

微分演化算法在桁架形状优化中的应用

唐和生¹, 王兆亮¹, 薛松涛^{1,2}

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 日本近畿大学 理工学部建筑学科, 日本 大阪 577-8502)

摘要: 为了获得全局最优和解决具有应力约束、几何约束以及局部稳定性约束的桁架形状优化问题中 2 类不同设计变量耦合给优化带来的困难, 将 1 种新型智能优化算法——微分演化 (Differential Evolution, DE) 应用于桁架结构的形状优化问题中。给出了考虑节点坐标和截面面积两类不同性质的设计变量的桁架结构优化的数学模型, 并对几个经典的桁架结构进行优化, 将所得结果与其他优化算法结果进行了比较。数值结果表明了 DE 算法具有良好的收敛性和稳定性, 可以有效地进行桁架结构的形状优化设计。

关键词: 微分演化; 全局最优; 形状优化; 桁架结构; 数学模型; 变量耦合

中图分类号: TU323.4; TU311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2010)01-0042-09

Truss Structure Shape Optimization with Differential Evolution Algorithm

TANG He-sheng¹, WANG Zhao-liang¹, XUE Song-tao^{1,2}

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, P. R. China;
2. Department of Architecture, School of Science and Engineering, Kinki University, Osaka 577-8502, Japan)

Abstract: Differential Evolution (DE) was introduced to get the global optimum and overcome the difficulties encountered by coupling two types of design variables in the shape optimization of truss structures with stress, geometry, and local stability constraints. The basic principle of DE algorithm was presented in detail first, and then mathematical model for shape optimization of truss structures was presented, in which two types of design variables, such as the node coordinates and section areas, were considered simultaneously. Several classical problems were solved with DE algorithm, and the results were compared with those using the other optimization methods. It was shown that DE algorithm had good convergence and stability and could be applied for shape optimization of truss structures effectively.

Key words: differential evolution; global optimization; shape optimization; truss structures; mathematical models; coupling of design variables

桁架结构优化设计可以根据设计变量的类型分为不同的层次: 尺寸优化、形状优化、拓扑优化。其中结构的形状优化是指在结构的拓扑构形不变的情况下, 同时对杆件的截面尺寸和节点位置进行优化, 使结构在满足约束条件的同时达到目标函数值最小。由于设计变量的数目多, 且 2 类变量的性质截

然不同, 对目标函数和约束函数具有不同的非线性性质, 2 类变量的耦合将导致数学上的困难甚至使计算不收敛^[1]。以往的解决办法是分层优化方法^[2-3]。该方法将截面变量和形状变量分开, 分级进行优化, 2 级优化交替进行直至收敛。这样做是为了使每一阶段所考虑的数学模型规模变小, 求解相

收稿日期: 2009-08-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50708076)

作者简介: 唐和生 (1973-), 男, 教授, 博士, 主要从事结构优化设计研究, (E-mail) thstj@tongji.edu.cn

对容易。但由于分层优化导致变量空间上的分割,可能带来解空间可行域的缩小而丢失真正的最优解,因此形状和尺寸优化分开单独研究不能保证目标函数值最小。因此发展一些更加通用、有效的全局优化算法来解决形状优化问题成为一种迫切的需要。

近年来工程优化领域逐渐涌现出一些智能优化算法,如遗传算法(GA)、微粒群算法(PSO)、蚁群算法(ACO)等^[4]。它们大多对目标函数和约束函数表达上的要求较为宽松,因而较传统算法而言有更广泛的应用范围。为得到全局最优解,考虑 2 类设计变量的耦合并解决因耦合而导致的收敛困难,一些智能优化方法已被应用于形状优化。Wang 等^[5]利用遗传算法解决在频率约束下的桁架形状优化。Tang 等^[6]用改进的遗传算法求解考虑尺寸、形状、拓扑变量的桁架优化问题。刘齐茂等^[7]将模拟退火算法用于 2 类变量耦合的桁架结构形状优化取得了很好的效果。Soh^[8]将 GP 算法用于求解桁架结构的形状优化问题。

微分演化(Differential Evolution, 简称 DE)作为一种新颖的启发式智能算法,自从 1996 年被 Storn 和 Price 引入以来^[9],在解决复杂的优化问题上得到了很多关注。它结合了遗传算法的更大种群概念和进化算法的自适应变异以及采用了贪婪选择策略。这些特征使 DE 算法相比进化算法和遗传算法鲁棒性更好、收敛更快。研究表明针对复杂的优化问题,DE 算法相对于 PSO 算法和遗传等其他算法具有更加精确、更快的收敛速度和较强的鲁棒性的特点^[10]。该算法已被应用于工程优化^[11]、可靠性分析^[12]、主动控制^[13]问题、三维车辆系统的优化^[14]等。

在结构工程中,微分演化算法在桁架形状优化方面的研究与应用还很少。论文将 DE 算法应用于考虑 2 类变量耦合的具有应力约束、几何约束以及局部稳定性约束的桁架结构形状优化,通过对典型算例的求解并与相关文献的结果比较,来评价利用 DE 进行桁架形状优化的效果。

1 微分演化(DE)算法

一个包括 n 个参数的优化问题可以用一个 n 维的向量来描述,该向量可以表示为: $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in S, i = 1, 2, 3, \dots, NP$ 。其中 $S \in R^n$ 为优化问题的搜索空间;DE 算法利用 NP 作为向量 x_{i1} 每一代的个体数。类似于遗传算法,DE 算法通过变异、交叉和选择过程实现种群的更新进化。具体过程如下:

1.1 变异过程

变异的目的是为了保证种群的多样性,同时用合适的参数变化来指导已有的目标向量在合适的时间内达到一个更好的结果,从而保证了搜索的鲁棒性。

变异操作过程中,上一代的个体 $x_i^{(G)}, i = 1 \dots NP$, (其中 G 表示代数)根据不同的变异方式进行更新则得到第 $G+1$ 子代向量 $v_i^{(G+1)} = (v_{i1}^{(G+1)}, v_{i2}^{(G+1)}, \dots, v_{in}^{(G+1)})^T$ 。该文采用 Storn 和 Price^[9]推荐的 DE/current-to-best/1/bin 变异方式进行结构优化,该变异方式对应式(1):

$$v_i^{(G+1)} = x_i^{(G)} + F_1(x_{best}^{(G)} - x_i^{(G)}) + F(x_{r1}^{(G)} - x_{r2}^{(G)}) \quad (1)$$

其中, $x_{best}^{(G)}$ 为算法第 G 代群体中适应值最小的个体; F 和 F_1 为变异常数,均为非负实数。它们的大小控制了变量间的差异,保证进化的进行。 r_1, r_2 为互不相同的整数,分别为从集合 $\{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, NP\}$ 中随机选出的向量编号。

1.2 交叉过程

与 GA 算法相似,DE 算法中的个体经过变异后也进行交叉操作。对于群体中第 $G+1$ 代经过变异过程后的向量个体 $v_i^{(G+1)}$ 按照公式(2)进行交叉,将产生新的个体: $u_{ij}^{(G+1)} = (u_{i1}^{(G+1)}, u_{i2}^{(G+1)}, \dots, u_{in}^{(G+1)})^T$ 。

$$u_{ij}^{(G+1)} = \begin{cases} v_{ij}^{(G+1)} & \text{if } (\text{rand}(j) \leq CR) \text{ or } (j = \text{randn}(i)) \\ x_{ij}^{(G+1)} & \text{if } (\text{rand}(j) > CR) \text{ or } (j \neq \text{randn}(i)) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, n; \text{rand}(j) \in [0, 1]$, 是 n 个 $0 \sim 1$ 之间相互独立的随机数中的第 j 个; $\text{rand}(i)$ 是随机从集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中取得个体向量维度的序号; CR 为交叉因子,将决定个体之间交叉的概率。

1.3 选择过程

DE 算法采用与 GA 算法不同的贪婪准则:通过比较由变异和交叉产生的子代个体和父代个体,选择适应值好的变量,即如果父代个体适应值更优将继续保留在群体中;否则,保留子代个体。选择过程由式(3)表示:

$$x_i^{(G+1)} = \begin{cases} u_i^{(G+1)} & \text{if } (f(u_i^{(G+1)}) < f(x_i^{(G)})) \\ x_i^{(G)} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

2 桁架结构形状优化

2.1 桁架结构形状优化的数学描述

2.1.1 设计变量 桁架结构的形状优化设计包含 2 类设计变量:描述桁架结构的形状的节点坐标和杆件截面面积。该文考虑 2 类不同性质变量间的耦

合作用,故定义设计变量为

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_n, X_1, X_2, \dots, X_t]^T \quad (4)$$

其中: A_1, A_2, \dots, A_n 为杆件的截面积, X_1, X_2, \dots, X_t 为变量连接后各节点的坐标。

2.1.2 目标函数 目标函数又称为评价函数,用来评价一种设计方案好坏。桁架形状优化设计中,以桁架的重量最小做为优化的目标,该文选择目标函数包含桁架的总重量和处理约束的惩罚项:

$$\min W = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i(X) + \lambda M \quad (5)$$

其中: W 为结构的总重量(目标函数); $L_i(X)$ 为第 i 组杆件的长度; A_i, ρ_i 分别为第 i 组杆件的截面积及密度; n 为截面设计变量进行变量连接后杆件的组数; M 为预先定义的一个大数; λ 为罚函数因子,用来处理约束问题。当结构设计变量满足约束条件时 $\lambda = 0$, 否则 $\lambda = 1$ 。

2.1.3 约束条件

1) 应力约束条件。

$$g_k^s(A, X) = [\sigma_k] - \sigma_k \geq 0, (k = 1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

其中: $g_k^s(A, X)$ 为应力约束; $[\sigma_k], \sigma_k$ 分别为第 k 组杆件的允许应力值和各种工况下的最不利应力值, K 为杆件的总组数。

2) 节点的位移约束条件。

$$g_{jl}^u(A, X) = [u_{jl}] - u_{jl} \geq 0, (j = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, ND) \quad (7)$$

其中: $[u_{jl}], u_{jl}$ 分别为特定节点 j 在给定方向 l 上的位移允许值和各种工况下最不利位移值; m 为节点总数; ND 为节点位移约束维数。

3) 设计变量的上下限约束。

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max}, \bar{x}_c \leq x_c \leq \bar{x}_c, (c = 1, 2, \dots, t) \quad (8)$$

其中: A_{\max}, A_{\min} 为分别设定的杆件的截面尺寸的上限与下限; \bar{x}_c, \bar{x}_c 分别是第 c 坐标的上下限, t 为节点变量数。

4) 局部稳定约束。当杆件受压时,存在压杆稳定问题。在形状优化过程中,节点位置是变化的,所以杆件长度和压杆稳定系数也是动态变化的。因此,受压杆局部稳定性约束条件为

$$g_i^s(A, X) = \varphi_i [\sigma_i] - \sigma_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, q) \quad (10)$$

其中: $g_i^s(A, X)$ 为考虑压杆稳定的应力约束; φ_i 为对应第 i 根受压杆件的受压稳定系数; q 为受压杆件的总数。

2.2 基于 DE 算法的桁架结构形状优化程序

采用 Matlab 进行编程计算。基于 DE 算法的桁架形状优化的流程如下:

Step 1: 输入 DE 所需参数,如变异和交叉因子;初始化 DE 的种群,使第一代个体变量随机在搜索空间中产生; $it=1$;

Step 2: 进行结构分析,计算出每个个体所代表的设计变量对应的结构的形态变量,如各杆件应力和节点位移;

Step 3: 计算每个个体的评价函数值,对于违反约束的个体在其评价函数值加上一个非常大的常数罚值 M ,选出最优个体 x_{best} ;

Step 4: 对每个个体根据式(1)进行变异操作,并且按照式(2)对每个个体(父代)以及变异个体进行交叉操作,得到新的个体(子代);

Step 5: 计算每一个子代个体以及父代个体的适应值;按照式(3)选择适应值好的作为下一代种群中的个体;

Step 6: 计算每一个下一代的个体适应值,并找到最优的个体;如果新的最优个体的适应值比上一代 x_{best} 的适应值好,则更新 x_{best} 值,称为当前最优个体;

Step 7: 满足算法终止条件,输出最优个体 x_{best} 以及最优个体的适应值,否则返回 Step 2。

3 算例分析

3.1 25 杆空间桁架

图 1 所示为 25-杆空间桁架, $L=635$ mm, 应力约束为 $[-275.8, 275.8]$ MPa, 材料的弹性模量 $E=68950$ MPa, 密度 $\rho=2678$ kg/m³, 1、2 节点的竖向位移约束 $d_{\max}=8.889$ mm。2 种工况下节点荷载见表 1, 杆件分组及对应的允许应力见表 2。

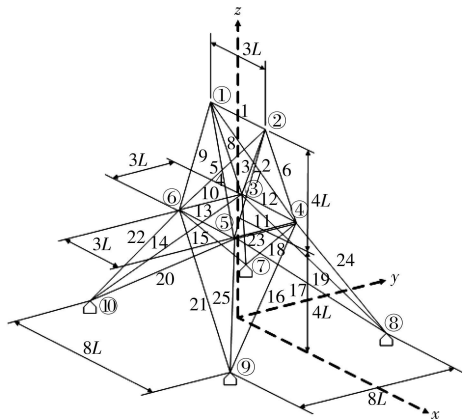


图 1 25-杆空间桁架

表 1 荷载工况及节点荷载表

工况	节点号	F_x/kN	F_y/kN	F_z/kN
1	1	4.448	44.482	-22.241
	2	0	44.482	-22.241
	3	22.241	0	0
	6	22.241	0	0
2	1	0	88.964	-22.241
	2	0	-88.964	-22.241

表 2 杆件分组及允许应力表

组号	杆件号	允许应力	
		σ^+/MPa	σ^-/MPa
A_1	1	275.8	-242.04
A_2	2, 3, 4, 5	275.8	-79.94
A_3	6, 7, 8, 9	275.8	-119.36
A_4	10, 11	275.8	-242.04
A_5	12, 13	275.8	-242.04
A_6	14, 15, 16, 17	275.8	-46.62
A_7	18, 19, 20, 21	275.8	-47.99
A_8	22, 23, 24, 25	275.8	-76.44

表 3 5 杆空间桁架形状优化节点坐标

节点	x	y	z
1	$-X_2$	Y_2	Z_2
2	X_2	Y_2	Z_2
3	$-X_4$	Y_4	Z_4
4	X_4	Y_4	Z_4
5	X_4	$-Y_4$	Z_4
6	$-X_4$	$-Y_4$	Z_4
7	-2.540	2.540	0
8	2.540	2.540	0
9	2.540	-2.540	0
10	-2.540	-2.540	0

表 4 5 杆空间桁架两种工况下杆件应力以及对应的应力约束

杆件	工况 1 σ/MPa	工况 2 σ/MPa	许用应力	
			σ^+/MPa	σ^-/MPa
1	-24.902	-33.508	275.8	-242.04
2	-78.769	-38.626	275.8	-79.94
3	54.937	-35.893	275.8	-79.94
4	57.714	12.779	275.8	-79.94
5	-79.87	15.459	275.8	-79.94
6	72.483	-80.561	275.8	-119.36
7	-119.057	37.753	275.8	-119.36
8	-118.732	-77.775	275.8	-119.36
9	79.257	40.506	275.8	-119.36
10	21.162	1.570	275.8	-242.04
11	37.137	8.933	275.8	-242.04
12	79.711	253.031	275.8	-242.04
13	69.322	-127.006	275.8	-242.04
14	-6.802	20.865	275.8	-46.61
15	-16.902	-44.146	275.8	-46.61
16	-31.861	15.331	275.8	-46.61
17	11.912	-46.592	275.8	-46.61
18	45.521	17.621	275.8	-46.61
19	-46.172	-31.342	275.8	-46.61
20	-46.610	26.478	275.8	-46.61
21	45.082	-21.707	275.8	-46.61
22	-3.616	38.390	275.8	-76.437
23	-34.902	-69.877	275.8	-76.437
24	-5.681	-76.392	275.8	-76.437
25	-33.117	31.861	275.8	-76.437

注: 表中加粗的数字表示相应的杆件达到满应力, 表 7、10、12 与

此同

为了进行比较, 分别对考虑和不考虑局部稳定性约束 2 种情况分别进行优化计算。考虑到工程实际情况, 该文尺寸下界取 64.5 mm^2 , 而非文献[2]中的 6.45 mm^2 。

3.1.1 不考虑局部稳定约束 优化过程中桁架保持关于 $X-Z$ 平面和 $Y-Z$ 平面对称, 由对称性取设计变量为 $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, X_2, Y_2, Z_2, X_4, Y_4, Z_4]^T$, 节点坐标见表 3。

DE 参数取值: $NP=70, F_1=0.75, F=0.6, CR=0.85, \text{Max_It}=250$

25-杆空间桁架形状优化的评价函数收敛曲线见图 2。优化后桁架在 2 种工况下的杆件应力及对应的应力约束值见表 4, 最终形状见图 3。为了验证该文方法的有效性, 跟文献[2, 16]比较, 结果对比见表 5。

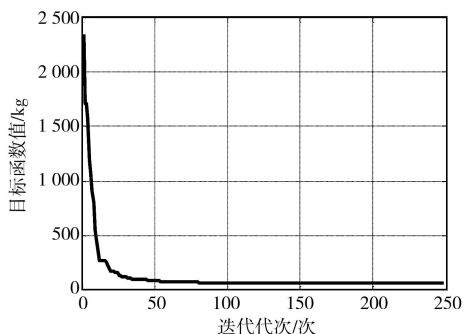


图 2 25-杆空间桁架形状优化的评价函数收敛曲线

表 5 25 杆空间桁架形状优化结果比较

设计变量	该文结果/mm ²	文献[2]/mm ²	文献[15]/mm ²
A_1	175.48	6.45	77.1
A_2	637.89	545.8	562.4
A_3	552.05	396.1	462.5
A_4	64.5	6.45	64.5
A_5	82.55	6.45	66.7
A_6	64.65	65.8	177.5
A_7	65.43	318.7	64.5
A_8	749.88	678.1	679
X_2	100.09	254	102.2
Y_2	39.96	0	2.4
Z_2	3 556.03	3 556	3 556.4
X_4	770.15	520.7	781.3
Y_4	511.76	886.4	686.4
Z_4	2 915.67	2 474	2 886.1
总重量/kg	55.83	61.5	56.819

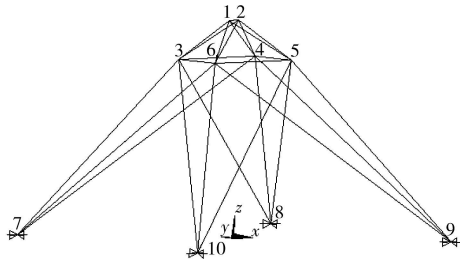


图 3 25 杆空间桁架形状优化结果

由图 2 可知, 不考虑局部稳定性约束时, 25 杆空间桁架形状的优化计算在迭代大约 70 次后已经收敛。表 4 中, 第 1 种工况下杆件 2、5、7、8、19、20 达到满应力状态, 第 2 种工况下杆件 17、24 达到满应力状态。由表 5 知, 优化后桁架的总重量为 55.830 kg, 优于文献[2, 16]的结果。

3.1.2 考虑局部稳定约束 节点 1、2 的位置在优化过程中保持固定, 节点 7、8、9、10 必须在 $X-Y$ 平面内, 因此节点坐标设计变量设为 $[X_4, Y_4, Z_4, X_8, Y_8]^T$, 其他节点的位置坐标根据对称性得出。设计变量为 $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, X_4, Y_4, Z_4, X_8, Y_8]^T$, DE 参数取值同前。局部稳定性约束取 $-39.27EA_i/L_i^2 \leq \sigma_i$, (杆件号 $i = 1, 2, \dots, 25$, 工况数 $l = 1, 2$), 节点坐标见表 6。考虑局部稳定性约束的 25-杆空间桁架形状优化评价函数曲线见图 4, 优化后的桁架在两种工况下的杆件应力及对应的应力约束值见表 7, 最终形状见图 5。文献[2, 15]及该文结果比较见表 8。

表 6 25 杆空间桁架节点坐标

节点	x	y	z
1	-952.5	0	5 080.0
2	952.5	0	5 080.0
3	$-X_4$	Y_4	Z_4
4	X_4	Y_4	Z_4
5	X_4	$-Y_4$	Z_4
6	$-X_4$	$-Y_4$	Z_4
7	$-X_8$	Y_8	0
8	X_8	Y_8	0
9	X_8	$-Y_8$	0
10	$-X_8$	$-Y_8$	0

表 7 25 杆空间桁架各种工况下杆件应力以及对应的应力约束

杆件	工况 1 σ /MPa	工况 2 σ /MPa	允许应力	
			σ^+ /MPa	σ^- /MPa
1	36.490	20.810	275.8	-83.541
2	-72.457	-44.029	275.8	-73.281
3	55.542	-31.316	275.8	-73.281
4	55.542	11.720	275.8	-73.281
5	-72.457	24.433	275.8	-73.281
6	63.410	-64.233	275.8	-125.712
7	-98.876	22.261	275.8	-125.712
8	-98.876	-55.988	275.8	-125.712
9	63.410	30.505	275.8	-125.712
10	5.903	1.752	275.8	-9.339
11	5.903	9.851	275.8	-9.339
12	24.719	92.838	275.8	-127.040
13	24.719	-54.620	275.8	-127.040
14	-1.966	0.418	275.8	-6.909
15	-3.343	-1.713	275.8	-6.909
16	-3.343	-3.491	275.8	-6.909
17	-1.966	-5.621	275.8	-6.909
18	52.532	-44.836	275.8	-88.874
19	-80.467	-57.182	275.8	-88.874
20	-80.467	28.092	275.8	-88.874
21	52.532	15.747	275.8	-88.874
22	-17.449	64.538	275.8	-124.851
23	-35.785	-78.856	275.8	-124.851
24	-17.449	-116.785	275.8	-124.851
25	-35.785	26.608	275.8	-124.851

表 8 25 杆空间桁架形状优化结果比较

设计变量	该文结果/mm ²	文献[2]/mm ²	文献[15]/mm ²
A ₁	111.929	6.4516	65.1
A ₂	433.74	358.0638	301
A ₃	601.29	973.5464	642.1
A ₄	65.01	6.4516	64.7
A ₅	122.31	86.45144	91
A ₆	104.88	94.83852	263.5
A ₇	378.63	512.257	442.3
A ₈	359.28	444.5152	411
X ₄	807.43	913.638	911.9
Y ₄	2 171.11	1 230.376	1 530.3
Z ₄	2 212.81	3 095.498	3 060.4
X ₈	1 159.56	1 180.846	971.2
Y ₈	3 836.63	3 064.256	3 117
总重量/kg	79.23	84.96	82.022

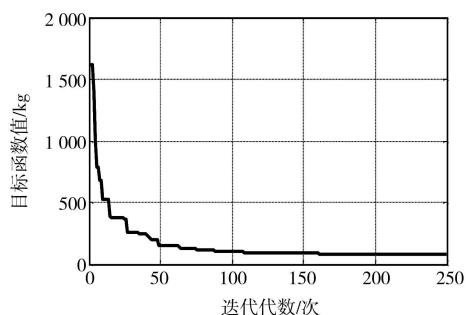


图 4 25 杆空间桁架形状优化的评价函数曲线

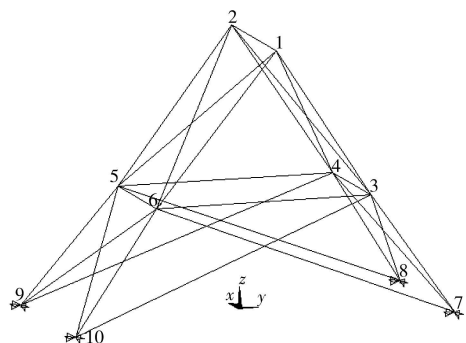


图 5 25-杆空间桁架形状优化结果

由图 4 可知, 考虑局部稳定性约束后, 25 杆空间桁架形状的优化计算在迭代约 150 次后完全收敛。表 7 中, 在 1、2 节点 X、Y 方向的最大位移为 8.84 mm 时, 第 1 种工况下杆件 2、5 达到满应力状态, 第 2 种工况下无杆件达到满应力状态。由表 8 可知, 优化后所得桁架的总重量为 79.23 kg, 优于文献[2, 15]的结果。由表 5 和表 8 可知, 该文算法搜索空间较文献[2]小, 得到的总重量却更轻, 所以该

文结果更优。对比表 5 和表 8 还可知, 引入了局部稳定性约束条件后结构的总重量会增加。

3.2 37-杆桁架桥

图 6 所示为 37 杆桁架桥的初始形状, 节点坐标见表 9。假设下弦节点位置保持不变, 上弦节点可沿竖直方向移动, $P=10\text{ kN}$ 。节点 10 的最大竖直位移为 10 mm, 结构对称性保持不变, 最小截面积为 50 mm^2 , 材料的弹性模量 $E=210\text{ GPa}$, 密度 $\rho=7\,800\text{ kg/m}^3$, 全部杆件的允许应力均为 240 MPa。考虑 2 种情况: 1) 不考虑局部稳定约束; 2) 考虑局部稳定约束, 假设杆件截面为圆截面。

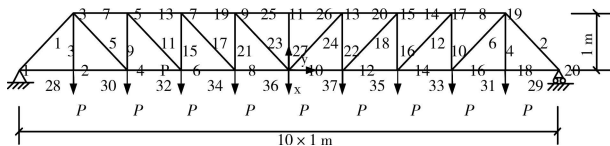


图 6 37 杆桁架桥

表 9 37 杆桁架桥节点坐标

节点	x	y	z
1	-5 000	0	0
2	-4 000	0	0
3	-4 000	Y ₃	0
4	-3 000	0	0
5	-3 000	Y ₅	0
6	-2 000	0	0
7	-2 000	Y ₇	0
8	-1 000	0	0
9	-1 000	Y ₉	0
10	0	0	0
11	0	Y ₁₁	0
12	1 000	0	0
13	1 000	Y ₉	0
14	2 000	0	0
15	2 000	Y ₇	0
16	3 000	0	0
17	3 000	Y ₅	0
18	4 000	0	0
19	4 000	Y ₃	0
20	5 000	0	0

3.2.1 37-杆平面桁架在应力及位移约束下的形状优化 根据结构的对称性, 取设计变量为 $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{17}, A_{18}, A_{19}, Y_3, Y_5, Y_7, Y_9, Y_{11}]^T$ 。

DE 参数取值: $NP=100, F_1=0.75, F=0.6, CR=0.85, M_{ax_It}=300$

图 7 是 37-杆桁架桥在应力及位移约束下形状优化评价函数曲线, 结果显示出迭代 120 次左右时曲线已经收敛。表 10 为优化后的桁架杆件应力及对应的应力约束值, 图 8 为优化后的形状。表 11 为文献结果对比, 表明 DE 算法结果优于所有其他结果。

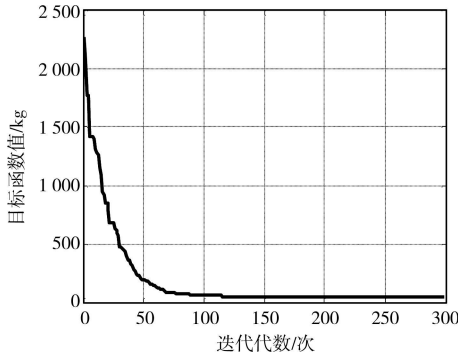


图 7 37-杆桁架桥形状优化评价函数曲线

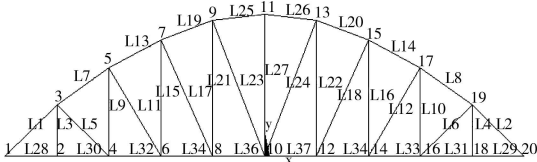


图 8 37-杆桁架桥形状优化结果

表 10 37 杆桁架桥杆件应力以及对应的允许应力

杆件	应力值 σ / MPa	允许应力	
		σ^+ / MPa	σ^- / MPa
1	-239.91	240	-240
2	-239.91	240	-240
3	199.786	240	-240
4	199.786	240	-240
5	148.514	240	-240
6	148.514	240	-240
7	-239.983	240	-240
8	-239.983	240	-240
9	91.79	240	-240
10	91.79	240	-240
11	83.277	240	-240
12	83.277	240	-240
13	-239.644	240	-240
14	-239.644	240	-240
15	128.261	240	-240

续表 10

杆件	应力值 σ / MPa	允许应力	
		σ^+ / MPa	σ^- / MPa
16	128.261	240	-240
17	-27.414	240	-240
18	-27.414	240	-240
19	-239.865	240	-240
20	-239.865	240	-240
21	224.593	240	-240
22	224.593	240	-240
23	-14.772	240	-240
24	-14.772	240	-240
25	-239.928	240	-240
26	-239.928	240	-240
27	226.372	240	-240
28	-75.517	240	-240
29	-75.517	240	-240
30	-75.646	240	-240
31	-75.646	240	-240
32	26.07	240	-240
33	26.07	240	-240
34	68.77	240	-240
35	68.77	240	-240
36	56.323	240	-240
37	56.323	240	-240

表 10 中加粗的应力值均达到满应力, 荷载作用下的 10 节点的 y 方向最大位移为 9.983 mm, 可以看出结构优化结果均满足应力约束、位移约束。最优结果为 37.922 kg, 比文中所引用的文献结果要好。

表 11 DE 优化结果与其他文献对比

设计变量	该文结果	文献[16]	文献[15]	文献[17]
A_1	258.48	212.8	269.7	176.7
A_2	50.05	50	50	50.3
A_3	50.03	50	50	50.3
A_4	234.22	170	241.3	176.7
A_5	50.21	50	50	50.3
A_6	50.07	50	50	50.3
A_7	226.66	151.5	212.8	132.7
A_8	50.06	50	50.7	36.3

续表 11

设计变量	该文结果	文献[16]	文献[15]	文献[17]
A_9	50.05	50	50	50.3
A_{10}	216.51	128.6	190.4	113.1
A_{11}	50.04	52.3	53.3	50.3
A_{12}	50.02	50	50	50.3
A_{13}	205.79	107.8	175.7	50.3
A_{14}	50.21	50	50	50.3
A_{15}	50.41	100.7	50	50.3
A_{16}	51.32	100.7	50	50.3
A_{17}	50.07	109	50	1 900
A_{18}	50.07	108.4	50	3 000
A_{19}	50.67	105.8	50	4 000
Y_3	1 054.68	1862	967.3	4 700
Y_5	1 674.38	3059	1799.8	4 700
Y_7	2 103.50	4036	2427.8	48.470
Y_9	2 432.70	4727	2850.4	176.7
Y_{11}	2 548.58	4937	2994.2	50.3
总重量	37.922	50.740	39.277	50.3

表 12 37 杆桁架桥杆件应力以及对应的允许应力

杆件	应力值 σ / MPa	允许应力	
		σ^+ / MPa	σ^- / MPa
1	-96.891	240	-96.957
2	-96.891	240	-96.957
3	193.627	240	-19.583
4	193.627	240	-19.583
5	2.566	240	-5.904
6	2.566	240	-5.904
7	-100.099	240	-100.269
8	-100.099	240	-100.269
9	196.513	240	-6.080
10	196.513	240	-6.080
11	11.215	240	-3.546
12	11.215	240	-3.546
13	-103.117	240	-103.488
14	-103.117	240	-103.488
15	189.594	240	-3.563
16	189.594	240	-3.563
17	25.647	240	-2.499
18	25.647	240	-2.499
19	-105.858	240	-106.053
20	-105.858	240	-106.053
21	177.189	240	-2.777
22	177.189	240	-2.777
23	3.706	240	-2.148
24	3.706	240	-2.148
25	-106.785	240	-107.114
26	-106.785	240	-107.114
27	190.301	240	-2.591
28	-7.089	240	-8.265
29	-7.089	240	-8.265
30	-7.001	240	-8.369
31	-7.001	240	-8.369
32	-4.882	240	-8.285
33	-4.882	240	-8.285
34	2.511	240	-8.277
35	2.511	240	-8.277
36	16.460	240	-8.374
37	16.460	240	-8.374

3.2.2 带局部稳定性约束 37 杆空间桁架形状优化
局部稳定性约束为:

$$\sigma_{\sigma,i} = \frac{\pi E \times A_i}{4L_i^2} (\sigma_i \leq \sigma_{\sigma,i}); \text{DE 参数取值同前。}$$

带局部稳定性约束 37 杆桁架桥形状优化评价函数曲线见图 9, 杆件应力以及对应的允许应力见表 12, 优化的最终形状见图 10, 文献结果对比见表 13。

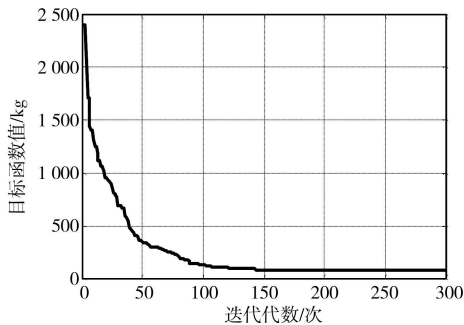


图 9 37 杆桁架桥形状优化收敛曲线

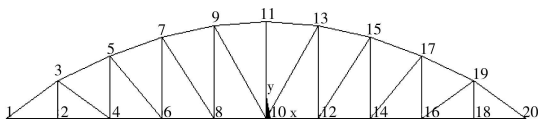


图 10 37 杆桁架桥形状优化结果

表 13 37 杆桁架桥形状优化结果比较

设计变量	该文结果	文献[16]	文献[15]	文献[17]
A_1	844. 61	883. 1	870. 7	990. 79
A_2	51. 34	50	51. 9	50. 3
A_3	51. 10	50	51. 3	113. 1
A_4	769. 97	715. 4	818. 6	754. 8
A_5	50. 40	50	52	50. 3
A_6	50. 58	115. 3	50. 1	50. 3
A_7	710. 70	646. 1	776. 2	660. 5
A_8	50. 46	50	50. 3	50. 3
A_9	50. 22	348. 1	50. 3	50. 3
A_{10}	673. 78	553. 8	754	615. 8
A_{11}	50. 26	54. 1	50. 1	63. 6
A_{12}	51. 68	50	50. 9	50. 3
A_{13}	658. 21	528. 2	746. 8	572. 6
A_{14}	51. 35	50	50. 5	50. 3
A_{15}	50. 04	183. 7	67. 4	78. 5
A_{16}	50. 84	183. 7	50	78. 5
A_{17}	50. 53	194	50. 2	95
A_{18}	50. 16	192. 8	51. 3	63. 6
A_{19}	50. 75	187. 4	50. 2	63. 6
Y_3	649. 21	1 021	508. 2	1 000
Y_5	1 154. 39	1 718	904. 4	1 800
Y_7	1 506. 12	2 269	1 178. 1	2 300
Y_9	1 696. 25	2 669	1 346. 1	2 600
Y_{11}	1 761. 12	2 734	1 363. 4	4 700
总重量/ kg	75. 652	105. 153	77. 455	87. 459

由图 9 可知, 在考虑局部稳定性约束后, 37 杆桁架桥形状优化计算在迭代约 150 次已经收敛。表 12 中加粗的数值表示对应的杆件达到了满应力, 节点 10 在 y 方向最大的位移仅为 5.01 mm, 优化结果满足应力约束与位移约束。由表 13 可知, 进行形状优化后桁架桥的总重量为 75.652 kg, 优于文献[15-17] 中的结果。由以上分析知, 该文的算法可以有效地进行桁架结构的形状优化设计。

4 结 论

DE 算法是一种新颖的启发式搜索的混合算法, 和其他进化算法比较, DE 有算法简单、使用方便、不易陷入局部最优解等优点。以往用分层优化方法求解桁架形状优化, 虽然降低了求解难度, 但因割裂了解空间而很难保证得到全局最优解。将 DE 应用于桁架结构的优化, 很容易实现同时考虑两种不同性质设计变量的形状优化问题。考虑到桁架结构的杆件在不同工况时可能出现失稳现象, 需在约束条件中引入局部稳定性约束。虽然引入了局部稳定性约束会引起结构总重量的增加, 但是更符合实际情况。数值分析的结果表明, DE 算法可以成功地进行桁架结构的形状优化设计, 收敛速度快, 且具有良好的稳定性和有效性。

参考文献:

- [1] ROZVANY GIN, BENDSOE MP, KIRSH U. Layout optimization pitfalls in topology optimization[J]. Appl. Mech. 1995, 48(2): 41-117.
- [2] 隋允康, 由袁. 具有两类变量的空间桁架分层优化方法[J]. 计算结构力学及其应, 1998, 7(4): 6-9.
SUI YUN-KANG, YOU ZHONG. A multi-level optimization method for space trusses with combining sectional area and coordinate variables[J]. Computational Structural Mechanics and Applications. 1998, 7(4): 6-9.
- [3] 隋允康, 高峰, 龙连春, 等. 基于层次分解方法的桁架结构形状优化[J]. 计算力学学报, 2006, 23(1): 46-51.
SUI YUN-KANG, GAO FENG, LONG LIAN-CHUN, et al. Shape optimization for truss structures based on decomposition method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics. 2006, 23(1): 46-51.
- [4] 汪定伟. 智能优化方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [5] WANG D, ZHANG W H, JIANG J S. Truss shape optimization with multiple displacement constraints[J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2002, 191: 3597-3612.
- [6] TANG WEN-YAN, TONG LI-YONG, GU YUAN-XIAN. Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing shape and topology variables[J]. Int. J Numer. Meth. Engng 2005, 62: 1737-1762.
- [7] 刘齐茂, 燕柳斌, 邓朗妮. 桁架形状优化的一种改进模拟退火算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(23): 218-221.
LIU QI-MAO, YAN LIU-BIN, DENG LANG-NI. Improved simulated annealing algorithm study on truss shape optimal design[J]. Computer Engineering and Applications. 2007, 43(23): 218-221.

(下转第 106 页)

- WAN XIN, SU YA-XIN. Application of natural ventilation in modern architecture design [J]. Construction Conserves Energy, 2007, 35(9): 9-12.
- [9] WEST S. Improving the sustainable development of building stock by the implementation of energy efficient, climate control technologies [J]. Building and Environment, 2001, 36: 281-289.
- [10] MENG QING-LIN, ZHANG LEI. The rooftop shading system of the Humanities Building at SCUT [J]. Energy and Buildings, 2006, 38(11): 1356-1359.
- [11] 黄海静, 陈纲. 建筑采光节能设计的整体思维 [J]. 重庆建筑大学学报, 2007, 29(4): 6-7.
HUANG HAI-JING, CHEN GANG. The holistic thinking on the energy saving in architectural design [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2007, 29(4): 6-7.
- [12] 唐鸣放, 张恒坤, 赵万民. 户外公共空间遮阳分析 [J]. 重庆建筑大学学报, 2008, 30(6): 5-8.
TANG MING-FANG, ZHANG HENG-KUN, ZHAO WAN-MIN. Analysis of sun-shading for the external public space [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, 30(6): 5-8.
- [13] 王雪松. 生态技术策略——双层皮外墙类型分析研究 [J]. 重庆建筑大学学报, 2003, 25(6): 5-9.
WANG XUE-SONG. Ecological technology strategy the typologic analysis and research of double-skin facade [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2003, 25(6): 5-9.
- [14] ELEFThERIA ALEXANDRI, PHIL JONES. Temperature decreases in an urban canyon due to green walls and green roofs in diverse climates [J]. Building and Environment, 2008, 43(4): 480-493.
- [15] 孟庆林, 张玉, 张磊. 热气候风洞内测定种植屋面当量热阻 [J]. 暖通空调, 2006, 36(10): 111-113.
MENG QING-LIN, ZHANG YU, ZHANG LEI. Measurement of equivalent thermal resistance of plated roof in hot-climate wind tunnel [J]. Heating Ventilation & Air Conditioning, 2006, 36(10): 111-113.
- [16] ISO. International Standard 7243. Hot environments-estimation of the heat stress on working man, based on the WBGT-index (wet bulb globe temperature) [S].
- [17] MORAN D S, PANDOLF K B, SHAPIRO Y, et al. An environment stress index (ESI) as a substitute for the wet bulb globe temperature (WBGT) [J]. Journal of thermal biology, 2001 (26): 427-431.
- [18] 陆洪彬, 陈建华. 隔热涂料的隔热机理及其研究进展 [J]. 材料导报, 2004, 19(4): 71-73.
LU HONG-BIN, CHEN JIAN-HUA. Mechanism of thermal insulation coatings and its development [J]. Materials Review, 2004, 19(4): 71-73.

(编辑 胡玲)

(上接第 50 页)

- [8] CHEE KIONG SOH, YANG YAO-WEN. Genetic programming-based approach for structural optimization. Journal of Computing in Civil Engineering, 2000, 14(1): 31-37.
- [9] STORN R, PRICE K. Differential evolution-A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [10] VESTERSTROM J, THOMSEN R. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems [J]. Evolutionary Computation, 2004, 2: 1980-1987.
- [11] GONG WEN-YIN, CAI ZHI-HUA, ZHU LI. An efficient multi-objective differential evolution algorithm for engineering design [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 4(2): 137-157.
- [12] COELHO, LEANDRO DOS SANTOS. Reliability-redundancy optimization by means of a chaotic differential evolution approach [J]. Chaos Solitons Fractals, 2009, 41(2), 594-602.
- [13] WU ZHI-FENG, HUANG HOU-KUAN, YANG BEL et al. A modified differential evolution algorithm with self-adaptive control parameters [C] // Proceedings of 2008 3rd International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering, ISKE 2008, 524-527.
- [14] VIANA, FELIPE ANTONIO CHEGURY. Differential evolution applied to the design of a three-dimensional vehicular structure [C] // 2007 Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2008, Vol. 6 (B): 1321-1330.
- [15] 王勇. 基于微粒群算法的桁架结构优化设计 [D]. 上海: 同济大学土木工程学院, 2008.
- [16] 王栋, 张卫红, 姜节胜. 桁架结构形状与尺寸组合优化 [J]. 应用力学学报, 2002, 19(3): 72-76.
WANG DONG, ZHANG WEI-HONG, JIANG JIE-SHENG. Combined shape and sizing optimization in truss design [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, 19(3): 72-76.
- [17] 朱朝艳. 离散变量结构优化设计中遗传算法的研究和应用 [D]. 沈阳: 东北大学资源与土木工程学院, 2004.

(编辑 王秀玲)