



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

基于极值理论的高速铁路车辆-轨道  
系统损伤识别

资助项目：国家自然科学基金  
(编号：51578140)

姓 名： 黄志云  
学 号： 1432185  
所 在 院 系： 土木工程学院  
学 科 门 类： 工 程  
专 业 领 域： 建筑与土木工程  
指 导 教 师： 唐和生 副教授

二〇一七年六月





同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

A thesis submitted to  
Tongji University in conformity with the requirements for  
the degree of Master of Engineering

**Damage Detection of High-speed Train-Track  
System Based on Extreme Value Theory**

Project Supported by the National Natural  
Science Foundation of China  
(Grant No: 51578140)

Candidate: Huang Zhiyun

Student Number: 1432185

College/Department: School of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Architectural and Civil Engineering

Supervisor: Tang Hesheng

June, 2017

---

基于极值理论的高速铁路车辆—轨道系统损伤识别

黄志云

同济大学

---

## 学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

---

## 同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

---

## 摘要

随着我国高速铁路网迅猛发展, 监测车辆—轨道系统的运行性能具有十分重要的工程意义。车辆—轨道耦合系统的复杂性给高速列车运行安全的检测带来诸多挑战。本文通过对车辆子系统响应极值的分析, 建立了基于极值理论的高速铁路系统损伤识别的方法。本文的主要工作及研究结论如下:

(1) 介绍了中国新型高速铁路 CRH380 车辆—CRTSII 板式轨道耦合系统集总参数模型。采用 Newmark 显式数值积分法求解大型非线性动力方程组。模拟了在中国高速铁路无砟轨道高低随机不平顺激励下, 车辆—轨道耦合系统长距离行驶时的响应。

(2) 以车辆子系统的竖向加速度时程序列幅值的极值分布为研究对象, 建立了基于区间极值模型和阈值模型的两种轨道不平顺谱异常识别方法。结果表明, 车轮对于轨道不平顺异常的敏感性最大, 车厢其次, 转向架较差。轨道不平顺异常系数越大, 识别效果越好。轨道不平顺功率谱整体异常识别效果优于轨道不平顺功率谱局部异常识别效果。轨道不平顺谱局部异常时, 只能识别轨道不平顺谱接近车辆构件固有频率附近频带的轨道不平顺异常。同等异常情况下, 基于阈值模型的异常识别效果优于基于区间极大值模型的异常识别效果。选取阈值保证率时, 需要综合考虑正常工况和异常工况的识别错误率。

(3) 基于多变量极值和多峰极值的性质, 建立了基于极函数理论识别车辆悬挂系统损伤的方法。以车辆二系悬挂刚度损伤为例, 以车厢加速度幅值与车辆运行速度的函数为研究对象, 运用极函数理论进行损伤识别。结果表明, 对于车辆二系悬挂刚度的中等损伤, 识别效果较好; 对于轻微损伤, 检测效果较差。

最后, 关于进一步工作的方向进行了简要的讨论。

**关键词:** 损伤识别, 极值理论, 高速铁路, 车辆轨道, 耦合

---

## ABSTRACT

With the rapid development of Chinese high-speed railway network, health monitoring plays an important role in railway train-track system. Due to the complexity of the coupled system, many problems in monitoring safety during operations of high-speed train has been proposed. In this paper, a damage identification method for high-speed railway system is established by analyzing the response of train subsystem based on extreme value theory. The main contents and conclusions of this paper are as following:

(1) In this paper, the lumped parameter model of CRH380 train - CRTSII ballastless track coupled system is introduced, which is widely used in China. Newmark explicit numerical integration method is adopted to resolve the large-scale nonlinear dynamic equations. When the train runs on a long railway, the response of the high-speed railway system under the load of random alignment irregularity of ballastless track of Chinese high-speed railway is simulated.

(2) Using the extreme value distribution of the vertical acceleration amplitude of the vehicle subsystem, two anomalous identification methods of track irregularity spectrum — the block extrema model and the threshold model are established. The results show that the wheelset is the most sensitive to the irregularity of the track, the car body less and the bogie least. The greater the anomalous coefficient of the track irregularity, the better the recognition effect. The detection of overall anomaly irregularity power spectrum is better than that of partial power spectrum. When the orbital irregularity spectrum is locally abnormal, only the orbital irregularity spectrum of some frequency band that is close to the natural frequency of the vehicle component, can be detected. In the same case, the anomaly recognition effect based on the threshold model is superior to that based on the block extrema model. When selecting the threshold guarantee rate, it is necessary to consider the recognition error rate of normal and abnormal conditions.

(3) Based on the characteristics of multivariate extrema and multimodal extrema, a method based on the extreme function theory is established to identify the damage of vehicle suspension system. Taking the damage of the second suspension stiffness of the vehicle as an example, the function of the vehicle acceleration and the running speed of the vehicle is used. The results show that the medium damage

of the suspension stiffness of the vehicle is better detected, and it is not detectable for minor damage.

In the finality, the problems requiring further studies are discussed.

**Key Word:** damage detection, extreme value theory, high speed railway,  
train-track, coupling

# 目录

第一章 绪论.....	1
1.1 选题背景及意义.....	1
1.2 高速铁路系统损伤来源.....	2
1.2.1 轨道不平顺异常.....	2
1.2.2 车辆悬挂系统损伤.....	3
1.3 结构损伤识别研究现状.....	3
1.3.1 有模型损伤识别方法.....	4
1.3.2 无模型损伤识别方法.....	4
1.4 本文研究目的、意义和内容.....	8
1.4.1 研究目的及意义.....	8
1.4.2 研究思路及技术路线.....	8
1.4.3 主要研究内容.....	8
第二章 高速铁路车辆—轨道垂向系统耦合模型.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 物理模型.....	9
2.2.1 车辆物理模型.....	9
2.2.2 轨道物理模型.....	10
2.2.3 车辆—轨道垂向耦合关系.....	11
2.2.4 车辆—板式轨道耦合系统集总参数模型.....	12
2.3 车辆-基本长度轨道系统数学模型.....	12
2.3.1 车辆系统振动方程.....	13
2.3.2 无砟轨道.....	17
2.3.3 轮轨互相作用力.....	21
2.3.4 大型非线性方程组求解.....	22
2.4 中国高速铁路无砟轨道随机不平顺.....	23
2.4.1 中国高速铁路无砟轨道随机不平顺谱.....	23
2.4.2 轨道随机不平顺时域样本的数值模拟方法.....	24
2.4.3 算例.....	26
2.5 车辆-长距离轨道系统数学模型.....	27
2.5.1 物理及数学模型.....	27
2.5.2 算例.....	29
2.6 本章小结.....	34
第三章 基于经典极值理论的轨道不平顺异常识别.....	35
3.1 引言.....	35

3.2 区间极值模型.....	35
3.2.1 极值.....	35
3.2.2 Fisher & Tippet 极值类型定理 .....	36
3.2.3 广义极值分布.....	38
3.2.4 区间极大值模型.....	40
3.3 阈值模型.....	41
3.3.1 广义帕累托分布.....	41
3.3.2 阈值模型.....	43
3.4 基于区间极值模型的轨道不平顺异常识别.....	49
3.4.1 高速铁路轨道不平顺异常定义.....	49
3.4.2 车辆响应特征参数的选取.....	50
3.4.3 异常识别思路.....	50
3.4.4 算例.....	51
3.5 基于阈值模型的轨道不平顺异常识别.....	58
3.5.1 异常识别思路.....	58
3.5.2 算例.....	61
3.6 本章小结.....	66
第四章 基于极函数理论的车辆悬挂系统损伤识别.....	67
4.1 引言.....	67
4.2 极函数理论.....	67
4.2.1 多维多峰分布变量极值.....	68
4.2.2 函数的概率表达——高斯过程回归.....	70
4.2.3 极函数分布.....	74
4.3 基于极函数理论的车辆二系悬挂刚度损伤识别.....	74
4.3.1 车辆二系悬挂刚度损伤定义.....	74
4.3.2 车辆响应-运行速度函数特征参数的选取 .....	75
4.3.3 损伤识别思路.....	75
4.3.4 算例.....	76
4.4 本章小结.....	80
第五章 结论与展望.....	81
5.1 结论.....	81
5.2 展望.....	82
致谢 .....	83
参考文献.....	85
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果.....	89

# 第一章 绪论

## 1.1 选题背景及意义

高速铁路，简称高铁，在不同国家不同时代有不同规定。根据中国国家铁路局，中国高速铁路是指设计开行时速 250 公里以上（含预留），初期运营时速 200 公里以上的客运列车专线铁路。2016 年 10 月 20 日，高铁快运服务在全国所有高铁列车经停城市试行<sup>[1]</sup>。

根据世界高速铁路发展的技术特点、范围和规模，其发展历程可分为探索初创阶段（20 世纪 60 年代到 70 年代末）、扩大发展阶段（20 世纪 80 年代初到 20 世纪末）和快速发展阶段（21 世纪初至今）<sup>[1]</sup>。

20 世纪 90 年代以来，中国开始对高速铁路的设计建造技术、高速列车、运营管理的基础理论和关键技术组织开展了大量的科学研究和技术攻关，并进行了广深铁路提速改造，修建了秦沈客运专线，实施了既有线铁路六次大提速等。自 2008 年 8 月 1 日中国第一条 350 公里/小时的高速铁路——京津城际铁路开通运营以来，高速铁路在中国大陆迅猛发展。按照国家中长期铁路网规划和铁路“十一五”、“十二五”规划，以“四纵四横”快速客运网为主骨架的高速铁路建设全面加快推进，建成了京津、沪宁、京沪、京广、哈大等一批设计时速 350 公里、具有世界先进水平的高速铁路，形成了比较完善的高铁技术体系。截至 2016 年 10 月 20 日，中国已开通 60 多条高铁，经停 505 个城市，运营里程突破 2 万公里。发达完善的高铁网络逐步形成，速度快、效率高、运能大的高铁运输优势更加凸显，在铁路运输中占据极其重要的地位<sup>[1]</sup>。

从高铁建设开始之日起，车辆—轨道系统的健康状态就一直为人们所关注，特别是在我国高铁运营一段时间后，系统各种隐藏问题频现，成为制约高速铁路进一步发展和长期安全运营的关键问题。

因为我国高铁列车运行速度高，行车密度大，对系统的安全状态进行监测的要求和难度也就高很多。另外，世界上时速 300 公里及以上行车速度的高铁线路本来就不长，系统在高速动车强大瞬时动态载荷情况下所产生的应力、应变等缺乏有效的监测方法和试验数据支持。因此，对高速铁路车辆—轨道系统的损伤识别意义重大<sup>[2]</sup>。

## 1.2 高速铁路系统损伤来源

### 1.2.1 轨道不平顺异常

一般来说,在纯滚动情况下,钢轨磨损虽然看似很轻微,但是由于轮轨接触面积小,但却要承受着几十吨交变载荷。而且轮轨接触时,转动和滑动又会产生摩擦力会使得损伤加剧。钢轨的损伤主要来源于磨损和疲劳<sup>[3,4]</sup>。具体如下:

#### 1.磨损

1)剥落。载荷作用下,材料表面形成裂纹,接触点应力集中而导致点状脱落。在表面接触应力较小、摩擦力较大或者表面质量较差时,麻点剥落通常比较容易产生。

2)剥离。裂纹最初沿着与轨面成小锐角扩展,因为心部阻力大,会向表面扩展,形成材料表面的剥落。

3)压溃。列车轴重较大时钢轨接触面的塑性变形会造成钢轨压溃,这是重载铁路的主要损伤类。其中,压溃最严重的是曲线段钢轨,大的轴重会引起钢轨表层出现明显的塑性变形,也就是压溃。

4)波浪形磨损。曲线段钢轨服役中,会出现波状磨损,这种磨损简称波磨。

5)钢轨侧磨。小半径曲线上钢轨的损伤类型主要是钢轨侧磨。车轮在直线钢轨上运行时,车轮和钢轨是一点接触,也就是说,钢轨的顶面和车轮踏面之间接触。然而,如果钢轨的曲率半径比较小,车轮通过钢轨的时候,由于惯性的原因,车轮的轮缘会向钢轨的一侧贴靠,也就是两点接触。如果车轮在钢轨上纯滚动,则滑动必然存在于另一个远离回转轴线的轮缘与轨侧的接触点上,导致剧烈磨损出现在轮缘与轨侧之间。

#### 2.疲劳

接触疲劳会生成棘齿裂纹和垂直裂纹。疲劳产生的裂纹包括鱼鳞状裂纹和斜裂纹两种。

1)鱼鳞裂纹破坏。鱼鳞裂纹是一种典型的滚动接触疲劳裂纹。这种裂纹分布密集,裂纹细短。钢轨服役中,经过车轮挤压,绝大多数的裂纹都沿着塑性变形方向,平行表面扩展,这样的裂纹,最终会发生剥离。但少部分裂纹扩展角较大,裂纹就会向钢轨心部扩展,这将导致段圭事故发生。

2)斜裂纹破坏。斜裂纹经过一段时期扩展后,便会向心部扩展,形成疲劳裂纹,最终出现断轨。高速地段的铁路发生忽然的断裂,会导致非常严重的事故。

这些会导致钢轨的不平顺度增加, 从而影响车辆系统的振动, 增大轮轨接触力。增大的轮轨接触力又会继续加剧钢轨的损伤。因此, 需要将轨道不平顺度过大的钢轨诊断出来, 并进行更换。

### 1.2.2 车辆悬挂系统损伤

列车悬挂系统故障具体体现在部件性能的衰减甚至失效, 一些一级悬挂弹簧在运行过程中可能发生断裂, 严重影响列车运行安全, 因此, 对悬挂系统实时的状态监控与故障检测是有必要的。

引发故障的原因主要有两种, 一种是因为悬挂系统的元器件性能退化, 从投入运营开始缓慢的退化, 到一定程度时就达不到相应标准, 另一种是在意外情况下, 悬挂系统元器件直接受到损伤导致达不到标准。达不到标准的元器件若没有被及时发现, 就有可能导致安全隐患, 威胁列车平稳安全的运行。

列车悬挂系统的故障主要包括一级弹簧故障、二级弹簧故障以及二级阻尼故障, 弹簧以及阻尼的故障可以分别用刚度系数及阻尼系数的变化来表示。考虑系数变化范围, 故障可分为轻微故障、中等故障以及严重故障。在轻微故障中, 刚度系数及阻尼系数衰减范围在 0%~30%, 中等故障则在 30%~60% 范围内, 其典型行为为 50%, 严重故障则大于 60%, 其典型表现为 70%。而对于大多数元件来说, 轻微故障是很难检测得到<sup>[5,6]</sup>。

而列车故障若按等级划分通常分为三类: 一级故障, 列车仍然可以正常运行, 可在下次例行检修中进行故障排查; 二级故障, 列车也可正常运行, 但必须在有限里程内对列车检修; 三级故障, 列车必须尽快停止行驶并疏散乘客。悬挂系统的一级故障以及二级故障主要是指弹簧、阻尼器及传感器的单故障或双故障, 也是本文研究的重点, 三个以上元器件同时发生故障即属于三级故障, 这时列车的平稳性会受到明显影响, 列车必须停止运行, 因此本文不做考虑。按照失效程度划分, 悬挂系统故障可分为不符合标准以及完全失效两种情况。列车一级悬挂和二级悬挂系统可能发生的元器件故障包括: 一级悬挂系统弹簧性能以及阻尼器性能不符合标准、二级悬挂系统弹簧性能及阻尼器性能不符合标准。相关研究表明悬挂系统的性能不符合标准可能严重影响列车运行的平稳性, 但对列车的安全性的影响较小。

## 1.3 结构损伤识别研究现状

损伤识别的相关研究早在 20 世纪 60 年代就已出现, 最早应用于机械、航

空航天、军事等领域，后来逐渐扩展到土木工程领域。土木工程损伤识别主要是针对具体的土木工程结构，利用各种监测到的结构整体响应数据位移、应变、内力、加速度等，结合信号处理、人工智能、数理统计、随机过程等相关学科的知识，对结构有无损伤、损伤的类型、严重性、位置和程度等进行合理评判<sup>[7]</sup>。

无模型损伤识别方法一般分为：频域方法、时域方法以及时频分析法<sup>[8]</sup>。频域方法包括多谱分析、傅里叶谱分析方法、倒阶次谱分析等；时域方法包括自回归滑动平均模型、自相关函数等；时频方法包括小波方法、希尔伯特—黄变换等。

根据监测结构力学性能的传感器类型，可分为静力识别方法和动力识别方法。

根据是否需要建立结构的模型（结构质量矩阵、刚度矩阵等），可分为无模型和有模型两种损伤识别方法<sup>[9]</sup>。本文将从有模型损伤识别和无模型损伤识别两大类对损伤方法的发展进行概括。

### 1.3.1 有模型损伤识别方法

有模型方法一般对结构建立相应的有限元或数值模型，通过识别模型参数的变化，判断结构的损伤位置和程度。

P. Li<sup>[10]</sup>提出了一种基于卡尔曼滤波器和模型的悬挂系统故障检测与分离方法。该方法计算效率较高，并且能对各种故障快速做出响应，缺点是模型简化严重，与实际情况差别较大。

Y. HAYASHI<sup>[11]</sup>和 P. Li<sup>[12]</sup>提出了一种基于交互式多模型（Interacting Multiple Model）的悬挂系统故障检测与分离方法。该方法对弹簧、阻尼和一些测量元件的故障比较敏感，缺点是随着故障类型的增加，模型的数量和计算量迅速增大。

Xiukun Wei<sup>[13]</sup>设计了一种鲁棒故障状态观测器，并研究了分布式观测器的设计方法，实现多目标的状态观测和故障诊断。

然而，高速铁路车辆—轨道系统非常复杂，确定模型需要车辆、车辆悬挂系统、轨道、扣件、道床（轨道板）等的质量、刚度、阻尼等一系列的参数。且模型存在误差，会导致损伤识别不准确。而且，轮轨耦合的非线性导致大型非线性方程的求解非常复杂且耗时。因此，该方法不适用于日常的健康监测。

### 1.3.2 无模型损伤识别方法

无模型损伤识别方法不建立结构模型，而是直接采用测量的振动响应基于统计模式识别进行损伤诊断。

若按照损伤识别的实现过程进行分类，现有的无模型损伤识别方法可分为两类：损伤指标法和模式识别方法。

### 1. 损伤指标法

损伤指标法是指从结构动力响应数据中提取能够表征结构损伤状态的指标，通过直接观察该指标对结构状态进行判别的方法。损伤指标可以是在响应数据的时域内分析得到，也可以是在时频域内分析得到。其中常见的时域内分析常用的方法是 ARMA 法，时频域内常用方法是小波变换、HHT 变换。

成棣<sup>[14]</sup>基于 Kalman 滤波器的方法对客车悬挂参数故障诊断时，采用了轨面不平顺求导的方式来改进状态模型，从而达到对客车悬挂参数故障诊断的目的。

李嘉祺<sup>[15]</sup>提出了一种基于改进的核主元分析法（KPCA）的高速列车悬挂系统故障检测。是将核主元分析法与费舍尔判别分析（FDA）相结合，仿真结果验证了算法的可行性。

损伤指标方法具有以下特点：

①损伤指标法直接提取结构动力响应时程数据的时域或时频域特征，构建损伤指标，以判断结构损伤状态，不需要有限元分析、优化求解以及模式学习等复杂的计算过程，方法简便，可以通过直观判断进行损伤识别。

②对于简单结构，损伤指标法能够实现损伤有无、位置甚至程度的识别但对于复杂结构，虽然同样能够实现损伤有无的识别，但若进行位置和程度识别，则需计算所有位置的损伤指标，需在所有位置布置传感器，这在实际测试中难以做到。

③损伤指标受到测量噪声的影响较大，噪声水平直接影响识别效果。

由上述特点可以看出，对于简单结构，损伤指标法能够较好地判断结构损伤状态但对于实际复杂结构，应将损伤指标与模式识别、机器学习等方法结合使用，实现对结构损伤状态的准确判别。

### 2. 模式识别

它首先按照事物相似的程度组成类别，然后将某一具体事物正确地归入某一类别<sup>[16]</sup>。对于损伤识别，若先根据不同的损伤状态，划分不同的类别再根据不同类别与结构响应数据之间对应关系，建立样本库，则可以将待识别结构状态的响应数据与样本库中的数据进行比较，寻找与之对应的类别，从而确定结构的损伤状态。

模式识别诞生于世纪年代，随着年代计算机的出现，年代人工智能的兴起，

模式识别在年代初迅速发展成一门学科。模式识别方法按照出现的时间先后顺序分为经典的统计模式识别和基于统计学习理论的模式识别<sup>[16, 17]</sup>。下面分别介绍这两类方法在损伤识别中的应用。

### 1)经典的统计模式识别

该类方法是在计算机未能广泛使用之前出现的，它使用传统的参数估计理论和统计学中相关知识求解模式识别问题，将待识别数据看成服从一定概率分布的随机变量，利用已知结果的数据建立概率统计参数估计模型，再利用该模型对识别数据进行分类或回归分析。

Xiukun Wei<sup>[18-20]</sup>研究了基于广义概率比率检验的悬挂系统故障检测方法。

Xiukun Wei<sup>[19]</sup>利用多元时间序列的相似性匹配方法研究了悬挂系统的故障分离问题。

Xiukun Wei<sup>[21]</sup>采用动态主元分析算法(DPCA)与动态规范变量分析算法(DCVA)实现了悬挂系统故障的在线检测。进一步在文献<sup>[22]</sup>中以城轨车辆悬挂系统为应用对象，对基于模型的故障检测方法 with 数据驱动的故障检测方法做了深入而全面的比较研究。

Mei T. X.<sup>[23, 24]</sup>提出了一种无模型的铁路车辆悬挂系统故障诊断方法，这种无模型的方法利用车辆在运行过程中各个自由度上的运动之间的相互关系作为监控的对象从而达到故障检测的目的。

### 2) 基于统计学习理论的模式识别

统计学习理论是随着计算机的广泛应用而发展起来的，它是在小样本情况下基于通用统计推理，借助于计算机技术，推断给定问题的一个近似函数的一种理论<sup>[25]</sup>。它与上述统计模式识别中所采用的参数估计方法有着本质区别，后者是将所有统计问题均转化为特定问题的参数估计。参数估计的目的不仅仅是通过对问题中参数的估计，得到好的预测结果，而且必须构造一个与真实情况非常接近的函数而统计学习理论的目的是构造一个近似函数，仅仅是为了提供最佳的预测结果。复杂问题往往不是几个简单参数能够描述的，而且研究复杂问题的主要目的是为了能够准确预测结果，因此对于复杂问题，应选择统计学习理论作为解决问题的工具。

随着统计学习理论的深入研究，先后出现了人工神经网络和支持向量机两种实现方法，这两种方法在模式识别中均有广泛的应用。

#### ①人工神经网络

人工神经网络是在现代生物学研究成果的基础上，发展起来的一种模仿人脑信息、处理机制的网络系统，在 80 年代中后期得到迅速发展<sup>[25]</sup>。人工神经网络以其信自、处理的并行性、自组织、自学习性、联想记忆功能以及很强的

鲁棒性和容错性，广泛应用于许多研究领域。

郭椒萍<sup>[5]</sup>利用模糊极大极小神经网络（Fuzzy Mill-Max Neural Network, FMMNN）算法对城市轨道交通列车悬挂系统的故障进行分离。故障元件分离上的预测精度上效果不是很理想，预测精度偏低，这跟 FMMNN 参数、模糊规则的选取等都有关系，可以考虑采用遗传算法优化模糊规则提取，运用隶属函数和欧氏距离相结合的方法优化模糊超盒的分类。

## ②支持向量机

支持向量机是 Vapnik 等人根据统计学习理论提出的一种新的通用学习方法<sup>[17]</sup>。它是建立在统计学习理论的维理论和结构风险最小原理基础上，成功地解决了困扰神经网络的局部极小点、收敛速度慢等问题，而且可以在小样本下获得较好的结果<sup>[25]</sup>。因此支持向量机在模型识别领域有更强的优势。

郭椒萍<sup>[5]</sup>运用 SVM 算法对悬挂系统的中等故障和严重故障进行分离仿真，并给出故障分离结果。研究发现，SVM 在故障分离中存在的问题是：对悬挂系统元件故障的分离不能取得 100% 的准确率，即 SVM 对于某些故障，并不能实现有效的分离，这主要是系统的非线性造成的，而 SVM 在线性特征上的分离是比较有效的。

通过以上的文献总结，可以看出模式识别的方法具有以下特点：

a. 与有模型方法相似，模式识别通过对损伤指标的统计分析，代替优化算法，将状态识别与有限元分析解耦，降低了识别难度。

b. 模式识别方法将损伤指标看成随机分布的变量，通过对随机变量的统计分析，判断结构的损伤状态这与损伤指标法中将损伤指标看成确定性变量，通过指标的直接比较判断结构状态相比，考虑了测试误差、土木工程材料和尺寸的不确定性等实际存在的随机因素，能够得到与实际更相符的识别结果。

c. 统计模式识别将结构状态识别简化为对几个参数的估计问题仍属于参数估计问题，求解简单识别问题尚可行，但求解复杂识别问题有一定难度。

d. 基于统计学习理论的模式识别方法是一种非参数估计的方法，它能够针对具体问题，利用已有的样本数据，通过样本学习，找到一个近似函数，达到好的预测结果，而不是为了构造出一个与真实情况非常接近的函数因此该方法可用于求解复杂问题。

e. 在统计学习理论的具体实现方法中，与人工神经网络相比，支持向量机解决了局部极小点、收敛速度慢等问题因此支持向量机更适合于求解复杂的模式识别问题。

f. 无模型的损伤识别方法，因为不需要建立有限元模型，可以避免模型误差对识别结果的影响。

## 1.4 本文研究目的、意义和内容

### 1.4.1 研究目的及意义

目前,对铁路系统损伤识别研究包括列车悬挂系统损伤识别和轨道损伤识别。然而,铁路系统结构复杂,结构的模型误差,参数估计误差,均会对有模型的损伤识别方法的识别效果产生较大影响。因此,如何避免结构模型和结构响应分布模型的假设将显得十分有意义,基于极值理论的损伤识别的研究成果可以用于铁路系统的健康监测中,为铁路系统的日常运营维护提供依据。

### 1.4.2 研究思路及技术路线

根据上述研究背景及研究目的,本文采用理论分析和数值模拟相结合的研究方法,以车辆系统的响应时域特征值为研究对象,从两个维度(单维数据点和函数)分别对高速铁路轨道损伤异常和车辆悬挂系统损伤两大子系统进行损伤识别研究。

### 1.4.3 主要研究内容

本文的主要内容及章节安排如下:

(1) 第一章为绪论。主要阐述了本课题的研究意义及目的,介绍了结构损伤识别的现状,指出了目前研究的不足。

(2) 第二章为高速铁路车辆-轨道垂向系统耦合模型。主要介绍了中国高速铁路板式轨道的物理模型,建立了相应的数学模型,并给出了求解相应大型非线性方程组的方法。另外,介绍了中国高速铁路轨道不平顺谱及其时域样本的数值模拟方法。

(3) 第三章为基于经典极值理论的轨道不平顺异常识别。主要介绍了基于极值理论进行损伤识别的理论与思路。主要分为两大类,基于经典极值理论的损伤识别和基于多维极值理论的损伤识别,并重点研究了基于极函数理论进行损伤识别。

(4) 第四章为基于极函数理论的车辆悬挂系统损伤识别。主要使用经典极值理论和极函数理论进行耦合系统的损伤识别。

(5) 第五章为结论与展望。主要归纳全文的研究成果,指出需要进一步研究的方向。

## 第二章 高速铁路车辆—轨道垂向系统耦合模型

### 2.1 引言

车辆—轨道垂向系统模型是车辆—轨道垂向耦合动力学的分析基础，是研究车辆—轨道垂向动态相互作用，特别是研究车辆对线路动力作用的理论工具。本文基于 10 自由度的 1/2 车辆连续轨道垂向系统模型进行数值模拟研究<sup>[26]</sup>。

### 2.2 物理模型

中国高速铁路主要用于乘客运输。2016 年 10 月 20 日，高铁快运服务才在全国所有高铁列车经停城市试行。本文研究中国高速铁路客车—轨道垂向统一模型。

2004 年，国务院召开专题会议研究铁路机车车辆装备的相关问题，明确提出了“引进先进技术、联合设计生产、打造中国品牌”的总体要求，确定了“引进、消化、吸收、再创新”的技术路线。在此基础上，相关企业与国外企业合作，打造了 CRH1、CRH2、CRH3 和 CRH5 型动车组 4 个技术平台，并自主完成了长编组动车组、卧铺动车组和时速 380 kmCRH380 动车组的技术升级，动车组车型由引进初期的 4 种扩展到包括不同速度级、不同编组长度和不同总体布局的 15 种，基本满足了高速铁路的运行需要<sup>[27]</sup>。本文基于 CRH380 动车组及相应的高无砟轨道进行研究。

#### 2.2.1 车辆物理模型

中国高速铁路动车组由若干动车（提供动力）和拖车组成。相应地，车辆模型可以分为两种不同类型，即拖车模型和动车模型。

在拖车模型中，车辆被模拟成一个以速度  $v$  匀速运行于轨道结构上的多刚体悬挂系统。刚体包括车体（质量  $M_c$ ，点头惯量  $J_c$ ），前后转向架构（质量  $M_t$ ，点头惯量  $J_t$ ），4 个轮对（质量  $M_w$ ）。悬挂系统包括转向架与轮对之间的一系悬挂系统（刚度  $K_{s1}$ ，阻尼  $C_{s1}$ ）和车辆与转向架之间的二系悬挂系统（刚度  $K_{s2}$ ，阻尼  $C_{s2}$ ）。在动力运动中，考虑车体的沉浮运动  $Z_c$  和点头运动  $\varphi_c$ ，前后构架的沉浮运动  $Z_{t1}, Z_{t2}$  和点头运动  $\varphi_{t1}, \varphi_{t2}$  以及 4 个轮对的垂向振动  $Z_{wi}, i=1\sim 4$ ，共 10 个

自由度，如图 2.1 所示<sup>[26]</sup>。

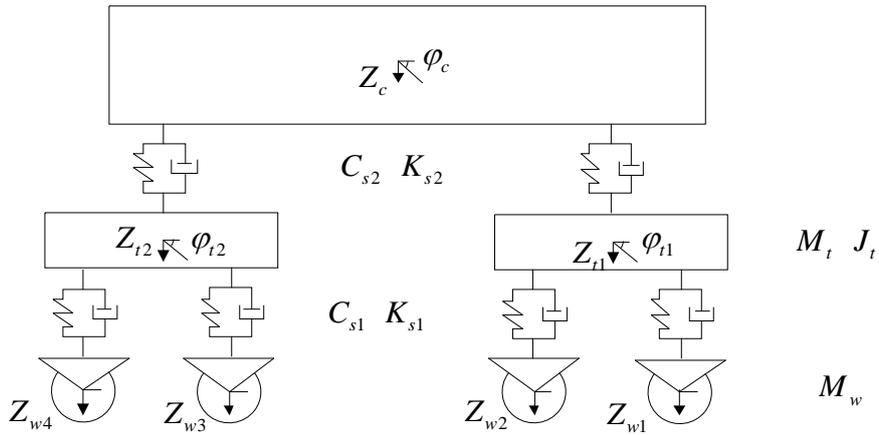


图2.1 拖车物理模型

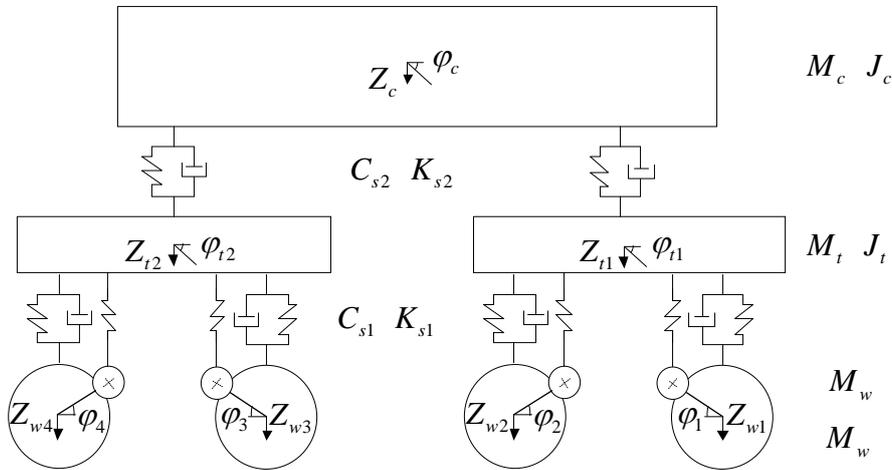


图2.2 动车物理模型

动车模型与拖车模型的差异在于动车模型多了牵引电机。以我国最具代表性的轴悬式电机为例，将牵引电机（质量 $M_m$ ，惯量 $J_m$ ）一端与轮轴相连，一端弹性（刚度 $K_m$ ）吊挂于转向架底部，考虑牵引电机的垂向角振动自由度 $\varphi_i, i=1\sim 4$ ，因此整个动车垂向模型振动自由度共有 14 个，如图 2.2 所示。

### 2.2.2 轨道物理模型

随着高速客运专线的迅速发展，新型无砟轨道结构不断涌现并得到成功应用。包括长枕埋入式无砟轨道、弹性支承块式无砟轨道和板式无砟轨道，如图 2.3-图 2.5 所示。

三个模型中，钢轨均被视为连续弹性离散支撑点的无限长梁（Euler 梁或 Timoshenko 梁）。采用 Euler 梁钢轨模型，既不使计算过程过于繁杂，又能适应一般轮轨动力分析的工程应用需要，保证足够的数值精度；当需要关注较高频率特性（特别是轮轨噪声问题）时，可采用 Timoshenko 梁模型。因此，本文

使用 Euler 梁模型进行计算。

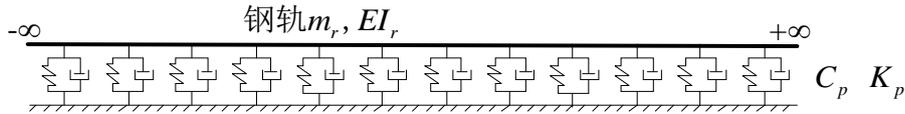


图2.3 长枕埋入式无砟轨道模型

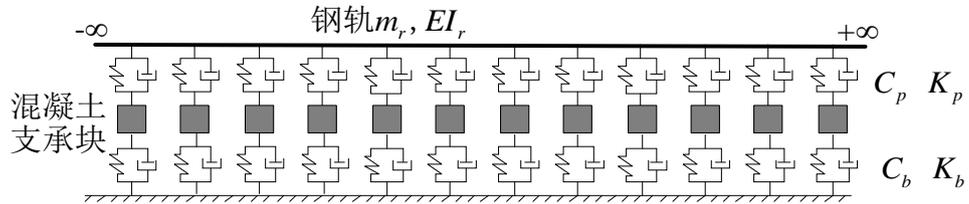


图2.4 弹性支承块式无砟轨道模型

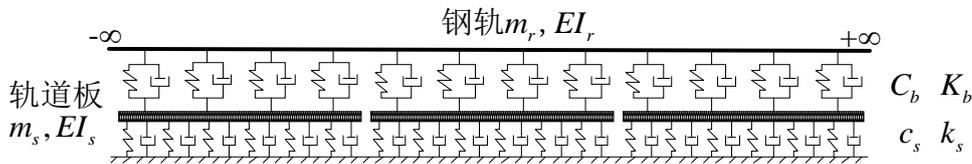


图2.5 板式轨道模型

长枕埋入式无砟轨道主要由钢轨、扣件（包括轨下胶垫）、穿孔混凝土枕、混凝土道床板、隔离层及混凝土底座等组成。由于轨枕与混凝土道床板完全联结在一起，轨下基础的质量很大，道床板与混凝土底座之间几乎没有弹性，故轨道的刚度 $K_p$ 和阻尼 $C_p$ 主要靠轨下胶垫来提供。因此，长枕埋入式无砟轨道的振动主要体现在钢轨的振动上，如图 2.3 所示。

弹性支承块式无砟轨道由钢轨、扣件、钢筋混凝土支承块、块下胶垫及橡胶包套、混凝土道床板、隔离层及混凝土底座等组成，轨下胶垫和块下胶垫提供轨道的垂向刚度 $K_b$ 和阻尼 $C_b$ ，橡胶包套主要提供横向弹性、阻尼。因此，弹性支承块式无砟轨道的振动主要体现在钢轨和混凝土支承块上，如图 2.4 所示。

板式轨道由钢轨、扣件、轨道板、凸形挡台、水泥沥青砂浆（简称 CA 砂浆）及混凝土底座等组成。CA 砂浆具有半刚性、半弹性特性，填充在轨道板和混凝土底座之间，不仅可以稳固轨道结构，而且可以提供一定弹性。因此，板式轨道的垂向振动主要体现在钢轨和轨道板的振动上。为简化建模，视钢轨为连续弹性点支承基础上的欧拉梁，视轨道板为支承在连续分布的线性弹簧（ $k_s$ ）与线性阻尼（ $c_s$ ）上的有限长自由梁（两端无约束）<sup>[28]</sup>，则板式轨道结构在垂向被抽象为弹性基础上的叠合梁，如图 2.5 所示<sup>[26]</sup>。

### 2.2.3 车辆—轨道垂向耦合关系

在建立了车辆子系统模型和轨道子系统模型之后，需要建立车辆模型和轨道模型之间的耦合模型。在垂向平面内，车辆子系统与轨道子系统之间的耦合

作用，是通过轮轨垂向接触而实现的，具体表现为轮轨之间的垂向作用力，本文采用 Hertz 非线性弹性接触模型确定两个弹性体（车轮和钢轨）之间的相互作用力。

### 2.2.4 车辆—板式轨道耦合系统集总参数模型

如前所述，中国高速铁路无砟轨道有三类。其中，道岔使用长枕埋入式无砟轨道，平直段主要采用板式无砟轨道，较少采用弹性支撑块式无砟轨道。为便于实际应用，本文以高速铁路拖车——无砟板式轨道模型为研究对象，其集总参数模型如图 2.6 所示。

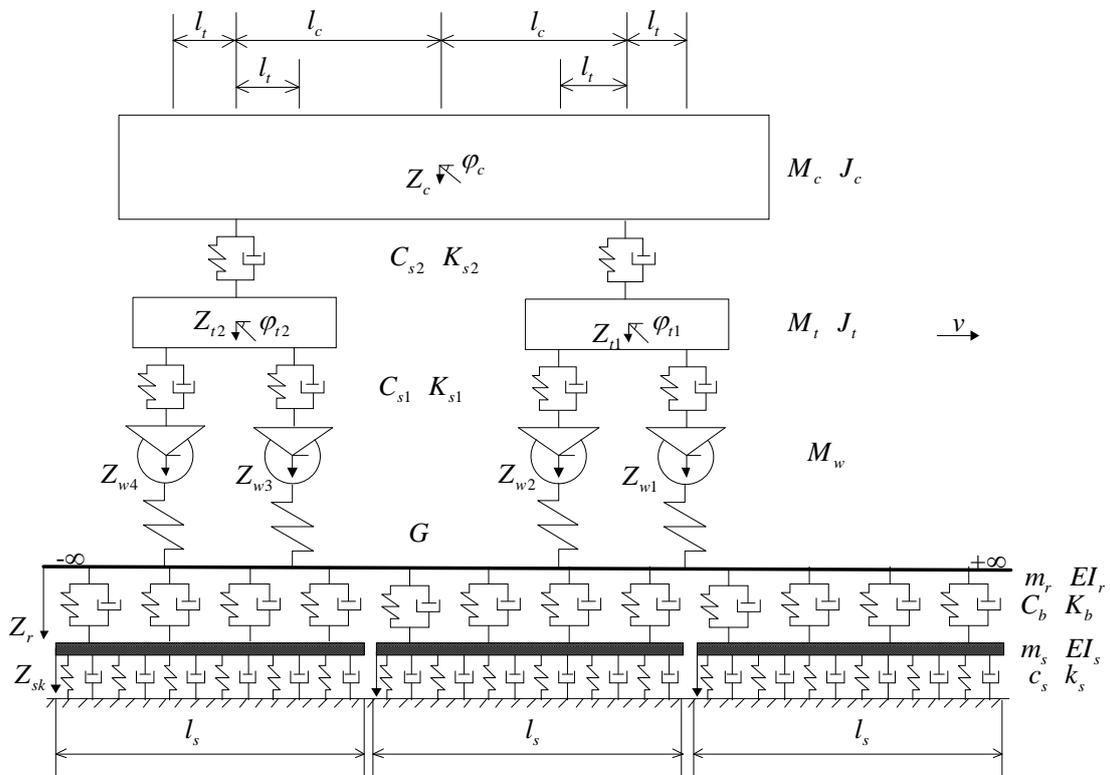


图2.6 典型拖车—板式无砟轨道垂向统一模型

### 2.3 车辆-基本长度轨道系统数学模型

实际运行中，铁路轨道可被看作离散点支承无限长连续梁体系。但是，无限长的梁即使采用离散质量也会导致自由度非常多，质量、阻尼、刚度矩阵庞大，计算耗时。因此，考虑将钢轨简化为有限长简支梁，相应的系统集总参数模型如图 2.7 所示。

不同型号的车辆和不同的高速铁路线路的物理参数会有所不同。本文以

CRH380AL 列车—京沪高速铁路 CRTSII 型板式轨道为例，其具体模型变量及参数如表 2.1-表 2.2 所示<sup>[29]</sup>。

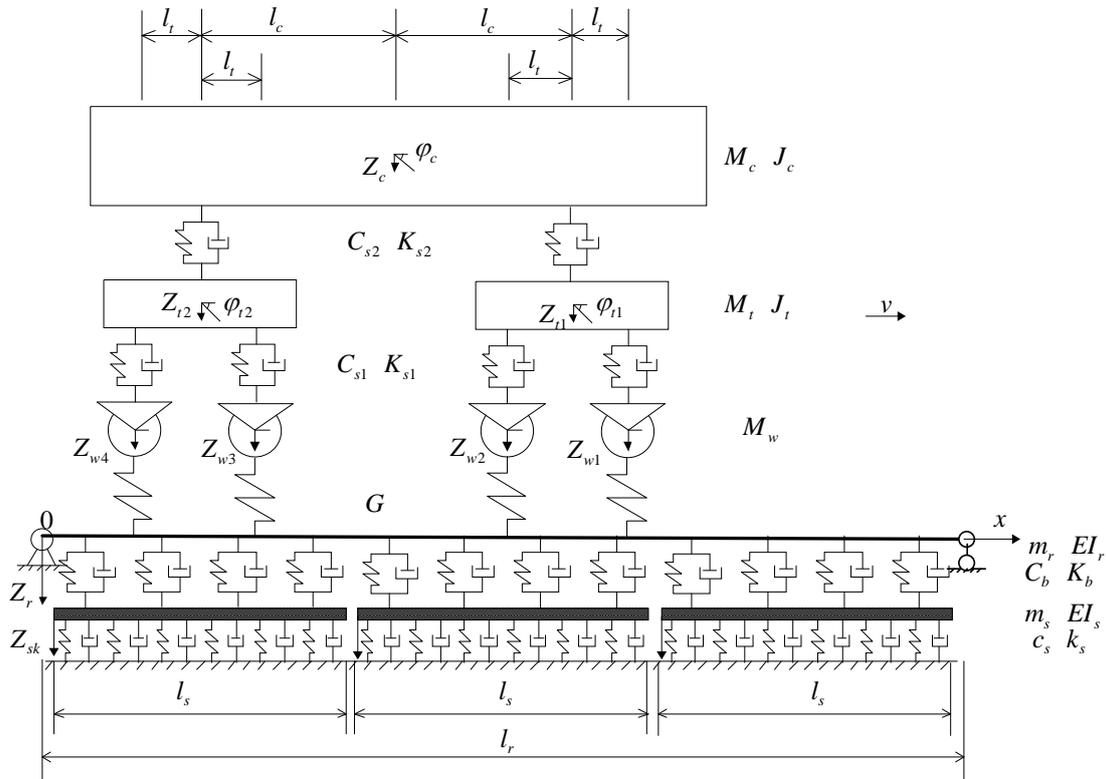


图2.7 车辆—基本长度轨道系统集总参数模型

表2.1 车辆—轨道集总参数自由度物理意义

	自由度	物理意义
车辆	$Z_c$	车厢沉浮运动
	$\varphi_c$	车厢点头运动
	$Z_{t1}$	前转向架沉浮运动
	$\varphi_{t1}$	前转向架点头运动
	$Z_{t2}$	后转向架沉浮运动
	$\varphi_{t2}$	后转向架点头运动
	$Z_{w1}$	第一车轮垂向振动
	$Z_{w2}$	第二车轮垂向振动
	$Z_{w3}$	第三车轮垂向振动
钢轨	$Z_{ri}$	钢轨第 <i>i</i> 振型坐标， $i=1,2,\dots,N_r$
	$Z_{ski}$	第 <i>k</i> 块轨道板第 <i>i</i> 振型坐标， $k=1,2,\dots,n_s$ ， $i=1,2,\dots,N_s$

表2.2 车辆——轨道集总参数模型参数物理意义及其数值

	参数	物理意义	数值
车辆	$M_c$	车厢质量 (kg)	38884
	$J_c$	车厢转动惯量 ( $\text{kgm}^2$ )	$1.91 \times 10^6$
	$M_t$	转向架质量 (kg)	3060
	$J_t$	转向架转动惯量( $\text{kgm}^2$ )	$3.2 \times 10^3$
	$M_w$	车轮质量(kg)	1517
	$K_{s1}$	第一悬挂系统刚度 (N/m)	$1.772 \times 10^6$
	$C_{s1}$	第一悬挂系统阻尼(Ns/m)	$2 \times 10^4$
	$K_{s2}$	第二悬挂系统刚度 (N/m)	$4.5 \times 10^5$
	$C_{s2}$	第二悬挂系统阻尼 (Ns/m)	$2 \times 10^4$
	$l_c$	转向架定距之半 (m)	17.5
	$l_t$	轮对定距之半(m)	2.5
钢轨	$E_r$	钢轨弹性模量( $\text{N/m}^2$ )	$2.06 \times 10^{11}$
	$I_r$	钢轨截面转动惯量 ( $\text{m}^4$ )	$3.22 \times 10^{-5}$
	$m_r$	钢轨线质量(kg/m)	60.64
扣件	$K_b$	轨下胶垫刚度(N/m)	$2.5 \times 10^7$
	$C_b$	轨下胶垫阻尼(Ns/m)	$7.5 \times 10^4$
	$l_b$	扣件间距 (m)	0.65
	$n_b$	轨道计算长度范围内扣件个数	440
轨道板	$E_s$	轨道板弹性模量 ( $\text{N/m}^2$ )	$3.45 \times 10^{10}$
	$I_s$	轨道板截面模量 ( $\text{m}^4$ )	$1.7 \times 10^{-3}$
	$m_s$	轨道板线质量 (kg/m)	$7.956 \times 10^3$
	$n_s$	轨道计算长度范围内轨道板块数	44
	$n_{bs}$	一块轨道板上扣件个数	10
CA砂浆	$k_s$	线刚度 ( $\text{N/m}^2$ )	$1.7 \times 10^{10}$
	$c_s$	线阻尼(Ns/m <sup>2</sup> )	$2.22 \times 10^5$

### 2.3.1 车辆系统振动方程

车辆的受力图如图 2.8 所示。为了方便计算，动力系统不用考虑静力作用，因此，重力等相互平衡的静力作用就没有体现在受力图中。各部分结构对应的动力方程如下：

#### (1) 车厢沉浮运动

$$\begin{aligned}
 M_c \ddot{Z}_c + [C_{s2}(\dot{Z}_c + l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t1}) + K_{s2}(Z_c + l_c \phi_c - Z_{t1})] \\
 + [C_{s2}(\dot{Z}_c - l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t2}) + K_{s2}(Z_c - l_c \phi_c - Z_{t2})] = 0
 \end{aligned} \quad (2.1)$$

整理得

$$M_c \ddot{Z}_c + 2C_{s2} \dot{Z}_c - C_{s2} \dot{Z}_{t1} - C_{s2} \dot{Z}_{t2} + 2K_{s2} Z_c - K_{s2} Z_{t1} - K_{s2} Z_{t2} = 0 \quad (2.2)$$

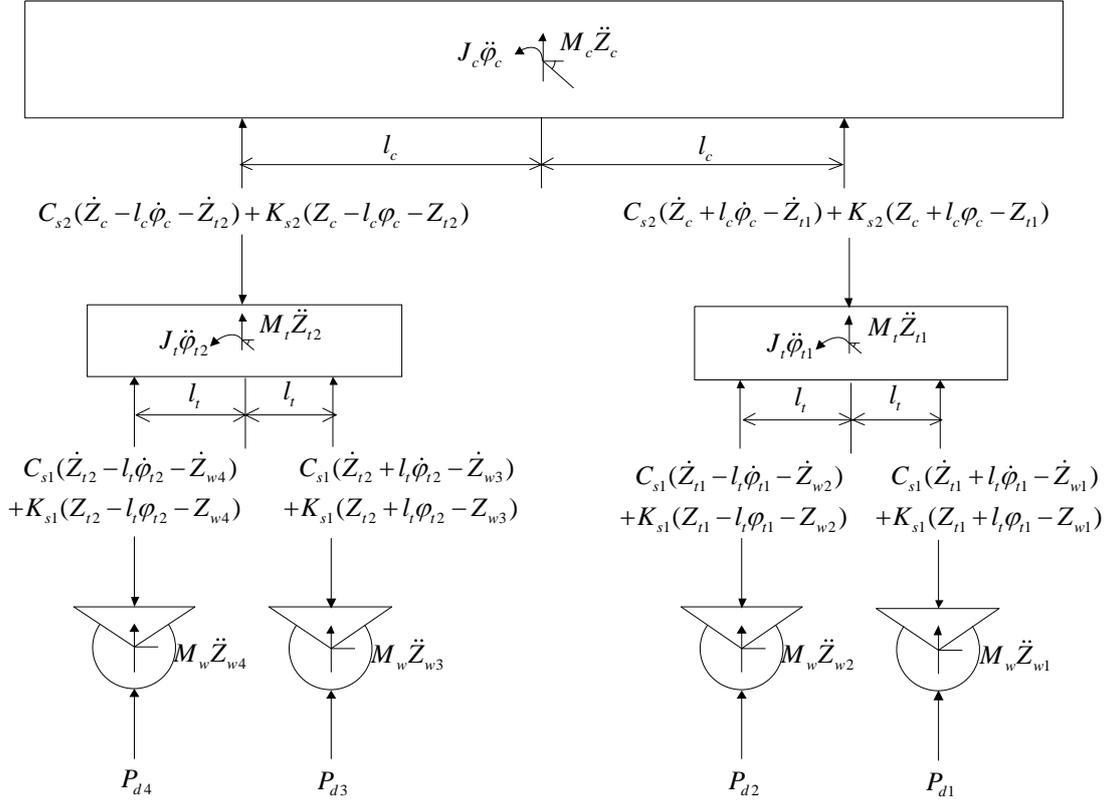


图2.8 车辆系统的受力图

## (2) 车厢点头运动

$$\begin{aligned} J_c \ddot{\phi}_c + l_c [C_{s2}(\dot{Z}_c + l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t1}) + K_{s2}(Z_c + l_c \phi_c - Z_{t1})] \\ - l_c [C_{s2}(\dot{Z}_c - l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t2}) + K_{s2}(Z_c - l_c \phi_c - Z_{t2})] = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

整理得

$$J_c \ddot{\phi}_c + 2C_{s2} l_c^2 \dot{\phi}_c - C_{s2} l_c \dot{Z}_{t1} + C_{s2} l_c \dot{Z}_{t2} + 2K_{s2} l_c^2 \phi_c - K_{s2} l_c Z_{t1} + K_{s2} l_c Z_{t2} = 0 \quad (2.4)$$

## (3) 前转向架构架沉浮运动

$$\begin{aligned} M_t \ddot{Z}_{t1} - [C_{s2}(\dot{Z}_c + l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t1}) + K_{s2}(Z_c + l_c \phi_c - Z_{t1})] \\ + [C_{s1}(\dot{Z}_{t1} + l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w1}) + K_{s1}(Z_{t1} + l_t \phi_{t1} - Z_{w1})] \\ + [C_{s1}(\dot{Z}_{t1} - l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w2}) + K_{s1}(Z_{t1} - l_t \phi_{t1} - Z_{w2})] = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

整理得

$$\begin{aligned} M_t \ddot{Z}_{t1} - C_{s2} \dot{Z}_c - C_{s2} l_c \dot{\phi}_c + (2C_{s1} + C_{s2}) \dot{Z}_{t1} - C_{s1} \dot{Z}_{w1} - C_{s1} \dot{Z}_{w2} \\ - K_{s2} Z_c - K_{s2} l_c \phi_c + (2K_{s1} + K_{s2}) Z_{t1} - K_{s1} Z_{w1} - K_{s1} Z_{w2} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

## (4) 前转向架构架点头运动

$$\begin{aligned} J_t \ddot{\phi}_{t1} + l_t [C_{s1}(\dot{Z}_{t1} + l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w1}) + K_{s1}(Z_{t1} + l_t \phi_{t1} - Z_{w1})] \\ - l_t [C_{s1}(\dot{Z}_{t1} - l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w2}) + K_{s1}(Z_{t1} - l_t \phi_{t1} - Z_{w2})] = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

整理得

$$J_t \ddot{\phi}_{t1} + 2C_{s1} l_t^2 \dot{\phi}_{t1} - C_{s1} l_t \dot{Z}_{w1} + C_{s1} l_t \dot{Z}_{w2} + 2K_{s1} l_t^2 \phi_{t1} - K_{s1} l_t Z_{w1} + K_{s1} l_t Z_{w2} = 0 \quad (2.8)$$

(5) 后转向架构架沉浮运动

$$\begin{aligned} M_t \ddot{Z}_{t2} - [C_{s2} (\dot{Z}_c - l_c \dot{\phi}_c - \dot{Z}_{t2}) + K_{s2} (Z_c - l_c \phi_c - Z_{t2})] \\ + [C_{s1} (\dot{Z}_{t2} + l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w3}) + K_{s1} (Z_{t2} + l_t \phi_{t2} - Z_{w3})] \\ + [C_{s1} (\dot{Z}_{t2} - l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w4}) + K_{s1} (Z_{t2} - l_t \phi_{t2} - Z_{w4})] = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

整理得

$$\begin{aligned} M_t \ddot{Z}_{t2} - C_{s2} \dot{Z}_c + C_{s2} l_c \dot{\phi}_c + (2C_{s1} + C_{s2}) \dot{Z}_{t2} - C_{s1} \dot{Z}_{w3} - C_{s1} \dot{Z}_{w4} \\ - K_{s2} Z_c + K_{s2} l_c \phi_c + (2K_{s1} + K_{s2}) Z_{t2} - K_{s1} Z_{w3} - K_{s1} Z_{w4} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

(6) 后转向架构架的点头运动

$$\begin{aligned} J_t \ddot{\phi}_{t2} + l_t [C_{s1} (\dot{Z}_{t2} + l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w3}) + K_{s1} (Z_{t2} + l_t \phi_{t2} - Z_{w3})] \\ - l_t [C_{s1} (\dot{Z}_{t2} - l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w4}) + K_{s1} (Z_{t2} - l_t \phi_{t2} - Z_{w4})] = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

整理得

$$\begin{aligned} J_t \ddot{\phi}_{t2} + 2C_{s1} l_t^2 \dot{\phi}_{t2} - C_{s1} l_t \dot{Z}_{w3} + C_{s1} l_t \dot{Z}_{w4} \\ + 2K_{s1} l_t^2 \phi_{t2} - K_{s1} l_t Z_{w3} + K_{s1} l_t Z_{w4} = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

(7) 第一轮对沉浮运动

$$M_w \ddot{Z}_{w1} - [C_{s1} (\dot{Z}_{t1} + l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w1}) + K_{s1} (Z_{t1} + l_t \phi_{t1} - Z_{w1})] = -P_{d1} \quad (2.13)$$

整理得

$$M_w \ddot{Z}_{w1} - C_{s1} \dot{Z}_{t1} - C_{s1} l_t \dot{\phi}_{t1} + C_{s1} \dot{Z}_{w1} - K_{s1} Z_{t1} - K_{s1} l_t \phi_{t1} + K_{s1} Z_{w1} = -P_{d1} \quad (2.14)$$

(8) 第二轮对沉浮运动

$$M_w \ddot{Z}_{w2} - [C_{s1} (\dot{Z}_{t1} - l_t \dot{\phi}_{t1} - \dot{Z}_{w2}) + K_{s1} (Z_{t1} - l_t \phi_{t1} - Z_{w2})] = -P_{d2} \quad (2.15)$$

整理得

$$M_w \ddot{Z}_{w2} - C_{s1} \dot{Z}_{t1} + C_{s1} l_t \dot{\phi}_{t1} + C_{s1} \dot{Z}_{w2} - K_{s1} Z_{t1} + K_{s1} l_t \phi_{t1} + K_{s1} Z_{w2} = -P_{d2} \quad (2.16)$$

(9) 第三轮对沉浮运动

$$M_w \ddot{Z}_{w3} - [C_{s1} (\dot{Z}_{t2} + l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w3}) + K_{s1} (Z_{t2} + l_t \phi_{t2} - Z_{w3})] = -P_{d3} \quad (2.17)$$

整理得

$$M_w \ddot{Z}_{w3} - C_{s1} \dot{Z}_{t2} - C_{s1} l_t \dot{\phi}_{t2} + C_{s1} \dot{Z}_{w3} - K_{s1} Z_{t2} - K_{s1} l_t \phi_{t2} + K_{s1} Z_{w3} = -P_{d3} \quad (2.18)$$

(10) 第四轮对沉浮运动

$$M_w \ddot{Z}_{w4} - [C_{s1}(\dot{Z}_{t2} - l_t \dot{\phi}_{t2} - \dot{Z}_{w4}) + K_{s1}(Z_{t2} - l_t \phi_{t2} - Z_{w4})] = -P_{d4} \quad (2.19)$$

整理得

$$M_w \ddot{Z}_{w4} - C_{s1} \dot{Z}_{t2} + C_{s1} l_t \dot{\phi}_{t2} + C_{s1} \dot{Z}_{w4} - K_{s1} Z_{t2} + K_{s1} l_t \phi_{t2} + K_{s1} Z_{w4} = -P_{d4} \quad (2.20)$$

式中,  $P_{di}, i=1\sim 4$ 为轮轨动相互作用力。

### 2.3.2 无砟轨道

钢轨的受力简图如图 2.9 所示。其中,  $P_{di}, i=1\sim 4$ 为轮轨动相互作用力, 随车辆以速度  $v$  向前移动;  $F_{bi}, i=1\sim n_b$ 是扣件支点反力。为了减少端支座对简化模型的影响, 令车辆从钢轨上  $x_0 > 30\text{m}$  点出发; 车辆第 1 车轮和第 4 车轮间距为  $2(l_c + l_t)$ ; 车辆行驶距离为  $l_{rt}$  (大于轨道不平顺最大波长  $\lambda$ ); 第一车轮终点距离右支座  $x'_0 > 30\text{m}$ ; 故轨道计算长度  $l_r = x_0 + 2(l_c + l_t) + l_{rt} + x'_0$ 。本文综合考虑上述因素和 CRTSII 型轨道板的长度, 取  $x_0 = 32\text{m}$ ,  $l_{rt} = 201.5\text{m}$ ,  $x'_0 = 32.5\text{m}$ , 故轨道计算长度  $l_r = 286\text{m}$ 。

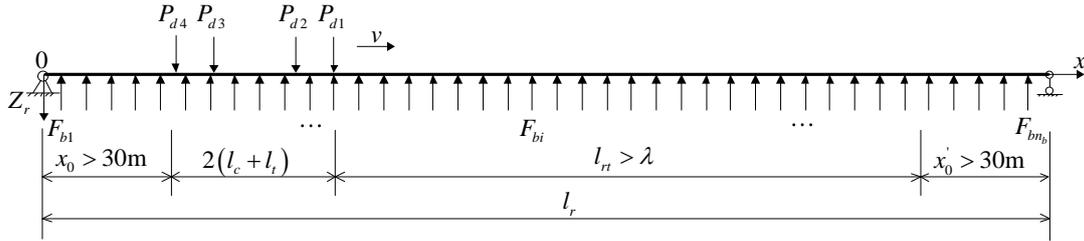


图2.9 钢轨受力分析图

将轨道板被简化为有阻尼的弹性地基上的两端自由 Euler 梁。第  $k$  块轨道板的受力如图 2.10 所示。其中,  $f_{sk}(x, t)$  是  $x$  点处 CA 砂浆支承反力。

设钢轨  $x$  位置处的振动位移变量为  $Z_r(x, t)$ , 则其振动微分方程为

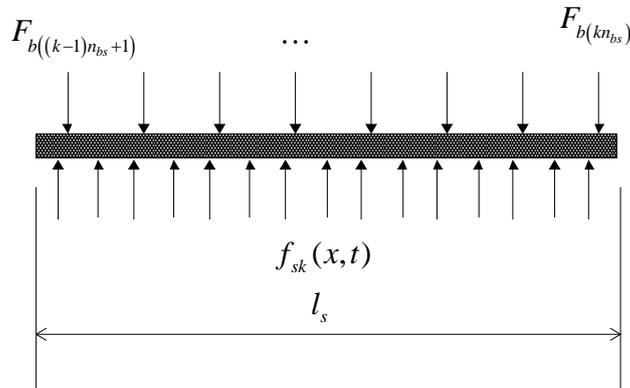


图2.10 第  $k$  块轨道板受力分析图

$$m_r \ddot{Z}_r(x, t) + EI_r \frac{\partial^4 Z_r(x, t)}{\partial x^4} + \sum_{i=1}^{n_b} F_{bi} \delta(x - x_{bi}) = \sum_{j=1}^4 P_{dj} \delta(x - x_{wj}) \quad (2.21)$$

其中

$$F_{bi} = C_{bi} [\dot{Z}_r(x_{bi}, t) - \dot{Z}_s(x_{bi}, t)] + K_{bi} [Z_r(x_{bi}, t) - Z_s(x_{bi}, t)] \quad (2.22)$$

各车轮的运动坐标依次是

$$\begin{cases} x_{w1}(t) = x_0 + 2(l_c + l_t) + vt \\ x_{w2}(t) = x_0 + 2l_c + vt \\ x_{w2}(t) = x_0 + 2l_t + vt \\ x_{w3}(t) = x_0 + vt \end{cases} \quad (2.23)$$

各扣件的坐标是

$$x_{bi} = il_b, i = 1 \sim n_b \quad (2.24)$$

第 $k, i=1 \sim n_s$ 块轨道板垂向振动微分方程为

$$m_s \ddot{Z}_{sk}(x, t) + EI_s \frac{\partial^4 Z_{sk}(x, t)}{\partial x^4} - \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} F_{bi} \delta(x - x_{bi}) + f_{sk}(x, t) = 0 \quad (2.25)$$

其中, 轨道板与支座间的相互线作用力 $f_{sk}(x, t)$ 是

$$f_{sk}(x, t) = c_s \dot{Z}_{sk}(x, t) + k_s Z_{sk}(x, t) \quad (2.26)$$

式(2.21)是四阶偏微分方程, 为了进行数值分析, 本文采用 Ritz 法将其转化为二阶常微分方程组<sup>[30]</sup>。引入钢轨正则振型坐标 $A_r(h, t)$ , 简支梁相应的垂向振型为

$$q_r(h, x) = \sqrt{\frac{2}{m_r l}} \sin \frac{k \pi x}{l} \quad (2.27)$$

则钢轨 $x$ 位置处的垂向振动位移可近似表示为

$$Z_r(x, t) = \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x) A_r(h, t) \quad (2.28)$$

通常来说, 为了较好地模拟系统的响应, 要求 $N_r$ 阶振型对应的固有频率大于两倍的钢轨有效频率。根据解的收敛性来确定合理的 $N_r$ 值,  $N_r = 0.5n_b$ 。

将式(2.28)代入式(2.21)得

$$\begin{aligned}
m_r \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x) \ddot{A}_r(h, t) + EI_r \sum_{h=1}^{N_r} \frac{\partial^4 q_r(h, x)}{\partial x^4} A_r(h, t) \\
+ \sum_{i=1}^{n_b} F_{bi} \delta(x - x_{bi}) = \sum_{j=1}^4 P_{dj} \delta(x - x_{wj})
\end{aligned} \quad (2.29)$$

式(2.25)是四阶偏微分方程,引入钢轨正则振型坐标 $A_{sk}(h, t)$ ,两端自由梁相应的垂向振型为

$$\begin{cases} q_{sk1} = 1 \\ q_{sk2} = \sqrt{3} \left( 1 - \frac{2x}{l_s} \right) \\ q_{skm} = (\operatorname{ch} \beta_m x + \cos \beta_m x) - C_m (\operatorname{sh} \beta_m x + \sin \beta_m x), m > 2 \end{cases} \quad (2.30)$$

式中,  $C_m$ 、 $\beta_m$ 为常数。 $C_m$ 、 $\beta_m l_s$ 的取值如表 2.3 所示。

表2.3 自由梁函数系数

$m$	1	2	3	4	5	$\geq 6$
$C_m$	--	--	0.982502	1.000777	0.999966	1.000000
$\beta_m l_s$	0	0	4.72004	7.85320	10.9956	$(2m-3)\pi/2$

轨道板的垂向位移可近似表示为

$$Z_{sk}(x, t) = \sum_{g=1}^{N_s} q_{sk}(g, x) A_{sk}(g, t) \quad (2.31)$$

将式(2.31)代入式(2.25)得

$$\begin{aligned}
m_s \sum_{h=1}^{N_s} q_{sk}(h, x) \ddot{A}_{sk}(h, t) + EI_s \sum_{h=1}^{N_s} \frac{\partial^4 q_{sk}(h, x)}{\partial x^4} A_{sk}(h, t) \\
- \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} F_{bi} \delta(x - x_{bi}) + f_{sk}(x, t) = 0
\end{aligned} \quad (2.32)$$

式(2.29)两边同乘以 $q_r(h, t)$ ,  $h=1, 2, \dots, N_r$ , 对 $x$ 自0至 $l_r$ 积分, 并利用到模态的正交性

$$\int_0^{l_r} q_r(h, x) q_r(e, x) dx = 0 (h \neq e) \quad (2.33)$$

$$\int_0^{l_r} q_r(e, x) q_r(e, x) dx = \frac{1}{m_r} \quad (2.34)$$

$$\int_0^{l_r} \frac{\partial^4 q_r(e, x)}{\partial x^4} q_r(e, x) dx = \frac{1}{m_r} \left( \frac{e\pi}{l_r} \right)^4 \quad (2.35)$$

和 Dirac  $\delta$  函数的采样性质,

$$\int_0^{l_r} q_r(e, x) \delta(x - x_0) dx = q_r(e, x_0) \quad (2.36)$$

得

$$\begin{aligned} & \ddot{A}_r(e, t) + \sum_{h=1}^{N_r} \dot{A}_r(h, t) \sum_{i=1}^{n_b} C_{bi} q_r(e, x_{bi}) q_r(h, x_{bi}) \\ & - \sum_{g=1}^{N_s} \dot{A}_{sk}(g, t) \sum_{i=1}^{n_b} C_{bi} q_r(e, x_{bi}) q_{sk}(g, x_{bi}) + \frac{EI_r}{m_r} \left( \frac{e\pi}{l_r} \right)^4 A_r(h, t) \\ & + \sum_{h=1}^{N_r} A_r(h, t) \sum_{i=1}^{n_b} K_{bi} q_r(e, x_{bi}) q_r(h, x_{bi}) \\ & - \sum_{g=1}^{N_s} A_s(g, t) \sum_{i=1}^{n_b} K_{bi} [q_r(e, x_{bi}) q_{sk}(g, x_{bi})] = \sum_{j=1}^4 q_r(e, x_{wj}) P_{dj} \\ & (e = 1, 2, \dots, N_r) \end{aligned} \quad (2.37)$$

此即钢轨振型坐标微分方程组。

对式 (2.32) 两边同乘  $q_{sk}(g, t), g=1, 2, \dots, N_s$ , 在轨道板全长范围内对  $x$  积分, 利用模态的正交性

$$\int_0^{l_s} q_{sk}(g, x) q_{sk}(f, x) dx = 0 (g \neq f) \quad (2.38)$$

$$\int_0^{l_s} \frac{\partial^4 q_{sk}(f, x)}{\partial x^4} q_{sk}(f, x) dx = l_s \beta_f^4 \quad (2.39)$$

$$\int_0^{l_s} q_{sk}(f, x) q_{sk}(f, x) dx = l_s \quad (2.40)$$

和 Dirac  $\delta$  函数的采样性质

$$\int_0^{l_s} q_{sk}(f, x_s) \delta(x_s - x_{s0}) dx_s = q_{sk}(f, x_0) \quad (2.41)$$

得

$$\begin{aligned} & \ddot{A}_{sk}(f, t) + \frac{c_s}{m_s} \dot{A}_{sk}(f, t) - \frac{1}{m_s l_s} \sum_{h=1}^{N_r} \dot{A}_r(h, t) \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} C_{bi} q_{sk}(f, x_{bi}) q_r(h, x_{bi}) \\ & + \frac{1}{m_s l_s} \sum_{g=1}^{N_s} \dot{A}_s(g, t) \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} C_{bi} q_{sk}(f, x_{bi}) q_{sk}(g, x_{bi}) + \frac{k_s + EI_s \beta_f^4}{m_s} A_{sk}(f, t) \\ & - \frac{1}{m_s l_s} \sum_{h=1}^{N_r} A_r(h, t) \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} C_{bi} q_{sk}(f, x_{bi}) q_r(h, x_{bi}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{m_s l_s} \sum_{g=1}^{N_s} A_s(g, t) \sum_{i=(k-1)n_{bs}+1}^{(k-1)n_{bs}+n_{bs}} C_{bi} q_{sk}(f, x_{bi}) q_{sk}(g, x_{bi}) = 0 \\
& (k=1, 2, \dots, n_s; f=1, 2, \dots, N_s)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

此即轨道板振型坐标二阶常微分方程组。

### 2.3.3 轮轨互相作用力

应用 Hertz 非线性弹性接触理论，可以确定轮轨之间的垂向作用力

$$P(t) = \left[ \frac{1}{G} \delta Z(t) \right]^{3/2} \tag{2.43}$$

式中， $G$ 为轮轨接触常数 ( $\text{m/N}^{2/3}$ )； $\delta Z(t)$ 为轮轨间的弹性压缩量 ( $\text{m}$ )。

中国高速铁路主要采用磨耗型踏面车轮<sup>[31]</sup>，其轮轨接触常数

$$G = 3.86R^{-0.115} \times 10^{-8} (\text{m/N}^{2/3}) \tag{2.44}$$

式中， $R$ 为车轮半径 ( $\text{m}$ )。

轮轨间的弹性压缩量包括车轮静压量 $\delta Z_0$ 和动压量 $\delta Z_d(t)$ 。其中，静压量由车辆重力引起，动压量由车轮和车轮轨道接触点的相对动位移引起。

$$\delta Z(t) = \delta Z_0 + \delta Z_d(t) \tag{2.45}$$

$$\delta Z_0 = GP_0^{2/3} \tag{2.46}$$

$$\delta Z_{dj}(t) = Z_{wj}(t) - Z_r(x_{wj}, t), j=1 \sim 4 \tag{2.47}$$

式中， $P_0$ 为车轮静压力； $Z_{wj}(t)$ 为第 $j$ 个车轮动位移； $Z_r(x_{wj}, t)$ 为第 $j$ 个车轮轨道接触点动位移。

特别地，当 $\delta Z(t) < 0$ 时，表明轮轨已相互脱离，显然此时轮轨力 $P(t) = 0$ 。

综上所述，当钢轨存在高低不平顺时，轮轨力表达式为

$$P(t) = \begin{cases} \left[ \frac{1}{G} (\delta Z_0 + Z_{wj}(t) - Z_r(x_{wj}, t) - Z_{r0}(x_{wj})) \right]^{3/2} \\ 0 \quad (\text{轮轨脱离时}) \end{cases} \tag{2.48}$$

式中 $Z_{r0}(x_{wj})$ 为车轮处轨道高低不平顺值。

本文以结构的动位移为变量建立坐标系，相应的轮轨间动相互作用力为

$$\begin{aligned}
P_d(t) &= P(t) - P_0 \\
&= \begin{cases} \left[ \frac{1}{G} (\delta Z_0 + Z_{wj}(t) - Z_r(x_{wj}, t) - Z_{r0}(x_{wj})) \right]^{3/2} - P_0 \\ -P_0 \quad (\text{轮轨脱离时}) \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

### 2.3.4 大型非线性方程组求解

如前所述，车辆-轨道耦合动力学方程可表示成统一形式

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [C]\{\dot{Z}\} + [K]\{Z\} = \{P\} \quad (2.50)$$

式中， $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别为车辆轨道耦合系统的质量、阻尼、刚度矩阵； $\{Z\}$ 、 $\{\dot{Z}\}$ 、 $\{\ddot{Z}\}$ 为耦合系统的广义位移、速度、加速度矢量； $\{P\}$ 为车辆-轨道耦合系统的广义载荷矢量，是与 $\{Z\}$ 有关的非线性过程量。这是一个大型非线性动力学微分方程组。

本文采用 Newmark 显式二步数值积分法进行求解<sup>[32]</sup>。其基本原理是：利用前两步的位移、速度、加速度量预测下一步的位移、速度量，再根据系统运动方程求解下一步的加速度量，如此循环递推。其积分格式为

$$\begin{cases} \{Z\}_{n+1} = \{Z\}_n + \{\dot{Z}\}_n \Delta t + (1/2 + \psi)\{\ddot{Z}\}_n \Delta t^2 - \psi\{\ddot{Z}\}_{n-1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} = \{\dot{Z}\}_n + (1 + \varphi)\{\ddot{Z}\}_n \Delta t - \varphi\{\ddot{Z}\}_{n-1} \Delta t \end{cases} \quad (2.51)$$

式中， $\Delta t$ 为时间积分步长；下标 $n, n-1, n+1$ 分别代表当前步 $t = n\Delta t$ 时刻、上一步 $t = (n-1)\Delta t$ 时刻、下一步 $t = (n+1)\Delta t$ 时刻； $\psi, \varphi$ 是控制积分方法特性的独立参数。

将式（4.2）代人系统运动方程式（4.1b）在 $t = (n+1)\Delta t$ 时刻的形式

$$[M]\{\ddot{Z}\}_{n+1} + [C]_{n+1}\{\dot{Z}\}_{n+1} + [K]_{n+1}\{Z\}_{n+1} = \{P\}_{n+1} \quad (2.52)$$

可得

$$\{\ddot{Z}\}_{n+1} = [M]^{-1}\{P\}_{n+1} \quad (2.53)$$

根据初始条件

$$\begin{cases} \{Z(0)\} = \{Z\}_0 \\ \{\dot{Z}(0)\} = \{\dot{Z}\}_0 \end{cases} \quad (2.54)$$

得到

$$\{\ddot{Z}\}_0 = \{\ddot{Z}(0)\} = [M]^{-1}(\{P\}_0 - [K]_0\{Z\}_0 - [C]_0\{\dot{Z}\}_0) \quad (2.55)$$

于是便可按积分递推式（2.51）及式（2.50）逐次计算出对应于各步的位移、速度和加速度离散值。

需要指出的是，起步时只需令 $\psi, \varphi = 0$ ，从而使本方法具有积分“自开始”的特性。

根据数值计算分析，本文应用的稳定积分步长要求 $\Delta t \leq 0.08\text{ms}$ 。

## 2.4 中国高速铁路无砟轨道随机不平顺

列车运营线路的几何状态受众多因素的影响，往往表现出明显的随机性，这些影响因素包括：钢轨初始弯曲，钢轨磨耗、伤损，轨枕间距不均、质量不一，道床的级配和强度不均、松动、脏污、板结，路基下沉不均匀、刚度变化等，它们的综合作用构成了轨道不平顺的随机特征。受轨道随机不平顺激励，车辆—轨道耦合系统会产生随机振动，一方面影响了旅客乘坐舒适性和货物运送平稳性，另一方面影响到机车车辆结构部件的疲劳伤损与运用可靠性，同时还影响到轨道结构部件疲劳破坏、线路变形累积，反过来又加剧了轨道几何状态的恶化。

在实际线路上存在的各种轨道不平顺是由不同波长、不同相位和不同幅值的随机不平顺波叠加而成的，是与线路里程有关的复杂随机过程。一般而言，功率谱密度函数（power spectral density, PSD）是表述作为平稳随机过程的轨道不平顺的最重要和最常用的统计函数。工程中常采用功率谱来描述谱密度对频率的函数变化。轨道不平顺的功率谱图是以谱密度为纵坐标、以频率或波长为横坐标的连续变化曲线，它可以清楚地表示不平顺的大小随频率的变化关系，而轨道随机不平顺的统计特征只能依靠线路实地测量获得。

### 2.4.1 中国高速铁路无砟轨道随机不平顺谱

为了满足中国高速铁路研究与维护需求，中国铁道科学研究院（原铁道科学研究院）在对京津、武广、郑西、沪杭、沪宁和京沪等高速铁路无砟轨检测数据统计分析的基础上，与西南交通大学联合提出了中国第一个高速铁路无砟轨道不平顺谱。2014年10月30日，国家铁路局发布了相应的行业规范——《TB/T 3352-2014 高速铁路无砟轨道不平顺谱》。该轨道谱适用于中国目前正在运营的300~350km/h高速铁路无砟轨道。高速铁路无砟轨道不平顺谱采用幂函数分段拟合，各波长区段的轨道谱均采用同一表达式<sup>[33]</sup>

$$S(f) = \frac{A}{f^n} \quad (2.56)$$

式中， $S(f)$ 的单位为 $\text{mm}^2/(\text{l/m})$ ； $f$ 是空间频率 $\text{l/m}$ ； $A$ 和 $n$ 是拟合系数。该式适用的空间波长范围是2m-200m。表2.4给出了我国典型高速铁路无砟轨道不平顺的平均谱拟合系数，其中包括四段不同的拟合系数，各分段点的空间频率及对应波长如表2.5所示，它们适用于速度300~350km/h的无砟线路。

表2.4 中国高速铁路无砟轨道不平顺的平均谱拟合系数

类型	第一段		第二段		第三段		第四段	
	A	n	A	n	A	n	A	n
高低	$1.0544 \times 10^{-5}$	3.3891	$3.5588 \times 10^{-3}$	1.9271	$1.9874 \times 10^{-2}$	1.3643	$3.9488 \times 10^{-4}$	3.4516

表2.5 中国高速铁路无砟轨道各分段点的空间频率及对应波长

类型	第一、二段之分段点		第二、三段之分段点		第三、四段之分段点	
	空间频率/ (1/m)	空间波长 (m)	空间频率/ (1/m)	空间波长 (m)	空间频率/ (1/m)	空间波长 (m)
高低	0.0187	53.5	0.0474	21.1	0.1533	6.5

中国高速铁路无砟轨道高低不平顺功率谱如图 2.11 所示。

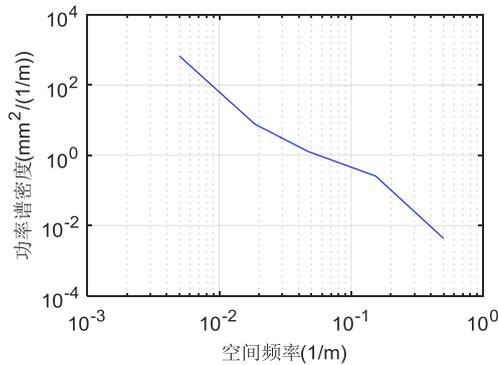


图2.11 中国高速铁路无砟轨道高低不平顺功率谱

研究表明，由大量不平顺数据估计得到的轨道谱近似服从自由度为 2 的 $\chi^2$ 分布，表 2.4 和表 2.5 对应的是平均谱，针对不同线路状态条件，也可根据高速铁路无砟轨道不平顺平均谱估计其百分位数谱，其转换系数K如表 2.6 所示。

表2.6 中国高速铁路无砟轨道不平顺平均谱与百分位数谱的转换系数

转换系数	百分位数/%										
	10	20	25	30	50	60	63.2	70	75	80	90
K	0.105	0.223	0.288	0.357	0.693	0.916	1.000	1.204	1.386	1.609	2.303

### 2.4.2 轨道随机不平顺时域样本的数值模拟方法

如前文所述，轨道随机不平顺通常用功率谱密度函数来表示。然而，在第二章所建立的车辆-轨道耦合动力学非线性模型中，系统激励采用时域输入方式，以便于数值求解。因此需要将轨道随机不平顺功率谱密度函数转换为随线路里程变化的轨道不平顺空间样本（相应地可得到时域样本）。采用适当的时频转换方法对真实再现实际线路的空间不平顺状态至关重要。

本文采用翟婉明提出的基于频域功率谱等效的新算法。该算法的基本思想

是根据轨道随机不平顺功率谱求出频谱的幅值和随机相位，然后通过傅立叶逆变换(IFFT)得到轨道不平顺的时域模拟样本。

功率谱密度值 $S_{xx}(k)$ 在离散的采样点上与信号的频谱有一个确定的关系，即

$$\begin{aligned} S_{xx}(k) &= \left\{ \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} x_s \exp \left[ i \left( k \frac{2\pi}{N} \right) s \right] \right\} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \exp \left[ -i \left( k \frac{2\pi}{N} \right) j \right] \right\} \\ &= \frac{1}{N^2} \left| DFT[x_s] \right|^2 \\ &= \frac{1}{N^2} \left[ X^*(k) X(k) \right] \end{aligned} \quad (2.57)$$

式中， $X(k)$ 为时间序列 $\{x_s\}$ 的频谱， $k, s = 0, 1, \dots, N-1$ 。

铁路轨道不平顺功率谱密度函数均为单边谱，所以首先要将其转化为双边谱 $S_x(f)$ 。设轨道不平顺的最短波长为 $\lambda_{\min}$ ，最长波长为 $\lambda_{\max}$ ，车辆运行的最大速度为 $v_{\max}$ ，则最高时间频率为 $f_{\max} = v_{\max}/\lambda_{\min}$ ，最低时间频率为 $f_{\min} = v_{\min}/\lambda_{\max}$ 。由于车辆的自振主频一般在 1 Hz 左右，所以应确保 $f_{\min} < 1\text{Hz}$ 。则由采样定理，采样周期 $\Delta T \leq 1/(2f_{\max})$ 。设模拟的总时间为 $T_s$ ，则时域采样点数为 $T_s/\Delta T$ ，一般需在末尾添 0 以保证采样点数为 2 的整数次幂，即 $N_r$ 。由周期图方法估计出的功率谱具有周期性，且为偶对称序列，因此最后形成以 $N_r/2$ 为对称中心的偶对称序列 $S_x(f = k\Delta f), k = 0, 1, \dots, N_r - 1, \Delta f = 1/(\Delta f \Delta T)$ ，如图 2.12 所示。

由式 (2.57) 可知，时域序列的频谱模值为

$$\begin{aligned} |X(k)| &= |DFT[x_s]| \\ &= \sqrt{N_r^2 \times S_k(k)} \\ &= N_r \sqrt{S_k(k)} \\ &= N_r \sqrt{S_x(k\Delta f) \Delta f} \\ &(k = 0, 1, \dots, N_r - 1) \end{aligned} \quad (2.58)$$

由于时间序列 $X(k)$ 为一随机过程，其频谱相位一定具有随机性。设 $\xi_n$ 为独立相位序列，它的各分量均值零，由于实序列的快速傅里叶变换为复序列(实部偶对称，虚部奇对称)，所以 $\xi_n$ 应为复数，且有 $|\xi_n| = 1$ ，故设

$$\xi_n = \cos \phi_n + i \sin \phi_n = \exp(i\phi_n) \quad (2.59)$$

式中， $\phi_n$ 服从 $0 \sim 2\pi$ 的均匀分布。

又因为 $X(k)$ 的实部关于 $N_r/2$ 偶对称，虚部关于 $N_r/2$ 奇对称，所以只需求出

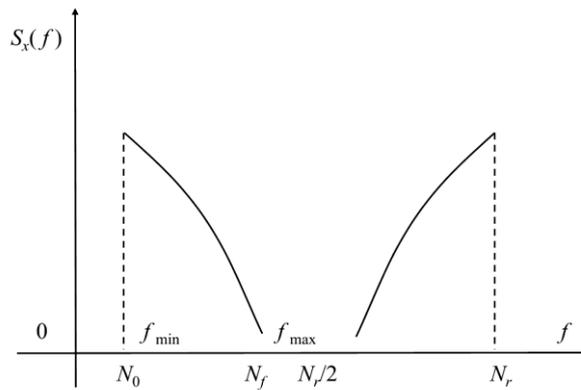


图2.12 周期功率谱密度采样图

$0 \sim N_r/2$ 的频谱，由式 (2.67) 和式 (2.68) 可得

$$X(k) = \xi_n |X(k)| = N_r \xi_n \sqrt{S_n(k\Delta f) \Delta f} \quad (2.60)$$

显然，由对称条件容易得到 $X(k)$ ，其中 $k = 0, 1, \dots, N_r - 1$ 。将得到的复序列 $X(k)$ 进行傅里叶逆变换，即可得出轨道不平顺时域模拟样本。

### 2.4.3 算例

作为上述数值模拟方法（基于频域功率谱等效算法）的具体应用，也为了进一步认识我国高速铁路无砟轨道几何不平顺的状态，对中国高速铁路无砟轨道高低不平顺谱式 (2.61) 进行了数值变换计算，得到了如图 2.13 所示的随里程变化的不平顺模拟样本，其中，波长范围为  $2 \sim 200\text{m}$ ，轨道高低不平顺幅值在  $-5 \sim 5\text{mm}$  范围内变化。为了检验其模拟效果，将获取的不平顺时域序列进行傅里叶变换，求得相应的功率谱，结果显示，与原始功率谱吻合精度很高，如图 2.14 所示。

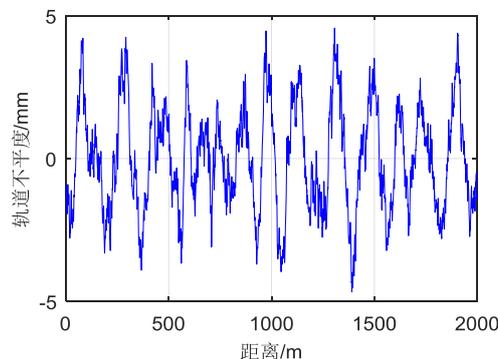


图2.13 中国高速铁路无砟轨道随机高低不平顺空间样本的数值模拟结果

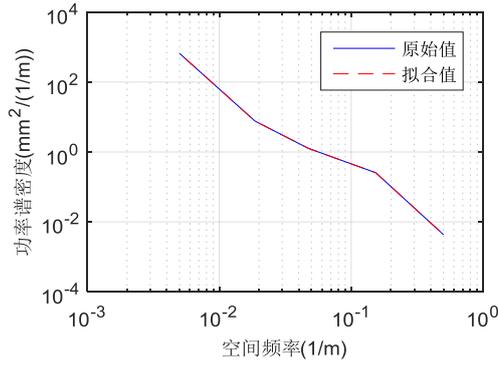


图2.14 随机不平顺时域序列的功率谱与原始功率谱的对比

## 2.5 车辆-长距离轨道系统数学模型

### 2.5.1 物理及数学模型

上节中将无限长轨道简化为计算长度轨道，让车辆行驶 $l_r=200\text{m}$ 的有效距离，然而在铁路实际运行中，轨道长达数百数千公里，为了更好地模拟实际列车的运行情况，本文构建了车辆—长距离轨道模型。

如图 2.15 所示，将轨道以长度 $l_r$ 进行分段，利用 2.3 节的车辆——计算长度轨道模型对每一段进行动力数值模拟，将分段的模型响应进行拼接。分析第 $n$ 和 $n+1$ 段物理模型，第 $n+1$ 段模型的系统（车辆、钢轨、轨道板）初始位移和速度（ $t_{n+1}=0$ ），是第 $n$ 段模型车辆运行至终点时的系统（车辆、钢轨、轨道板）振动位移和速度（ $t_n=T$ ）。

车辆部分质量块的位移和速度方程组分别如下：

$$\begin{aligned} & [Z_c, \varphi_c, Z_{t1}, \varphi_{t1}, Z_{t2}, \varphi_{t2}, Z_{w1}, Z_{w2}, Z_{w3}, Z_{w4}]_{t_{n+1}=0} \\ & = [Z_c, \varphi_c, Z_{t1}, \varphi_{t1}, Z_{t2}, \varphi_{t2}, Z_{w1}, Z_{w2}, Z_{w3}, Z_{w4}]_{t_n=T} \end{aligned} \quad (2.61)$$

速度

$$\begin{aligned} & [\dot{Z}_c, \dot{\varphi}_c, \dot{Z}_{t1}, \dot{\varphi}_{t1}, \dot{Z}_{t2}, \dot{\varphi}_{t2}, \dot{Z}_{w1}, \dot{Z}_{w2}, \dot{Z}_{w3}, \dot{Z}_{w4}]_{t_{n+1}=0} \\ & = [\dot{Z}_c, \dot{\varphi}_c, \dot{Z}_{t1}, \dot{\varphi}_{t1}, \dot{Z}_{t2}, \dot{\varphi}_{t2}, \dot{Z}_{w1}, \dot{Z}_{w2}, \dot{Z}_{w3}, \dot{Z}_{w4}]_{t_n=T} \end{aligned} \quad (2.62)$$

钢轨上各点的位移和速度方程组分别如下：

$$Z_r(x_{n+1}, t_{n+1}=0) = \begin{cases} Z_r(x_n = x_{n+1} + l_r, t_n = T), & x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_r) \\ 0, & x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_r) \end{cases} \quad (2.63)$$

$$\dot{Z}_r(x_{n+1}, t_{n+1} = 0) = \begin{cases} \dot{Z}_r(x_n = x_{n+1} + l_n, t_n = T), x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_t) \\ 0, x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_t) \end{cases} \quad (2.64)$$

式中 $Z_{ri}(x_i, t_i)$ ,  $\dot{Z}_{ri}(x_i, t_i)$ ,  $i=1, 2, \dots$ 为第 $i$ 段模型中轨道的振动位移、速度。

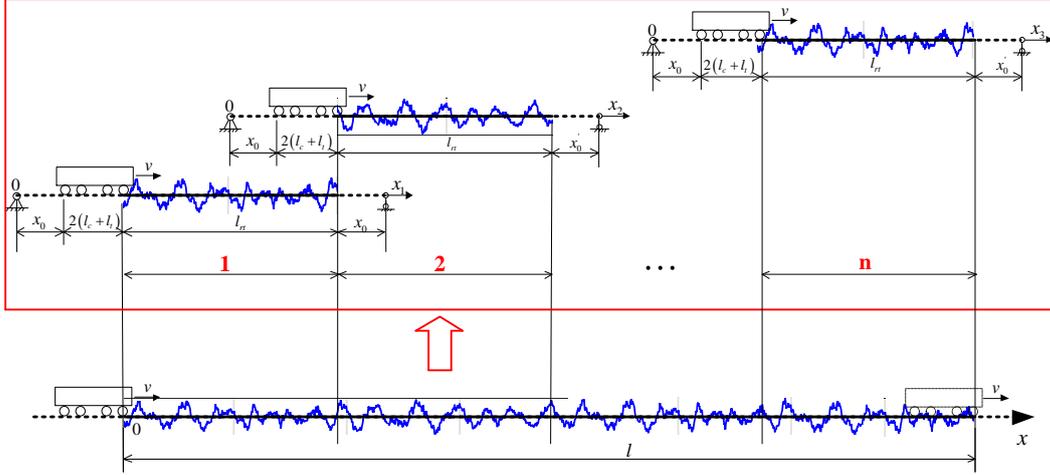


图2.15 车辆-长距离轨道模型

然而，耦合系统中钢轨的广义位移 $\{Z\}$ 、速度 $\{\dot{Z}\}$ 中对应的是振型坐标，而非钢轨的位移和加速度。因此，需要求解第 $n+1$ 段模型钢轨的初始振型坐标及其速度。在第2段模型中钢轨上均匀选取 $N_r$ 个点 $x_{2,i}, i=1, 2, \dots, N_r$ ，有如下方程组

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x_{n+1,i}) A_r(h, t_{n+1} = 0) \\ = & \begin{cases} \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x_{n,i} = x_{n+1,i} + l_n) A_r(h, t_n = T), x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_t) \\ 0, x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x_{n+1,i}) \dot{A}_r(h, t_{n+1} = 0) \\ = & \begin{cases} \sum_{h=1}^{N_r} q_r(h, x_{n,i} = x_{n+1,i} + l_n) \dot{A}_r(h, t_n = T), x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_t) \\ 0, x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.66)$$

求解上述方程式即可求得第 $n+1$ 模型钢轨部分的初始广义位移和速度。

同钢轨，第 $n+1$ 模型第 $k$ 块轨道板的广义初始位移、速度方程组如下：

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{N_s} q_{sk}(h, x_{n+1,i} - kl_s) A_{sk}(h, t_{n+1} = 0) \\ = & \begin{cases} \sum_{h=1}^{N_s} q_{sk}(h, x_{n,i} = x_{n+1,i} - kl_s + 200) A_{sk}(h, t_n = T), x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_t) \\ 0, x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{N_s} q_{sk}(h, x_{n+1,i} - kl_s) \dot{A}_{sk}(h, t_{n+1} = 0) \\ = & \begin{cases} \sum_{h=1}^{N_s} q_{sk}(h, x_{n,i} = x_{n+1,i} - kl_s + 200) \dot{A}_{sk}(h, t_n = T), x_{n+1} \leq x_0 + 2(l_c + l_t) \\ 0, x_{n+1} > x_0 + 2(l_c + l_t) \end{cases} \quad (2.68) \end{aligned}$$

### 2.5.2 算例

长距离轨道模型的实现的关键在于如何求解每一段（第一段除外）模型的初始广义位移和初始广义速度。因此，本文以车辆行驶  $l = 2l_{rt}$  为例，展示长距离轨道模型响应求解的过程，如图 2.16 所示。其中，4 个车轮处轨道不平顺序列如图 2.17 所示。

计算第 1 段模型中（车辆在  $x = 0 \sim l_{rt}$  轨道范围行驶）系统的广义加速度、速度和位移时间序列。第 1 段模型中车厢、前转向架、 $x = 191\text{m}$  处钢轨、 $x = 191\text{m}$  处轨道板加速度、速度和位移时程分别如图 2.18-图 2.20 所示。

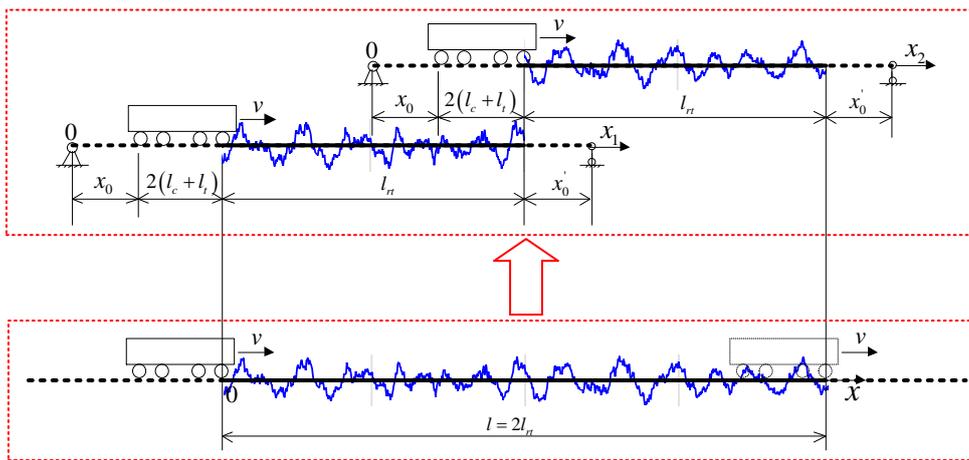


图2.16 车辆行驶  $2l_{rt}$  长轨道时的物理模型

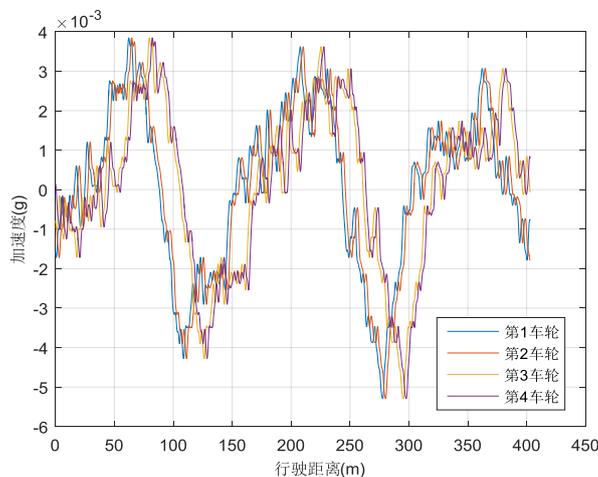


图2.17 4 个车轮处轨道不平顺序列

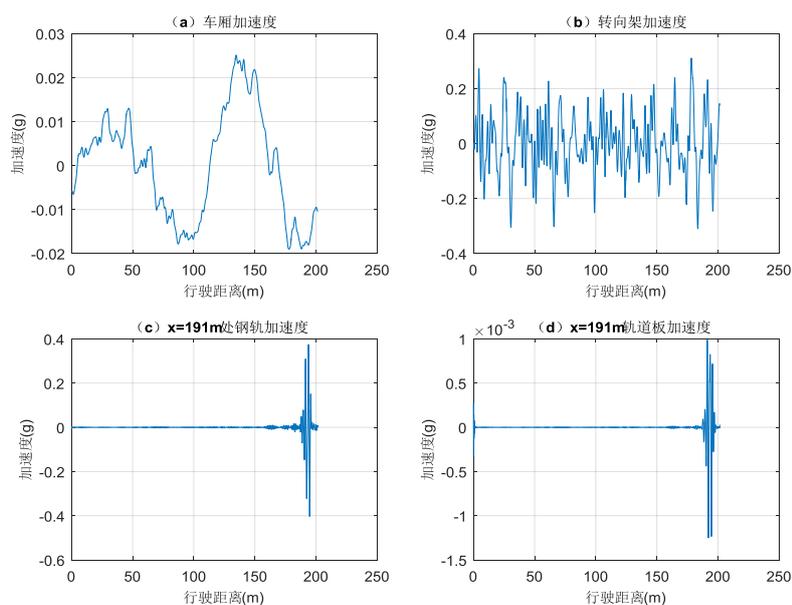


图2.18 第1段模型中系统加速度响应

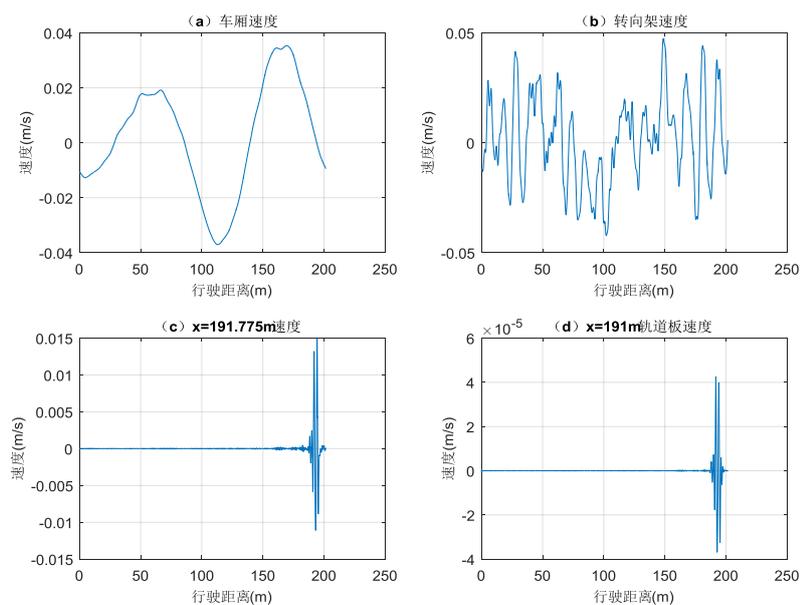


图2.19 第1段模型中系统速度响应

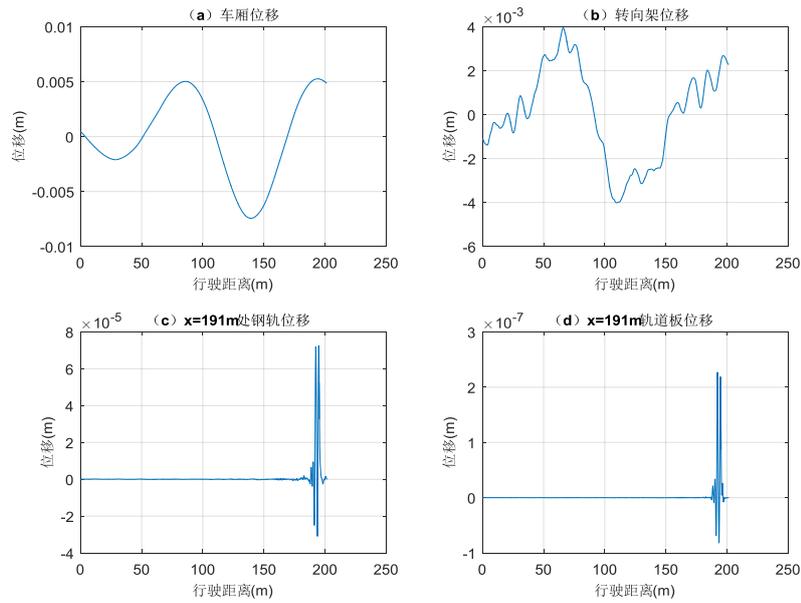


图2.20 第1段模型中系统位移响应

根据第1段模型在车辆行驶至终点时的系统广义位移和速度计算第2段模型的初始广义位移和初始广义速度。并根据获取的初始广义位移和初始广义速度，计算车辆行驶 $x = l_{r1} \sim 2l_{r1}$ 时的系统响应。第2段模型中车厢、前转向架、 $x = 191\text{m}$ 处钢轨、 $x = 191\text{m}$ 处轨道板加速度、速度和位移时程分别如图 2.21-图 2.23 所示。

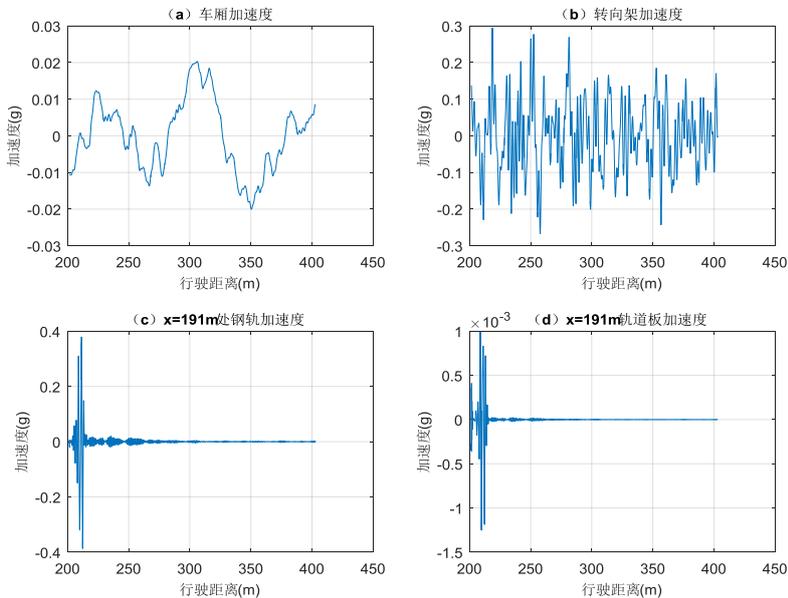


图2.21 第2段模型中系统加速度响应

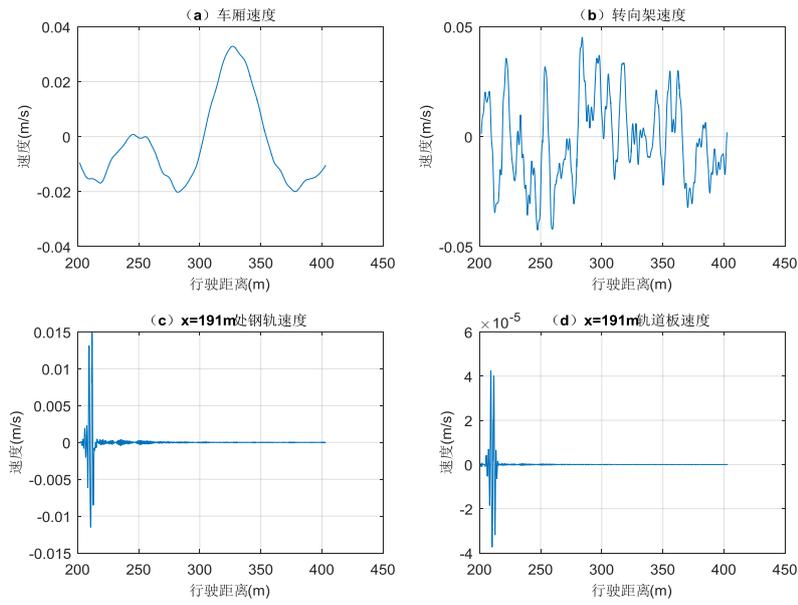


图2.22 第2段模型中系统速度响应

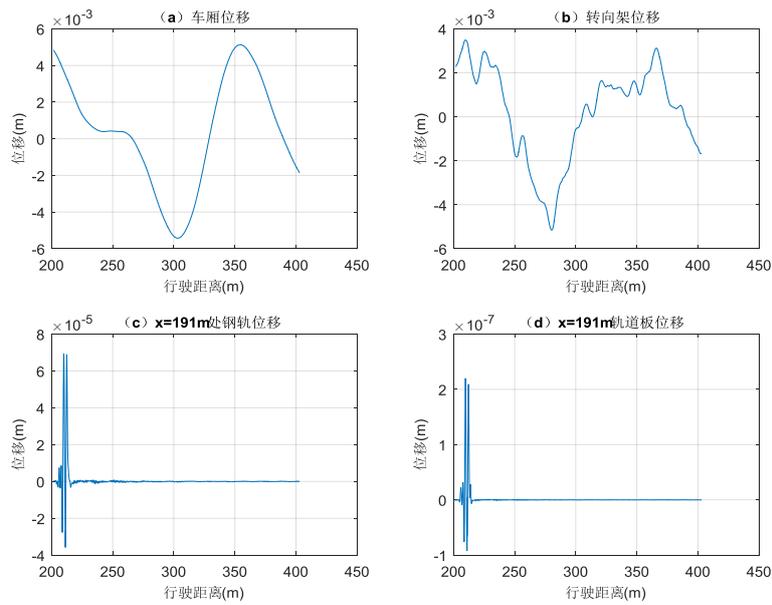


图2.23 第2段模型中系统位移响应

拼接即可获得，车辆行驶 $2l_{r1}$ 时的响应序列。拼接后车厢、前转向架、 $x = 191\text{m}$ 处钢轨、 $x = 191\text{m}$ 处轨道板加速度、速度和位移时程分别如图 2.24-图 2.26 所示。

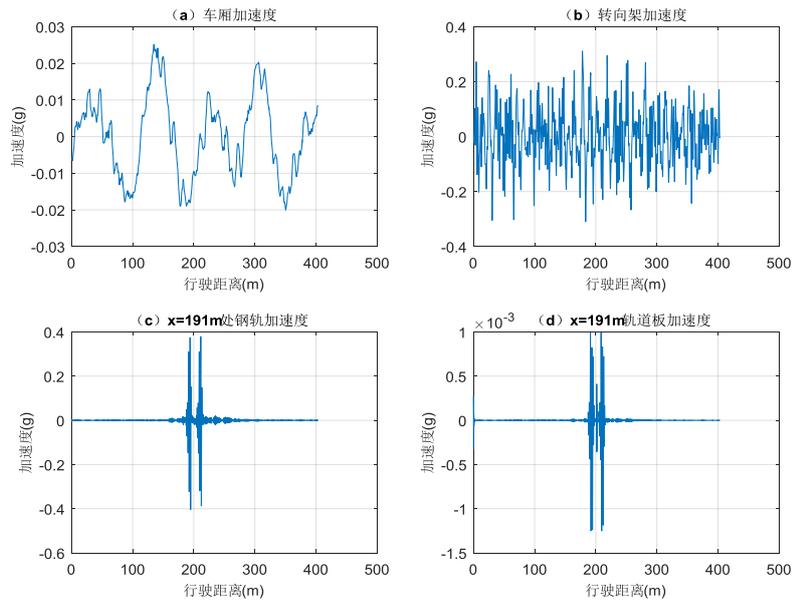


图2.24 拼接后系统加速度响应

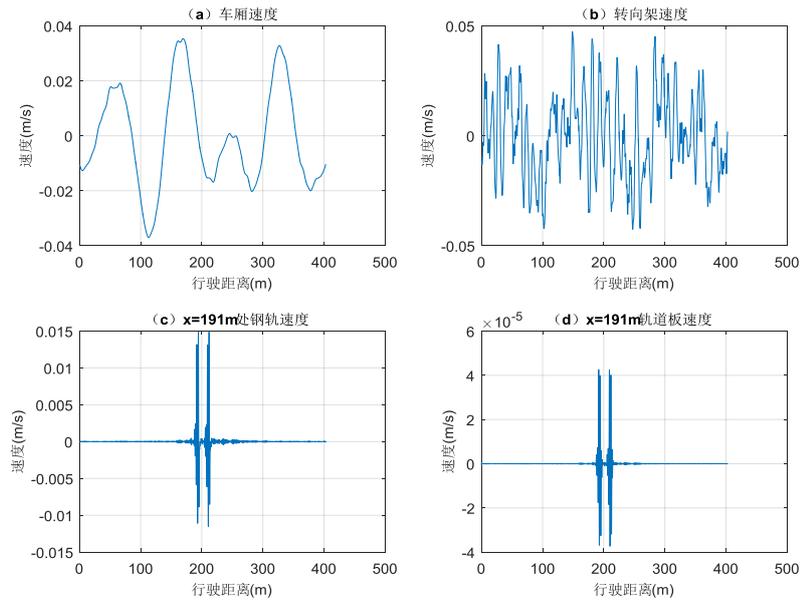


图2.25 拼接后系统速度响应

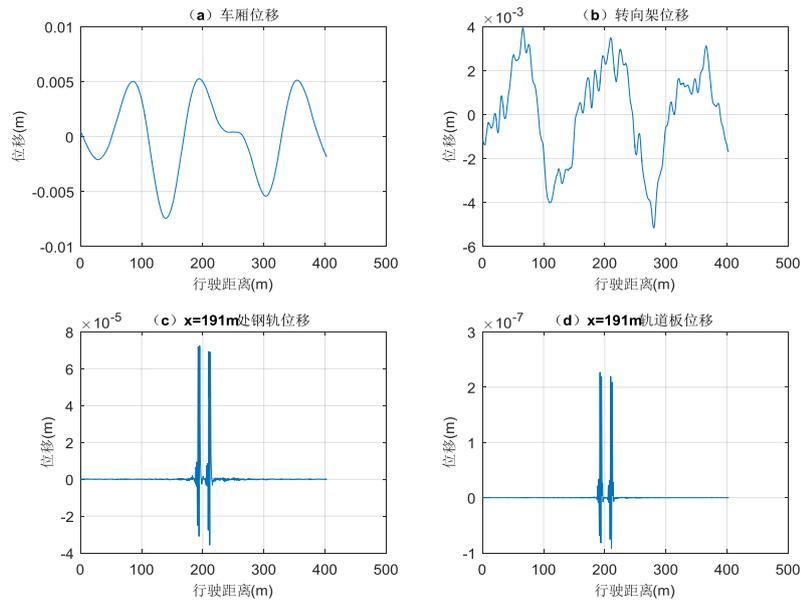


图2.26 拼接后系统位移响应

通过相邻模型的拼接，可得到长距离行驶时车厢、转向架、钢轨和轨道板的加速度、速度及位移响应。

## 2.6 本章小结

本章介绍了高速无砟轨道铁路的垂向集总参数模型，并以轨道不平顺作为随机荷载输入，求解相应的大型非线性方程组，获取车辆—轨道垂向耦合系统的响应，主要内容及结论如下：

(1) 按车辆、轨道、轮轨力 3 部分介绍了中国高速铁路的车辆—轨道垂向耦合系统物理模型，并生成了系统的集总参数模型。

(2) 按车辆、轨道、轮轨力 3 部分分析了其受力情况，并建立了车辆—计算长度轨道模型的振动方程组。采用 Newmark 显式二步数值积分法求解该大型非线性方程组。

(3) 介绍了中国高速铁路无砟轨道不平顺谱，并介绍了轨道随机不平顺时域样本的数值模拟方法。所得时域序列的功率谱与原轨道不平顺功率谱吻合得非常好。

(4) 在轨道计算基本长度模型的基础上，将模型扩展到长距离轨道模型，实现了车辆长距离行驶时系统的响应求解。

## 第三章 基于经典极值理论的轨道不平顺异常识别

### 3.1 引言

一般来说, 在纯滚动情况下, 钢轨磨损虽然看似很轻微, 但是由于轮轨接触面积小, 但却要承受着几十吨交变载荷。而且轮轨接触时, 转动和滑动又会产生摩擦力会使得损伤加剧。钢轨的破坏失效形态包括剥落、剥离、压溃、波浪形磨损、钢轨侧磨、疲劳裂纹等<sup>[3,4]</sup>。这些会加剧钢轨的随机不平顺, 从而影响车辆系统的振动, 增大轮轨接触力。增大的轮轨接触力会继续加剧钢轨的损伤。因此, 识别钢轨的损伤, 从而进行相应的处理措施非常重要。本章建立基于经典极值理论的钢轨损伤识别方法。

### 3.2 区间极值模型

极值 (Extreme Value) 专指某一集合内数据的差异性。在实际情况中, 由于总体分布往往是未知的, 很难直接推导出极大值与极小值的精确分布。为避免传统估计方法所导致的较大误差, 经典极值理论 (Extreme Value Theory, EVT) 研究样本极值的渐近分布, 即当样本数趋于无穷时样本极值的分布。

#### 3.2.1 极值

极值在概率意义上即表示随机变量的极端变异性, 从统计意义上讲则表示数据集合中的最大值或最小值。因此, 尽管有的数据集合中的极值与其他数据并不存在较大的差距, 这个数据集合仍然是存在相对极值的。本文所研究的极值就指的是这种集合内的数据的相对差异性。

设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自同一分布总体  $F(X)$  的一个样本, 其顺序统计量为  $X_{(1)} \geq X_{(2)} \geq \dots \geq X_{(n)}$ , 若  $M_n = \max \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ,  $m_n = \min \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , 则称  $M_n$  为极大次序统计量, 称  $m_n$  为极小次序统计量, 统称为极值统计量。

由于极值构成的样本数据来自同一总体分布, 且相互独立 (记为 iid), 极值统计量的分布函数可以由来自同一分布的总体分布  $F(X)$  表示。

令  $H^+(x)$  表示极大值的分布函数,  $H^-(x)$  表示极小值的分布函数, 则:

$$\begin{aligned}
 H^+(x) &= P(M_n \leq x) \\
 &= P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \\
 &= P(X_1 \leq x)P(X_2 \leq x) \cdots P(X_n \leq x) \\
 &= F^n(x)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
 H^+(x) &= P(m_n \leq x) \\
 &= 1 - P(m_n > x) \\
 &= 1 - P(X_1 > x, X_2 > x, \dots, X_n > x) \\
 &= 1 - P(X_1 > x)P(X_2 > x) \cdots P(X_n > x) \\
 &= 1 - (1 - P(X_1 \leq x))(1 - P(X_2 \leq x)) \cdots (1 - P(X_n \leq x)) \\
 &= 1 - (1 - F(x))^n
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

因此，如果总体分布 $F(X)$ 已知，则可由总体分布得到极值的分布。但是，在实际情况中，总体分布往往是未知的。对此，一种解决方法是用统计方法估计观测数据的总体分布 $F(X)$ ，然后根据上式计算极值分布。但是，由于式中的 $n$ 幂次效应，对总体分布估计微小的偏差很可能导致极值分布的巨大差异。

为了解决上述存在的问题，我们接受 $F(X)$ 的未知性，转而直接研究极值序列的分布性质，即研究 $n \rightarrow \infty$ 时 $F^n(x)$ 和 $1 - (1 - F(x))^n$ 的性质。然而，设 $x^+$ 为分布的上端点，当 $n \rightarrow \infty$ 时， $F^n(x) \rightarrow 0$ ，样本极大值分布存在退化分布的问题。同理，极小值分布也存在退化问题 $1 - (1 - F(x))^n \rightarrow 1$ 。

为了避免这一现象，可以通过线性规范化实现：

$$M_n^*(x) = \frac{M_n - b_n}{a_n} \tag{3.3}$$

其中， $a_n$ 和 $b_n$ 为常数，且 $a_n > 0$ 。

### 3.2.2 Fisher & Tippet 极值类型定理

Fisher & Tippet (1928) <sup>[34]</sup>极值类型定理 (Extremal Types Theorem)：假设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是独立同分布(iid)随机变量， $n$ 为样本空间，未知总体分布为 $F(X)$ ， $M_n$ 为区间极大值，若存在常数项 $a_n > 0, b_n \in \mathbb{R}$ 和非退化的分布函数 $H^+(x)$ ，满足：

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) \xrightarrow{d} H^+(x) \tag{3.4}$$

则称 $H^+(x)$ 为一个极大值分布。其中，“ $\xrightarrow{d}$ ”表示“弱收敛于某分布”；常数 $a_n > 0$ 为尺度参数，常数 $b_n$ 为位置参数。且 $H^+(x)$ 必属于以下三种类型极值分

布 (Extreme Value Distribution) 中的一种<sup>[35]</sup>:

极值 I 型: Gumbel 分布

$$H_1^+(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-b}{a}\right)\right], \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.5)$$

极值 II 型: Fréchet 分布

$$H_2^+(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ \exp\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^{-\alpha}\right], & x > b \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (3.6)$$

极值 III 型: Weibull 分布

$$H_3^+(x) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^\alpha\right]\right\}, & x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (3.7)$$

Fisher & Tippet 极值类型定理表明, 独立同分布的随机变量的极大值经线性变换后依概率收敛于某一非退化分布。所以, 不论总体分布  $F(X)$  是何种分布形式, 其极值分布必定属于上述三个极值分布类型之一。

Fisher & Tippet 极值类型定理提供了类似于中心极限定理的极值收敛定理, 证明过程可见 Leadbetter、Lindgren & Rootzen (1983)<sup>[36]</sup>等相关文献。Fisher & Tippet 极值类型定理奠定了极值理论的核心内容, 成为了极值理论渐近分布原理的基础。后来的一些学者, 如 Gnedenko(1943)<sup>[37]</sup>以及 Holes & DeVries(1991)<sup>[38]</sup>也证明了极值类型定理。

根据 Gumbel、Fréchet 与 Weibull 分布式, 可求得这三种类型极值分布的密度函数:

极值 I 型: Gumbel 分布密度函数:

$$h_1^+(x) = \frac{1}{a} \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-b}{a}\right)\right] \exp\left(-\frac{x-b}{a}\right), \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.8)$$

极值 II 型: Fréchet 分布密度函数:

$$h_2^+(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ \frac{\alpha}{a} \exp\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^{-\alpha}\right] \left(\frac{x-b}{a}\right)^{-\alpha-1}, & x > b \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (3.9)$$

极值 III 型: Weibull 分布密度函数:

$$h_3^+(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{a} \exp\left\{-\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^\alpha\right]\right\} \left(\frac{x-b}{a}\right)^{\alpha-1}, & x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (3.10)$$

### 3.2.3 广义极值分布

#### 1. 广义极大值分布 (Generalized extreme value distribution, GEV)

为避免模型预设错误, VonMises(1936)<sup>[39]</sup>和 Jenkinson(1955)<sup>[40]</sup>将 Gumbel、Fréchet 与 Weibull 三类极值分布经过适当变换, 归纳为统一的分布族:

$$H^+(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right], & \xi = 0, \quad -\infty < x < +\infty \\ \exp\left[-\left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right], & \xi \neq 0, \quad 1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

满足上式的 $H^+(x)$ 即称之为广义极大值分布, 其中 $\mu$ 为位置参数,  $\sigma > 0$ 为尺度参数,  $\xi$ 为形状参数。其中,  $\xi = 0$ 的情况可以理解为 $\xi \rightarrow 0$ 的情况。 $\xi$ 值越大则尾分布越厚, 收敛速度越慢,  $\xi$ 值大小决定 GEV 分布的具体类型:

极值 I 型: 当 $\xi = 0$ 时,  $H^+(x)$ 为 Gumbel 分布;

极值 II 型: 当 $\xi > 0$ 时,  $H^+(x)$ 为 Fréchet 分布;

极值 III 型: 当 $\xi < 0$ 时,  $H^+(x)$ 为 Weibull 分布。

根据 (3.11) 式可推得 GEV 分布的密度函数为:

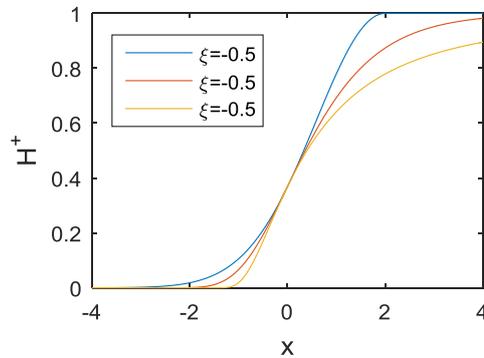


图3.1 广义极值分布函数图

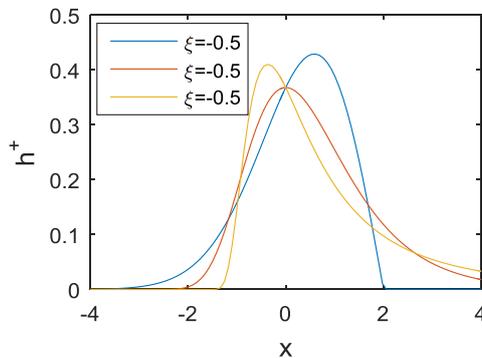


图3.2 广义极值分布密度函数图

$$h^+(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right), & \xi = 0, \quad -\infty < x < +\infty \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\left(1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right] \left(1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi-1}, & \xi \neq 0, \quad 1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

由上可知，根据参数 $\{\xi, \mu, \sigma\}$ 即可确定广义极值分布。

当 $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ 时，三种类型的广义极大值分布函数及其密度函数举例分别如图 3.1 和图 3.2 所示。

## 2. 广义极小值分布

设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自同一分布 $F(X)$ 总体的一个样本，极小次序统计量为 $m_n = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ，令 $Y = -X$ ,  $M_n = \min\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ ，则易知

$$m_n = -M_n \quad (3.13)$$

则

$$\begin{aligned} P(m_n \leq x) &= P(-M_n \leq x) \\ &= P(M_n > -x) \\ &= 1 - P(M_n \leq -x) \\ &= 1 - H^+(-x) \end{aligned} \quad (3.14)$$

故，广义极小值分布及概率密度函数分别为

$$H^-(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right], & \xi = 0, \quad -\infty < x < +\infty \\ 1 - \exp\left[-\left(1-\xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right], & \xi \neq 0, \quad 1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

$$h^-(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right), & \xi = 0, \quad -\infty < x < +\infty \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\left(1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right] \left(1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi-1}, & \xi \neq 0, \quad 1+\xi \frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

其中 $\mu$ 为位置参数， $\sigma > 0$ 为尺度参数， $\xi$ 为形状参数。根据参数 $\{\xi, \mu, \sigma\}$ 即可确定广义极小值分布。

根据式 (3.13) 和式 (3.14)，广义极小值分布可由广义极大值分布变换得到，因此，本文接下来主要围绕广义极大值分布进行研究。

### 3.2.4 区间极大值模型

区间极大值模型 (Block Maxima method) 是 EVT 最传统的模型, 其采取区间极值法, 即将一系列独立随机观测序列  $X_1, X_2, \dots, X_n$  按照时间、长度或其它一定标准分隔为若干互不重叠的小区间  $[X_1, X_{1+k}], [X_2, X_{2+k}], \dots, [X_{n-k}, X_n]$ , 然后选取每个区间一个极大值, 以这些极大值构成的极值样本数据序列进行 GEV 分布拟合, 在总体分布  $F(X)$  未知的情况下, 对参数  $\{\xi, \mu, \sigma\}$  进行假设推断, 进而间接得到近似极值分布  $H^+(x)$ 。

#### 1. 区间极值模型参数估计

R.A.Fisher (1992) 提出的极大似然估计法 (Maximum Likelihood Estimation, MLE), 具有无偏性、有效性和一致性等良好的大样本性质, 且估计推断也易于应用在复杂模型中, 故成为 BMM 模型中 GEV 分布参数估计最常应用的方法。

设  $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$  为来自总体分布  $F(X)$  的某一随机变量序列, 其按等间距长度  $n$  被划分为  $m = T/n$  个区间:

$$[X_1, \dots, X_n | X_{n+1}, \dots, X_{2n} | \dots | X_{(m-1)n+1}, \dots, X_{mn}] \quad (3.17)$$

令  $M_{nj}$  表示第  $j=1, \dots, m$  区间的极大值, 则当区间长度  $n$  足够大到可被 Fisher-Tippett 极值类型定理支撑时, 区间最大值序列  $\{M_{n1}, \dots, M_{nm}\}$  的 GEV 分布拟合时的最大似然估计对数函数为:

$$L(\xi, \mu, \sigma) = \begin{cases} -m \log(\sigma) - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{i=1}^m \log \left(1 + \xi \frac{M_{nj} - \mu}{\sigma}\right) - \sum_{i=1}^m \left(1 + \xi \frac{M_{nj} - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \quad 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} > 0 \\ -m \log(\sigma) - \sum_{i=1}^m \left(\frac{M_{nj} - \mu}{\sigma}\right) - \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{M_{nj} - \mu}{\sigma}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

从极大值  $M_n$  的 GEV 分布函数或概率密度函数可看出: 当  $\xi > 0$  时, 分布的下确界为  $\mu - \sigma/\xi$ ; 当  $\xi < 0$  时, 分布的上确界为  $\mu - \sigma/\xi$ , GEV 分布的边界是其参数的函数, 不能满足其极大似然估计量渐近有效的所需的正则条件 (Regular Variation)。非正则性意味着不能直接使用标准的渐近似然结论, 不能直接极大化  $L(\xi, \mu, \sigma)$  得到相应的  $\{\xi, \mu, \sigma\}$  估计值。

Smith (1985) [41] 的研究解决了以上问题, 他发现:

当  $\xi > -0.5$  时, 极大似然估计是正则的, 即具有通常的渐近性质;

当  $-1 < \xi < -0.5$  时, 虽然存在极大似然估计, 但不满足标准的渐近性质;

当 $\xi < -1$ 时, 极大似然估计不存在, 此时的 GEV 分布具有非常短的上尾但这种情形在统计分析中很少见。

Smith 理论表明, 虽然 GEV 分布不满足正则条件, 在使用极大似然估计法时存在理论上的缺陷, 但并不妨碍极大似然估计法在极值模型中的应用。而且, 在实际的极值建模中,  $\xi < -0.5$ 的情况很难遇到, 均存在 $\xi > 0$ 的情况。

式 (3.18) 的对数似然函数方程不存在解析解, 但对于给定的数据, 用数值计算方法可以得到参数的极大似然估计值。但在求解过程中始终要求:

$$1 + \xi \frac{M_{nj} - \mu}{\sigma} > 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.19)$$

否则, 似然函数值为 0, 对应的对数似然函数值为 $-\infty$ 。

关于极大似然估计的细节部分可参考 Embrechts et al (1994)<sup>[42]</sup>及 Coles (2000) 等相关文献。

极值模型中极大似然估计 (MLE) 的有限样本性质依赖于区间 $m$ 的个数或区间长度 $n$ 的大小。区间长度 $n$ 越大, MLE 的偏差就越小, 但 MLE 的方差则越大; 反之, 区间长度 $n$ 越小, MLE 的偏差就越大, 但 MLE 的方差则越小。故在极值模型中应用 MLE 时要根据实际情况综合平衡偏差与方差这两个因素。

## 2. 高分位数的估计

对式 (3.11) 进行变换, 可估计出给定的置信水平 $p$ 下的分位数:

$$x_p = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( 1 - (-\log p)^{-\hat{\xi}} \right), & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log(-(-\log p)), & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

式中,  $\{\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}\}$ 分别表示 $\{\xi, \mu, \sigma\}$ 的估计量,

## 3.3 阈值模型

区间极值分析所需的数据量较大。根据定义, 极值点较少, 极值的方差较大。如某区间的次极大值虽然大于另一区间的极大值, 变异性更显著, 但却被忽略。另外, 按区间取极值, 当区间足够大时符合近似独立条件, 可不考虑序列相关性。然而, 这很可能忽略掉一些具有丰富信息的数据, 这表明 BMM 模型有效性并不是非常充分。一个有效的处置方法就是利用所有超过某一临界值的极值数据建模, 这就是阈值模型法。

### 3.3.1 广义帕累托分布

设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是一独立同分布的随机变量, 具有相同的总分布 $F(X)$ , 对某

一足够大的临界值 $u$  (即阈值), 存在一个正的函数 $\beta$ , 则 $X_i > u$ 的条件下, 超出量分布 (Excess Distribution) ( $X_i - u$ ) 可近似表示为:

$$G^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & \xi = 0 \\ 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

其中, 当 $\xi \geq 0$ 时 $y \geq 0$ ,  $\xi < 0$ 时 $0 \leq y \leq -\beta/\xi$ , 则称超出量 $X - u$ 服从广义帕累托分布 (Generalized Pareto Distribution, GPD)。

GPD 分布实质上是拟合随机变量超过一个很大临界值条件下的分布, 考察了超过此临界值以上的 $r$ 个次序统计量, 因此通常又被称为“最大 $r$ 方法”。Pickands (1975)<sup>[43]</sup>最早介绍了此分布, DuMouchel (1975)<sup>[44]</sup>提出了其分布模型。

GPD 分布也可表达为以下 Pareto I 型、II 型和III型三种分布形式:

Pareto I 型:

$$G_1^+(y; \xi) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Pareto II 型

$$G_2^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi}, & y \geq 0 \quad \xi > 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Pareto III 型

$$G_3^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 1 - \left(\frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi}, & 0 \leq y \leq -\xi\beta \quad \xi < 0 \\ 1, & y > 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

当 $\beta = 1$ 时, Pareto I 型分布 $G_1(y)$ 就是指数分布; Pareto II 型分布 $G_2(y, \xi)$ 为 Pareto 分布; Pareto III 型分布 $G_3(y, \xi)$ 为 Beta 分布。特别是当形状参数 $\xi = 1$ 时,  $G_3(y, \xi)$ 表示区间 $[-1, 0]$ 上的均匀分布。Pareto I 型、II 型和III型分布组成了三种不相交的 GPD 分布的子分布类型。

根据 GPD 分布的累积分布函数, 可求得 GPD 分布的概率密度函数为:

$$g^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & \xi = 0 \\ \frac{1}{\beta} \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi-1}, & \xi \neq 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

其中, 当 $\xi \geq 0$ 时 $y \geq 0$ ,  $\xi < 0$ 时 $0 \leq y \leq -\beta/\xi$ 。进一步可得 Pareto I 型、II 型和 III 型分布的概率密度函数:

Pareto I 型:

$$g_1^+(y; \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

Pareto II 型

$$g_2^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi-1}, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad \xi > 0 \quad (3.27)$$

Pareto III 型

$$g_3^+(y; \beta, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi-1}, & 0 \leq y \leq -\xi\beta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \xi < 0 \quad (3.28)$$

GPD 分布与 GEV 分布存在着非常密切的参数关系, GEV 分布中的参数 $\{\mu, \sigma, \xi\}$ 决定了 GPD 分布中的参数 $\{u, \beta, \xi\}$ :

$$\beta = \sigma + \xi(u - \mu) \quad (3.29)$$

三种类型的帕累托分布函数及其密度函数分别如图 3.3 和图 3.4 所示。

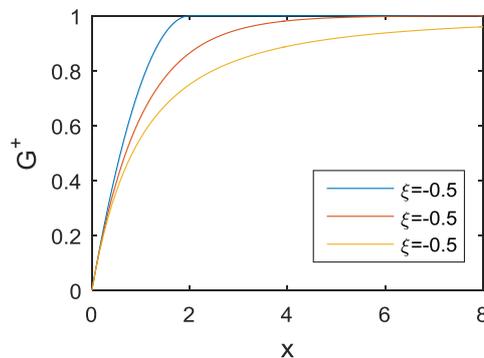


图3.3 帕累托分布函数图

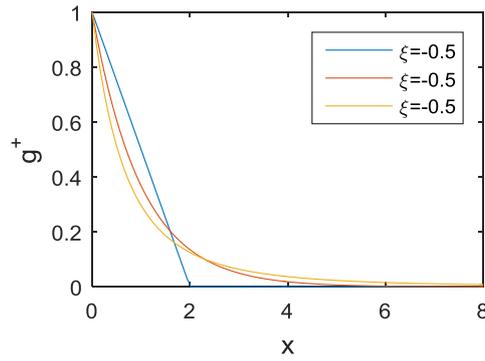


图3.4 帕累托分布密度函数图

### 3.3.2 阈值模型

阈值模型 (Peaks over threshold, POT) 基于广义帕累托分布 GPD 拟合超限分布, 即对超过某一充分大的临界值即阈值 (Threshold) 的所有观测数据进行建模, 渐近地刻画分布的尾部特征。

上节对 GPD 分布的分析表明, GPD 分布实质上是考察了超过阈值以上的  $r$  个次序统计量, 这又涉及到了超额分布函数。

同前, 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是一独立同分布于总分布  $F(X)$  的随机变量, 现选取阈值为  $u$ , 若  $X_i > u$ , 则称为超阈值 (Exceedance),  $Y_i = X_i - u$  为超出量 (Excess), 其中  $u$  小于  $F(X)$  的支撑集的右端点, 即:

$$u < x^+ \quad (3.30)$$

则称随机变量  $X_i$  的超过阈值  $u$  的超出量  $Y_i = X_i - u$  的分布为条件超额分布函数 (Conditional Excess Distribution Function, CEDF), 即:

$$F_u^+(y) = P(X - u \leq y | X > u) \quad (3.31)$$

则

$$\begin{aligned} F_u^+(y) &= P(X \leq x | X > u) \\ &= \frac{P(X \leq x, X > u)}{P(X > u)} \\ &= \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \end{aligned} \quad (3.32)$$

在实际情况中, 总体分布  $F(X)$  往往是未知的, 这就需要首先利用极值相关理论求出它的渐近分布, 再利用超过阈值  $u$  的样本进行极值建模, 对超过阈值  $u$  的条件超额分布函数 (CEDF) 进行估计。

Balkema&DeHaan (1974) 与 Pickands (1975) 证明了在 MDA 条件下, 超

额分布函数弱收敛到广义 Pareto 分布。

PBdH 定理: 若存在常数  $a_n$  和  $b_n$ , 且  $a_n > 0$ , 使得当  $u$  趋近于  $F(X)$  的上端点  $x^+$  时,  $F_u(y)$  有连续的极限分布, 则:

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y \leq x_0} |F_u(y) - G(y; u, \beta, \xi)| = 0 \quad (3.33)$$

此时某个  $\xi$  和  $\beta$  成立。

PBdH 定理说明, 对于充分大的阈值  $u$ , 多数未知分布函数  $F(X)$  的超额条件分布函数  $F_u(y)$  可以用 GPD 分布即  $G(y; u, \beta, \xi)$  很好地近似, 记为:

$$F_u(y) \approx G(y; u, \beta, \xi) \quad (3.34)$$

由于 POT 模型有效地利用了有限的极值数据, 弥补了分块样本极大值模型 (BMM) 的不足。在水文、交通、保险等领域的实践也证明, POT 模型具有明显优于 BMM 模型的优点, 而且形式简单, 便于计算, 适用范围更为广泛。目前, POT 模型已成为极值理论最主流的模式。

### 1. 阈值选取

GPD 分布实质上是对超过阈值  $u$  以上的  $r$  个次序统计量的考察, 合理地选取阈值  $u$  成为 POT 模型的关键。

阈值  $u$  选值太高, 则超过阈值  $u$  的样本数越少, 而且由于参数对较大的观测数据非常敏感, 这就可能会造成参数估计的方差增大。反之, 如果选择较低的阈值  $u$ , 虽使得可观测的样本数较大, 增加了估计的精度, 但又不符合超出量  $Y_i = X_i - u$  服从 GPD 分布的要求条件, 样本数目的增加将增强样本的中心分布特征, 从而造成参数估计的走偏。

然而, 阈值  $u$  的选取至今尚未形成一个统一方法。如何合理确定阈值  $u$ , 实现对样本的最优分割, 以综合平衡偏差与方差之间的关系, 仍是现阶段极值理论研究中亟待解决的问题。

目前, 选取阈值  $u$  的方法主要有图解法与算法两大类。图解法主要是根据平均超出量函数  $e(u)$  的线性变化或判断阈值  $u$  改变所引起的参数估计量的变化来进行阈值的选取。算法则主要有基于 Hill 估计的阈值择选方法、厚尾分布与正态分布相交法、峰度法及 Choulakian & Stephens(2001)<sup>[45]</sup> 根据 Cramér-von 统计量  $W^2$  和 Anderson-Darling 统计量  $A^2$  提出的 GPD 模型检验方法等。

#### 1) 图解法

##### ① 平均超出量函数 (Mean Excess Function, MEF)

设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是一独立同分布于总分布  $F(X)$  的随机变量, 现选取阈值为  $u$ , 若  $X_i > u$ , 则称为超阈值 (Exceedance),  $Y_i = X_i - u$  为超出量 (Excess), 对任意  $u$ , 则定义平均超出量函数  $e(u)$  为:

$$e(u) = E(X - u | X > u) \quad (3.35)$$

展开得：

$$\begin{aligned} e(u) &= \int_u^{+\infty} \frac{X - u}{1 - G(u)} dG(X) \\ &= \frac{1}{1 - G(u)} \int_u^{+\infty} -(X - u) d(1 - G(X)) \end{aligned} \quad (3.36)$$

分步积分，得：

$$e(u) = \frac{1}{1 - G(u)} \left\{ -\lim_{X \rightarrow \infty} X(1 - G(X)) + \int_u^{+\infty} (1 - G(X)) dx \right\} \quad (3.37)$$

当  $\xi < 1$  时，积分收敛，极限为 0。

当  $0 < \xi < 1$  时，超额均值函数表达式为：

$$\begin{aligned} e(u) &= \frac{1}{1 - G(u)} \int_u^{+\infty} (1 - G(X)) dx \\ &= \frac{\beta}{1 - \xi} \left( 1 + \frac{\xi u}{\beta} \right) \\ &= \frac{\beta + \xi u}{1 - \xi} \end{aligned} \quad (3.38)$$

从式 (3.38) 可以看出， $e(u)$  是阈值  $u$  的线形函数。

在统计实践中，对于给定的样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，平均超出量函数  $e(u)$  可以由样本平均超出量函数估计：

$$e(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)}{\sum_{i=1}^n K_i} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)}{N_n} \quad (3.39)$$

其中， $K_i$  为超过阈值  $u$  的样本个数。所以，超额均值函数  $e(u)$  即为超过阈值  $u$  的样本超额数  $X_i - u$  的总和与超过阈值  $u$  的样本个数总和的比值，也可以说  $e(u)$  就是平均超出量。

如果对于某个阈值  $u$ ，超出量分布近似服从参数为  $\sigma(u)$  和  $\xi$  的 GPD 分布，则对大于此阈值  $u$  的其他阈值，样本平均超出量函数应该在一条直线附近波动。

由此定义点集：

$$\{(u, e(u)) : X_1 < u < X_n\} \quad (3.40)$$

称之为平均超出量散点图，当 GPD 分布可以作为超越阈值  $u$  超过量的有效近似

时，图形中大于阈值 $u$ 以上的部分应是近似线形的，而且具有正的斜率。

对当 $0 < \xi < 1$ 时的超出量均值函数表达式 (3.38) 求导，可得：

$$\frac{de(u)}{du} = \frac{\xi}{1-\xi} \quad (3.41)$$

故根据 $e(u)$ 函数斜率的正负符号可判断该分布的形态，若：

$\xi(1-\xi) > 0$ ，则为厚尾分布

$\xi(1-\xi) = 0$ ，则为指数分布的尾部

$\xi(1-\xi) < 0$ ，则为薄尾分布

在实际应用中，阈值 $u$ 可以直接通过观测样本平均超出量函数 (SampleMeanExcessFunction) 图形来选取。

平均超出量函数 $e(u)$ 法简便、直观，但其根据线形程度的好坏比较来取舍阈值 $u$ ，依然存在一些缺陷。例如，现有两个不同的阈值 $u_1$ 和 $u_2$ ，如果根据两个阈值得到的超额均值函数 $e(u)$ 的线形程度相差较大，则很容易选取线形长度较好的那个相应的阈值，但如两者线形程度相差不大时，则无法判断那个阈值更适合。而且，关于什么是“趋于线性”，仍然缺乏明确的理论支持。

## ② 估计量稳定性判断法

在一个阈值取值范围内，可利用超出量估计 GPD 分布中的形状参数 $\xi$ 与尺度参数 $\beta$ 。若初始阈值 $u_0$ 对应的超出量近似为 GPD 分布，则对大于 $u_0$ 的阈值，形状参数 $\xi$ 的估计值应该保持不变。

然而，本文 3.3.1 节得出结论是： $\beta = \sigma + \xi(u - \mu)$ ，这表明 $\beta$ 是阈值 $u$ 的函数。

考察 $\beta$ 与阈值 $u$ 的关系：

对阈值 $u_0$ ，有

$$\beta_0 = \sigma + \xi u_0 \quad (3.42)$$

对 $u > u_0$ ，相应地有

$$\beta = \sigma + \xi u = \beta_0 + \xi(u - u_0) \quad (3.43)$$

上式清楚地说明了 $\beta$ 与 $u > u_0$ 的关系。

若令

$$\beta^* = \beta - \xi(u - u_0) \quad (3.44)$$

则 $\beta^*$ 与阈值 $u$ 无关， $\beta^*$ 称之为修正的长度参数 (Modified Scale)。

因此，如果 $u_0$ 是适当的阈值，相应的超出量服从 GPD 分布，则对大于 $u_0$ 的其他阈值 $u$ ，相应的估计量 $\beta$ 与 $\xi$ 保持不变。

考虑到抽样的随机性, 虽然这些估计量不可能是精确地为常数, 但它们应在允许的抽样误差范围内。由此, 类似于平均超出量函数图, 可作 $\beta$ 与 $\xi$ 关于阈值 $u$ 的图形及相应的置信区间, 选择使这两个估计量能保持为常数的最小值 $u$ 作为阈值。

## 2) 基于 Hill 估计的选择方法

利用 Hill 估计进行阈值选择的方法主要有两种, 一种是构造 Hill 估计的渐近均方, 然后选择使其最小的那个阈值; 另一种是根据最佳 $\hat{k}_n^{opt}$  的渐近表示, 直接估计最优阈值。这类方法代表性的主要有以下的指数回归模型法 (Exponential Regression Model Method)、子样本自助法 (Subsample Bootstrap) 及序贯法 (Sequential Method) 等。

### 2. 参数估计

在实际中, 很难真正得到来自 GPD 分布的一个独立同分布样本。设定恰当的阈值 $u$ , 则超出量 $Y_i = X_i - u$ 近似服从 GPD 分布, 通过对超出量 $Y_i = X_i - u$ 的 GPD 分布做参数估计, 可得 $X_i$ 的 GPD 分布的参数估计。

设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是一独立同分布于总分布 $F(X)$ 的随机变量, 现选取阈值为 $u$ , 若 $X_i > u$ , 则称为超阈值 (Exceedance),  $y_i = X_i - u$ 为超出量 (Excess), 当阈值 $u$ 足够大时,  $y_1, y_2, \dots, y_k$ 可看作为含有未知参数 $\xi$ 和 $\beta$ 的服从 GPD 分布的随机变量。

当 $\xi \neq 0$ 时, 基于 GPD 分布, 推出的极大似然估计函数为:

$$L(\xi, \beta) = -m \log(\beta) - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{i=1}^m \log\left(1 + \xi \frac{y_i}{\beta}\right) \quad (3.45)$$

其中,  $\xi \geq 0$ 时 $y_i \geq 0$ ,  $\xi < 0$ 时 $0 \leq y_i \leq -\beta/\xi$ 。

当 $\xi = 0$ 时, 极大似然估计函数为:

$$L(\beta) = -m \log(\beta) - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m y_i \quad (3.46)$$

搜索使式 (3.45)、(3.46) 函数值最大的 $(\beta, \xi)$ , 此即为所求的估计量。

同 GEV 分布一样, GPD 分布的极大似然估计 $\beta$ 与 $\xi$ 没有解析表示, 只能用数值方法求解。从上式可以看出, 当 $\xi$ 接近 0 时, GPD 分布即为指数分布,  $\beta$ 的极大似然估计为 $\bar{x}$ 。Smith (1985) [41]有关极大似然估计中的正则定理仍然在 GPD 分布适用。对 GPD 分布的极大似然估计详见 Smith (1985) [41]和 Azzalini (1996) [46]的有关文献。

### 3. 高分位数的估计

对式 (3.23) 进行变换, 可进一步估计出给定的置信水平 $p$ 下的分位数:

$$x_p = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(1 - (-\log p)^{-\hat{\xi}}\right), \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log(-(-\log p)), \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

式中,  $\hat{\beta}$  与  $\hat{\xi}$  分别表示  $\beta$  和  $\xi$  的估计量,

针对极值理论中的高分位数, 一些学者也借助于不同的方法进行了相关方面的研究, 可参见 L.De Haan (1993), Danielsson (1997a; 1997b)<sup>[47]</sup>, Bermudez (2001)<sup>[45]</sup>, Ferreira (2002)<sup>[48]</sup>等相关文献。

### 3.4 基于区间极值模型的轨道不平顺异常识别

高速铁路的轨道不平顺对高速铁路的运行安全性、平稳性都有一定的不利影响。识别出不平顺异常的轨道, 并做出相应的处理措施是及其有必要的。本节基于区间极大值模型识别高速铁路轨道不平顺异常。首先介绍识别参数的选取, 接着介绍基于区间极大值进行异常识别的思路, 最后通过具体算例分析识别效果。

#### 3.4.1 高速铁路轨道不平顺异常定义

2016年10月20日, 中国已开通60多条高铁, 经停505个城市, 运营里程突破2万公里。直接监测铁路轨道需要大量的物力财力。因此, 需要通过间接的方式进行轨道不平顺异常识别。

以中国高速铁路无砟轨道不平顺平均谱作为正常情况, 本文考虑的轨道不平顺异常有两种情况: 一种为轨道不平顺谱整体增大, 具体按照下式进行计算

$$S(f) = \alpha \frac{A}{f^n} \quad (3.69)$$

式中 $\alpha$ 为整体异常系数。另一种为局部空间波长范围内的不平顺功率谱增大, 本文以2.5.1节中国高速铁路无砟轨道不平顺平均谱拟合分段为例, 具体按照下式进行计算

$$S(f) = \begin{cases} \alpha_1 \frac{A_1}{f^n}, 0.005 \leq f < 0.0187 \\ \alpha_2 \frac{A_2}{f^n}, 0.0187 \leq f < 0.0474 \\ \alpha_3 \frac{A_3}{f^n}, 0.0474 \leq f < 0.1533 \\ \alpha_4 \frac{A_4}{f^n}, 0.1533 \leq f < 0.5 \end{cases} \quad (3.70)$$

式中 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_4$ 分别为第一、二、三、四段局部异常系数。本文在识别轨道局部空间频率段不平顺异常时，只考虑单独某段局部系数的增大。

### 3.4.2 车辆响应特征参数的选取

根据第二章建立的车辆轨道系统物理模型，轨道不平顺异常对车辆各结构响应的影响。从而将识别轨道不平顺的异常转化为识别车辆系统响应的异常。车辆的响应包括车辆的时域、频域和时频等信息。本文以时域响应为研究对象。时域响应又包含加速度、速度和位移。本文以车辆的加速度响应时程作为研究对象，进行轨道不平顺异常的识别。

选取车辆行驶距离 $\Delta D$ 时的响应时程的幅值 $X$ 作为随机变量，通过分析正常情况和异常情况下随机变量统计特性的差异进行损伤识别。 $\Delta D$ 的取值与车辆系统动力响应的频谱特性有关，并综合考虑每根钢轨的长度。幅值可以通过3种方式来定义：

幅值 1：取 $\Delta D$ 长度的响应时程绝对值的最大值；

幅值 2：是 $\Delta D$ 长度的响应时程绝对值的 0.99 分位数；

幅值 3：是 $\Delta D$ 长度的响应时程绝对值的 0.95 分位数；

### 3.4.3 异常识别思路

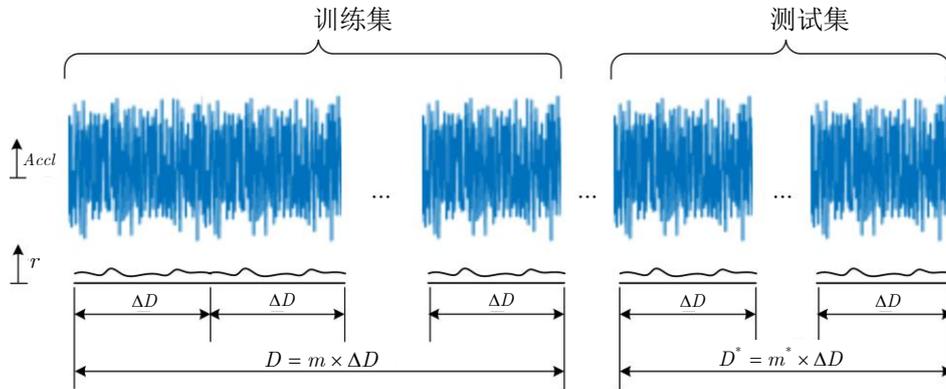


图3.5 轨道不平顺异常识别

区间极大值理论将轨道不平顺异常转化为对响应特征参数区间极大值统计特性的差异，主要的识别思路是建立正常情况下的区间极值模型，根据保证率选取合适的阈值，将测试的区间极值与阈值进行假设检验，从而获得损伤识别结果。

1. 建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的区间极值模型

假设收集到正常情况下的车辆响应特征参数的样本为 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_T\}$

(称为训练集, 如图 3.5 所示), 将训练集以区间大小 $n$ 分隔为 $m = T/n$ 个区间  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}$ 。获取区间极大值序列 $\mathbf{x}_M = \{x_{M,1}, x_{M,2}, \dots, x_{M,m}\}$ 。按式 (3.18) 计算广义极大值分布的参数估计值 $\{\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}\}$ , 从而建立建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的区间极值模型。根据保证率 $p$ 按式 (3.20) 计算判别损伤的阈值 $x_p$ 。

2. 测试轨道数据预处理

假设测试情况下的长度为 $n$ 的车辆响应特征参数的样本为  $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*\}$  (称为测试集, 如图 3.5 所示), 并计算区间极大值  $x_M^* = \max\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*\}$ 。

3. 假设检验, 损伤判别

原始假设为 $H_0: x_M^* < x_p$ , 即测试轨道的不平顺正常, 否则判定测试轨道不平顺异常。

综上, 基于区间极值模型的轨道不平顺异常识别的基本流程图如图 3.6 所示。

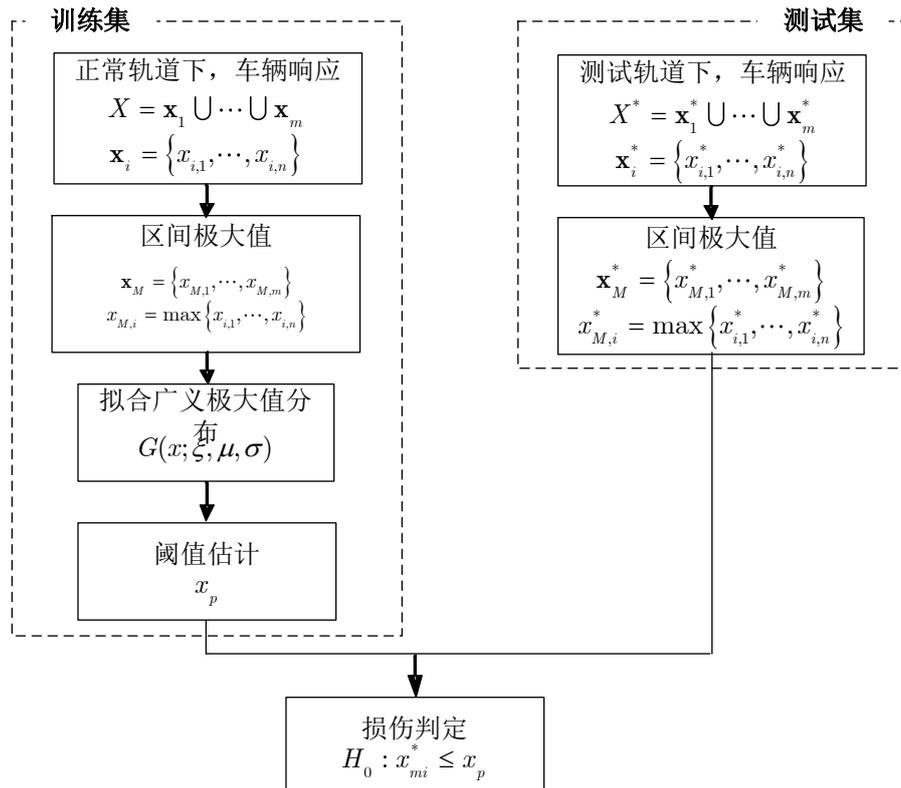


图3.6 基于区间极值模型的轨道不平顺异常识别流程

3.4.4 算例

为了检验基于区间极值模型的轨道不平顺异常识别的效果, 本文进行了如下数值实验。

1. 建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的区间极值模型

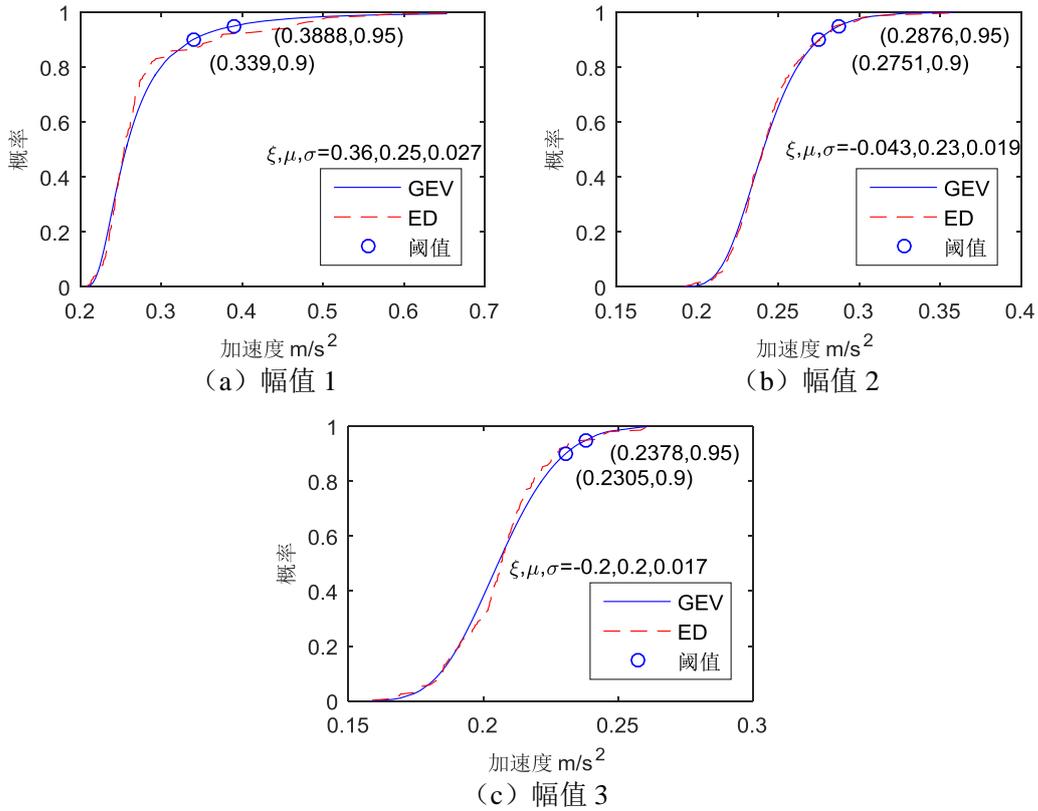


图3.7 车厢加速度幅值区间极大值正常模型

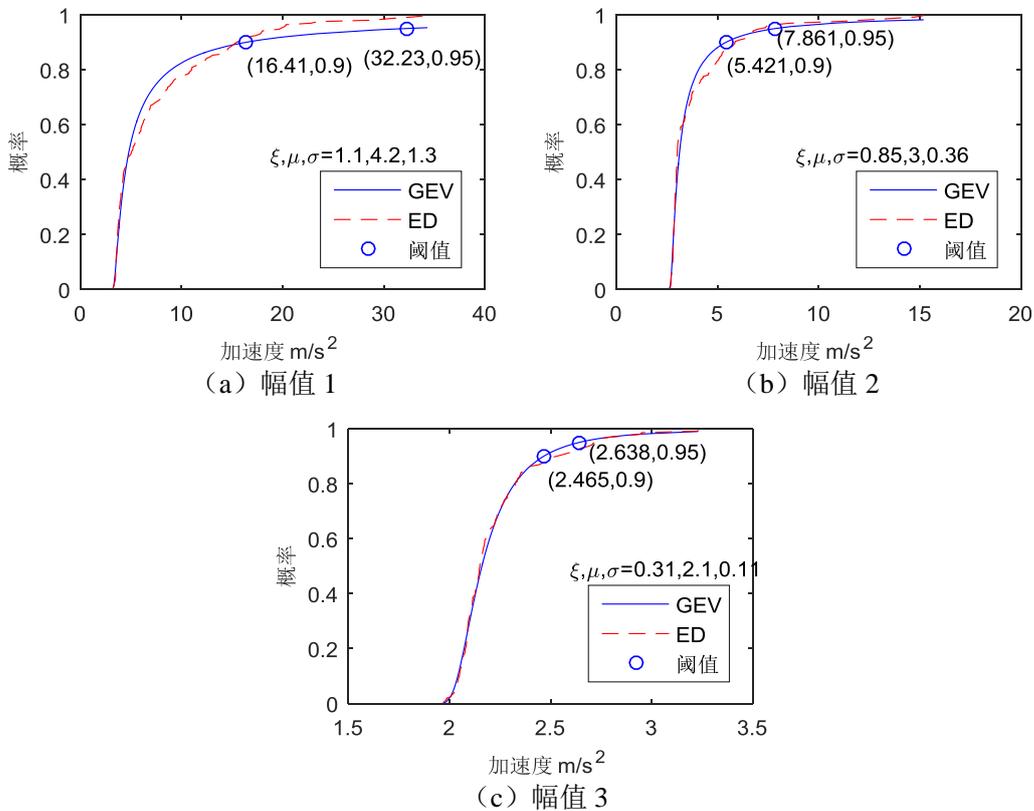


图3.8 前转向架加速度幅值区间极大值正常模型

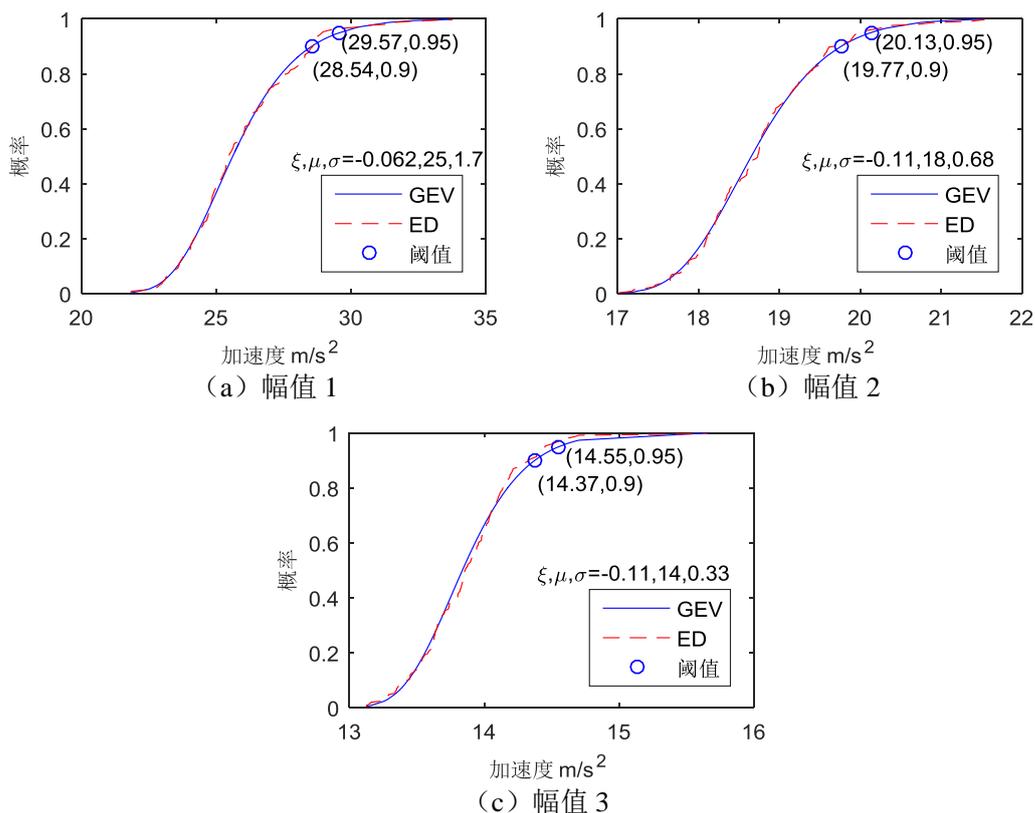


图3.9 第一车轮加速度幅值区间极大值正常模型

以式 (3.69) 和式 (3.70) 中  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1.0$  时的情况为正常情况。以车辆行驶  $\Delta D = l_r$  长轨道的车辆加速度时程绝对值最大值 (幅值) 为响应特征参数进行研究。通过数值模拟获取 1800 个车辆—计算长度轨道模型的响应时程幅值样本, 区间长度  $n = 10$ 。利用极大似然法拟合其广义极大值分布, 并计算保证率为  $p = 0.90$  时的阈值。根据车辆车厢、前转向架和第一车轮的竖向加速度的幅值 1、幅值 2、幅值 3 建立的正常模型分别如图 3.7-图 3.9 所示。

根据数值结果, 对比广义极大值拟合分布和经验分布, 结果表明, 采用幅值 2 建立区间极大值正常模型优于幅值 1 和幅值 3 的模型结果。这是由于幅值 1 取时程最大值, 其极值离散性过大; 幅值 3 取时程的 0.95 分位数, 其不能体现极值的特性。因此, 下文测试轨道不平顺异常识别均基于幅值 2 建立的区间极大值正常模型。

## 2. 测试轨道不平顺异常识别

本文考虑了如表 3.1 所示的测试轨道不平顺工况。各工况基于幅值 2 建立的区间极大值正常模型的异常判别结果如图 3.10-图 3.15 所示。

表3.1 测试轨道轨道不平顺工况

工况编号	轨道不平顺异常种类	轨道不平顺异常系数	样本容量
ZT-1	整体	$\alpha = 1.0$	300
ZT-2		$\alpha = 1.1$	300
ZT-3		$\alpha = 1.2$	300
ZT-4		$\alpha = 1.4$	300
JB-1	局部	$\alpha_1 = 1.2$	300
JB-2		$\alpha_2 = 1.2$	300
JB-3		$\alpha_3 = 1.2$	300
JB-4		$\alpha_4 = 1.2$	300

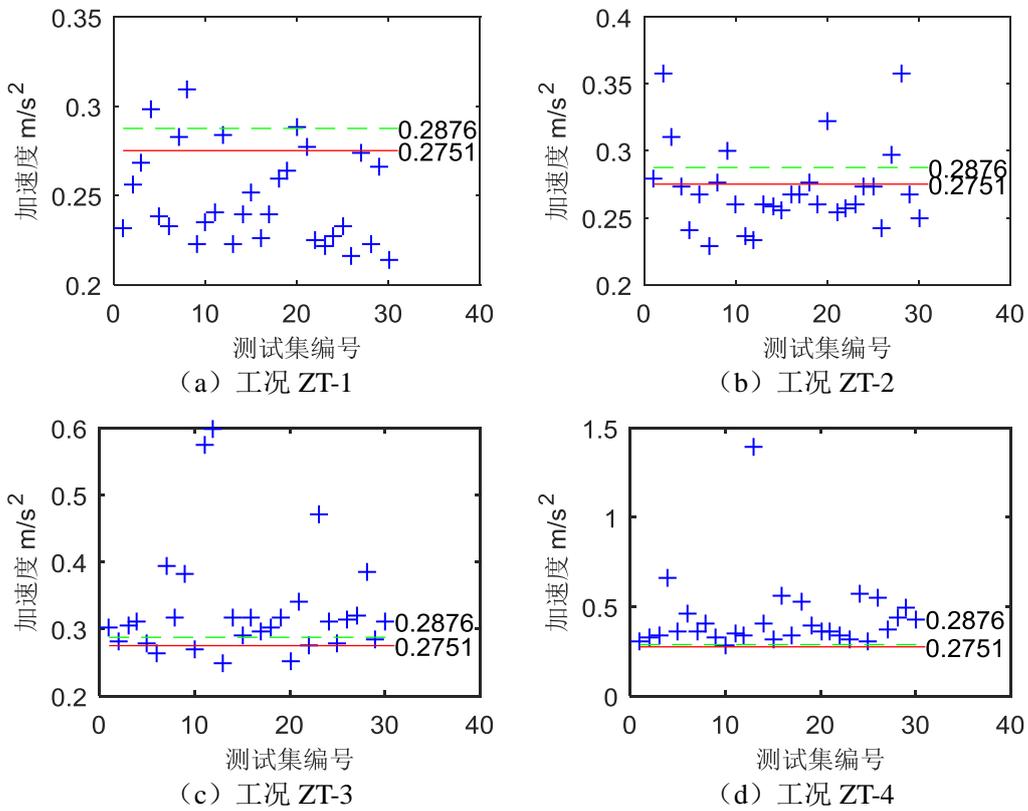


图3.10 基于车厢加速度幅值 2 区间极大值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

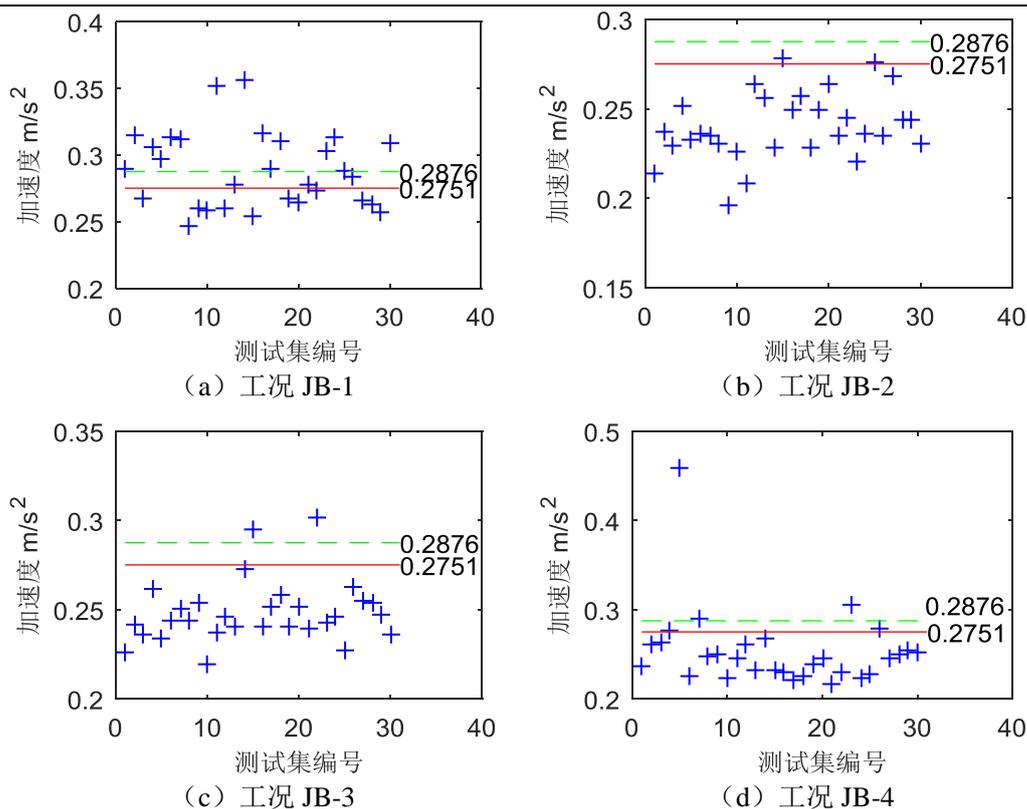


图3.11 基于车厢加速度幅值 2 区间极大值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

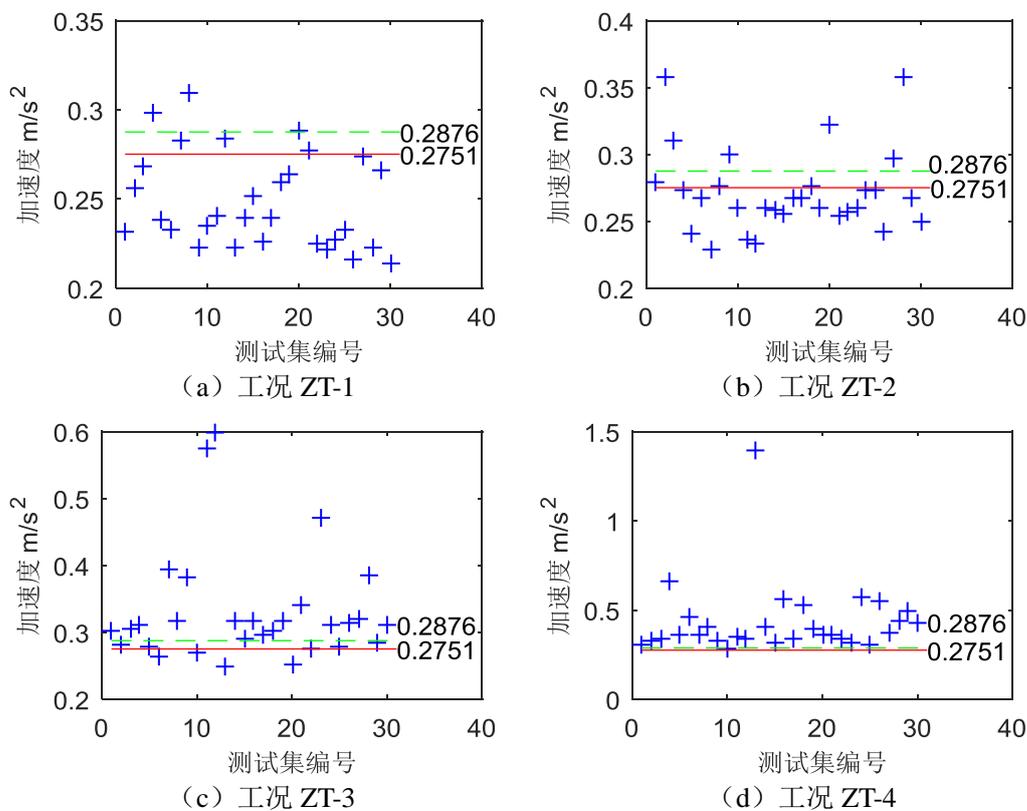


图3.12 基于转向架加速度幅值 2 区间极大值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

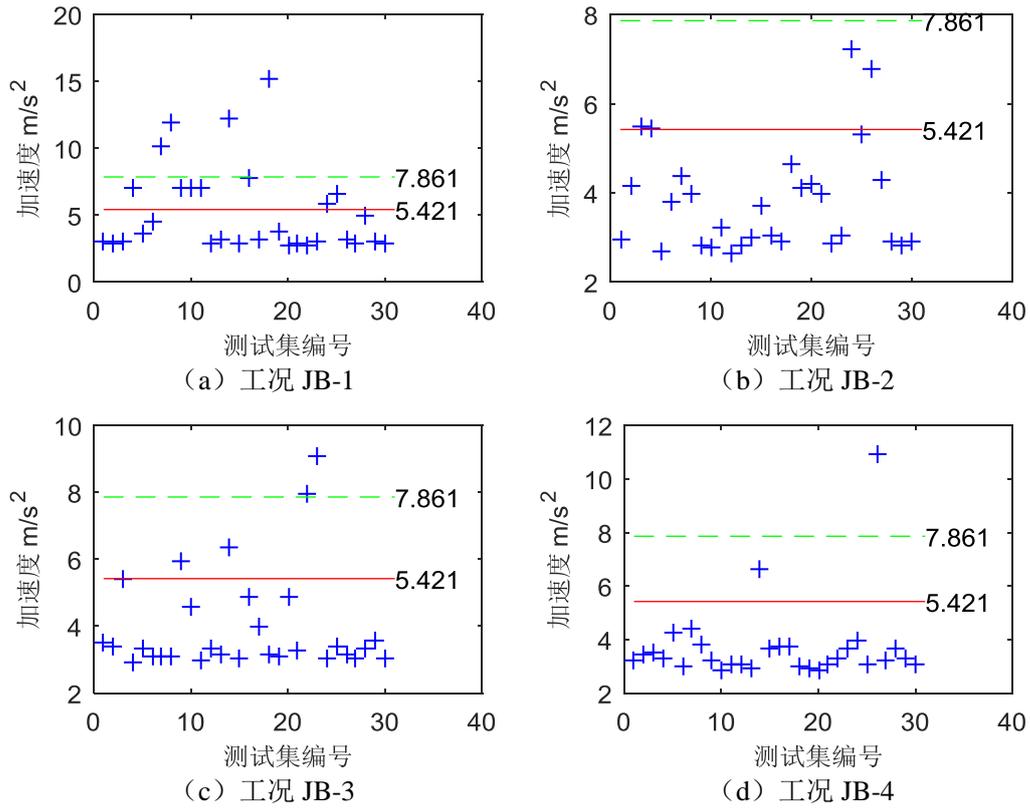


图3.13 基于转向架加速度幅值 2 区间极大值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

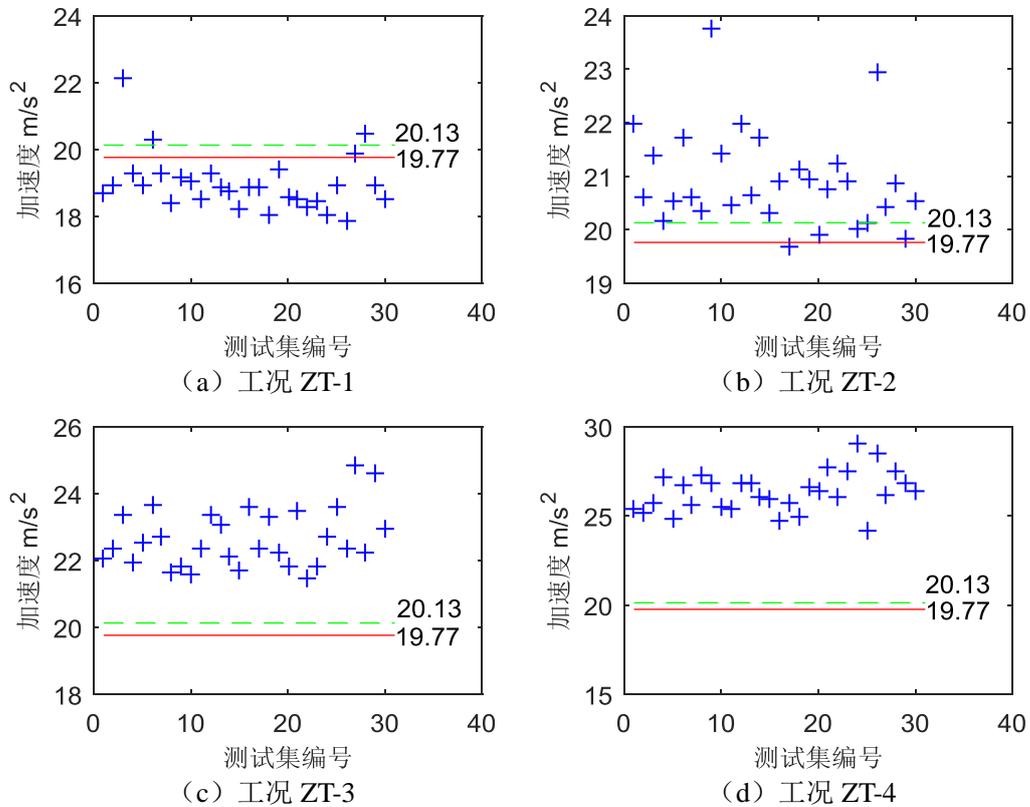


图3.14 基于第 1 车轮加速度幅值 2 区间极大值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

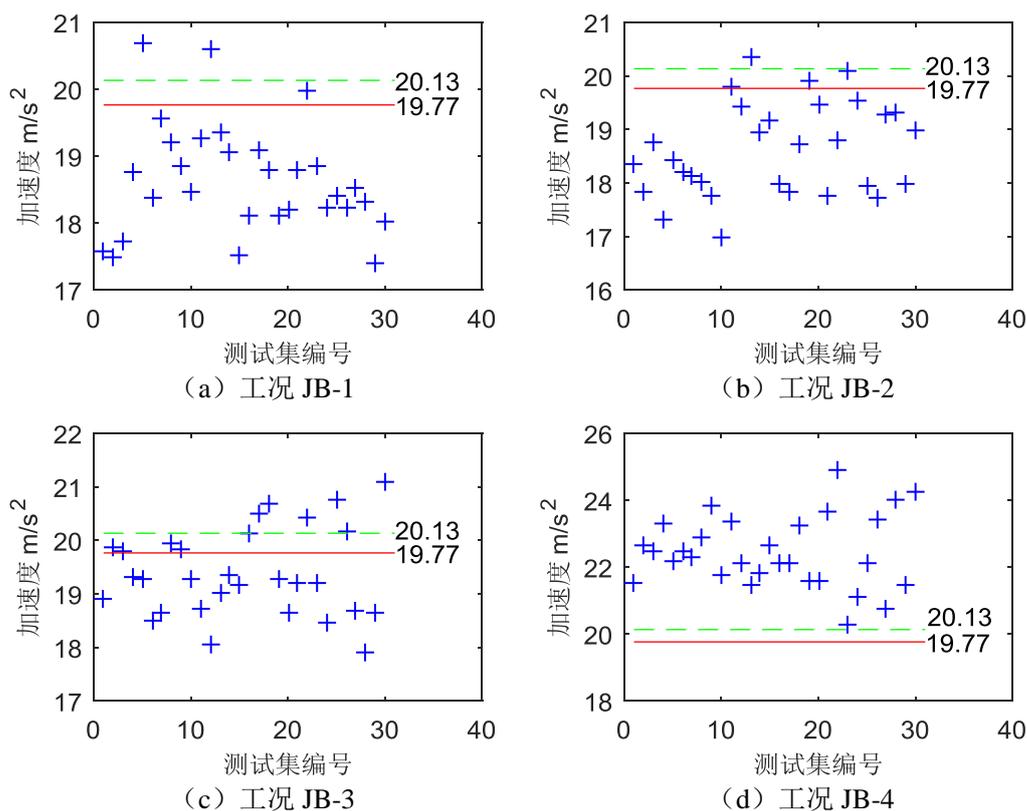


图3.15 基于第1车轮加速度幅值2区间极大值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

各工况下不同车辆部位的识别效果如表 3.2 和表 3.3 所示。数值实验表明：

1) 对比不同列可知，基于车轮加速度响应的轨道不平顺异常识别最好，车厢其次，转向架不能识别异常。这是因为车轮加速度响应对于轨道不平顺异常的敏感性最大，车厢其次，转向架最差。

2) 对比整体异常工况识别效果可知，轨道不平顺正常时（工况 ZT-1：整体异常系数 $\alpha = 1.0$ ），判别错误率较低，判别效果较好；轨道不平顺整体异常系数较大时（工况 ZT-3：整体异常系数 $\alpha = 1.4$ ，工况 ZT-4：整体异常系数 $\alpha = 1.6$ ），识别效果很好；轨道不平顺整体异常系数较小时（工况 ZT-2：整体异常系数 $\alpha = 1.2$ ），识别效果很差。

3) 对比局部异常工况识别效果可知，轨道不平顺谱第 4 段异常时（工况 JB-4：局部异常系数 $\alpha_4 = 1.4$ ），基于车轮加速度响应幅值的异常识别效果很好；其他频段的不平顺异常则无法识别。这是因为第 4 段不平顺谱频率范围接近车轮固有频率，这会导致轨道不平顺谱异常对车轮加速度响应影响放大。

4) 对比异常系数相同的工况下（ZT-3, JB-1, JB-2, JB-3, JB-4）识别效果可知，整体损伤识别效果优于局部损伤识别效果。

5) 对比表 3.2 和表 3.3 可知，阈值保证率越大，正常工况下（ZT-1）的异常识别错误率越低，异常工况下（ZT-2, ZT-3, ZT-4, JB-1, JB-2, JB-3, JB-4）的错误率越高，因此需要综合考虑正常工况和异常工况的识别错误率选取阈值

保证率。

表3.2 基于幅值 2 区间极大值模型 0.90 保证率阈值异常识别错误率 (%)

错误率 (%)	车厢	前转向架	第一车轮
ZT-1	20	20	13.3
ZT-2	66.7	70	3.3
ZT-3	13.3	13.3	0
ZT-4	0	0	0
JB-1	40	63.3	90
JB-2	93.3	86.7	86.7
JB-3	93.3	86.7	63.3
JB-4	83.3	93.3	0

表3.3 基于幅值 2 区间极大值模型 0.95 保证率阈值异常识别错误率 (%)

错误率 (%)	车厢	前转向架	第一车轮
ZT-1	3.3	10	10
ZT-2	80	80	16.7
ZT-3	30	30	0
ZT-4	0	3.3	0
JB-1	50	86.7	93.3
JB-2	30	30	96.7
JB-3	93.3	93.3	80
JB-4	93.3	96.7	0

### 3.5 基于阈值模型的轨道不平顺异常识别

#### 3.5.1 异常识别思路

阈值模型将轨道不平顺异常转化为对响应特征参数超阈值统计特性的差异，主要的识别思路是建立正常情况下的阈值模型，根据保证率选取合适的阈值，将测试的超阈值与阈值进行假设检验，从而获得损伤识别结果。

1. 建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的阈值模型

假设收集到正常情况下的车辆响应特征参数的样本为 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_T\}$  (称为训练集), 选取合适的阈值 $u$ , 并获取测试集的超阈值序列 $\mathbf{x}_r = \{x_{r,1}, x_{r,2}, \dots, x_{r,n}\}$ 。按式 (3.45) - 式 (3.46) 计算广义极大值分布的参数估计值 $\{\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}\}$ , 从而建立建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的阈值模型。根据保证率 $p$ 按式 (3.47) 计算判别损伤的阈值 $x_p$ 。

## 2. 测试轨道数据预处理

假设测试情况下车辆响应特征参数的样本为 $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$  (称为测试集), 并计算超阈值 $x_M^* = \max\{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$ 。

## 3. 假设检验, 损伤判别

原始假设为 $H_0: x_M^* < x_p$ , 即测试轨道的不平顺正常, 否则判定测试轨道不平顺异常。

综上, 基于阈值模型的轨道损伤识别的流程图如图 3.4 所示。

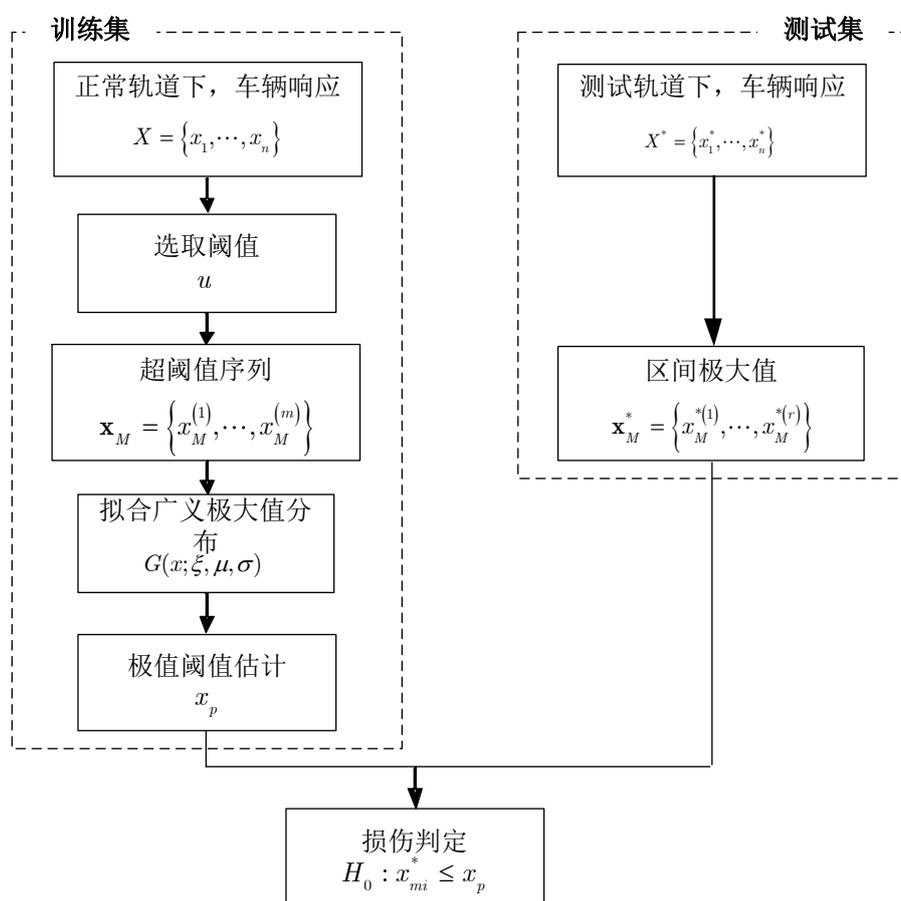


图3.16 基于阈值模型的轨道损伤识别流程图

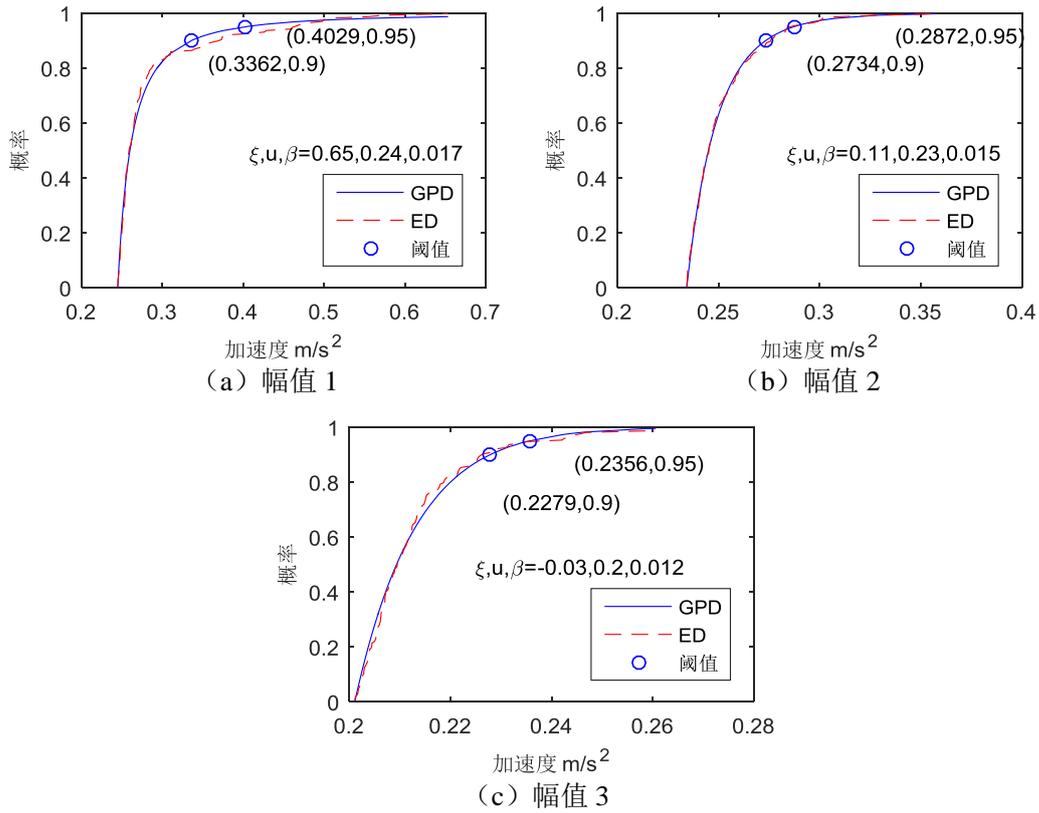


图3.17 车厢加速度幅值阈值正常模型

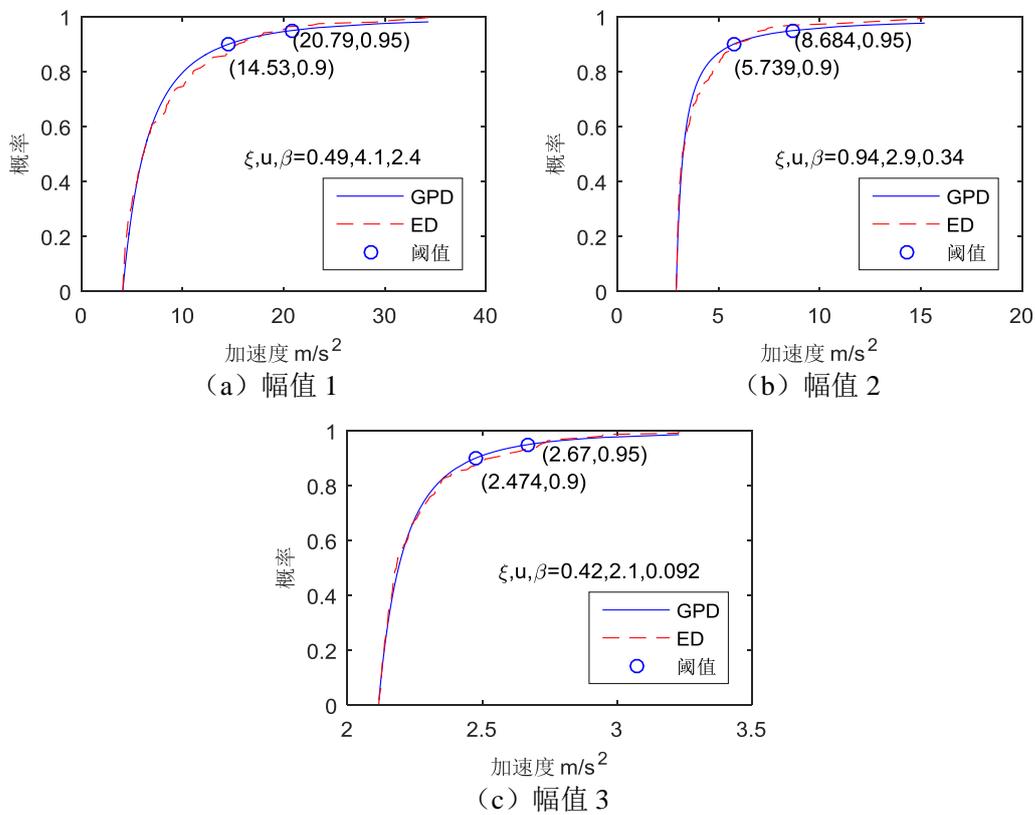


图3.18 前转向架加速度幅值阈值正常模型

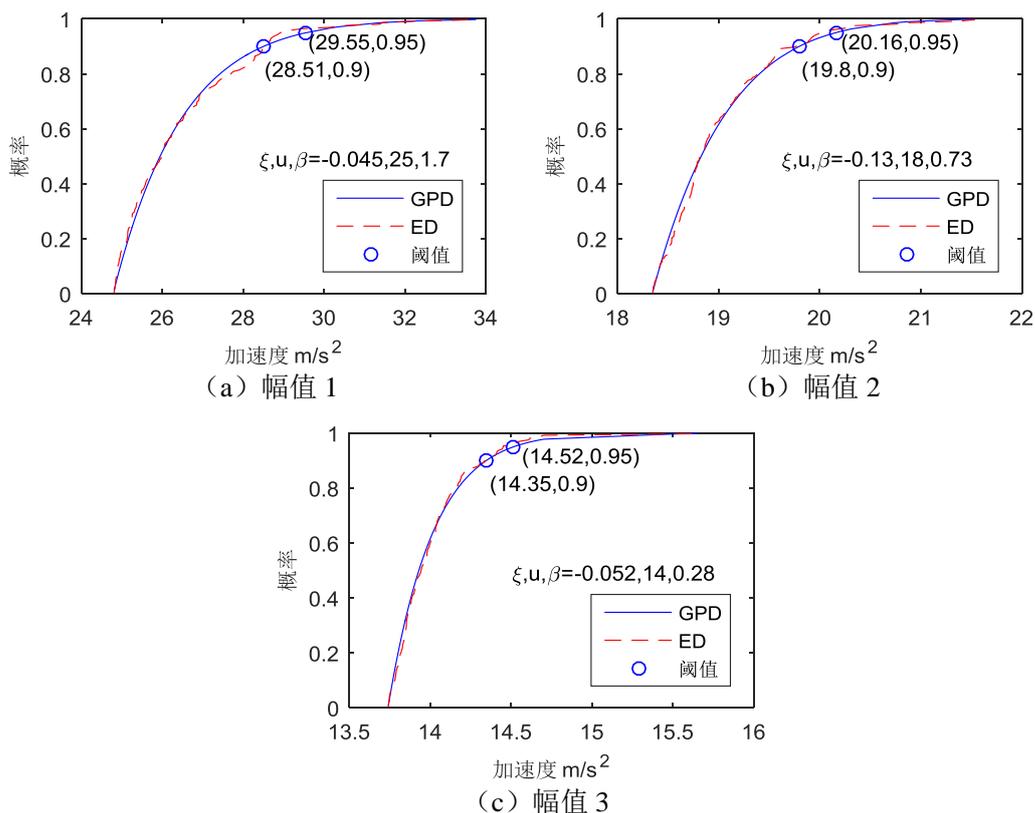


图3.19 第一车轮加速度幅值阈值正常模型

### 3.5.2 算例

为了检验基于阈值模型的轨道不平顺异常识别的效果，本文进行了如下数值实验。本节训练集与测试集的数据同 3.4.3 节。

#### 1. 建立正常轨道不平顺下的车辆响应特征参数的阈值模型

以 3.4.3 节的训练集为基础，选取阈值为正常数据的前 10% 的数据，拟合其广义帕累托分布，并计算保证率为  $p = 0.90$  时的阈值。根据车辆车厢、前转向架和第一车轮的竖向加速度的幅值建立的正常模型如图 3.17-3.19 所示。

#### 2. 测试轨道不平顺异常识别

本文考虑了如表 3.1 所示的测试轨道不平顺工况。各工况基于幅值 2 建立的阈值正常模型的异常判别结果如图 3.20-图 3.25 所示。

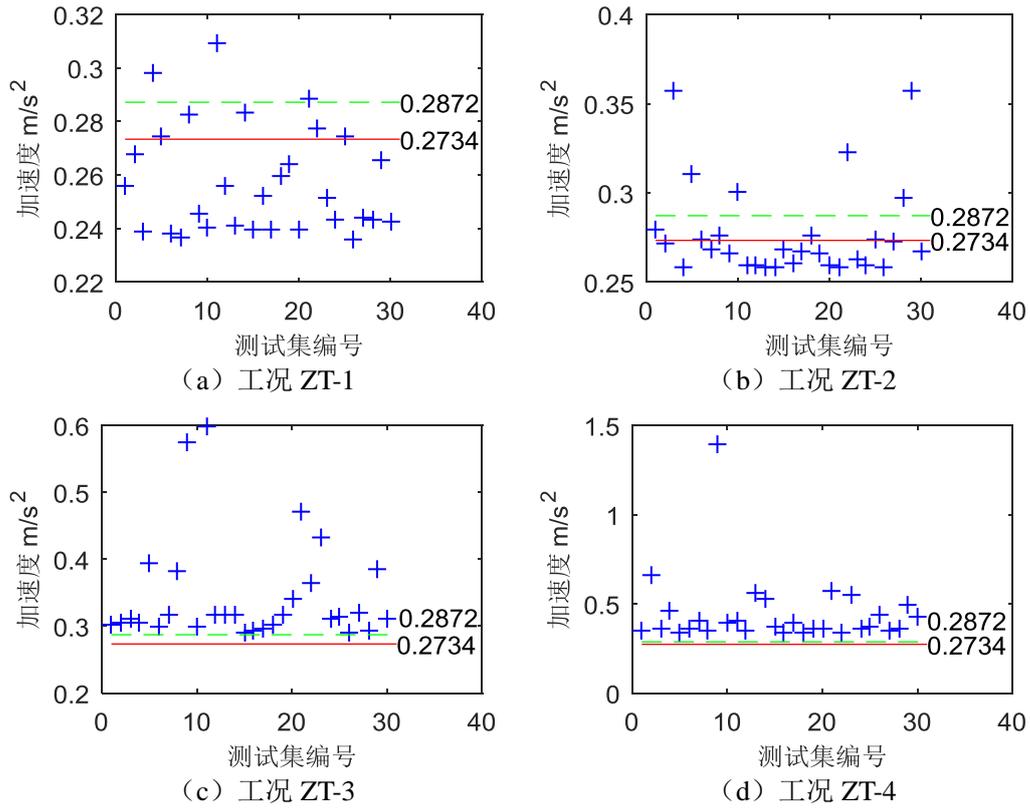


图3.20 基于车厢加速度幅值 2 阈值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

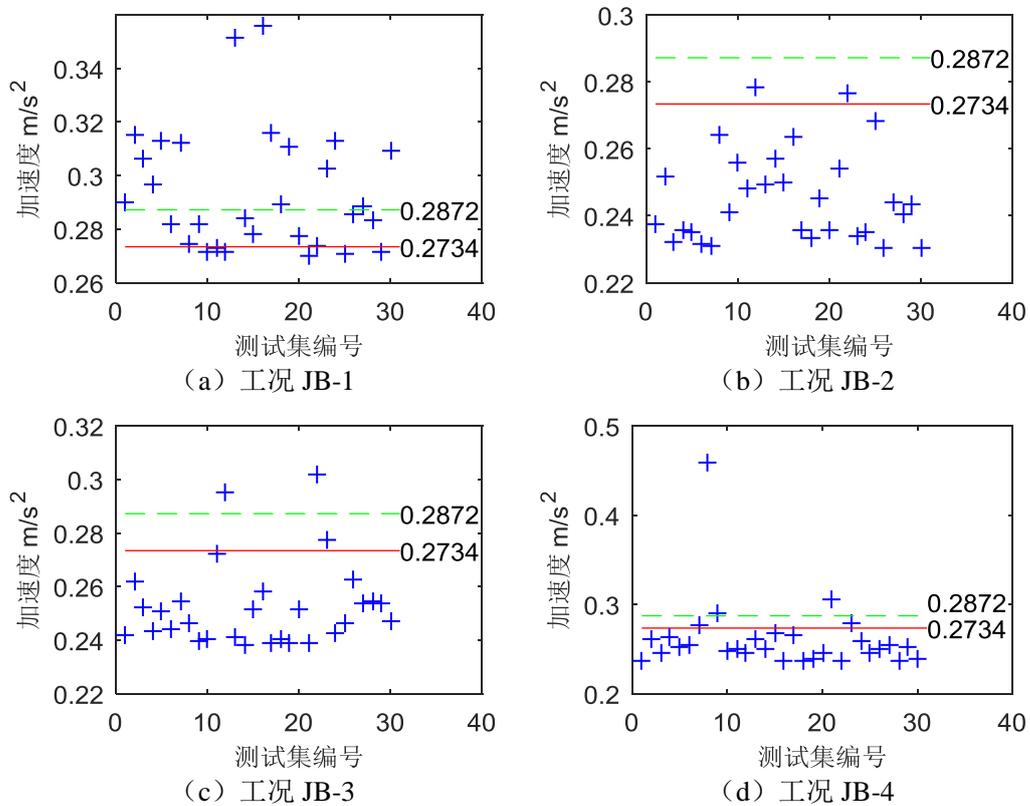


图3.21 基于车厢加速度幅值 2 阈值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

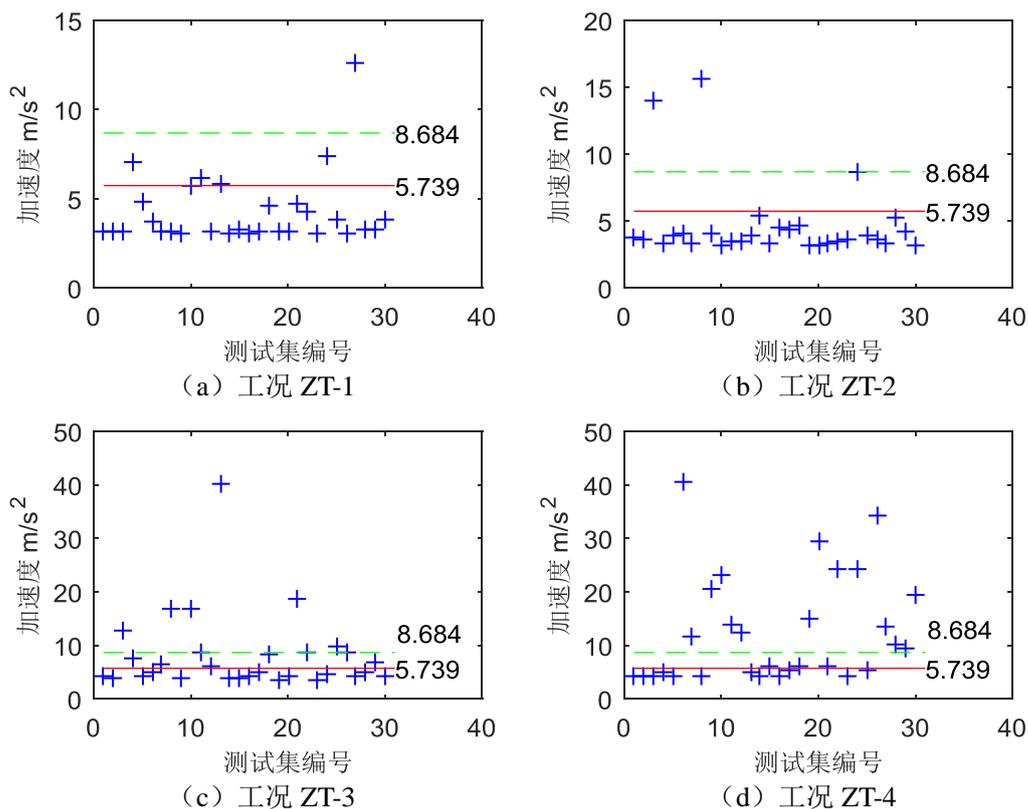


图3.22 基于转向架加速度幅值 2 阈值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

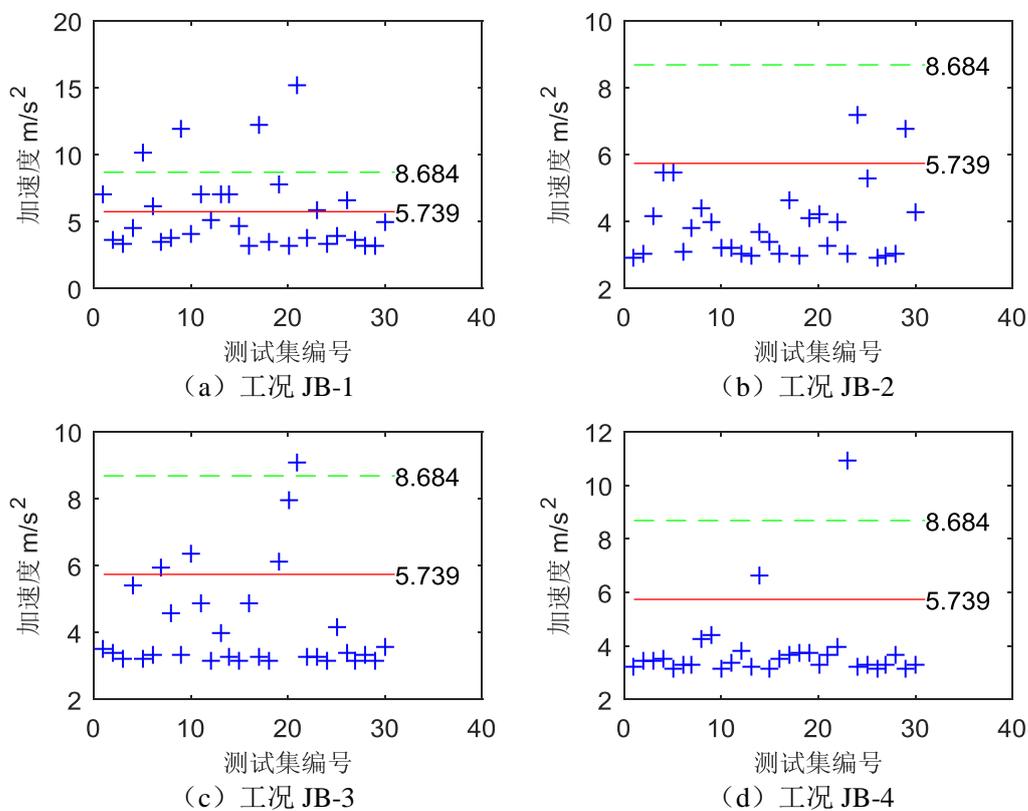


图3.23 基于转向架加速度幅值 2 阈值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

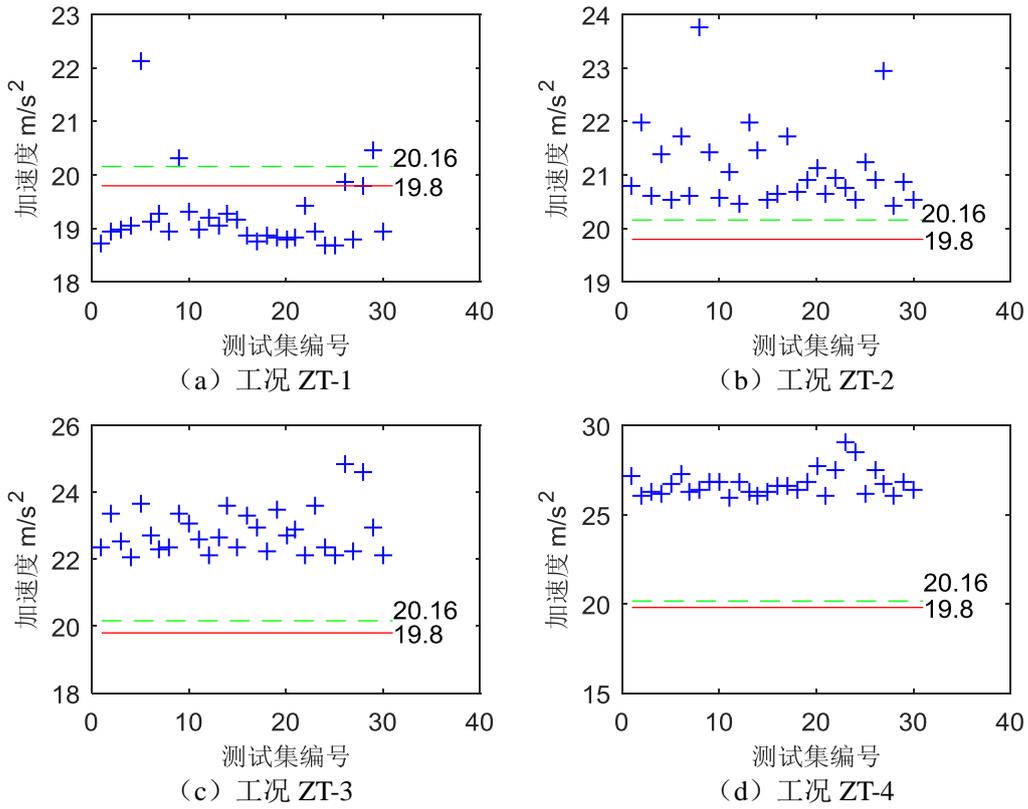


图3.24 基于第1车轮加速度幅值2 阈值模型的轨道不平顺谱整体异常识别

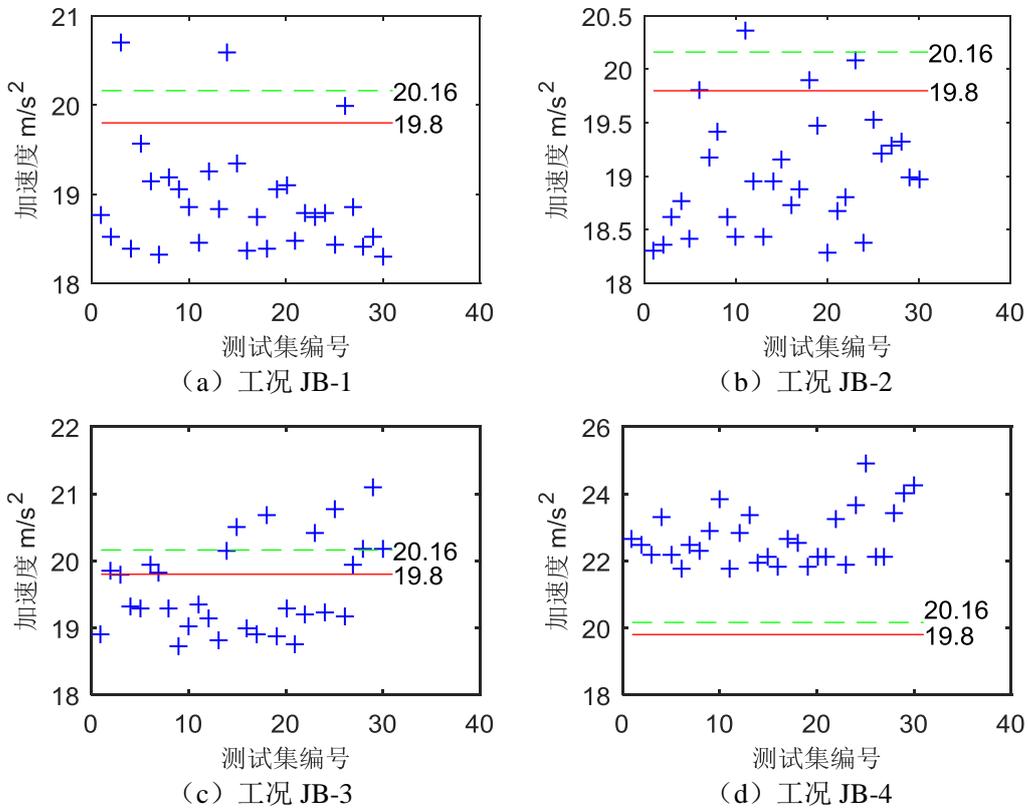


图3.25 基于第1车轮加速度幅值2 阈值模型的轨道不平顺谱局部异常识别

各工况下不同车辆部位的识别效果如表 3.4-3.5 所示。

表3.4 基于幅值 2 阈值模型 0.90 保证率阈值异常识别错误率 (%)

错误率 (%)	车厢	前转向架	第一车轮
ZT-1	26.7	16.7	16.7
ZT-2	63.3	90	0
ZT-3	0	53.3	0
ZT-4	0	40	0
JB-1	20	63.3	90
JB-2	93.3	93.3	86.7
JB-3	90	83.3	76.7
JB-4	83.3	93.3	0

表3.5 基于幅值 2 阈值模型 0.95 保证率阈值异常识别错误率 (%)

错误率 (%)	车厢	前转向架	第一车轮
ZT-1	10	3.3	10
ZT-2	80	90	0
ZT-3	0	66.7	0
ZT-4	0	50	0
JB-1	50	86.7	93.3
JB-2	100	100	96.7
JB-3	93.3	96.7	83.3
JB-4	90	96.7	0

数值实验表明：

1) 对比不同列可知，基于车轮加速度响应的轨道不平顺异常识别最好，车厢其次，转向架不能识别异常。这是因为车轮加速度响应对于轨道不平顺异常的敏感性最大，车厢其次，转向架最差。

2) 对比整体异常工况识别效果可知，轨道不平顺正常时（工况 ZT-1：整体异常系数 $\alpha = 1.0$ ），判别错误率较低，判别效果较好；轨道不平顺整体异常系数较大时（工况 ZT-3：整体异常系数 $\alpha = 1.4$ ，工况 ZT-4：整体异常系数 $\alpha = 1.6$ ），识别效果很好；轨道不平顺整体异常系数较小时（工况 ZT-2：整体异常系数 $\alpha = 1.2$ ），识别效果很差。

3) 对比局部异常工况识别效果可知，轨道不平顺谱第 4 段异常时（工况 JB-4：局部异常系数 $\alpha_4 = 1.4$ ），基于车轮加速度响应幅值的异常识别效果很好；

其他频段的不平顺异常则无法识别。这是因为第 4 段不平顺谱频率范围接近车轮固有频率，这会导致轨道不平顺谱异常对车轮加速度响应影响放大。

4) 对比异常系数相同的工况下 (ZT-3, JB-1, JB-2, JB-3, JB-4) 识别效果可知, 整体损伤识别效果优于局部损伤识别效果。

5) 对比表 3.4 和表 3.5 可知, 阈值保证率越大, 正常工况下 (ZT-1) 的异常识别错误率越低, 异常工况下 (ZT-2, ZT-3, ZT-4, JB-1, JB-2, JB-3, JB-4) 的错误率越高, 因此需要综合考虑正常工况和异常工况的识别错误率选取阈值保证率。

6) 对比表 3.2-3.3 和表 3.4-3.5 可知, 相同的异常情况下, 阈值模型的异常识别效果优于区间极大值模型的异常识别效果。

### 3.6 本章小结

本章介绍了经典极值理论的两大类模型: 区间极值模型和阈值模型的基本原理和相关性质。并分别运用这两个模型, 以车辆-轨道耦合系统中车辆子系统的竖向加速度时程为研究对象进行钢轨不平顺异常识别。主要内容及结论如下:

(1) 介绍了区间极值模型的基本原理和相关性质。

(2) 介绍了阈值模型的基本原理和相关性质。

(3) 基于区间极大值模型, 研究车辆系统的竖向加速度幅值的极值性质, 进行轨道不平顺谱整体及局部异常的识别。数值实验结果表明, 采用幅值 2 建立区间极大值正常模型优于幅值 1 和幅值 3 的模型结果。基于车轮响应的轨道不平顺异常识别最好, 车厢其次, 转向架最差。整体损伤识别效果优于局部损伤识别效果; 由于第 4 段不平顺谱频率范围接近车轮固有频率, 其异常识别效果最好。

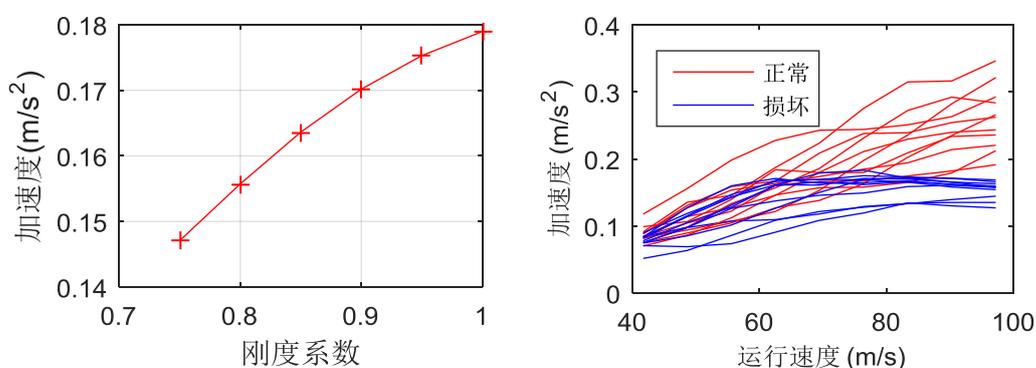
(4) 工况的对比结果与基于区间极大值模型的损伤识别结果一致, 且基于阈值模型的异常识别效果优于基于区间极大值模型的异常识别。

## 第四章 基于极函数理论的车辆悬挂系统损伤识别

### 4.1 引言

当二系悬挂系统刚度受损降低时, 车厢竖向加速度时程响应幅值降低。如图 4.1(a)所示。因此, 基于经典极值理论无法判别二系悬挂系统刚度的损伤。

然而, 该损伤会导致车厢加速度幅值与车辆运行速度的函数关系发生变化, 如图 4.1(b)所示。因此, 我们可以根据这一性质, 研究车厢加速度幅值与车辆行驶速度的函数的随机过程性质, 从而判别损伤。



(a)车厢响应与二系悬挂刚度的关系 (b) 损伤对车厢加速度与运行速度函数的影响

图4.1 正常模型和损伤模型车厢加速度与运行速度函数对比

本文中, 用 $D$ 个特定速度下车厢加速度幅值点代表函数关系, 因此, 将随机过程简化为 $D$ 维联合分布。本章首先研究多维极值的性质, 并将该性质应用于降维的极函数理论中, 从而实现悬挂系统的损伤识别。

### 4.2 极函数理论

随机连续函数是随机过程(无穷维随机变量), 为了便于研究, 本文用 $n > 2$ 个离散的点序列简单描述随机函数的概率性质, 因此, 我们将随机过程简化为 $n$ 维联合分布的多维变量。本节首先介绍了基于高斯过程回归训练多维联合分布, 然后将研究对象从函数空间对应到概率空间, 最后基于经典极值理论建立极函数理论。

### 4.2.1 多维多峰分布变量极值

经典极值理论仅适用于研究单维单峰值的分布的尾部分布<sup>[49]</sup>，主要分析如下。

#### 1. 多维变量极值

假设 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$ 是独立同分布于 $F(x, y)$ 的随机向量序列，根据经典极值理论，定义如下极大值

$$\begin{aligned} M_{x,n} &= \max \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \text{ and } M_{y,n} = \max \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\} \\ M_n &= (M_{x,n}, M_{y,n}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$M_n$ 为分量极大值向量； $X_i$ 序列的下标不必与 $Y_i$ 出现的下标一致，因此， $M_n$ 按照向量序列的原始顺序。这样问题就被分解为独立的单变量 $X_i$ 和 $Y_i$ ，经典极值理论可以分别用于两个单变量序列进行极值性质的分析<sup>[50]</sup>。文献<sup>[51, 52]</sup>均采用了这样的思想。但是，对于奇异检测，我们需要研究的是相对于多维正常模型的极值点，而不是考虑单独某个或某几个维度的极值。

文献<sup>[53, 54]</sup>没有采用分量极大值，而是假设正常模型服从混合高斯模型分布。多维分布空间中，高斯分布描述了超椭球体中半径 $r$ 随一维高斯分布的变化。也就是说，确定超椭球体中任意一点的概率密度 $f_n(X)$ 的问题就降维为一维问题 $f_1(r)$ ，其中， $r$ 为马氏半径（Mahalanobis radius）。Roberts 利用这个假设将求解多维高斯核函数的极值分布问题简化为相应的一维情况。图 4.2 所示，沿着马氏半径变化的高斯分布的极值分布服从一维的 Gumbel 分布。

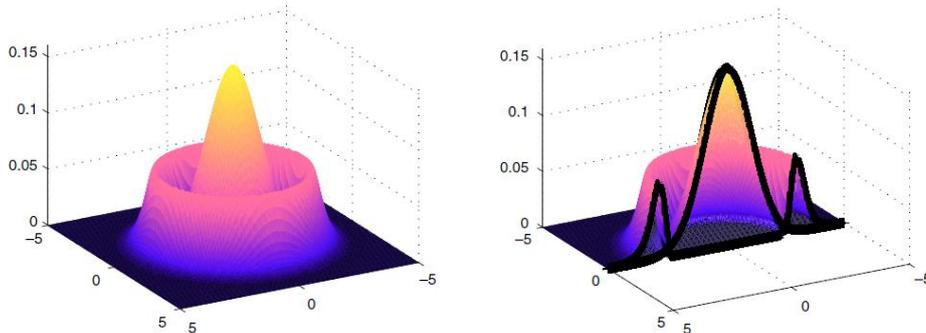


图4.2 两维高斯分布及其极值分布

然而，不是所有的多维分布都可以降维为一维分布，因此，不能直接使用经典极值理论研究多维极值分布的性质。

#### 2. 多峰分布变量极值

经典极值分布定义极值为一组观测数据中的最大值或最小值。这是因为极值分布的传统应用中，需要确定事件的最大或最小幅值，如：经济事件中的极值，气象事件中的极值情况。在奇异检测中，当只考虑单峰分布的情况下，现

存的极值的定义已经满足一维变量的分布。

然而，对于多峰分布，无论是一维还是多维变量，最大值和最小值已经不能满足研究要求。因为没有单独的距离模式可以描述所有的极值点。一维变量的双峰分布如图 4.3 左图所示。显然最大值和最小值是极值，(如 $x = 1$ 和 $x = 28$ )。另外，双峰之间的值（如 $x = 10$ ）也应该被视为极值，因为它们和 $x$ 轴上的最大值和最小值一样为小概率事件。

在奇异检测中，我们所关心的是极不可能发生的事件，小概率事件，而不仅仅是最大值和最小值。

图 4.3 右图所示为多变量多峰值分布。对于图示双变量数据 $x = (x_1, x_2)$ ， $x_1$ 或 $x_2$ 方向的最大值或最小值应该被考虑为极值，但是，奇异检测中，类似的小概率数据空间，如 $x = (0,0)$ 也应该被考虑为极值点。

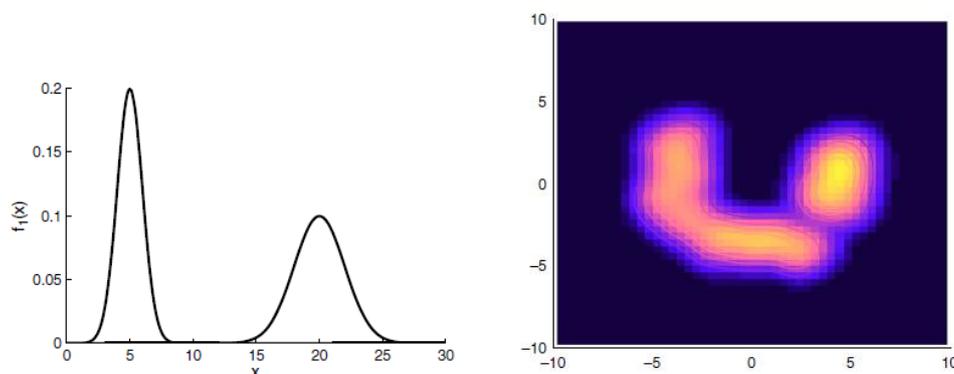


图4.3 一维变量双峰分布及二维变量多峰分布

因此，经典极值理论不适用于原分布为多峰分布的情况。

### 3. 多维多峰分布变量极值分布

基于以上两节的分析，我们在概率空间重新定义极值<sup>[55]</sup>。在奇异检测中，包含 $m$ 个样本的 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ，样本服从 $n$ 维概率分布 $f_n(x)$ ，极值定义为概率分布中间中最不可能的样本。基于 $f_n(x)$ 选择极值可以将多维极值问题转化为一维极值分布问题，从而可以应用经典极值理论进行分析。

定义概率密度函数的概率分布函数为

$$F_n(\kappa) = \int_R f_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, R = \{\mathbf{x} \in D | f_n(\mathbf{x}) \geq \kappa\} \quad (4.2)$$

概率分布函数 $F_n$ 是概率密度函数 $f_n$ 的单调减函数，故基于 $f_n$ 选择极小值等价于基于 $F_n$ 选择极大值。

我们的定义满足文献<sup>[56]</sup>中的条件，即在异常范围内观测到异常值的概率应该至少等于在异常范围外的观测到正常值的概率。也就是说，异常的边界是正常数据在概率范围内的 $f_n$ 较低的界限。

新的极值定义描述了正常数据空间的机制，如果我们从正常模型 $f_n$ 观测到

$m$ 个数据，极值分布描述了 $m$ 个正常数据中最不可能的数据的分布。因此，我们可以用极值分布区设置异常阈值，然后用概率方式进行异常检测。

换种理解方式，分布 $f_n(x)$ 的极值分布 $f_n^e$ 描述了该分布等概率线的极值概率分布。因此可以认为多变量极值分布是 $f_n(x)$ 等概率线的变换。图 4.4 是一个双变量正常模型 $f_2(x)$ 的等概率线图。极值分布， $m = 100$ 。极值变换的等概率线出现在原分布的等概率线处。所以，我们假设极值分布是等概率线的权重函数

$$f_n^e(\mathbf{x}) = g[f_n(\mathbf{x})] \quad (4.3)$$

式中， $g$ 为权重函数。如果我们能找到 $g$ 的形式，就可以准确计算多维多峰分布的极值分布。

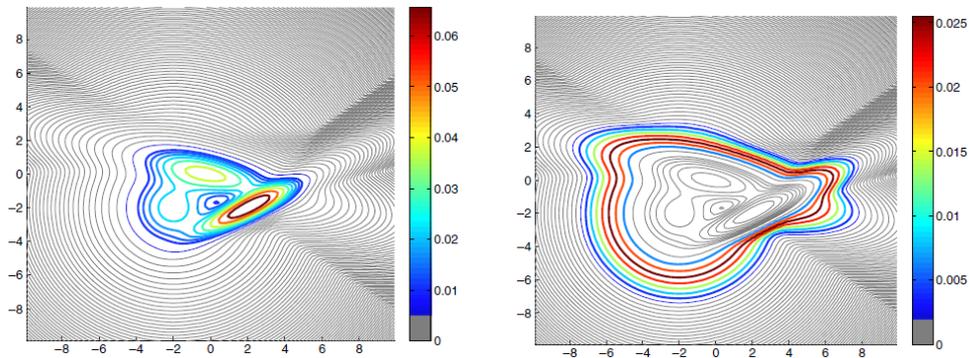


图4.4 双变量分布及其极值分布

#### 4.2.2 函数的概率表达——高斯过程回归

为了研究函数的概率性质，本文采用高斯过程回归的方法。

##### 1. 模型<sup>[57, 58]</sup>

考虑一个经典的回归(regression)问题：给一组样本数据 $\{x_i, y_i\}, i = 1, \dots, n$ ，其中， $x_i \in R^N$ 为输入数据， $y_i \in R$ 为输出值，人们希望能够学习之间的相应关系，即学习一个函数

$$f: R^N \rightarrow R \quad (4.4)$$

使其满足：

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad (4.5)$$

其中， $\varepsilon_i$ 代表误差，独立于 $f(x_i)$ 。这样，对于一个新输入的观测样本 $x^*$ ，我们可以给出相应的估计值 $f(x^*)$ 。

最简单的考虑是假定 $f$ 为线性函数，即为经典的线性回归(linear regression)模型

$$f(x) = a^T x + b \quad (4.6)$$

但是，这样的假设显然不能满足一般情况。于是，我们考虑一个映射 $\phi$ ，

$$\phi: R^N \rightarrow H \quad (4.7)$$

为了不失一般性且拥有良好的数学性质， $H$ 一般假设为重现核希尔伯特空间 (reproducing kernel Hilbert space, RKHS, 见<sup>[59]</sup>)。这是一个内积空间，所以假定

$$f(x) = \langle \omega, \phi(x) \rangle + b, \quad \omega \in H \quad (4.8)$$

写成向量相乘的形式即为

$$f(x) = \phi(x)^T \omega + b \quad (4.9)$$

为了叙述的方便，不失一般性，我们下面假定 $b = 0$ 。把给定的样本 $\{x_i\}, i = 1 \dots n$ 看成是已知量，令 $y = [y_1, y_2, \dots]^T$ ， $\Phi = [\phi(x_1), \phi(x_2), \dots]$ ， $f = [f(x_1), f(x_2), \dots]^T$ ，及 $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots]^T$ ，式(4.9)可以写成

$$y = f + \varepsilon = \Phi^T \omega + \varepsilon \quad (4.10)$$

如果给 $w$ 假定一个先验概率 $N(0, I)$ ，且假设 $\varepsilon$ 是 i.i.d.  $N(0, \sigma^2 I)$ ，那么 $f$ 和 $y$ 都是高斯过程。在这里使用高斯过程，是因为从函数的角度来看， $f$ 是一个有无限长度的随机过程，而其任意有限长度的子序列符合高斯分布。其均值和方差计算如下：

$$E(y) = E(f) = 0 \quad (4.11)$$

$$\text{cov}(y) = E(yy^T) = \Phi^T \Phi + \sigma^2 I \quad (4.12)$$

接下来，我们令 $K = \Phi^T \Phi$ ，所以其每个元素为 $K_{ij} = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle$ ，令其为 $K_{ij} = k(x_i, x_j)$ ，即

$$k(x_i, x_j) = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle, \quad k(\cdot, \cdot): R^N \times R^N \rightarrow R \quad (4.13)$$

为核函数。实际上，根据 RKHS 的性质，每个 RKHS 空间都唯一确定于一个核函数，反之亦然。而 $\phi(x_i)$ 即为函数 $k(\cdot, x_i) = k(x_i, \cdot)$ 。

最后我们得到高斯过程回归模型：

$$p(y|X, k) = N(0, K + \sigma^2 I) \quad (4.14)$$

其中， $X = [x_1, x_2, \dots]$ 。值得注意的是，这里的模型不仅仅是对已观测到的数据的假设，也针对未知的 $x$ 和相应的 $y$ 。

在得到高斯过程回归模型中，我们用了两个假设，下面分别予以说明。

我们可以假定 $w$ 为服从任意协方差矩阵的高斯分布 $N(0, C)$ ，其中 $C$ 为任意

正定(positivedefinite)矩阵。这是因为，任意正定矩阵都可以写成如下形式：

$$C = VV^T \quad (4.15)$$

这样式(4.15)就变为

$$\text{cov}(y) = E(yy^T) = \Phi^T VV^T \Phi + \sigma^2 I \quad (4.16)$$

所以只要令 $\tilde{\Phi} = V^T \Phi$ ，将 $\tilde{\Phi}$ 代入，式(4.16)仍然成立，只不过此时的映射 $\varphi(\cdot)$ 发生了变化。但是通过对样本的“学习”，我们仍旧可以学出适合的核函数 $k$ 。换言之，核函数 $k$ 中包含了 $w$ 的先验信息。

一般来说，高斯过程回归模型的噪音假设成高斯分布，这样就能够运用高斯分布的诸多性质。但是现实生活的各种数据不一定是高斯噪声。在中考虑了噪音符合 ARMA 模型的情况。考虑了泊松分布(Poissondistribution)的情况。假设噪声和输入值 $x$ 存在函数关系。

## 2. 核函数及其性质

可以注意到，高斯过程模型的性质完全由给定的核协方差函数 $k$ 决定。因此，选择合适的 $k$ 对于高斯过程模型的有效性至关重要。我们在式(4.16)中定义了核函数，但是不是任意 $R^N \times R^N \rightarrow R$ 的函数都是符合条件的核函数。根据 RKHS 的性质，符合条件的核函数都必须是半正定(positivesemi-definite)函数：

定义 3.1(半正定函数):一个核函数 $k$ 如果满足下面的条件：

$$\int k(x, x') f(x) f(x') d\beta(x) d\beta(x') \geq 0 \quad (4.17)$$

对所有的满足 $\int f^2(x) d\beta(x) < \infty$ 的函数 $f$ 都成立，那么该函数 $k$ 就称为是半正定函数。其中， $\beta(\cdot)$ 是定义在 $x$ 上的某种测度(measure)。

满足以上定义的核函数 $k$ 生成的核协方差矩阵 $K$ 显然是半正定的，即对任意 $a \in R_N$ ，满足

$$a^T K a \geq 0 \quad (4.18)$$

因此，式(4.18)中定义的高斯过程的任意子集的实际协方差矩阵 $\tilde{K}$ 是正定的，正好符合多维高斯分布对协方差矩阵的要求。所以，我们要求 $k$ 是半正定函数，是合理的。同时，我们也从另外一个方面，理解了为什么要加上 $\sigma^2 I$ 这样一个噪声矩阵。

与其它核方法相比，高斯过程方法对核函数的要求是一样的，所以在其它核方法中使用的核函数在高斯过程方法中同样适用。常见的核函数包括：

### (1) 线性核

$$k(x, x') = x^T x' \quad (4.19)$$

$$k(x, x') = x^T L x' \quad (4.20)$$

这里  $L = \text{diag}(l_1, l_2, \dots, l_D)$  是一个对角矩阵。

(2) 多项式核

$$k(x, x') = (x^T x' + b)^d \quad (4.21)$$

(3) 高斯核函数

$$k(x, x') = a \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2l^2}\right) \quad (4.22)$$

$$k(x, x') = a \exp\left(-\frac{(x - x')^T \Lambda (x - x')}{2l^2}\right) \quad (4.23)$$

其中,  $a > 0$ ,  $\Lambda$  是一个对角矩阵(diagonal matrix), 且每个元素都大于 0。式(4.17)是(4.16)的一般形式, 考虑了  $x$  在每个维度上的归一化。高斯核函数在神经网络方法中推广成径向基函数(radial basis function):

$$k(x, x') = f(\|x - x'\|^2), \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (4.24)$$

### 3 参数估计

实际上, 高斯过程模型仍然会使用超参数(hyperparameter), 用在核函数  $k$  (或称协方差函数) 中。如同其它解决回归问题的方法一样, 高斯过程模型也需要有一个训练的过程, 即通过现有的样本数据  $\{x_i, y_i\}$ ,  $i = 1 \dots n$  训练出用于预测或判别的模型。具体对高斯过程模型而言, 就是训练出一个合适的核函数  $k$ , 确定其参数。

根据式(4.6), 对于已知样本数据  $y$  和  $X$ , 我们可以计算其对数似然(log-likelihood)函数, 然后用极大似然方法(maximum likelihood)来估计参数。假设函数  $k$  中含有参数  $\theta_1, \theta_2, \dots$ , 同时  $\sigma_2$  也是需要估算的值, 待估计参数向量  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \sigma_2]^T$ 。令

$$\tilde{K} = K + \sigma^2 I \quad (4.25)$$

, 我们得到下式:

$$L(\theta) = \frac{1}{2} (n \log(2\pi)) + \log |\tilde{K}| + y^T \tilde{K}^{-1} y \quad (4.26)$$

由于上式是一个非线性(一般来说, 核函数  $k$  为一个非线性函数)且无限制条件的极值问题, 在这里我们使用共轭梯度计算其极值。大致思想是, 通过每次

计算对各个参数的导数，从而获得下降的梯度，然后经过多次迭代使得值不断下降，直至收敛。因此，我们需要计算似然函数 $L(\theta)$ 对各个参数 $\theta_i$ （包括 $\sigma$ ）的导数

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = -\frac{1}{2} \left( \text{Tr} \left( \tilde{K}^{-1} \frac{\partial \tilde{K}}{\partial \theta_i} \right) - y^T \tilde{K}^{-1} \frac{\partial \tilde{K}}{\partial \theta_i} \tilde{K}^{-1} y \right) \quad (4.27)$$

其中 $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹(trace)。如果 $\tilde{K}^{-1}$ 已知，那么式(4.23)的计算复杂度为 $O(n^2)$ ， $n$ 为样本个数，因此总的计算复杂度比较小，也证明了使用梯度算法的合理性。

### 4.2.3 极函数分布

随机函数是一个随机过程，本文用离散的点来代表函数关系，因此将随机过程简化为多维随机变量。本文使用4.3.1节的高斯过程回归来研究该多维随机变量的性质，从而将每条函数赋予了对应的条件概率值，并以此为数据基础，进行经典极值理论的分析研究。

## 4.3 基于极函数理论的车辆二系悬挂刚度损伤识别

本章以车辆系统二系悬挂刚度的损伤为例，介绍极函数理论在高速铁路系统损伤识别的应用。

当仅有车辆系统二系悬挂刚度损伤（降低）时，车厢的竖向加速度降低，此时，直接使用经典极值理论是无法进行损伤识别的，因为，损伤后的加速度必然在正常模型极值阈值的范围内。

此时，以车厢竖向加速度与车辆行驶速度之间的函数关系 $f$ （随机过程）为研究对象，二系悬挂刚度的损伤会引起该随机过程的性质改变，从而依据极函数理论进行损伤识别。

### 4.3.1 车辆二系悬挂刚度损伤定义

列车悬挂系统的故障主要包括一级弹簧故障、二级弹簧故障以及二级阻尼故障，弹簧以及阻尼的故障可以分别用刚度系数及阻尼系数的变化来表示。如对于二系悬挂刚度，损伤后的刚度可表示为

$$K_{s2} = \alpha K_{s2,0} \quad (4.28)$$

式中 $\alpha$ 为二系悬挂刚度系数。

### 4.3.2 车辆响应-运行速度函数特征参数的选取

车辆的运行速度，对车辆轨道系统的垂向响应有显著的影响<sup>[60]</sup>。如图所示，车辆以不同的速度运行，车厢竖向加速度随之变化，且呈递增趋势。因此本文以车辆响应与车辆运行速度函数作为研究对象。

### 4.3.3 损伤识别思路

#### 1. 函数空间与概率空间的对应

基于高斯过程回归，将函数空间 $f$ 对应到概率空间 $nlp$ 。

#### 2. 基于概率空间的损伤识别

以函数的概率特征值代替 3.4 节和 3.5 节中车辆响应特征值，可以通过区间极大值模型和阈值模型进行损伤识别识别过程分别同 3.4.2 节和 3.5.1 节中流程，如图 4.5 和图 4.6 所示。

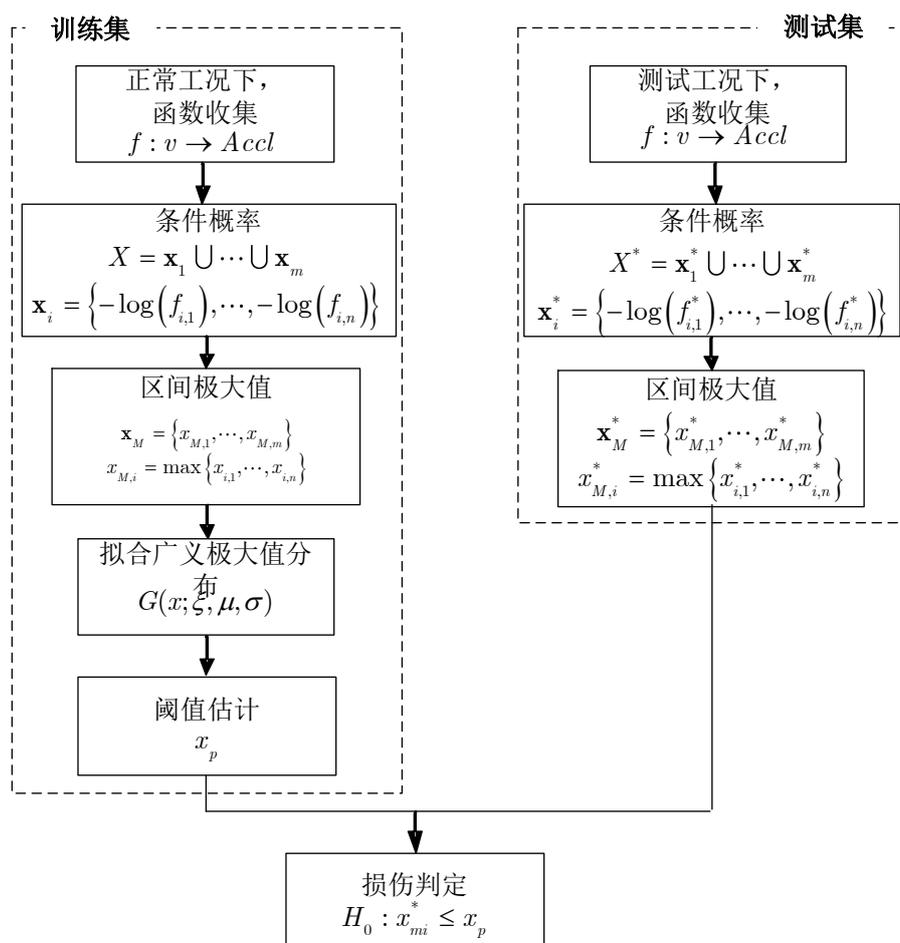


图4.5 基于区间极大值的极函数理论的车辆悬挂系统损伤识别流程图

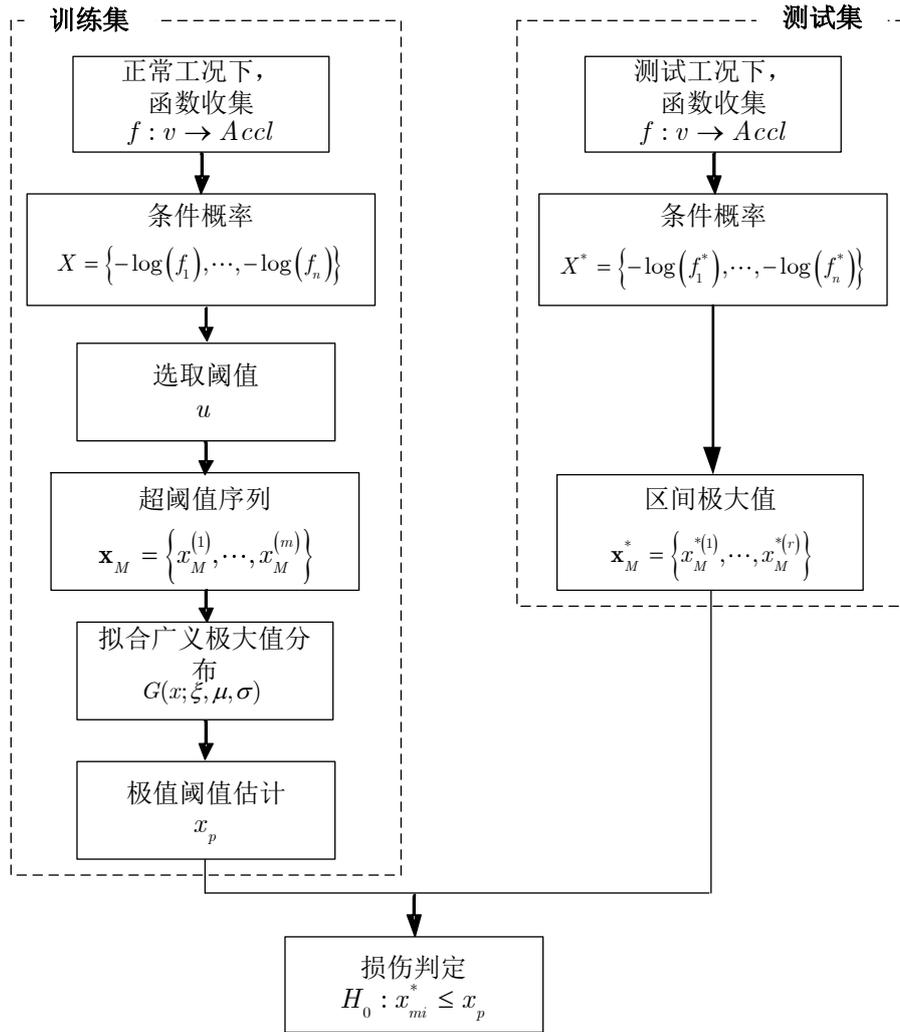


图4.6 基于阈值模型的极函数理论的车辆悬挂系统损伤识别流程图

#### 4.3.4 算例

为了检验基于极函数理论损伤识别的效果, 本文以二系悬挂刚度的损伤为例, 进行数值算例分析.

##### 1. 建立正常模型

以式 (4.27) 中  $\alpha = 1.0$  时的情况为正常情况。以车辆行驶  $\Delta D = 200\text{m}$  长轨道的车辆加速度时程绝对值幅值为响应特征参数进行研究。采集了车辆分别以  $\{150, 175, \dots, 350\}\text{km/h}$  的速度行驶同一轨道时的车辆竖向加速度时程幅值代表一条函数。通过数值模拟获取 400 条函数样本, 以函数的条件概率的负自然对数  $\text{nlp}$  为概率特征值。通过高斯过程回归计算每条函数的概率特征值  $\text{nlp}$ 。利用极大似然法拟合其广义极大值分布 (区间长度为 10) 或广义帕累托分布 (极值样本取前 10% 的数据), 并计算保证率为  $p = 0.90$  或  $0.95$  时的阈值。车辆二系悬挂刚度损伤时, 对车厢竖向加速度响应影响最大, 故本文根据车辆车厢竖

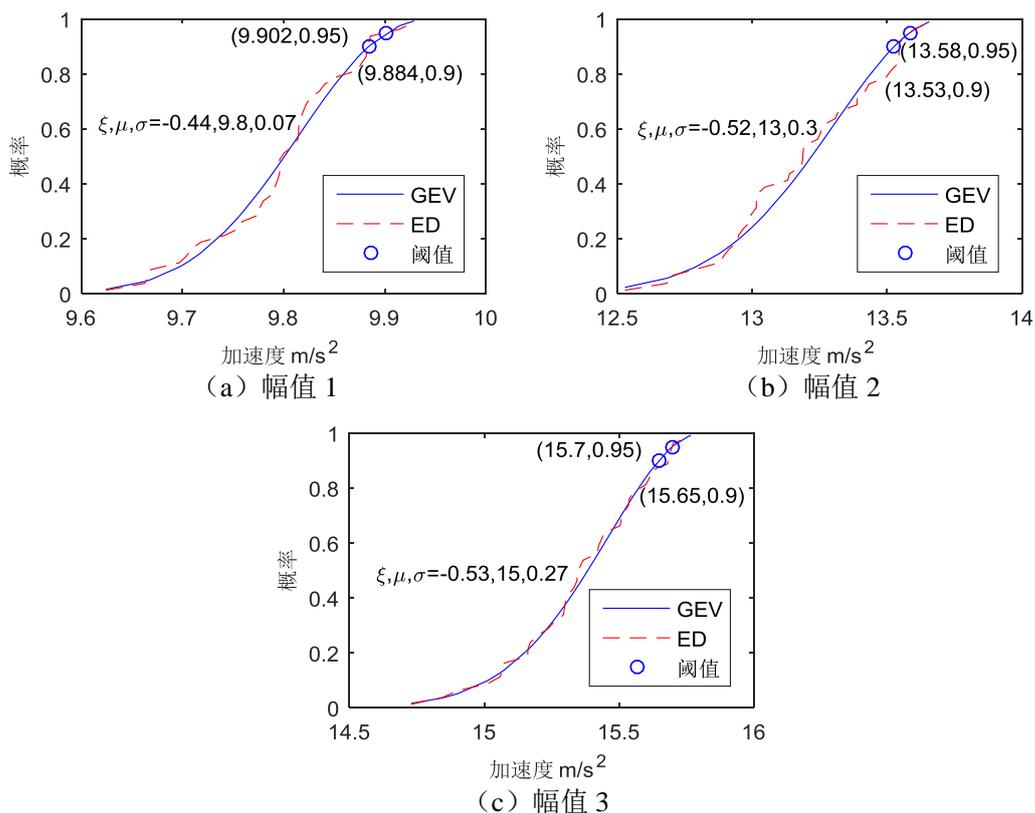


图4.7 车厢加速度幅值区间极函数正常模型

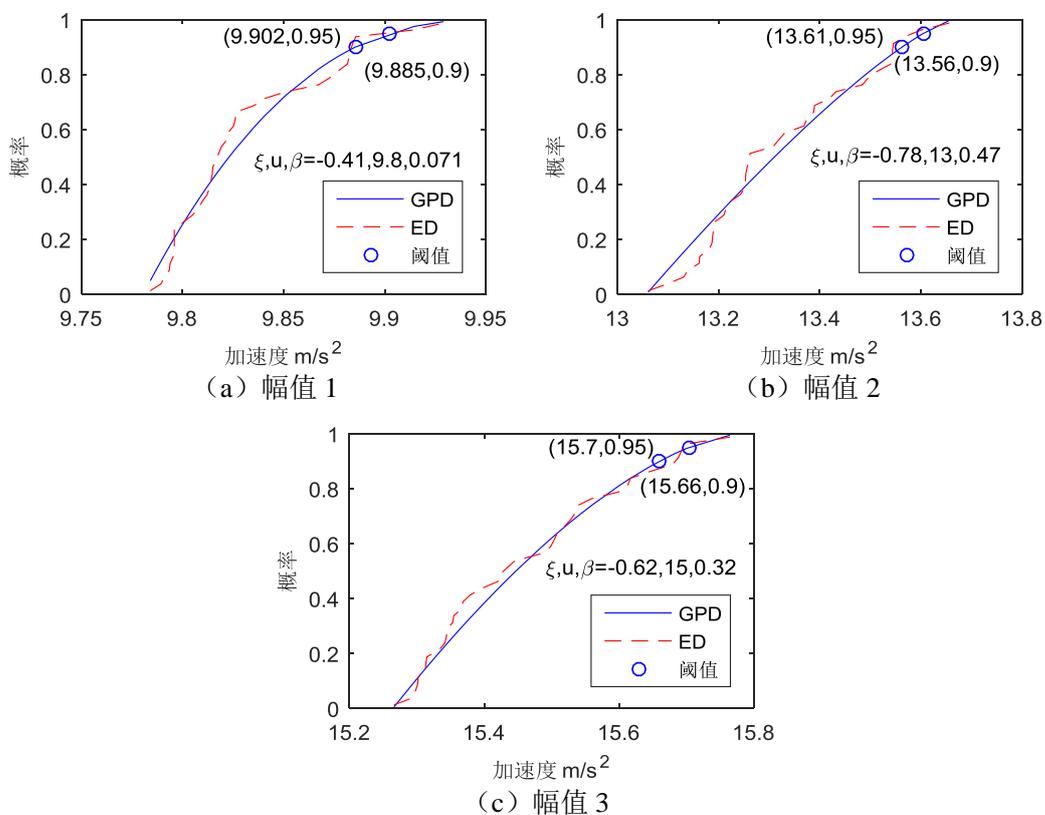


图4.8 车厢加速度幅值阈值极函数正常模型

向加速度的幅值建立的区间极函数模型和阈值极函数正常模型分别如图 4.7-图

4.8 所示。

对比不同幅值拟合的正常模型，幅值 3 所对应的拟合状况最好。这是因为幅值 1 和幅值 2 的离散型（方差）较大，导致车辆以不同的速度行驶同一段轨道时形成的加速度幅值-行驶速度函数离散型较大，导致函数概率特征值离散型较大。故本节基于加速度幅值 3 进行损伤识别。

## 2. 测试车辆二系悬挂刚度损伤识别

本节考虑了如表 4.1 所示的工况。基于上述车厢加速度幅值 3 的区间极函数模型和阈值极函数正常模型的损伤识别结果如图 4.9 和图 4.10 所示。

表4.1 二系悬挂刚度损伤工况

工况编号	刚度系数 $\alpha$	函数样本空间（条）
1	1.0	100
2	0.75	100
3	0.60	100
4	0.50	100

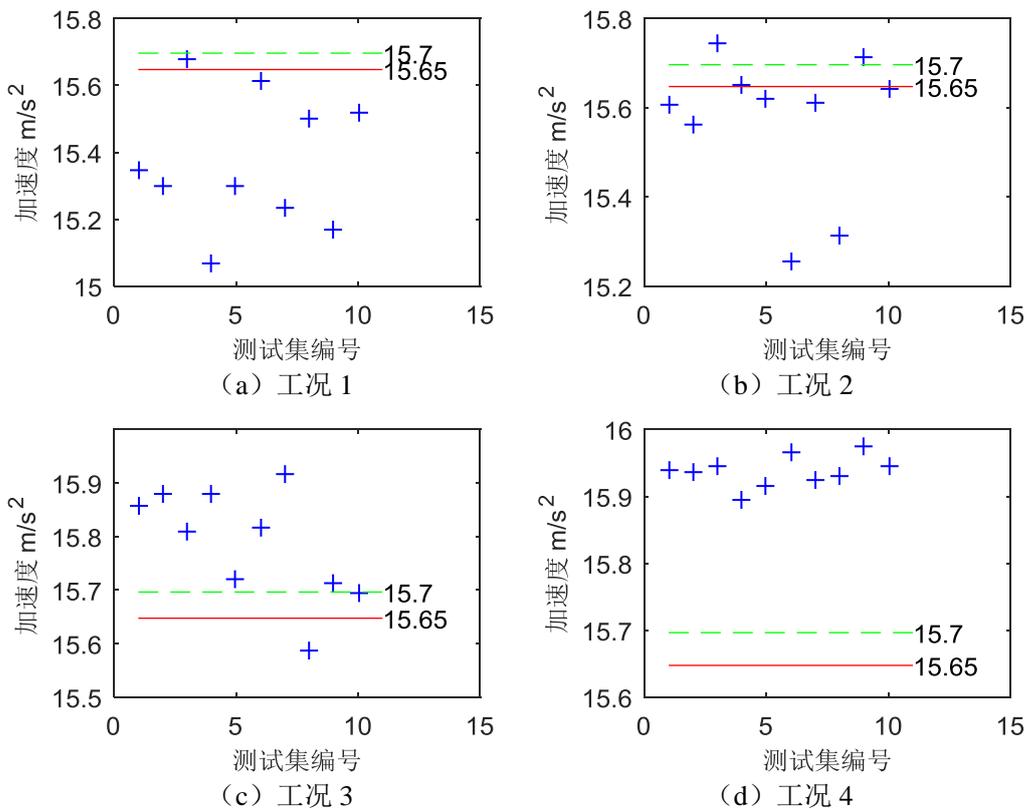


图4.9 基于车厢加速度幅值 3 区间极函数模型的二系悬挂刚度损伤识别

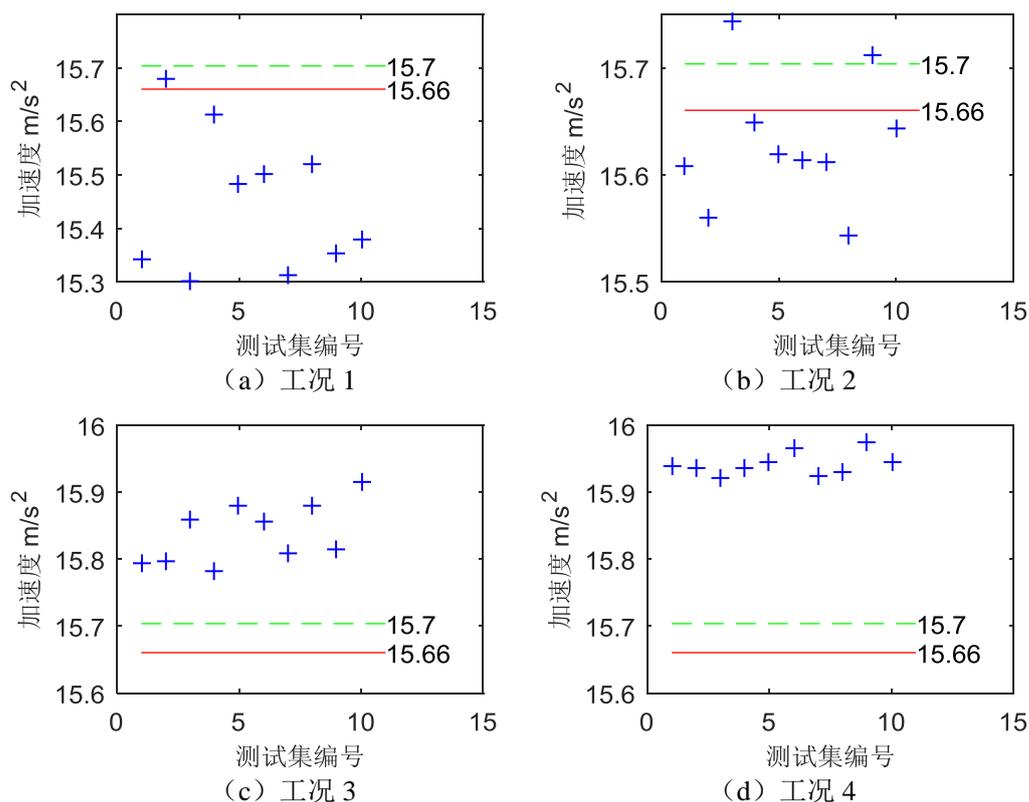


图4.10 基于车厢加速度幅值3 阈值极函数模型的二系悬挂刚度损伤识别

各工况下采集的函数样本数如表 4.1 所示。各工况下，车辆损伤判别结果，如图 4.8-4.10 所示。各工况下，损伤识别的错误率如表 4.2 和表 4.3 所示。

表4.2 基于区间极函数理论识别二系悬挂刚度损伤识别错误率 (%)

工况编号	阈值保证率 0.90	阈值保证率 0.95
1	10	10
2	70	80
3	10	0
4	0	0

表4.3 基于阈值极函数理论识别二系悬挂刚度损伤识别错误率 (%)

工况编号	阈值保证率 0.90	阈值保证率 0.95
1	0	0
2	80	80
3	20	0
4	0	0

数值实验结果表明：

1) 对比表 4.2 (或表 4.3) 中不同工况的损伤识别错误率可知, 悬挂系统无故障时 (工况 1: 刚度系数 $\alpha = 1.0$ ), 判别错误率很低; 轻微故障时 (工况 2: 刚度系数 $\alpha = 0.75$ ), 二系悬挂刚度损伤识别效果很差; 中等故障时 (工况 3: 刚度系数 $\alpha = 0.60$ , 工况 4: 刚度系数 $\alpha = 0.50$ ) 二系悬挂刚度损伤识别效果较好。

2) 对比表 4.2 和表 4.3 可知, 基于阈值极函数模型的损伤识别效果与基于阈值极函数模型的损伤识别效果相近。

3) 对比不同阈值保证率情况下损伤识别结果可知, 阈值保证率越大, 正常工况下 (工况 1) 的异常识别错误率越低, 异常工况下 (工况 2, 工况 3, 工况 4) 的错误率越高, 因此选取阈值保证率时, 需要综合考虑正常工况和异常工况的识别错误率。

#### 4.4 本章小结

本章以随机函数为研究对象, 分析了极函数的性质, 并基于此分析了车辆响应幅值与车辆行驶速度函数的极函数分布特性, 从而进行损伤识别, 主要内容和结论如下:

(1) 分析了多变量极值和多峰极值的性质。

(2) 基于多峰多变量极值极值的性质, 以随机函数为研究对象, 介绍了极函数理论。

(3) 以车辆二系悬挂系统的刚度损伤为例, 以车辆子系统竖向加速度时程幅值与车辆运行速度的函数为研究对象, 运用极函数理论进行损伤识别。数值实验结果表明, 轻微故障很难识别, 中等故障识别较好。

## 第五章 结论与展望

### 5.1 结论

基于极值理论的损伤识别可以用于中国高速铁路车辆——轨道系统的健康监测，具有十分重要的工程意义。基于此，本文通过对高速铁路车辆——板式轨道模型模拟响应的极值理论分析，进行了高速铁路系统的损伤识别。主要的工作及研究结论如下：

(1) 介绍了适用于中国最新应用最广的高速铁路（CRH380 列车+无砟 CRTSII 板式轨道）车辆——板式轨道耦合集总参数模型，建立了相应的动力方程，并采用翟婉明院士早年提出的新型数值方法求解了方程。在实现了轨道计算长度模型响应求解的基础上，实现了车辆长距离行驶情况下的系统响应计算。介绍了 2014 年国家铁路局发布的中国高速铁路无砟轨道不平顺谱平均谱的拟合函数，并采用双边周期谱实现了不平顺时域序列的生成。最后，成功模拟了长距离行驶的情况下，中国高速铁路系统在无砟轨道高低不平顺平均谱荷载下的系统响应，建立了极值理论损伤识别的数值模型。

(2) 介绍了经典极值理论的两大类模型（区间极值模型和阈值模型）的基本原理和相关性质。以车辆—轨道耦合系统中车厢的竖向加速度时程阈值为分析对象，运用这两个模型，分别进行了轨道不平顺谱整体及局部异常的识别。数值实验结果表明，采用幅值 2 建立区间极大值正常模型优于幅值 1 和幅值 3 的模型结果。基于车轮响应的轨道不平顺异常识别最好，车厢其次，转向架最差。整体损伤识别效果优于局部损伤识别效果；由于第 4 段不平顺谱频率范围接近车轮固有频率，其异常识别效果最好。且基于阈值模型的异常识别效果优于基于区间极大值损伤识别。

(3) 分析了多变量极值和多峰极值的性质。基于此，结合经典极值理论介绍了基于多变量极值的损伤识别的思路。以随机函数为研究对象，运用多变量极值理论分析，介绍了极函数理论。以车辆二系悬挂系统的刚度损伤为例，以车厢加速度时程幅值与车辆运行速度的函数为研究对象，运用极函数理论进行损伤识别。数值实验结果表明，轻微故障很难识别，中等故障识别较好。

## 5.2 展望

高速铁路系统非常复杂，损伤形式非常多样，极值理论将复杂的系统当成一个黑匣子，直接分析系统损伤前后的动力响应，从而进行损伤识别。本文的研究成果对建立铁路系统的健康监测系统具有一定的借鉴意义，但是本文对极值理论和铁路系统的性质仍不全面，仍有许多问题需要进一步的研究分析：

### (1) 多维极值理论的深化研究

本文主要基于经典极值理论和多维极值的特殊情况极函数理论对铁路系统响应进行分析，从而识别系统的损伤。但是，健康监测过程中，往往可以同时监测到车辆系统不同部位的响应，因此，只使用车厢的响应势必造成数据的利用率不高。因此，有必要深化研究多维极值分布的性质，并据此分析系统不同部位响应构成的多维极值，比如研究某行驶速度下车厢加速度幅值和转向架加速度幅值构成的的 2 维极值，从而判定二系悬挂系统的刚度或阻尼的损伤。

### (2) 考虑响应的频谱特性

本文主要根据以系统的时域响应为基础的损伤识别，然而，在某些方面，响应的频域信息更能反应系统的损伤。因此，同时研究频谱极值的性质能优化损伤识别的效果。

### (3) 考虑多种失效模式的混合损伤评估指标

本文研究侧重点在于单个损伤情况下的损伤识别效果分析，然而，在实际的运营中，损伤可能不会单独出现，此时有效评估系统的损伤具有很大的工程意义。

## 致谢

时光荏苒，岁月如梭，3年的硕士学习生活即将结束。期间，老师们的谆谆教导，振动控制教研室的大家庭温暖，小伙伴们的亲密陪伴以及家人的默默支持，使我茁壮成长。

本文能得以完成，首先感谢我的导师唐和生副教授。唐老师洒脱的性格、渊博的学识，广阔的国际视野，严谨的治学态度都给我留下了非常深刻的印象。硕士学位论文从选题、方向的把握、资料的收集到修改、成稿，都渗透着导师的心血。与唐老师关于课题的交流讨论中，我获得很多有益的启发。正是这些启发与对疑问的破解提高了我分析问题与解决问题的能力。

此外，还要感谢振动与控制研究室的薛松涛教授和谢丽宇老师。薛老师远近闻名而和蔼可亲。薛老师经常会抽出时间给我们讲授难点专业知识，分析学术前沿动态，丰富我们的国际视野；并积极关心教研室的每一位学生。谢老师年轻有为，充满活力，具有很强的人格魅力，既是良师，也是益友。

感谢博士生李大伟、杨鹏超师兄以及二年级硕士生郑学胜师弟在 MATLAB 程序应用及理论研究中所给予的帮助，与三位的交流讨论加深了我对本课题的理解。

同时还要感谢的有：我的同门杨桂权、蒋灿、李林、余必龙；博士生荀阳、赵金海、宋琛琛师兄，仝运佳师姐，郭雪媛、班鑫磊师妹；二年级硕士生张昕宇、陈杉杉、凌塑奇师弟；一年级硕士生张睿、徐康乾、陈实师弟，陈依珂、林庄慧师妹；已出站的博士后张毅捷师姐；已毕业的博士苏瑜师姐；已毕业的硕士陈微、牟晓彤师姐，王航航、王兵、梅加河师兄；我的室友李婷婷、史培培和杨扬。与你们的相处非常愉快，感谢你们在学习和生活中给我的帮助，与你们的友谊也将是我人生中的一大笔财富。

感谢我的父母和弟弟，你们永远是我精神的支柱，是我心灵的港湾，希望你们身体健康、开心幸福。

感谢我的男朋友郑学胜，感谢那些一起走过的日子，希望我们一直并肩前行。

感谢所有曾经帮助、关心和支持我的人，愿你们有一个幸福的人生。

黄志云  
2017年06月



## 参考文献

- [1] 中国国家铁路局. 中国高速铁路[Z]. [http://www.nra.gov.cn/ztzl/hyjc/gstl\\_/](http://www.nra.gov.cn/ztzl/hyjc/gstl_/), 2017.
- [2] 代鑫. 基于光纤光栅的高速铁路轨道结构监测方法及关键技术研究[D]. 武汉理工大学, 2013.
- [3] 刘启跃, 张波, 周仲荣. 铁路钢轨损伤机理研究[J]. 中国机械工程. 2002, 13(18): 1596-1599.
- [4] 马跃伟. 高速铁路钢轨损伤分析与预打磨型面优化分析[D]. 大连理工大学, 2012.
- [5] 郭淑萍. 城轨列车悬挂系统故障诊断研究及其工程实现[Z]. 北京交通大学, 2014.
- [6] Ishii H, Fujino Y, Mizuno Y, et al. The Study of TRAIN INTELLIGENT MONITORING SYSTEM USING ACCELERATION OF ORDINARY TRAINS[J]. Proceedings of Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring. 2006, Yokohama Japan (CD).
- [7] 付春雨. 基于车致振动响应的铁路桥梁损伤识别方法研究[D]. 西南交通大学, 2011.
- [8] 黄杰忠. 基于车桥耦合振动信号的桥梁结构损伤识别研究[D]. 南昌大学, 2016.
- [9] 陈上有. 基于车桥耦合振动分析的桥梁结构参数识别与损伤诊断方法研究[D]. 北京交通大学, 2008.
- [10] Li P, Goodall R. Model-based condition monitoring for railway vehicle systems[J]. Control 2004. 2004.
- [11] Hayashi Y, Tsunashima H, Marumo Y. Fault detection of railway vehicle suspension systems using multiple-model approach[J]. Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics. 2008, 1(1): 88-99.
- [12] Li P, Goodall R, Weston P, et al. Estimation of railway vehicle suspension parameters for condition monitoring[J]. Control engineering practice. 2007, 15(1): 43-55.
- [13] Wei X, Lin S, Liu H. Distributed fault detection observer for rail vehicle suspension systems[C]. IEEE, 2012.
- [14] 成棣, 刘金朝, 王成国. 基于 Kalman 滤波器的故障诊断方法及其在铁道车辆中的应用[J]. 铁道机车车辆. 2007, 27(1): 9-13.
- [15] 李嘉祺, 黄庆南. 基于 KPCA 的高速列车悬挂系统故障检测[J]. 2017, 39(8): 39-41.
- [16] 边肇祺, 张学工. 模式识别.第2版[M]. 清华大学出版社, 2000.
- [17] Vapnik Vladimir N. 统计学习理论[M]. 电子工业出版社, 2009.
- [18] Wei X, Liu H, Qin Y. Fault diagnosis of rail vehicle suspension systems by using GLRT[C]. IEEE, 2011.
- [19] Wei X, Lui H, Qin Y. Fault isolation of rail vehicle suspension systems by using similarity measure[C]. IEEE, 2011.
- [20] Wei X, Liu H, Jia L. Fault detection of urban rail vehicle suspension system based on acceleration measurements[C]. IEEE, 2012.
- [21] Wei X, Jia L, Liu H. Data-driven fault detection of vertical rail vehicle suspension systems[C]. IEEE, 2012.
- [22] Wei X, Jia L, Liu H. A comparative study on fault detection methods of rail vehicle suspension systems based on acceleration measurements[J]. Vehicle System Dynamics. 2013, 51(5): 700-720.
- [23] Mei T X, Ding X J. A model-less technique for the fault detection of rail vehicle suspensions[J]. Vehicle System Dynamics. 2008, 46(S1): 277-287.
- [24] Mei T X, Ding X J. Condition monitoring of rail vehicle suspensions based on changes in system

- dynamic interactions[J]. *Vehicle System Dynamics*. 2009, 47(9): 1167-1181.
- [25] Vapnik Vladimir N. 统计学习理论的本质[M]. 清华大学出版社, 2000.
- [26] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 科学出版社, 2007.
- [27] 李芾, 安琪, 黄春蓉. 中国铁路机车车辆装备技术发展及展望[J]. *中国铁路*. 2012(11): 11-17.
- [28] 翟婉明, 韩卫军, 蔡成标, 等. 高速铁路板式轨道动力特性研究[J]. *铁道学报*. 1999(06): 65-69.
- [29] Zhai W, Wei K, Song X, et al. Experimental investigation into ground vibrations induced by very high speed trains on a non-ballasted track[J]. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*. 2015, 72: 24-36.
- [30] Timoshenko S. *Vibration problems in engineering*[J]. 1974, 47(8): 100.
- [31] 周清跃, 刘丰收, 田常海, 等. 高速铁路轮轨形面匹配研究[J]. *中国铁路*. 2012(9): 33-36.
- [32] 翟婉明, 黄志辉. 列车动力学的非线性数值分析方法[J]. *西南交通大学学报*. 1991(01): 82-90.
- [33] 国家铁路局发布. 高速铁路无砟轨道不平顺谱[M]. 中国铁道出版社, 2014: 687-696.
- [34] Fisher R A, Tippett L H C. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample[C]. Cambridge Univ Press, 1928.
- [35] Fisher R A, Tippett L H C. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample[C]. Cambridge Univ Press, 1928.
- [36] Leadbetter M R, Lindgren G, Rootzén H. *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*[Z]. Springer, New York, 1983.
- [37] Gnedenko B. Sur la distribution limite du terme maximum d'une serie aleatoire[J]. *Annals of mathematics*. 1943: 423-453.
- [38] Hols M C, De Vries C G. The limiting distribution of extremal exchange rate returns[J]. *Journal of Applied Econometrics*. 1991, 6(3): 287-302.
- [39] Von Mises R. La distribution de la plus grande de n valeurs[J]. *Rev. math. Union interbalcanique*. 1936, 1(1).
- [40] Jenkinson A F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1955, 81(348): 158-171.
- [41] Smith R L. Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases[J]. *Biometrika*. 1985: 67-90.
- [42] Embrechts P, Schmidli H. Modelling of extremal events in insurance and finance[J]. *Mathematical Methods of Operations Research*. 1994, 39(1): 1-34.
- [43] Pickands Iii J. Statistical inference using extreme order statistics[J]. *the Annals of Statistics*. 1975: 119-131.
- [44] Dumouchel W H. Estimating the stable index  $\alpha$  in order to measure tail thickness: a critique[J]. *the Annals of Statistics*. 1983: 1019-1031.
- [45] de Zea Bermudez P, Turkman M A, Turkman K F. A predictive approach to tail probability estimation[J]. *Extremes*. 2001, 4(4): 295-314.
- [46] Azzalini A. *Statistical inference based on the likelihood*[M]. CRC Press, 1996.
- [47] Danielsson J, de Vries C. Beyond the sample: Extreme quantile and probability estimation[Z]. 1997.
- [48] Ferreira A. Optimal asymptotic estimation of small exceedance probabilities[J]. *Journal of statistical planning and inference*. 2002, 104(1): 83-102.

- [49] Clifton D A, Hugueny S, Tarassenko L. Novelty detection with multivariate extreme value statistics[J]. Journal of signal processing systems. 2011, 65(3): 371-389.
- [50] Coles S, Bawa J, Trenner L, et al. An introduction to statistical modeling of extreme values[M]. Springer, 2001.
- [51] Castillo E, Hadi A S, Balakrishnan N, et al. Extreme value and related models with applications in engineering and science[M]. Wiley Hoboken, NJ, 2005.
- [52] Embrechts P, Klüppelberg C, Mikosch T. Modelling extremal events: for insurance and finance[M]. Springer Science & Business Media, 2013.
- [53] Roberts S J. Extreme value statistics for novelty detection in biomedical signal processing[C]. 2000.
- [54] Roberts S J. Novelty detection using extreme value statistics[J]. Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings -. 1999, 146(3): 124-129.
- [55] Clifton D A, Lei C, Hugueny S, et al. An Extreme Function Theory for Novelty Detection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. 2013, 7(1): 28-37.
- [56] Hyndman R J. Computing and Graphing Highest Density Regions[J]. American Statistician. 1996, 50(2): 120-126.
- [57] Williams, Christopher K I. Gaussian processes for machine learning[M]. MIT Press, 2006: 69-106.
- [58] 沈赟. 基于高斯过程的时间序列分析[D]. 上海交通大学, 2009.
- [59] Kivinen J, Smola A J, Williamson R C. Learning with kernels :[M]. IEEE Press, 2004: 2165-2176.
- [60] 史红梅, 余祖俊, 周佳亮. 不同线路条件及运行速度下高速列车振动性能分析[J]. 北京交通大学学报. 2012, 36(1): 112-116.



## 个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

### 个人简历:

黄志云, 女, 1992年06月生。

2014年06月毕业于苏州科技大学土木工程专业(建筑工程方向), 获学士学位。

2014年09月入同济大学土木学院攻读硕士学位。

### 已发表论文:

[1] TANG H, HUANG Z, YANG G. Extreme Function Theory for Novelty Detection: A Case Study for Vehicles—Guideway System[C]//1st International Workshop on Structural Health Monitoring for Railway System. 2016.

