


小波函数的选择对结构损伤识别的影响

杨晓楠¹, 姜绍飞², 唐和生¹, 陈 ¹, 王远功¹

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 沈阳建筑大学土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要:目的 为了寻找出结构损伤识别中的最优小波函数, 进而提高结构损伤的识别精度. 方法 选取了几种常用的小波函数, 运用小波分析提取能量特征, 采用小波概率神经网络方法, 对四层钢框架进行了损伤识别及小波函数对损伤识别影响的对比研究. 结果 经过比较, 发现采用函数曲线圆滑的 Mexican cat 小波函数识别精度可达 100%, 识别效果最好. 结论 在结构损伤识别领域, 选用非正交、正则性好、消失矩阶数大的小波函数具有一定的优势.

关键词:小波函数; 能量特征; 结构损伤识别; 小波概率神经网络; 钢框架

中图分类号: TU 318; TU 393; TU 315. 95; TP 274. 2 文献标识码: A

0 引言

小波分析表征信号局部特征的能力强大^[1,2]; 而结构的振动响应信号包含有结构的时频特征信息, 可以反映结构的损伤状态; 因此, 近年来小波分析在土木结构损伤检测领域发展迅速^[3~10].

由于小波函数具有不规则性、不惟一性^[2], 故对同一个信号选取不同小波函数进行小波变换, 处理之后所得的结果会有较大差别. 在结构损伤识别中由于描述小波函数性质特征的指标较多, 且这些性质差异较大, 故很难针对小波函数的某一性质总结出一种通用的选取方法, 故通过分析其几个重要性质并结合具体应用来选择合适的小波函数成为一种有效方法.

笔者利用小波概率神经网络(WPNN)损伤识别方法对一个四层钢框架进行损伤识别研究, 选取工程常用的几种小波函数进行比较研究, 并结合应用对各小波函数影响损伤识别的原因进行了分析. 研究发现, 由于 Mexican cat 小波函数具有

曲线圆滑、正则性好、消失矩阶数大等优点, 本实验的识别率可达 100%, 故其在结构损伤识别应用中具有一定的优势.

1 小波函数和小波分析

1.1 小波函数及其特性

当 $\psi(t)$ 满足, 且 $\int \psi(t) dt = 0$, 且 $\psi(t) \in L^2(R)$, 则称 $\psi(t)$ 为小波函数^[1]. 衡量 $\psi(t)$ 特性的一个量是小波尺度 a , 它跟所变换信号的频率有关, $\psi(t)$ 经过平移和伸缩两种操作后形成一组小波函数基, 用小波函数基来分解和重构信号. 小波函数的特性主要有以下几方面^[2].

(1) 正交性和双正交性

正交性是指用小波函数基分析信号时的低频分解(重构)部分与高频分解(重构)部分正交, 不能严格要求小波函数的正交性从而采用双正交小波基(除 Haar 系外)^[2]. 双正交是指低频分解信号和高频重构信号正交, 低频重构信号和高频分解信号正交. 严格的规范正交特性有利于小波分解系数的精确重构, 用正交小波基经小波变换分解得到的各频带信号分别落在相互正交的子空间中

收稿日期: 2005-04-12

基金项目: 国家自然科学基金(50408033); 辽宁省自然科学基金(20022136)

作者简介: 杨晓楠(1981-), 男, 博士研究生, 主要从事结构损伤检测研究.

使各频段信号的相关性减小,而实际结构损伤信号各频段是高度相关的,小波函数的规范正交性将导致信号能量的散失,对识别结果造成不利影响。

(2) 正则性

正则性是函数光滑程度的一种描述,也是函数频域能量集中的度量。设 $0 < \alpha < 1$, 对于任意 $t, \beta < \mathbb{R}$, 有

$$|\psi(t+\beta) - \psi(t)| < c |\beta|^\alpha \quad (1)$$

则称 $\psi(t)$ 的正则性阶数为 α 。其中 c 是常数。若 $\psi(t)$ 的 N 阶导数满足上式,且 $r = N + \alpha$, 则称 $\psi(t)$ 的正则性阶数为 r 。

显然 $r > N$ (N 为某一正整数), 则 $\psi(t)$ 具有 N 阶连续导数。正则性阶数 r 越大, $\psi(t)$ 越光滑, 其频域的能量越集中, 信号分解的结果也越好。

(3) 支撑集

一般要求小波是紧支撑集。紧支小波函数的重要性在于它在数字信号的离散小波分解过程中可以提供系数有限的滤波器; 非紧支小波在实际运算时必须截短应用。在损伤识别运用中, 应该选择具有紧支撑集的小波函数, 否则会使分解信号的能量产生散失, 造成识别误差。

(4) 消失矩阶数

小波 $\psi(t)$ 称为具有 n 阶消失矩的定义为^[2]:

当小波函数 $\psi(t)$ 是连续可微、具有紧支撑的实函数时, 函数 $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ 且 (a, b) 是 \mathbb{R} 上的一个区间, 令 $0 < \alpha < 1$, 对任意 $\epsilon > 0$, $f(x)$ 在区间 $(a + \epsilon, b - \epsilon)$ 上一致于 Lipschitz 指数 α , 当且仅当存在常数 A , 对 $x \in (a + \epsilon, b - \epsilon)$ 和 $s > 0$, 有 $|Wf(s, x)| \leq As^\alpha$, 并且仅当对所有的正整数 $k < n$, 有 $\int_{-\infty}^{+\infty} s^k \psi(t) dt = 0$ 。

消失矩表明了小波变换后能量的集中程度, 消失矩阶数很大时, 小尺度下高频部分信号数值小的可以忽略, 而噪声主要集中在信号的高频段, 因此消失矩阶数越大, 小波变换的滤噪声能力越强, 信号的能量越集中, 损伤识别的效果越好。

(5) 极值点数目

小波函数的极值点就是 $\psi(t)$ 的二阶导数为 0 处, 即 $\psi(t)$ 的转折点, 极限情况下也就是阶跃点。若小波函数极值点数目过多, 小波分解结构响应时所产生的小波系数难以更精确地表达信号特征。所以小波函数的极值点特征与信号的时域特征越匹配时, 分解后信号的能量损失越小。工程上常用的小波函数性能对比如表 1。

表 1 不同小波函数的性能对比

小波函数名称	表达式	小波系数	正交性	双正交性	正则性	支撑长度	消失矩阶数
Haar	haar	实数	有	有	非连续	1	1
Daubechies	dbN	实数	有	有	连续	$2N - 1$	N
Symlets	symN	实数	有	有	连续	$2N - 1$	N
Biorthogonal	biorNd-Nr	实数	无	有	连续	$2Nd + 1$	$Nr - 1$
Meyer	meyr	实数	有	有	连续	无限长度	—
Gaussian	gausN	实数	无	无	连续高阶可导	无限长度	—
Mexican cat	mexh	实数	无	无	连续高阶可导	有限长度	—
Morlet	morl	实数	无	无	可导	有限长度	—
C-Gaussian	CgauN	复数	无	无	—	无限长度	—
C-Morlet	cmorNd-Nr	复数	无	无	—	无限长度	—

在结构损伤识别中, 由于动力响应信号包含大量多频段信息与噪声, 因此其信号特征十分不规则, 选取一个合适的小波函数要综合考虑其特性。综上所述, 理论上应该选择具有非正交性、正则性能优良(小波函数高阶可导)、具有紧支撑集、消失矩阶数大和极值点数目少的小波函数, 但由

于结构损伤识别中的不确定性因素较多, 故还要结合实际应用选择合适的小波函数。

1.2 小波分析

小波分析中的连续小波变换即是 $\psi(t)$ 做位移 τ 后, 再在不同尺度 a 下与待分析信号 $f(t)$ 做内积:

$$c_{a, \tau} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt, a > 0 \quad (2)$$

计算机分析中常用离散小波变换, $f(t)$ 的小波级数表示为

$$f(t) = \sum_{j, k=-\infty}^{+\infty} c_{j, k} \psi_{j, k}(t) \quad (3)$$

则定义在 L^2 上的小波变换为

$$c_{j, k} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{j, k} f(t) dt \quad (4)$$

其中, j 对应频域小波尺度, k 对应时域离散采样点. 由于小波函数 $\psi(t)$ 选取的不同可以使小波系数为实数或复数. 小波分析主要是对小波系数的分析.

在应用中常采用 Mallat 快速算法实现小波变换, 即将 j 尺度空间的剩余系数 $d_{j, k}$ 经过滤波器系数 $h_0(n)$, $h_1(n)$ 加权求和就可以得到 $j+1$ 尺度空间的剩余系数 $d_{j+1, k}$ 和小波系数 $c_{j+1, k}$:

$$\left. \begin{aligned} d_{j+1, k} &= \sum_m h_0(m-2k) c_{j, m} \\ c_{j+1, k} &= \sum_m h_1(m-2k) c_{j, m} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

小波变换对信号分解的这种完整性使得信号经过小波变换之后, 信息量完整, 这对于分析信号的能量分布特征提供了条件.

2 小波概率神经网络及损伤识别法

2.1 小波概率神经网络

传统 PNN 是将具有 Parzen 窗口估计量的贝叶斯决策放进人工神经网络框架中的^[1, 8~9], 基于贝叶斯决策算法来判断检验矢量的类别状态. 基于小波变换的信号处理功能和 PNN 强大的鲁棒性, 将小波变换与之结合可以组成 WPNN 来实现土木结构的损伤识别. 即对结构响应进行小波变换, 提取出变换后信号的特征向量作为 PNN 的输入向量, PNN 的输出为结构的损伤标识. 由于小波变换能较好地刻画含有噪声的信号特征, 具有较好的类别可分性, 而 PNN 的最大特点在于任意精度的函数逼近和较强的模式分类功能, 因此二者结合构成松散 WPNN 对结构损伤识别提供了一种有效的方法^[4].

2.2 基于能量特征的结构损伤识别算法

设信号 $f(t)$ 属于小波尺度空间 U , 对信号进行多小波变换后, 在任意小波尺度 j 上, 对应不同小波尺度子空间 $U_{j, k}$, 其中 $U_{j, k} = \text{Span}\{c_{j, k}, j \in Z, k \in Z\}$. 分解后的小波尺度子空间能覆盖信号

$f(t)$ 的指定频带宽度, 小波尺度空间划分如图 1 所示. 随着小波尺度 j 的增大, 对应信号 $f(t)$ 分解后 j 频段的频率则降低.

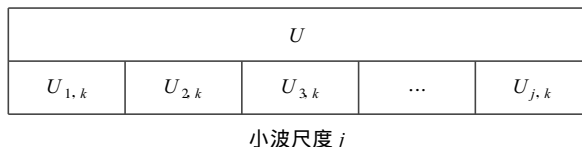


图 1 多小波分解的尺度空间划分图

原始信号 $f(t)$ 在每一频段上的各个小波尺度子空间投影分量代表信号 $f(t)$ 在对应时频分辨空间上的时频局域信息. 定义多小波分解后 j 频段中信号分布的能量为

$$E(j, n) = \sum_{k=1}^n c_{j, k}^2 \quad (6)$$

其中 j 对应小波分解频段域大小, n 为信号时间采样点最大值. 当小波系数为复数时可计算 $c_{j, k}$ 的幅值特性进行分析^[9]. 将这些能量值按小波尺度 j 的顺序排列, 构成了原始信号 $f(t)$ 的能量特征向量 $V(j)$.

$$V(j) = [E(1, n), E(2, n), \dots, E(j, n)] \quad (7)$$

基于能量特征的损伤识别方法首先建立一个经过实测数据验证了的无损结构有限元模型, 在此基础上计算出不同损伤的结构时程响应信号, 通过添加测量噪声模拟实测响应, 对信号进行小波变换计算出小波能量特征作为网络输入数据, 将不同结构状态(多种损伤与无损状态)下的能量特征向量组成结构的损伤模式, 然后将损伤模式数据放入 WPNN 中进行训练乃至检验^[4].

3 不同小波函数对损伤识别结果的影响

笔者对美国 ASCE 提出的基准问题进行损伤识别^[11]. 实验是一个 12 自由度的四层钢框架剪切模型, 层高 0.9 m, 每跨长 1.25 m. 本文中信号取模型第一层边柱传感器的 5 秒内加速度时程响应, 采样频率为 1 kHz. 损伤模式采用原文中的定义下: 第 1 种是去掉第 1 层所有支撑, 第 2 种去掉第 1 和第 3 层所有支撑, 第 3 种去掉第 1 层 y 方向一根支撑, 第 4 种去掉第 1 和第 3 层 y 方向各一根支撑, 加上无损模式共 5 种构成结构状态类型集. 采用基于小波能量特征的 WPNN 方法进行损伤识别.

3.1 损伤检测步骤

步骤 1: 采集信号

首先将结构的状态类型与 WPNN 的输出向量相对应: WPNN 的输出向量 = {1(无损伤), 2(1层大损伤——去掉所有支撑), 3(1、3层大损伤), 4(1层小损伤——去掉一根支撑), 5(1、3层小损伤)}.

考虑到环境噪声的不确定性, 采集加速度时程响应信号时, 在信号中加入不同水平的随机噪声(噪声水平 0%、1%、...50%总计 51 种), 同时每组信号与各自的状态类型相对应, 构成不同模式下结构状态观测信号样本集, 即五种模式总计采集到的 255 组数据.

步骤 2: 信号处理

对样本集中每类模式的加速度时程响应选取小波函数进行 20 频段(步长为 5 均分小波尺度域 0—100)下小波分解^[4], 小波变换直接计算其小波系数, 而复小波变换则利用复小波系数计算幅值特性, 然后按式(6)、(7)得出小波能量特征, 归一化数据, 把每类小波能量特征构造成 WPNN 输入向量, 即 WPNN 的输入矢量数是 20. 每组输入

向量对应各自的结构状态类型即是 WPNN 输出向量. 在本实验中, 每种状态类型选取训练样本数据 11 组, 分别是噪声水平在 0%、4%、8%、12%、16%、20%、24%、28%、32%、36%、40%下的小波能量特征向量和相对应的 WPNN 输出矢量(结构状态类型). 检验样本则采用余下的 40 组.

步骤 3: 构建网络

建立 WPNN 损伤识别模型, σ 取 0.25^[8], 输入层神经元个数为 20. 模式层神经元的数目是 55. 求和层中的 5 个神经元指示 5 类结构状态类型. 然后将训练样本(输入向量、输出向量)放入 WPNN 进行训练, 保存训练后的网络.

步骤 4: 检验网络

将检验样本中的输入向量输入到训练后的 WPNN, 而网络模型的对应输出即为结构损伤模式的识别状态类型.

3.2 小波函数不同对损伤识别结果的影响

笔者针对基准框架实验的小波函数对损伤识别影响的研究结果见表 2.

表 2 不同小波函数的 WPNN 识别结果

小波函数名称	小波函数	函数图极值点数	检验样本数	每种模式(样本 40)识别正确数目					正确识别率/%
				1	2	3	4	5	
Haar	haar	—	200	39	40	39	30	34	91.00
Daubechies	db4	6	200	40	39	39	32	35	92.50
Symlets	sym4	4	200	38	40	37	33	35	91.50
Biorthogonal	bior4.4	9	200	38	40	38	32	33	90.50
Meyer	meyr	11	200	39	37	38	32	33	89.50
Gaussian	gaus4	7	200	40	40	39	33	36	94.00
Mexican cat	mexh	3	200	40	40	40	40	40	100.0
Morlet	morl	9	200	35	37	29	25	29	77.50
C-Gaussian	cgau1	—	200	40	40	40	34	40	97.00
C-Morlet	cmor1-1	—	200	37	38	38	30	27	85.00

由表 2 可见, 用 Mexican cat 小波函数进行损伤识别效果最优, 正确识别率达到 100%. 如前所述, 由于 Mexican cat 小波函数是非正交与双正交函数, 信号分解后能量损失小; 而且 Gauss 函数为圆滑函数, Mexican cat 函数是 Gauss 函数的二阶导数, 符合 Mallat 的证明结论^[7]; 其极值点数为 3 个, 与原始信号匹配良好, 且 Mexican cat 小波函数正则性能较好, 消失矩大, 因此分解后信号能量集中.

Mexican hat 小波函数波形如图 2, 可见其函数曲线光滑, 峰值明显, 非常适合用其刻画加速度响应信号. 因此 Mexican hat 小波函数可以作为本项研究的最优小波函数. 虽然 Mexican hat 小波函数是非紧支小波函数, 但由于其计算支撑长度有限, 故与理论分析并不矛盾. 其次应用 Gaussian 和 ReverseBior 小波函数识别结果较好, 也比较适合用于结构损伤识别. 同时发现在复小波变换中, C-Gaussian 小波函数进行损伤识别结果较好.

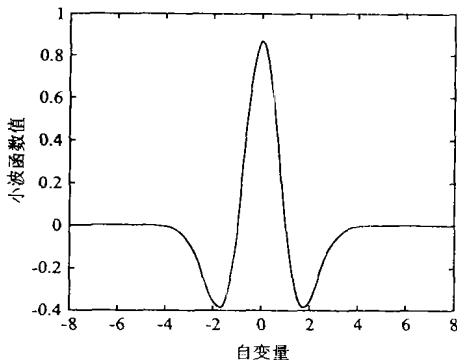


图 2 Mexican hat 小波函数波形

4 结 语

利用小波变换对结构响应进行分析时, 小波函数的不同对损伤识别有较大的影响. 选用非正交、正则性好、消失矩阶数大的小波函数进行结构损伤识别可以达到较好的识别效果. 实验结果证明, Mexican cat 小波函数在结构损伤识别应用中具有一定的优势.

参考文献:

[1] 姜绍飞. 基于神经网络的结构优化与损伤检测 [M] . 北京: 科学出版社, 2002.

- [2] 李弼程, 罗建书. 小波分析及其应用 [M] . 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [3] Hou Z, Noori M, Amand R S. Wavelet—Based Approach for Structural Damage Detection [J] . Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(7): 677—683.
- [4] Jiang S F, Zhang G, Yang X N. Damage Identification of Steel Structures Based on Wavelet Probabilistic Neural Network [A] . Proceedings of the Second International Conference on Steel & Composite Structures [C] . CK Choi, HW lee ed. Seoul: Techno—Press, 2004. 722—732.
- [5] 李洪泉, 董亮, 吕西林. 基于小波变换的结构损伤识别与实验分析 [J] . 土木工程学报, 2003, 36(5): 52—57.
- [6] 陈长征, 罗跃纲, 白秉三, 唐忠. 结构损伤检测与智能诊断 [M] . 北京: 科学出版社, 2001.
- [7] Mallat S, Wen L H. Singularity detection and processing with wavelets [J] . IEEE Trans. Inf. Theory, 1992, 38(2): 617—642.
- [8] Specht D F. Probabilistic neural networks [J] . Neural Networks, 1990, 3: 109—118.
- [9] 赵复笑, 杨殿海, 陈宏. 基于神经网络的沥青混凝土路面使用性能预测 [J] . 沈阳建筑工程学院(自然科学版), 2004, 20(2): 121—123.
- [10] Paya B A, Esat I I. Artificial neural network based on fault diagnostics of rotating machinery using wavelet transforms as a preprocessor [J] . Mechanical Systems and Signal Processing, 1997, 11(5): 751—765.

Influence of the Selection of Wavelet Functions on Structural Damage Identification

YANG Xiao-nan¹, JIANG Shao-fei², TANG He-sheng¹, CHEN Rong¹, WANG Yuan-gong¹

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092; 2. School of Civil Engineering Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China 110168)

Abstract: In order to obtain the optimum wavelet function and find the selecting criterion of wavelet functions on structural damage identification, wavelet transform (WT) was employed to extract energy feature of structural response. Several kinds of common wavelet functions were chosen to study the damage identification of a four-story steel frame by using wavelet probabilistic neural network method. The effect of different wavelet functions on damage identification was also discussed. This study shows that the smooth Mexican cat wavelet function is the best in structural damage identification (Identification ratio = 100%). Thus, the wavelet functions, which have the characteristics of non-orthogonality, good normalization and large orders of vanishing moment, have more predominance in the structural damage identification.

Key Words: wavelet function, energy feature, structural damage identification, wavelet probabilistic neural network, steel frame structure.