

小波基带宽的变化对结构损伤识别的影响

唐和生¹, 薛松涛^{1,2}, 陈 , 王远功¹

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 日本近畿大学 理工学部建筑学科, 日本 大阪 577-8802)

摘要: 分析了小波变换在结构损伤检测中的应用, 证实选择具有不同带宽小波基对检测结果可起到关键性作用. 小波变换可以看作是一组带通滤波器, 小波滤波器通过多尺度带通和自相关加强特性, 对结构的动力信号进行实时检测. 利用灵活的多尺度带通小波滤波器组, 对结构振动信号作滤波分析, 结构所有的自然频率特性可以同时时频空间出现. 通过观察不同带宽内振动信号的时频变化来判断结构损伤存在.

关键词: 结构损伤识别; 小波变换; 多尺度; 带通滤波器

中图分类号: TU 973.2

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2003)08-0883-05

Influence on Structural Damage Identification with Wavelet Band Changes

TANG He-sheng¹, XUE Song-tao^{1,2}, CHEN Rong¹, WANG Yuan-gong¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka 577-8802, Japan)

Abstract: This paper addresses the use of wavelet transform in structural damage detection, and has a study on the selecting of the wavelet basis plays an important role in the damage detection. The wavelet transform can be looked as a bank of band-pass filters. The wavelet filter with very multi-scale frequency-band and autocorrelation enhancement is proposed as a means of detecting the dynamic signal of structures in real-time. With the flexible multi-scale band-pass wavelet filters, any number of natural frequencies in either the time or frequency domain can be observed at the same time. In the case of abrupt damages, occurrence of damage and the moment when it occurs can be clearly determined through the observation in the details of signal changes within the variant band in time-frequency domain.

Key words: structural damage identification; wavelet transform; multi-scale; band-pass filter

小波分析是在短时傅立叶分析基础上发展起来的, 短时傅立叶变换是利用加权函数的形式来表示一个量的瞬时性质; 然而, 根据测不准原理, 短时傅立叶变换的时间分辨率和频率分辨率是相互矛盾的, 它的明显不足是缺乏空间局部性. 小波变换(CWT)中引入了尺度参数, 构成的时间窗在时域和频域都具有很好的局部化性质, 较好地解决了时间和频率分辨率的矛盾. 对信号的低频成分, 可用宽时窗使得时域分辨率低而频域分辨率高; 对信号的高频成分, 则可用窄时窗使得时域分辨率高而频域分辨率低^[1, 2]. 由于小波基函数在频域中具有带通特性, 其伸缩和平移系列就可看作是一组带通滤波器, 因此, 小波变换可看作是带通滤波器在不同尺度下对信号作滤波, 小波变换这种自适应分辨分析是系统时变性分析的合适工具.

结构系统在工作状态的输入或输出信号, 由于损伤结构的动力特性与结构的损伤有着直接的关系, 所以结构的动力响应信号就成为结构损伤识别的原始资料. 小波变换的实质是对原始信号的滤波过程. 小波

收稿日期: 2002-07-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59925820)

作者简介: 唐和生(1973-), 男, 安徽安庆人, 讲师, 工学博士. E-mail: thstj@sina.com

函数选取的不同, 分解结果也不同. 但无论小波函数如何选取, 每一分解尺度所用的滤波器中心频率和带宽成固定的比例, 即具有所谓的“恒 Q”特性^[3]. 因此, 各尺度空间内的平滑信号和细节信号能提供原始信号的时频局域信息, 特别时能提高不同频段以及不同时段上信号的构成信息. 本文主要分析了基于小波变换多尺度带通滤波器特性在结构在线损伤识别中的应用, 利用小波分析的多尺度带通滤波器在不同尺度下对结构振动信号作滤波分析, 通过观察不同带宽内振动信号的时频变化来判断结构损伤存在. 同时还分析了采用不同带宽的基小波多损伤识别效果的影响.

1 多尺度小波带通滤波器

设函数 $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$, 并且满足

$$\int_{\mathbf{R}} \psi(t) dt = 0 \tag{1}$$

称 $\psi(t)$ 为母小波函数, 其中 $L^2(\mathbf{R})$ 表示为实轴上平方可积函数空间, 对母小波 $\psi(t)$ 进行伸缩和平移变换, 若记伸缩因子为 a , 平移因子为 b , $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a \neq 0$, 则可得下列函数族

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{2}$$

称 $\psi_{a,b}(t)$ 为分析小波 (依赖于参数 a, b 的小波基函数).

连续小波变换的定义为

$$W_{a,b}(f) = \int_{\mathbf{R}} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \tag{3}$$

式中 $\psi_{a,b}^*(t)$ 表示 $\psi_{a,b}(t)$ 的共轭函数. $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(t)$ 的傅氏变换. 对式 (2) 进行傅立叶变换得

$$\hat{\psi}_{a,b}(\omega) = |a|^{-1/2} e^{-i\omega b} \hat{\psi}(a\omega) \tag{4}$$

因此 $\psi_{a,b}(t)$ 的窗口中心为 $(b, \omega_0/a)$, 其中 ω_0 是 $\hat{\psi}(\omega)$ 的中心频率, 且

$$\Delta \psi_{a,b} = |a| \Delta \psi, \quad \Delta \hat{\psi}_{a,b} = \Delta \hat{\psi} |a| \tag{5}$$

式中: $\Delta \psi, \Delta \hat{\psi}$ 分别为时、频窗宽度. 由式 (5) 可以看出: $\psi_{a,b}(t)$ 确定的窗函数的时、频宽度为 $\Delta \psi_{a,b}, \Delta \hat{\psi}_{a,b}$, 由小波基 $\psi(t)$ 确定的时、频宽度为 $\Delta \psi, \Delta \hat{\psi}$ 其窗面积相同, 但形状各异. 当 $1/a$ 越大时, 时宽 $\Delta \psi_{a,b}$ 越小, 而频宽 $\Delta \hat{\psi}_{a,b}$ 越大, 同时 $\psi_{a,b}(t)$ 的窗口中心向高频移动, 这反映了小波变换的“变焦”特性. 任意函数在某一尺度 a 、平移点 b 上的小波系数, 实质上表征的是 b 位置处, 时间段 $a\Delta t$ 上包含在中心频率为 ω_0/a 、带宽为 $\Delta\omega_0/a$ 频窗内的频率分量大小.

由以上分析可知, 采用不同尺度 a 值作处理时, 小波基函数作为带通滤波器的中心频率和带宽都不一样, 但品质因素 (即中心频率 f_c /带宽 Δf_c) 却不变. 图 1 表示在不同 a 值下小波变换在尺度上频率分布的范围, 也就是小波在不同尺度下具有不同带通滤波器的功能.

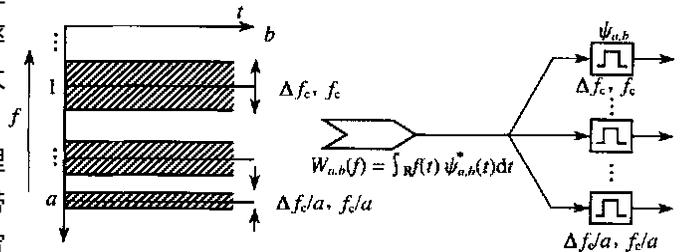


图 1 不同 a 值下小波滤波器带通特性

Fig. 1 Band-width characters of wavelet filter with the varying a

2 基于小波变换的结构损伤识别

当结构在受到强烈外荷载作用产生局部损伤时, 结构的物理特性也就相应发生了变化, 也就是说结构的动力特征 (如固有频率、阻尼、振型等) 呈现出时变特性. 如果在结构出现损伤的早期能够检测到结构动力特性的时变性, 从而判断结构损伤的存在, 这就需要对结构的动力信号进行实时在线检测分析. 因此, 可

以利用小波变换分析的时频特性, 达到有效跟踪信号中时变频率的目的. 通过对能体现损伤结构频率时变特性的振动信号进行实时分析, 进而进行结构损伤识别.

2.1 小波在线损伤信号分析

利用上述小波在不同尺度下具有带通滤波器的功能, 对结构进行在线监测, 实际上任意函数在某一尺度 a 、平移点 b 上的小波系数, 实质上表征的是 b 位置处, 时间段 $a\Delta t$ 上包含在中心频率为 ω_0/a 、带宽为 $\Delta\omega_0/a$ 频窗内的频率分量大小^[4]. 通过在不同频率下的自适应调节尺度来改变小波滤波器的带宽和中心频率以增加频率分辨率, 利用时频空间中频率曲线偏移情况检测结构有损伤发生, 分析流程如图 2 所示.

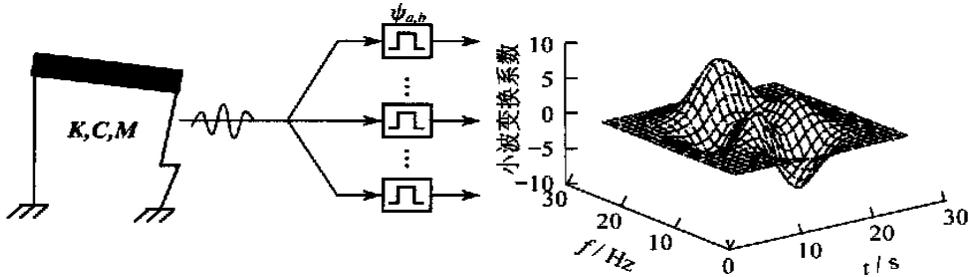


图 2 小波在线信号分析

Fig. 2 Online signal processing using wavelet

在对一结构的振动信号分析前, 首先确定所要分析信号的频段, 然后根据需要, 确定选择适当的小波基分析带宽以及频率步长 Δf . 根据小波中心频率不同, 尺度因子 a 可表示为

$$a = f_c / n \Delta f \tag{6}$$

式中 n 为正整数.

在对一单自由度结构(单层框架)分析时(刚度产生了 15% 的损失)^[3], 采用 cmor1 1-1.5 小波 ($f_c = 1 \text{ Hz}$, $f_b = 1.5 \text{ Hz}$, f_b 为小波基的频宽, f_c 为小波基带通滤波器中心频率)对此结构的振动信号分析时, 由振动信号的小波变换系数的时频曲线, 跟踪信号中时变频率, 很容易就确定了此结构损伤存在. 对于单自由度结构由于频率成分单一, 选取相应带宽的小波基就很容易实现结构损伤定位问题.

2.2 小波基带宽分析

由于是单自由度情况, 选取相应带宽的小波基就很容易实现结构损伤定位问题. 对于多自由度问题, 选择合适的小波基对检测分析结果起到关键作用.

同样考虑 7 层剪切框架结构, 基本物理参数为: 每单层刚度 $K = 2.08 \times 10^4 \text{ t} \cdot \text{m}^{-1}$, 质量 $m = 50 \text{ t}$, 从底层开始为第 1 层, 逐步向上依次增加. 损伤是出现在第 3 层, 在 $t = 5 \text{ s}$ 时刚度损失 15%, 结构损伤前后的频率如表 1 所示. 仅选取第 5 层的加速度信号进行小波变换(取 cmor1 1-1.5 小波)而得到的时频等高线图如图 3 所示.

表 1 结构损伤前后频率参数

	Tab. 1 Frequencies before and after structural damage						Hz
损伤前	0.678 6	2.006 2	3.246 1	4.344 2	5.252 4	5.931 0	6.350 4
损伤后	0.657 0	2.006 2	3.137 9	4.219 4	5.252 4	5.746 2	6.245 5

从图 3 可以看出, $t = 500 \text{ ms}$ 位置处等高线在高频(5.92 Hz)的改变幅度比低频(3.3 Hz)要大. 这主要是第 1 层的刚度损伤对结构的高频区灵敏度要高于低频区, 但是不是对所有出现的频率都能出现明显的转折点, 如 4.3 Hz 左右的频率处就不是很明显. 同样对第 3 层的信号进行分析也可以得到同样的结论, 如图 4 所示. 但是从图中可以看出时频等高线在结构损伤时刻出现的转折点不是很明显, 也就是说利用 cmor1 1-1.5 小波滤波器的分辨率不高, 利用前述方法对多自由度结构进行损伤识别的精度不够.

由于在同一节点振动信号所含不同频率信号比例不同, 因此对不同节点处的信号进行小波变换得到的效果明显程度就不一样; 由于对信号中的高、低频信号分析都采用了同一个小波基, 但是处理高频信号成分时要求低尺度, 相应的小波的频带宽就会增大, 分辨率降低, 这对结构高频处频率密集程度高识别效果有影响, 因此本文提出了分频段而采用不同的带宽小波基新方法来进行处理, 对高频段信号分析逐步减

小小波基带宽, 以提高分辨率.

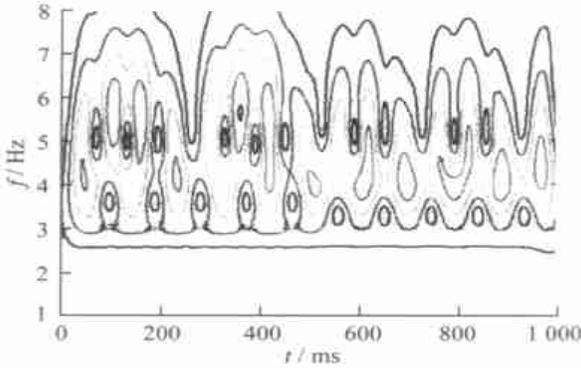


图3 第5层加速度信号小波变换时频等高线图

Fig. 3 CWT coefficient contour of the 5th story acceleration signal

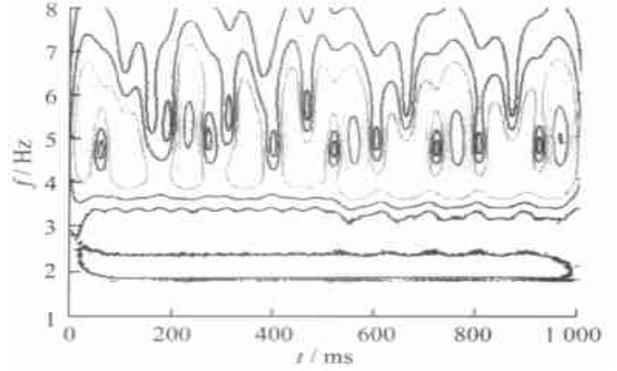


图4 第3层加速度信号小波变换时频等高线图

Fig. 4 CWT coefficient contour of the 3rd story acceleration signal

同样对此7层框架结构模型进行分析, 为了提高在高频的分辨率, 选取一带宽比较小的小波基, 如B-Spline小波基为

$$f_{bsp}(t) = f_b^{0.5} (\sin c(fb t / M))^M e^{2\pi f_c t} \tag{7}$$

式中: f_c 为中心频率, f_b 为带宽, M 为 ≥ 1 的正整数. 本算例取 $M=1$, $f_c=1$ Hz, $f_b=0.1$ Hz, 带宽取得比较小进而提高了分辨率. 分别对第2层到第7层的信号进行B-Spline小波变换分析, 结果见图5~10.

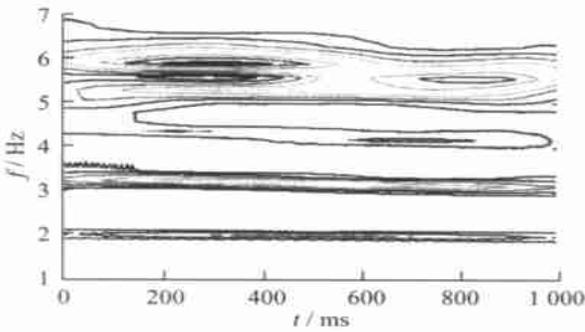


图5 第2层信号小波变换时频等高线图

Fig. 5 CWT coefficient contour of the 2nd story signal

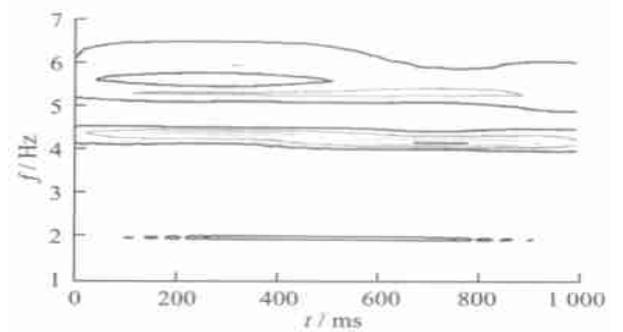


图6 第3层信号小波变换时频等高线图

Fig. 6 CWT coefficient contour of the 3rd story signal

图5和图6分别表示第2层和第3层信号小波变换等高线图, 由图可以看出高频部分平移变化明显提高, 如图5中5.93 Hz, 3.24 Hz, 图6中4.34 Hz的等高线出现了转折偏移.

图7和图8分别表示第4层和第5层信号小波变换等高线图, 由图可以看出高频部分平移变化明显提高, 如图7、图8中5.93 Hz、图8中4.34 Hz的等高线出现了转折偏移. 但是在两个图中3.24 Hz的等高

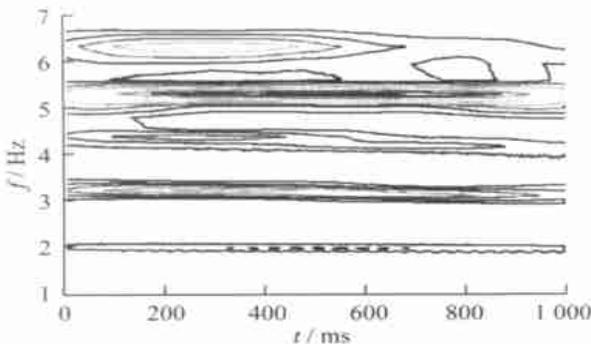


图7 第4层信号小波变换时频等高线图

Fig. 7 CWT coefficient contour of the 4th story signal

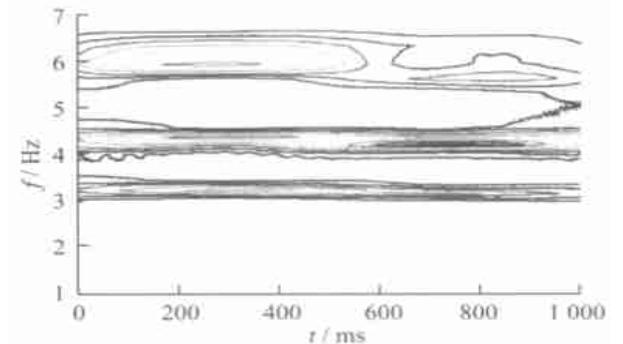


图8 第5层信号小波变换时频等高线图

Fig. 8 CWT coefficient contour of the 5th story signal

线都不是很明显, 而且在图 7 中可以看出 5.25 Hz 在整个时间段上几乎没有发生变化, 这与数值计算相一致。

图 9 和图 10 分别表示第 6 层和第 7 层信号小波变换等高线图, 由图可以看出高频部分平移变化明显提高, 如图 9、图 10 中 5.93 Hz、图 9、图 10 中 4.34 Hz 的等高线在损伤出现时间点都出现了转折偏移。但是两个图中 3.24 Hz 的等高线都不是很明显, 而且在图 10 中可以看出 5.25 Hz 在整个时间上几乎没有发生变化, 这与数值计算相一致。

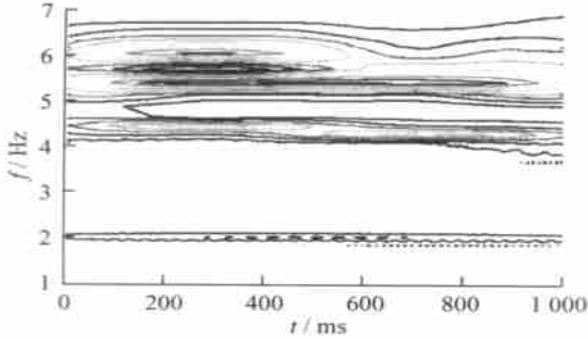


图 9 第 6 层信号小波变换时频等高线图

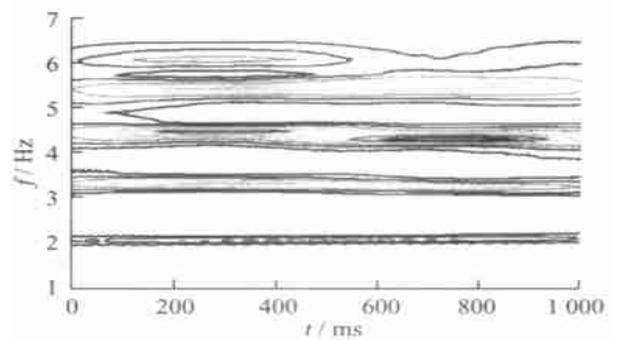


图 10 第 7 层信号小波变换时频等高线图

Fig. 9 CWT coefficient contour of the 6th story signal

Fig. 10 CWT coefficient contour of the 7th story signal

由以上几组图可以看出利用 B-Spline 小波, 改变小波基的带宽进行变换, 提高了在高频段的分辨率, 因此, 对结构早期损伤的检测, 应采用不同的带宽小波基进行综合分析, 这样可以提高检测的精确度。

从上面的分析可知, 利用小波分析理论对结构的在线非线性损伤很有效, 对于在不同层处的信号进行小波变换分析时, 不同的频率在不同的层处等高线的转折偏移表现出不同的情况, 有的在这个层处表现得比较明显, 有的在另外一个层处表现得明显, 主要是结构的固有频率相对应的振动能量对不同的层分布是不同的, 由于在同一层振动信号所含不同频率信号比例不同, 因此对不同层处的信号进行小波变换得到的效果明显程度就不一样。另外结构局部刚度损伤对不同的频率有不同的灵敏度, 因此, 不能只对某一个点的信号进行分析, 要对多一些点信号进行同时分析, 提高识别精度。

3 小结

结构发生损伤时, 它的固有频率在时频空间就会体现出有时变特性, 利用小波分析的多尺度带通滤波器在不同尺度下对结构振动信号作滤波分析时, 得到不同带宽内振动信号的时频变化曲线, 跟踪信号中时变频率, 以此来判断结构损伤存在。对于单自由度情况, 选取相应带宽的小波基就很容易实现结构损伤定位问题。对于多自由度问题, 由于在同一节点振动信号所含不同频率信号比例不同, 因此对不同节点处的信号进行小波变换得到的效果明显程度就不一样; 由于对信号中的高、低频信号分析都采用了同一个小波基, 但是处理高频信号成分时要求低尺度, 相应的小波的频带宽就会增大, 分辨率降低, 这对结构高频处频率密集程度高识别效果有影响。因此要对不同频段而采用不同的带宽小波基新方法来进行处理以提高分辨率。

参考文献:

- [1] Mallat S. A theory of multi-resolution signal decomposition; the wavelet transform[J]. IEEE Trans. 1989, PAMI-11(7): 674-693.
- [2] Mallat S. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L_2 [J]. Trans Amer Math Soc, 1989, 315: 69-87.
- [3] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [4] 唐和生. 结构损伤识别与信号处理[D]. 上海: 同济大学力学系, 2002.