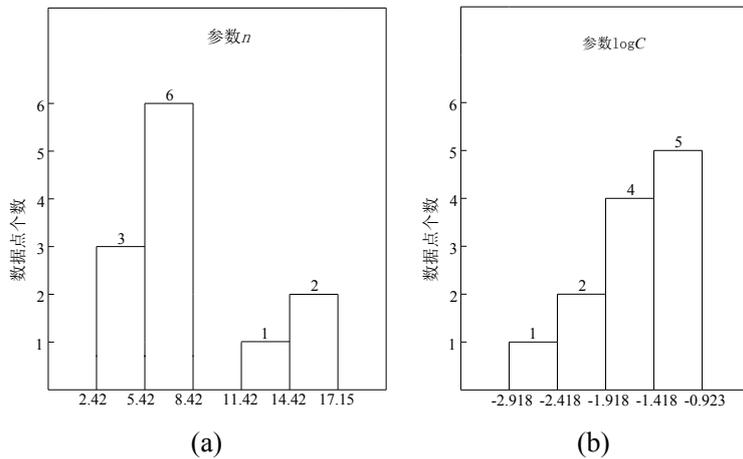


图 4.11 Paris 模型参数的频数统计：(a) n , (b) $\log C$

假设两个参数在其各自分布图的每个小区间上服从均匀分布，在每个小区间内采用 rand 函数生成均匀分布随机数，各区间随机数比例与频数比例一致，每个参数采样点总数都为 10000，按数据分布进行比例分配，见表 4.5。

表 4.5 Paris 模型参数 $n, \log C$ 的采样方法

参数 n			参数 $\log C$		
采样区间	分配比例	采样点数	采样区间	分配比例	采样点数
[2.42,5.42]	3/12	2500	[-2.918,-2.418]	1/12	800
[5.42,8.42]	6/12	5000	[-2.418,-1.918]	2/12	1700
[11.42,14.42]	1/12	800	[-1.918,-1.418]	4/12	3300
[14.42,17.15]	2/12	1700	[-1.418,-0.923]	5/12	4200

在各采样区间内应用 Monte Carlo 法进行随机采样，计算分析得到其累积分布函数，如图 4.13 所示（为方便对比，本节概率理论结果与证据理论结果画在统一图中）。观察计算结果可以发现概率理论计算的结果是证据理论计算得到的似然函数和信任函数所围成区域内的一条曲线，这是由于本节的假定是在实验数据的基础上，分成几个小区间进行采样分析，与证据理论方法一样都是基于真实的实验数据，所以得到的累积分布函数应在证据理论的结果区间内。

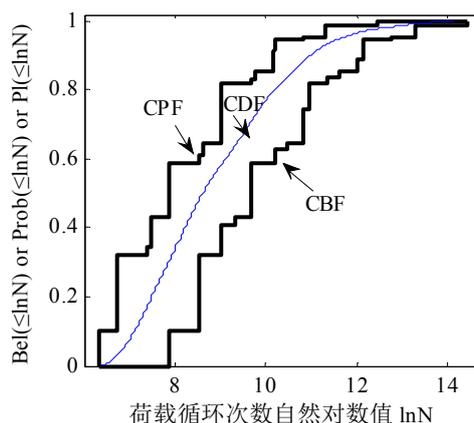


图 4.12 应用概率理论与证据理论得到的疲劳寿命预测结果

4.3.3.2 参数服从正态分布的情况

在实际应用中，对数据进行统计分析，分区间采样的方法较为复杂，没有得到广泛应用。一般的概率理论方法是在实验数据基础上假定概率分布，在该分布上进行采样计算分析。本节将对假定参数服从正态分布的情况进行计算分析。

为了确定疲劳模型参数 $\log C$ 、 n 的概率分布，根据表 4.1 中的实验数据，对 $\log C$ 和 n 进行正态分布检验，可以得到参数 $\log C \sim N(-1.70142, 0.54382^2)$ ， $n \sim N(8.2899, 4.6092^2)$ ，其统计直方图以及正态分布曲线如图 4.13 所示。

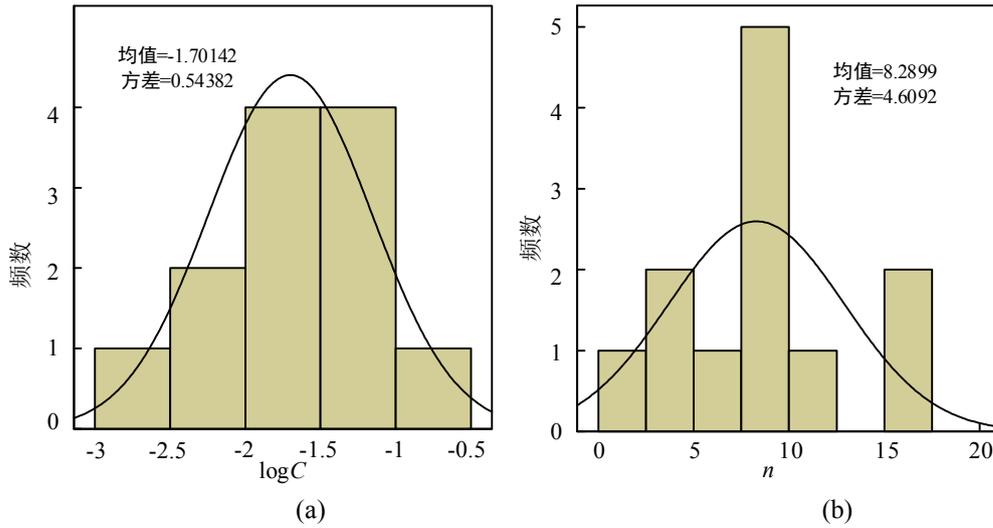


图 4.13 参数概率分布图: (a)logC (b)n

根据表 4.1 的数据, 取 $\log C$ 和 n 的量化区间为实验值的范围, 分别为 $[-2.918, -0.923]$ 和 $[2.42, 17.15]$, 采用 Monte Carlo 法对两个参数分别在正态分布下随机采样 10000 次, 从而得到疲劳寿命的累计分布曲线 CDF2, 如图 4.14 所示。为了方便对比, 将上节中假定参数在小区间内服从均匀分布的情况下得到的 CDF1 以及 4.3.2 节中基于证据理论得到的 CPF、CBF 也画在同一张图中。

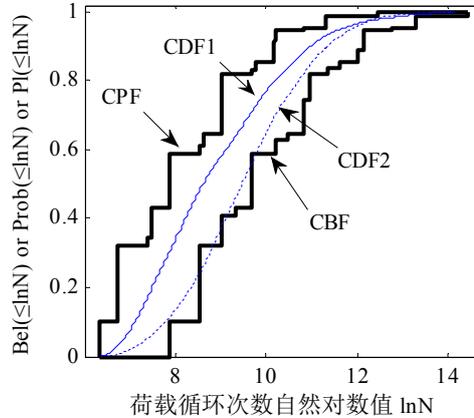


图 4.14 三种方法得到的疲劳寿命预测结果

将三种方法的预测结果汇总如表 4.6 所示 (其中, 情况 1 为 4.3.3.1 节中参数在小区间内服从均匀分布的结果, 情况 2 为本节中参数服从正态分布的结果):

表 4.6 三种方法寿命预测结果汇总表

疲劳寿命 $\ln N$	证据理论	概率 (情况 1)	概率 (情况 2)	实验数据
95%保证率	[6.344, 7.885]	6.876	7.399	--
全范围	[6.344, 14.420]	[6.361, 14.110]	[6.382, 14.080]	[7.497, 10.127]

分析图 4.14 和表 4.6 可以看出,当参数在小区间内服从均匀分布的情况下进行计算分析时,其得到的累积分布曲线在证据理论曲线范围内,而在假定参数服从正态分布的情况下进行计算分析时,其累积分布曲线超出证据理论范围。这是由于情况 1 是在证据理论区间内均匀采样计算,其结果必然介于 CBF 和 CPF 区间之内,而情况 2 则是在有限数据的基础上进行概率分布假定,其结果部分超出证据理论结果,可见其假定的分布存在一定的误差,从而导致了寿命预测结果与证据理论方法结果存在一定的偏差。

以上对比说明,由于实验数据量少,模型参数有可能服从多种分布,无法精确确定其概率分布,这就给概率理论的预测带来一定的误差,例如,本节中当按参数在小区间内服从均匀分布进行计算分析,其结果在证据理论结果范围内,相对合理;而当按参数服从正态分布进行计算分析时,得到的累计分布曲线明显超出证据理论的范围,误差较大。而由于概率理论得到的都是单点值,当概率分布假定不合理时,产生的预测结果误差有可能直接导致工程失误,带来巨大损失,然而精确的概率分布需要大量的实验数据作为基础,在实际情况下,由于经济性、可操作性等因素的影响,基本很难获得足够多的数据来进行概率分布假定,这时,基于概率理论的预测方法就存在很大的局限性。证据理论得到的是区间值,能包含实验数据的所有情况,有效避免概率理论假设带来的误差。所以,在数据量少,无法精确确定概率分布时,应用证据理论进行不确定分析具有很好的鲁棒性,优于概率理论方法。

4.4 本章小结

本章以素混凝土三点弯曲梁试样为研究对象,采用 Paris 裂纹扩展模型。文献中给出 Paris 公式中的材料参数 C 和 n ,由给出的 12 组参数值可以看出参数 C 和 n 具有离散性,在对疲劳寿命进行预测的过程中考虑这些不确定性,以提高疲劳寿命预测的准确性。

本章分别采用证据理论和概率理论进行疲劳寿命预测不确定分析。对比预测结果,可以得出:

(1) 引入不确定方法,应用证据理论与概率理论预测混凝土疲劳寿命是可靠的;

(2) 基于证据理论的微分演化算法优于概率理论方法,可以避免由于概率理论中的假设分布带来的误差,具有较高的计算效率和准确性。当无法建立精确概率分布函数的不确定变量,利用证据理论处理具有很好的鲁棒性;

(3) 实验数据少、离散性更大的混凝土材料,应用证据理论进行疲劳寿命

预测时考虑模型参数独立更为合适。

(4) 由于证据理论考虑了参数的不确定性，其得到的预测结果相对保守，相比于确定性方法，更适用于离散性较大的混凝土材料的寿命预测。

第五章 钢纤维混凝土疲劳寿命预测不确定分析

5.1 引言

虽然混凝土具有耐久性好、易成型、能耗低、实用经济等优点，目前已经成为建筑工程中应用最广的材料。但由于其是一种准脆性材料，抗拉强度低、脆性大，在使用过程中也存在着一些局限性。所以，近年来，人们一直致力于混凝土性能改善等方面的研究，开发了一系列如玻璃纤维混凝土、钢纤维混凝土等新型复合混凝土材料。

作为一种新型复合建筑材料，钢纤维混凝土中乱向分布的短纤维可以阻滞混凝土基体内部微裂缝的扩展和阻碍宏观裂缝的发生和发展，因此钢纤维混凝土较普通混凝土在抗拉强度和主要由抗拉强度决定的抗剪、抗弯、抗扭强度等方面都有明显的改善，具有优良的性能。目前已经广泛应用到管道工程、铁路工程、水利水电工程、公路路面和机场道路工程和防爆工程等各个专业领域。

混凝土并不是一种耐疲劳的建筑材料，但钢纤维混凝土由于钢纤维的阻裂增韧作用，使其疲劳性能显著改善，特别是在弯曲疲劳荷载作用下，当构件开裂后仍能承受长时期的疲劳作用。近年来，随着对在各种恶劣工作环境下服役的混凝土结构物使用要求的提高，钢纤维混凝土逐渐开始代替普通混凝土用于各种承受疲劳荷载的结构和构件中，以增强其抗疲劳性能和延长使用寿命。钢纤维混凝土弯曲疲劳性能是其力学性能的一种，但相对其他力学性能而言，在这方面所进行的研究还很少，大多限于将疲劳应力和疲劳寿命联系起来，得出 S-N 曲线。

相比于素混凝土，钢纤维混凝土的疲劳破坏具有更大的随机性，仅仅根据确定性方法得到的寿命预测结果来进行疲劳可靠性设计是远远不够的，对疲劳寿命预测进行不确定分析是非常有必要的。故本章将应用证据理论，来研究钢纤维混凝土疲劳寿命预测的不确定分析。

5.2 钢纤维混凝土疲劳寿命预测方法

钢纤维增强混凝土是以水泥浆、砂浆或混凝土为基材，以钢纤维为增强材料组成的一种复合材料。在水泥浆、砂浆或混凝土基体中掺入抗拉强度高、极限延伸率大、抗碱性好的纤维可以有效限制在外力作用下水泥基料中裂缝的扩展。在受载初期，基体和纤维共同承受外力，而前者是外力的主要承受者，当基体开裂后，横跨裂缝的纤维成为外力的主要承受者。由于纤维的存在，从微观机制上改

良了基体的力学性能，并且可以实现按使用要求设计材料，从而使纤维混凝土成为一种重要的新型建筑材料，被广泛的用于土木工程中。

5.2.1 钢纤维混凝土的性能

根据纤维增强机理的各种理论和大量试验数据分析，钢纤维混凝土的性能基本上决定于基体强度、纤维长径比、钢纤维的体积率、纤维与基体的粘结强度、以及纤维在基体中的分布和取向的影响^[102]。钢纤维混凝土与普通混凝土相比，其主要优点有^[103-107]：

(1) 强度和重量的比值增大。这是纤维混凝土具有优越经济性的重要指标，也是它具有广阔应用前景的重要保证；

(2) 抗拉强度和主要由主拉应力控制的抗剪、抗弯、抗扭强度明显提高。当纤维掺量在 1%-2% 范围内，抗拉强度提高 25%-50%，抗弯强度提高 30%-80%，用直接双面试验所测定的抗剪强度提高 50%-100%，抗压强度提高幅度较小，一般在 0-25%；

(3) 变形性能明显改善。钢纤维对混凝土抗压弹性模量影响不显著，受拉弹性模量随纤维参量的增加约提高 0-20%。钢纤维对混凝土的韧性比素混凝土大大提高。在通常的纤维掺量下，抗压韧性可提高 2-7 倍，抗弯韧性可提高几倍到几十倍，弯曲冲击韧性可提高 2-4 倍；

(4) 抗收缩和徐变性能有所提高。钢纤维混凝土的收缩值随着纤维掺量的增加而有所降低。例如，掺量为 1.5%（长径比为 50）的钢纤维混凝土较普通混凝土的收缩值降低 7%-9%，持续荷载下钢纤维混凝土的受压徐变比相同条件的普通混凝土约有降低；

(5) 抗裂和抗疲劳性能有较大改善。由于钢纤维对混凝土的阻裂作用，钢纤维混凝土比素混凝土具有更好的软化后性能和抗疲劳性能。例如，掺有 2% 纤维的钢纤维混凝土抗压疲劳寿命达到 2×10^6 次时，应力水平可达到 0.92，而普通混凝土的应力水平为 0.56。

(6) 具有较好的物理耐久性和化学耐久性。钢纤维混凝土在各种物理因素作用下的耐久性一般来说都有不同程度的提高，其中耐久性、耐热性和抗气蚀性有显著提高，抗渗性能与普通混凝土相比没有明显变化。国内外学者作了大量的耐化学腐蚀性试验和现场暴露试验，几乎得出一致的结论：钢纤维混凝土在空气、污水和海水都表现出良好的耐腐蚀性。

5.2.2 疲劳研究与应用

由于钢纤维的掺入能够提高混凝土结构的性能,所以钢纤维能否提高混凝土结构疲劳性能以及其提高程度就引起了人们的兴趣。针对钢纤维混凝土的疲劳性能,国内外学者也展开了多方面的研究工作。早在 1974 年 Melvin Ramey R, McCabe P J, 就对纤维增强混凝土的疲劳性能进行了研究^[108]。1997 年高建明采用三分点加载方式研究了不同应力水平作用下钢纤维混凝土试验梁的疲劳寿命及其分布规律^[109]。同年,鞠杨等人在试验观测的基础上建立了钢纤维混凝土微裂区耗能模型,运用该模型定量的分析和解释了钢纤维混凝土疲劳损伤行为的机理^[110]。2001 年,易成等人对局部高密度的钢纤维混凝土进行了弯曲疲劳性能试验研究,对高低应力比不同情况下疲劳寿命统计问题提出了处理意见,并确定局部高密度钢纤维混凝土的等效疲劳寿命符合两参数威布尔分布^[111]。2005 年,田芳对三种不同纤维掺量的预应力钢纤维混凝土板进行了弯曲疲劳试验,建立了预应力钢纤维混凝土板的弯曲疲劳方程和疲劳后剩余强度衰减方程,并分析了抗弯刚度的衰减规律。针对预应力钢纤维混凝土板建立了疲劳损伤演变方程^[112]。

1969 年,美国批准了“混凝土和钢材组成的二相材料”专利,奠定了现今钢纤维混凝土的技术基础。但是钢纤维价格昂贵,阻止了它在实用化方面的推广应用。70 年代,美国开发了熔抽技术,制造出廉价的钢纤维,为钢纤维混凝土的实际应用创造了有利条件。此后 20 多年,钢纤维混凝土在世界各国的开发研究受到普遍重视,尤以美国、日本、英国进展最快。美国在高层建筑中已经大量采用钢纤维混凝土预制墙板、阳台、波纹板和空心楼板,铺设了大量公路路面和桥面。在欧洲,钢纤维混凝土应用最广的是工业建筑中的地板和墙板,以及路面铺装,其次是隧道衬砌和各种预制建筑构件。在日本,除东京大学、德岛大学、名古屋大学外,鹿岛建设、清水建设、日本钢管、住友金属和新日本制铁等株式会社也纷纷开展钢纤维混凝土的研究开发工作,并推广应用于各种土木工程中。我国研究和应用钢纤维混凝土开始于 70 年代,而近年来,发展异常迅速已经得到广泛的应用和深入的研究,工程中应用较广的有隧洞衬砌、桥梁、铁路轨枕、大跨建筑物、管道工程、维修加固工程等。

5.2.3 疲劳寿命预测模型

相对于素混凝土来说,钢纤维混凝土是一种更为复杂,离散性更大的材料,而目前关于复合材料的疲劳损伤理论大致可分为两类^[113]:第一类是基于疲劳累积损伤理论的方法;第二类是基于 S-N 曲线的经验方法。

基于第一种疲劳损伤理论,近几年较多介绍的是以下几种疲劳损伤模型:1)

剩余强度模型；2) 剩余刚度模型；3) 耗散能量模型；4) Markov 模型；还有一些使用一个或多个可测的变量来衡量损伤情况的损伤发展模型。

而第二类基于 S-N 曲线的经验方法，本文在 3.2.1 节中对其进行过介绍，由于其形式简单，目前仍然是处理钢纤维、玻璃纤维混凝土等复合材料疲劳寿命问题最为普遍的方法，故本章采用 S-N 曲线方程对钢纤维混凝土疲劳寿命进行不确定性预测。

5.3 基于 S-N 曲线的钢纤维混凝土疲劳寿命预测不确定分析

5.3.1 算例介绍

本章主要以 S. P. Singh 等人的疲劳实验^[114]为基础，进行钢纤维混凝土疲劳寿命预测不确定分析。该实验以四点弯曲梁为基本试件，如图 5.1 所示。

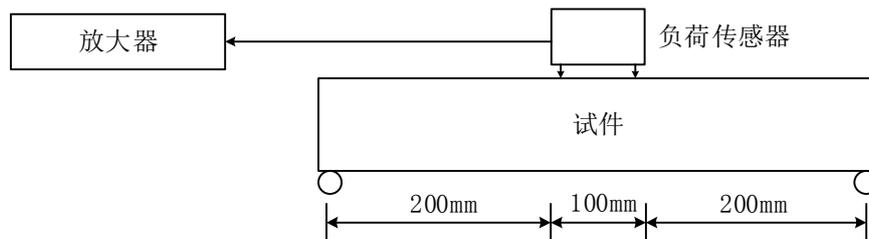


图 5.1 S.P.Singh 钢纤维混凝土疲劳实验

钢纤维混凝土梁的尺寸为 $100 \times 100 \times 500\text{mm}$ ，钢纤维尺寸为 $30 \times 2.0 \times 0.6\text{mm}$ ，其体积掺量为 1.5%，在旋转混合器内进行混凝土与钢纤维的混合，钢纤维用手慢慢洒入滚筒内。所有试件直至实验前均在实验室的养护缸内养护，为了避免在疲劳实验过程中试件强度的衰减，试件养护时间保证为 60 天。试件 28 天的平均抗压强度为 46.34MPa，断裂模量 f_r' 为 8.76MPa。疲劳实验是在四点弯曲荷载下进行的，常幅疲劳加载频率为 12HZ。弯曲疲劳实验在不同应力水平 S、两种应力比 R 下进行，S 在 0.9 至 0.6 范围内，R 为 0.10 和 0.30。

表 5.1 列出了该疲劳试验所得到的每个应力水平和应力比下的疲劳寿命。由于实验数据存在较大的离散性，尤其在应力水平为 0.80, 0.75, 0.70, 0.65 下的实验数据差异很大，在这种情况下很难进行数据的分析。所以为了解决数据离散性带来的困难，文献[114]将应力水平为 0.80, 0.75 和 0.70, 0.65 的实验数据分为两组，然后合并数据，从而得到新的两组数据。例如，表 5.1 中 S=0.775 的数据就是 S=0.80 和 S=0.75 下数据的平均值。

表 5.1 文献[114]疲劳实验数据

应力比 R	应力水平 S				
	0.90	0.85	0.775 ^a	0.675 ^a	0.60
0.10	24	264	37 ^b	1706 ^b	1244390 ^c
	50	300	5742	47268	2000000 ^d
	62	300	7360	51680	
	78	350	8300	65960	
	100	384	9160	81910	
	3312 ^b	516	13104	132860	
		564	14420	189820	
		1200	16960	206880	
		1240	23316	280910	
		1452	35260	375540	
		1560	51120	585750	
		2328	75900	920160	
		2580	90540	1238370	
		3150			
0.30		47364 ^b			
	212	308 ^b	272 ^b		
	368	6080	80960		
	430	9600	100140		
	810	10276	156760		
	1280	32796	313680		
	16200 ^b	45580	550400		

^a 由应力水平为 0.80, 0.75, 0.70, 0.65 下的数据合并得到的;

^b 根据 Chauvent 准则筛除掉的数据;

^c 由于试件过早破坏而筛除掉的数据;

^d 由于试件在 2×10^6 次循环后仍未出现裂纹而筛除掉的数据;

5.3.2 S-N 曲线参数计算

从表 5.1 可以看出, 应力水平 S 与应力比 R 都是变量, 在进行数据分析时, 文献[114]引入 Shi 提出的等效疲劳寿命的概念, 把等效疲劳寿命 EN 定义如下:

$$EN = (N)^{1-R} \quad (5.1)$$

表 5.1 给出的疲劳数据有 S 和 R 两个变量，这样就给数据分析带来困难。Shi 等人认为^[115]应用公式(5.1)可以将不同应力比 R 、同一应力水平 S 下的疲劳寿命转换成等效疲劳寿命 EN ，这样，原来对有两个变量 S 、 R 的疲劳数据分析就转变为对只有一个变量 S 的疲劳数据分析。本章选取 10 组各应力水平的等效疲劳寿命进行参数计算分析，表 5.2 给出了这 10 组疲劳寿命数据。

表 5.2 钢纤维混凝土等效疲劳寿命 EN ^[114]

应力水平 S			
0.90	0.85	0.775	0.675
17	151	2416	16111
34	170	2727	17458
41	170	3021	21745
43	195	3165	26424
50	212	3366	40837
63	276	3679	56300
63	299	4332	60834
70	445	5078	80114
109	591	5534	104038
150	608	6404	155218

本章采用 S-N 曲线模型来描述钢纤维混凝土的疲劳寿命，如下式所示：

$$S = C_1(EN)^{-C_2} \quad (5.2)$$

该式在对数坐标下为一条直线，即：

$$\lg EN = \lg C_1 - C_2 \lg S \quad (5.3)$$

根据表 5.2 的 10 组试件的实验数据，通过最小二乘法拟合得到 10 组 $\lg C_1$ 和 C_2 的值，如表 5.3 所示。

表 5.3 S-N 曲线模型参数值

试件编号	1	2	3	4	5
C_2	23.435	21.801	22.13	22.515	23.548
$\lg C_1$	0.42	0.692	0.715	0.723	0.699
试件编号	8	9	10	11	12
C_2	23.736	23.982	24.19	23.588	24.182
$\lg C_1$	0.779	0.789	0.87	1.047	1.085

从上表中可以看出，虽然各个试件的材料、加载情况等条件均相同，但是其 S-N 曲线模型参数各不相同，存在一定的差异性。10 组完全相同的试件得到了 10 组不同的 S-N 曲线模型，这就给疲劳寿命预测带来了一定的不确定性，给决策者的选择带来了困难。所以，进行疲劳寿命的不确定分析是很有必要的。

在第三章中分别介绍了概率方法与证据理论方法在 S-N 曲线模型下对疲劳寿命预测的不确定分析，通过对比两种方法的预测结果，验证了证据理论对于疲劳寿命预测不确定分析的适用性，故本章将采用证据理论方法对钢纤维混凝土的疲劳寿命预测进行不确定分析，并与概率理论方法以及实验寿命值进行对比分析。

5.3.3 基于证据理论的参数不确定表达

如 2.2 中所述，由现有数据将不确定参数表达成证据理论的形式包括 2 个步骤：（1）利用所有数据绘制柱状图，将不确定参数表达成区间形式；（2）区分相邻不确定区间之间的关系类型，得到合适的信任架构。

利用表 5.3 中 10 组数据，对材料参数 $\lg C_1$ 和 C_2 两个不确定参数进行统计分析，并用证据理论进行表达。首先将表中的数据进行整理，确定两个不确定变量的不确定区间，并画出他们的分布统计直方图，如图 5.2 所示。

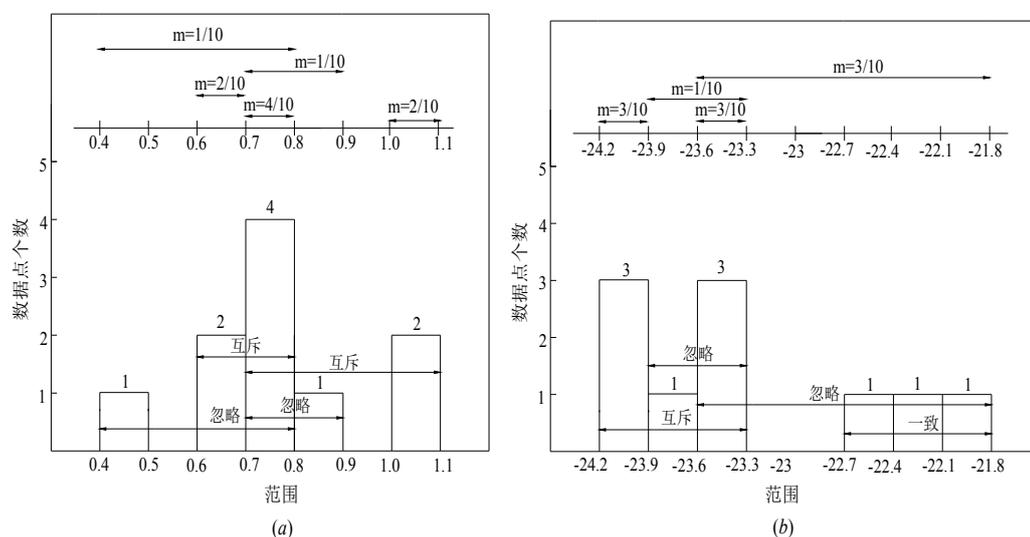


图 5.2 参数的数据分布及其对应的信任架构：(a) $\lg C_1$;(b) C_2

根据上面得到的信任架构，利用文献[14]中提出的规则，得到各参数的基于证据理论不确定表达，见表 5.4。

表 5.4 不确定参数的证据理论表达

参数 区间号	$\lg C_1$		C_2	
	焦元区间	BPA	焦元区间	BPA
1	[0.4,0.8]	0.1	[-24.2,-23.9]	0.3
2	[0.6,0.7]	0.2	[-23.9,-23.3]	0.1
3	[0.7,0.8]	0.4	[-23.6,-23.3]	0.3
4	[0.7,0.9]	0.1	[-23.6,-21.8]	0.3
5	[1.0,1.1]	0.2		

5.3.4 基于证据理论的疲劳寿命预测结果及分析

根据表 5.4 给出的 $\lg C_1$ 和 C_2 的信任架构，应用微分演化算法对不确定性进行传播，得到不同应力水平下的疲劳寿命的累积分布曲线，如图 5.3 所示，其中，CPF 为疲劳寿命的累积似然函数分布曲线，CBF 为累积信任函数分布曲线。

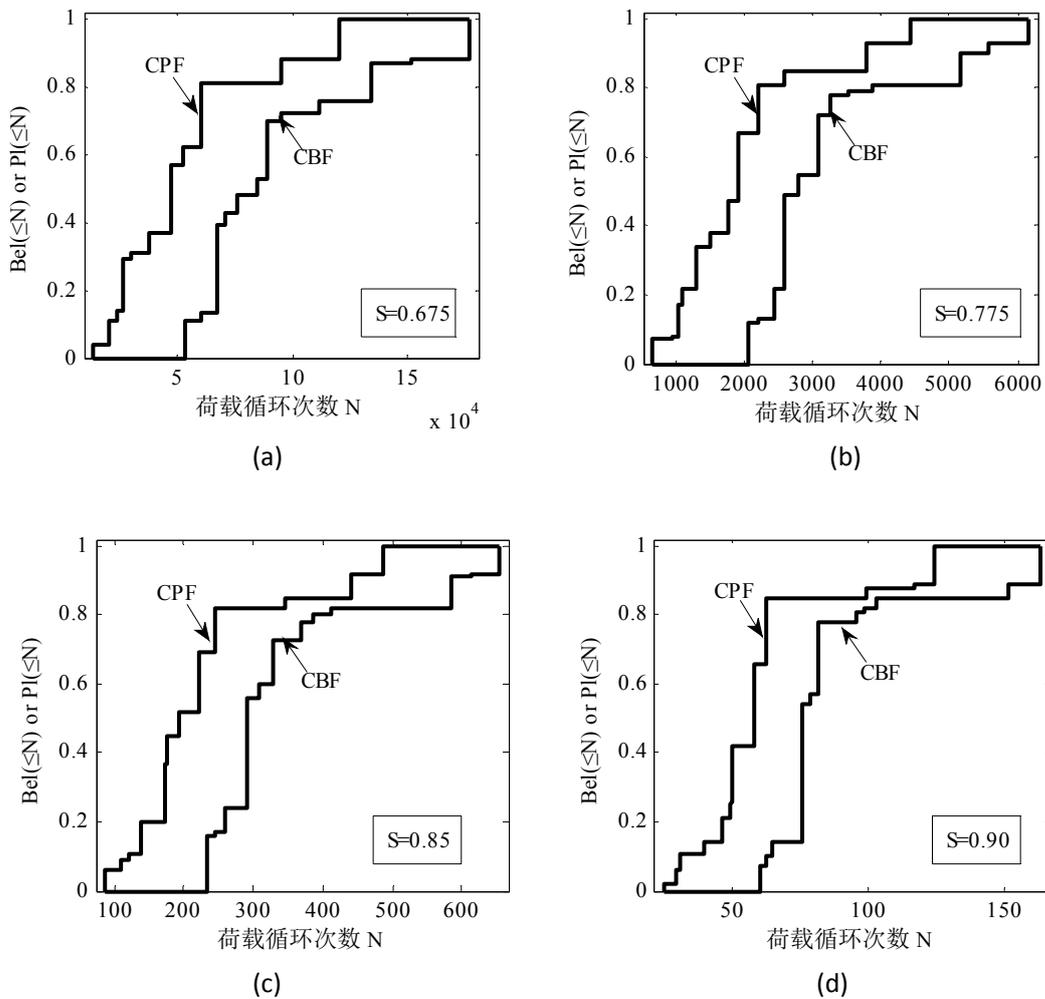


图 5.3 基于证据理论的疲劳寿命预测结果：(a)S=0.675;(b)S=0.775;(c)S=0.85;(d)S=0.90

将疲劳寿命预测结果及实验数据汇总如表 5.5 所示：

表 5.5 寿命预测结果与试验数据对比汇总表

应力水平 S	预测寿命区间	试验寿命区间
0.675	[13220,177000]	[16111,155218]
0.775	[650,6166]	[2416,6404]
0.85	[87,654]	[151,608]
0.90	[25,163]	[17,150]

表 5.5 给出了从图 5.3 计算结果中提取的部分信息与实验数据值进行对比。从表中可以得出以下两点认知：(1) 在各应力水平下，试验寿命区间大致均落在基于证据理论的疲劳寿命预测区间内，这说明由于证据理论考虑了参数的不确定性，其得到的预测结果相对保守，适用于离散性较大的复合材料的寿命预测，将其应用于钢纤维混凝土的疲劳寿命预测不确定分析是可行的；(2) 利用证据理论，不需要给出不确定参数的精确分布，用该方法处理数据缺乏、离散性大的不确定情况具有很好的实用性。并且根据得到的疲劳寿命预测结果，可以根据实际工程的要求选取相应的疲劳寿命失效概率，从而得到对应的预测寿命区间，对于工程疲劳设计有一定的指导意义。

5.3.5 基于概率理论的疲劳寿命预测

在文献[114]选用两参数 Weibull 分布来描述疲劳数据，并且分别采用 K-S 检验和 χ^2 检验方法对所有应力水平下的疲劳寿命进行检验，发现疲劳实验数据均符合 Weibull 分布。分别采用图解法、矩量法、最大似然法来计算在不同应力水平下的 Weibull 分布参数 α 和 u ，如表 5.6 所示。从表中可以看出，不同方法得到的 Weibull 分布参数值虽然大致相近，但是还是存在一定的差异性，这就给之后的疲劳寿命预测带来了误差。

表 5.6 不同方法疲劳寿命 Weibull 分布参数值^[114]

	S=0.90		S=0.85		S=0.775		S=0.675	
	α	u	α	u	α	u	α	u
图解法	1.6021	71	1.2994	754	1.2857	9643	0.9940	99154
矩量法	1.7043	70	1.3791	735	1.1200	9112	1.0029	93052
最大似然法	1.7169	71	1.3892	736	1.3298	9694	1.0769	95902
均值	1.6744	71	1.3559	741	1.3078	9669	1.0246	96036

按上表中 α 和 u 的均值，按 3.3 节中的方法，得到假定疲劳寿命服从 Weibull 分布时各应力水平下的疲劳寿命预测结果，如图 5.4 所示。

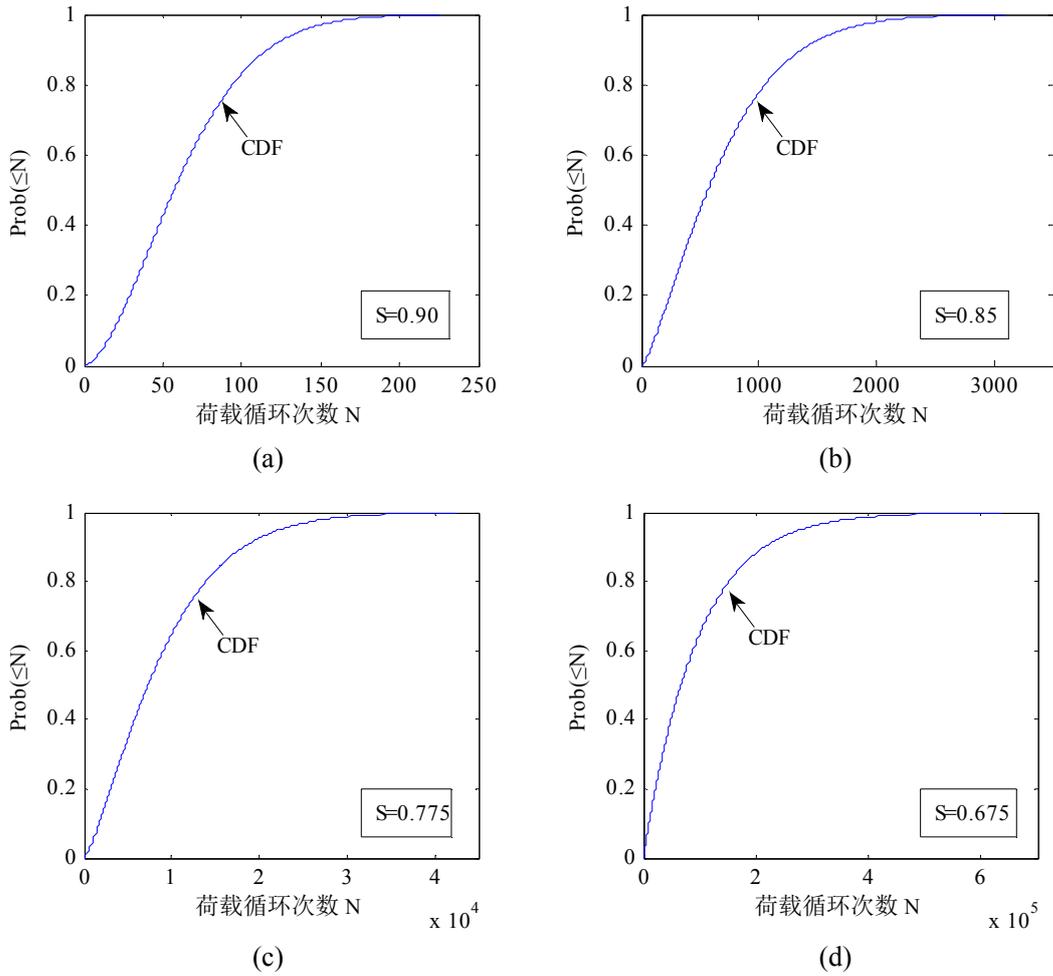
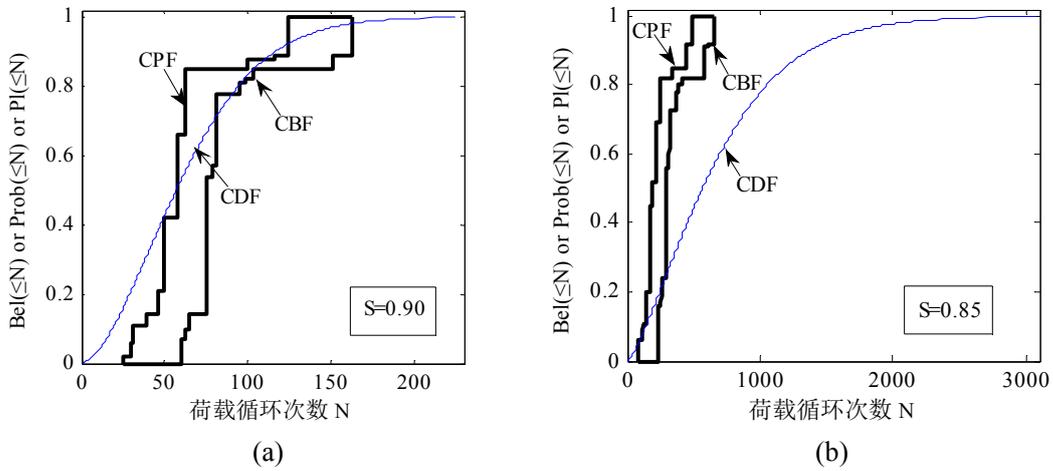


图 5.4 基于概率理论疲劳寿命预测结果：(a)S=0.90;(b)S=0.85;(c)S=0.775; (d)S=0.675

5.3.6 两种方法预测结果与实验数据对比分析

将两种不确定预测方法的结果合并到同一张图中，如图 5.5 所示。



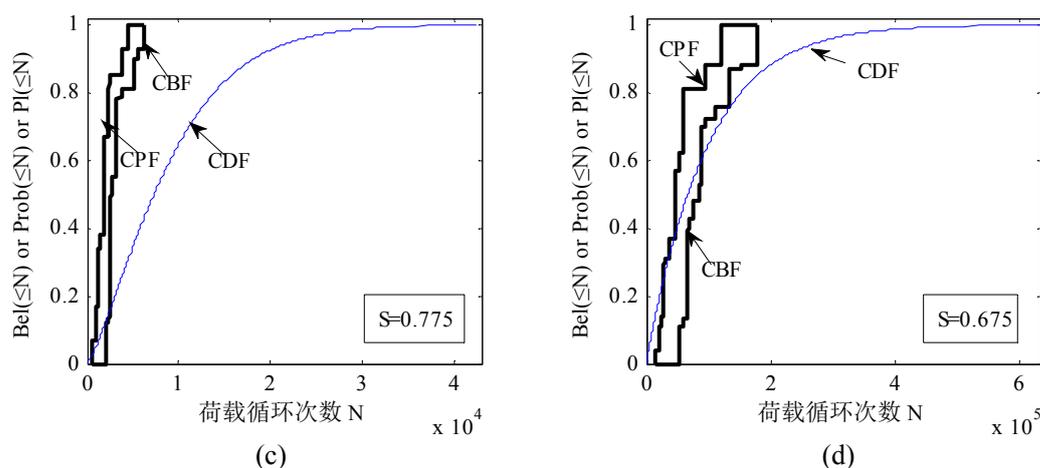


图 5.5 应用概率理论与证据理论得到的疲劳寿命累积分布

从上图中可以看出，概率理论得到预测结果与证据理论结果差别很大，概率理论得到的区间范围远远超出证据理论区间。为了方便对比，将两种方法的预测结果汇总如表 5.7 所示：

表 5.7 两种方法寿命预测结果汇总表

S=0.90			
疲劳寿命 N	证据理论	概率理论	实验数据
失效概率 $P_f=0.05$	[29,60]	12	--
区间范围	[25,163]	[0,225]	[17,150]
S=0.85			
失效概率 $P_f=0.05$	[87,232]	83	--
区间范围	[87,654]	[0,3082]	[151,608]
S=0.775			
失效概率 $P_f=0.05$	[651,2053]	998	--
区间范围	[650,6166]	[0,42380]	[2416,6404]
S=0.675			
失效概率 $P_f=0.05$	[20950,53510]	5290	--
区间范围	[13220,177000]	[0,633300]	[16111,155218]

从上表中可以看出，对于钢纤维混凝土这种离散性更大的材料，在实验数据不充足的情况下，概率理论的预测结果与实验结果对比，差别很大，例如，在 $S=0.675$ 时，概率理论方法预测寿命区间为 $[0,633300]$ ，远远大于实验的寿命区间 $[16111,155218]$ ，其他应力水平下也是如此。这是由于复合材料数据离散性更大，在实验数据不充足的情况下，虽然数据检验疲劳寿命符合 Weibull 分布，但与实际情况存在一定的偏差，这就导致概率理论预测结果与实验数据相比差别很大，远远超出实验数据范围。这说明在数据离散性大，且数据不充足的情况下，由于不能得到精确的概率分布，采用概率理论来进行寿命预测不确定分析是不准确的。

而由于证据理论方法不需要假定概率分布,直接基于实验数据得到参数的区间及 BBA 进行计算分析,其预测寿命区间与实验寿命值相比,比较接近,例如,在 $S=0.675$ 时,证据理论方法预测寿命区间为 $[13220,177000]$,与实验的寿命区间 $[16111,155218]$ 比较接近,其他应力水平下也是如此。这说明在数据离散性大,且数据不充足的情况下,采用证据理论方法来进行寿命预测不确定分析是可靠的。

5.4 本章小节

由于复合材料相对于单一材料存在更大的离散性,所以本章尝试对复合材料的疲劳寿命预测进行不确定预测,以文献[114]钢纤维混凝土四点弯曲梁疲劳实验为研究基础,采用 S-N 曲线为疲劳寿命预测模型,分别基于证据理论和概率理论的方法进行疲劳寿命预测不确定分析,从而得到疲劳寿命预测结果。

根据文献[114]中的疲劳试验数据求出 S-N 曲线模型的参数 $\lg C_1$ 和 C_2 ,由所求的 10 组参数值可以看出参数具有一定的离散性,需要在疲劳寿命预测过程中考虑这些不确定性以提高预测的准确性。采用证据理论的方法来表达参数的不确定性,并且用微分演化算法进行不确定的传播,进而得到疲劳寿命不确定预测结果。

最后将基于证据理论得到的疲劳寿命预测结果与概率理论方法结果及试验数据进行对比,验证了该方法在数据少、且数据离散性大的情况下的有效性及优越性。对于离散性更大的复合材料,概率理论方法得到的结果具有较大误差,采用证据理论进行疲劳寿命预测不确定分析有更高的可靠性。

第六章 结论与展望

6.1 结论

工程结构的疲劳寿命受到材料、施工过程和服役环境等众多不确定因素的影响,疲劳寿命预测结果通常存在很大的不确定性,而传统的确定性预测方法并不能恰当地描述实际工程中存在的这些不确定性现象。所以为了得以合理地预测结构的疲劳寿命,并为实际工程设计及计算提供可靠的依据,这就需要根据具体的情况选择合适的理论对不确定性进行表达和量化。

本文基于证据理论的方法,分别采用两种不同的混凝土材料疲劳寿命预测模型,考虑预测模型中存在的认知不确定性,对素混凝土和钢纤维混凝土的疲劳寿命模型参数进行不确定性表达,并应用微分演化算法来解决基于证据理论表达的不确定传播问题,从而得到混凝土材料疲劳寿命预测的不确定分析结果。并与传统概率方法及实验数据进行对比分析,主要得出以下结论:

- (1) 引入不确定方法,应用证据理论与概率理论可以提高混凝土材料疲劳寿命预测的可靠性;
- (2) 概率理论的计算结果都是精确的单点值,证据理论给出的结果都是区间值,有效避免了概率理论方法的局限性所带来的误差,具有较高的鲁棒性;
- (3) 由于证据理论考虑了参数的不确定性,其得到的预测结果相对保守,对不同的混凝土疲劳寿命预测模型都具有很好的适用性,而且相比于确定性方法,更适用于离散性较大的混凝土材料的寿命预测。
- (4) 对于混凝土材料,应用证据理论进行疲劳寿命预测时考虑 Paris 模型参数相互独立更为合适;
- (5) 对于数据量少,离散性更大的复合材料,无法建立精确的概率分布,概率理论方法预测结果存在很大的误差,而证据理论在这种情况下仍旧适用,且预测结果具有较高的可靠性。

6.2 进一步的研究工作

混凝土材料的疲劳寿命预测不确定分析是一个综合复杂的系统工程,本文所做的工作是探索性的,仍有许多问题需要进一步的研究分析:

- (1) 本文仅进行了常幅疲劳荷载作用下的混凝土梁的疲劳寿命预测分析,

- (2) 事实上, 土木工程领域中大部分结构所受的荷载都为变幅荷载, 故研究变幅荷载下的疲劳损伤问题是很有必要的 ;
- (3) 在疲劳寿命预测过程中存在多种不确定性, 本文只考虑模型参数的不确定性, 对于其他不确定性的影响还有待于进一步研究;
- (4) S-N 曲线与 Paris 公式是目前较为普遍的疲劳寿命预测模型, 但是这两个模型都存在各自的局限性, 因此, 深入研究不同疲劳寿命预测模型对预测结果的影响, 对日后在实际工程预测中选择最佳的预测模型提供必要的理论依据是非常有必要的;
- (5) 混凝土梁是土木工程领域中最基本的构件之一, 在此基础上研究更为复杂的构件甚至扩展到整个结构的疲劳问题是未来疲劳可靠性分析发展的必经之路。

致谢

花开花落已三载，在我的硕士学位论文即将完成之际，20 多年的校园时光也即将结束。回首这些年的青葱岁月，从在幼儿园门口哭泣送别父母的 3 岁孩童，到现在即将离开学校的社会新人，我人生已过的大多时间都是在校园度过的，而现在要离开，心里也充满着感激和不舍。首先将我最诚挚的感恩献给我的父母和家人。我的父母给了我生命，并在我成长的道路上付出了无数的心血和关爱；我的家人陪伴我成长，让我得到了更多的爱，特别是我的外婆，感谢你们给我家的幸福和温暖！

三年来，最想感谢的是我的导师唐和生副教授，从研一到研三近三年时间的学习研究中，唐老师开阔的学术视野、严谨的治学态度等都深深的影响了我，让我受益良多。感谢唐老师悉心的教导和关心，让我的专业知识和学术能力不断增长，顺利完成研究生阶段的学习和研究。在此，谨向唐老师献上我深深的谢意和感恩，并祝愿唐老师的事业更上一层楼，身体健康，生活幸福！

特别感谢研究室的薛松涛老师、谢丽宇老师，在各个方面都对我们非常关心照顾，让我们的研究室生活更添温暖。

感谢我的同门牟晓彤、李大伟、王航航、宋琛琛以及远在台湾的周育纬，感谢他们在日常生活、学习中给予我的帮助；感谢师兄白杰、荀阳、赵金海，师姐张毅捷、苏瑜、谢丽君、姚雯、李晶晶，师弟王兵、梅加河、杨桂权、李林、蒋灿、余必龙，师妹黄志云，与你们相处我很开心，让我的研究室生活不仅仅是学习，还充满了一系列小青年的欢乐。

感谢同济大学以及我从幼儿园至今的“母校们”，感谢母校们的那些谆谆善诱的老师，感谢 20 多年校园生活中陪伴我的同学们，我们分享了最美好的青春和回忆，感谢我的舍友江丹，7 年来共同经历了凤凰花开与樱花盛开，对我照顾颇多，和你们一起的日子，将让我终生怀念。感谢人生路上的所有“风景们”，正是你们，才组成了我这 20 多年幸福的校园生活，祝愿你们都能快乐、幸福！

感谢在百忙中评阅论文和出席论文答辩会的各位专家学者，感谢你们的审阅与指导。

最后，我要感谢本论文的作者——我自己，在 20 多年的学习生涯中，不断努力，成长为一个正直善良的好青年。希望自己在未来的人生道路上能不忘初心，不断前进！

陈微
2015 年 5 月

参考文献

- [1]Clemmer H. E. Fatigue of concrete. Proceedings,ASTM, 1922, Vol.22(partII): 408-419
- [2]Brenner E, Graf O. Experiments for investigating the resistance of concrete under often repeated compression loads. Bulltetin,Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton, Berlin, 1934, Vol.1(76): 17-25
- [3]Gray W. Fatigue properties of lightweight aggregate concrete. ACI Journal, 1961: 149-161
- [4]Bennett E. W. Some fatigue tests on high-strength concrete in axial compression. Magazine Of Concrete Research, 1967, Vol.19(59): 113-117
- [5]Nordby G. M. Fatigue of concrete — A review of research. ACI Journal, 1958, Vol.55(2):191-220
- [6]Murdock J. W. A critical review of research on fatigue plain concrete. Engineering Experiment Station Bulletin, 1965, Vol.475: 25
- [7]Northup T. E. Code for Concrete Reactor Vessels and Containments. Journal of Pressure Vessel Technology, 1976, Vol.98(4): 326-327
- [8]Veritas N. Rules for classification of fixed offshore installations: Det Norske Veritas Classification A/S, 1992
- [9]中华人民共和国国家标准. 混凝土结构设计规范.: 北京中国建筑工业出版社
- [10]徐灏. 疲劳强度设计: 北京机械工业出版社, 1981
- [11]姚卫星. 结构疲劳寿命分析: 北京国防工业出版社, 2003
- [12]陈传尧. 疲劳与断裂: 华中科技大学出版社, 2002
- [13]Schütz W. A history of fatigue. Engineering Fracture Mechanics, 1996, Vol.54(2): 263-300
- [14]Schijve J. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. International Journal of fatigue, 2003, Vol.25(8): 679-702
- [15]Considere E. Influence des Armatures métalliques sur les propriétés des mortiers et bétons. Génie, XXXIV, 1899, (14-16)
- [16]De J. La resistance et l'elastic des ciments porland. Annales Des Ponts et Chaussées,Memoires, 1898, Vol.16(7): 198-244
- [17]Holmen J. O. Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading. ACI Special Publication, 1982, Vol.75
- [18]Hordijk D. A, Reinhardt H. A. Influence of load history on mode I fracture of concrete. H. Mihashi et al, 1989: 35-46
- [19]Hilsdorf H. K, Kesler C. E. Fatigue strength of concrete under varying flexural stresses: ACI, 1966, Vol.63(10)
- [20]Cornelissen H, Reinhardt H. W. Uniaxial tensile fatigue failure of concrete under constant-amplitude and programme loading. Magazine of concrete Research, 1984, Vol.36(129): 216-226
- [21]Bazant Z. P, Xu K. M. Size effect in fatigue fracture of concrete. ACI Materials Journal, 1991, Vol.88(4):
- [22]吴智敏, 赵国藩, 黄承逵. 混凝土疲劳断裂特性研究. 土木工程学报, 1995(03): 59-65

- [23]吴智敏, 董伟, 刘康等. 混凝土 I 型裂缝扩展准则及裂缝扩展全过程的数值模拟. 水利学报, 2007(12): 1453-1459
- [24]Carpinteri A, Spagnoli A. A fractal analysis of size effect on fatigue crack growth. International journal of fatigue, 2004, Vol.26(2): 125-133
- [25]Carpinteri A, Paggi M. Self-similarity and crack growth instability in the correlation between the Paris' constants. Engineering fracture mechanics, 2007, Vol.74(7): 1041-1053
- [26]Carpinteri AI, Paggi M. A unified interpretation of the power laws in fatigue and the analytical correlations between cyclic properties of engineering materials. International Journal of Fatigue, 2009, Vol.31(10): 1524-1531
- [27]Ciavarella M, Paggi M, Carpinteri Alberto. One, no one, and one hundred thousand crack propagation laws: a generalized Barenblatt and Botvina dimensional analysis approach to fatigue crack growth. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2008, Vol.56(12): 3416-3432
- [28]Mathar R. J. Karhunen–Loève basis of Kolmogorov phase screens covering a rectangular stripe. Waves in Random and Complex Media, 2010, Vol.20(1): 23-35
- [29]Xiu D. B. Numerical methods for stochastic computations: a spectral method approach: Princeton University Press, 2010
- [30]Besterfield G. H, Liu W. K, Lawrence Mark A. et al. Fatigue crack growth reliability by probabilistic finite elements. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1991, Vol.86(3): 297-320
- [31]Liu Y. M, Mahadevan S. Probabilistic fatigue life prediction using an equivalent initial flaw size distribution. International Journal of Fatigue, 2009, Vol.31(3): 476-487
- [32]Patrick R, Orchard M. E, Zhang B. et al. An integrated approach to helicopter planetary gear fault diagnosis and failure prognosis: IEEE, 2007, 547-552
- [33]Sankararaman S, Ling Y, Shantz C. Uncertainty quantification in fatigue damage prognosis, 2009, 1-13
- [34]Sarkar S, Gupta S, Rychlik I. Wiener chaos expansions for estimating rain-flow fatigue damage in randomly vibrating structures with uncertain parameters. Probabilistic Engineering Mechanics, 2011, Vol.26(2): 387-398
- [35]Beck A. T, Gomes W. J. D. Stochastic fracture mechanics using polynomial chaos. Probabilistic Engineering Mechanics, 2013, Vol.34: 26-39
- [36]Riahi H, Bressollette Ph, Chateauneuf A. Random fatigue crack growth in mixed mode by stochastic collocation method. Engineering Fracture Mechanics, 2010, Vol.77(16): 3292-3309
- [37]Zhao F. Q, Tian Z. G, Zeng Yong. A stochastic collocation approach for efficient integrated gear health prognosis. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, Vol.39(1): 372-387
- [38]Worden K, Manson G. Prognosis under uncertainty—An idealised computational case study. Shock and Vibration, 2008, Vol.15(3): 231-243
- [39]Surace C, Worden K. Extended Analysis of a Damage Prognosis Approach Based on Interval Arithmetic. Strain, 2011, Vol.47(6): 544-554
- [40]袁熙, 李舜酩. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展. 航空制造技术, 2005(12): 80-84
- [41]Miner M. A. Cumulative damage in fatigue. Journal of applied mechanics, 1945, Vol.12(3):

159-164

- [42]李朝阳, 宋玉普. 混凝土海洋平台疲劳损伤累积Miner准则适用性研究. 中国海洋平台, 2001(03): 1-4
- [43]王瑞敏, 宋玉普, 赵国藩. 混凝土疲劳累积损伤准则. 水利学报, 1992(05): 72-76
- [44]鞠杨, 樊承谋. 疲劳累积损伤理论研究. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1994(05): 115-120
- [45]吴佩刚, 赵光仪, 白利明. 高强混凝土抗压疲劳性能研究. 土木工程学报, 1994(03): 33-40
- [46]Paris P. C, Gomez M. P, Anderson William E. A rational analytic theory of fatigue. The trend in engineering, 1961, Vol.13(1): 9-14
- [47]Paris P. C, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Fluids Engineering, 1963, Vol.85(4): 528-533
- [48]Forman R. G, Kearney V. E, Engle R. M. Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures. Journal of Fluids Engineering, 1967, Vol.89(3): 459-463
- [49]吴智敏, 宋玉普, 赵国藩等. 疲劳荷载作用下混凝土裂缝扩展过程. 大连理工大学学报, 1997, Vol.37(1): 45-48
- [50]Kachanov L. M. On the creep fracture time. Izv ANSSR, 1958, Vol.8: 23-31
- [51]Rabotnov Y. N. Paper 68: On the equation of state of creep: SAGE Publications, 1963, 2-117
- [52]Janson J, Hult J. Fracture mechanics and damage mechanics- A combined approach., 1977, 69-84
- [53]沈为, 彭立华. 疲劳损伤演变方程与寿命估算——连续损伤力学的应用. 机械强度, 1994(02): 52-57
- [54]Chaboche J. L, Lesne P. M. A NON - LINEAR CONTINUOUS FATIGUE DAMAGE MODEL. Fatigue & fracture of engineering materials & structures, 1988, Vol.11(1): 1-17
- [55]Lemaître Jean. 损伤力学教程: 科学出版社, 1996
- [56]孟宪宏. 混凝土疲劳剩余强度试验及理论研究: [博士学位论文]: 大连: 大连理工大学, 2006
- [57]Oberkampf W. L, Helton J. C, Sentz K. Mathematical representation of uncertainty, 2001, 16-19
- [58]Helton J. C. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, Vol.57(1-4): 3-76
- [59]许锐. 基于Info-Gap决策的结构稳健优化设计: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2011
- [60]Muhanna R. L., Mullen R. L. Uncertainty in mechanics problems-interval-based approach. Journal of Engineering Mechanics, 2001, Vol.127(6): 557-566
- [61]Walley P. Statistical reasoning with imprecise probabilities: Chapman and Hall London, 1991,
- [62]Aughenbaugh J. M, Paredis C. J. The value of using imprecise probabilities in engineering design. Journal of Mechanical Design, 2006, Vol.128(4): 969-979
- [63]Dubois D, Fargier Helene, Prade Henri. Possibility theory in constraint satisfaction problems: Handling priority, preference and uncertainty. Applied Intelligence, 1996, Vol.6(4): 287-309
- [64]Youn B. D, Choi K. K, Du Liuet al. Integration of possibility-based optimization and robust design for epistemic uncertainty. Journal of mechanical design, 2007, Vol.129(8): 876-882
- [65]Ben H. Y. Info-gap theory: Decisions under severe uncertainty. Academic Press, London,

2006

- [66]Bae H. R, Grandhi R. V, Canfield Robert A. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures. *Computers & Structures*, 2004, Vol.82(13): 1101-1112
- [67]Limbourg P, De R. E. Uncertainty analysis using evidence theory—confronting level-1 and level-2 approaches with data availability and computational constraints. *Reliability Engineering & System Safety*, 2010, Vol.95(5): 550-564
- [68]Agarwal H, Renaud J. E, Preston Evan L. et al. Uncertainty quantification using evidence theory in multidisciplinary design optimization. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, Vol.85(1): 281-294
- [69]Alyanak E, Grandhi R, Bae H. R. Gradient projection for reliability-based design optimization using evidence theory. *Engineering Optimization*, 2008, Vol.40(10): 923-935
- [70]Mourelatos Z. P, Zhou J. A design optimization method using evidence theory. *Journal of mechanical design*, 2006, Vol.128(4): 901-908
- [71]王旭亮. 不确定性疲劳寿命预测方法研究: [博士学位论文]: 南京航空航天大学, 2009
- [72]Dempster A. P. Upper and lower probabilities induced by a multiplicand mapping. *Annals of mathematical statistics*, 1967, Vol.38: 325-339
- [73]Shafer G. A. *Mathematical theory of evidence*: Princeton:Princeton University Press, 1976,
- [74]Barnett J. A. *Computational methods for a mathematical theory of evidence*: Springer, 2008, 197-216
- [75]Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 1990, Vol.12(5): 447-458
- [76]Dubois D, Prade H. Consonant approximations of belief functions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1990, Vol.4(5): 419-449
- [77]Voorbraak F. A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1989, Vol.30(5): 525-536
- [78]Voorbraak F. On the justification of Dempster's rule of combination. *Artificial Intelligence*, 1991, Vol.48(2): 171-197
- [79]刘大有, 李岳峰. 广义证据理论的解释. *计算机学报*, 1997, Vol.20(2): 158-164
- [80]肖人彬, 费奇. 相关证据合成方法的研究. 1992年中国控制与决策学术年会论文集, 1992
- [81]McClellan S, Scotney B. Using evidence theory for the integration of distributed databases. *International Journal of Intelligent Systems*, 1997, Vol.12(10): 763-776
- [82]François Jérémie, Grandvalet Yves, Denoeux Thierry et al. Addendum to resample and combine: an approach to improving uncertainty representation in evidential pattern classification. *Information Fusion*, 2003, Vol.4(3): 235-236
- [83]郝军, 吴炜, 杨栈. 改进D—S算法在船舶汽轮机故障诊断中的应用研究. *船海工程*, 2007, Vol.36(3): 49-51
- [84]Agarwal H, Renaud J. E, Preston E. L. et al. Uncertainty quantification using evidence theory in multidisciplinary design optimization. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, Vol.85(1): 281-294
- [85]Helton J. C, Johnson J. D, Oberkampf W. L. et al. A sampling-based computational strategy

- for the representation of epistemic uncertainty in model predictions with evidence theory. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2007, Vol.196(37): 3980-3998
- [86]Salehghaffari S, Rais R. M, Marin E. B.et al. A new approach for determination of material constants of internal state variable based plasticity models and their uncertainty quantification. *Computational Materials Science*, 2012, Vol.55: 237-244
- [87]Salehghaffari S, Rais R. M. Epistemic uncertainty modeling of Johnson–Cook plasticity model using evidence theory, 2010,
- [88]Eldred M. S, Swiler L. P, Tang G. Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation. *Reliability Engineering & System Safety*, 2011, Vol.96(9): 1092-1113
- [89]唐和生, 王兆亮, 薛松涛. 微分演化算法在桁架形状优化中的应用. *土木建筑与环境工程*, 2010(01): 42-50
- [90]Storn R, Price K. *Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*: ICSI Berkeley, 1995,
- [91]Oh B. H. Fatigue life distributions of concrete for various stress levels. *ACI Materials Journal*, 1991, Vol.88(2):
- [92]高镇同. *疲劳应用统计学*. 北京: 国防工业出版社, 1986
- [93]Suresh S. *Fatigue of materials*: Cambridge university press, 1998,
- [94]Baluch M. H, Qureshy A. B, Azad A. K. *Fatigue crack propagation in plain concrete*: Springer, 1989, 80-87
- [95]Kolluru S. V, O'Neil E. F, Popovics J. S.et al. Crack propagation in flexural fatigue of concrete. *Journal of engineering mechanics*, 2000, Vol.126(9): 891-898
- [96]Brake N. A, Chatti K. Prediction of size effect and non-linear crack growth in plain concrete under fatigue loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, Vol.109: 169-185
- [97]Toumi A, Bascoul A, Turatsinze A. Crack propagation in concrete subjected to flexural cyclic loading. *Materials and Structures*, 1998, Vol.31(7): 451-458
- [98]程靳, 赵树山. *断裂力学*[M]. 科学出版社, 2006: 149-151.
- [99]卢喜经. *混凝土疲劳断裂及其尺寸效应研究*: [硕士学位论文]: 大连理工大学, 2000
- [100]Gettu R, Bazant Z P, Karr M E. Fracture properties and brittleness of high-strength concrete. *ACI Materials Journal*, 1990, Vol.87(6): 608-618
- [101]Kolluru S V, O'Neil E F, Popovics J S, et al. Crack propagation in flexural fatigue of concrete. *Journal of Engineering mechanics*, 2000, Vol.126(9): 891-898.
- [102]高丹莹, 刘建秀. *钢纤维混凝土基本理论*: 科学技术文献出版社, 1994
- [103]庆国. *钢纤维混凝土理论及应用*: 中国铁道出版社, 1999
- [104]韩嵘, 赵顺波, 曲福来. 钢纤维混凝土抗拉性能试验研究. *土木工程学报*, 2007, Vol.39(11): 63-67
- [105]赵国藩. *钢纤维混凝土结构*, 1999
- [106]孙伟, 严云. 高强砼与钢纤维高强砼冲击和疲劳特性及其机理的研究. *土木工程学报*, 1994, Vol.27(5): 20-27
- [107]Mangat P. S, Gurusamy K. Long-term properties of steel fibre reinforced marine concrete. *Materials and structures*, 1987, Vol.20(4): 273-282
- [108]Ramey M. R, McCabe P. J. Compression Fatigue of Fiber Reinforced Concrete. *Journal of*

- the Engineering Mechanics Division, 1974, Vol.100(2): 139-149
- [109]高建明, 孙伟. 钢纤维砼抗折疲劳寿命分布规律的研究. 东南大学学报: 自然科学版, 1997, Vol.27(1): 96-100
- [110]鞠杨, 潘景龙. 钢纤维混凝土疲劳损伤机理初探. 哈尔滨建筑大学学报, 1997, Vol.30(3): 34-40
- [111]易成, 沈世钊. 局部高密度钢纤维混凝土弯曲疲劳性能研究. 土木工程学报, 2001, Vol.34(6): 29-33
- [112]田芳. 预应力钢纤维混凝土板得弯曲疲劳性能及正截面承载力计算: [硕士学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2005
- [113]齐红宇, 温卫东. 先进纤维增强复合材料疲劳寿命的预测. 玻璃钢/复合材料, 2000(05): 6-9
- [114]Singh S. P, Kaushik S. K. Fatigue strength of steel fibre reinforced concrete in flexure. Cement and Concrete Composites, 2003, Vol.25(7): 779-786
- [115]Shi X. P, Fwa T. F, Tan S. A. Flexural fatigue strength of plain concrete. ACI Materials Journal, 1993, Vol.90(5):

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历:

陈微, 女, 1989年6月生。

2012年6月毕业于厦门大学土木工程专业, 获学士学位。

2012年9月入同济大学攻读硕士学位。

已发表论文:

[1]唐和生,陈微.基于证据理论的混凝土疲劳寿命预测不确定分析, 计算力学学报(增刊),
2014, Vol.31:125-129