

横观各向同性层状场地中双桩横向动力阻抗

陈 颢¹, 万春风¹, 薛松涛^{1,2}, 唐和生¹

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 日本近畿大学 理工学部建筑学科, 日本 大坂 577-8802)

摘要: 采用横观各向同性层状弹性模型, 模拟半空间上的层状场地, 推导了这种场地中竖直双桩受水平—摇摆简谐荷载作用下的横向动力阻抗函数, 并分析了由于相邻桩的相互影响以及横观各向同性性质而对桩的阻抗函数产生的影响.

关键词: 层状弹性场地; 横观各向同性; 竖直双桩; 阻抗函数

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2003)02-0127-05

Dynamic Impedances of Double Piles in Transversely Isotropic Layered Media

CHEN Rong¹, WAN Chun-feng¹, XUE Song-tao^{1,2}, TANG He-sheng¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka 577-8802, Japan)

Abstract: The model of transversely isotropic layered elastic media is used to simulate the soil ground on half-space. The dynamic horizontal impedances of double piles, which are embedded in the ground and subjected to harmonic sway-rocking loadings at the top of the two piles, are derived. The effects of adjacent piles and transversely isotropic property of soil on the impedances of piles are analyzed in this paper.

Key words: layered elastic strata; transversely isotropic; vertical double piles; impedance function

在分析桩—土—结构体系的动力响应时, 求出桩基的动力刚度至关重要. 要得到桩基的动力刚度, 就必须考虑桩—土动力相互作用, 其中关键的一步即求出土动力刚度矩阵, 也就是土体的位移与荷载之间的关系. 关于这一问题国内外许多研究者发表了大量的文章. 但综观这方面的研究, 绝大多数仍然将土体视为各向同性弹性体或粘弹性体, 如 Novak 等人^[1]; 也有的将土体视为层状弹性体, 但每一层内为均匀各向同性弹性体, 如我国蒯行成等人^[2]. 由于水平层状地基的横向模量一般与竖向模量不同^[3], 故对于土层采用横观各向同性弹性体模拟场地更接近实际. 对此国外有学者进行了研究, 如 Gazetas^[3], Kirkner^[4], Waas^[5], Kausel 和 Seale^[6] 等. 但研究横观各向同性层状场地中桩阻抗函数的人不多. 1994 年 Liu 与 Novak 探讨了单桩在横观各向同性层状介质中的响应^[7]. 然而他们在场地的模型中采用了底部固定边界条件, 这样处理使桩振动能量不能向半空间逸散, 从而导致解失真. 为此, 陈颢等人在横观各向同性层状场地的底部采用了人工透射边界, 即用阻尼器模拟下半部空间, 以吸收振动能量, 从而求出了在任意截面环形垂直及水平简谐荷载作用下的位移解, 即格林函数^[8-10], 进而求出了在横观各向同性层状场地中单桩的动力阻抗函数及双桩竖向动力阻抗函数^[11]. 本文将继续讨论双桩在横观各向同性层状场地中在水平—摇摆简谐作用下的动力阻抗函数. 它们为分析横观各向同性层状场地中的群桩阻抗函数打下了基础.

收稿日期: 2002-03-26

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59925820)

作者简介: 陈颢(1944-), 男, 江苏南通人, 研究员, 工学博士, 博士生导师. E-mail: chenrong@mail.tongji.edu.cn

1 双桩在水平—摇摆简谐荷载作用下的动力阻抗函数

图 1 表示在横观各向同性层状场地中双桩受到相同的水平简谐荷载及简谐力矩作用, 桩长为 L , 直径为 D , 间距为 S_d , 且为钢筋混凝土桩, 将它们沿桩长方向和土层一样划分单元. 在建立运动方程前作如下假设: ① 桩、土的变形均限定在线弹性范围内; ② 桩与土之间粘结良好, 变形协调一致, 不发生相对滑动及脱离; ③ 桩的断面保持不变, 只考虑在 $x-z$ 平面内的位移, 即平移及转动位移, 计算中考虑桩的剪应力的影响; ④ 不考虑水平位移与竖向位移之间的耦合作用. 由文献 [10] 的薄层元素法和子结构法求出单桩在水平—摇摆简谐作用下的运动方程

$$K_P^{HR} U_P^{HR} = P_P^{HR} - F_g^{HR} \quad (1)$$

其中: K_P^{HR} 为桩在 $x-z$ 平面内的复刚度矩阵; U_P^{HR} 为桩在水平—摇摆运动时的位移向量; P_P^{HR} 为桩上的外力向量; F_g^{HR} 为桩—土之间的相互作用力; 上标“HR”表示水平—摇摆运动; 下标“P”表示桩; 下标“g”表示场地土.

用同样的方法, 可求得横观各向同性层状场地中完全相同的两根桩(分别用 A, B 表示)在完全相同的水平—摇摆荷载作用下(如图 1)的阻抗函数. 对 A、B 桩分别运用式(1), 并设 A、B 桩的节点位移向量分别为 U_{PA}^{HR} 及 U_{PB}^{HR} , 土对桩的反力向量为 F_A^{HR} 及 F_B^{HR} , 则桩的运动平衡方程分别为

$$K_{PA}^{HR} U_{PA}^{HR} = P_A^{HR} - F_A^{HR} \quad (2)$$

$$K_{PB}^{HR} U_{PB}^{HR} = P_B^{HR} - F_B^{HR} \quad (3)$$

将式(2)、(3)写成矩阵形式, 即得

$$\begin{bmatrix} K_{PA}^{HR} \\ K_{PB}^{HR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{PA}^{HR} \\ U_{PB}^{HR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A^{HR} \\ P_B^{HR} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_A^{HR} \\ F_B^{HR} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中:

$$\begin{Bmatrix} F_A^{HR} \\ F_B^{HR} \end{Bmatrix} = K_{gAB}^{HR} \begin{Bmatrix} U_{PA}^{HR} - U_A^{HR} \\ U_{PB}^{HR} - U_B^{HR} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

下标 f 表示自由场地; 若用 e 表示开挖出的与桩同体积的土桩, 而 K_{gAB}^{HR} 为带有两个孔洞的层状场地的刚度矩阵, 它类似于单桩的情形, 为自由场地的刚度矩阵 ${}_f K_{gAB}^{HR}$ 与挖出的土桩刚度矩阵 ${}_e K_{AB}^{HR}$ 之差, 即

$$K_{gAB}^{HR} = {}_f K_{gAB}^{HR} - {}_e K_{AB}^{HR} \quad (6)$$

式中:

$${}_f K_{gAB}^{HR} = \begin{bmatrix} {}_f k_{AA}^{HR} & {}_f k_{AB}^{HR} \\ {}_f k_{BA}^{HR} & {}_f k_{BB}^{HR} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}_e K_{AB}^{HR} = \begin{bmatrix} {}_e k_{AA}^{HR} & {}_e k_{AB}^{HR} \\ {}_e k_{BA}^{HR} & {}_e k_{BB}^{HR} \end{bmatrix} \quad (8)$$

这里, ${}_f k_{AA}^{HR}$ 为自由场中桩 A 与土交界面处作用环形及在桩底部作用盘状简谐荷载时的刚度矩阵, 而 ${}_f k_{AB}^{HR}$ 为自由场中桩 B 与土交界面处作用环形(周边处)及在桩底部作用盘状简谐荷载时在 A 桩土交界面上产生位移的刚度矩阵. ${}_f k_{BA}^{HR}$, ${}_f k_{BB}^{HR}$ 定义与上类同. 它们的计算可由文献 [8, 9] 给出的桩在横观各向同性层状场地中受环形荷载或盘状荷载、点荷载的格林函数算出, 这里不再详细介绍.

当不考虑场地的运动, 自由场中桩 A 及 B 的轮廓线(无桩)位移向量 U_A^{HR} 及 U_B^{HR} 均为 0. 则式(4)又可写成

$$\begin{bmatrix} {}_f k_{AA}^{HR} + (K_{PA}^{HR} - {}_e k_{AA}^{HR}) & {}_f k_{AB}^{HR} - {}_e k_{AB}^{HR} \\ {}_f k_{BA}^{HR} - {}_e k_{BA}^{HR} & {}_f k_{BB}^{HR} + (K_{PB}^{HR} - {}_e k_{BB}^{HR}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{PA}^{HR} \\ U_{PB}^{HR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A^{HR} \\ P_B^{HR} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

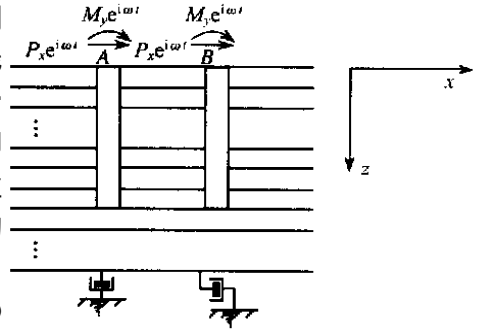


图 1 双桩在水平—摇摆简谐荷载作用下的力学模型

Fig. 1 Mechanical model of double piles to harmonic horizontal-rocking loadings

对土桩而言, 不存在 k_{AB}^{HR} 及 k_{BA}^{HR} ; 而 k_{AA}^{HR} , k_{BB}^{HR} 分别表示 A, B 桩各自相应的土桩的刚度. 在桩及场地、荷载完全相同时, 应当有

$$[(f k_{AA}^{HR} + f k_{AB}^{HR}) + (K_{PA}^{HR} - e k_{AA}^{HR})] U_{PA}^{HR} = P_A^{HR} \quad (10)$$

及

$$[(f k_{BB}^{HR} + f k_{BA}^{HR}) + (K_{PB}^{HR} - e k_{BB}^{HR})] U_{PB}^{HR} = P_B^{HR} \quad (11)$$

它们可写成如下形式:

$$K_A^{HR} U_{PA}^{HR} = P_A^{HR} \quad (12)$$

$$K_B^{HR} U_{PB}^{HR} = P_B^{HR} \quad (13)$$

若桩完全相同, 所受的荷载也完全相同, 在同一场地中时, 这两个式子也完全相同. 当二桩只在桩头上受到图 1 所示的荷载时由该二式可推导出桩头的力—位移关系.

将式(12)详细写出并分块如下:

$$\begin{bmatrix} 11k_{PS}^{HR} & 12k_{PS}^{HR} & 13k_{PS}^{HR} & \cdots & 1,2mk_{PS}^{HR} \\ 21k_{PS}^{HR} & 22k_{PS}^{HR} & 23k_{PS}^{HR} & \cdots & 2,2mk_{PS}^{HR} \\ \hline 11k_{PS}^{HR} & 11k_{PS}^{HR} & 33k_{PS}^{HR} & \cdots & 3,2mk_{PS}^{HR} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2m,1k_{PS}^{HR} & 2m,2k_{PS}^{HR} & 2m,3k_{PS}^{HR} & \cdots & 2m,2mk_{PS}^{HR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{x1} \\ \theta_{y1} \\ u_{x2} \\ \vdots \\ \theta_{ym} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_x \\ M_y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中: 下标“PS”表示桩—土相互作用的刚度系数. 将上述分块矩阵写成

$$\begin{bmatrix} 11k_A^{HR} & 12k_{PS}^{HR} \\ 21k_A^{HR} & 22k_A^{HR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{A1}^{HR} \\ U_{A2}^{HR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{A1}^{HR} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

展开该式, 合并并得

$$[11k_A^{HR} - 12k_A^{HR}(22k_A^{HR})^{-1} \quad 21k_A^{HR}] U_{A1}^{HR} = P_{A1}^{HR} \quad (16)$$

令

$$K_{A1}^{HR} = [11k_A^{HR} - 12k_A^{HR}(22k_A^{HR})^{-1} \quad 21k_A^{HR}] \quad (17)$$

则式(16)最后可写成

$$K_{A1}^{HR} U_{A1}^{HR} = P_{A1}^{HR} \quad (18)$$

对桩 B 由式(13)可得出同样的公式, 不再重复.

式(18)即为双桩在平移—摇摆简谐运动时桩 A 桩头位移与荷载之间的关系, K_{A1}^{HR} 是双桩在平移—摇摆简谐运动时 A 桩头的阻抗函数, 式中包含了 $f k_{AB}^{HR}$, 它代表了相邻桩的影响. 这是与单桩的阻抗函数最大的不同之处. 桩 B 的情形与 A 完全相同, 讨论从略.

2 算例

本文选取三种场地中的双桩进行计算, 它们分别为弱、中、强 3 种横观各向同性层状场地, 分别记为 S, M 及 T. 弱横观各向同性指各层土的横观各向同性性质由上向下逐渐增强, 最上层视为各向同性; 强横观各向同性指整个场地土层均为横观各向同性, 且横向与竖向弹性模量之比相同; 中等横观各向同性是指在 S 场地的基础上, 将上部若干层(如 10 层)移去后的场地, 它的横观各向同性性质介于上两种场地之间, 但其刚度要远远大于上述两种场地. 每种场地又根据横观各向同性性质由强至弱取 4 种情形, 如对于弱横观各向同性场地可依次记为 S1, S2, S3, S4, 其余类同. 其中 S4, M4, T4 均为各向同性场地. 这里对弱(S)、中等(M)、强(T)场地计算了双桩在桩头自由及有转动约束时桩头的复刚度系数. 为了说明相邻桩的影响, 这里将 S1, T1 场地中单桩的桩头复刚度系数与 S1, T1 场地中双桩桩头复刚度系数进行了对比(见图 2). 由图 2 可见, 由于相邻桩的存在, 单桩的复刚度系数的实部及虚部均有所降低. 这是由于相邻桩产生相同的位移时会使原桩位移增加, 从而降低了复刚度的值. 图 3, 4 为双桩时的水平复刚度系数与场地横观各向同性性质之间的关系, 可见对于双桩而言, 在弱横观各向同性场地中, 场地土的性质对桩头自由的复刚度系数数值影响不大.

然而在强横观各向同性场地中,随着场地横向模量的增加,即使桩头自由转动,其桩头复刚度实、虚部均增加.强横观各向同性场地中的桩头的刚度值要远大于各向同性场地的桩头的刚度值.

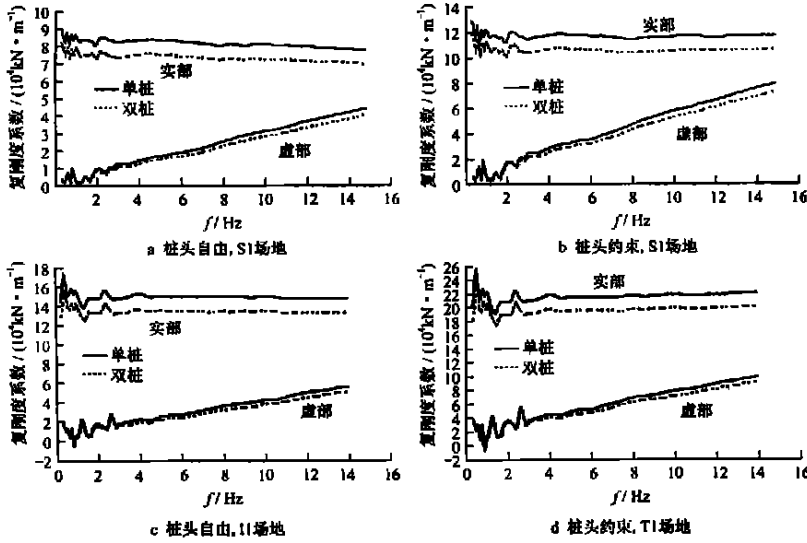


图2 单、双桩的水平阻抗函数

Fig. 2 Horizontal impedances of single and double piles

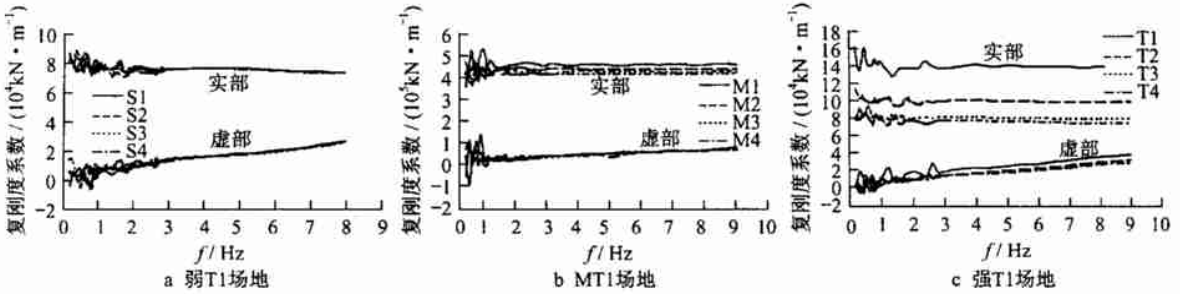


图3 双桩桩头无约束的水平阻抗函数

Fig. 3 Horizontal impedances of unrestrained pile head for double piles

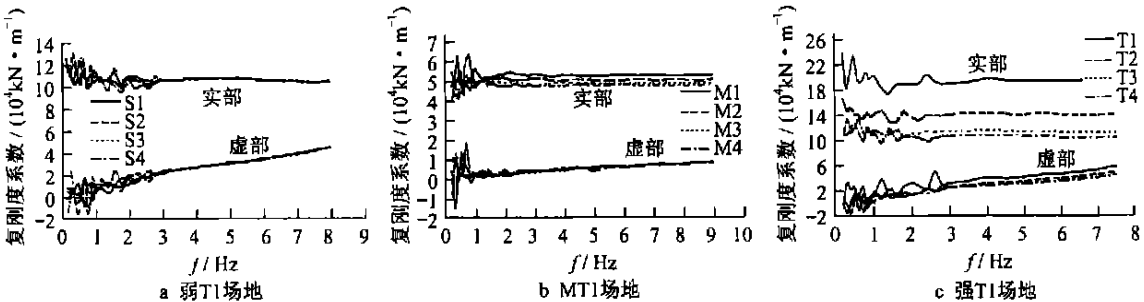


图4 双桩桩头有约束的水平阻抗函数

Fig. 4 Horizontal impedances of restrained pile head for double piles

对于弱横观各向同性场地桩头有约束时的水平刚度而言,场地的性质影响也不大.但在强横观各向同性场地中,桩头有约束时的水平刚度受场地性质的影响十分明显.这表明强横观各向同性场地中双桩水平一摇摆运动时,土的性质将对桩的阻抗函数产生明显的影响.同样,由上述图中亦可看到,在双桩情形中,当桩头转动受到约束时,其水平刚度将明显增加.

图5和图6表示桩间距对刚度的影响.由图可看出,桩的间距同样对桩的阻抗函数产生影响.间距越大,阻抗函数值越大.当间距 $r \rightarrow \infty$ 时,则其刚度趋近于单桩的刚度.在实际工程中,当 r 超过某一距离即可不考虑相邻桩的影响.这将对群桩的阻抗函数工程实用计算有参考意义,但究竟在什么范围内考虑多少

相邻桩的影响还应深入研究。

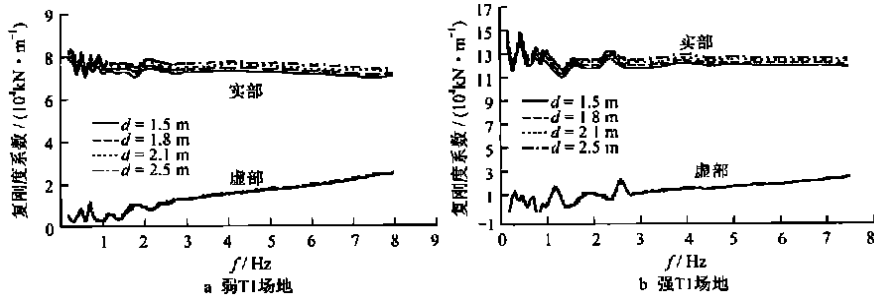


图5 双桩桩头自由的水平阻抗函数

Fig. 5 Horizontal impedances of unrestrained pile head for double piles

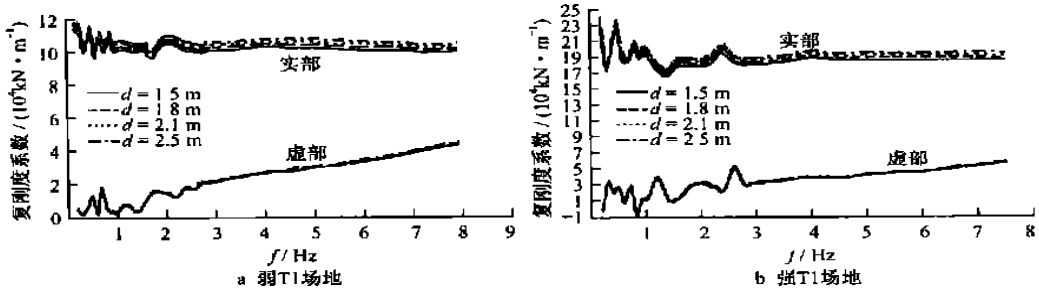


图6 双桩有约束桩头的水平阻抗函数

Fig. 6 Horizontal impedances of restrained pile head for double piles

3 结论

综上所述, 横观各向同性性质对双桩的刚度系数有明显的影 响。不论桩头有无约束, 强横观各向同性场地的性质影响远远大于弱横观各向同性场地的影响; 桩头的约束条件对刚度亦有明显的影响, 桩头转动受约束时, 其刚度要大于桩头自由时的刚度。无论桩头有无约束, 桩的距离对桩头均有影响, 随着桩间距加大, 其刚度亦增加; 当桩、场地、荷载完全相同时, 一桩由于相邻桩的存在会降低其单桩的刚度。

参考文献:

- [1] Novak M, Aboul-Ella F. Impedance functions of piles in layered media[J]. J Eng Mech (ASCE), 1978, 104: 643-661.
- [2] 蒯行成, 沈蒲生. 层状介质中群桩水平动力阻抗的简化计算方法[J]. 振动工程学报, 1998, 11(3): 258-264.
- [3] Gazetas G. Strip foundations on a cross-anisotropic soil layer subjected to dynamic loading[J]. Geotechnique, 1981, 31(2): 161-179.
- [4] Kirkner O J. Vibration of a rigid disc on a transversely isotropic elastic halfspace[J]. J Numer Methods and Geomech, 1982, 16: 293-306.
- [5] Waas G, Riggs H R, Werkle H. Displacement solutions for dynamic loads in transversely-isotropic stratified media[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1985, 13: 173-193.
- [6] Kausel E, Seak S H. Dynamic and static impedances of cross-anisotropic halfspaces[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1990, 9(4): 172-178.
- [7] Liu W, Novak M. Dynamic response of single piles embedded in transversely isotropic layered media[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, 23(6): 1239-1257.
- [8] 薛松涛, 陈, 秦 岭, 等. 横观各向同性层状场地的动力边界条件[J]. 岩土力学与工程学报, 2001, 20(1): 65-69.
- [9] 陈, 薛松涛, 陈竹昌, 等. 横观各向同性层状弹性场地格林函数的数值解[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(1): 45-54.
- [10] 李肇胤, 周 锋, 陈, 等. 横观各向同性层状场地受垂直圆盘简谐荷载时的响应分析[J]. 岩土力学与工程学报, 2000, 19(5): 608-612.
- [11] 陈, 郑海涛, 薛松涛, 等. TI 层状场地中双桩竖向动力阻抗函数[J]. 工程力学, 2001, (增刊): 571-575.