



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

基于卡尔曼滤波理论的结构附加
阻尼力识别

资助项目：国家自然科学基金

(编号：51778490)

政府间国际科技创新合作重点专项

(编号：2016YFE0127600)

姓 名： 郑学胜

学 号： 1530666

所在院系： 土木工程学院

学科门类： 工 程

专业领域： 建筑与土木工程

指导教师： 薛松涛 教授

二〇一八年六月



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

A thesis submitted to
Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Master of Engineering

Structural Additional Damping force identification

Based on Kalman Filtering Theory

Project Supported by the National Natural
Science Foundation of China
(Grant No:51778490)

Key projects of international cooperation in scientific and
technological innovation among governments
(Grant No:2016YFE0127600)

Candidate: Zheng Xuesheng

Student Number: 1530666

College/Department: School of Civil Engineering

Discipline: Engineering

Major: Architectural and Civil Engineering

Supervisor: Xue Songtao

June, 2018

基于卡尔曼滤波理论的结构附加阻尼力识别

郑学胜

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

阻尼器提供的结构附加阻尼力对于阻尼器本构模型研究、阻尼器设计和安全评估来说，是一个重要指标。因此，基于主体结构的响应观测识别结构附加阻尼力具有重要的工程意义。本文以卡尔曼滤波理论为基础，开发了一套较为完整的结构附加阻尼力时程识别方法。本文主要的研究工作包括以下内容：

(1) 提出在扩展卡尔曼滤波的状态预测步使用四阶四段龙格库塔等高精度积分方法以提高参数识别精度，数值算例结果表明：在状态预测步使用高精度积分算法能有效提高扩展卡尔曼滤波对结构阻尼参数的识别精度。

(2) 介绍了卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法，GDF 输入力识别方法，并用数值算例验证了这两种算法的输入力识别效果。数值算例表明：卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法鲁棒性高，收敛速度快，识别准确性高，不过只能以结构位移响应作为观测量。GDF 输入力识别方法可以以结构加速度响应作为观测量，不过在观测量采样频率较低，输入荷载频率较低，结构固有频率较高的情况下，积分误差累积现象比较严重，会导致识别结果逐渐发散。若同时以结构位移响应和加速度响应作为观测量则不存在这种现象。

(3) 针对 GDF 的误差累积问题，结合带遗忘因子的递推最小二乘估计方法，提出了 FGDF 输入力识别方法，数值算例表明：FGDF 方法能有效缓解 GDF 的误差累积问题，且拥有更为优秀的抗噪能力。

(4) 区分作用在主体结构上的输入力和附加阻尼力，提出了卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法、GDF 附加阻尼力识别方法以及 FGDF 附加阻尼力识别方法，并通过一个加装调谐粘滞质量阻尼器的 10 层 benchmark 模型验证了所提出方法的识别效果。

(5) 通过一个加装拉索式旋转电涡流惯容器的单层剪切型钢框架的自由振动试验验证所提出的附加阻尼力识别方法的有效性，试验结果表明：所提出的方法能有效识别拉索式旋转电涡流惯容器作用在框架上的附加阻尼力。

关键词：附加阻尼力识别，卡尔曼滤波，最小二乘，GDF

ABSTRACT

The additional damping force provided by the damper is an important indicator for the damper constitutive model study, damper design, and safety assessment. Therefore, it is of great significance to identify the additional damping force of the structure based on the response observation of the main structure in engineering. Based on the Kalman filter theory, this paper develops a relatively complete method for identification of structural additional damping force. The main research work of this article includes the following:

(1) Proposing to use high-precision integration methods such as fourth-order quadruple Runge-Kutta in the state prediction step of the extended Kalman filter to improve the parameter identification accuracy, numerical examples show that: using high-precision integration algorithm in the state prediction step can improve the recognition accuracy of structural damping parameters effectively by extended Kalman filter.

(2) Introduce the Kalman filter-least square combined input force identification method, GDF input force identification method, and use numerical examples to verify the input force identification effect of these two algorithms. Numerical examples show that the Kalman filter-least square combined input force identification method has high robustness, fast convergence and high recognition accuracy, but it can only use the structure displacement response as observation measurement. The GDF input force identification method can use the structural acceleration response as the observation measurement. However, in the case of low observation sampling frequency, low input load frequency, and high natural frequency of the structure, the integral error accumulation phenomenon is serious, which can lead to divergent recognition results. This phenomenon does not exist if both the structural displacement response and the acceleration response are used as observations.

(3) For the problem of error accumulation in GDF, combined with the recursive least squares estimation method with forgetting factor, an FGDF input force identification method is proposed. Numerical examples show that: FGDF method can effectively alleviate the error accumulation problem of GDF, and has better anti-noise ability.

(4) Differentiating the input force and the additional damping force acting on the

main structure, the Kalman filter-least square combined with the additional damping force identification method, the GDF additional damping force identification method, and the FGDF additional damping force identification method are proposed and adopted. The 10-layer benchmark model with a tuned viscous mass damper verified the proposed method's recognition effect.

(5) The effectiveness of the proposed method for identification of additional damping force is validated by a free vibration test of a single-layer shear steel frame with a cable-mounted rotary eddy current damper. The experimental results show that the proposed method can effectively identify Drag-type rotary eddy current damper exerts additional damping force on the frame.

Key words: Identification of Additional damping force, Kalman filter, least squares, GDF

目录

第一章 绪论.....	1
1.1 选题背景及意义.....	1
1.2 基于卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状.....	3
1.2.1 基于扩展卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状.....	3
1.2.2 基于无迹卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状.....	5
1.3 基于卡尔曼滤波的结构外输入激励识别研究现状.....	5
1.4 研究目的、意义内容.....	7
1.4.1 研究目的及意义.....	7
1.4.2 研究思路及技术路线.....	7
1.4.3 主要研究内容.....	7
第二章 基于扩展卡尔曼滤波的结构动力参数的识别.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 动力系统建模.....	9
2.3 动力参数识别：扩展卡尔曼滤波.....	10
2.3.1 标准卡尔曼滤波.....	10
2.3.2 扩展卡尔曼滤波.....	11
2.4 提高参数识别精度.....	12
2.4.1 矩形积分.....	12
2.4.2 梯形积分.....	15
2.4.3 四阶四段龙格库塔积分.....	16
2.4.4 阻尼刚度比的影响.....	17
2.4.5 量测噪声的影响.....	18
2.5 本章小结.....	19
第三章 基于卡尔曼滤波的动力系统输入力的识别.....	21
3.1 引言.....	21
3.2 卡尔曼滤波—最小二乘输入力联合识别方法.....	21
3.2.1 卡尔曼滤波新息与未知输入力的关系.....	21
3.2.2 未知输入力的最小二乘估计.....	23
3.2.3 带常量遗忘因子的递推最小二乘估计.....	25
3.2.4 卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法数值验证.....	27
3.3 GDF 输入力识别方法.....	31
3.3.1 时间更新.....	32
3.3.2 输入估计.....	32
3.3.3 量测更新.....	33

3.3.4 FGDF 输入力识别方法	34
3.3.5 GDF 输入力识别方法数值验证.....	35
3.4 本章小结.....	46
第四章 基于卡尔曼滤波的动力系统附加阻尼力识别方法.....	49
4.1 引言.....	49
4.2 卡尔曼滤波—最小二乘附加阻尼力联合识别方法.....	49
4.3 GDF 附加阻尼力识别方法.....	52
4.3.1 时间更新.....	53
4.3.2 附加阻尼力估计.....	53
4.3.3 量测更新.....	54
4.3.4 FGDF 附加阻尼力识别方法	55
4.4 TVMD 系统附加阻尼力识别算例.....	56
4.4.1 TVMD 系统介绍	56
4.4.2 Benchmark 模型介绍	57
4.4.3 卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法验证.....	58
4.4.4 GDF 附加阻尼力识别方法验证.....	62
4.5 本章小结.....	68
第五章 拉索式电涡流惯容器振动试验验证.....	69
5.1 引言.....	69
5.2 拉索式旋转电涡流惯容器介绍.....	69
5.3 振动试验概况.....	71
5.3.1 拉索式电涡流惯容器实物介绍.....	71
5.3.2 试验测量装置介绍.....	72
5.3.3 试验工况介绍.....	73
5.4 试验数据分析.....	73
5.4.1 试验原始数据.....	74
5.4.2 数据预处理.....	76
5.4.3 空框架物理参数识别.....	78
5.4.4 附加阻尼力识别.....	80
5.5 本章小结.....	85
第六章 结论与展望.....	87
6.1 本文工作总结.....	87
6.2 研究展望.....	88
致谢	91
参考文献.....	93
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果.....	97

第一章 绪论

1.1 选题背景及意义

我国处于地震多发地带，近年来，地震灾害给我国人民带来了巨大的生命和财产安全损失。2008年5月12日，我国四川省汶川县发生里氏8.0级地震，造成69227人遇难，374643人受伤，17923人失踪，直接经济损失达8452.15亿元；2010年4月14日，我国青海省玉树市发生里氏7.1级地震，造成2698人遇难，270人失踪。为了有效减少地震给人们带来的生命和财产损失，有必要对建筑结构采取抗震措施，为此，人们提出了结构振动控制的概念^[1]。结构振动控制指通过采取某种方法使结构的响应在动荷载作用下小于某一限值，从而在一定程度上保证建筑结构的安全。根据是否需要输入外部能量的标准，结构振动控制可分为结构被动控制、主动控制、半主动控制、智能控制和混合控制，如图1.1所示。

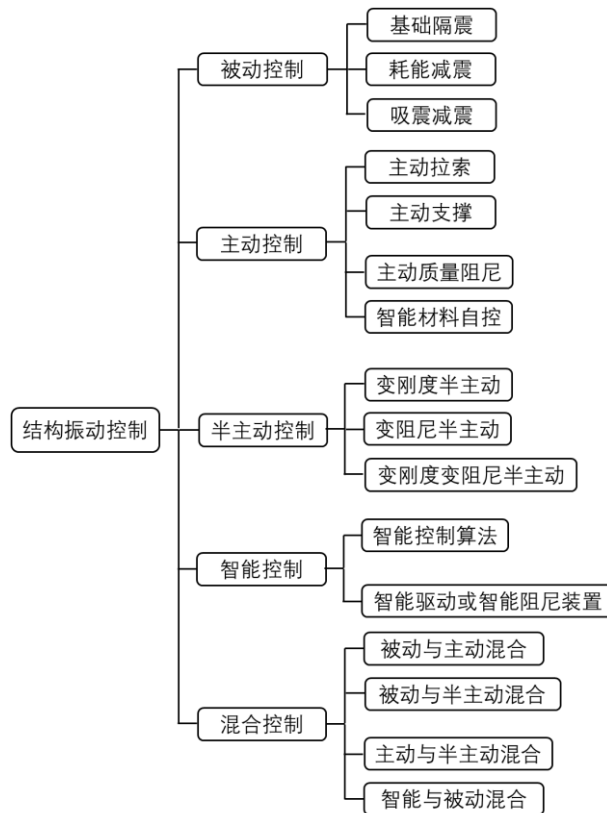


图1.1 结构振动控制分类

被动控制由于具有构造简单、造价低、易于维护和不需外部能源等优点，目

前在工程实际中应用得最为广泛和成熟。被动控制是指在结构的适当部位附加耗能装置或子结构系统，以达到控制结构振动的目的。而在实际工程中，最具代表性的附加耗能装置就是各种各样的阻尼器。常用的阻尼器包括：粘弹性阻尼器、粘滞阻尼器、摩擦阻尼器、屈装置、调谐质量阻尼器和调谐液体阻尼器六大类。

不同的阻尼器有不同的本构模型，由此也导致在设计中，要遵循不同的设计原则。在阻尼器本构模型研究中，通常的做法是：根据阻尼器的材料和构造信息，先建立一个合理的基本的阻尼器恢复力模型，然后在数值模拟中通过参数识别等方法去完善该恢复力模型，同时通过振动台试验中主体结构的响应与数值模拟中主体结构的响应是否吻合这一指标去检验阻尼器本构模型的正确与否。在阻尼器设计中，通常的做法是：依据阻尼器的本构模型，在工程设计软件中与主体结构建模并进行动力响应模拟，以主体结构振动响应为控制指标进行设计。

事实上，不论是在阻尼器本构模型研究中，还是在阻尼器设计中，上述做法都存在着两个缺陷：1、以数值模拟作为研究或设计评估手段，这会难以避免地带来与实际工程中的阻尼器的差别，导致所得研究或设计结果不准确；2、以主体结构动力响应作为指标去验证本构模型的正确性和设计方案的振动控制效果，并不是一个理想的选择，因为我们不仅要保证主体结构的安全，同时也要保证附加阻尼器在灾害中保持正常工作状态。

薛松涛等^[2]在日本 3.11 地震中，位于日本宫城县仙台市东北工业大学校园内的一栋行政楼出现了世界上首例油阻尼器震中破坏的现象（如图 1.2 所示）。在震后调查中，人们发现该结构在无消能构件布置的情况下，已满足日本对学校建筑的抗震规范要求。如果我们在阻尼器设计评估过程中，只关注主体结构的振动响应是否控制在令我们满意的范围内，而不关注阻尼器作用在主体结构上的真实附加阻尼力，那么我们很难对阻尼器自身的工作状态有一个清晰的了解。



(a)行政楼外观

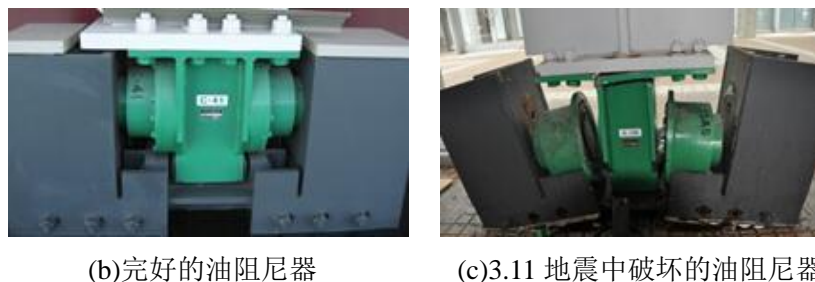


图1.2 油阻尼器破坏案例

显然,如果我们能在实际振动测试中得到附加阻尼器作用在主体结构上的附加阻尼力,我们可以以此为基础,得到更为准确的,与实际更加相符的阻尼器本构模型;也能更加直接有效地去评估阻尼器的效果,让阻尼器设计方案更加精细化,使其既能满足控制结构动力响应的设计要求,也能保证阻尼器在某一水平的振动下保持可靠的工作状态。然而,在实际测试中,由于阻尼器构造复杂等原因,我们很难直接测量到附加阻尼器作用在主体结构上的作用力。

从得到结构附加阻尼力时程出发,同时考虑附加阻尼力难以直接测量的特点,本文旨在以卡尔曼滤波理论为基础,以主体结构的动力响应为观测数据,建立一套较为完整的附加阻尼力识别方法,为阻尼器本构模型研究,阻尼器设计评估提供另一个更为直接的指标。

1.2 基于卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状

1.2.1 基于扩展卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状

1960年, Kalman^[3]由于提出了卡尔曼滤波器(Kalman Filter, 简称KF), 这是一种递归线性系统滤波器, 在高斯白噪声情况下, 卡尔曼滤波器是线性系统的最优状态估计器^[4]。自从卡尔曼滤波器被提出以来, 大量学者不断对这种算法进行了各种改进。1970年, 由Jazwinski^[5]提出的扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, 简称为EKF)就是卡尔曼滤波器的一个重要扩展形式, 扩展卡尔曼滤波器利用一阶泰勒展开式将卡尔曼滤波应用到非线性系统状态估计和参数识别领域。

时至今日, 扩展卡尔曼滤波早已被应用于各个领域, 如信号处理, 系统识别, 以及车辆和飞机的导航和控制^[6,7]。最近, 作为确保结构安全性和功能性的新兴技术, 结构健康监测已经引起了土木工程界越来越多的重视。

在结构健康监测领域, 扩展卡尔曼滤波一直被用于识别结构物理参数, 如刚度和阻尼系数, 这些参数对于评估结构健康状况非常重要。Hoshiya^[8]首次将扩展

卡尔曼滤波应用到土木工程线性结构物理参数识别,并提出了一种全局加权迭代的扩展卡尔曼滤波器,以提高参数识别精度。此外,扩展卡尔曼滤波也被应用到非线性结构的物理参数识别^[9]。扩展卡尔曼滤波器继承了标准卡尔曼滤波的递推式结构,这意味着如果扩展卡尔曼滤波能够准确及时地识别出结构参数,它就可用于实时结构损伤监测^[10]。

尽管有扩展卡尔曼滤波有上述优良的特点,使其在各种领域中得到了广泛的应用,但研究人员逐渐认识到经典扩展卡尔曼滤波的一些局限性,这些限制阻碍了其在土木工程领域中的广泛应用。首先,原始的扩展卡尔曼滤波不能从有限的测量数据中估计维数过大的状态向量,因此,很难将其应用到具有大量自由度的实际土木工程结构的参数识别中。文献^[11]提出了将子结构技术与扩展卡尔曼滤波结合,使得将扩展卡尔曼滤波应用于大规模土木工程结构成为了可能。

其次,经典的扩展卡尔曼滤波在识别时变系统时表现不佳,估计误差协方差矩阵在递归过程中迅速变小,算法更新能力迅速下降,使得参数估计值逐渐收敛于稳态值。因此,经典的扩展卡尔曼滤波无法通过实时测量信息快速跟踪系统参数的变化。文献^[12]将这种现象称为“滤波脱落现象”,并提出了一种基于相关分析的自适应卡尔曼滤波器来克服这一问题。许多学者进行了各种尝试来防止扩展卡尔曼滤波器中的估计误差协方差矩阵快速减小到极小的程度。文献^[13-15]提出了一种基于最小二乘估计(Least Square Estimation, 简称为LSE)的自适应跟踪技术来跟踪系统参数以及由于结构损伤导致的物理参数变化,当检测到参数变化时,自适应跟踪技术被用来放大具有优化的自适应因子的估计误差协方差矩阵。文献^[16]提出了一种在未知输入激励下,利用扩展卡尔曼滤波识别结构未知物理参数和输入激励的方法,称为EKF—UI,同时将其与文献^[13-15]所提出的自适应跟踪技术结合,使得EKF—UI可以识别变化物理参数和未知输入激励。文献^[17]则通过一个三层建筑的振动测试验证上述自适应扩展卡尔曼滤波的有效性。然而,自适应因子的优化是一个多解问题,自适应因子的计算不准确会导致估计振荡现象。

扩展卡尔曼滤波的另一个实际缺陷与如何保证估计最优性有关。利用扩展卡尔曼滤波估计系统状态需要得到系统过程和测量噪声协方差矩阵先验信息,而这些先验信息在实际中是很难准确获得的^[12,18],因此,在经典的扩展卡尔曼滤波中,这两个矩阵通常被假定为经验性的常数矩阵。文献^[19]指出:对过程和测量噪声的这两个协方差矩阵的不准确评估可能会大大降低扩展卡尔曼滤波的性能。此外,不准确的噪声协方差矩阵引入的估计误差可能随时间积累,从而导致估计的状态和参数显著偏离实际值。文献^[20]在目标跟踪中提出了一种用于在线估计过程和测量噪声协方差矩阵的方法,称为“鲁棒自适应扩展卡尔曼滤波”。文献^[21]提出了一种移动窗口扩展卡尔曼滤波器,使用移动窗口估计技术自动评估过程和测量

噪声的协方差矩阵。该方法的特点是：过程噪声协方差通过负反馈方案进行调整，因此，在滤波器的递归过程中同时评估结构响应和参数以及过程和测量噪声协方差。

1.2.2 基于无迹卡尔曼滤波的结构物理参数识别研究现状

扩展卡尔曼滤波是利用一阶泰勒级数将非线性系统线性化，从而可被用于非线性系统的状态估计，然而，当系统的非线性程度较强时，一阶精度的扩展卡尔曼滤波可能会无法准确估计系统状态^[22]。Julier 等人^[23]提出了基于无迹变换（Unscented Transform，简称为 UT）下的无迹卡尔曼滤波方法（Unscented Kalman Filter，简称为 UKF），其基本思想是利用一系列确定的加权采样点来描述状态变量的分布，保证采样点的均值与方差与状态变量相同，并将采样点代替状态变量，利用状态方程传递，避免了状态方程线性化的过程，且其精度可以达到二阶泰勒级数展开的精度水平。

近年来，许多学者开始将无迹卡尔曼滤波算法应用到土木工程非线性结构的参数识别领域中^[24-26]。不过，无迹卡尔曼滤波在应用中，也被发现存在一些缺点，其中最显著的便是算法的稳定性。在无迹卡尔曼滤波递推计算过程中，反问题强不适定性会使得状态向量更新结果极易受噪声干扰，甚至无法保证误差协方差矩阵正定，从而导致算法发散^[27]。为改善物理参数识别问题的不适定性，文献^[28]将 Tikhonov 正则化方法，以及文献^[29]将奇异值分解法(Singular Value Decomposition，简称为 SVD)引入到卡尔曼滤波算法中，有效地提高了损伤识别算法的鲁棒性。

1.3 基于卡尔曼滤波的结构外输入激励识别研究现状

卡尔曼滤波作为一种计算效率高的递推性滤波器，只需要存储前一步的信息，通过观测值不断更新状态估计值。基于卡尔曼滤波的这些优点，不少学者做了许多尝试将卡尔曼滤波应用到系统输入估计中。如前所述，原始的卡尔曼滤波器是一个系统状态估计器，而且是在系统输入已知的情况下估计系统状态。文献^[30,31]提出一种将标准卡尔曼滤波与最小二乘估计器相结合的系统输入估计方法，其基本思想是：在系统输入未知的情况下，利用标准卡尔曼滤波器估计系统状态时产生的新息序列，再结合最小二乘估计器去估计未知输入。文献^[32]引入了带遗忘因子的递推最小二乘方法，使得上述方法可以用于在线识别系统输入，并将应用到热传导识别中。文献^[33]通过在最小二乘方法中引入可变遗忘因子，进一步增强了该算法的鲁棒性。Ma 等人^[34,35]将该算法应用到土木工程结构中的外荷载识别中。

尽管该算法有计算效率高,鲁棒性较好等特点,但是不能以结构加速度响应作为观测量的缺陷还是大大限制了其在土木工程结构外输入激励识别中的应用。

Gillijns 等人^[36,37]提出了一个同时估计系统状态和输入的滤波器(Gillijns and De Moor Filter, 简称 GDF),该滤波器在一定条件下,可保证系统状态和输入估计均为无偏最小二乘估计。同时,该滤波器可应用于直接馈通系统,这意味着在土木工程结构的外荷载识别中,它能以结构加速度响应作为观测量。值得一提的是,该滤波器虽然并不是在卡尔曼滤波器的基础上进行开发的,但是其算法结构与卡尔曼滤波器有高度相似性,故也被归为卡尔曼类滤波器^[38]。Lourens 等人^[39]在 GDF 的基础上进行了算法的进一步开发,以减轻当传感器数量超过模型阶数时 GDF 出现的数值不稳定性,这使 GDF 应用于大型土木工程的状态输入力联合识别成为了可能。

Hwang 等人^[40]以标准卡尔曼滤波为基础,开发了一种在有限结构响应观测量的条件下的结构模态荷载识别方法。该方法的特点是当位移和速度响应作为观测量时,观测噪声的高频分量会被放大,若以加速度响应作为观测量,则没有这种情况。Lourens 等人^[41]提出了一种增广卡尔曼滤波器(Augmented Kalman Filter, 简称 AKF),该滤波器将未知系统输入力与状态向量合并,同时估计系统状态和未知输入力。AKF 的一个显著缺点是增广系统矩阵是不可观测的,这会导致滤波器对数值不稳定性十分敏感。Naets 等人^[42]深入研究了 AKF 的数值不稳定性问题,在理论上证明了:若只以结构加速度响应作为观测量,AKF 的估计结果会十分不可靠,并引入了虚假位移测量,以减轻这一问题的影响。Maes 等人^[43]得到了在瞬时输入估计或联合输入状态估计算法中的线性系统模型的可逆性的必要条件。Eftekhari Azam 等人^[44]提出了一种新的双卡尔曼滤波器(Dual Kalman Filter, 简称 DKF),用于通过以有限加速度响应作为观测量进行联合输入状态估计。证明 DKF 的连续结构解决了有关 AKF 的不可观测性和秩缺陷的数值问题。此外,通过数值研究表明,对未知输入的协方差的初始猜测可以用于在 GDF 估计的输入和状态中滤除所谓的漂移效应。

文献^[38]通过一个四层剪切结构的振动试验,验证对比了 GDF, AKF, 以及 DKF 的状态输入识别效果。试验识别结果表明:由 GDF 滤波器估计性能会被观测量的虚假低频率分量所污染,可以使用高通滤波技术来消除这些虚假低频分量,以提高 GDF 识别性能。关于 AKF,当只以结构加速度响应作为滤波器观测量时,使用 T-SSID 构建系统模型可以显著改善输入的估计。当以有限的加速度响应作为滤波器观测量时,DKF 的输出估计质量优于其他两个滤波器。

1.4 研究目的、意义内容

1.4.1 研究目的及意义

目前,对主体结构的附加阻尼器的设计和效能评估主要以主体结构的动力响应控制效果为依据。这种思路有两个缺陷:(1)无法明确阻尼器的实际作用机理;

(2)从阻尼器设计安全和经济的角度来看,沿着这种思路,我们很难实现阻尼器的精细化设计。显然,阻尼器作用在主体结构上的附加阻尼力是一个更加直接而有效地设计评估依据。本文的研究目的和意义在于:基于主体结构的响应,以卡尔曼滤波理论为基础,构建主体结构的物理模型,并识别作用在主体结构上的附加阻尼力,为阻尼器的设计和评估提供更加直接有效的依据。

1.4.2 研究思路及技术路线

根据上述研究背景及研究目的,本文采用理论分析、数值模拟和实验验证相结合的研究方法,以主体结构的响应为研究对象,以卡尔曼滤波理论为理论基础,构建主体结构的物理模型,并识别作用在主体结构上的附加阻尼力,为阻尼器的设计和评估提供更加直接有效的依据。

1.4.3 主要研究内容

本文的主要内容及章节安排如下:

(1)第一章为绪论。主要阐述了本课题的研究背景及目的,介绍了基于卡尔曼滤波的结构参数和外力识别的研究现状。

(2)第二章为基于扩展卡尔曼滤波的结构动力参数的识别。主要介绍了基于扩展卡尔曼滤波的结构动力参数识别方法,指出了传统识别方法在识别阻尼上的缺陷,并提出将高精度积分方法与扩展卡尔曼滤波结合以提高参数识别精度,通过数值算例验证了新方法的有效性。

(3)第三章为基于卡尔曼滤波理论的外力识别方法。主要介绍了卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法, GDF 输入力识别方法,并结合带遗忘因子的递推最小二乘估计,提出了迭代 GDF (FGDF) 输入力识别方法,并用数值算例验证研究了以上算法的有效性和特点。

(4)第四章为基于卡尔曼滤波理论主体结构的附加阻尼力识别方法。主要将第三章介绍的结构外力识别方法扩展到结构附加阻尼力识别,提出了卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法, GDF 附加阻尼力识别方法以及 FGDF

附加阻尼力识别方法,并通过一个加装调谐粘滞质量阻尼器 10 层框架 benchmark 模型数值算例验证了以上算法的有效性。

(5) 第五章为主体结构附加阻尼力识别方法的实验验证。通过一个加装拉索式旋转电涡流惯容器的单层剪切型钢框架自由振动实验验证所提出的结构附加阻尼力识别方法的有效性。

(6) 第六章为结论与展望。主要归纳全文的研究成果,指出需要进一步研究的方向。

第二章 基于扩展卡尔曼滤波的结构动力参数的识别

2.1 引言

建立主体结构动力模型是外力识别和主体结构附加阻尼力识别的基础。本章主要阐述利用扩展卡尔曼滤波识别结构动力系统的刚度和阻尼参数，以构建系统动力模型的基本理论。扩展卡尔曼滤波已经被广泛应用于系统参数识别中，但是，在土木工程领域中，阻尼参数往往远小于刚度参数，数值算例表明，当利用扩展卡尔曼滤波同时识别刚度和阻尼参数时，阻尼参数的识别效果不如刚度参数，阻尼参数的真值与刚度参数相比越小，阻尼参数的识别效果越差。针对这一问题，本文研究了不同积分方法对扩展卡尔曼滤波参数识别精度的影响。数值算例表明，提高积分方法的精度能有效改善扩展卡尔曼滤波参数识别的精度。

2.2 动力系统建模

系统的状态空间方程是卡尔曼滤波的基础，在识别系统未知参数之前，我们先建立动力系统的离散时间状态空间方程，考虑 n 自由度线性动力系统的运动方程：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.1)$$

式中， \mathbf{M} 为 $n \times n$ 阶质量矩阵， \mathbf{C} 为 $n \times n$ 阶阻尼矩阵， \mathbf{K} 为 $n \times n$ 阶刚度矩阵， $\mathbf{F}(t)$ 为 $n \times 1$ 阶外力向量， $\ddot{\mathbf{Y}}(t)$ ， $\dot{\mathbf{Y}}(t)$ ， $\mathbf{Y}(t)$ 分别为系统加速度，速度，位移响应向量。

为了将系统用状态空间方程表示，令系统状态向量 $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{Y} \ \dot{\mathbf{Y}}]^T$ ，根据式(2.1)，系统的时间连续状态方程和量测方程可写成：

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{X}(t) \quad (2.3)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} \text{ 为量测矩阵，不同的观测量有不同的量}$$

测矩阵。

将时间连续状态方程在时间间隔 Δt 上离散，并加入系统噪声，式(2.2)可改写为：

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{X}_k + \mathbf{\Gamma}\mathbf{F}_k + \mathbf{w}_k \quad (2.4)$$

式中,

$$\Phi = \exp(\mathbf{A}\Delta t) \quad (2.5)$$

$$\Gamma = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{\mathbf{A}[(k+1)\Delta t - \tau]\} d\tau \mathbf{B} = [\mathbf{I} - \exp(-\mathbf{A}\Delta t)] \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{X}_k = [x_{1,k} \quad \dots \quad x_{2n,k}]^T \quad (2.7)$$

\mathbf{X}_k 为状态向量, Φ 为状态转移矩阵, Γ 为输入矩阵, Δt 为采样间隔, $w(k)$ 为系统噪声向量, 我们假设它是一个零均值白噪声, 并有 $\mathbf{E}[w_k w_j^T] = \mathbf{Q} \delta_{kj}$, \mathbf{Q} 为系统噪声的协方差矩阵, δ_{kj} 为克罗内克函数。

将时间连续量测方程在时间间隔 Δt 上离散, 并加入量测噪声, 式(2.3)可改写为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + v_k \quad (2.8)$$

式中, \mathbf{Z}_k 为量测向量, v_k 为量测噪声向量, 与系统噪声向量类似, 我们也假设它是一个零均值白噪声, 并有 $\mathbf{E}[v_k v_j^T] = \mathbf{R} \delta_{kj}$, \mathbf{R} 为量测噪声的协方差矩阵。式(2.4), (2.8)则构成了线性动力系统的状态空间方程。

2.3 动力参数识别：扩展卡尔曼滤波

卡尔曼滤波器已经被证明是线性最优状态估计器^[4]。运用卡尔曼滤波识别系统参数的主要思想是：将未知系统参数集合到原来的状态向量中, 将未知系统参数当作系统状态去估计, 从而最终识别系统参数。但是, 因为在系统状态向量中引入了未知系统参数, 此时的系统方程往往是一个非线性方程, 而标准卡尔曼滤波器只能解决线性滤波问题。为此, Jazwinski^[5]采用等效线性化的近似方法, 提出了扩展卡尔曼滤波器, 将卡尔曼滤波从线性滤波领域扩展到非线性滤波领域, 从而实现了对非线性系统参数的识别。

2.3.1 标准卡尔曼滤波

因为扩展卡尔曼滤波是标准卡尔曼滤波的一种推广形式, 在介绍扩展卡尔曼滤波之前, 本文先介绍标准卡尔曼滤波器。

总的来说, 卡尔曼滤波器包含 3 个重要步骤:

- (1) 初始化: 给定状态向量和状态协方差矩阵的初值。
- (2) 预测: 在没有量测信息时, 利用系统状态方程对初始状态向量和状态协方差矩阵进行预测, 得到状态的先验估计。
- (3) 更新: 利用新的量测信息, 根据状态估计误差最小二乘准则, 更新状态向量和协方差矩阵, 得到状态的后验估计。

现详细介绍卡尔曼滤波的 3 个步骤:

1) 初始化:

$$\begin{aligned}\hat{X}_0^+ &= E(X_0) \\ \mathbf{P}_0^+ &= E[(X_0 - \hat{X}_0^+)(X_0 - \hat{X}_0^+)^T]\end{aligned}\quad (2.9)$$

我们用 \hat{X}_0^+ 表示在没有任何可用量测信息可用时对初始状态 X_0 的估计。因为没有任何可用量测信息，用期望值做初始估计是合理的。

2) 预测:

假设已得到 k 时刻状态估计 \hat{X}_k^+ ，考虑状态方程式(2.4)，则 $k+1$ 时刻状态的先验估计为:

$$\hat{X}_{k+1}^- = \Phi \hat{X}_k^+ + \Gamma F_k \quad (2.10)$$

假设 k 时刻状态估计的协方差矩阵为 \mathbf{P}_k^+ ，考虑状态方程式(2.4)，则 $k+1$ 时刻先验估计的协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \Phi \mathbf{P}_k^+ \Phi^T + \mathbf{Q} \quad (2.11)$$

3)更新:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.12)$$

$$\hat{X}_{k+1}^+ = \hat{X}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} (Z_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{X}_{k+1}^-) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1})^T + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{R} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (2.14)$$

式中， \mathbf{K}_{k+1} 为滤波增益矩阵，保证了更新估计量 \hat{X}_{k+1}^+ 为最小二乘估计， \mathbf{P}_{k+1}^+ 为更新协方差矩阵。式(2.9)-(2.14)构成了完整的标准卡尔曼滤波过程，详细的推导过程在此不再赘述，详情参见文献^[4]。值得一提的是，更新协方差矩阵 \mathbf{P}_{k+1}^+ 还有另外一种表达方式:

$$\mathbf{P}_{k+1}^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^- \quad (2.15)$$

式(2.14)与式(2.15)在理论上是等价的，但是，在计算机上实现上，两式有所不同，式(2.14)保证了只要 \mathbf{P}_{k+1}^- 是对称正定的，那么 \mathbf{P}_{k+1}^+ 也是对称正定的，与式(2.15)相比，它有更好的数值稳定性。但是，式(2.15)更加简单，计算量较少。

2.3.2 扩展卡尔曼滤波

对于式(2.1)表征的线性剪切型结构，假设结构质量矩阵已知，为了识别结构的刚度和阻尼参数，将结构未知参数集合到原有的状态向量中:

$$X = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4]^T \quad (2.16)$$

式中， $X_1 = Y, X_2 = \dot{Y}, X_3 = [k_1 \quad \dots \quad k_n], X_4 = [c_1 \quad \dots \quad c_n]$ ， k_i 为层间刚度系数， c_i 为层间阻尼系数。结合式(2.1)，可将其改写为:

$$\dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_2 \\ \mathbf{M}^{-1}[F(t) - \mathbf{C}(X_4)X_2 - \mathbf{K}(X_3)X_1] \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

式中， $\mathbf{C}(X_4)$ 表示阻尼矩阵中的元素由状态变量 X_4 构成；同理 $\mathbf{K}(X_3)$ 表示刚度矩阵中的元素由状态变量 X_3 构成。

显然，上述扩阶的状态方程是关于状态变量的非线性方程。将上式写成一般的非线性状态向量微分方程，补充结构响应的观测方程，可得：

$$\dot{X} = f(X, t) \quad (2.18)$$

$$Y_k = h(X_k, t_k) + v_k \quad (2.19)$$

通过在估计值附近通过泰勒展开式做线性化处理，结合标准卡尔曼滤波，可以获得扩展卡尔曼滤波的公式。

状态预测方程：

$$X_{k+1}^- = X_k^+ + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(X_k^+, t) dt \quad (2.20)$$

误差协方差预测方程：

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T \quad (2.21)$$

增益矩阵：

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (2.22)$$

状态更新方程：

$$X_{k+1}^+ = X_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} [Y_{k+1} - h(X_{k+1}^-)] \quad (2.23)$$

误差协方差更新方程：

$$\mathbf{P}_{k+1}^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1})^T + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{R}_{k+1} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (2.24)$$

式中， \mathbf{R}_{k+1} 为 $k+1$ 时间步观测噪声的协方差矩阵，

$$\Phi_k = e^{\mathbf{A}\Delta t}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i(X_k^+)}{\partial x_j^+} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_i(X_k^+)}{\partial x_j^+} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

2.4 提高参数识别精度

2.4.1 矩形积分

如前所述，本文在 2.3.2 小节介绍了应用扩展卡尔曼滤波识别结构的未知刚度、阻尼参数的方法。扩展卡尔曼滤波是标准卡尔曼滤波的一阶泰勒展开推广形式，这决定了它本身就是一个近似滤波器，会给参数识别带来误差。此外，在土

木工程领域中，结构的阻尼系数往往远小于刚度系数，当我们把这两组相差巨大的参数同时并入一个状态向量进行识别时，误差协方差矩阵的条件数会变得很大，从而会给识别结果带来更多的误差。在相同的绝对误差下，阻尼系数的识别相对误差会远远大于刚度系数。本文通过研究发现，在状态预测步骤使用不同精度的积分方法对参数识别精度有巨大的影响。下面，本文将通过一个 5 自由度剪切型结构的刚度、阻尼参数识别算例来说明这一现象。

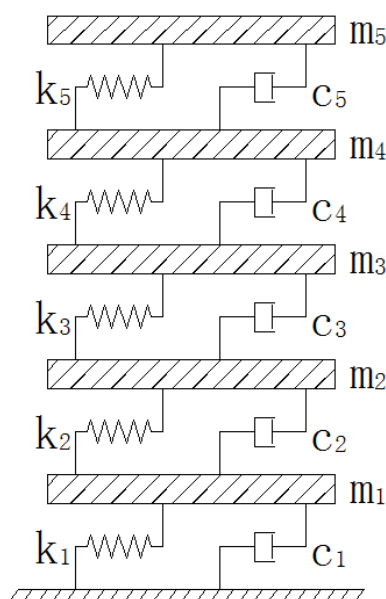


图2.1 5 自由度剪切型结构模型示意图

如图 2.1 所示，假设结构的质量矩阵已知： $m_2 = m_3 = m_4 = 2000\text{kg}$ ， $m_1 = 2500\text{kg}$ ， $m_5 = 1500\text{kg}$ 。结构的刚度、阻尼系数真实值为： $k_1 = 5 \times 10^5 \text{N/m}$ ， $k_2 = k_3 = k_4 = 4 \times 10^5 \text{N/m}$ ， $k_5 = 3 \times 10^5 \text{N/m}$ ； $c_1 = 500 \text{N} \cdot \text{s/m}$ ， $c_5 = 300 \text{N} \cdot \text{s/m}$ ， $c_2 = c_3 = c_4 = 400 \text{N} \cdot \text{s/m}$ 。

利用 Newmark- β 法求解上述系统在 EI-centro 地震波激励下的动力响应，采样频率为 256Hz。将求解所得系统位移响应作为扩展卡尔曼滤波器的观测量，应用 2.3.2 小节所介绍的方法可识别未知刚度和阻尼系数。滤波器的初始值设定如下：

量测噪声协方差矩阵为 $R_0 = 1 \times 10^{-10} \cdot \mathbf{I}_{5 \times 5}$ ；

$$\text{初始状态向量为 } \hat{X}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{10 \times 1} \\ 1 \times 10^5 \cdot \mathbf{I}_{5 \times 1} \\ 1 \times 10^2 \cdot \mathbf{I}_{5 \times 1} \end{bmatrix};$$

$$\text{初始误差预测协方差矩阵为 } P_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{5 \times 5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{5 \times 5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^{10} \cdot \mathbf{I}_{5 \times 5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^4 \cdot \mathbf{I}_{5 \times 5} \end{bmatrix}。$$

在状态预测步，使用矩形积分，即：

$$X_{k+1}^- = X_k^+ + f(X_k^+, t) \cdot T \quad (2.26)$$

式中， T 为采样间隔。刚度和阻尼系数的收敛曲线分别如图 2.2 和图 2.3 所示。

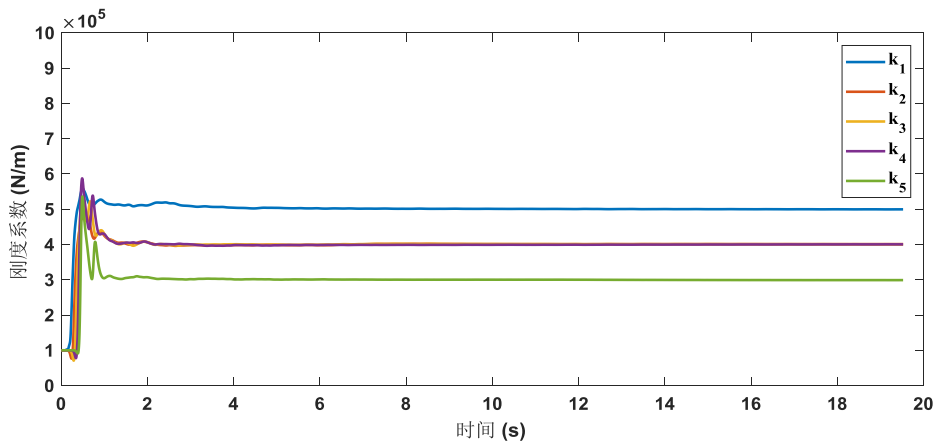


图2.2 刚度系数收敛曲线（矩形积分）

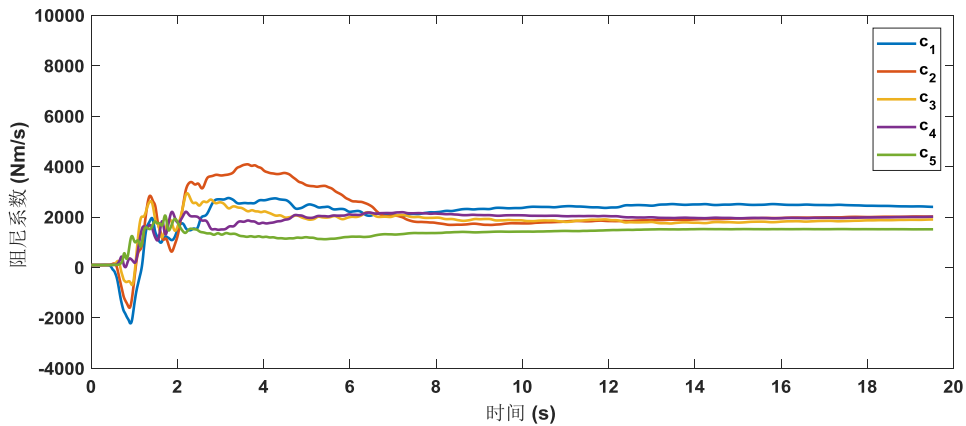


图2.3 阻尼系数收敛曲线（矩形积分）

刚度系数和阻尼系数的具体识别结果如表 2.1、2.2 所示：

表 2.1 刚度系数识别结果（矩形积分）

识别参数	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
真实值	500000.00	400000.00	400000.00	400000.00	300000.00
识别值	499565.61	401013.36	400253.15	400305.30	298945.45
误差	-0.09%	0.25%	0.06%	0.08%	-0.35%

表 2.2 阻尼系数识别结果（矩形积分）

识别参数	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
真实值	500.00	400.00	400.00	400.00	300.00
识别值	2406.58	2022.07	1906.70	2016.62	1516.88
误差	381.32%	405.52%	376.68%	404.15%	405.63%

2.4.2 梯形积分

若在状态预测步，使用梯形积分，即：

$$\Delta X_1 = f(X_k^+, u_k, t_k) \cdot T \quad (2.27)$$

$$\Delta X_2 = f(X_k^+ + \Delta X_1, u_{k+1}, t_{k+1}) \cdot T \quad (2.28)$$

$$X_{k+1}^- = X_k^+ + (\Delta X_1 + \Delta X_2) \quad (2.29)$$

刚度和阻尼系数的收敛曲线分别如图 2.4 和图 2.5 所示。

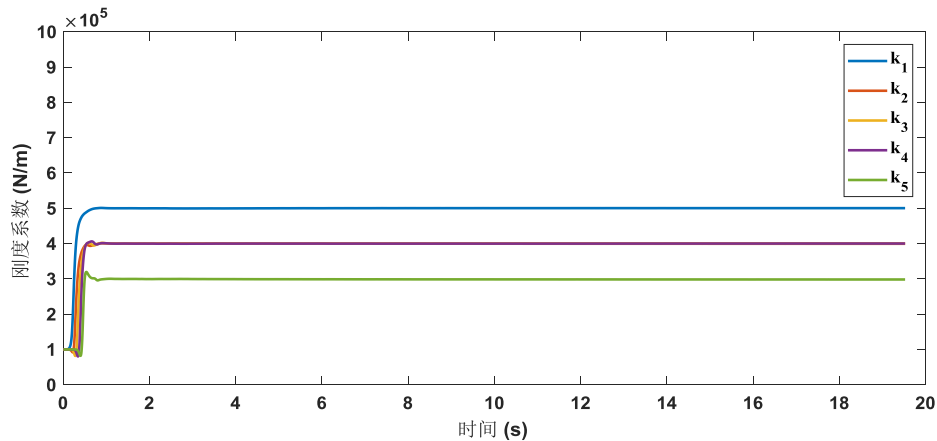


图2.4 刚度系数收敛曲线（梯形积分）

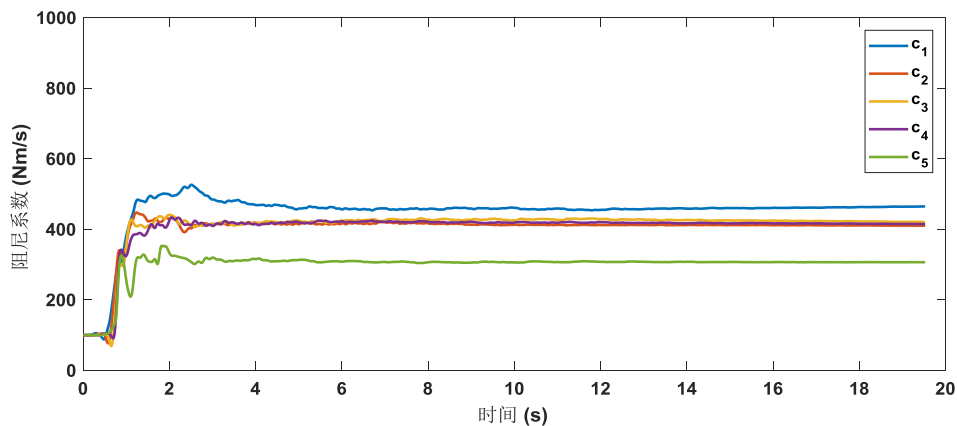


图2.5 阻尼系数收敛曲线（梯形积分）

刚度系数和阻尼系数的具体识别结果如表 2.3、2.4 所示：

表 2.3 刚度系数识别结果（梯形积分）

识别参数	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
真实值	500000.00	400000.00	400000.00	400000.00	300000.00
识别值	500359.38	399438.57	400430.36	400106.85	298256.78
误差	0.07%	-0.14%	0.11%	0.03%	-0.58%

表 2.4 阻尼系数识别结果（梯形积分）

识别参数	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
真实值	500.00	400.00	400.00	400.00	300.00
识别值	464.84	410.31	420.46	414.80	306.69
误差	-7.03%	2.58%	5.12%	3.70%	2.23%

2.4.3 四阶四段龙格库塔积分

若在状态预测步，使用四阶四段龙格库塔积分，即：

$$\Delta X_1 = f(X_k^+, u_k, t_k) \cdot T \quad (2.30)$$

$$\Delta X_2 = f(X_k^+ + \Delta X_1 / 2, u_{k+1/2}, t_{k+1/2}) \cdot T \quad (2.31)$$

$$\Delta X_3 = f(X_k^+ + \Delta X_2 / 2, u_{k+1/2}, t_{k+1/2}) \cdot T \quad (2.32)$$

$$\Delta X_4 = f(X_k^+ + \Delta X_3, u_{k+1}, t_{k+1}) \cdot T \quad (2.33)$$

$$X_{k+1}^- = X_k^+ + (\Delta X_1 + 2\Delta X_2 + 2\Delta X_3 + \Delta X_4) / 6 \quad (2.34)$$

式中， $u_{k+1/2}$ 表示 $k+T/2$ 时刻的系统输入，在时间间隔较小的情况下，我们可以假设 $u_{k+1/2} = (u_k + u_{k+1}) / 2$ 。刚度和阻尼系数的收敛曲线分别如图 2.6 和图 2.7 所示：

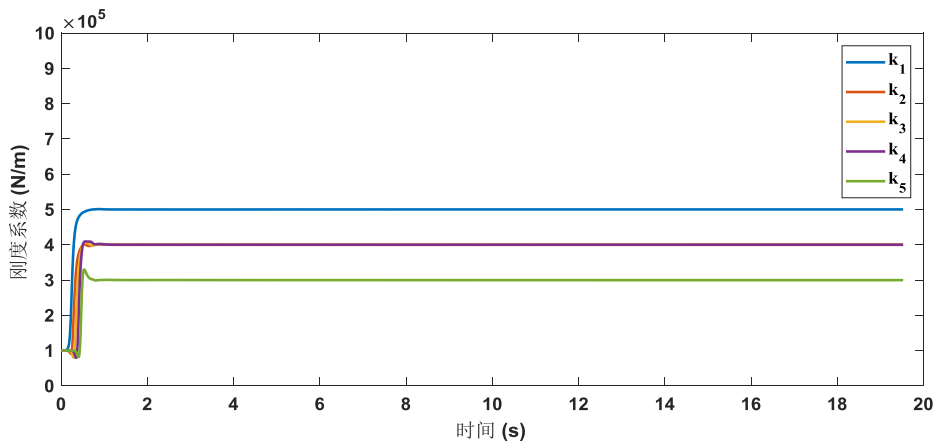


图2.6 刚度系数收敛曲线（四阶四段龙格库塔积分）

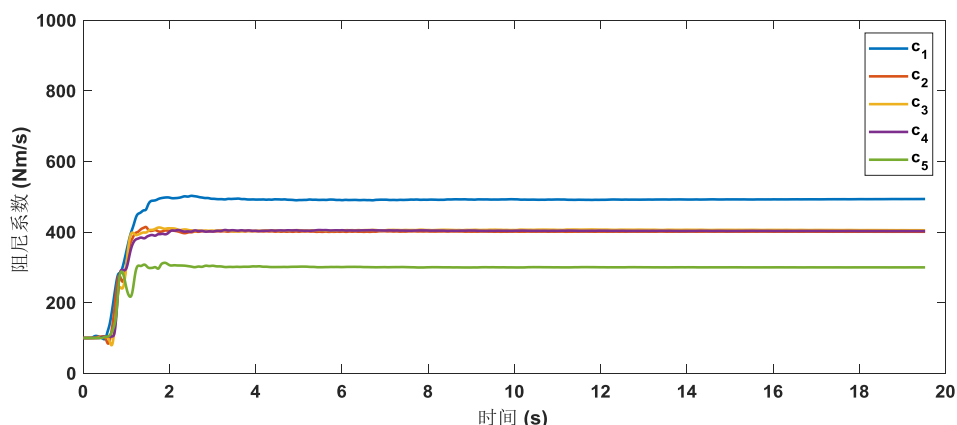


图2.7 阻尼系数收敛曲线（四阶四段龙格库塔积分）

刚度系数和阻尼系数的具体识别结果如表 2.5、2.6 所示：

表 2.5 刚度系数识别结果（四阶四段龙格库塔积分）

识别参数	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
真实值	500000.00	400000.00	400000.00	400000.00	300000.00
识别值	500094.97	399852.36	400112.62	400027.47	299544.82
误差	0.02%	-0.04%	0.03%	0.01%	-0.15%

表 2.6 阻尼系数识别结果（四阶四段龙格库塔积分）

识别参数	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
真实值	500.00	400.00	400.00	400.00	300.00
识别值	493.7134	400.9514	405.1462	402.7348	300.023
误差	-1.26%	0.24%	1.29%	0.68%	0.01%

根据图 2.2-2.7，表 2.1-2.6，我们可以得出以下结论：

(1) 在状态预测步使用不同精度的积分算法对参数识别结果有很大影响，积分算法精度越高，参数识别精度越高，收敛速度也越快。

(2) 在阻尼系数真值远小于刚度系数时（1%），刚度系数的识别结果较好，在不同的积分算法下均能保持不错的表现。

(3) 在阻尼系数真值远小于刚度系数时（1%），阻尼系数的识别精度明显不如刚度系数，尤其是在矩形积分情况下，阻尼系数识别值已经远远偏离真值，使用梯形积分和四阶四段龙格库塔积分能让阻尼系数收敛于真值附近。

2.4.4 阻尼刚度比的影响

在数值实验中，我们发现：在同时识别刚度和阻尼系数时，阻尼与刚度真值

的相对大小也会影响识别结果尤其是阻尼系数识别结果的精度。我们调整阻尼刚度比 (c_i/k_i) 这一参数, 控制其他参数不变, 做了一系列数值实验, 识别结果如表 2.7 所示:

表 2.7 不同阻尼刚度比下的参数识别平均误差

积分算法	阻尼刚度比 (%)	阻尼识别平均误差 (%)	刚度识别平均误差 (%)
矩形积分	0.1	394.6582	-0.0091
	0.5	80.6966	0.0802
	1	40.7804	0.1343
	5	7.8740	0.3317
	10	3.6795	0.4826
梯形积分	0.1	1.3185	-0.1031
	0.5	0.1356	-0.0643
	1	0.0528	-0.0525
	5	-0.0874	-0.0108
	10	-0.6991	0.0092
四阶四段龙格库塔积分	0.1	0.1917	-0.0269
	0.5	0.0170	-0.0165
	1	0.0038	-0.0134
	5	-0.1006	-0.0034
	10	-0.7217	0.0097

根据表 2.7, 我们可以看出: 在状态预测步使用矩形积分时, 阻尼刚度比对阻尼系数的识别精度有较大影响, 只有当阻尼刚度比较大时, 矩形积分才能保证较高的阻尼识别精度。此外, 梯形积分和四阶四段龙格库塔积分则表现出了良好的稳定性, 在不同的阻尼刚度比下都能保持优良的表现。

2.4.5 量测噪声的影响

以上数值模拟均是在观测量无噪声的情况下实现的, 我们知道, 在实际振动测试中, 观测量中不可避免的存在着噪声, 为了进一步验证扩展卡尔曼滤波在实际振动测试中的适用性, 我们对观测量施加不同强度的白噪声, 对比其识别结果。表 2.8 则展示了在阻尼刚度比为 1%, 对观测量分别施加 1%, 2%, 3%, 4% 及 5% 强度白噪声时, 扩展卡尔曼滤波的物理参数识别误差对比。此外, 在 2.4.4 节中, 我们可以看出, 即使在不加噪声的情况下, 使用矩形积分时, 扩展卡尔曼滤波也无法准确识别结构的物理参数, 故在此不研究矩形积分扩展卡尔曼滤波的抗噪

性能。

表 2.8 不同噪声水平下的参数识别平均误差

积分算法	观测噪声比例 (%)	阻尼识别平均误差 (%)	刚度识别误差 (%)
梯形积分	1.0	4.13	0.19
	2.0	4.13	0.19
	3.0	2745.74	65.39
	4.0	16694.69	70.29
	5.0	无法收敛	无法收敛
四阶四段龙格库塔积分	1.0	0.69	0.048
	2.0	1.19	0.049
	3.0	1095.70	10.86
	4.0	5808.69	65.88
	5.0	12817.60	108.67

根据表 2.8，我们可以看出：随着观测量噪声强度的增大，无论在状态预测步使用梯形积分还是四阶四段龙格库塔积分，识别误差均会增大；在同等噪声水平下，使用四阶四段龙格库塔积分比使用梯形积分识别精度高；当噪声强度低于观测信号强度 2% 时，识别结果较好，高于 2% 时，识别结果会出现较大误差。

2.5 本章小结

本章介绍了结构动力系统的状态空间模型，并以此为基础介绍了标准卡尔曼滤波器及其非线性推广形式：扩展卡尔曼滤波。为了提高参数识别精度，本文从状态预测步积分算法和系统阻尼刚度比两个角度研究了提高扩展卡尔曼滤波识别系统参数精度的方法，主要结论如下：

(1) 在状态预测步使用不同精度的积分算法对参数识别结果有很大影响，积分算法精度越高，参数识别精度越高，收敛速度也越快。

(2) 在阻尼系数真值远小于刚度系数时，刚度系数的识别结果较好，在不同的积分算法下均能保持不错的表现。

(3) 在阻尼系数真值远小于刚度系数时，阻尼系数的识别精度明显不如刚度系数，尤其是在矩形积分情况下，阻尼系数识别值已经远远偏离真值，使用梯形积分和四阶四段龙格库塔积分能让阻尼系数收敛于真值附近。

(4) 在状态预测步使用矩形积分时，阻尼刚度比对阻尼系数的识别精度有较大影响，只有当阻尼刚度比较大时，矩形积分才能保证较高的阻尼识别精度。此外，梯形积分和四阶四段龙格库塔积分则表现出了良好的稳定性，在不同的阻

尼刚度比下都能保持优良的表现。

(5) 随着观测量噪声强度的增大,无论在状态预测步使用梯形积分还是四阶四段龙格库塔积分,识别误差均会增大;在同等噪声水平下,使用四阶四段龙格库塔积分比使用梯形积分识别精度高;当噪声强度低于观测信号强度 2%时,识别结果较好,高于 2%时,识别结果会出现较大误差。

第三章 基于卡尔曼滤波的动力系统输入力的识别

3.1 引言

以第二章所介绍的扩展卡尔曼滤波识别的物理模型为基础,本章主要介绍两种结构外力识别方法,为下一步识别结构附加阻尼力奠定基础。第一种外力识别方法为卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法,该方法有鲁棒性高,收敛速度快等特点,但是只能以结构位移响应作为滤波器的观测量限制了其在实际工程中的应用前景。为此,本章介绍了另一种针对直接馈通系统的状态输入力联合滤波器——GDF,该滤波器能以结构加速度响应作为观测量识别结构外力。但是,GDF对观测数据的采样频率要求较高,在采样频率较低的情况下,随着时间的推移,滤波器的追踪性能下降,使得外力识别曲线逐渐偏离真实外力曲线。为此,本文提出用带遗忘因子的递推最小二乘方法替代GDF中的加权最小二乘方法,即FGDF,以提高滤波器的追踪性能。本章通过数值算例验证研究了以上3种外力识别方法的有效性和特点。

3.2 卡尔曼滤波—最小二乘输入力联合识别方法

3.2.1 卡尔曼滤波新息与未知输入力的关系

考虑以下离散时间结构动力系统:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{X}_k + \mathbf{B}\mathbf{F}_k + \mathbf{\Gamma}w_k \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + v_k \quad (3.2)$$

式中, \mathbf{X}_k 为状态向量, \mathbf{A} 为状态转移矩阵, \mathbf{B} 为输入矩阵, \mathbf{F}_k 为未知输入力向量, w_k 为过程噪声向量, \mathbf{Z}_k 为观测向量, \mathbf{H} 为观测矩阵, v_k 为测量噪声向量。

我们在输入力未知的情况下,利用标准卡尔曼滤波器估计系统状态:

状态预测:

$$\bar{\mathbf{X}}_{k/k+1} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}}_{k/k} \quad (3.3)$$

状态协方差预测:

$$\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{P}}_{k/k}\mathbf{A} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}\mathbf{\Gamma}^T \quad (3.4)$$

计算新息协方差矩阵:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (3.5)$$

估计卡尔曼增益矩阵:

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} \mathbf{H}^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.6)$$

更新协方差矩阵:

$$\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}] \bar{\mathbf{P}}_{k/k} \quad (3.7)$$

计算新息:

$$\bar{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \bar{\mathbf{X}}_{k/k} \quad (3.8)$$

更新状态估计:

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1/k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k/k+1} + \mathbf{K}_k \bar{\mathbf{Z}}_k \quad (3.9)$$

接下来,我们将推导卡尔曼滤波产生的新息与未知输入力之间的迭代关系。令 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$ 和 $\bar{\mathbf{X}}_{k/k}$ 分别代表有输入力和无输入力时卡尔曼滤波对状态 \mathbf{X}_k 的估计。无输入力时的状态估计可表示为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}_{k/k} &= \bar{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \bar{\mathbf{Z}}_k \\ &= \bar{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \bar{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) \bar{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) \mathbf{A} \bar{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k \end{aligned} \quad (3.10)$$

有输入力时的状态估计可表示为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k/k} &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{Z}}_k \\ &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) (\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) + \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) (\mathbf{A} \hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} + \mathbf{B} \mathbf{F}_k) + \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k \end{aligned} \quad (3.11)$$

定义有输入力和无输入力时的状态估计之差:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{X}_{k/k} &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k} - \bar{\mathbf{X}}_{k/k} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) [\mathbf{A} (\hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} - \bar{\mathbf{X}}_{k-1/k-1}) + \mathbf{B} \mathbf{F}_k] \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) [\mathbf{A} \Delta \mathbf{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{B} \mathbf{F}_k] \end{aligned} \quad (3.12)$$

令

$$\Delta \mathbf{X}_{k/k} = \mathbf{M}_k \mathbf{B} \mathbf{F}_k \quad (3.13)$$

将式(3.13)代入式(3.12), 我们可以得到:

$$\mathbf{M}_k \mathbf{B} \mathbf{F}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) (\mathbf{A} \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) \mathbf{B} \mathbf{F}_k \quad (3.14)$$

所以有

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{K}_k) (\mathbf{A} \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) \quad (3.15)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \bar{\mathbf{X}}_{k/k} + \mathbf{M}_k \mathbf{B} \mathbf{F}_k \quad (3.16)$$

令 $\hat{\mathbf{Z}}_k$ 和 $\bar{\mathbf{Z}}_k$ 分别代表有输入力和无输入力时的卡尔曼滤波新息。两者之差可表示为:

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_k - \hat{Z}_k &= \mathbf{H}\mathbf{A}\hat{X}_{k-1/k-1} - \mathbf{H}\mathbf{A}\bar{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{H}\mathbf{B}F_k \\
 &= \mathbf{H}\mathbf{A}(\hat{X}_{k-1/k-1} - \bar{X}_{k-1/k-1}) + \mathbf{H}\mathbf{B}F_k \\
 &= \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I})\mathbf{B}F_k
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

所以有：

$$\bar{Z}_k = \hat{Z}_k + \mathbf{B}_k F_k \tag{3.18}$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I})\mathbf{B} \tag{3.19}$$

式(3.18)~(3.19)则构成了卡尔曼滤波新息与未知输入力之间的迭代关系，可以通过最小二乘估计器估计未知输入力。

3.2.2 未知输入力的最小二乘估计

我们建立 k 至 $k+l$ 时间步的加权最小二乘迭代式：

$$Y_l = \mathbf{B}_l F_l + \varepsilon_l \tag{3.20}$$

式中，

$$\begin{aligned}
 Y_l &= [\bar{Z}_{k+1}, \bar{Z}_{k+2}, \dots, \bar{Z}_{k+l}]^T \\
 \varepsilon_l &= [\hat{Z}_{k+1}, \hat{Z}_{k+2}, \dots, \hat{Z}_{k+l}]^T \\
 \mathbf{B}_l &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}\Gamma \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k+1} + \mathbf{I})\Gamma \\ \dots \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k+l} + \mathbf{I})\Gamma \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

新息序列 \hat{Z}_k 的协方差矩阵为：

$$E\{\hat{Z}_k \hat{Z}_k^T\} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \triangleq \mathbf{S}_k \tag{3.21}$$

这是一个正定矩阵。

根据式(3.21)，我们也可以得到 ε_l 的协方差矩阵：

$$E\{\varepsilon_l \varepsilon_l^T\} = \mathbf{\Lambda}_l = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n+1} & & & & \\ & \mathbf{S}_{n+2} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \mathbf{S}_{n+l-1} & \\ & & & & \mathbf{S}_{n+l} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

用 $\mathbf{\Lambda}_l^{-1}$ 做加权矩阵，利用加权最小二乘估计器，我们可以得到 k 至 $k+l$ 时间步输入力的加权最小二乘估计：

$$\hat{F}_l = (\mathbf{B}_l^T \mathbf{\Lambda}_l^{-1} \mathbf{B}_l)^{-1} \mathbf{B}_l^T \mathbf{\Lambda}_l^{-1} Y_l \tag{3.23}$$

因为 ε_l 的元素 \hat{Z}_k 是相互独立零均值的随机变量，根据高斯—马尔可夫定理，式(3.23)给出的最小二乘估计是无偏的。估计误差的协方差为：

$$\mathbf{P}_{bl} = E\{(F - \hat{F}_l)(F - \hat{F}_l)^T\} = (\mathbf{B}_l^T \mathbf{P}_l^T \mathbf{B}_l)^{-1} \tag{3.24}$$

式(3.23)给出的最小二乘估计是通过“批计算”来实现的：即获得一定时长的观测数据后，估计一定时长的输入力。但在工程实践中，我们往往是序列性的获得观测数据，而不是一次性集中获得一批数据，因此若要实现在线识别系统输入力，我们需要得到 F_k 得递推估计式：即观测一个时间步，估计一个时间步。依观测次序的递推算法就是每获得一次新的观测数据就修正一次估计值，随着时间的推移，我们可得到满意的估计结果。

输入力加权最小二乘估计的矩阵表达式（式(3.23)）可改写为：

$$\begin{aligned}\hat{F}_l &= (\mathbf{B}_l^T \Lambda_l^{-1} \mathbf{B}_l)^{-1} \mathbf{B}_l^T \Lambda_l^{-1} Y_l \triangleq \mathbf{P}(l) \mathbf{B}_l^T \Lambda_l^{-1} Y_l \\ &= \left[\sum_{i=1}^l \mathbf{B}_l^T(i) \Lambda_l^{-1}(i) \mathbf{B}_l(i) \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^l \mathbf{B}_l^T(i) \Lambda_l^{-1}(i) Y_l(i) \right]\end{aligned}\quad (3.25)$$

定义

$$\begin{cases} \mathbf{P}^{-1}(k) = \left[\sum_{i=1}^k \mathbf{B}_k^T(i) \Lambda_k^{-1}(i) \mathbf{B}_k(i) \right] \triangleq \mathbf{B}_k^T \Lambda_k^{-1} \mathbf{B}_k \\ \mathbf{P}^{-1}(k-1) = \left[\sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^T(i) \Lambda_{k-1}^{-1}(i) \mathbf{B}_{k-1}(i) \right] \triangleq \mathbf{B}_{k-1}^T \Lambda_{k-1}^{-1} \mathbf{B}_{k-1} \end{cases}\quad (3.26)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_k(1) \\ \mathbf{B}_k(2) \\ \dots \\ \mathbf{B}_k(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}\Gamma \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_1 + \mathbf{D})\Gamma \\ \dots \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{D})\Gamma \end{bmatrix}, \Lambda_k = \begin{bmatrix} \Lambda_k(1) & & & \mathbf{0} \\ & \Lambda_k(2) & & \\ & & \dots & \\ \mathbf{0} & & & \Lambda_k(k) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_k(1) \\ \mathbf{B}_k(2) \\ \dots \\ \mathbf{B}_k(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}\Gamma \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_1 + \mathbf{D})\Gamma \\ \dots \\ \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-2} + \mathbf{D})\Gamma \end{bmatrix}, \Lambda_{k-1} = \begin{bmatrix} \Lambda_{k-1}(1) & & & \mathbf{0} \\ & \Lambda_{k-1}(2) & & \\ & & \dots & \\ \mathbf{0} & & & \Lambda_{k-1}(k-1) \end{bmatrix} \end{cases}\quad (3.27)$$

由式(3.26)可得

$$\mathbf{P}^{-1}(k) = \mathbf{P}^{-1}(k-1) + \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \mathbf{B}_k(k) \quad (3.28)$$

结合式(3.25)，可得

$$\hat{F}_{k-1} = \mathbf{P}(k-1) \left[\sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^T(i) \Lambda_{k-1}^{-1}(i) Y_{k-1}(i) \right] \quad (3.29)$$

于是有

$$\mathbf{P}^{-1}(k-1) \hat{F}_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{B}_{k-1}^T(i) \Lambda_{k-1}^{-1}(i) Y_{k-1}(i) \quad (3.30)$$

利用式(3.28)和式(3.30)，可得

$$\begin{aligned}
\hat{F}_k &= \mathbf{P}(k) \left[\sum_{i=1}^k \mathbf{B}_k^T(i) \Lambda_k^{-1}(i) Y_k(i) \right] \\
&= \mathbf{P}(k) \left[\mathbf{P}^{-1}(k-1) \hat{F}_{k-1} + \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) Y_k(k) \right] \\
&= \mathbf{P}(k) \left\{ \left[\mathbf{P}^{-1}(k) - \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \mathbf{B}_k(k) \right] \hat{F}_{k-1} \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) Y_k(k) \right\} \\
&= \hat{F}_{k-1} + \mathbf{P}(k) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \left[Y_k(k) - \mathbf{B}_k(k) \hat{F}_{k-1} \right]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

定义增益矩阵 $\mathbf{K}(k)$:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \tag{3.32}$$

则式(3.31)可改写为:

$$\hat{F}_k = \hat{F}_{k-1} + \mathbf{K}(k) \left[Y_k(k) - \mathbf{B}_k(k) \hat{F}_{k-1} \right] \tag{3.33}$$

引入矩阵求逆引理:

$$\left(\mathbf{A} + \mathbf{BCD} \right)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \left(\mathbf{DA}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{C}^{-1} \right)^{-1} \mathbf{DA}^{-1} \tag{3.34}$$

式(3.28)可改写为:

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k-1) - \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \tag{3.35}$$

将式(3.35)代入式(3.32), 可得:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}(k) &= \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) - \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \\
&\quad \mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \\
&= \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right] \\
&\quad \Lambda_k^{-1}(k) - \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \\
&= \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \left\{ \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right] \right. \\
&\quad \left. \Lambda_k^{-1}(k) - \mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \Lambda_k^{-1}(k) \right\} \\
&= \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

结合式(3.36)和式(3.35), 可得

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{B}_k(k)] \mathbf{P}(k-1) \tag{3.37}$$

式(3.33), 式(3.36)以及式(3.37)则构成了输入力的加权最小二乘估计递推算法:

$$\begin{aligned}
\hat{F}_k &= \hat{F}_{k-1} + \mathbf{K}(k) \left[Y_k(k) - \mathbf{B}_k(k) \hat{F}_{k-1} \right] \\
\mathbf{K}(k) &= \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) \left[\mathbf{B}_k(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{B}_k^T(k) + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \\
\mathbf{P}(k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{B}_k(k)] \mathbf{P}(k-1)
\end{aligned} \tag{3.38}$$

3.2.3 带常量遗忘因子的递推最小二乘估计

在 3.2.2 节, 我们得到了未知输入力的加权最小二乘以及递推最小加权最小

二乘估计。这种最小二乘估计有一个缺陷：随着采集的数据增多，最小二乘方法会出现所谓的“数据饱和”现象，即：增益矩阵 $\mathbf{K}(k)$ 随着时间步 k 的增加会逐渐趋近于零矩阵，导致算法逐渐失去修正能力。为了克服“数据饱和”现象，我们引入遗忘因子，以降低老数据提供的信息量，增加新数据提供的信息量，提高算法的自适应能力。

在 3.2.2 节中，本文给出了最小二乘估计的加权矩阵 Λ_k^{-1} ：

$$\Lambda_k^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-1} & & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{S}_2^{-1} & & \\ & & \dots & \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{S}_k^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

引入遗忘因子 γ ，得到带遗忘因子的加权矩阵 Σ_k^{-1} ：

$$\Sigma_k^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{-1}\gamma^{k-1} & & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{S}_2^{-1}\gamma^{k-2} & & \\ & & \dots & \\ & & & \mathbf{S}_{k-1}^{-1}\gamma \\ \mathbf{0} & & & & \mathbf{S}_k^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

式中， $0 < \gamma \leq 1$ 。在这里，遗忘因子 γ^i 与加权因子 \mathbf{S}_i^{-1} 既有联系，又有区别：遗忘因子的引入，是为了克服“数据饱和”现象，而加权因子的引入，是为了获得过程的平均特性。就对数据加信度这一点来说，两种算法处理问题的思想是一致的。但是两种因子的使用目的不同，对数据加信度的方式也不同。在加权最小二乘法中， i 时刻的数据通过加权因子 \mathbf{S}_i^{-1} 给予不同的信度，各时刻的加权因子是孤立选择的，相邻时刻的加权因子不存在某种内在联系。在遗忘因子法中，除了现时刻的数据信度为 1 外，其他时刻的数据信度离现时刻越远越小，且呈指数型函数关系递减^[45]。

用 Σ_k^{-1} 替换 Λ_k^{-1} ，经过与 3.2.2 节相似的推导，我们可以得到估计未知输入力的带遗忘因子递推最小二乘算法：

$$\begin{aligned} \hat{F}_k &= \hat{F}_{k-1} + \mathbf{K}(k)[Y_k(k) - \mathbf{B}_k(k)\hat{F}_{k-1}] \\ \mathbf{K}(k) &= \frac{\mathbf{P}(k-1)\mathbf{B}_k^T(k)}{\gamma} \left[\frac{\mathbf{B}_k(k)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{B}_k^T(k)}{\gamma} + \Lambda_k(k) \right]^{-1} \\ \mathbf{P}(k) &= \frac{1}{\gamma} [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{B}_k(k)]\mathbf{P}(k-1) \end{aligned} \quad (3.41)$$

容易看出，当 $\gamma = 1$ 时，式(3.41)与式(3.38)等价。

3.2.4 卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法数值验证

本文通过一个 5 自由度剪切型结构（图 2.1）的外荷载识别数值算例来验证卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法的有效性。算例的真实模型参数如下：

质量： $m_1 = 2500\text{kg}$ ， $m_2 = m_3 = m_4 = 2000\text{kg}$ ， $m_5 = 1500\text{kg}$ 。

刚度： $k_1 = 5 \times 10^5 \text{N/m}$ ， $k_2 = k_3 = k_4 = 4 \times 10^5 \text{N/m}$ ， $k_5 = 3 \times 10^5 \text{N/m}$ 。

阻尼： $c_1 = 500 \text{N} \cdot \text{s/m}$ ， $c_2 = c_3 = c_4 = 400 \text{N} \cdot \text{s/m}$ ， $c_5 = 300 \text{N} \cdot \text{s/m}$ 。

以第二章提出的四阶四段龙格库塔积分扩展卡尔曼滤波得到的结构物理参数识别结果为基础（见表 2.5-2.6），利用卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法，以结构各自由度的位移响应作为观测量，识别作用在该结构上的所有外力。

为了验证方法识别各种荷载的能力，在每个动力自由度上同时施加不同类型的荷载：1 自由度上施加 EI—centro 地震波荷载；2 自由度施加幅值为 5000N 的正弦荷载；3 自由度施加幅值为 10000N 的冲击荷载；4 自由度施加幅值为 5000N 的方波荷载；5 自由度施加 2000N 静力荷载。由于地震输入变化较快，为了增强滤波器的快速追踪能力，故设置较小的遗忘因子： $\gamma = 0.01$ 。作用在 5 个自由度上的外力识别结果分别如图 3.1-3.5 所示：

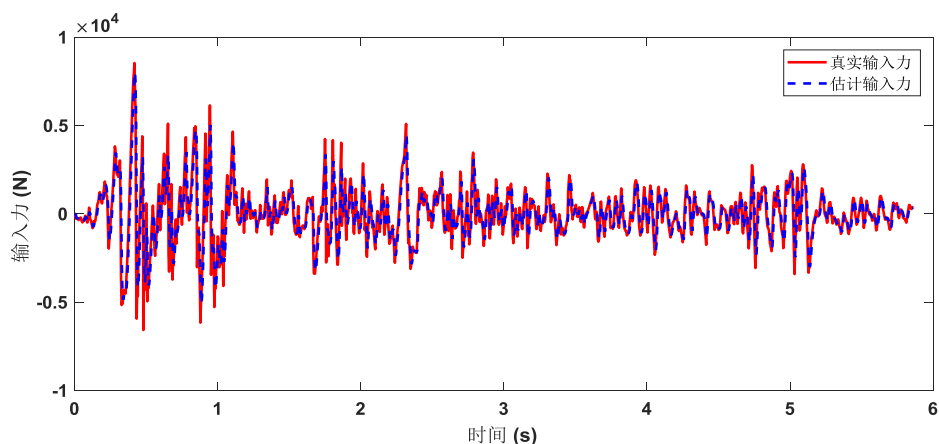


图3.1 1 自由度外力识别结果

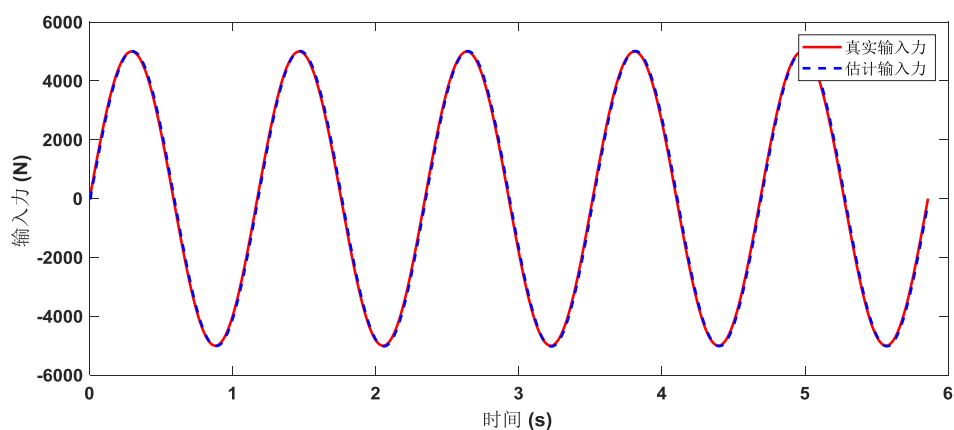


图3.2 2 自由度外力识别结果

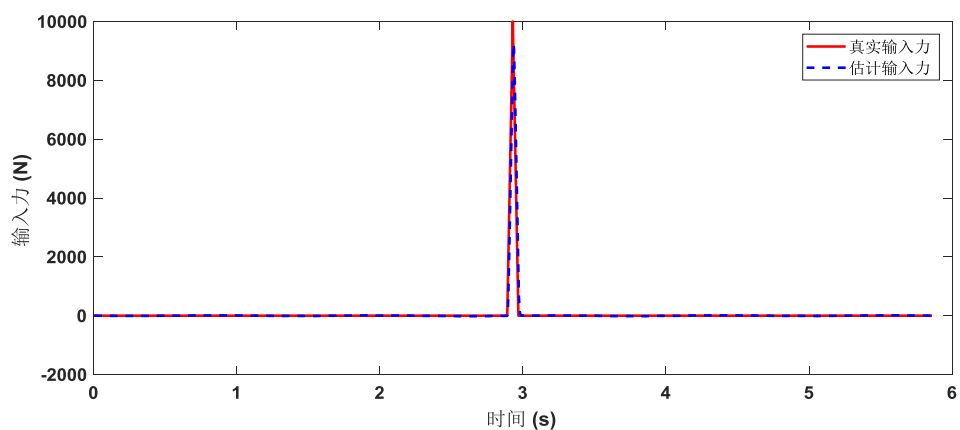


图3.3 3 自由度外力识别结果

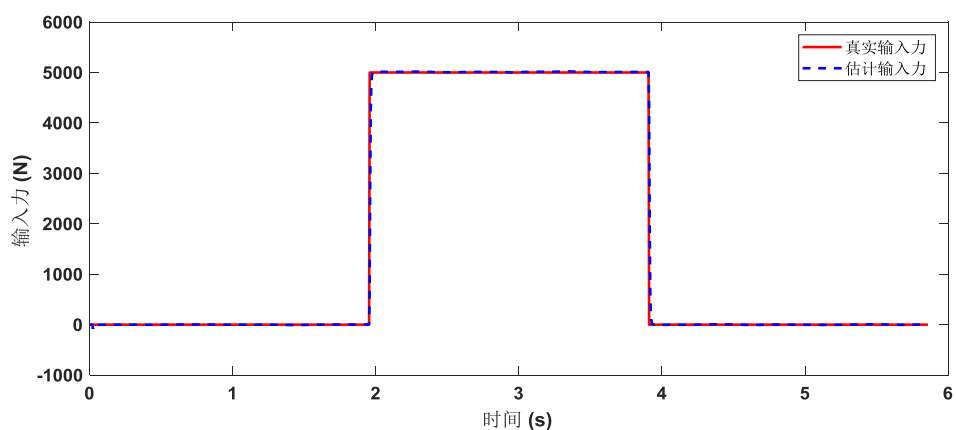


图3.4 4 自由度外力识别结果

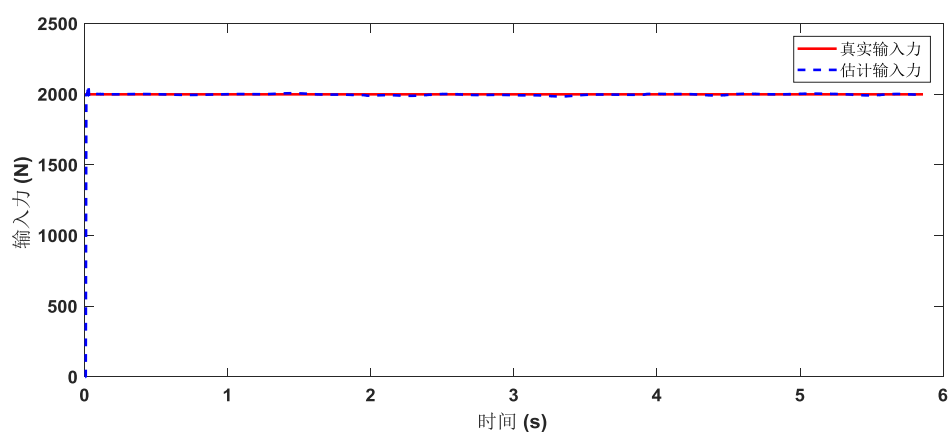


图3.5 5 自由度外力识别结果

上述识别结果均是在观测量无噪声的情况下得到的，不能代表实际振动测试中的识别结果，故对观测量施加 2% 的白噪声，识别同样的荷载，识别结果如图

3.6~3.10 所示:

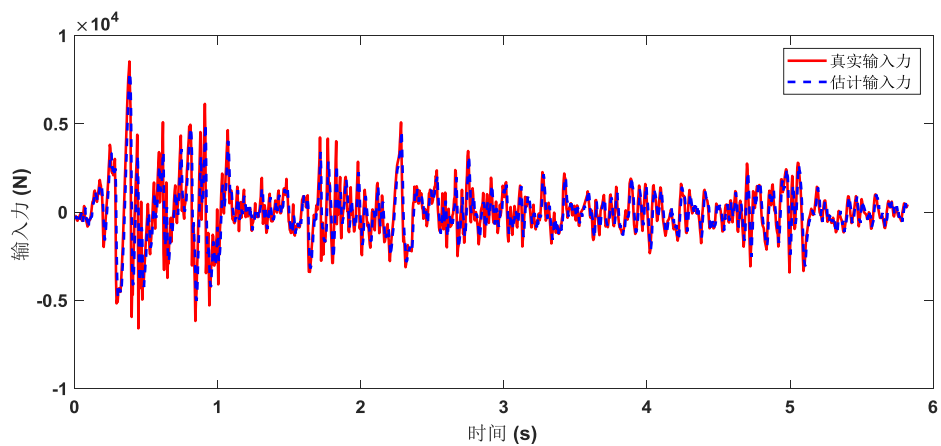


图3.6 1 自由度外力识别结果 (2%噪声)

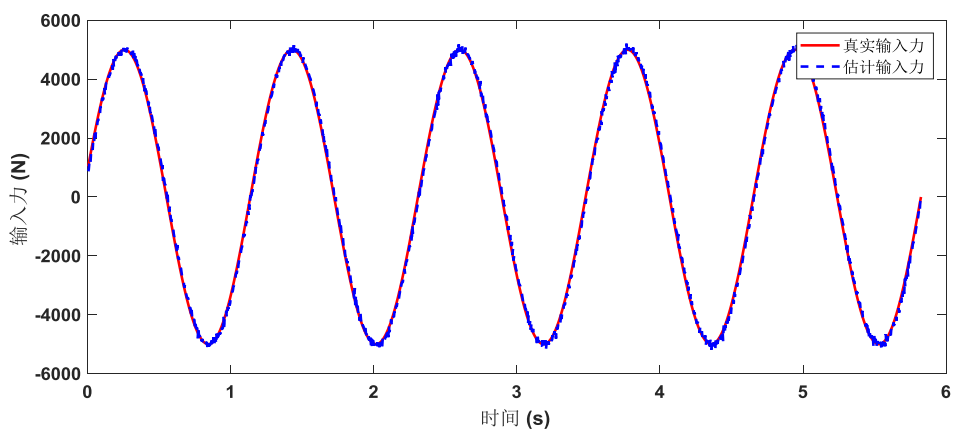


图3.7 2 自由度外力识别结果 (2%噪声)

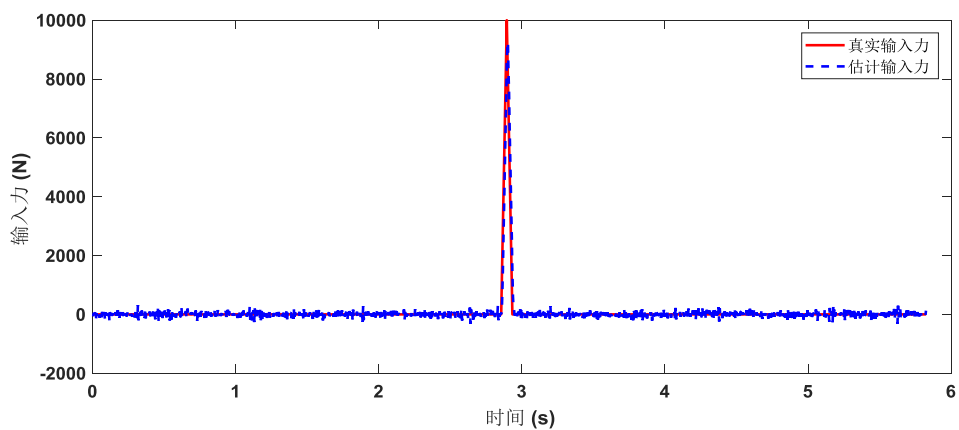


图3.8 3 自由度外力识别结果 (2%噪声)

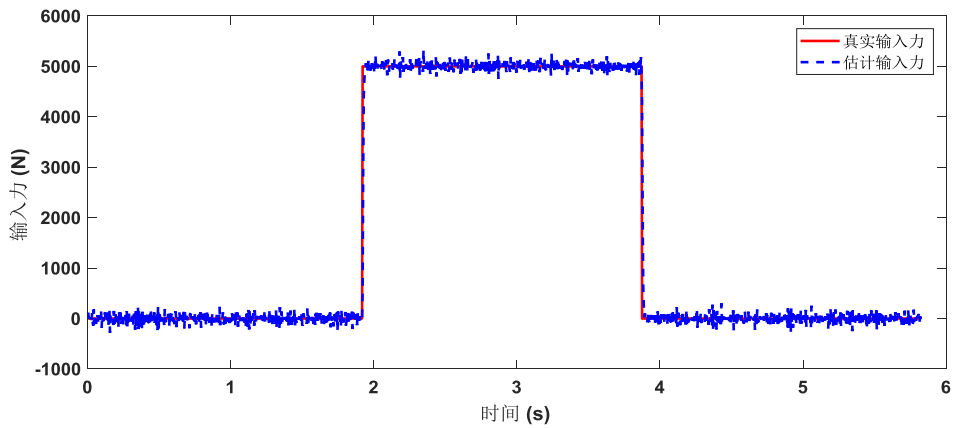


图3.9 4 自由度外力识别结果 (2%噪声)

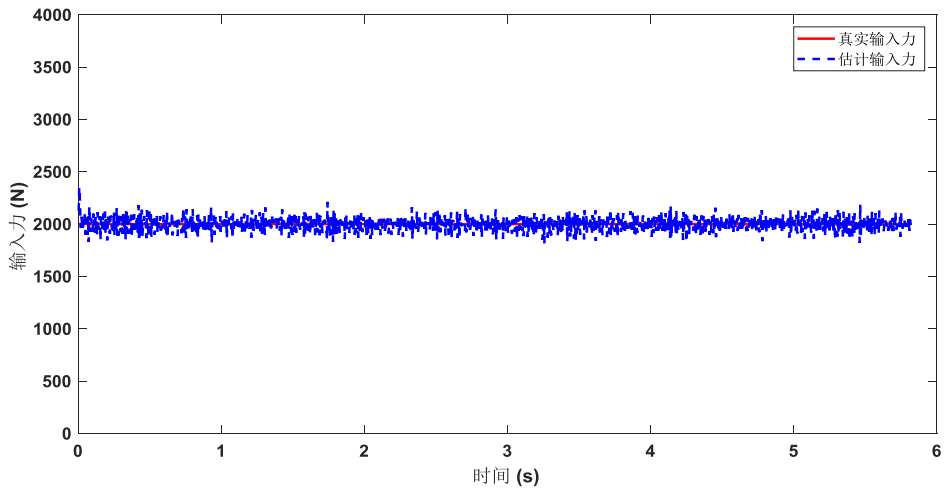


图3.10 5 自由度外力识别结果 (2%噪声)

为了定量展示识别效果,我们定义识别相对均方根误差来评价识别结果的好坏:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n RE_i^2}{n}} \quad (3.42)$$

$$RE_i = \frac{IP_i - RL_i}{RL_i} \quad (3.43)$$

式中, $RMSE$ 表示某一外力时程识别的相对均方根误差, n 为时程的总采样点数, RE_i 为第 i 个采样点的外力识别相对误差, IP_i 为第 i 个采样点的外力识别值, RL_i 为第 i 个采样点的外力真实值。

表 3.1 则展现了在有观测无噪声和无观测噪声情况下不同类型荷载识别的相对均方根误差。此外,值得一提的是,这里要求 $RL_i \neq 0$, 否则,式(3.43)没有意

义，因此在计算相对均方根误差时，需要剔除那些外荷载真实值为 0 的采样点。

表 3.1 外荷载识别的相对均方根误差

噪声比例	外力施加自由度	荷载类型	识别相对均方根误差 (%)
无噪声	1	地震荷载	5.18
	2	正弦荷载	0.20
	3	冲击荷载	4.15
	4	方波荷载	0.09
	5	静荷载	0.09
2%信号强度	1	地震荷载	5.44
	2	正弦荷载	0.39
	3	冲击荷载	5.02
	4	方波荷载	0.10
	5	静荷载	0.20

综合图 3.1~3.10 以及表 3.1，我们可以得出以下结论：

(1) 在无观测噪声和有观测噪声的情况下，卡尔曼滤波—最小二乘输入力识别方法均能较准确地识别出外荷载时程，虽然在 2% 噪声干扰下，识别误差有所增加，但仍在可接受范围内，说明算法有较强的抗噪能力。

(2) 不同类型的荷载识别效果有所不同：正弦荷载、方波荷载以及静荷载这类变化程度较小的荷载识别效果要优于地震荷载、冲击荷载这类变化程度较大的荷载识别效果。

3.3 GDF 输入力识别方法

在 3.2 节，本文介绍了卡尔曼滤波—最小二乘输入力联合识别方法，并通过一个 5 自由度剪切型结构的外力识别算例验证了该方法的有效性。但是该方法在实际应用中有一个较大的缺陷：不能以结构的加速度响应作为观测量。因为若要以加速度为观测量，那么观测方程右侧必须出现外力项，而外力是待识别的，是未知项。

我们知道，在工程实际中，结构的加速度响应一般来说会比位移响应容易获得，而且加速度响应数据的可信度一般也要高于位移响应数据。为了适应工程实际需要，本文在这里介绍一种由 Gillijns 和 De Moor^[36]学者提出的无偏最小方差的输入力状态联合估计器（Gillijns and De Moor Filter，简称 GDF）。该算法的结构可大致被分为两部分：输入力估计以及状态估计。正是因为该滤波器先估计输入力，因此在下一步状态估计时，输入力已是已知量了，因此可以以结构的加

速度响应作为观测量。

考虑以下线性离散时间系统：

$$X_{k+1} = \mathbf{A}X_k + \mathbf{G}d_k + w_k \quad (3.44)$$

$$Y_k = \mathbf{C}X_k + \mathbf{H}d_k + v_k \quad (3.45)$$

式中， $X_k \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量， $d_k \in \mathbf{R}^m$ 为未知输入力向量， $Y_k \in \mathbf{R}^p$ 为观测向量，假设过程噪声 $w_k \in \mathbf{R}^n$ 以及观测噪声 $v_k \in \mathbf{R}^p$ 是互不相关的零均值白噪声随机信号，并有已知的协方差矩阵： $\mathbf{Q}_k = E[w_k w_k^T]$ ， $\mathbf{R}_k = E[v_k v_k^T]$ 。

考虑建立以下基本形式的 3 步滤波器：

$$\hat{X}_{k/k-1} = \mathbf{A}\hat{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{G}\hat{d}_{k-1} \quad (3.46)$$

$$\hat{d}_k = \mathbf{M}_k(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1}) \quad (3.47)$$

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{L}_k(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1}) \quad (3.48)$$

第一步，基于已有的状态信息和输入信息对新的状态进行预测，可以被称为时间更新步；第二步，获得关于输入的无偏最小方差估计，可被称为输入估计步；第三步，基于新的量测信息和输入信息，获得关于状态的无偏最小方差估计，可被称为量测更新步。

3.3.1 时间更新

假设 $\hat{X}_{k-1/k-1}$ 和 \hat{d}_{k-1} 分别是 $X_{k-1/k-1}$ 和 d_{k-1} 的无偏最小方差估计，我们考虑时间更新步的估计误差：

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{k/k-1} &= X_k - \hat{X}_{k/k-1} \\ &= \mathbf{A}\tilde{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{G}\tilde{d}_{k-1} + w_{k-1} \end{aligned} \quad (3.49)$$

由于 $\hat{X}_{k-1/k-1}$ 和 \hat{d}_{k-1} 分别是 $X_{k-1/k-1}$ 和 d_{k-1} 的无偏最小方差估计，且 w_{k-1} 为零均值的白噪声，因此 $E[\tilde{X}_{k/k-1}] = \mathbf{0}$ ，即时间更新步得到状态估计是一个无偏估计。估计的协方差矩阵为：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k/k-1}^x &= E[\tilde{X}_{k/k-1} \tilde{X}_{k/k-1}^T] \\ &= [\mathbf{A} \quad \mathbf{G}] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1/k-1}^x & \mathbf{P}_{k-1}^{xd} \\ \mathbf{P}_{k-1}^{dx} & \mathbf{P}_{k-1}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.50)$$

3.3.2 输入估计

定义新息： $\tilde{Y}_k = Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k}$ ，结合式(3.45)，可以得到：

$$\tilde{Y}_k = \mathbf{H}d_k + e_k \quad (3.51)$$

$$e_k = \mathbf{C}\tilde{X}_{k/k-1} + v_k \quad (3.52)$$

由于 $\tilde{X}_{k/k-1}$ 是一个无偏估计, 故 $E[e_k]=0$, 因此有: $E[\tilde{Y}_k]=\mathbf{H}E[d_k]$ 。这表明: 我们可以通过新息 \tilde{Y}_k 得到未知输入 d_k 的无偏估计。显然, 只要满足:

$$\mathbf{M}_k \mathbf{H} = \mathbf{I} \quad (3.53)$$

我们就可通过式(3.47)得到未知输入 d_k 的无偏估计。事实上, 根据高斯—马尔克夫定理, 我们可以通过加权最小二乘方法求解式(3.51)来获得 d_k 的无偏最小方差估计。考察噪声向量的协方差矩阵:

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = E[e_k e_k^T] = \mathbf{C} \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \quad (3.54)$$

以 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 为加权矩阵, 我们可以得到 d_k 的加权最小二乘解:

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \quad (3.55)$$

结合式(3.47), 可得 d_k 的无偏最小方差估计:

$$\hat{d}_k = (\mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} (Y_k - \mathbf{C} \hat{X}_{k/k-1}) \quad (3.56)$$

估计的协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_x^d = (\mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (3.57)$$

结合式(3.47)以及式(3.51), 定义估计误差:

$$\begin{aligned} \tilde{d}_k &= d_k - \hat{d}_k \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{M}_k \mathbf{H}) d_k - \mathbf{M}_k e_k \\ &= -\mathbf{M}_k e_k \end{aligned} \quad (3.58)$$

3.3.3 量测更新

在本部分, 我们的目的是确定式(3.48)中的 L_k , 以使得 $\hat{X}_{k/k}$ 是 X_k 的无偏最小二乘估计。结合式(3.48)和式(3.51), 我们可以得到:

$$\tilde{X}_{k/k} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C}) \tilde{X}_{k/k-1} - \mathbf{L}_k \mathbf{H} d_k - \mathbf{L}_k v_k \quad (3.59)$$

由此, 我们可以得出结论: 只要 $\mathbf{L}_k \mathbf{H} = \mathbf{0}$, 那么 $E(\tilde{X}_{k/k}) = \mathbf{0}$, $\hat{X}_{k/k}$ 则是 X_k 的无偏估计。假设 \mathbf{L}_k 满足条件:

$$\mathbf{L}_k \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (3.60)$$

那么, 估计误差的协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_{k/k}^x = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C}) \mathbf{P}_{k/k-1}^x (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C})^T + \mathbf{L}_k \mathbf{R}_k \mathbf{L}_k^T \quad (3.61)$$

为了获得 X_k 的无偏最小二乘估计, 我们要获得满足以下两个条件的 \mathbf{L}_k : (1) 式(3.60)。(2) 使得式(3.61)的迹取最小值。参考 Kitannidis^[50]的方法, 构建拉格朗日算子:

$$\text{trace}\{\mathbf{L}_k \mathbf{R}_k \mathbf{L}_k^T - 2\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \mathbf{L}_k^T + \mathbf{P}_{k/k-1}^x\} - 2\text{trace}\{\mathbf{L}_k \mathbf{H} \mathbf{\Lambda}_k^T\} \quad (3.62)$$

将式(3.62)对 \mathbf{L}_k 求导, 并令其等于 0, 可得到:

$$\tilde{\mathbf{R}}_k \mathbf{L}_k^T - \mathbf{C} \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{H} \mathbf{\Lambda}_k^T = \mathbf{0} \quad (3.63)$$

结合式(3.60)，我们可以得到：

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_k & -\mathbf{H} \\ \mathbf{H}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k^T \\ \boldsymbol{\Lambda}_k^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

求解该线性方程组，即可得到：

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{K}_k(\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{M}_k) \quad (3.65)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \quad (3.66)$$

该滤波器的递推方程可总结如下：

(1) 初始化

$$\begin{aligned} \hat{X}_{1/0} &= E[X_1] \\ \mathbf{P}_{1/0}^x &= E[(X_1 - \hat{X}_{1/0})(X_1 - \hat{X}_{1/0})^T] \end{aligned} \quad (3.67)$$

(2) 未知输入力估计

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{M}_k &= (\mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\ \hat{d}_k &= \mathbf{M}_k (Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1}) \\ \mathbf{P}_k^d &= (\mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \end{aligned} \quad (3.68)$$

(3) 量测更新

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\ \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{H}\hat{d}_k) \\ \mathbf{P}_{k/k}^x &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{K}_k (\tilde{\mathbf{R}}_k - \mathbf{H}\mathbf{P}_k^d \mathbf{H}^T) \mathbf{K}_k^T \\ \mathbf{P}_k^{xd} &= (\mathbf{P}_k^{dx})^T = \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_k^d \end{aligned} \quad (3.69)$$

(4) 时间更新

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1/k} &= \mathbf{A}\hat{X}_{k/k} + \mathbf{G}\hat{d}_k \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k/k}^x & \mathbf{P}_k^{xd} \\ \mathbf{P}_k^{dx} & \mathbf{P}_k^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_k \end{aligned} \quad (3.70)$$

3.3.4 FGDF 输入力识别方法

如 3.3.2 节所述，GDF 利用加权最小二乘估计方法得到了输入力的无偏最小二乘估计。回顾 3.2.3 小节关于最小二乘估计中遗忘因子的阐述，我们可以知道：引入遗忘因子可以克服“数据饱和”现象，以降低老数据提供的信息量，增加新数据提供的信息量，提高算法的追踪能力。

因此在本节，我们考虑用带遗忘因子的递推最小二乘方法代替原 GDF 滤波器使用的加权最小二乘方法，以增强滤波器对输入力的追踪性能。我们将新提出

的滤波器称为 Fading Gillijns and De Moor Filter, 简称为 FGDF, 因为前文(3.2.3)已经对带遗忘因子的递推最小二乘估计做了详尽的推导, 故在此不再对 FGDF 做详细推导, 现将 FGDF 滤波器方程综述如下:

(1) 初始化

$$\begin{aligned}\hat{X}_{1/0} &= E[X_1] \\ \mathbf{P}_{1/0}^x &= E[(X_1 - \hat{X}_{1/0})(X_1 - \hat{X}_{1/0})^T] \\ \hat{d}_0 &= E[d_0] \\ \mathbf{P}_0^d &= E[(d_0 - \hat{d}_0)(d_0 - \hat{d}_0)^T]\end{aligned}\quad (3.71)$$

(2) 未知输入力估计

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{K}_{bk} &= \frac{\mathbf{P}_{k-1}^d\mathbf{H}}{\gamma}(\tilde{\mathbf{R}}_k + \frac{\mathbf{H}\mathbf{P}_{k-1}^d\mathbf{H}^T}{\gamma})^{-1} \\ \hat{d}_k &= \hat{d}_{k-1} + \mathbf{K}_{bk}(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{H}\hat{d}_{k-1}) \\ \mathbf{P}_k^d &= \frac{(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{bk}\mathbf{H})\mathbf{P}_{k-1}^d}{\gamma}\end{aligned}\quad (3.72)$$

式中, $0 < \gamma \leq 1$ 为常量遗忘因子, 用于调节滤波器对输入力的追踪速度。

(3) 量测更新

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x\mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\ \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{H}\hat{d}_k) \\ \mathbf{P}_{k/k}^x &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{K}_k(\tilde{\mathbf{R}}_k - \mathbf{H}\mathbf{P}_k^d\mathbf{H}^T)\mathbf{K}_k^T \\ \mathbf{P}_k^{xd} &= (\mathbf{P}_k^{dx})^T = \mathbf{K}_k\mathbf{H}\mathbf{P}_k^d\end{aligned}\quad (3.73)$$

(4) 时间更新

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k+1/k} &= \mathbf{A}\hat{X}_{k/k} + \mathbf{G}\hat{d}_k \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k/k}^x & \mathbf{P}_k^{xd} \\ \mathbf{P}_k^{dx} & \mathbf{P}_k^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_k\end{aligned}\quad (3.74)$$

与 GDF 相比, FGDF 主要改变了输入力识别方式, 由一次性给出输入力估计到递推性地给出输入力估计, 并引入了遗忘因子, 以改善滤波器对未知输入力的追踪能力。FGDF 在量测更新以及时间更新部分则沿用了 GDF 的理论。

3.3.5 GDF 输入力识别方法数值验证

本文通过一个 5 自由度剪切型结构数值算例来验证 GDF 输入力识别方法的有效性。算例的真实模型参数如下:

质量: $m_1 = 2500\text{kg}$, $m_2 = m_3 = m_4 = 2000\text{kg}$, $m_5 = 1500\text{kg}$ 。

刚度: $k_1 = 5 \times 10^5 \text{ N/m}$, $k_2 = k_3 = k_4 = 4 \times 10^5 \text{ N/m}$, $k_5 = 3 \times 10^5 \text{ N/m}$ 。

阻尼: $c_1 = 500 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_2 = c_3 = c_4 = 400 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_5 = 300 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。

以第二章的结构物理参数识别结果为基础(见表 2.5-2.6), 利用 GDF 输入力识别方法, 以结构各自由度的加速度响应作为滤波器的观测量, 识别作用在该结构上的所有外力。为了验证方法识别各种荷载的能力, 在每个动力自由度上施加不同类型的荷载: 1 自由度上施加 EI—centro 地震波荷载; 2 自由度施加幅值为 5000N 的正弦荷载; 3 自由度施加幅值为 10000N 的冲击荷载; 4 自由度施加幅值为 5000N 的方波荷载; 5 自由度施加 2000N 静力荷载, 观测量采样频率为 1000Hz。滤波器的初始值设定如下:

量测噪声协方差矩阵: $\mathbf{R}_k = 1 \times 10^{-3} \cdot \mathbf{I}_{5 \times 5}$;

过程噪声协方差矩阵: $\mathbf{Q}_k = 1 \times 10^{-10} \cdot \mathbf{I}_{10 \times 10}$;

初始状态向量: $\hat{\mathbf{X}}_{1/0} = \mathbf{0}_{10 \times 1}$;

初始状态估计误差协方差矩阵: $\mathbf{P}_{1/0}^x = 1 \times 10^{-10} \cdot \mathbf{I}_{10 \times 10}$ 。

作用在 5 个自由度上的外力识别结果分别如图 3.11-3.15 所示:

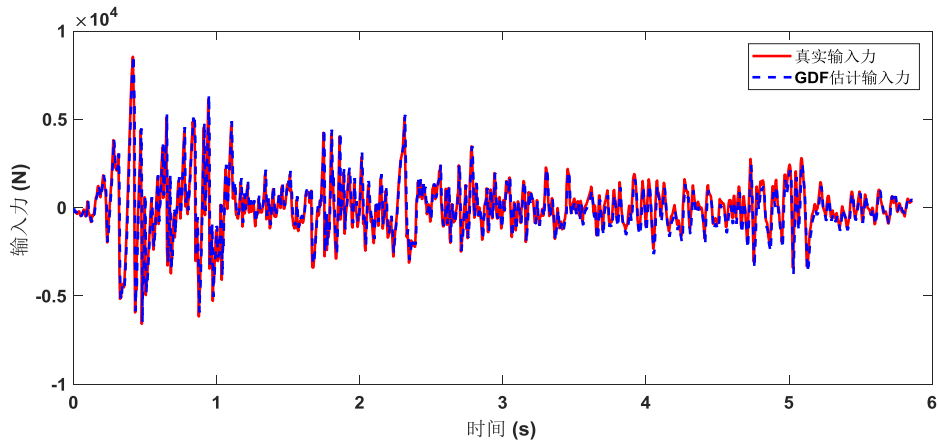


图3.11 1 自由度 GDF 估计输入力

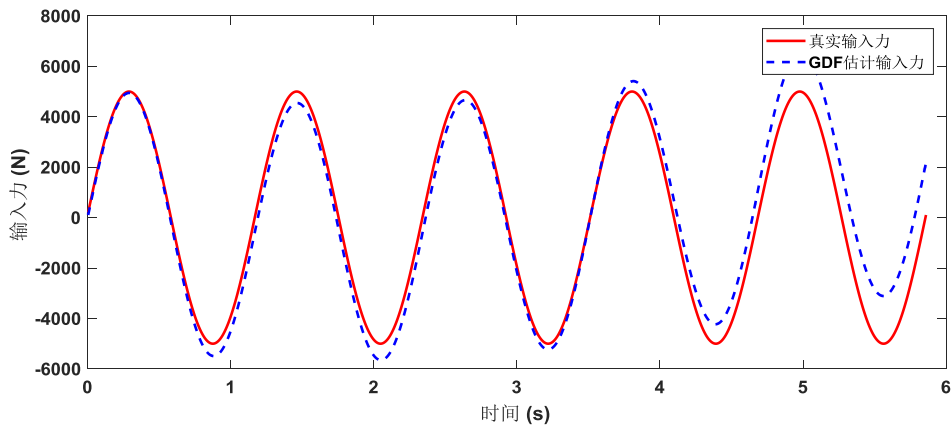


图3.12 2 自由度 GDF 估计输入力

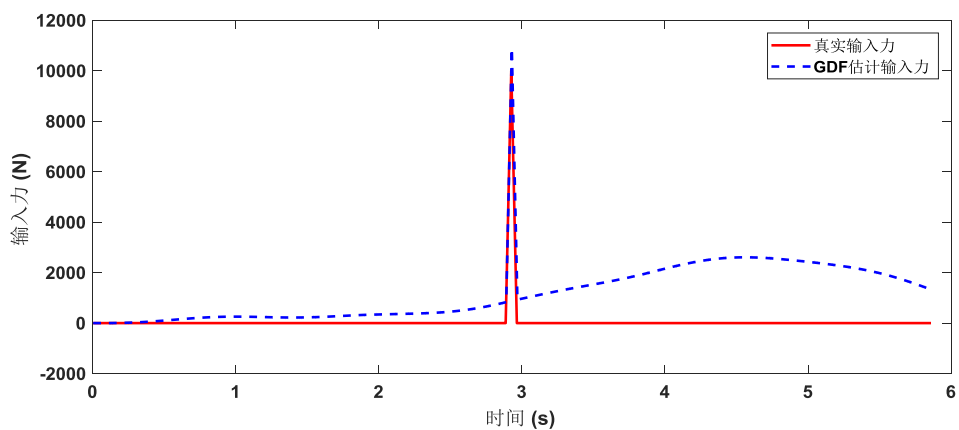


图3.13 3自由度 GDF 估计输入力

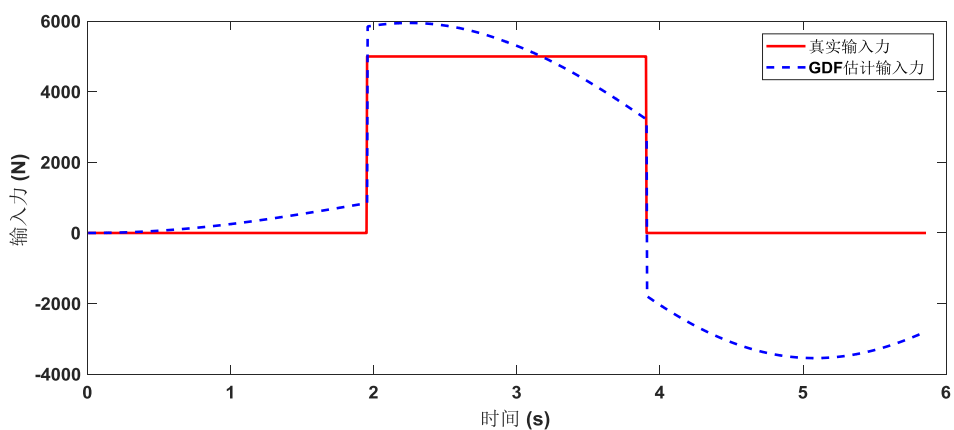


图3.14 4自由度 GDF 估计输入力

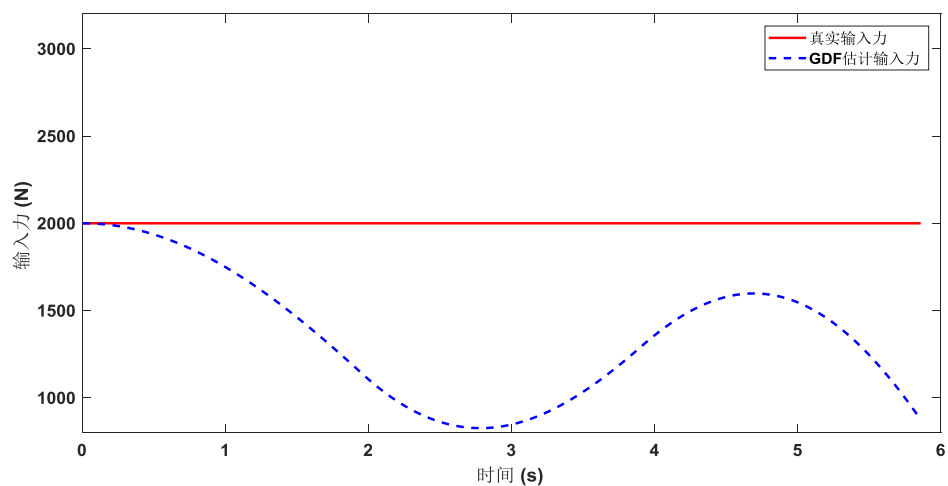


图3.15 5自由度 GDF 估计输入力

我们可以看出：当仅以结构加速度响应作为观测量时，GDF 能很好的识别结构所受地震波激励，正弦波激励，对于冲击荷载稳定低频段，方波荷载以及静荷载的识别效果则不尽如人意。

在数值实验中,我们发现 GDF 的识别表现对观测数据的采样频率较为敏感,当采样频率较低时,外力识别曲线会逐渐偏离真值,而 FGDF 则在这方面的表现较为优秀,我们将观测数据的采样频率降低至 700Hz,以 EI-centro 为基底地震波激励,FGDF 遗忘因子 $\gamma = 0.01$,其他参数设置不变,比较 GDF 和 FGDF 的外力识别表现。图 3.16~3.20 则展示了作用在各自由度上的真实地震输入力,以及对应的 GDF 和 FGDF 识别荷载时程的对比。

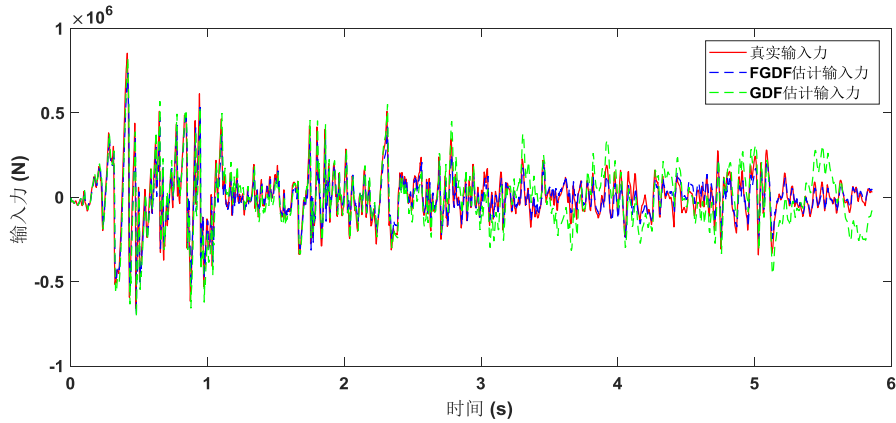


图3.16 1 自由度 GDF 与 FGDF 外力识别对比

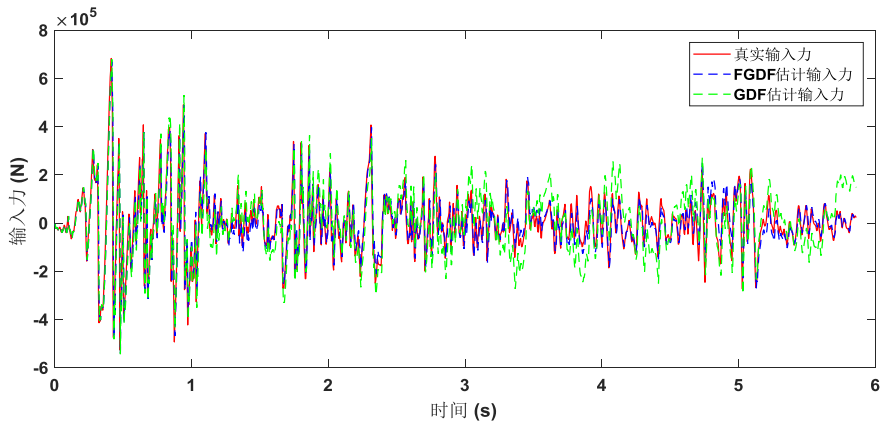


图3.17 2 自由度 GDF 与 FGDF 外力识别对比

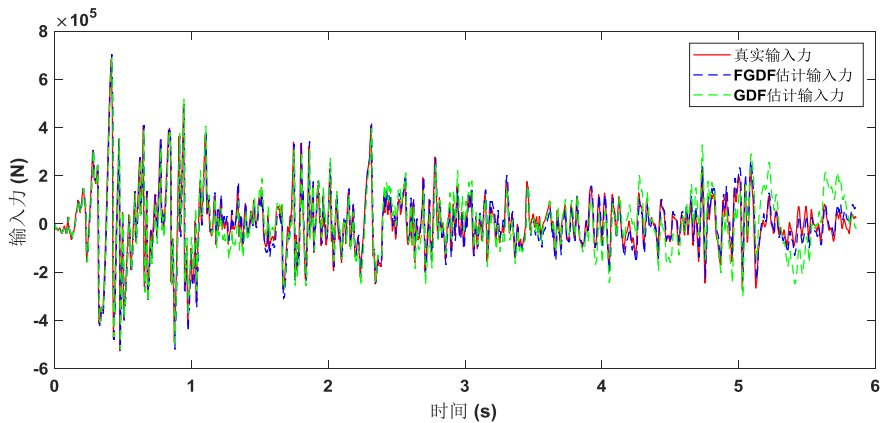


图3.18 3 自由度 GDF 与 FGDF 外力识别对比

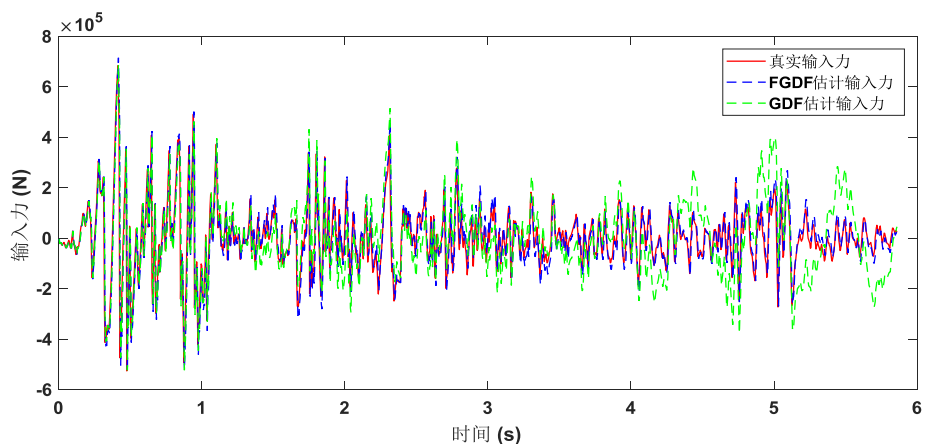


图3.19 4自由度 GDF 与 FGDF 外力识别对比

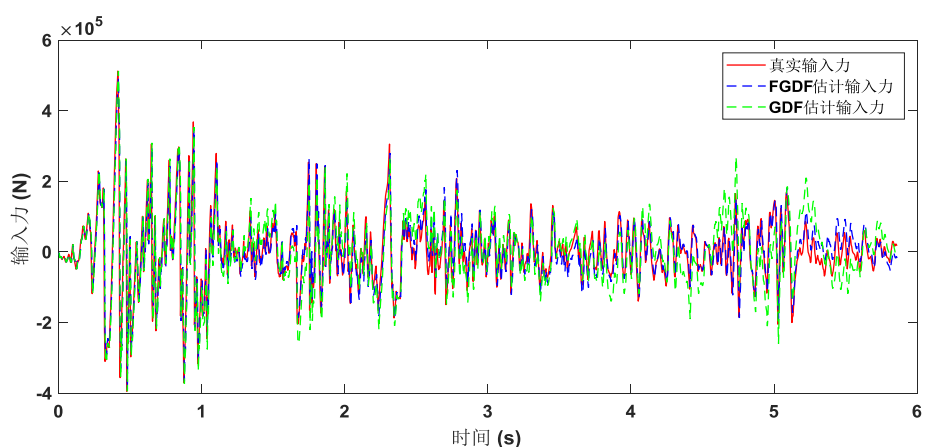


图3.20 5自由度 GDF 与 FGDF 外力识别对比

为了定量对比分析 FGDF 与 GDF 的识别效果，我们计算了识别输入力时程的均方根相对误差，如表 3.2 所示。均方根相对误差由式 (3.54-3.55) 定义。

表 3.2 GDF 和 FGDF 地震波输入激励识别均方根相对误差对比

识别算法	1 自由度识别 误差 (%)	2 自由度识别 误差 (%)	3 自由度识别 误差 (%)	4 自由度识别 误差 (%)	5 自由度识别 误差 (%)
GDF	21.26	23.05	16.19	20.44	19.26
FGDF	10.78	10.64	10.76	11.05	11.74

根据图 3.16-3.20，我们可以看出：当观测数据的采样频率降低时，随着时间的推移，GDF 识别的外力会逐渐偏离真值，而引入了带遗忘因子递推最小二乘方法的 FGDF 增强了滤波器利用新数据的能力，外力识别曲线能一直与真实输入力曲线吻合。

根据表 3.2，我们可以看出，FGDF 的识别均方根相对误差只有 GDF 的 1/2

左右，说明 FGDF 能有效提高 GDF 的识别精度。

文献^[38]通过一个四层剪切结构的振动试验，指出：由 GDF 滤波器估计性能会被观测量的虚假低频率分量所影响。事实上，我们在数值实验中发现：若仅以结构加速度响应作为观测量，GDF 对不同频率的输入荷载识别效果也不一样，输入荷载的频率越高，识别效果越好，反之则越低。在上个算例中，我们用 GDF 识别了地震波激励荷载，当采样频率降低时，GDF 识别曲线的尾部出现了发散。现从输入荷载频率的角度分析这一现象。如图 3.21 所示，我们将 2 自由度真实输入荷载和 GDF 识别荷载的频谱图进行对比，容易看出：GDF 估计输入力频谱与真实输入力频谱在低频段差别较大，高频段吻合较好，这启示我们 GDF 对于不同频率荷载的识别效果是不一样的。

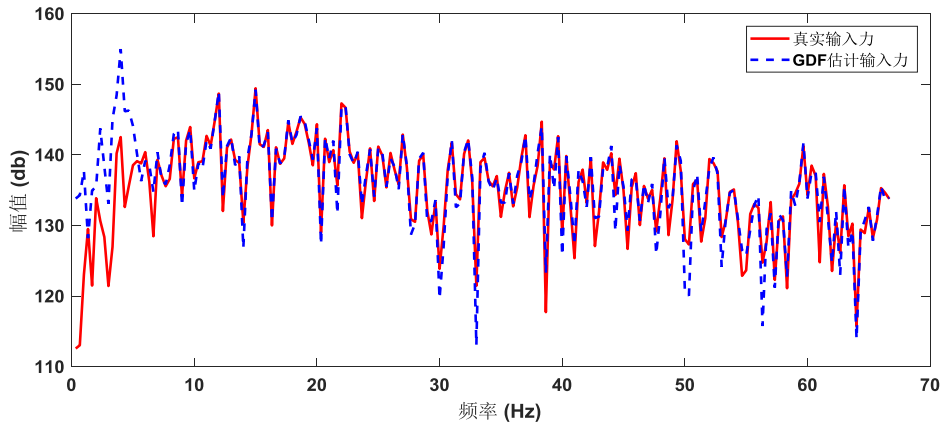


图3.21 真实输入力和 GDF 估计输入力频谱对比

为了更加深入地说明这一问题，本文设计了一个单自由度数值算例，控制结构参数不变，观测量采样频率不变，输入荷载为正弦荷载，保持幅值不变，改变荷载频率，对比 GDF 的外荷载识别效果。

结构物理和模态参数设计如下：

质量： $m = 500\text{kg}$ ；刚度： $k = 1.7765 \times 10^3 \text{N/m}$ ；阻尼： $c = 37.6991 \text{N} \cdot \text{s/m}$ ；固有频率： $\omega = 0.3\text{Hz}$ ；阻尼比：0.02。

采样频率为 1000Hz。输入荷载为正弦荷载，幅值恒为 500N，荷载频率变化， $\omega_{f1} = 0.5\text{Hz}$ ； $\omega_{f2} = 1\text{Hz}$ ； $\omega_{f3} = 2\text{Hz}$ ； $\omega_{f4} = 5\text{Hz}$ ； $\omega_{f5} = 10\text{Hz}$ ；仅以加了 3% 白噪声的系统加速度响应作为观测量，利用 GDF 识别不同频率的输入荷载，识别结果如图 3.22-3.26 所示：

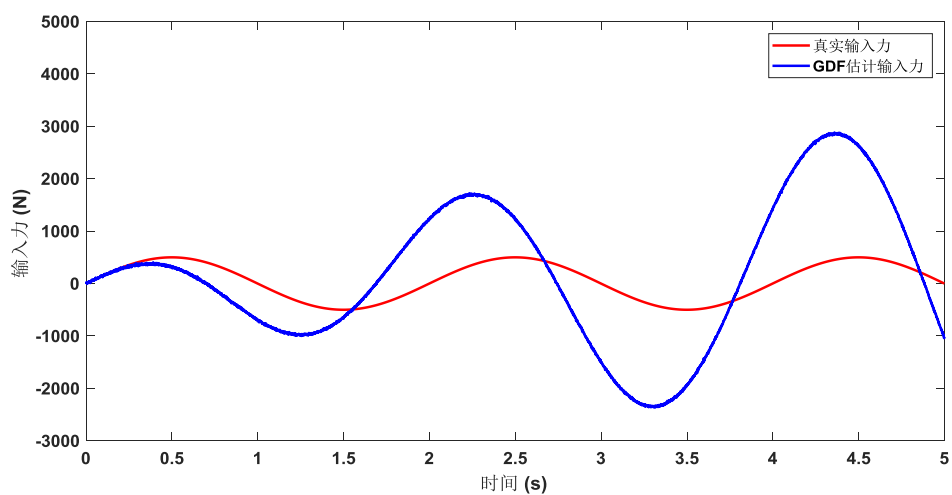


图3.22 0.5 Hz 正弦荷载 GDF 识别结果

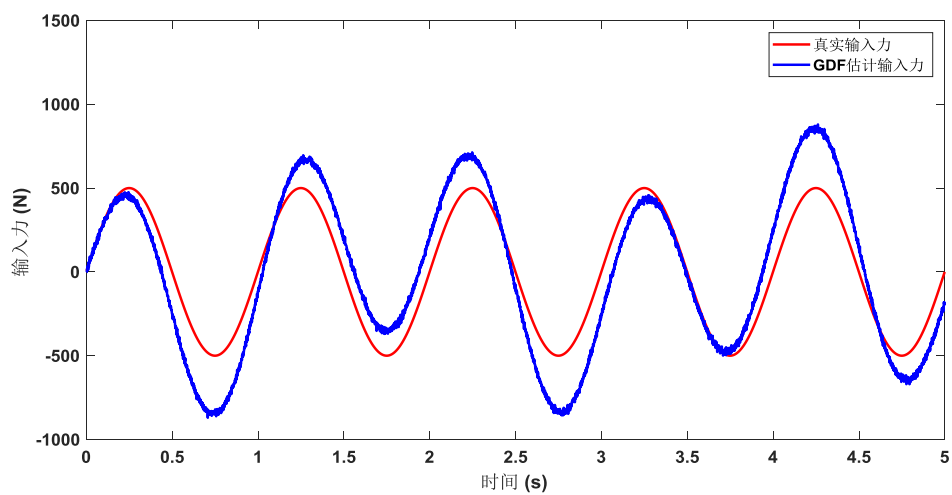


图3.23 1 Hz 正弦荷载 GDF 识别结果

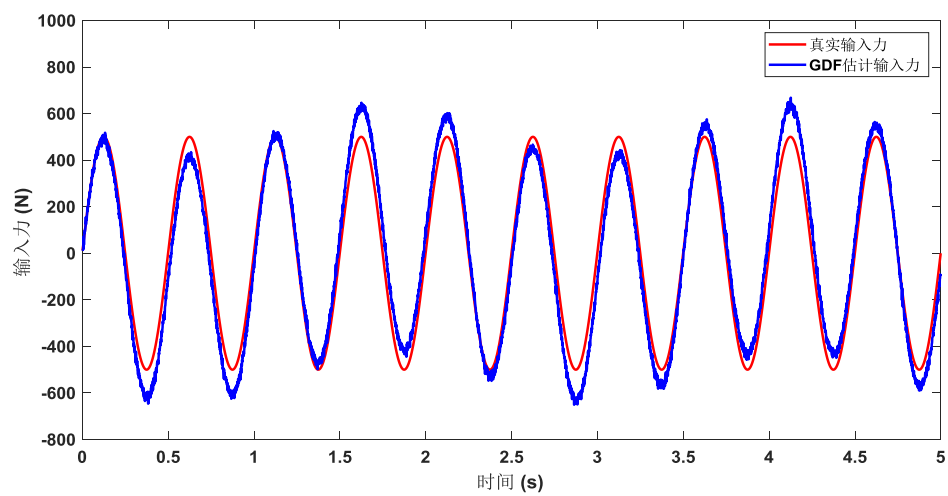


图3.24 2 Hz 正弦荷载 GDF 识别结果

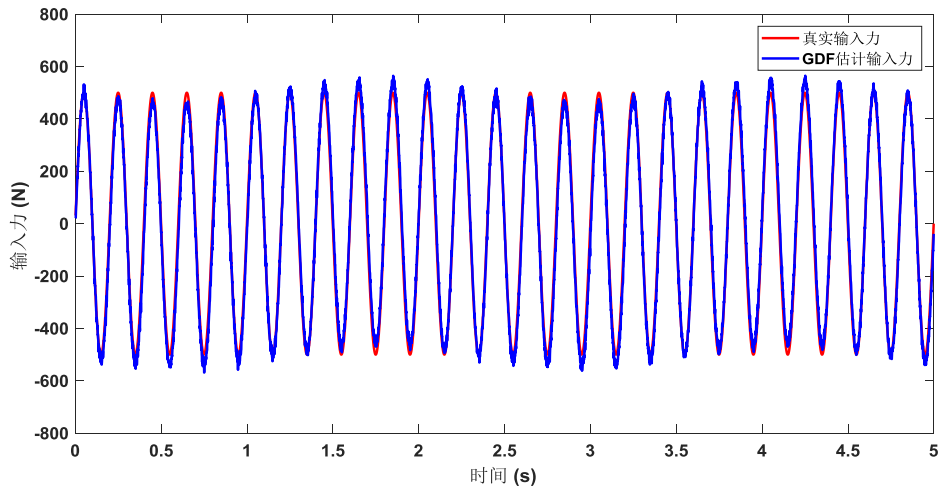


图3.25 5 Hz 正弦荷载 GDF 识别结果

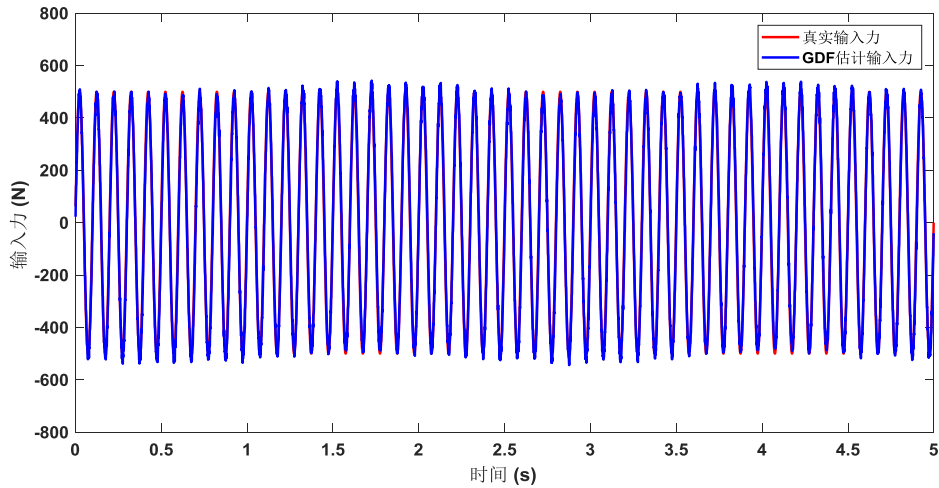


图3.26 10Hz 正弦荷载 GDF 识别结果

从图 3.22~3.26 可以看出：输入荷载的频率会影响 GDF 的识别效果，输入荷载的频率越高，识别效果越好，反之则越低。

为了更明确地展示输入荷载频率对 GDF 识别效果的影响，本文选取了更多频率的输入荷载，仅以结构加速度响应作为观测量，对比输入力识别误差，在这里，因为荷载频率不一样，一定时间内的荷载周期数也不一样，我们采用每一个周期内平均幅值相对误差这一指标来衡量识别结果，结果如图 3.27 所示。在这里，我们保持结构固有频率为 0.5Hz。同时考虑到，当输入荷载频率过低时，GDF 已经连荷载的相位都无法准确捕捉，不便加入比较，因此荷载的最小频率为 1Hz，保证识别结果相位的基本准确。

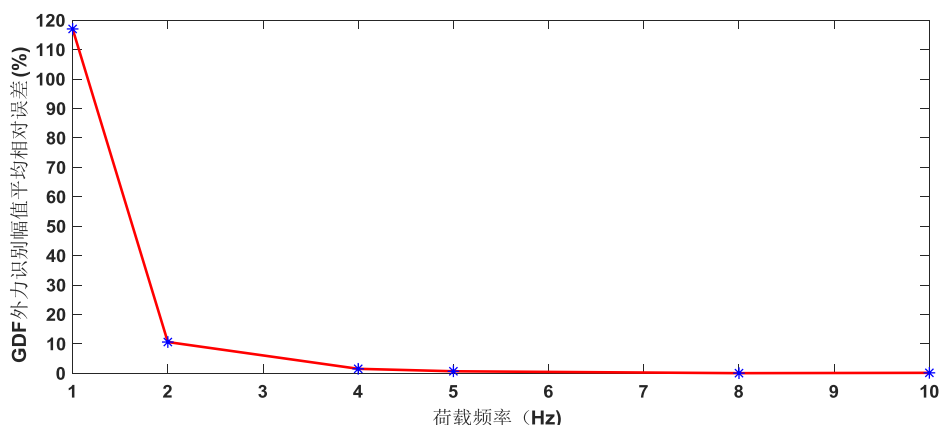


图3.27 荷载频率与 GDF 荷载识别幅值平均相对误差的关系

此外，我们发现：若仅以结构加速度响应作为观测量，GDF 的外力识别效果也受结构的固有频率影响，结构固有频率越低，识别效果越好，反之则越低。为了说明这一问题，本文设计了一个单自由度数值算例，控制输入荷载不变，幅值为 100N，频率为 2Hz 的正弦荷载，观测量采样频率不变，改变结构固有频率（0.1Hz，0.2 Hz，0.5 Hz，1 Hz，2 Hz），对比 GDF 的外荷载识别效果。仅以加了 3% 白噪声的系统加速度响应作为观测量，利用 GDF 识别不同固有频率结构的输入荷载，识别结果如图 3.28~3.32 所示：

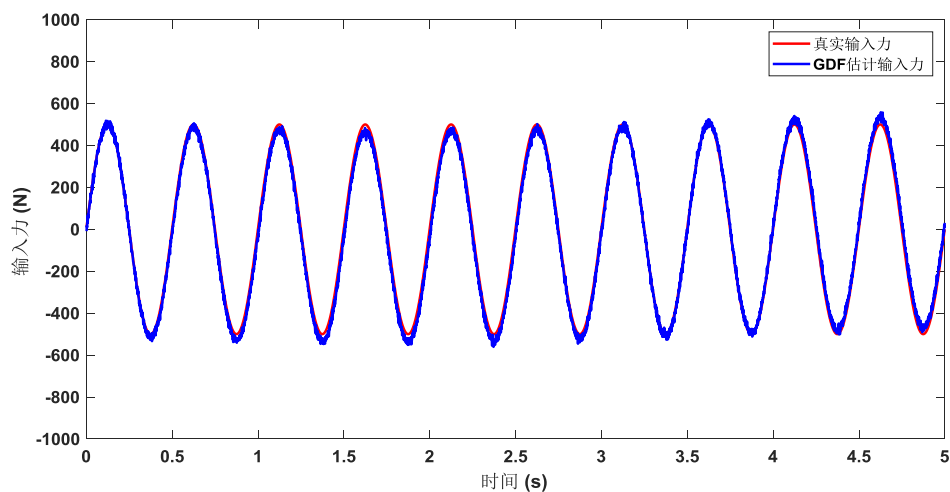


图3.28 0.1Hz 固有频率结构正弦荷载 GDF 识别结果

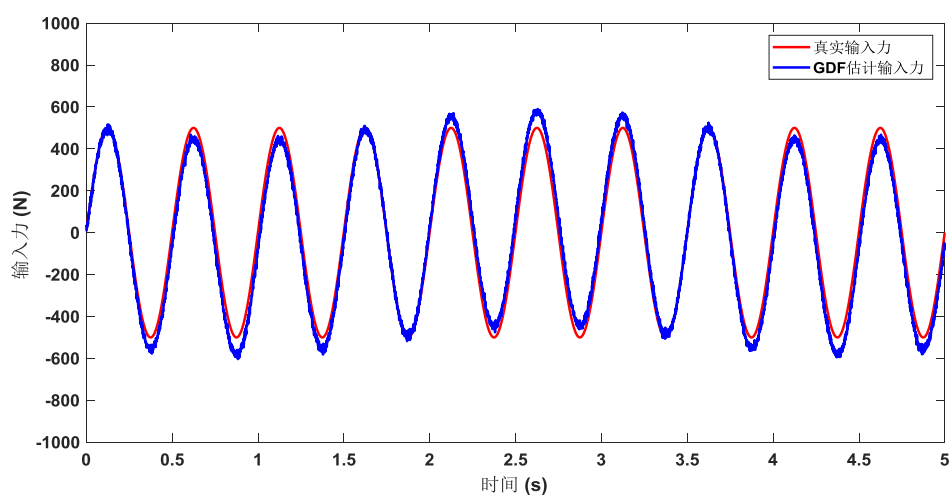


图3.29 0.2Hz 固有频率结构正弦荷载 GDF 识别结果

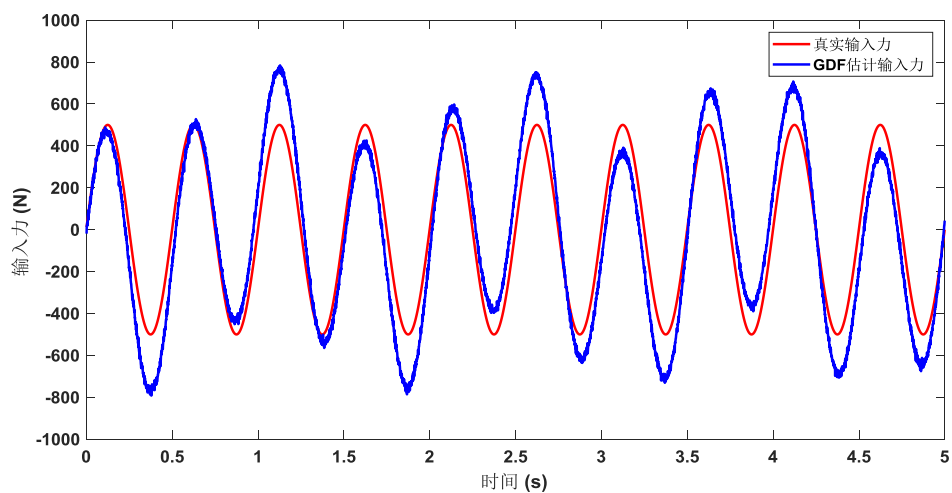


图3.30 0.5Hz 固有频率结构正弦荷载 GDF 识别结果

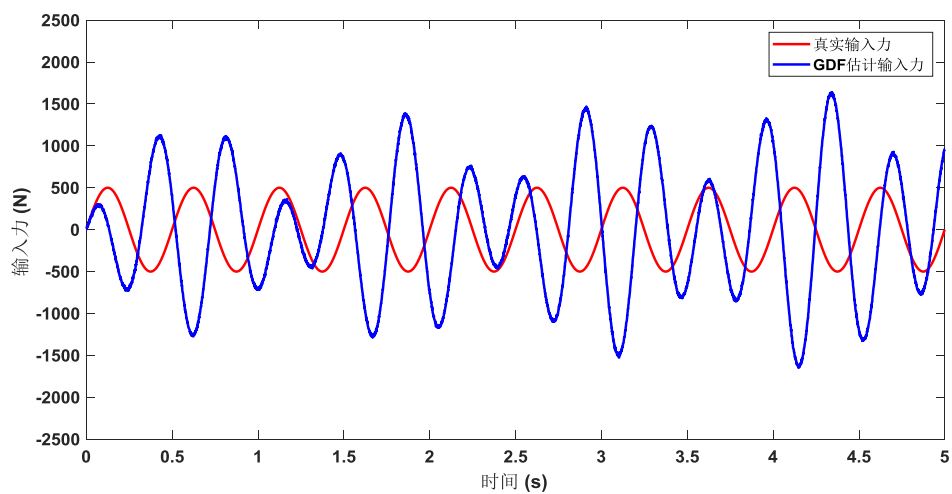


图3.31 1Hz 固有频率结构正弦荷载 GDF 识别结果

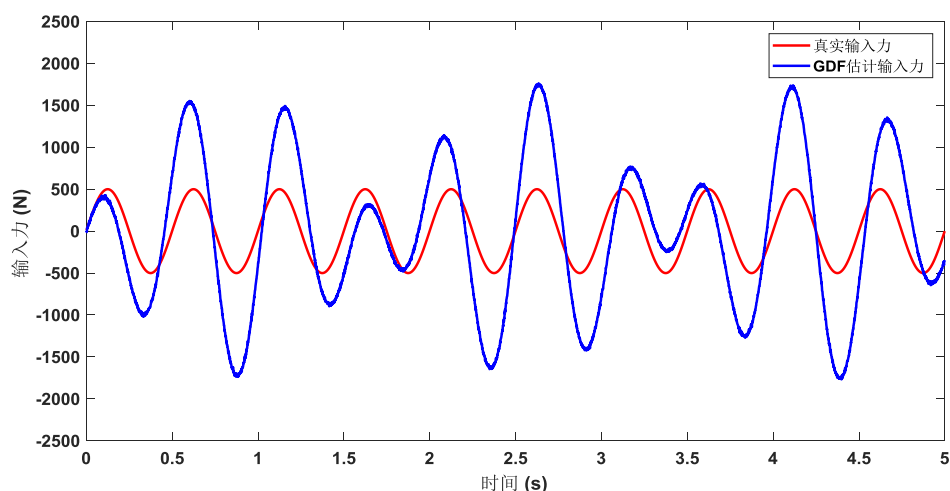


图3.32 2Hz 固有频率结构正弦荷载 GDF 识别结果

从图 3.28~3.32 所展示的识别结果可以看出: 结构的固有频率会影响 GDF 的识别效果, 固有频率越低, 识别效果越好, 反之则越低。

为了更明确的展示结构固有频率对 GDF 识别效果的影响, 本文选取了更多结构固有频率, 仅以结构加速度响应作为观测量, 对比输入力识别误差, 同样采用每一个周期内平均幅值相对误差这一指标来衡量识别结果, 结果如图 3.33 所示。在这里, 输入荷载频率保持不变, 均为 2Hz 的正弦荷载。

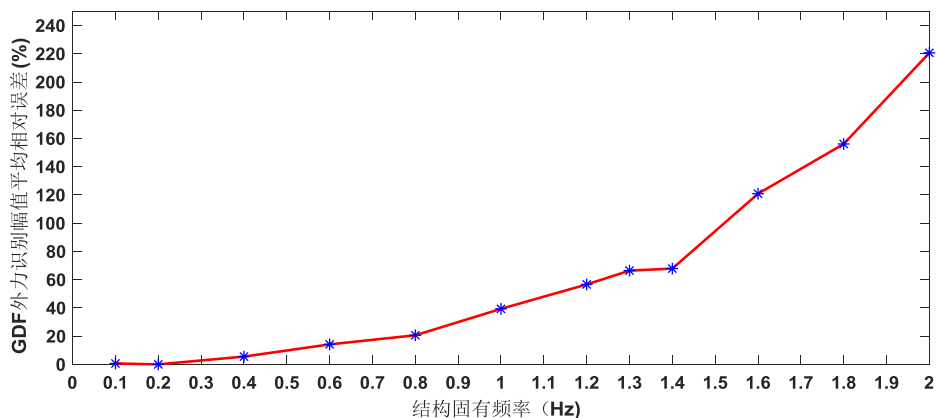


图3.33 结构固有频率与 GDF 荷载识别幅值平均相对误差的关系

如前所述, 在仅以结构加速度响应作为观测量的情况下, GDF 的外荷载识别结果受结构固有频率和外荷载频率的影响, 严重时, 会导致识别结果无法捕捉真实外荷载的相位, 使得识别结果没有任何参考意义。我们在数值实验中发现: 若同时以结构位移和加速度响应作为观测量, GDF 的外荷载识别结果会稳定很多。

我们选取一种不利情况, 即结构固有频率较大, 外荷载频率较小的情况, 根据前面的数值算例, 我们知道, 若仅以结构加速度响应作为观测量, 识别结果会

偏离外荷载真实时程较远。事实上，若同时以结构加速度响应和位移响应作为观测量，识别结果会好得多（如图 3.34 所示）。在这里，结构固有频率设定为 1Hz，输入荷载设定为频率 0.5Hz 的正弦荷载。

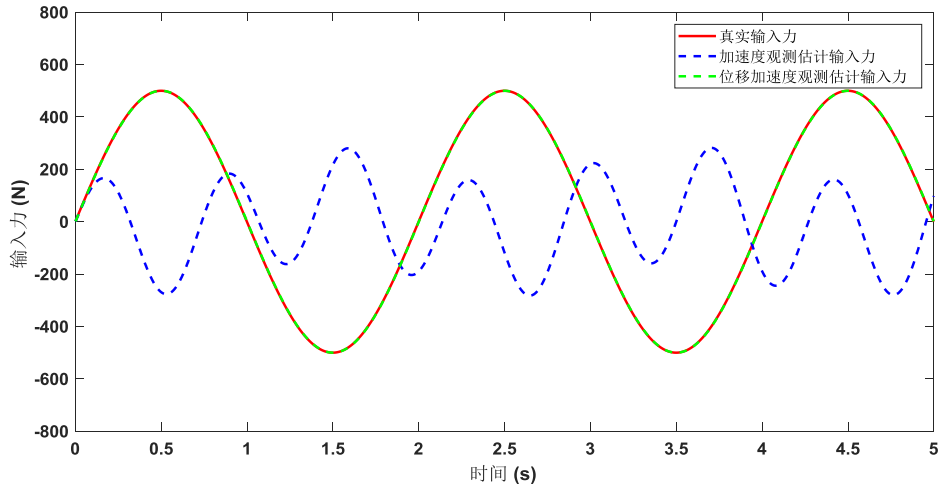


图3.34 单自由度 GDF 位移加速度观测估计输入力

3.4 本章小结

本章主要介绍了两种结构外力识别方法，为下一步识别结构附加阻尼力奠定基础。第一种外力识别方法为卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法，该方法有鲁棒性高，收敛速度快等特点，但是只能以结构位移响应作为滤波器的观测量限制了其在实际工程中的应用前景。为此本文介绍了另一种针对直接馈通系统的状态输入力联合滤波器——GDF，该滤波器能以结构加速度响应作为观测量识别结构外力。但是，GDF 对观测数据的采样频率要求较高，在采样频率较低的情况下，随着时间的推移，滤波器的追踪性能下降，使得外力识别曲线逐渐偏离真实外力曲线。为此，本文提出用带遗忘因子的递推最小二乘方法替代 GDF 中的加权最小二乘方法，即 FGDF，以提高滤波器的追踪性能。本章通过一个 5 自由度剪切型结构数值算例验证了以上 3 种外力识别方法，均取得了较好的效果。此外，本章也讨论了在仅以结构加速度响应作为观测量的情况下，GDF 的外力识别效果会受结构固有频率和输入荷载频率影响的现象，同时也发现：若同时以结构加速度响应和位移响应作为观测量，GDF 的外力识别效果会比较稳定，基本不受结构固有频率和输入荷载频率的影响。

第四章 基于卡尔曼滤波的动力系统附加阻尼力识别方法

4.1 引言

当阻尼器安装在主体结构上时，我们可以从两个方式来看待这个动力系统。第一种方式把阻尼器也看成一个动力自由度，阻尼器的质量、刚度以及阻尼，与主体结构一起组成一个阻尼器控制系统，此时，阻尼器的附加阻尼力是这个动力系统的内力；第二种方式则将阻尼器看成一个附加阻尼力，作为主体结构外荷载的一部分直接作用在主体结构上，不考虑阻尼器自身的质量、刚度以及阻尼，当然，这里的附加阻尼力是一个整体的概念，它包括了阻尼器质量提供的惯性力，刚度提供的恢复力以及阻尼单元提供的阻尼力。

本文在识别结构附加阻尼力时，将阻尼器等效为一个附加阻尼力，作为主体结构外荷载的一部分直接作用在主体结构上。这种做法对附加阻尼力识别来说有两个好处：一是动力系统的物理模型不需考虑阻尼器，更简单；二是附加阻尼力可以通过一些成熟的结构外荷载识别方法直接识别出来。不过，直接使用第3章所介绍的输入力识别方法是无法识别结构的附加阻尼力的，因为其识别对象为主体结构所受的所有外荷载。

为了识别结构所受附加阻尼力，本章通过在系统状态空间方程中区分主体结构直接所受的外激励和结构附加阻尼力，同时以第3章所介绍结构输入力识别方法的思想为基础，将输入力识别方法扩展至结构附加阻尼力识别方法，并利用加装调谐粘滞质量阻尼器（TVMD）的 benchmark 结构的附加阻尼力识别算例验证研究了所开发的附加阻尼力识别方法的性能。

4.2 卡尔曼滤波—最小二乘附加阻尼力联合识别方法

为了区分主体结构直接受到的外力和附加阻尼力，式(3.1)可以改写为：

$$X_{k+1} = \mathbf{A}X_k + \mathbf{B}F_k + \mathbf{G}d_k + \Gamma w_k \quad (4.1)$$

式中 F_k 为主体结构直接所受外力向量， \mathbf{B} 为 F_k 的作用位置矩阵。 d_k 为结构的附加阻尼力向量， \mathbf{G} 为 d_k 的作用位置矩阵。其余物理量的意义与式(3.1)相同。在这里，我们假设 F_k 已知，利用卡尔曼滤波—最小二乘外力联合识别方法识别结构附加阻尼力向量 d_k 。在地震工程领域内，这个假设是合理的，因为结构质量与结构基底加速度是相对比较容易获得的数据。

引入观测方程：

$$Z_k = \mathbf{H}X_k + v_k \quad (4.2)$$

与 3.2 节类似，我们先用标准卡尔曼滤波器估计系统状态。与 3.2 节不同的是，我们在这里只区分附加阻尼力 d_k 已知和未知的情况。在 d_k 未知情况下，有以下标准卡尔曼滤波方程：

状态预测：

$$\bar{X}_{k/k+1} = \mathbf{A}\bar{X}_{k/k} + \mathbf{B}F_k \quad (4.3)$$

状态协方差预测：

$$\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{P}}_{k/k}\mathbf{A} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}\mathbf{\Gamma}^T \quad (4.4)$$

计算新息协方差矩阵：

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (4.5)$$

估计卡尔曼增益矩阵：

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T\mathbf{S}_k^{-1} \quad (4.6)$$

更新协方差矩阵：

$$\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}]\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} \quad (4.7)$$

计算新息：

$$\bar{Z}_k = Z_k - \mathbf{H}\bar{X}_{k/k+1} \quad (4.8)$$

更新状态估计：

$$\bar{X}_{k+1/k+1} = \bar{X}_{k/k+1} + \mathbf{K}_k\bar{Z}_k \quad (4.9)$$

接下来，我们将推导卡尔曼滤波产生的新息与未知附加阻尼力之间的迭代关系。令 $\hat{X}_{k/k}$ 和 $\bar{X}_{k/k}$ 分别代表有附加阻尼力和无附加阻尼力时卡尔曼滤波对状态 X_k 的估计。无附加阻尼力时的状态估计可表示为：

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k/k} &= \bar{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k\bar{Z}_k \\ &= \bar{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(Z_k - \mathbf{H}\bar{X}_{k/k-1}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)\bar{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k Z_k \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)(\mathbf{A}\bar{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{B}F_{k-1}) + \mathbf{K}_k Z_k \end{aligned} \quad (4.10)$$

有附加阻尼力时的状态估计可表示为：

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k\hat{Z}_k \\ &= \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(Z_k - \mathbf{H}\hat{X}_{k/k-1}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)(\hat{X}_{k/k-1}) + \mathbf{K}_k Z_k \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)(\mathbf{A}\hat{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{B}F_{k-1} + \mathbf{G}d_{k-1}) + \mathbf{K}_k Z_k \end{aligned} \quad (4.11)$$

定义有附加阻尼力和无附加阻尼力时的状态估计之差：

$$\begin{aligned}
 \Delta X_{k/k} &= \hat{X}_{k/k} - \bar{X}_{k/k} \\
 &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)[\mathbf{A}(\hat{X}_{k-1/k-1} - \bar{X}_{k-1/k-1}) + \mathbf{G}d_k] \\
 &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)[\mathbf{A}\Delta X_{k-1/k-1} + \mathbf{G}d_k]
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

令

$$\Delta X_{k/k} = \mathbf{M}_k \mathbf{G}d_k \tag{4.13}$$

将式(3.13)代入式(3.12)，我们可以得到：

$$\mathbf{M}_k \mathbf{G}d_k = (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I})\mathbf{G}d_k \tag{4.14}$$

所以有

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{K}_k)(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}) \tag{4.15}$$

$$\hat{X}_{k/k} = \bar{X}_{k/k} + \mathbf{M}_k \mathbf{G}d_k \tag{4.16}$$

令 \hat{Z}_k 和 \bar{Z}_k 分别代表有附加阻尼力和无附加阻尼力时的卡尔曼滤波新息。两者之差可表示为：

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_k - \hat{Z}_k &= \mathbf{H}\mathbf{A}\hat{X}_{k-1/k-1} - \mathbf{H}\mathbf{A}\bar{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{H}\mathbf{G}d_k \\
 &= \mathbf{H}\mathbf{A}(\hat{X}_{k-1/k-1} - \bar{X}_{k-1/k-1}) + \mathbf{H}\mathbf{G}d_k \\
 &= \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I})\mathbf{G}d_k
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

所以有：

$$\bar{Z}_k = \hat{Z}_k + \mathbf{B}_k F_k \tag{4.18}$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I})\mathbf{G} \tag{4.19}$$

与第三章中的卡尔曼滤波—最小二乘外力联合识别方法类似，引入带遗忘因子的递推最小二乘方法求解式(4.18)，我们可以得到卡尔曼滤波—最小二乘附加阻尼力联合识别方法方程，总结如下：

(1) 初始化

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_0 &= E[X_0] \\
 \mathbf{P}_0 &= E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \\
 \hat{d}_0 &= E[d_0] \\
 \mathbf{P}_0^d &= E[(d_0 - \hat{d}_0)(d_0 - \hat{d}_0)^T] \\
 \mathbf{M}_0 &= \mathbf{0}_{n \times m}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

(2) 卡尔曼滤波

$$\begin{aligned}
 \bar{X}_{k/k+1} &= \mathbf{A}\bar{X}_{k/k} + \mathbf{B}F_k \\
 \bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} &= \mathbf{A}\bar{\mathbf{P}}_{k/k}\mathbf{A} + \Gamma\mathbf{Q}\Gamma^T \\
 \mathbf{S}_k &= \mathbf{H}\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \\
 \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_{k/k+1}\mathbf{H}^T\mathbf{S}_k^{-1} \\
 \bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}]\bar{\mathbf{P}}_{k/k+1} \\
 \bar{\mathbf{Z}}_k &= \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}\bar{X}_{k/k+1} \\
 \bar{X}_{k+1/k+1} &= \bar{X}_{k/k+1} + \mathbf{K}_k\bar{\mathbf{Z}}_k
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

(3) 递推最小二乘估计附加阻尼力

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_k(k) &= \mathbf{H}[\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}]\mathbf{G} \\
 \mathbf{M}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_a(k)\mathbf{H}][\mathbf{A}\mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{I}] \\
 \mathbf{K}_b(k) &= \frac{\mathbf{P}(k-1)\mathbf{B}_k^T(k)}{\gamma} \left[\frac{\mathbf{B}_k(k)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{B}_k^T(k)}{\gamma} + \mathbf{S}_k(k) \right]^{-1} \\
 \hat{d}_k &= \hat{d}_{k-1} + \mathbf{K}_b(k)[\bar{\mathbf{Z}}_k - \mathbf{B}_k(k)\hat{d}_{k-1}] \\
 \mathbf{P}_k^d &= \frac{1}{\gamma}[\mathbf{I} - \mathbf{K}_b(k)\mathbf{B}_k(k)]\mathbf{P}_{k-1}^d
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

4.3 GDF 附加阻尼力识别方法

与 4.2 节类似，为了区分主体结构直接受到的外力和附加阻尼力，我们重写系统方程：

$$X_{k+1} = \mathbf{A}X_k + \mathbf{B}F_k + \mathbf{G}d_k + w_k \tag{4.23}$$

式中 F_k 为主体结构直接所受外力向量， \mathbf{B} 为 F_k 的作用位置矩阵。 d_k 为结构的附加阻尼力向量， \mathbf{G} 为 d_k 的作用位置矩阵。其余物理量的意义与式(3.44)相同。在这里，我们假设 F_k 已知，利用 RDF 滤波器识别结构附加阻尼力向量 d_k 。同时，引入直接馈通系统的观测方程：

$$Y_k = \mathbf{C}X_k + \mathbf{D}F_k + \mathbf{H}d_k + v_k \tag{4.24}$$

与 4.2 节类似，我们考虑建立以下基本形式的 3 步滤波器：

$$\hat{X}_{k/k-1} = \mathbf{A}\hat{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{B}F_{k-1} + \mathbf{G}\hat{d}_{k-1} \tag{4.25}$$

$$\hat{d}_k = \mathbf{M}_k(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k) \tag{4.26}$$

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{L}_k(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{D}F_k) \tag{4.27}$$

第一步，基于已有的状态信息和附加阻尼力信息对新的状态进行预测，可被称为时间更新步；第二步，获得关于附加阻尼力的无偏最小方差估计，可被称为附加阻尼力估计步；第三步，基于新的量测信息和附加阻尼力信息，获得关于状态的无偏最小方差估计，可被称为量测更新步。

4.3.1 时间更新

我们假设 $\hat{X}_{k-1/k-1}$ 和 \hat{d}_{k-1} 分别是 $X_{k-1/k-1}$ 和 d_{k-1} 的无偏最小方差估计。我们考虑时间更新步的估计误差：

$$\begin{aligned}\tilde{X}_{k/k-1} &= X_k - \hat{X}_{k/k-1} \\ &= \mathbf{A}\tilde{X}_{k-1/k-1} + \mathbf{G}\tilde{d}_{k-1} + w_{k-1}\end{aligned}\quad (4.28)$$

由于 $\hat{X}_{k-1/k-1}$ 和 \hat{d}_{k-1} 分别是 $X_{k-1/k-1}$ 和 d_{k-1} 的无偏最小方差估计，且 w_{k-1} 为零均值的白噪声，因此 $E[\tilde{X}_{k/k-1}] = \mathbf{0}$ ，即时间更新步得到状态估计是一个无偏估计。估计的协方差矩阵为：

$$\begin{aligned}P_{k/k-1}^x &= E[\tilde{X}_{k/k-1}\tilde{X}_{k/k-1}^T] \\ &= [\mathbf{A} \quad \mathbf{G}] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1/k-1}^x & \mathbf{P}_{k-1}^{xd} \\ \mathbf{P}_{k-1}^{dx} & \mathbf{P}_{k-1}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_{k-1}\end{aligned}\quad (4.29)$$

4.3.2 附加阻尼力估计

定义新息： $\tilde{Y}_k = Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k} - \mathbf{D}F_k$ ，结合式(4.24)，我们可以得到：

$$\tilde{Y}_k = \mathbf{H}d_k + e_k \quad (4.30)$$

$$e_k = \mathbf{C}\tilde{X}_{k/k-1} + v_k \quad (4.31)$$

由于 $\tilde{X}_{k/k-1}$ 是一个无偏估计，故 $E[e_k] = 0$ ，因此有： $E[\tilde{Y}_k] = \mathbf{H}E[d_k]$ 。这表明：我们可以通过新息 \tilde{Y}_k 得到未知输入 d_k 的无偏估计。显然，我们只要满足：

$$\mathbf{M}_k \mathbf{H} = \mathbf{I} \quad (4.32)$$

我们就可通过式(4.26)得到未知输入 d_k 的无偏估计。事实上，根据高斯—马尔科夫定理，我们可以通过加权最小二乘方法求解式(4.30)来获得 d_k 的无偏最小方差估计。考察噪声向量的协方差矩阵：

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = E[e_k e_k^T] = \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \quad (4.33)$$

以 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 为加权矩阵，我们可以得到 d_k 的加权最小二乘解：

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{H}\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \quad (4.34)$$

结合式(4.26)， d_k 的无偏最小方差估计为：

$$\hat{d}_k = (\mathbf{H}\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1}(Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k) \quad (4.35)$$

而估计的协方差矩阵为：

$$P_x^d = (\mathbf{H}\tilde{\mathbf{R}}_k^{-1}\mathbf{H})^{-1} \quad (4.36)$$

结合式(4.26)以及式(4.30)，定义附加阻尼力估计误差：

$$\begin{aligned}
 \tilde{d}_k &= d_k - \hat{d}_k \\
 &= (\mathbf{I} - \mathbf{M}_k \mathbf{H})d_k - \mathbf{M}_k e_k \\
 &= -\mathbf{M}_k e_k
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

4.3.3 量测更新

在本部分，我们的目的是确定式(4.27)中的 L_k ，以使得 $\hat{X}_{k/k}$ 是 X_k 的无偏最小二乘估计。结合式(4.23)和式(4.27)，我们可以得到：

$$\tilde{X}_{k/k} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C})\tilde{X}_{k/k-1} - \mathbf{L}_k \mathbf{H}d_k - \mathbf{L}_k v_k \tag{4.38}$$

由此，我们可以得出结论：只要 $\mathbf{L}_k \mathbf{H} = \mathbf{0}$ ，那么 $E(\tilde{X}_{k/k}) = \mathbf{0}$ ， $\hat{X}_{k/k}$ 则是 X_k 的无偏估计。假设 \mathbf{L}_k 满足条件：

$$\mathbf{L}_k \mathbf{H} = \mathbf{0} \tag{4.39}$$

那么，估计误差的协方差矩阵为：

$$\mathbf{P}_{k/k}^x = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C})\mathbf{P}_{k/k-1}^x (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{C})^T + \mathbf{L}_k \mathbf{R}_k \mathbf{L}_k^T \tag{4.40}$$

为了获得 X_k 的无偏最小二乘估计，我们要获得满足以下两个条件的 \mathbf{L}_k ：(1) 式(4.39)。(2) 使得式(4.40)的迹取最小值。参考 Kitannidis^[50]的方法，构造拉格朗日算子：

$$\text{trace}\{\mathbf{L}_k \mathbf{R}_k \mathbf{L}_k^T - 2\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \mathbf{L}_k^T + \mathbf{P}_{k/k-1}^x\} - 2\text{trace}\{\mathbf{L}_k \mathbf{H} \Lambda_k^T\} \tag{4.41}$$

将上式对 \mathbf{L}_k 求导，并令其等于 0，可得到：

$$\tilde{\mathbf{R}}_k \mathbf{L}_k^T - \mathbf{C} \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{H} \Lambda_k^T = \mathbf{0} \tag{4.42}$$

结合式(4.39)，我们可以得到：

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_k & -\mathbf{H} \\ \mathbf{H}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k^T \\ \Lambda_k^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \mathbf{P}_{k/k-1}^x \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

求解该线性方程组，即可得到：

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{K}_k (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{M}_k) \tag{4.44}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \tag{4.45}$$

至此，GDF 滤波器的递推方程可总结如下：

(1) 初始化

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{1/0} &= E[X_1] \\
 \mathbf{P}_{1/0}^x &= E[(X_1 - \hat{X}_{1/0})(X_1 - \hat{X}_{1/0})^T]
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

(2) 未知输入力估计

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \\
 \mathbf{M}_k &= (\mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\
 \hat{d}_k &= \mathbf{M}_k (Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k) \\
 \mathbf{P}_k^d &= (\mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{H})^{-1}
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

(3) 量测更新

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\
 \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k - \mathbf{H}\hat{d}_k) \\
 \mathbf{P}_{k/k}^x &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{K}_k (\tilde{\mathbf{R}}_k - \mathbf{H}\mathbf{P}_k^d \mathbf{H}^T) \mathbf{K}_k^T \\
 \mathbf{P}_k^{xd} &= (\mathbf{P}_k^{dx})^T = \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_k^d
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

(4) 时间更新

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{k+1/k} &= \mathbf{A}\hat{X}_{k/k} + \mathbf{D}F_k + \mathbf{G}\hat{d}_k \\
 \mathbf{P}_{k+1/k}^x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k/k}^x & \mathbf{P}_k^{xd} \\ \mathbf{P}_k^{dx} & \mathbf{P}_k^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_k
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

4.3.4 FGDF 附加阻尼力识别方法

与 3.3.4 小节类似，我们考虑用带遗忘因子的递推最小二乘方法代替原滤波器使用的加权最小二乘方法，以增强滤波器对附加阻尼力的追踪性能。将滤波器方程综述如下：

(1) 初始化

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{1/0} &= E[X_1] \\
 \mathbf{P}_{1/0}^x &= E[(X_1 - \hat{X}_{1/0})(X_1 - \hat{X}_{1/0})^T] \\
 \hat{d}_0 &= E[d_0] \\
 \mathbf{P}_0^d &= E[(d_0 - \hat{d}_0)(d_0 - \hat{d}_0)^T]
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

(2) 未知输入力估计

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{C}\mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_k \\
 \mathbf{K}_{bk} &= \frac{\mathbf{P}_{k-1}^d \mathbf{H}}{\gamma} (\tilde{\mathbf{R}}_k + \frac{\mathbf{H}\mathbf{P}_{k-1}^d \mathbf{H}^T}{\gamma})^{-1} \\
 \hat{d}_k &= \hat{d}_{k-1} + \mathbf{K}_{bk} (Y_k - \mathbf{C}\hat{X}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k - \mathbf{H}\hat{d}_{k-1}) \\
 \mathbf{P}_k^d &= \frac{(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{bk} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k-1}^d}{\gamma}
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

式中， $0 < \gamma \leq 1$ 为常量遗忘因子，用于调节滤波器对输入力的追踪速度。

(3) 量测更新

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}}_k^{-1} \\
 \hat{\mathbf{X}}_{k/k} &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (Y_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} - \mathbf{D}F_k - \mathbf{H}\hat{d}_k) \\
 \mathbf{P}_{k/k}^x &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{K}_k (\tilde{\mathbf{R}}_k - \mathbf{H}\mathbf{P}_k^d \mathbf{H}^T) \mathbf{K}_k^T \\
 \mathbf{P}_k^{xd} &= (\mathbf{P}_k^{dx})^T = \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_k^d
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

(4) 时间更新

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}_{k/k} + \mathbf{D}F_k + \mathbf{G}\hat{d}_k \\
 \mathbf{P}_{k+1/k}^x &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k/k}^x & \mathbf{P}_k^{xd} \\ \mathbf{P}_k^{dx} & \mathbf{P}_k^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} + \mathbf{Q}_k
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

4.4 TVMD 系统附加阻尼力识别算例

4.4.1 TVMD 系统介绍

Saito 等人^[47]采用旋转粘滞质量阻尼器开发了一种新的地震控制系统，该装置被称为调谐粘滞质量阻尼器 (TVMD)。TVMD 的基本概念与调谐质量阻尼器 (TMD) 的基本概念相同。TMD 用于建筑物对抗风致振动是有效的，然而，当利用 TMD 控制地震引起的振动时，TMD 需要有很大的质量，这对建筑设计，维护，以及经济等方面带来诸多问题。通过在 TVMD 中使用具有很小实际质量的滚珠丝杠和圆柱形飞轮等质量放大机构可以容易地获得大的表观质量^[48]。

如图 4.1 所示，TVMD 在理论上可以简化为一个粘滞阻尼单元与一个旋转质量单元并联布置，然后与一个支撑弹簧串联。

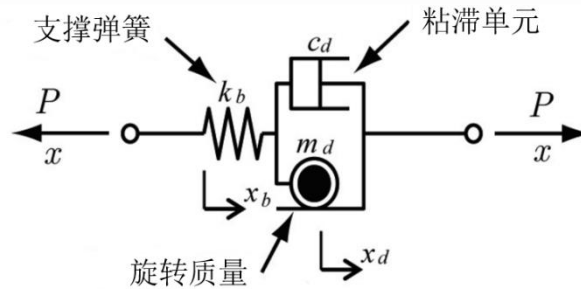


图4.1 TVMD 模型简化示意图

TVMD 在主体结构中产生的附加阻尼力可按下式计算：

$$\begin{aligned}
 P &= k_b x_b = m_d \ddot{x}_d + c_d \dot{x}_d \\
 x &= x_b + x_d
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

式中, k_b , x_b , m_d , x_d , x 分别表示支撑弹簧刚度, 支撑弹簧位移, 旋转质量单元的质量, 旋转质量单元的位移, 阻尼器总位移。

4.4.2 Benchmark 模型介绍

本文采用日本隔震学会提供的一个 10 层加装 TVMD 的 benchmark 结构模型验证本文提出的附加阻尼力识别方法的有效性。该结构的理论模型如图 4.2 所示:

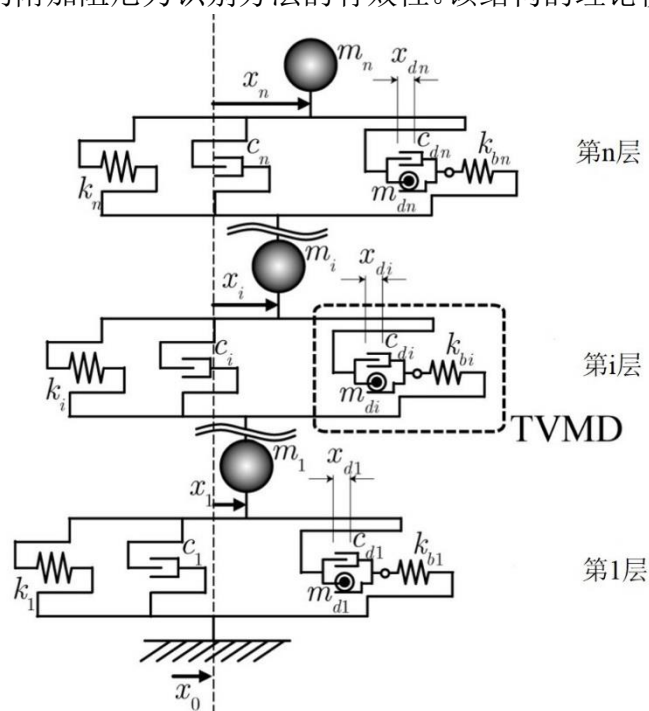


图4.2 10层 benchmark 模型示意图

主体结构基本物理参数如表 4.1 所示:

层数	质量 (吨)	刚度 (kN/m)	高度 (m)
10	875	158550	4
9	649	180110	4
8	656	220250	4
7	660	244790	4
6	667	291890	4
5	670	306160	4
4	676	328260	4
3	680	383020	4
2	682	383550	4
1	700	279960	6

表 4.1 benchmark 模型主体结构物理参数

模型假设主体结构阻尼矩阵与刚度矩阵成比例，一阶阻尼比 $\xi_1=0.02$ ，据此，我们可以按下式计算主体结构阻尼矩阵：

$$\mathbf{C}_p = \frac{2\xi_1}{\omega_{p1}} \mathbf{K}_p \quad (4.55)$$

式中， ω_{p1} 为主体结构一阶无阻尼固有频率， \mathbf{K}_p 为主体结构刚度矩阵。

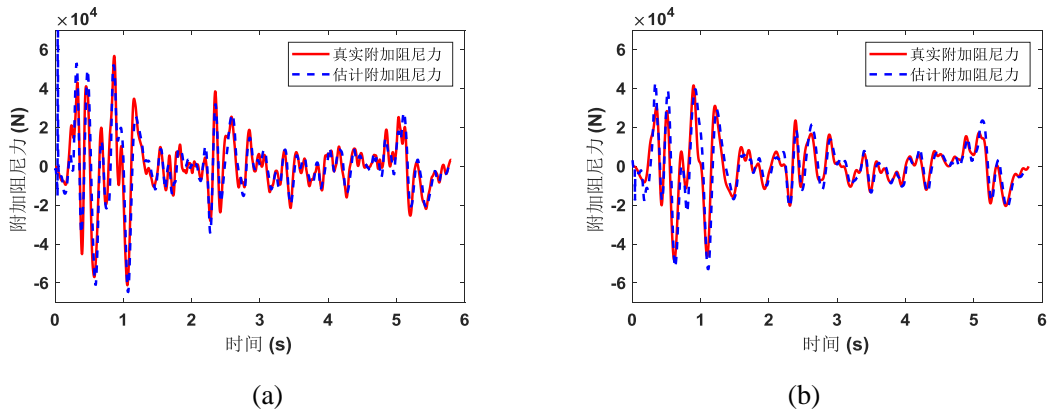
TVMD 系统的设计参考日本学者 Ikago^[49]的设计，设计过程在此不再赘述，设计结果如表 4.2 所示：

层数	质量 (吨)	刚度 (kN/m)	阻尼 (kNs/m)
10	1626	20138	2353
9	1847	22877	2673
8	2259	27975	3269
7	2511	31092	3633
6	2994	37075	4332
5	3140	38887	4544
4	3367	41694	4872
3	3929	48650	5684
2	3934	48717	5692
1	2872	35560	4155

表 4.2 TVMD 系统物理参数

4.4.3 卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法验证

基于 4.4.2 小节介绍的系统模型，采用 EI-centro 地震波作为基底加速度，利用 Nemark- β 法模拟结构动力响应，以主体结构的位移响应作为观测量，利用卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法，识别 TVMD 作用在主体结构上的附加阻尼力，真实的附加阻尼力可以通过式(4.54)计算。估计附加阻尼力与真实附加阻尼力的对比如图 4.3 所示：



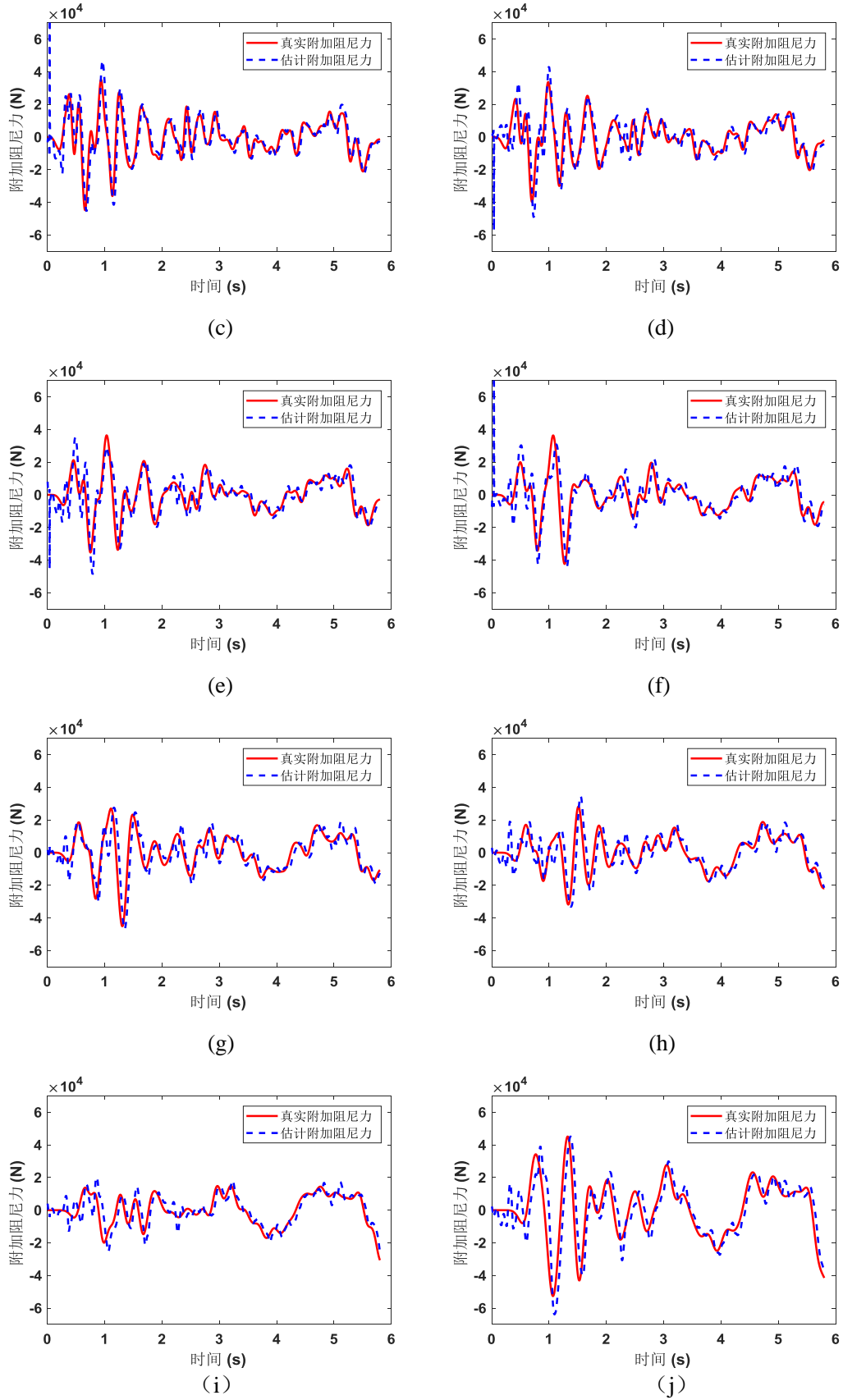
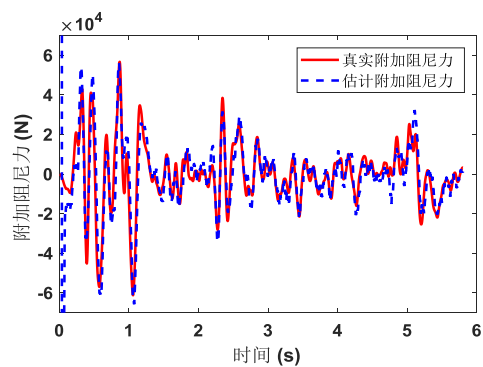
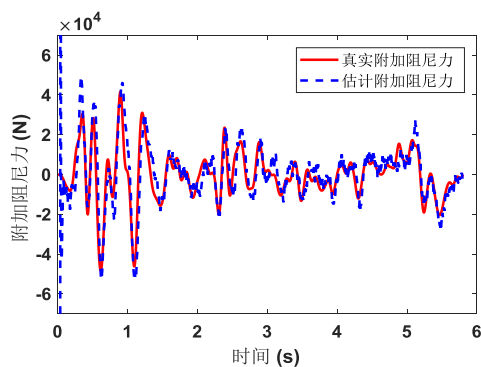


图4.3 (a)-(j): 1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比

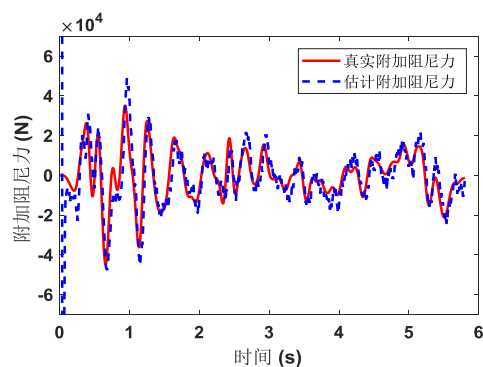
为了检验算法抵抗噪声干扰的能力，我们对位移响应观测量添加 2% 信号强度的白噪声，再次识别 TVMD 系统作用在主体结构上的附加阻尼力，结果如图 4.4 所示。



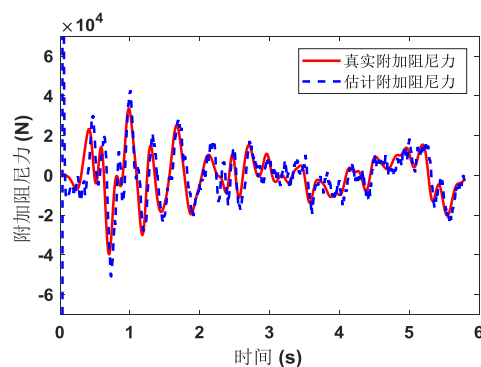
(a)



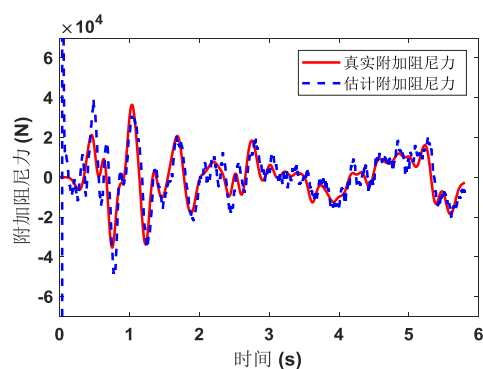
(b)



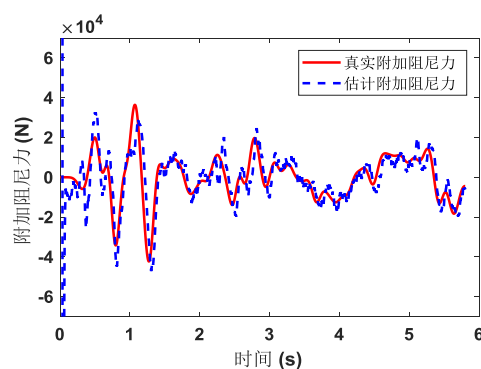
(c)



(d)



(e)



(f)

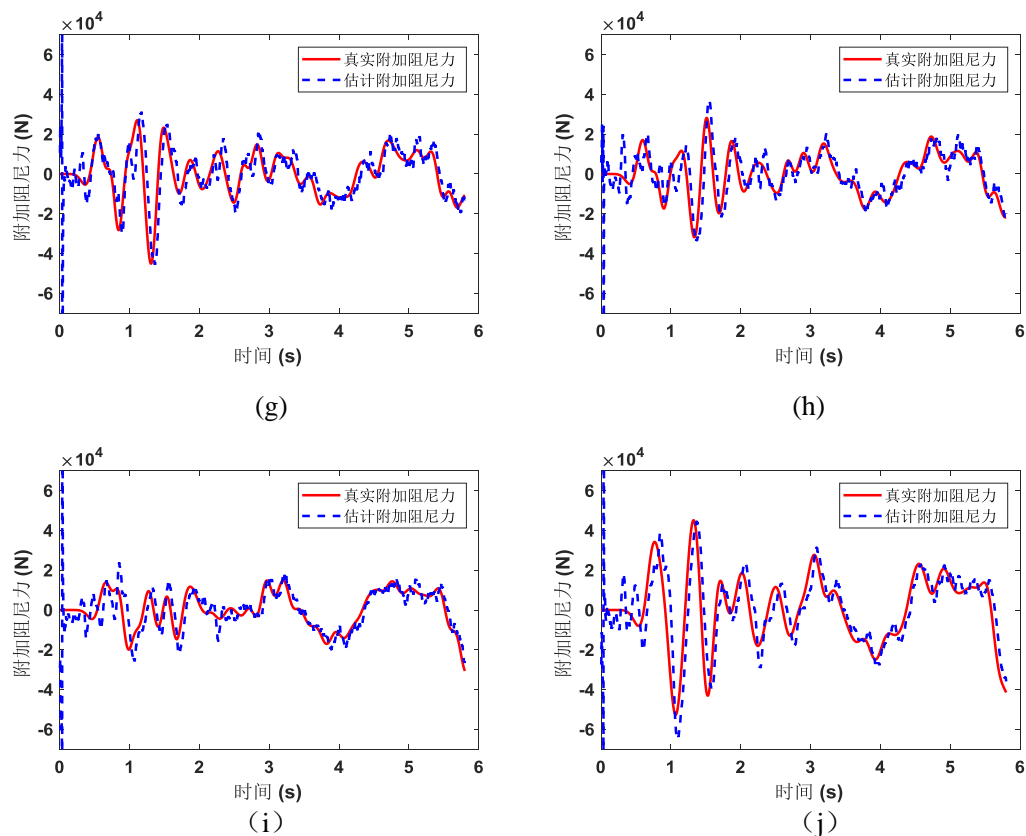


图4.4 (a)-(j): 1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比 (2%噪声)

为了定量分析识别效果,我们计算了附加阻尼力识别相对均方根误差来评价识别结果的好坏,计算结果如表 4.3 所示:

表 4.3 附加阻尼力识别的相对均方根误差

观测噪声比例	阻尼器自由度	附加阻尼力识别相对均方根误差 (%)
无噪声	1	8.95
	2	10.37
	3	8.58
	4	9.70
	5	9.46
	6	8.98
	7	7.50
	8	7.78
	9	9.31
	10	8.72
2%信号强度	1	9.08
	2	11.32
	3	9.82
	4	10.55

	5	10.51
	6	9.19
	7	7.86
	8	8.34
	9	10.06
	10	9.10

由图 4.3~4.4 以及表 4.3 可知，通过 TVMD 理论模型计算所得的真实附加阻尼力时程与通过卡尔曼滤波—最小二乘联合附加阻尼力识别方法估计所得附加阻尼力时程吻合得较好，虽然识别时程在初始段有较大的波动，但很快会收敛到附加阻尼力真值，说明该方法能有效估计动力系统的附加阻尼力。在 2% 噪声干扰下，算法表现了很好的抗噪能力，识别相对均方根误差只有小量的增加。

4.4.4 GDF 附加阻尼力识别方法验证

基于 4.4.2 小节介绍的系统模型，采用 EI-centro 地震波作为基底加速度，利用 Nemark- β 法模拟结构动力响应，仅以主体结构的加速度响应作为观测量，利用 GDF 与 FGDF 附加阻尼力识别方法，识别 TVMD 作用在主体结构上的附加阻尼力，真实的附加阻尼力通过式(4.54)计算。采样频率采用 10000Hz。滤波器初始值设定如下：

量测噪声协方差矩阵： $\mathbf{R}_k = 1 \times 10^{-12} \cdot \mathbf{I}_{5 \times 5}$ ；

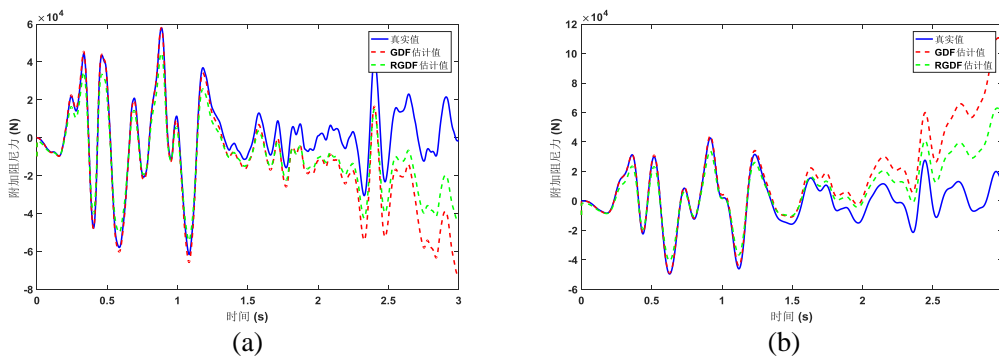
过程噪声协方差矩阵： $\mathbf{Q}_k = 1 \times 10^{-12} \cdot \mathbf{I}_{10 \times 10}$ ；

初始状态向量： $\hat{\mathbf{X}}_{1/0} = \mathbf{0}_{10 \times 1}$ ；

初始状态估计误差协方差矩阵： $\mathbf{P}_{1/0}^x = 1 \times 10^{-10} \cdot \mathbf{I}_{10 \times 10}$ 。

FGDF 的遗忘因子： $\gamma=0.2$ 。

考虑到在仅以结构加速度响应作为观测量时，GDF 滤波器存在着积分误差累积的缺陷，我们先利用 GDF 与 FGDF 估计较短的的附加阻尼力时程（3s），识别效果如图 4.5 所示：



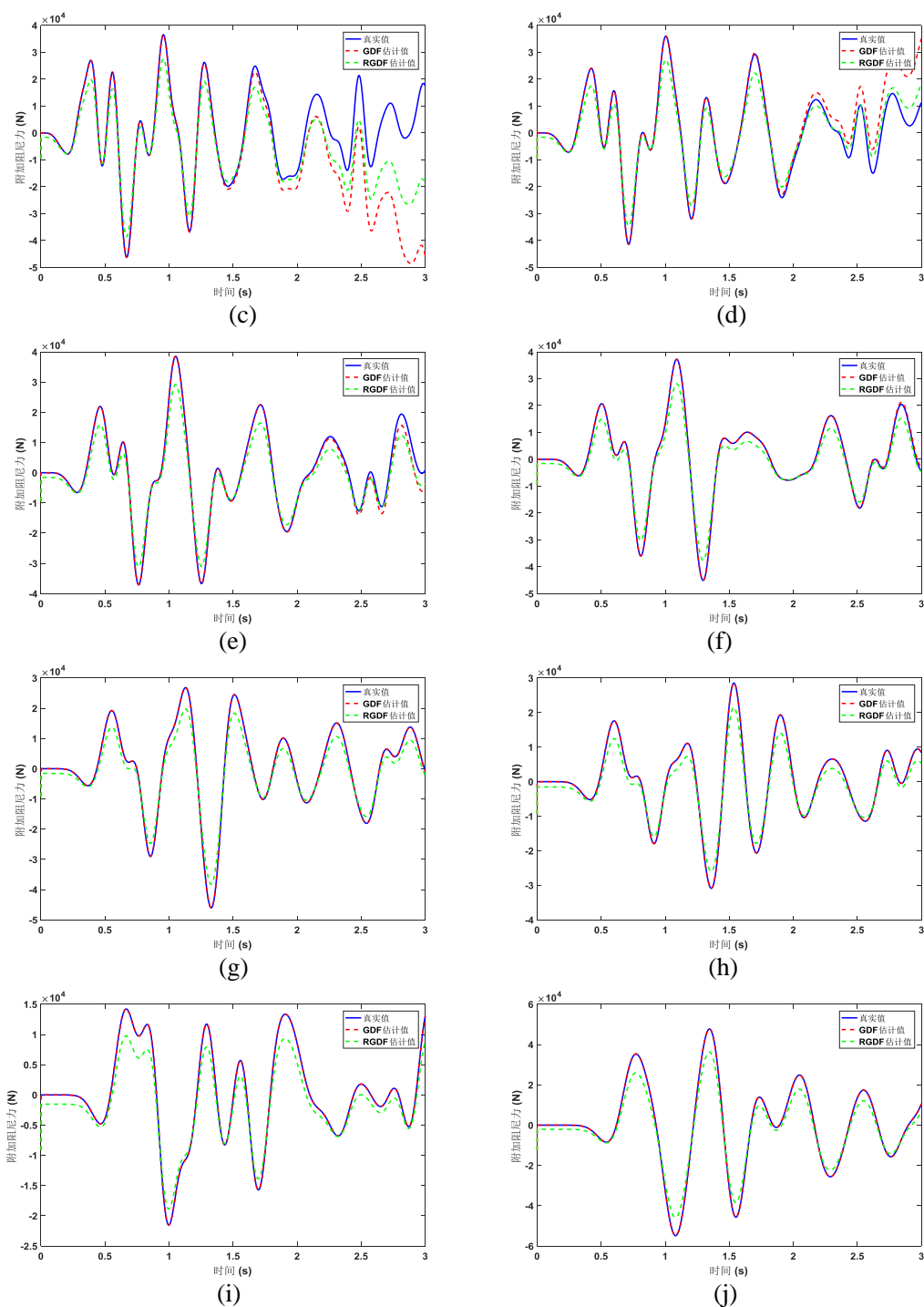
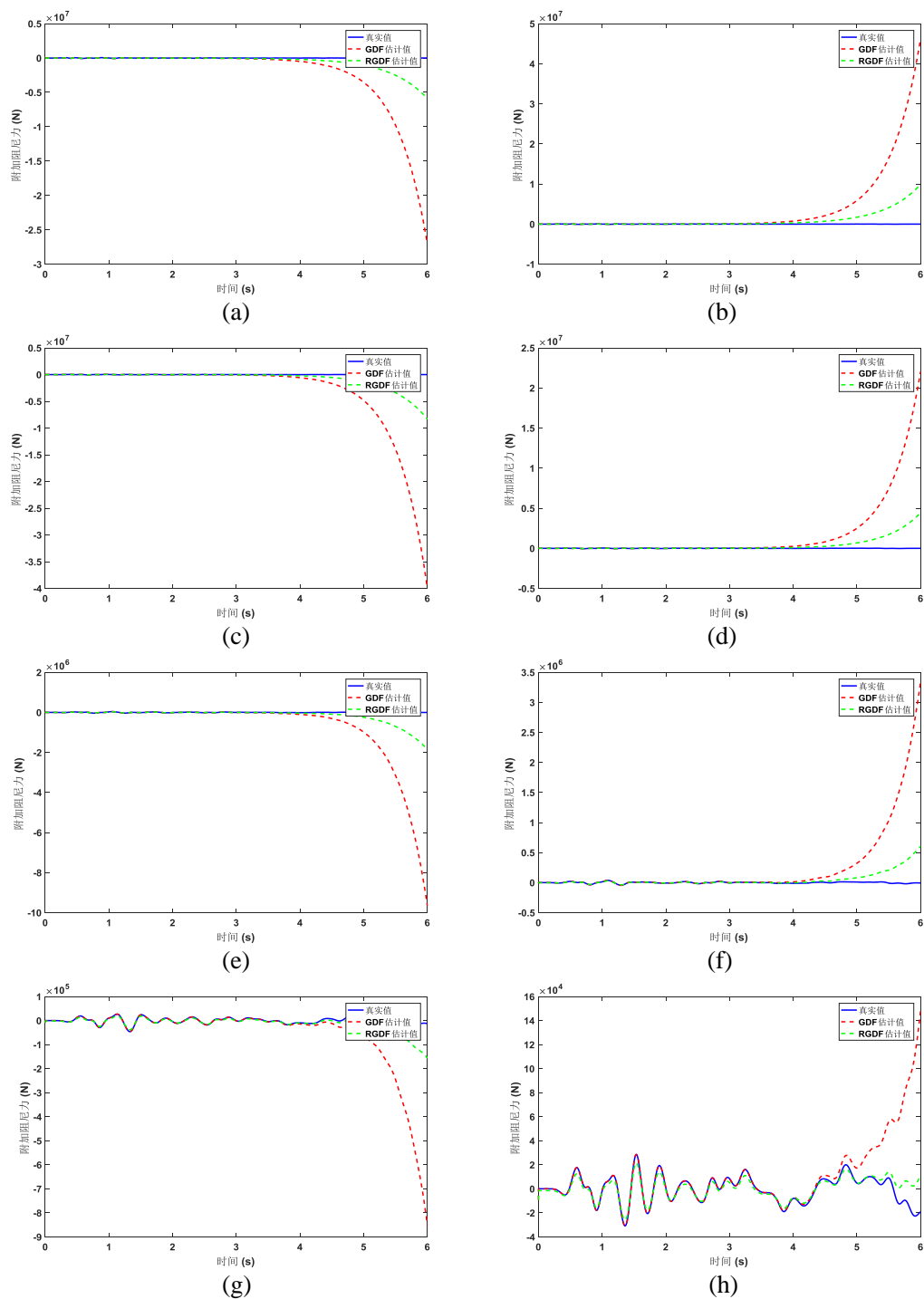


图4.5 (a)-(j):1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比 (3s)

从图 4.5 中，我们可以得出以下结论：无论是 GDF 滤波器，还是 FGDF 滤波器，较高（5~10）层的附加阻尼力识别效果要比较低（1~4）层的要好，1~4 层附加阻尼力识别曲线在尾部均不同程度的出现了发散现象。不过，FGDF 识别曲线的尾部发散程度不如 GDF 的严重。

为了更加清晰的展示在仅以结构加速度响应作为观测量时，GDF 滤波器的

积分误差累积缺陷,我们利用 GDF 与 FGDF 估计更长的附加阻尼力时程(6s),识别效果如图 4.6 所示:



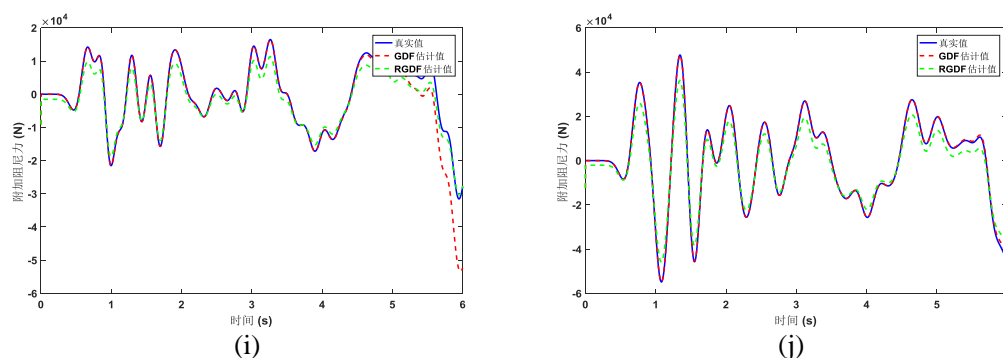
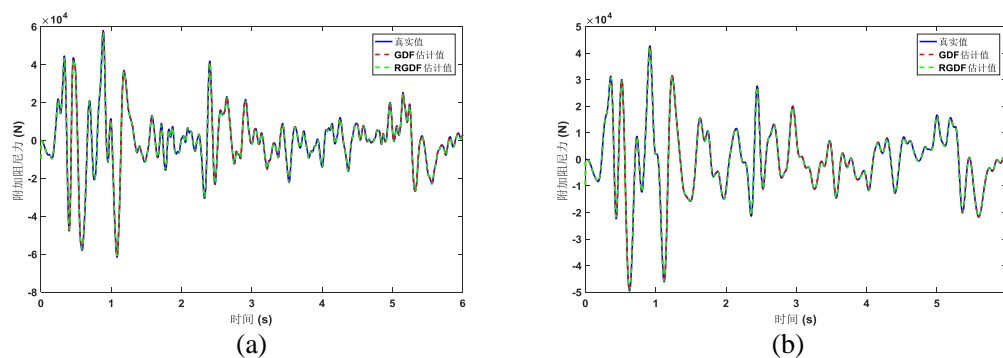


图4.6 (a)-(j):1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比 (6s)

将图 4.6 与图 4.5 对比, 我们依然可以得出相似的结论, 即: 较高层附加阻尼力识别效果比较低层要好, 且 FGDF 的识别曲线发散程度要比 GDF 低, 说明递推最小二乘法的引入能在一定程度上缓解 GDF 滤波器积分误差累积的问题。不过, 与图 4.5 不同的是, 在图 4.6 中, 由于需要识别较长的附加阻尼力时程, 随着误差的不断累积, 更多低层附加阻尼力识别曲线出现了尾部发散现象, 且发散现象更加严重, 以至完全偏离了真实附加阻尼力曲线, 这也说明了, 在仅以结构加速度响应作为观测量的情况下, FGDF 无法完全克服 GDF 滤波器的积分误差累积的问题。

本文在第 3 章中, 讨论了利用 GDF 识别结构输入荷载的问题, 并指出: 若同时以结构位移响应和加速度作为滤波器的观测量, GDF 的外荷载识别效果会得到大大改善。事实上, 当利用 GDF 识别结构附加阻尼力时, 我们也发现了类似的现象。

现利用以主体结构加速度响应和位移响应作为观测量的 GDF 和 FGDF 滤波器识别上述 TVMD 系统作用在主体结构上的附加阻尼力。识别结果如图 4.6 所示:



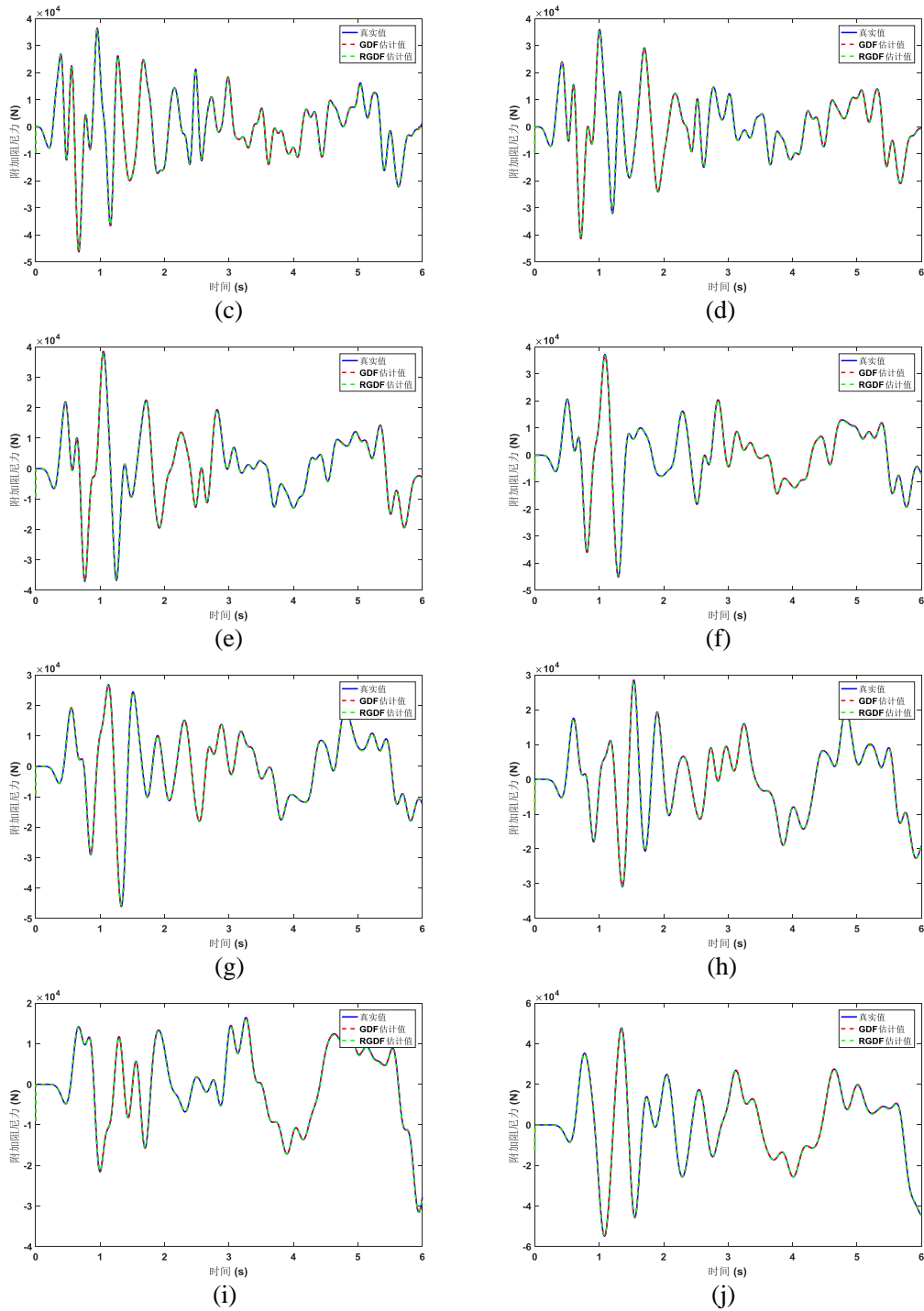
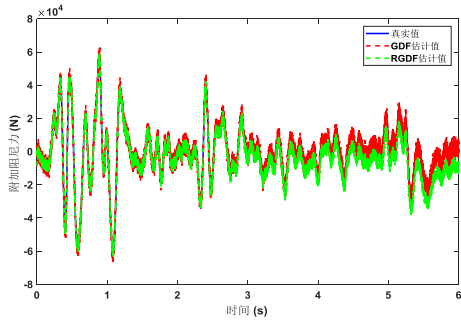
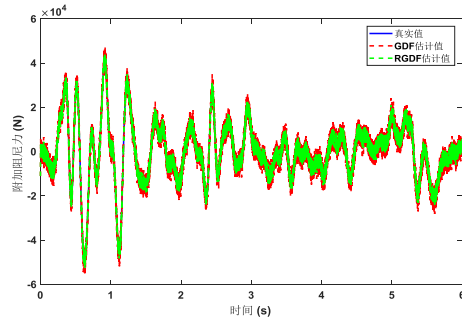


图4.7 (a)-(j):1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比 (位移加速度观测)

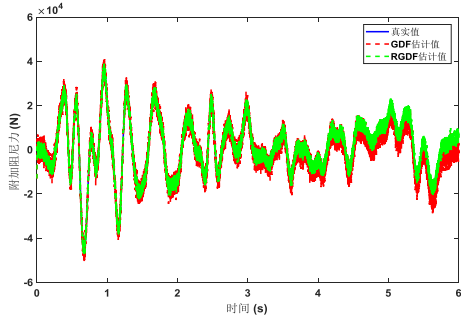
由图 4.7 可知,当同时以结构加速度和位移响应作为观测量时,GDF 和 FGDF 均能十分精确的识别结构的附加阻尼力。不过,上述识别结果均是在观测量无噪声情况下实现的。为了验证算法的抗噪能力,我们对观测量施加 2%强度的白噪声,再次识别结构的附加阻尼力。图 4.8 展示了 GDF 和 FGDF 在 2%噪声干扰下的附加阻尼力识别效果,其中 FGDF 的遗忘因子 $\gamma = 0.4$ 。



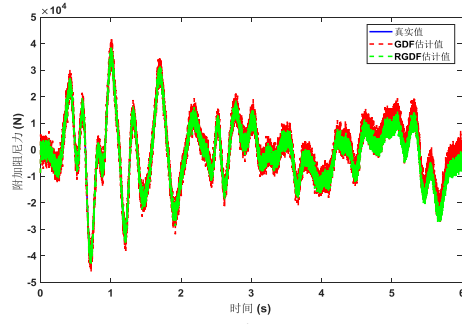
(a)



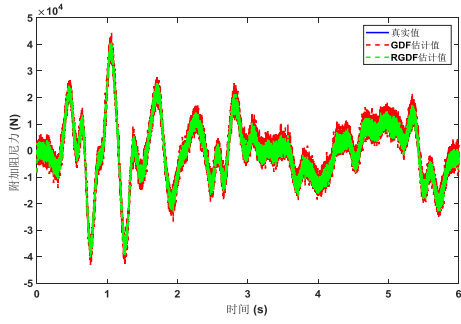
(b)



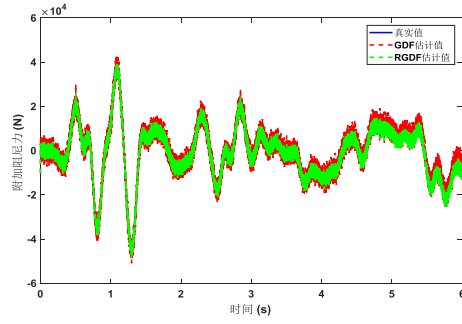
(c)



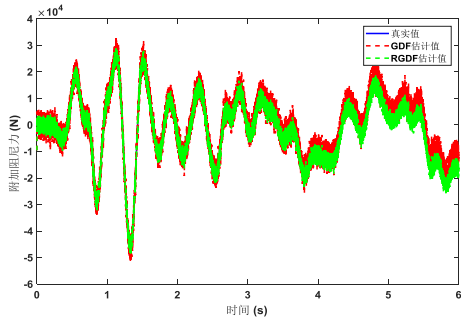
(d)



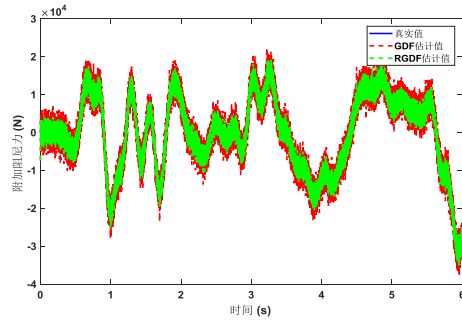
(e)



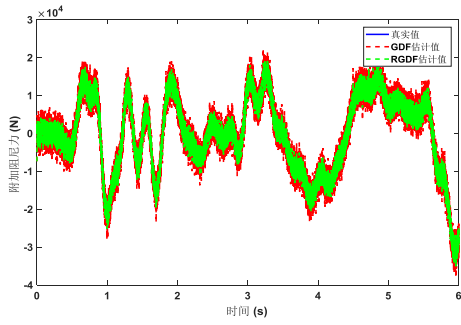
(f)



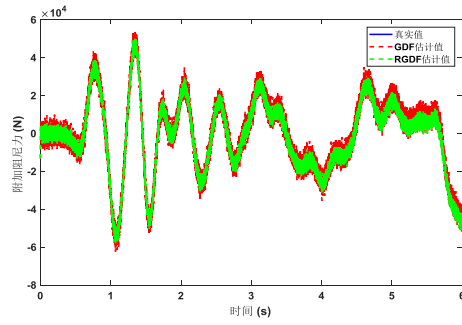
(g)



(h)



(i)



(j)

图4.8 (a)-(j):1-10层 TVMD 真实与估计附加阻尼力对比 (2%噪声干扰)

从图 4.8, 我们可以看出, 无论是 GDF 和 FGDF, 均具有优良的抗噪能力, 附加阻尼力识别曲线并未出现较大的发散, 相比较而言, FGDF 附加阻尼力识别曲线的波动范围要略小于 GDF 识别曲线, 这说明 FGDF 的抗噪能力要略优于 GDF。

4.5 本章小结

本章以第 3 章介绍的卡尔曼滤波—最小二乘联合、GDF、FGDF 等结构外荷载识别方法为基础, 在理论上推导了基于这些外荷载识别方法的结构附加阻尼力识别方法。同时, 本章利用日本隔震学会提供的一个 10 层加装调谐粘滞质量阻尼器 (TVMD) 的 benchmark 结构模型验证本文提出的附加阻尼力识别方法的有效性。数值算例表明:

(1) 基于卡尔曼滤波—最小二乘联合的附加阻尼力识别方法具有收敛速度快, 鲁棒性好等优点, 能很好的识别出附加阻尼力时程, 不过, 与卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法类似, 该方法只能以结构位移响应作为观测量, 这会限制其在工程实践中的应用。

(2) 基于 GDF 和 FGDF 的附加阻尼力识别方法可以以结构加速度响应作为观测量。不过, 若仅以结构加速度响应作为观测量, GDF 滤波器的积分误差累积现象会十分严重, 以致附加阻尼力识别曲线会逐渐完全偏离真值曲线。FGDF 通过引入带遗忘因子的递推最小二乘估计, 能在一定程度上缓解这一问题, 但无法从本质上很好的解决这一问题。

(3) 若同时以结构位移响应和加速度响应作为观测量, 在无噪声干扰的情况下, GDF 和 FGDF 均能十分精确的识别 TVMD 系统作用在主体结构上的附加阻尼力时程。同时, 两种算法均具有较强的抗噪能力, 在 2% 强度的白噪声干扰观测量的情况下, 两种算法均能较准确的识别附加阻尼力时程, 相比较而言, FGDF 的抗噪能力要略优于 GDF。

第五章 拉索式电涡流惯容器振动试验验证

5.1 引言

第四章提出了 3 种结构附加阻尼力识别方法, 并利用加装调谐粘滞质量阻尼器 (TVMD) 的 benchmark 结构的附加阻尼力识别算例验证研究了所开发的附加阻尼力识别方法的性能。不过, 数值算例是对实际工程的一种抽象简化, 很难完全模拟实际振动测试中的量测噪声和模型误差, 为此, 本章利用一个加装拉索式旋转电涡流惯容器的单自由度框架自由振动试验进一步验证所提出算法的性能。

5.2 拉索式旋转电涡流惯容器介绍

电涡流惯容器是基于导体在磁场中运动或在交变磁场中产生电涡流效应的原理来工作的 (图 5.1), 其具有非接触、无机械摩擦和磨损、无须润滑、寿命长等优点^[50], 是一种新型高效的耗能减振装置。

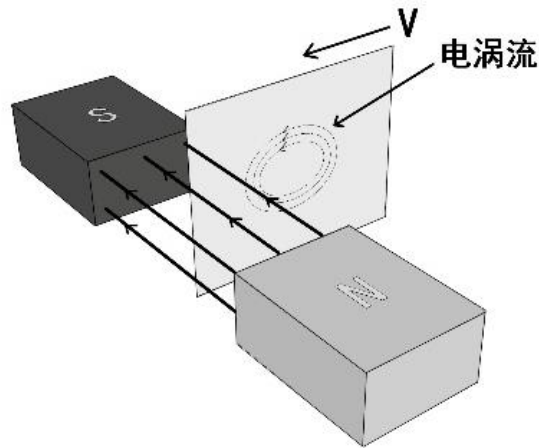


图5.1 电涡流阻尼原理示意图

电涡流惯容器作为调谐质量减振器(TMD)的阻尼单元, 很早就已经在结构振动控制领域中得到应用。1994年, Kienholtz等^[51]研制了一种电涡流 TMD 用于控制航天器中太阳能板的多模态振动, 并在模型试验中取得了良好的控制效果。1995年, Larose等^[52]设计了一种悬臂梁式电涡流 TMD, 用于控制一座桥梁气弹模型的涡激共振。在国内, 2001年方重等^[53]研制了一种使用电磁铁作为磁场源的单

摆式电涡流调谐质量阻尼器。2007年，祝长生^[54]提出了一种新型的转子系统径向电涡流惯容器，但须良好的设计才能减小转子系统的振动。2012年，Bae等^[55]从电磁场理论出发推导了电涡流阻尼力的理论计算公式。汪志昊和陈政清等^[56,57]通过理论分析、有限元计算和试验方法对板式电涡流惯容器的阻尼性能进行了探索，并提出了阻尼器的设计方法。2017年，余必龙^[58]提出了一种拉索式旋转电涡流惯容器，它直接依靠结构的振动速度来产生电涡流阻尼力，有耗能效果好，安装简易等优点。

拉索式电涡流惯容器的基本构造如图5.2所示，由定子、转子及连接装置组成。其中定子包括固定在结构上的侧板、方形轴承和吸附在侧板上的永磁体；转子包括支承于侧板上的滚轴，导体板以及用于连接导体板和滚轴的法兰板组成。阻尼器与结构之间用钢绞线拉索连接，用于传递力和位移。其中，导体板通常选取导电率高的铜板或铁板，磁场源选取钕铁硼（NdFeB）圆柱形永磁体，磁极按照相邻磁体磁极相反的原则交错分布，每侧12个（图5.3）。

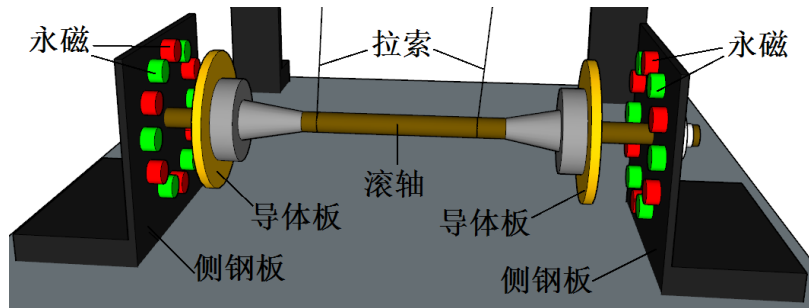


图5.2 拉索式旋转电涡流惯容器的基本构造

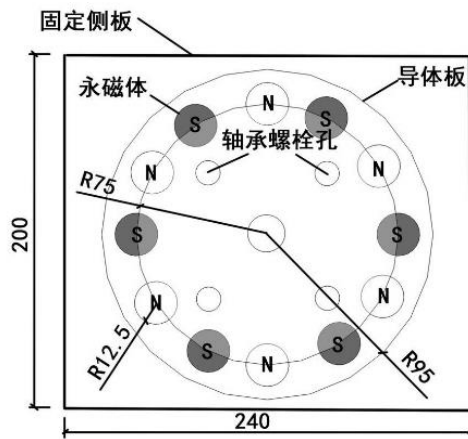


图5.3 永磁体布置图

当结构顶板与基底之间产生相对位移时，与结构顶板和电涡流惯容器相连的拉索会带动惯容器旋转，此时惯容器通过拉索传递附加阻尼力从而起到振动控制

的目的。理论上，附加阻尼力包括两部分：惯容器自身转动产生的惯容力，以及导体盘切割磁感线产生的电涡流阻尼力。当然，在实际试验中，附加阻尼力还包括滚轴与轴承之间的摩擦力。

5.3 振动试验概况

5.3.1 拉索式电涡流惯容器实物介绍

通过在滚轴端部设置刻槽孔与轴承上的螺丝连接，一方面限制滚轴横向的移动，另一方面由于轴承的存在使得滚轴的运动由传统的滑动摩擦变为滚动摩擦，可以大大减小阻力，实物图如图 5.4 所示。法兰与导体板通过螺栓连接形成转子部分，并通过螺杆将法兰固定在滚轴的限位孔上，如图 5.5 所示，可以实现不同气隙大小的调节，从而方便的改变阻尼器的阻尼系数。拉索在导体板上的锚固通过螺栓拧紧实现，如图 5.6 所示。阻尼器固定安装在单层钢框架地板上，通过钢绞线与上部钢板铰接，如图 5.7 所示。

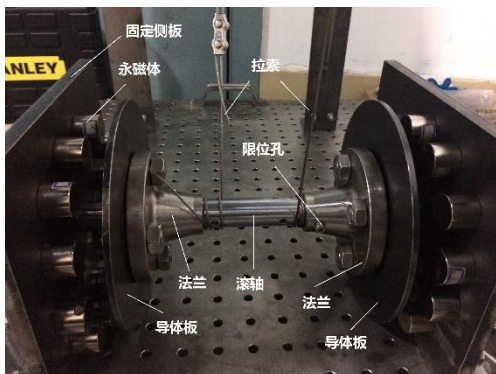


图 5.4 阻尼器三维实物图



图 5.5 滚轴端部连接示意图

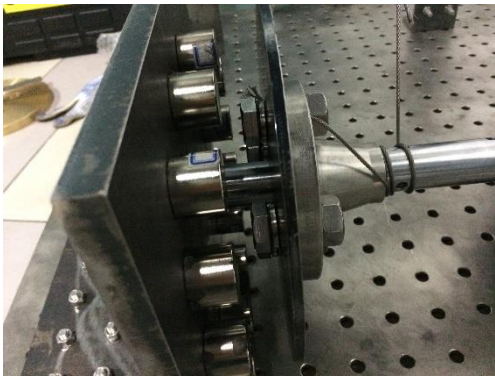


图 5.6 拉索在滚轴上的锚固



图 5.7 试验装置实物图

5.3.2 试验测量装置介绍

试验测量装置主要包括 3 个部分：加速度传感器，激光位移传感器以及力传感器。布置加速度传感器是为了获取结构的振动加速度响应。在上部平板上沿运动方向均匀布置 2 个加速度传感器，如图 5.8 所示。采用 PCB333B32 型加速度计，灵敏度 100mv/g，量程 50g，频率范围 0.5Hz~3kHz。试验中，加速度信号的采样频率为 1000Hz。

布置位移传感器是为了获取结构的位移响应。在上部平板上布置一个角钢，将位移传感器沿运动方向布置在框架一侧，对准该角钢，通过监测位移传感器与角钢之间的距离变化来获取结构的位移响应，如图 5.9 所示。采用基恩士 IL300 型激光位移传感器，安装距离要求大于 100mm，测量量程为 160mm~450mm。试验中，位移信号的采样频率为 1000Hz。

布置力传感器是为了获取阻尼器作用在主体结构上的附加阻尼力，以便验证本文所提出的算法可否准确识别附加阻尼力时程。两个力传感器分别布置在阻尼器与上部钢板相连的两根钢绞线上，如图 5.9 所示。力传感器采用上海力恒生产的 LH-S09A 微型拉压力传感器，量程为 500N，精度 0.05%，输出灵敏度为 1.8976 mV/V。试验中，力信号采样频率为 1000Hz。

此外，信号采集系统为东华测试生产的 DH5981 分布式网络动态信号测试分析系统，拥有 8 个信号通道，最高采样频率可达 128kHz。本次试验为自由振动试验，框架初始位移为 80mm，由于框架抗侧刚度不大，人工施加初始位移即可，不需额外的激振设备。

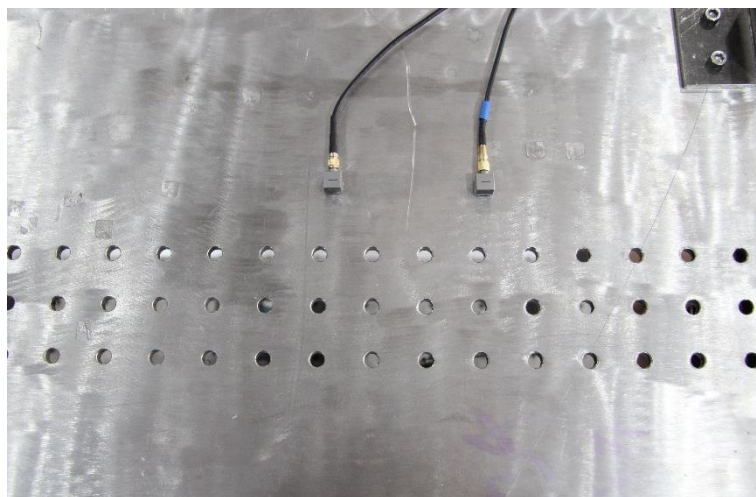


图 5.8 加速度传感器布置图

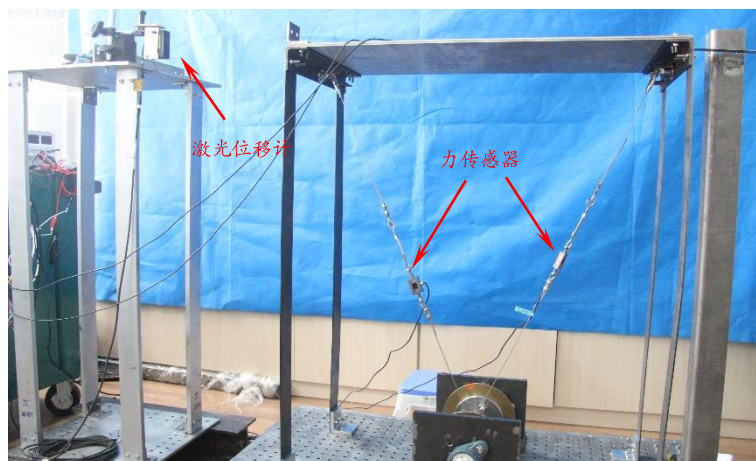


图 5.9 位移及力传感器布置图

5.3.3 试验工况介绍

本次试验变量为气隙大小，即磁铁与导体盘的间距。试验主要研究气隙大小对拉索式旋转电涡流惯容器阻尼力的影响，控制其他变量，如导体盘厚度、材质，磁铁数量不变。其中，导体盘材质为铜，厚度为 5mm，磁铁数量为 12 个。按照这一思想，我们设计了以下试验工况：

工况 1：电涡流惯容器与框架不相连，对框架施加 80mm 初始位移，空框架自由振动，仅获取框架自由振动时的位移响应和加速度响应。

工况 2：电涡流惯容器气隙为 40mm，阻尼器与框架相连，对框架施加 80mm 初始位移，框架会受到阻尼器的附加阻尼力而受迫振动，获取振动时框架的位移响应和加速度响应，以及拉索作用在框架上的力时程。

工况 3：电涡流惯容器气隙为 30mm，阻尼器与框架相连，对框架施加 80mm 初始位移，框架会受到阻尼器的附加阻尼力而受迫振动，获取振动时框架的位移响应和加速度响应，以及拉索作用在框架上的力时程。

工况 4：电涡流惯容器气隙为 20mm，阻尼器与框架相连，对框架施加 80mm 初始位移，框架会受到阻尼器的附加阻尼力而受迫振动，获取振动时框架的位移响应和加速度响应，以及拉索作用在框架上的力时程。

工况 5：电涡流惯容器气隙为 10mm，阻尼器与框架相连，对框架施加 80mm 初始位移，框架会受到阻尼器的附加阻尼力而受迫振动，获取振动时框架的位移响应和加速度响应，以及拉索作用在框架上的力时程。

5.4 试验数据分析

5.4.1 试验原始数据

图 5.10 展示了试验工况 1~5 中的框架原始测试位移响应时程。

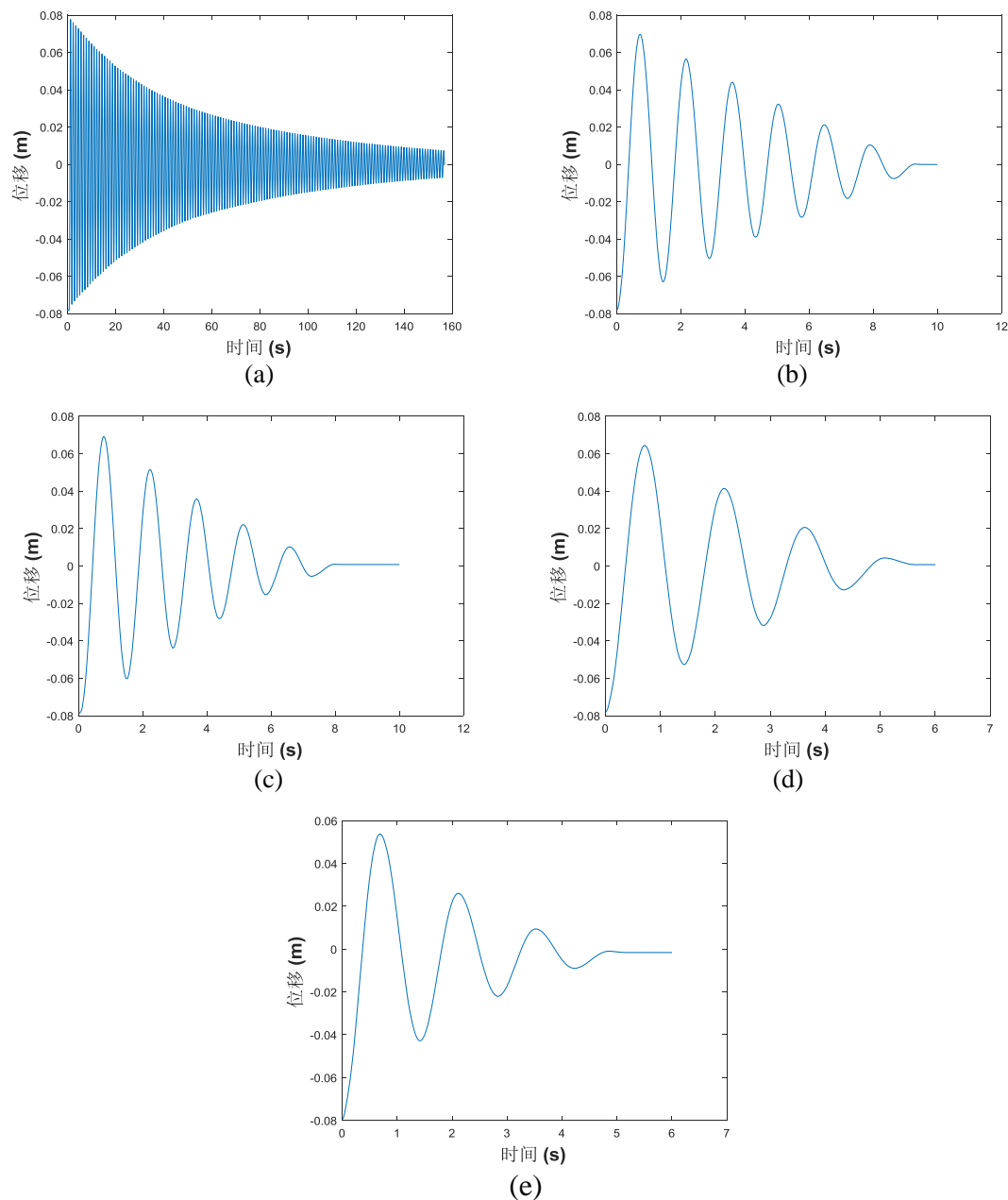


图 5.10 (a)~(e):1~5 工况框架位移响应时程

图 5.11 展示了试验工况 1~5 中的框架原始测试加速度响应时程。

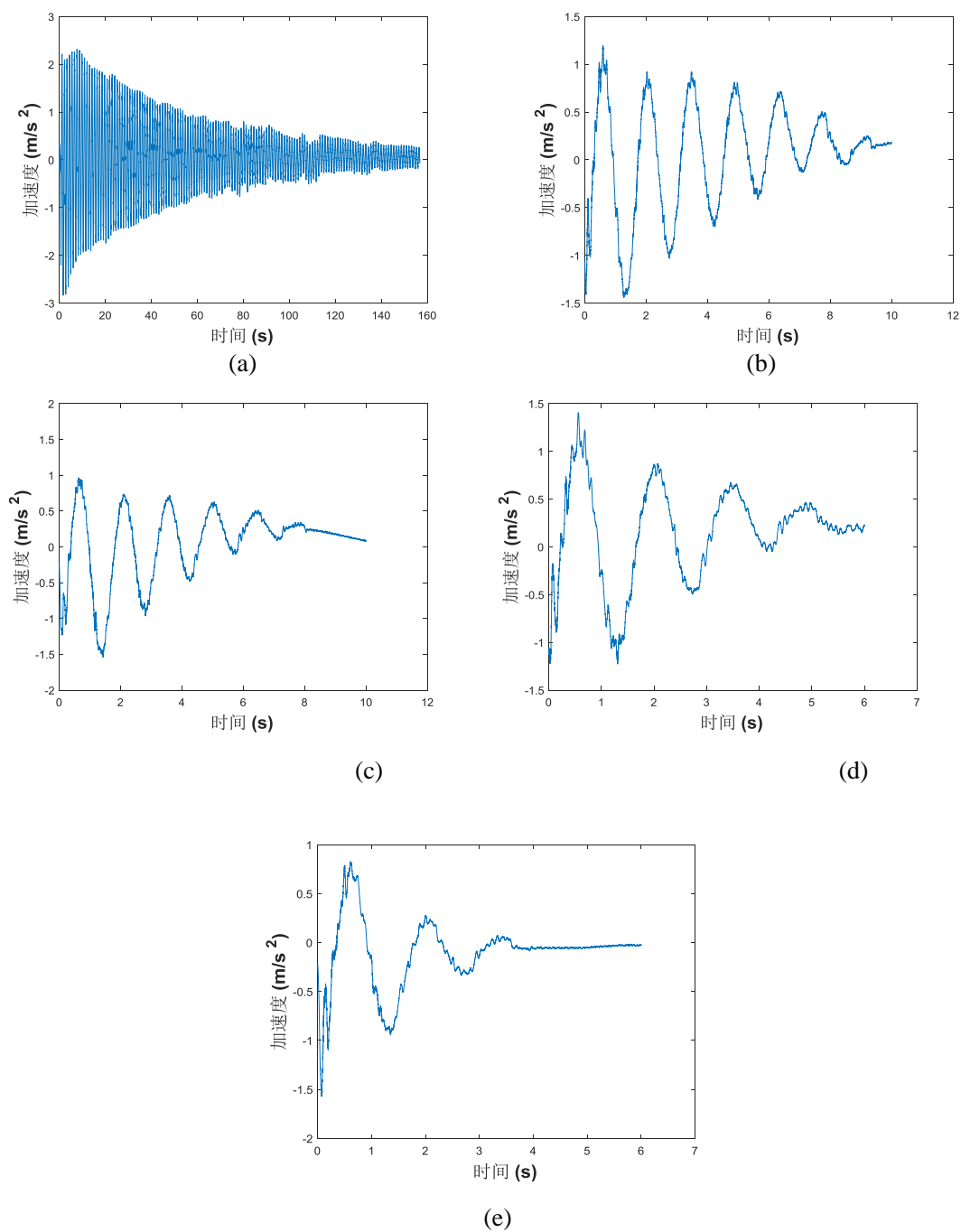


图 5.11 (a)~(e):1~5 工况框架加速度响应时程

图 5.12 展示了试验工况 2~5 中的框架原始测试拉索力时程。

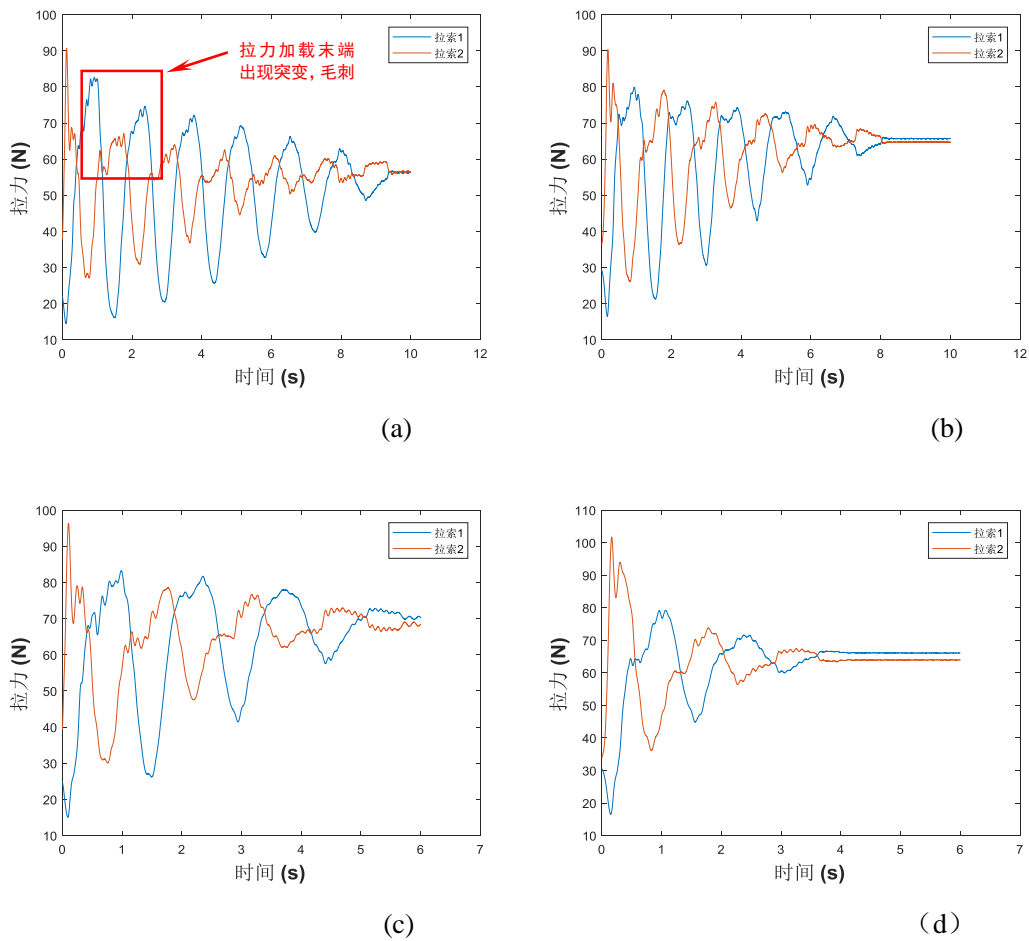


图 5.12 (a)~(d): 2~5 工况拉索力时程

从图 5.10-图 5.11 可以看出，在加装了拉索式电涡流惯容器后，框架的振动响应衰减明显加快，且阻尼器气隙越小，衰减越快。此外从信号波形可以看出，位移时程十分光滑，受噪声干扰较小，且无零点漂移；而加速度时程则出现了许多毛刺尖峰，说明受到了高频噪声的干扰，且结构静止后，加速度测试值并未很好的收敛到 0，说明有零点漂移。应当对加速度时程做低通滤波和去趋势项处理。此外，从拉索力时程曲线，我们可以看出在每个振动周期内的拉力加载末端，拉力时程曲线均出现了突变毛刺的现象。从试验现场情况来看，我们认为是在拉索拉力较大时，拉索会出现颤振现象，从而导致拉力出现突变振荡，可通过带通滤波减弱这一影响。

5.4.2 数据预处理

本小节主要对原始加速度响应和拉索力时程做预处理，使其更能反映真实的结构状态。在此之前，需要了解空框架的频响特性。图 5.13 为空框架自由振动时

位移响应时程的频谱。

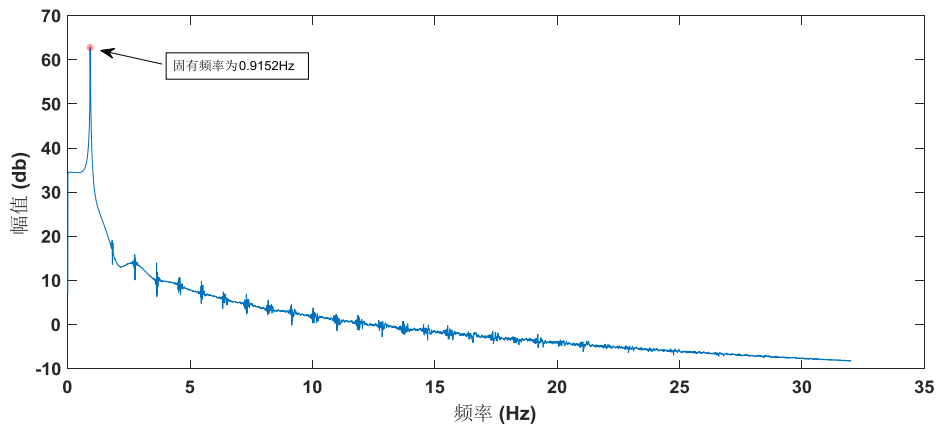


图5.13 空框架位移响应频谱

从图 5.13 可以看出，空框架的固有频率为：0.9152Hz。图 5.14 则展示了空框架自由振动时加速度响应时程的频谱。将图 5.14 与图 5.13 对比，我们可以看出，原始加速度响应时程明显存在着零点漂移和高频噪声污染的问题。

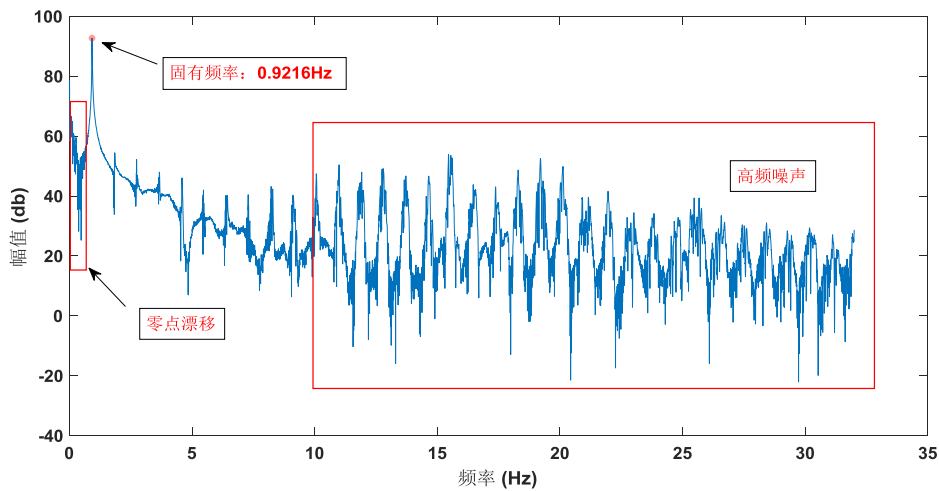


图5.14 空框架加速度响应频谱

为此，对加速度响应时程进行 1 阶去趋势项和 0.3~10Hz 带通滤波处理。图 5.15 展示了处理后的加速度响应时程。

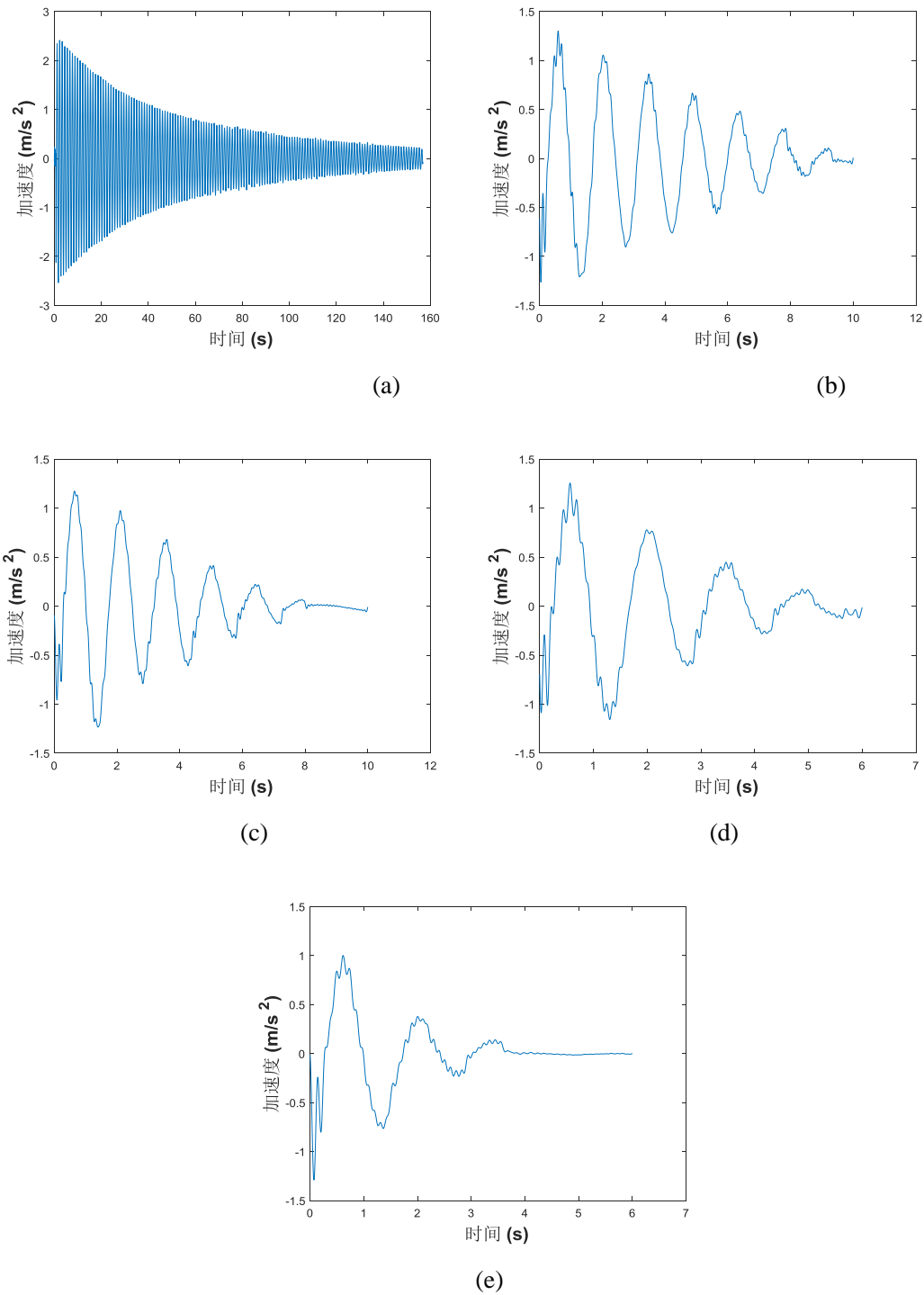


图5.15 (a)-(e): 1-5 工况框架加速度响应时程(预处理后)

5.4.3 空框架物理参数识别

在这里，由于框架柱抗侧刚度较小，我们可以将该框架的物理模型简化为单自由度剪切型结构模型。经过测量，结构质量 $m = 23kg$ 。

以空框架自由振动时的位移响应作为观测量，利用第二章介绍的在状态预测

步使用四阶四段龙格库塔积分的扩展卡尔曼滤波识别结构的物理参数(刚度系数和阻尼系数)。图 5.16~5.17 分别展示了刚度系数和阻尼系数的扩展卡尔曼滤波识别收敛曲线,我们可以看出,识别曲线很快就开始收敛,且尾部光滑平稳,可初步判定识别结果较好。

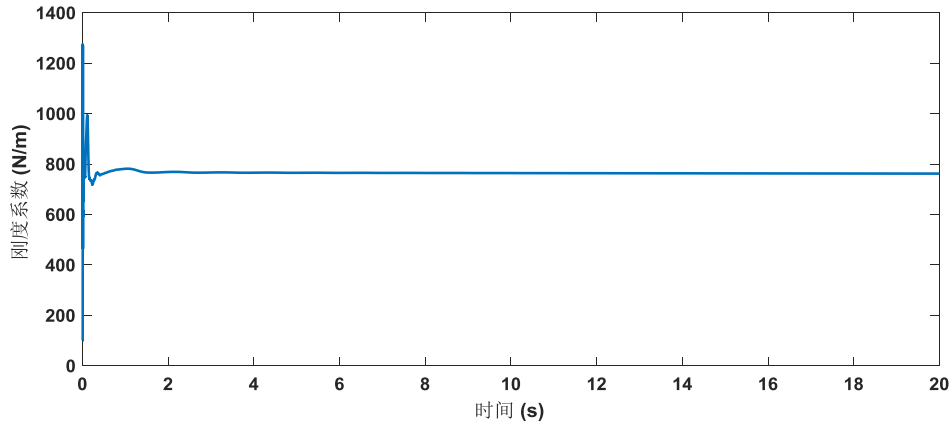


图5.16 刚度系数扩展卡尔曼滤波识别收敛曲线

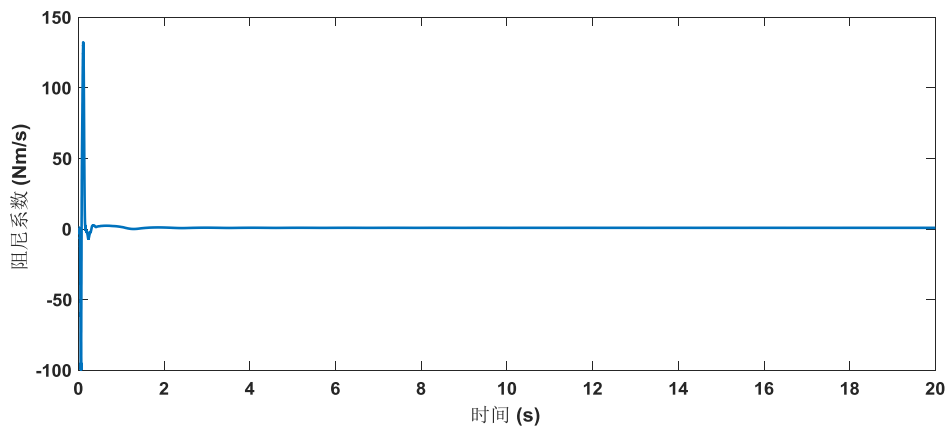


图5.17 阻尼系数扩展卡尔曼滤波识别收敛曲线

其中,刚度系数识别值 $k' = 762.2316 \text{ N/m}$, 阻尼系数识别值 $c' = 0.9574 \text{ Nm/s}$ 。接下来,我们从结构固有频率和结构响应反演两个方面验证物理参数识别的准确性。根据刚度系数识别值,我们可以得到一个结构的识别固有频率:

$$\omega' = \frac{\sqrt{k'/m}}{2\pi} = 0.9162\text{Hz} \quad (5.1)$$

这与我们在空框架位移响应频谱中得到的结构固有频率 $\omega = 0.9152\text{Hz}$ 十分接近,说明结构刚度系数识别准确。

此外,我们可利用识别物理参数反演结构的自由振动响应,将反演的响应与结构的真实响应进行对比,若两种响应吻合,则说明识别物理模型在动力学上可

代表实际结构。图 5.18 展示了结构位移响应的反演和真实时程对比，图 5.19 展示了结构加速度响应的反演和真实时程对比。

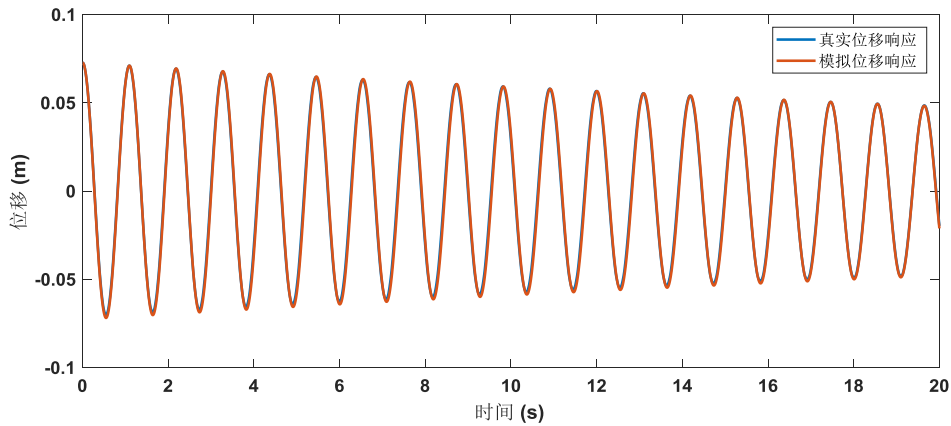


图5.18 结构位移响应的反演和真实时程对比

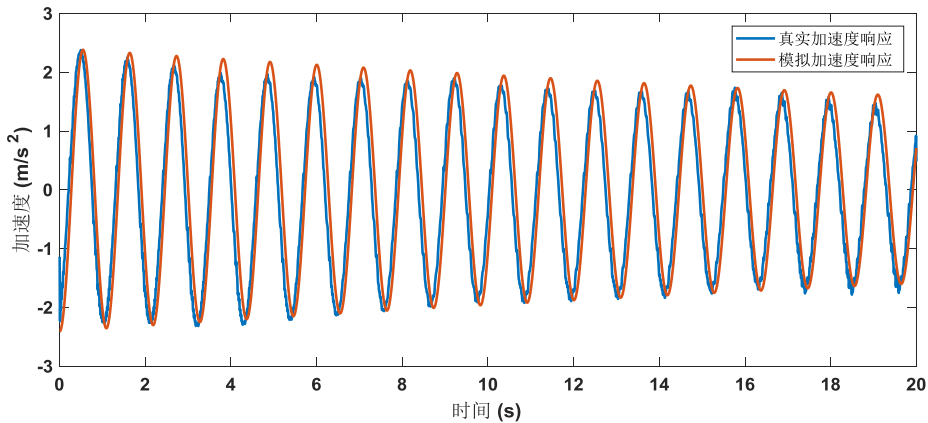


图5.19 结构加速度响应的反演和真实时程对比

从图 5.18~5.19，我们可以看出：根据扩展卡尔曼滤波识别所得物理模型的反演响应与结构的真实响应吻合得很好，说明物理参数识别较准确。

5.4.4 附加阻尼力识别

上一小节，我们利用扩展卡尔曼滤波建立了空框架的动力学模型，在此基础上，我们可以进一步识别旋转电涡流惯容器作用在框架上的附加阻尼力。由于本次试验为自由振动试验，对于主体结构来说，直接外部激励为人为施加的初始位移，这意味着第四章所介绍的附加阻尼力识别方法中的主体结构直接所受外力 $F_e = 0$ ，因此我们可以将旋转电涡流惯容器作用在框架上的附加阻尼力看做框架的外荷载，利用第三章所介绍的结构输入力识别方法识别附加阻尼力。

事实上，第四章提出的附加阻尼力识别方法是第三章介绍的输入力识别方法

的推广形式，当 $F_d = 0$ 时，两者是完全等价的。在这里，为了方便起见，我们直接使用输入力识别方法识别附加阻尼力。而真实的附加阻尼力可以通过试验测得的拉索力时程几何换算得到（如图 5.20 所示）。忽略框架的水平位移，真实的附加阻尼力可按式(5.2)计算：

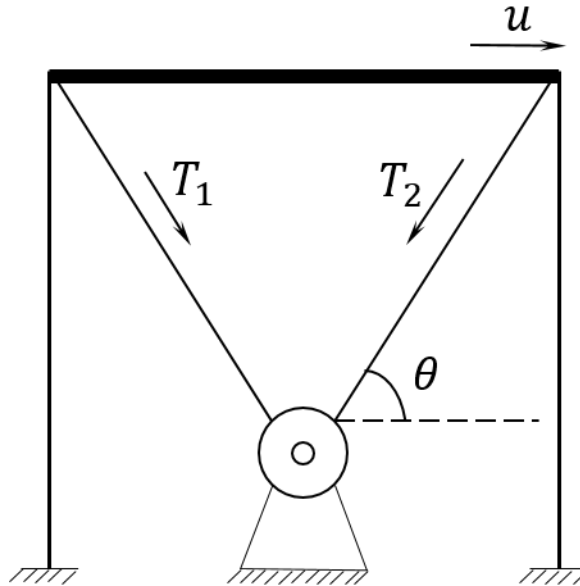


图5.20 框架顶板受力示意图

$$F_d = (T_1 - T_2) \cos \theta \quad (5.2)$$

式中， F_d 为附加阻尼力，即旋转电涡流惯容器作用在框架顶板上的水平作用力； T_1 ， T_2 分别为两根拉索的拉力， θ 为拉索与水平线的夹角。

图 5.22~5.29 则展示了利用卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法，GDF 以及 FGDF 输入力识别方法识别的附加阻尼力时程与试验测试得到附加阻尼力时程的对比。其中，卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法以框架位移响应为观测量。

在使用 GDF 以及 FGDF 识别结构附加阻尼力时，我们需要结合附加阻尼力的频谱特性来确定滤波器的观测量。以工况 2 为例，图 5.21 展示了工况 2 中试验所得附加阻尼力的频谱图，我们可以看到附加阻尼力频域成分主要集中在 0~3Hz 内，为低频荷载。根据第 3 及第 4 章的研究结论，若仅以加速度响应作观测量，GDF 及 FGDF 识别结果容易发散，故以框架位移响应和加速度响应作观测量。

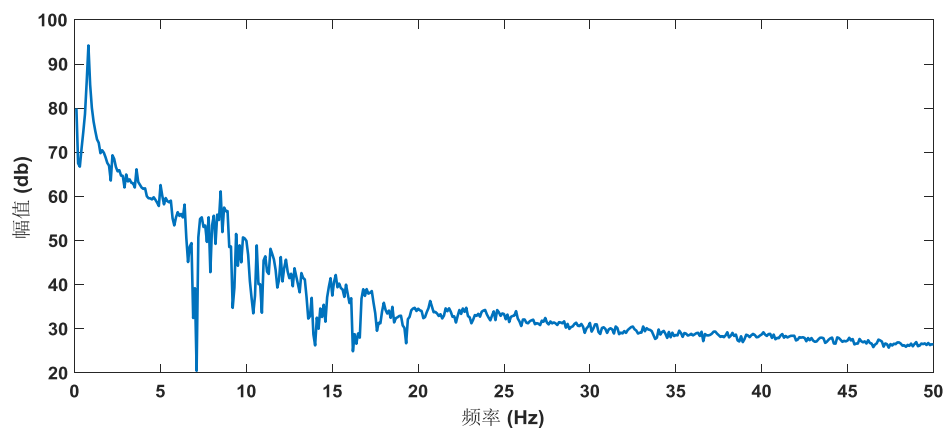


图5.21 工况 2 附加阻尼力频谱图

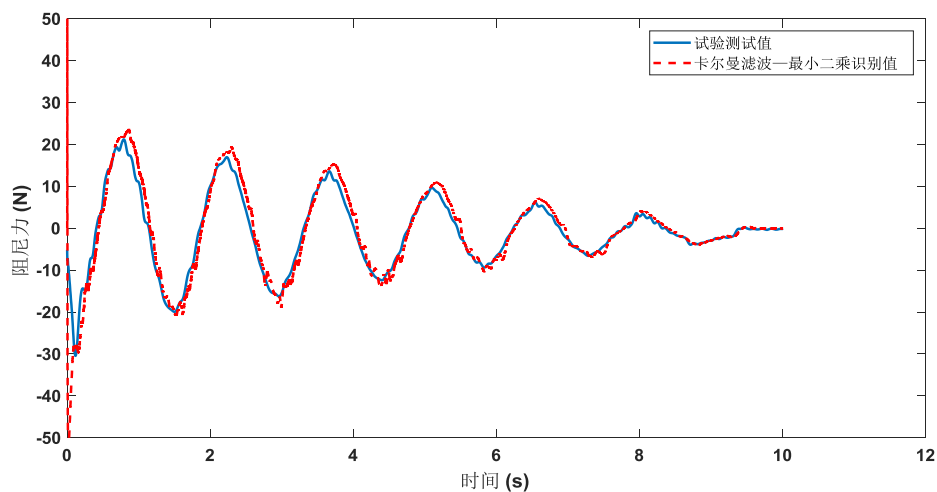


图5.22 卡尔曼滤波—最小二乘识别附加阻尼力对比（工况 2：气隙 40mm）

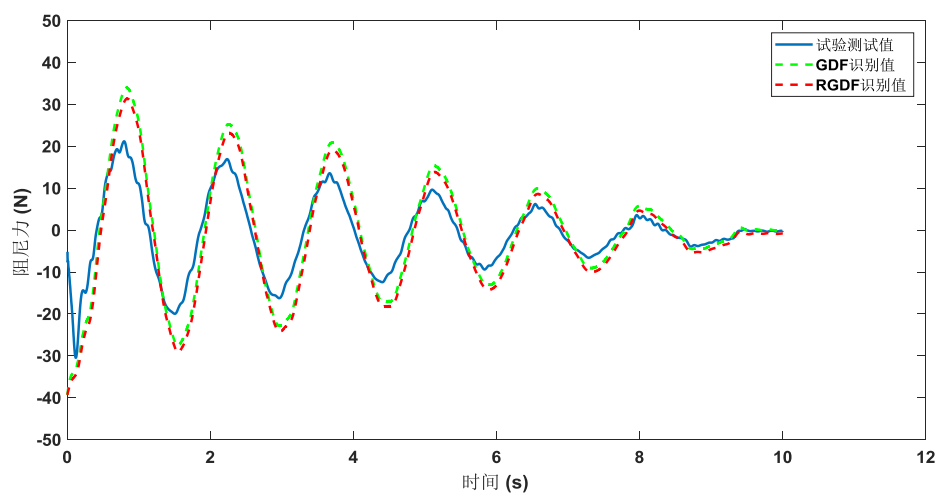


图5.23 GDF 及 FGDF 识别附加阻尼力对比（工况 2：气隙 40mm）

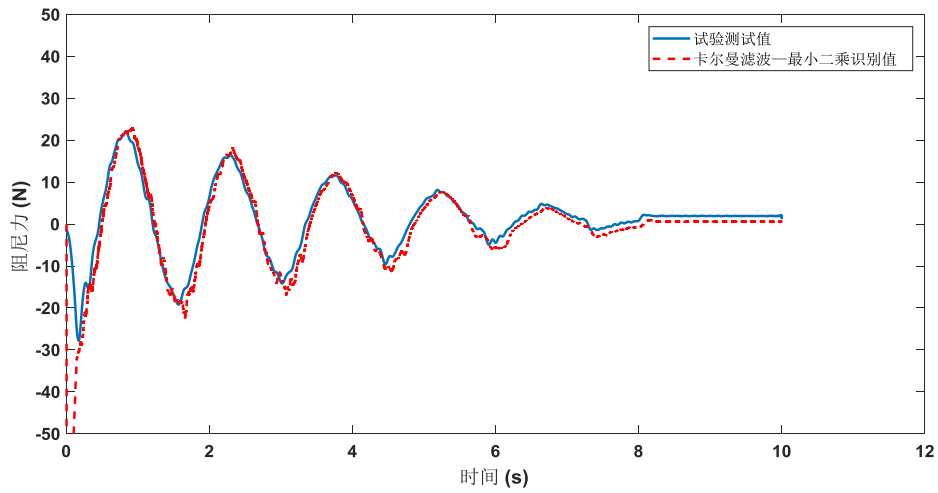


图5.24 卡尔曼滤波—最小二乘识别附加阻尼力对比（工况 3：气隙 30mm）

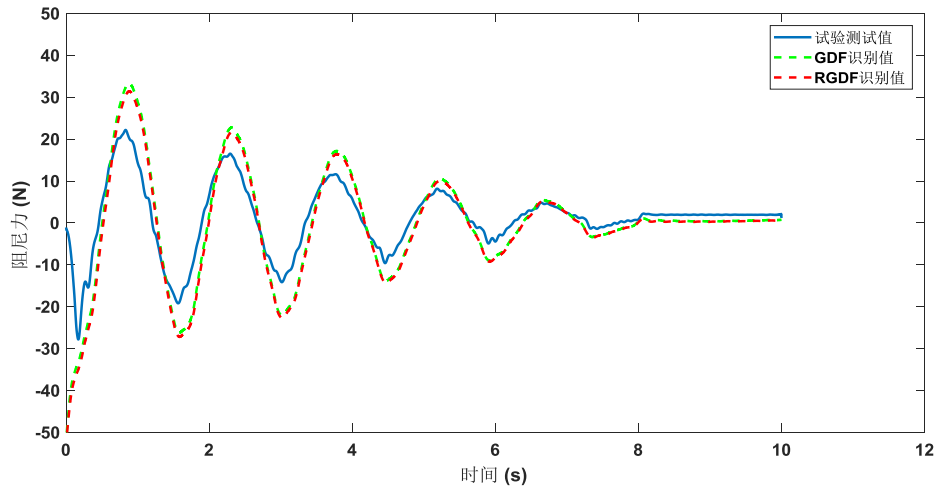


图5.25 GDF 及 FGDF 识别附加阻尼力对比（工况 3：气隙 30mm）

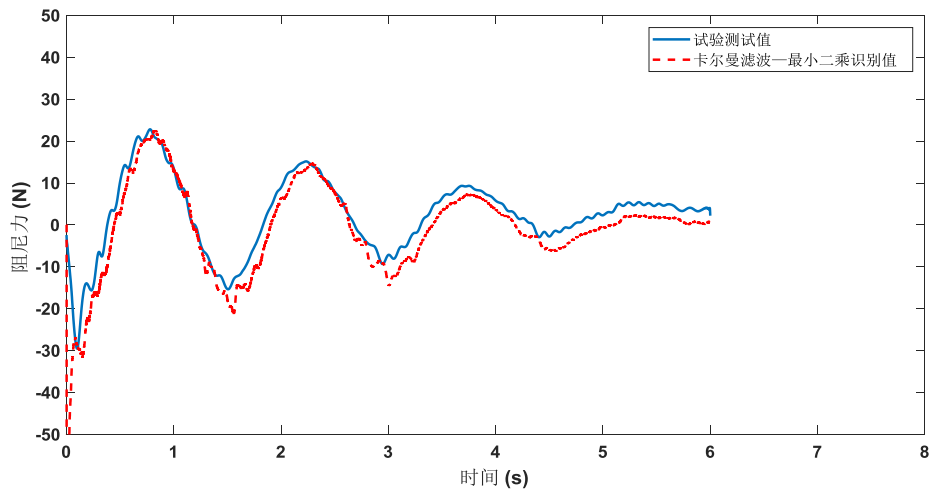


图5.26 卡尔曼滤波—最小二乘识别附加阻尼力对比（工况 4：气隙 20mm）

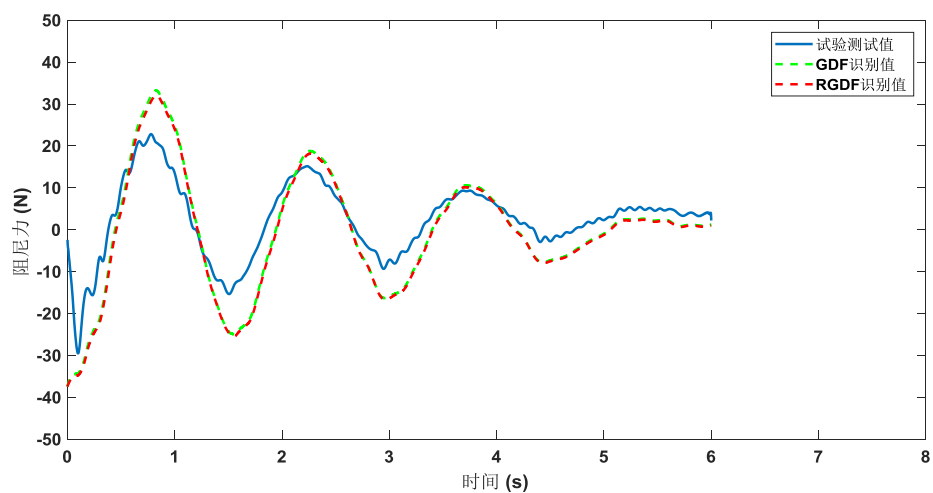


图5.27 GDF 及 FGDF 识别附加阻尼力对比（工况 4：气隙 20mm）

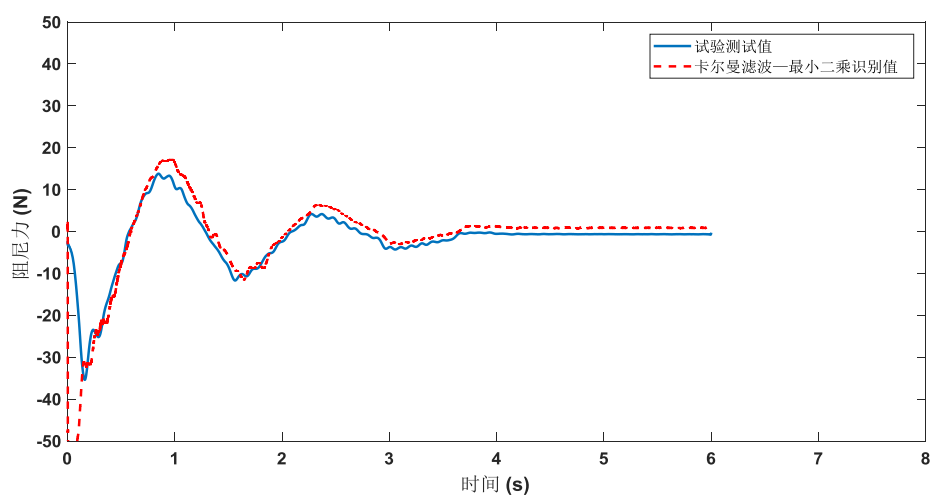


图5.28 卡尔曼滤波—最小二乘识别附加阻尼力对比（工况 5：气隙 10mm）

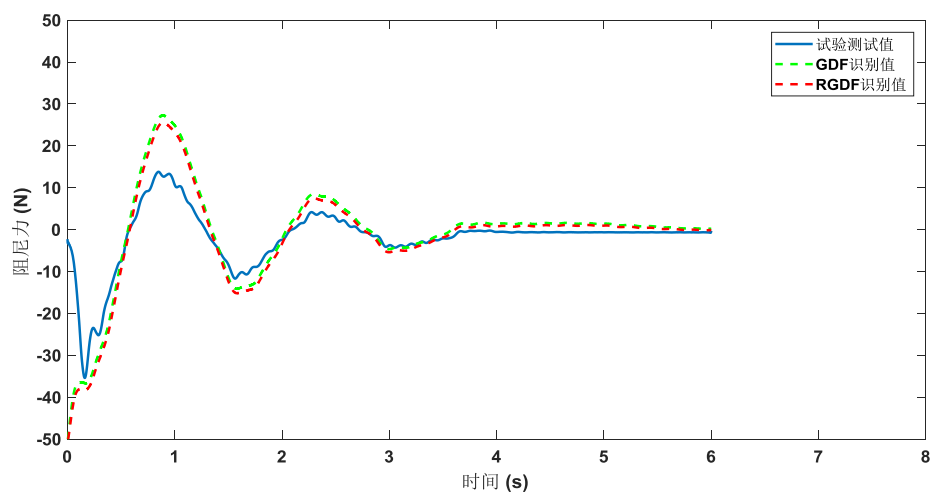


图5.29 GDF 及 FGDF 识别附加阻尼力对比（工况 5：气隙 10mm）

从图 5.21~5.29，我们可以看出，卡尔曼滤波—最小二乘、GDF 以及 FGDF 输入力识别方法均能十分准确地捕捉测试所得旋转电涡流惯容器的附加阻尼力时程的变化波形。卡尔曼—最小二乘方法也能十分准确地捕捉测试附加阻尼力的幅值，而 GDF 和 FGDF 方法的识别结果则出现了识别幅值偏大的现象。结合第三章及第四章中 GDF、FGDF 方法在数值算例的识别表现，我们认为不能简单的得出 GDF、FGDF 方法识别效果不如卡尔曼—最小二乘联合识别方法的结论，因为卡尔曼滤波—最小二乘识别方法以框架位移响应作为观测量，而 GDF、FGDF 方法以框架加速度响应作为观测量，如 5.4.1 小节所述，加速度响应的测试质量不如位移响应的测试质量，显然，这会影响 GDF、FGDF 的附加阻尼力识别效果。

此外，对比不同工况的旋转电涡流惯容器的附加阻尼力识别结果，我们也能看出：随着阻尼器气隙减小，阻尼器的附加阻尼力衰减得更快。

5.5 本章小结

本章基于一个加装旋转电涡流惯容器的单层剪切型钢框架的自由振动试验，旨在验证本文第二章~第五章所介绍的物理参数识别方法、结构外荷载识别方法以及结构附加阻尼力识别方法。本章首先介绍了一种拉索式旋转电涡流惯容器的基本概念和构造，接着介绍了自由振动试验的基本情况。基于在振动试验中获取框架位移响应时程、加速度响应时程以及拉索力时程，本章识别了空框架的物理模型以及作用在空框架上的附加阻尼力时程，根据识别结果，我们可以得出以下结论：

（1）扩展卡尔曼滤波识别所得物理模型的反演响应与结构的真实响应十分吻合，说明物理参数识别准确。

（2）卡尔曼滤波—最小二乘、GDF 以及 FGDF 输入力识别方法均能十分准确的捕捉测试所得旋转电涡流惯容器的附加阻尼力时程的变化波形。

（3）卡尔曼—最小二乘方法能十分准确的捕捉测试附加阻尼力的幅值，GDF 和 FGDF 方法的识别结果则出现了识别幅值偏大的现象，这可能是由于加速度响应时程的测试质量较差的原因导致。

（4）随着阻尼器气隙减小，阻尼器的附加阻尼力衰减得更快。

第六章 结论与展望

6.1 本文工作总结

本文旨在以卡尔曼类滤波器为理论基础,以主体结构的动力响应为观测数据,建立一套较为完整的附加阻尼力识别方法,为阻尼器本构模型研究,阻尼器设计评估提供另一个更为直接的指标。本文第二章主要研究了基于扩展卡尔曼滤波的结构物理参数识别方法,提出了将扩展卡尔曼滤波与高精度积分方法结合从而提高结构物理参数识别精度的方法。第三章主要研究了基于卡尔曼滤波的结构外荷载识别方法,包括卡尔曼—最小二乘联合输入力识别方法、GDF 方法,并针对 GDF 方法容易因为积分误差的累积引起识别结果发散的缺陷,结合带遗忘因子的递推最小二乘方法,提出了 FGDF 方法,有效缓解了这一问题。第四章则以第三章介绍和提出的结构输入力识别方法为基础,将其推广至结构附加阻尼力识别,推导并提出了卡尔曼—最小二乘联合附加阻尼力识别方法、GDF 附加阻尼力识别方法、以及 FGDF 附加阻尼力识别方法。第五章则通过一个加装拉索式旋转电涡流惯容器的单层剪切型钢框架的自由振动试验验证了第四章所提出的附加阻尼力识别方法的有效性。本文介绍和提出的方法均用数值算例和试验进行了验证,得到以下主要结论:

(1) 利用扩展卡尔曼滤波识别结构物理参数时,在状态预测步使用不同精度的积分算法对参数识别结果有很大影响,积分算法精度越高,参数识别精度越高,收敛速度也越快。在阻尼系数真值远小于刚度系数时,刚度系数的识别结果较好,在不同的积分算法下均能保持不错的表现。在阻尼系数真值远小于刚度系数时,阻尼系数的识别精度明显不如刚度系数,尤其是在矩形积分情况下,阻尼系数识别值已经远远偏离真值,使用梯形积分和四阶四段龙格库塔积分能让阻尼系数收敛于真值附近。在状态预测步使用矩形积分时,阻尼刚度比对阻尼系数的识别精度有较大影响,只有当阻尼刚度比较大时,矩形积分才能保证较高的阻尼识别精度。此外,梯形积分和四阶四段龙格库塔积分则表现出了良好的稳定性,在不同的阻尼刚度比下都能保持优良的表现。

(2) 卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法具有鲁棒性高,收敛速度快等特点,但是只能以结构位移响应作为滤波器的观测量。GDF 滤波器能以结构加速度响应作为观测量识别结构外力。但是, GDF 对观测数据的采样频率要求较高,且识别效果会受结构固有频率和输入荷载频率影响的现象,若同时以结构加速度响应和位移响应作为观测量, GDF 的外力识别效果会比较稳定,基本

不受结构固有频率和输入荷载频率的影响。FGDF 滤波器通过引入带遗忘因子的递推最小二乘方法，有效提高了滤波器的追踪性能和抗噪性能。

(3) 卡尔曼滤波—最小二乘联合的附加阻尼力识别方法具有收敛速度快，鲁棒性好等优点，能很好的识别出附加阻尼力时程，不过，与卡尔曼滤波—最小二乘联合输入力识别方法类似，该方法只能以结构位移响应作为观测量。基于 GDF 和 FGDF 的附加阻尼力识别方法可以以结构加速度响应作为观测量。不过，若仅以结构加速度响应作为观测量，GDF 滤波器的积分误差累积现象会十分严重，以致附加阻尼力识别曲线会逐渐完全偏离真值曲线。FGDF 通过引入带遗忘因子的递推最小二乘估计，能在一定程度上缓解这一问题，但无法从本质上很好的解决这一问题。若同时以结构位移响应和加速度响应作为观测量，在无噪声干扰的情况下，GDF 和 FGDF 均能十分精确的识别 TVMD 系统作用在主体结构上的附加阻尼力时程。同时，两种算法均具有较强的抗噪能力，在 2% 强度的白噪声干扰观测量的情况下，两种算法均能较准确的识别附加阻尼力时程，相比较而言，FGDF 的抗噪能力要略优于 GDF。

(4) 在状态预测步使用四阶四段龙格库塔积分方法能准确识别试验结构的物理参数。卡尔曼滤波—最小二乘、GDF 以及 FGDF 输入力识别方法均能十分准确的捕捉测试所得旋转电涡流惯容器的附加阻尼力时程的变化波形。卡尔曼—最小二乘方法也能十分准确的捕捉测试附加阻尼力的幅值，GDF 和 FGDF 方法的识别结果则出现了识别幅值偏大的现象，这可能是由于加速度响应时程的测试质量较差的原因导致。

6.2 研究展望

本文以卡尔曼滤波为理论基础，以识别结构附加阻尼力为目标，做了一定研究，也取得了一定的研究成果，不过，若要将附加阻尼力识别方法大量在实际工程中应用，目前还存在以下几方面问题需要进一步研究：

(1) 结构物理参数识别是附加阻尼力识别的基础，结构物理参数识别的准确性很大程度上决定了附加阻尼力识别的准确性。对于小型且处于线性状态的结构，本文提出的四阶四段龙格库塔—扩展卡尔曼滤波可以很好的完成结构物理参数识别的任务。对于大型且处于强非线性状态的结构，则需要开发鲁棒性跟强的非线性参数识别方法。

(2) 本文所提出的 3 种附加阻尼力识别方法均有各自的优点和缺点。卡尔曼滤波—最小二乘联合的附加阻尼力识别方法具有收敛速度快，鲁棒性好等优点，但只能以结构位移响应作为观测量。基于 GDF 和 FGDF 的附加阻尼力识别方法

可以以结构加速度响应作为观测量，不过，若仅以结构加速度响应作为观测量，GDF 滤波器的积分误差累积现象会十分严重。因此，需要开展进一步研究克服这些方法的缺点。

(3) 此外，考虑到实际工程测试中存在着测试设备昂贵，测试设备安装困难，测试条件复杂等问题，需要进一步开发部分观测量条件下的附加阻尼力识别，物理参数附加阻尼力同时识别等实际适用性更强的方法。

致谢

行文至此，我知道，三年的硕士生涯即将画上句号，我也即将踏入新的人生征途。回望过去三年，硕士学位论文在完成的过程中得到了很多的帮助，我心存感激。

本文能得以完成，首先感谢我的导师薛松涛老师与副导师谢丽宇老师，论文的选题、撰写到定稿，都渗透着两位导师的心血。薛老师性格洒脱、学识渊博，广阔的国际视野给我留下了难以磨灭的印象。谢老师平易近人，年轻有为，思维活跃，治学严谨，感谢他在学术上给予的悉心指导以及在生活上给予的关怀。论文从选题、研究方向的把握、到论文的修改、资料的收集、成稿，谢老师始终给予了许多指导，与谢老师关于课题的交流中，我获得很多有益的启发，正是这些启发与对疑问的破解提高了我分析问题与解决问题的能力。谢老师学术上耐心的指导，生活上无微不至的关心，让我受益匪浅，在此向谢老师致以深深的敬意和由衷的感谢。

感谢振动与控制研究室的唐和生老师，唐老师在我的研究生学习阶段亦给予了不少的帮助与指导。

感谢陈依珂师妹、班鑫磊师妹、薛智奇师妹提供的振动试验数据，有你们的帮助论文才得以顺利完成。

感谢杨鹏超师兄，李大伟师兄，黄志云师姐在理论学习，Matlab 程序编制中给予的帮助，在与你们的交流中，我获益匪浅。

同时要感谢的还有：我的同门张昕宇，陈杉杉，凌塑奇；博士生师兄赵金海、宋琛琛，博士生师姐仝运佳；研二的徐康乾、陈实、张睿师弟和林庄慧师妹；研一的王云骞、管帅、陈子旻师弟；已毕业的王兵、梅加河、李林、蒋灿、余必龙、杨桂权师兄，苏瑜、黄志云师姐。与你们的相处我非常愉快，整个研究室的氛围始终是团结、活泼、友爱的，感谢你们在生活中给予的帮助。

感谢我的家人，你们永远都是我努力奋斗、不断进取的最大动力和精神支柱。

感谢我的女朋友黄志云女士，感谢那些一起走过的日子，希望我们一直并肩前行。

感谢所有曾经帮助、关心和支持我的人，愿你们幸福安康、心想事成。

参考文献

- [1] 欧进萍. 结构振动控制. 北京: 科学出版社, 2003
- [2] Cao M, Tang H, Funaki N, et al. Study on A Real 8F Steel Building with Oil Damper Damaged During the 2011 Great East Japan Earthquake. 15th World Conference on Earthquake Engineering. 2012.
- [3] Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Journal of Basic Engineering Transactions, 1960, Vol.82(1): 35-45
- [4] Dan Simon. Optimal State Estimation: Kalman, H^∞ , and Nonlinear Approaches. : Wiley-Interscience, 2006
- [5] Jazwinski, Andrew H. Stochastic processes and filtering theory.: Academic Press, 1970.
- [6] Grewal M. S., Henderson V. D., Miyasako R. S. Application of Kalman filtering to the calibration and alignment of inertial navigation systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, Vol.36(1): 3-13
- [7] Kobayashi Takahisa, Simon Donald L. Application of a Bank of Kalman Filters for Aircraft Engine Fault Diagnostics. ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference. American Society of Mechanical Engineers, 2003: 461-470.
- [8] Hoshiya M. Structural Identification by Extended Kalman Filter. Journal of Engineering Mechanics, 1984, Vol.110(12): 1757-1770
- [9] Yang J. N., Pan S., Huang H. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: unknown inputs. Structural Control & Health Monitoring, 2007, Vol.13(4): 849-867
- [10] Lynch Jerome Peter. An Overview of Wireless Structural Health Monitoring for Civil Structures. Philosophical Transactions Mathematical Physical & Engineering Sciences, 2007, Vol.365(1851): 345-372
- [11] 吴子燕, 丁兰, 刘书奎. 基于广义卡尔曼滤波的桥梁结构物理参数识别的子结构法. 西北工业大学学报, 2010, Vol.28 (3) : 425-428
- [12] Liu S. An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals. International Conference on Harmonics and Quality of Power Proceedings, 1998. Proceedings. IEEE Xplore, 1998:636-640 vol.2.
- [13] Yang J. N., Lin S. On-line identification of non-linear hysteretic structures using an adaptive tracking technique. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2004, Vol.39(9): 1481-1491
- [14] Yang J. N., Lin S. Identification of Parametric Variations of Structures Based on Least Squares Estimation and Adaptive Tracking Technique. Journal of Engineering Mechanics, 2005, Vol.131(3): 290-298
- [15] Yang J. N., Lin S., Huang H., et al. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. Structural Control and Health Monitoring, 2006, Vol.4(13): 849-867
- [16] Yang J. N., Pan S., Huang H. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: unknown inputs. Structural Control & Health Monitoring, 2007, Vol.13(4): 849-

- [17] Zhou, L., Wu, S., Yang, J. N. Experimental Study of an Adaptive Extended Kalman Filter for Structural Damage Identification. *Journal of Vibration Engineering*, 2008, Vol.14(1): 42-51
- [18] Mehra R. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. *Automatic Control IEEE Transactions on*, 1970, Vol.15(2): 175-184
- [19] Mehra R., Seereeram S., Bayard D, et al. Adaptive Kalman filtering, failure detection and identification for spacecraft attitude estimation.. *Control Applications*, 1995., Proceedings of the 4th IEEE Conference on. IEEE, 1995: 176-181
- [20] Moghaddamjoo A., Kirilin R. L. Robust adaptive Kalman filtering with unknown inputs. *Acoustics Speech & Signal Processing IEEE Transactions on*, 1986, Vol.37(8): 1166-1175
- [21] Lai Z, Lei Y, Zhu S, et al. Moving-window extended Kalman filter for structural damage detection with unknown process and measurement noises. *Measurement*, 2016, Vol.88: 428-440
- [22] Hu G, Gao S, Zhong Y, et al. Modified strong tracking unscented Kalman filter for nonlinear state estimation with process model uncertainty. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2015, Vol.29(12): 1561-1577
- [23] Julier S. J., Uhlmann J. K., Durrant-Whyte H. F. A new approach for filtering nonlinear systems. *American Control Conference, Proceedings of the 1995. IEEE*, 1995, Vol.3: 1628-1632.
- [24] Chatzi, E. N., Smyth, A. W. The unscented Kalman filter and particle filter methods for nonlinear structural system identification with non-collocated heterogeneous sensing. *Structural Control & Health Monitoring*, 2010, Vol.16(1): 99-123
- [25] Xie Z, Feng J. Real-time nonlinear structural system identification via iterated unscented Kalman filter. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2012, Vol.28(2): 309-322
- [26] 何明煜. 部分观测下基于模型或数据的结构非线性的识别方法:[硕士学位论文]. 厦门: 厦门大学, 2014
- [27] 张纯, 陈林, 宋固全等. 基于11正则化无迹卡尔曼滤波的结构损伤方法. *工程力学*, 2017, Vol. 34(8) :76-84
- [28] Butler T, Huhtala A. Juntunen M. Quantifying uncertainty in material damage from vibrational data. *Journal of Computational Physics*, 2015, Vol.283: 414-435
- [29] Elsheikh A. H., Pain C. C., Fang F. et al. Parameter estimation of subsurface flow models using iterative regularized ensemble Kalman filter. *Stochastic Environmental Research & Risk Assessment*, 2013, Vol.27(4): 877-897
- [30] Chan Y. T., Hu A. G. C., Plant J. B. A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation. *Aerospace & Electronic Systems IEEE Transactions on*, 1979, Vol.AES-15(2): 237-244
- [31] Bogler P. L. Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 1987, Vol.AES-23(3): 298-310
- [32] Ji, C. C., Tuan, P. C., Jang, H. Y. A recursive least-squares algorithm for on-line 1-D inverse heat conduction estimation. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 1997, Vol.40(9): 2081-2096
- [33] Tuan, P. C., Hou, W. T. Adaptive robust weighting input estimation method for the 1-D inverse heat conduction problem. *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol.34(4):439-456
- [34] Liu, J. J., Ma, C. K., Kung, I. C., Lin, D. C. Input force estimation of a cantilever plate by using a system identification technique. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2000, Vol.190(11): 1309-1322

- [35] Ma, C. K., Chang, J. M., Lin, D. C. Input forces estimation of beam structures by an inverse method. *Journal of Sound & Vibration*, 2003, Vol.259(2): 387-407
- [36] Gillijns S, De Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough. *Automatica*, 2007, Vol.43(5): 111-116
- [37] Gillijns S, De Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems. *Automatica*, 2007, Vol.43(1): 111-116
- [38] Azam, S. E., Chatzi, E., Papadimitriou, C., Smyth, A. Experimental validation of the Kalman-type filters for online and real-time state and input estimation. *Journal of Vibration and Control*, 2015, Vol.23(15): 2494-2519
- [39] Lourens E, Papadimitriou C, Gillijns S et al. Joint input-response estimation for structural systems based on reduced-order models and vibration data from a limited number of sensors. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2012, Vol.29(5): 310-327
- [40] Hwang, J. S., Kareem, A., Kim, W. J. Estimation of modal loads using structural response. *Journal of Sound & Vibration*, 2009, Vol.326(3): 522-539
- [41] Lourens E, Reynders E, Roeck G, et al. An augmented Kalman filter for force identification in structural dynamics. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2012, Vol.27(1): 446-460
- [42] Naets F, Cuadrado J, Desmet W. Stable force identification in structural dynamics using Kalman filtering and dummy-measurements. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, Vol.50: 235-248
- [43] Maes K, Lourens E, Nimmenn K, et al. Design of sensor networks for instantaneous inversion of modally reduced order models in structural dynamics. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, Vol.52 (1): 628-644
- [44] Azam, S. E., Chatzi, E., Papadimitriou, C. A dual Kalman filter approach for state estimation via output-only acceleration measurements. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, Vol.60: 866-886
- [45] 萧德云. 系统辨识理论及应用. 北京: 清华大学出版社, 2014
- [46] Kitanidis, P. K. Unbiased minimum-variance linear state estimation. *Automatica*, 1987, Vol.23(6): 775-778
- [47] Saito K, Sugimura Y, Nakaminami S, et al. Vibration tests of 1-story response control system using inertial mass and optimized soft spring and viscous element. *Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering*. 2008
- [48] Ikago K, Saito K, Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, Vol.41(3): 453-474
- [49] Ikago K, Sugimura Y, Saito K, et al. Modal Response Characteristics of a Multiple-Degree-Of-Freedom Structure Incorporated with Tuned Viscous Mass Dampers. *Journal of Asian Architecture & Building Engineering*, 2012, Vol.11(2): 375-382
- [50] 陈政清, 黄智文. 一种板式电涡流惯容器的有限元模拟及试验分析. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2016, Vol. 39 (1) : 499-502
- [51] Kienholz, D. A., Pendleton, S. C., Richards, K. E., et al. Demonstration of solar array vibration suppression. *Smart Structures and Materials 1994: Passive Damping*. International Society for Optics and Photonics, 1994, 2193: 59-73.
- [52] Larose G. L., Larsen A, Svensson E. Modelling of tuned mass dampers for wind-tunnel tests on a

- full-bridge aeroelastic model. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 1995, Vol.54: 427-437
- [53] 方重, 吴和霖, 楼梦麟. 电磁涡流耗能调谐质量阻尼器研制与性能试验. *同济大学学报(自然科学版)*, 2001, Vol.29 (6) : 752-756
- [54] 祝长生. 转子系统径向电涡流惯容器. *中国机械工程*, 2007, Vol.18 (19) : 2269-2272
- [55] Bae, J. S., Hwang, J. H., Roh, J. H., Kim, J. H., Yi, M. S., & Lim, J. H. Vibration suppression of a cantilever beam using magnetically tuned-mass-damper. *Journal of Sound & Vibration*, 2012, Vol.331(26): 5669-5684
- [56] Wang Z, Chen Z, Wang J. Feasibility study of a large-scale tuned mass damper with eddy current damping mechanism. *地震工程与工程振动(英文版)*, 2012, Vol.11(3): 391-401
- [57] 汪志昊, 陈政清. 永磁式电涡流调谐质量阻尼器的研制与性能试验. *振动工程学报*, 2013, Vol.26 (3) : 374-379
- [58] 余必龙. 拉索式旋转电涡流惯容器理论及试验研究:[硕士学位论文]. 同济大学, 2017

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历:

郑学胜，男，1993 年12 月生。

2015 年6 月毕业于哈尔滨工业大学土木工程专业（建筑工程方向），获学士学位。

2015 年9 月入同济大学土木学院攻读硕士学位。