

基于小波多分辨滤波特性的结构损伤识别

唐和生¹, 薛松涛^{1,2}, 陈 睿¹, 王远功¹

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 日本近畿大学工学部建筑学科, 日本)

摘要: 小波分析作为一个很好的损伤识别工具, 可以看作是传统傅立叶变换的扩展, 小波变换采取了可调整的时频窗口, 因此小波变换的优势是它具有了“可变焦”性能对局部信号进行多尺度的刻画。小波基的伸缩和平移系列, 使小波变换可看作是一组带通滤波器, 本文全面分析了小波变换多尺度带通滤波器特性以及在结构在线损伤识别中的应用。结构损伤的出现体现在结构物理参数的改变, 相对应的动力响应信号将会产生局部时变特性, 利用小波分析的多尺度带通滤波器在不同尺度下对结构振动信号作滤波分析, 通过观察不同带宽内振动信号的时频变化来判断结构损伤的存在。

关键词: 小波变换; 多尺度; 带通滤波器; 损伤识别

中图分类号: O346.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0254-0053(2004)01-0152-04

Structural Damage Identification Based on Wavelet Multi-resolution Filter

TANG He-sheng¹, XUE Song-tao^{1,2}, CHEN Rong¹, WANG Yuan-gong¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka, Japan)

Abstract: Wavelet analysis, as a promising tool for damage identification, may be viewed as an extension of traditional Fourier transform with adjustable time-frequency window location and size. The advantage of wavelet analysis lies in its ability to examine local data with a “zoom lens having adjustable focus” to provide multiple levels of details and approximations of the original signal. With the translated and dilated forms of wavelet basis, the wavelet transform can be seen as a family of multi-band filters. The characteristics of multi-scale and band-pass filter for the wavelet transformation were analyzed; a new approach for structural online damage identification was proposed based on the characteristics. Damaged structures will show some slow or abrupt changes in their physical properties, which lead to the time variation of the dynamic signal. Using the band-pass filter of variant scales, the filtering analysis for dynamic signal of structure was carried out. In the case of abrupt damages, the occurrence of damage and the moment when it occurs can be clearly determined through the observation of signal changes within the variant band in time-frequency domain.

Key words: wavelet transformation; multi-scale; band-pass filter; damage identification

由于损伤结构的动力特性与结构的损伤有着直接的关系, 所以结构的动力响应信号就成为结构损伤识别的原始资料。本文主要分析了基于小波变换多尺度带通滤波器特性在结构在线损伤识别中的应用, 利用小波分析的多尺度带通滤波器在不同尺度下对结构振动信号作滤波分析, 通过观察不同带宽内振动

收稿日期: 2002-07-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(59925820)

作者简介: 唐和生(1973-), 男, 安庆人, 工学博士。

信号的时频变化来判断结构损伤的存在。

根据测不准原理,短时傅立叶变换的时间分辨率和频率分辨率是相互矛盾的,它的明显不足是缺乏空间局部性。小波变换中引入了尺度参数,构成的时间窗在时域和频域都具有很好的局部化性质,较好地解决了时间和频率分辨率的矛盾;对信号的低频成分,可用宽时窗使得时域分辨率低而频域分辨率高,对信号的高频成分,则可用窄时窗使得时域分辨率高而频域分辨率低^{[1]-[3]}。由于小波基函数在频域具有带通特性,其伸缩和平移系列可看作是一组带通滤波器,因此,小波变换这种自适应分辨分析是系统时变分析的合适工具。

1 小波变换的滤波器特性

对于函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换(CWT)的定义为^[4]

$$W_{a,b}(f) = \int_R f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \tag{1}$$

式中 $\psi_{a,b}^*(t)$ 表示 $\psi_{a,b}(t)$ 的共轭函数, $\psi_{a,b}(t)$ 为分析小波(依赖于参数 a, b 的小波基函数)。是在实轴平方可积函数空间 $L^2(R)$ 上对母小波 $\psi(t)$ 进行伸缩和平移变换,若记伸缩因子为 a , 平移因子为 $b, a, b \in R, 且 a \neq 0$, 则可得下列分析小波函数族

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{2}$$

对式(2)进行傅立叶变换得

$$\hat{\psi}_{a,b}(\omega) = |a|^{-1/2} e^{-i\omega b} \hat{\psi}(a\omega) \tag{3}$$

因此 $\psi_{a,b}(t)$ 的窗口中心为 $(b, \frac{\omega_0}{a})$, 其中 ω_0 是 $\hat{\psi}(\omega)$ 的中心频率, 且

$$\Delta\psi_{a,b} = |a| \Delta\psi, \quad \Delta\hat{\psi}_{a,b} = \Delta\hat{\psi} / |a| \tag{4}$$

式中 $\Delta\psi, \Delta\hat{\psi}$ 分别为时、频窗宽度。当 $\psi_{a,b}(t)$ 确定的窗函数的时、频宽度为 $\Delta\psi_{a,b}, \Delta\hat{\psi}_{a,b}$, 由基小波 $\psi(t)$ 确定的时、频宽度为 $\Delta\psi, \Delta\hat{\psi}$; 其窗面积相同, 但形状各异。当 $1/a$ 越大时, 时宽 $\Delta\psi_{a,b}$ 越小, 而频宽 $\Delta\hat{\psi}_{a,b}$ 越大, 同时 $\psi_{a,b}(t)$ 的窗口中心向高频移动, 这反映了小波变换的“变焦”特性。

采用不同尺度 a 值作处理时, 小波基函数作为带通滤波器的中心频率和带宽都不一样, 但品质因素(即: 中心频率 f_c / 带宽 f_c) 却不变。图 1 表示在不同 a 值下小波变换在尺度上频率分析的范围。

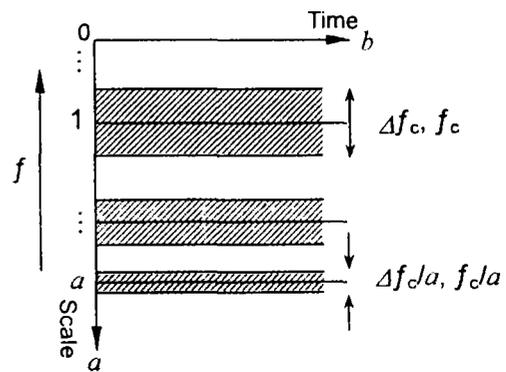


图 1 时频平面内的小波中心和带宽
Fig. 1 Centre and width of wavelets in time-frequency plane

2 基于小波变换的结构损伤识别

利用小波在不同尺度下具有带通滤波器的功能, 对结构进行在线监测, 实际上任意函数在某一尺度 a 、平移点 b 上的小波系数, 实质上表征的是 b 位置处, 时间段 $a\Delta t$ 上包含在中心频率为 $\frac{\omega_0}{a}$ 、带宽为 $\frac{\Delta\omega_0}{a}$ 频窗内的频率分量大小。通过在不同频率下的自适应调节尺度来改变小波滤波器的带宽和中心频率以增加频率分辨率, 利用时频空间中频率曲线偏移情况检测结

构是否有损伤发生。文中针对如下的简单结构模型进行分析,分别是一、二层剪切框架结构,每层刚度 $k = 2.08e4t/m$,质量 $m = 50t$,从底层开始为第一层,逐步向上依次增加。

2.1 数值计算分析

数值仿真 1:单层结构在冲击荷载的作用下,假设在 $t = 5s$ 时结构的刚度产生了 15% 的损失,结构的加速度响应 $f(t)$ 曲线如图 2 所示。

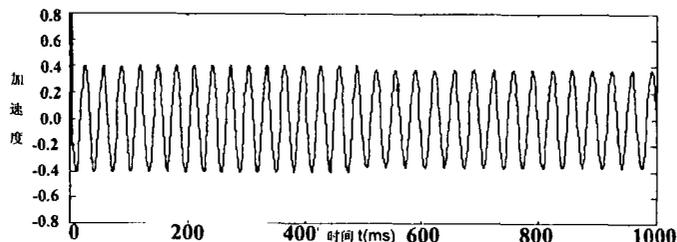


图 2 加速度时程信号

Fig. 2 The time history of the acceleration response

对此信号进行傅立叶变换分析,不能得到信号中的任何非线性特征,这是因为由于傅立叶变换缺乏空间局部性,因此由函数的傅立叶变换只能确定其奇异性的整体性质,而难以确定其奇异性的空间分布情况。

利用解析 Morlet 小波对此信号进行变换, Morlet 基小波定义为^[5]

$$\psi(t) = (f_b \pi)^{-\frac{1}{2}} e^{i2\pi f_c t} e^{-\frac{t^2}{f_b}} \quad (5)$$

式中, f_b 为基小波的频宽, f_c 为基小波带通滤波器中心频率。

在对信号进行 Morlet 小波变换计算时,首先确定所要分析的频段 $f_{\min} \sim f_{\max}$, 然后根据需要,确定频率步长 Δf 。根据小波中心频率不同,可按下式确定尺度因子 a

$$a = \frac{f_c}{n \cdot \Delta f} \quad (6)$$

式中, n 为正整数。

图 3(a)、(b)分别是取 cmor11—1.5 小波 ($f_c = 1\text{Hz}$, $f_b = 1.5\text{Hz}$) 时,信号 $f(n)$ 的 Morlet 小波变换的时频分布及其等高线图。

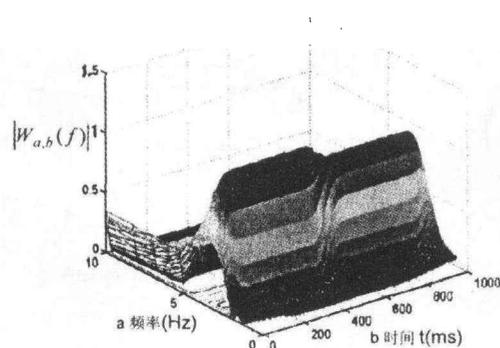


图 3 (a) 小波变换系数

Fig. 3 (a) Wavelet transform coefficients

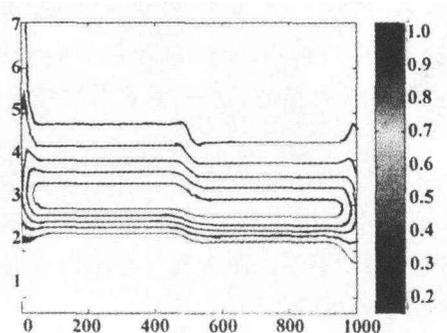


图 3 (b) 小波变换系数等高线

Fig. 3 (b) Wavelet transform coefficients contour

图 3(b) 中的纵坐标为频率值 $f = f_c/a$, 其中 f_c 为 Morlet 基小波中心频率, a 为尺度因子 (10, 11, 12, 13, ..., 150)。从图中可以明显看到在结构自振频率 3.22Hz 附近在时间点 500 位置有转折点, 等高线偏向于自振频率减小方向, 说明了在时间 500 位置以后振动信号中的频率分量发生了变化, 这是由于结构刚度的减小导致自振频率减小, 实际上在时间点 500 位置时出现了奇异点 (频率的变化)。这是用 Fourier 分析做不到的。

数值仿真 2:两层结构, $t = 5\text{s}$ 时在第一层出现损伤,也是损失 15%。通过对第一层的加速度(图 4)进行与上面同样的小波变换而得到的变换系数等高线图如图 5 所示。

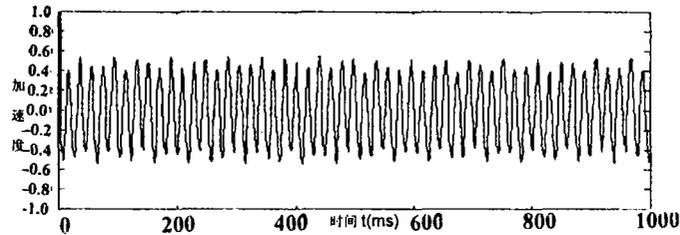


图 4 第一层加速度时程信号

Fig. 4 The time history of the acceleration response of the 1st story

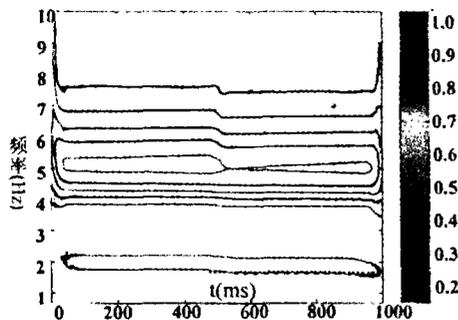


图 5 第一层信号小波变换等高线

Fig. 5 Wavelet transform coefficients contour of the 1st story signal

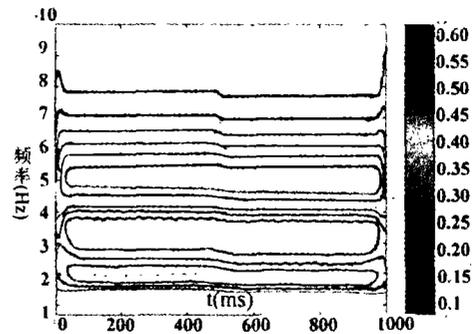


图 6 第二层信号小波变换等高线

Fig. 6 Wavelet transform coefficients contour of the 2nd story signal

从图 5 可以看出,时间点 500 位置处等高线在第二频率(5.175Hz)的改变幅度要比第一频率(1.953Hz)要大。这主要是第一层的刚度损伤对结构的高频区灵敏度要高于低频区。同样对第二层的信号进行分析也可以得到同样的结论(图 6)。

3 小结

本文分析了基于小波变换多尺度带通滤波器特性在结构在线损伤识别中的应用,由于当结构损伤发生时,它的固有频率会出现时变特性,利用小波分析的多尺度带通滤波器在不同尺度下对结构振动信号作滤波分析时,得到不同带宽内振动信号的时频变化曲线,以此来判断结构损伤存在;从上面的分析可知,利用小波分析理论对结构的在线非线性损伤很有效,但是,对于结构损伤的程度和位置的确定还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Mallat S. A theory of multiresolution signal decomposition: The wavelet transform[C]. IEEE Trans. PAMI-11(7), 1989, 674-693.
- [2] Mallat S. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L_2 [C]. Trans Amer Math Soc, 315, 1989, 69-87.
- [3] Mallat S et al. Singularity detection and processing with wavelets[C]. IEEE Trans IT-38(2), 1992, 617-643.
- [4] Chui C K. An Introduction to Wavelets[M]. Academic Press Limited, 1992.
- [5] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.

本期责任编辑: 陈学潮