Jun. 2012

2012 年 6月 Journal of Suzhou University of Science and Technology (Engineering and Technology)

含轴向裂纹圆柱薄壳动态特性的有限元分析

申道明¹, 唐和生^{1,2}, 许德刚³, 胡长远¹

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所,上海 200092;2. 土木工程防灾国家重点实验室,上海 200092;3. 郑州大学 工程力学系, 河南 郑州 450002)

摘 要:轴向裂纹的存在而导致了圆柱薄壳在裂纹附近区域的局部振动,其动态特性发生了显著的变化。采用有限 元方法研究了轴向裂纹尺寸对薄壳固有频率以及振型的影响规律,研究了局部振动具有自己的固有频率与独特的 振型及其随裂纹长度变化的规律,解释了在相同的壳体原有振动中有可能出现裂纹长度增加而固有频率却反而上 升的现象。将计算结果与实验结果进行了对比,二者吻合较好。

关键词:轴向裂纹;圆柱薄壳;纯局部振动;动态特性

中图分类号: 034 文献标识码: A 文章编号: 1672-0679(2012)02-0023-06

圆柱薄壳在工程中较为常见,例如火箭、潜艇的外壳,压力容器或大型建筑物的主体等都常采用圆柱薄 壳结构。工程中的圆柱薄壳经常含有轴向裂纹或类裂纹,这些裂纹产生的原因是多方面的,可能是材料缺陷 或使用不当而产生的裂纹,也可能是因为结构需要而预先加工出的类似穿透裂纹的狭长口。轴向裂纹的存 在改变了圆柱薄壳的动态特性,从而对结构强度、减振降噪设计等方面都有重要影响。因此对含轴向裂纹的 圆柱薄壳进行动态特性分析是非常必要的。事实上,裂纹也广泛存在于其它各种形式的构件中,因此裂纹对 结构动态特性的影响规律一直是人们探究的重要课题。Chondros T G^{III}研究了悬臂梁不同位置的裂纹对其固 有频率的影响,Ramesh K^{I2I}与 Solecki R^{I3I}分别研究了含裂纹圆盘的自由振动特性和含裂纹矩形板的弯曲振动 特性。文献[4]在 Bhat R B^{I3}和 Dickinso S M^{I6}提出的正交多项式的基础上,用分区技术的里兹法求解了不同长 度径向裂纹对周边固定圆板振动频率的影响;文献[7]从连续介质力学出发,用有限元方法研究了由于裂纹 存在而位移场不再处处连续的板的动态特性。Hirano Y^{I8}和 Nezu K^{I9}从薄板自由振动方程出发,研究了含垂 直于简支边的穿透裂纹矩形板的振动规律;Lee H P^{II0}利用瑞利法计算了裂纹长度对四边简支矩形板振动频 率的影响。在圆柱薄壳方面,文献[11]用时间平均法分别拍摄了含轴向和环向裂纹圆柱薄壳的激光全息振型 图,讨论了裂纹对圆柱薄壳振型及固有频率的影响。该文利用有限元法对含有轴向不同长度裂纹的圆柱薄 壳进行了分析,研究了轴向裂纹长度对圆柱薄壳动态特性的影响规律,并将计算结果与实验结果进行了对 比,二者吻合较好。

1 有限元计算模型

研究模型如图 1 所示,圆柱薄壳的长度为 300 mm,外直径为 160 mm,管壁 厚度为 0.5 mm,开有轴向穿透裂纹,裂纹的宽度为 0.001 m。

计算时采用 shell Elastic 4node 63 单元,有限元定义的材料参数为:弹性模 ^{图 1 含轴向裂纹的圆柱薄壳} 量 E=201 GPa、泊松比 $\mu=0.3$ 、材料密度 $\rho=7$ 800 kg/m³。裂纹尖端采用圆角而不使用尖角以避免在尖端处形 成奇异点,这与裂纹一般在尖端处形成钝化的实际情况也是相符合的。

由于裂纹的宽度尺寸极小,且裂纹处的振型往往非常复杂,因此裂纹附近的单元尺寸与其它部分的单元 尺寸相比较要小得多,因此必须把裂纹附近区域和其它区域分别进行单元划分,为此在裂纹周围建立一个柱 面,将裂纹与壳体划分属于不同面,这样就可以对裂纹与壳体其余的部分进行网格划分,使用手工网格划分,

[基金项目] 科技部国家重点实验室基础研究项目(SLPRCE-11-B-0)

[作者简介] 申道明(1971-),男,河南信阳人,工程师,博士研究生,从事地铁振动与噪声方面研究。

[[]收稿日期] 2012-02-27

在裂纹附近的网格尺寸为 0.000 25 m,在远离裂纹处的网格尺寸为 0.002 m。

圆柱壳体两端面的位移为零、转角为零,即选用两端固定的加载方式。然后使用子空间迭代法进行求解。

2 数值分析

2.1 无裂纹圆柱薄壳的固有频率及振型

在无裂纹的情况下,由于圆柱壳体及支承情况的对称性,壳体自由振动时,会出现振型对,即:同一个固 有频率对应着两个振型,这两个振型的轴向半波数与环向波数相同,但相位成正交。壳体的振型相当规则, 节线和波腹均匀对称地分布在壳体的表面,波腹的等幅曲线近似为椭圆。

从图 2 中可以看到, 当轴向半波数 m=1、环向波数 n=5、试验得到的固有频率 f=743 Hz 与计算得到的固有 频率 f=741 Hz 相近,二者的振型都是在正面出现三个环 向半波。在其他的固有频率下,通过计算得到的振型与试 验得到振型也是相同的,说明二者是吻合的。由于无裂纹 的圆柱薄壳在Y方向与Z方向是完全对称的,所以同一 (a) f=743 Hz, m/n=1/5(b) f=741 Hz, m/n=1/5

图 2 试验得到的振型(a)与有限元计算得到的振型(b)

振型对相差很小(因为在计算机实际的迭代计算过程中,使用的数据可能存在舍入误差而导致实际得到的结 果存在微小的差别)。

2.2 含有轴向裂纹的圆柱薄壳的固有频率及振型

圆柱薄壳在含有较短裂纹时,其固有频率及振型与无裂纹时相差不大。在同一振型中,当裂纹出现在环 向波纹的波峰时,裂纹处的振幅就是整个壳体的最大振幅。裂纹出现在的平衡位置(节线)时的整个壳体的 振幅大小相差不大,这时的固有频率往往大于当裂纹出现在环向波纹的波峰时候的固有频率,但同一振型对 之间的频率相差也不大。当裂纹的尺寸达到一定的数值时,在裂纹周围振型发生了明显的变化,其表现不仅 是在振动的强度上的加强,而且在裂纹附近的一个波段的振动的范围也相应的发生变化。整个圆柱薄壳的 振动与裂纹周围的振动相差较大,在一般情况下,在裂纹的周围形成了一个椭圆形的振动区域,椭圆区域的 振幅明显出现分区现象。同一振型对的两个固有频率出现了较为明显的分离,二个振型的相位仍成正交关 系。从图 3 中可以看到,在有些固有频率下,其振型又变得极为复杂,有时在远离裂纹的地方变化不大,裂纹 附近的振幅是其它地方振幅的几倍。

但有时在远离裂纹的地方变化不大的情况下,裂纹附近的振动相当微弱,裂纹处的振幅也不太大,如图 4(a)所示。有时会出现只有裂纹处振动或者只有裂纹处及其附近出的振动,而远离裂纹地方振动极小,甚至 没有振动,如图 4(b)所示。



(a) L=40 mm, f=1 638 Hz,m/n = 1/9



(b) *L*=50 mm,*f*=1 618 Hz, m/n = 1/9

图 3 较短裂纹时圆柱薄壳频率及振型





(a) *L*=50 mm,*f*=1 711 Hz (b) *L*=90 mm,*f*=664 Hz 图 4 裂纹处出现极大与极小振动时的振型

裂纹附近的局部振动显示了不同于整个壳体振动的特殊的振型与固有频率,如果仍然把裂纹周围的振 动与壳体的整体振动混淆在一起,那么将很难解释含有裂纹的圆柱薄壳的振动,因此,应该将裂纹周围的局 部振动于整个壳体的整体振动分开考虑,这样把壳体的振动分为三个部分;(1)纹周围的局部振动区;(2)远 离裂纹,受裂纹影响甚微的原有振动区;(3)上述两个振动区之间的过渡振动区。对于某一个具体的固有频 率及振型,可能只出现其中的一种,也有可能如图 4(a)那样三种情况同时出现。

2.2.1 裂纹长度对局部振动区、原有振动区、过渡振动区同时出现的影响 当裂纹长度 L=30 mm 时,在其前 30 阶固有频率中振型与无裂纹是圆柱薄壳相差不大。随着裂纹长度的增加,当裂纹长度 L=40 mm 时,在轴

25

向半波数 *m*=1、环向波数 *n*=9,固有频率 *f*=1 633 Hz 与 *f*=1 638 Hz 的振型对时出现了局部振动与壳体的整体 振动同时出现的情况,这时在裂纹两端的振动减弱,而靠近裂纹的地方的振动明显加大,远离裂纹的地方的 变化不大,这正是三种振动同时出现的情况。说明局部振动的固有频率与远离裂纹的壳体原有振动的频率 相近而且振动的相位也比较相近,在裂纹处引起了局部的振动的叠加,导致了局部振动的加剧。

当裂纹长度 L=50 mm 时,在轴向半波数 m=1、环向波数 n=9,f=1 618 Hz 时出现了局部振动区、壳体的原 有振动区及过渡振动区同时出现的情况。从图 4(a)与(b)的对比中可以发现,随着裂纹长度的加大,局部振 动的强度增加,局部振动的区域向裂纹处靠拢。而在裂纹长度 L=70 mm 的圆柱薄壳中,这一振型的出现是在 固有频率 f=1 409 Hz。当 m/n=1/9 时,随着裂纹长度的增加,三种振动区均出现的固有频率逐渐下降,见图 5。 在裂纹长度 L=70 mm 的圆柱薄壳中,不仅是上述这一固有频率、振型出现了三种振动区同时存在,在轴向 半波数 m=1、环向波数 n=5,固有频率 f=716 Hz;在轴向半波数 m=1、环向波数 n=7,固有频率 f=969 Hz 时也 同样出现了三个振动区同时存在的现象,说明随着裂纹长度的加大,这三种振动区同时存在的情况出现的频 率次数增加,而且较低阶固有频率也开始出现三个振动区同时存在的现象。在裂纹长度更大的圆柱薄壳中, 这种情况就更加明显。对于同时出现这三种振动区的某一特定的振型,其固有频率随裂纹长度的变化与在 轴向半波数 m=1、环向波数 n=9 时是相同的,都是随裂纹长度的增加而下降。

2.2.2 裂纹长度对纯局部振动区出现的影响 随着裂纹长度的加大,局部振动越来越剧烈,局部振动的频率 与壳体原有振动的频率相差较大时,就会发生纯局部振动。一旦发生纯局部振动,它的局部振动的振幅要远 远高于正常情况下的壳体原有振动的振幅,而且整个壳体只有裂纹附近在振动,远离裂纹的地方几乎没有振 动。在图 4(a)中可以发现,当裂纹长度 *L*=50 mm,固有频率 *f*=1 711 Hz,裂纹附近的振动轴向半波数 *m*=3 时, 壳体出现纯局部振动。说明纯局部振动是由裂纹长度达到一定程度后,先是在其较高阶固有频率出现。而在 裂纹长度 *L* 为 60、70 和 80 mm 的圆柱薄壳中,出现轴向半波数 *m*=3、壳体表现出纯局部振动的固有频率 分别为 1 450、1 432 和 1 366 Hz,从它的固有频率的变化中可以看出,这一振型的固有频率随裂纹长度随裂 纹长度的增加而降低(见图 6)。



图 5 三种振动区均出现时频率随裂纹长度变化

在裂纹长度 L=90 mm 的圆柱薄壳中,在第一阶固有频率 f=664 Hz 及第二阶固有频率 f=682 Hz 就出现了纯局部振动 (见图 4(b)),在 f=1 666 Hz 时也发生了纯局部振动。而在裂纹 长度 L 为 70 和 80 mm 的圆柱薄壳中,第一阶、第二阶固有频 率都是三种振动区同时存在的情况,说明随着裂纹长度的增 加,局部振动的固有频率与壳体原有的固有频率逐渐出现了分 离。当裂纹长度进一步增加,第一阶、第二阶固有频率都是纯局 部振动。裂纹的尺寸越大,局部振动的区域面积就越小,局部振 动就越向裂纹附近靠拢。从图 7 中可以看到,固有频率随着裂 纹长度的增加而下降,振动的振幅随裂纹长度的增加而增加。



图 6 纯局部振动固有频率随裂纹长度变化



2.2.3 裂纹长度对轴向半波数、振型对及频谱密度的影响 在含有较短裂纹的圆柱薄壳中,裂纹对其附近区

域的振动影响较小,它对轴向半波数的影响也较为微弱,因此在裂纹长度 L 为 30、40、50 mm 时的圆柱薄壳 中,轴向半波数没有变化。在裂纹长度 L=60 mm 的圆柱薄壳中,当壳体原有振动的轴向半波数m=1、环向波 数n=10,固有频率为f=1 713 Hz 时,在裂纹附近出现了轴向半波数m=3 的局部振动。这种情况在裂纹 $L \ge$ 100 mm 时更加频繁,当壳体原有振动的轴向半波数m=1、环向波数n=5 就出现了轴向半波数m=3 的局部振动,振型也更加明显,见图 8。在裂纹长度L=70 mm 的圆柱薄壳中,当壳体原有振动的轴向半波数m=3、环向 波数n=8,固有频率为f=1 783 Hz 时,在裂纹附近出现了轴向半波数m=1 的局部振动,经过分析发现,出现 这种现象的原因是:在裂纹附近局部振动的相位与壳体原有在裂纹附近振动的相位相反,导致裂纹附近的原 有振动消失。固有频率为f=1 810 Hz 时,壳体原有振动的在轴向半波数m=3、环向波数n=8,在裂纹处出现了 轴向 3 个半波的局部振动,如果加上裂纹两侧的 2 个半波,那么,在裂纹的附近就出现了 5 个半波的局部振 动。这两种振型在裂纹长度 $L \ge$ 80 mm 的圆柱薄壳中都出现了,只是出现时壳体的固有频率随裂纹的加大而 降低。在裂纹长度L=90 mm 的圆柱薄壳中,当壳体原有振动的轴向半波数m=2、环向波数n=7,固有频率为f=1 796 Hz 时,在裂纹附近局部振动的轴向半波数m=4。这种情况只有在裂纹长度 $L \ge$ 90 mm 的圆柱薄壳中 才出现。从总体上看,当轴向裂纹的壳体原有振动的轴向半波数奇数时,局部振动的轴向半波数为奇数,当 轴向裂纹的壳体原有振动的轴向半波数两钩,局部振动的轴向半波数为偶数。而且裂纹对壳体原有振动 的轴向半波数为奇数时的影响较大。

通过分析可以看到,圆柱薄壳由于裂纹的出现,振型必然会发生分离现象。当裂纹长度较小时,同一振 型对的两个固有频率值相差很小,而且振型基本上都是成对出现的。当裂纹长度较大时,在 Y 方向与 Z 方向 的刚度矩阵都很大的发生变化,从而导致了振型对出现更大的分离,有的振型对出现相互交叉的现象。由于 局部振动的影响加剧,有些振型不再以振型对的形式出现,而是单个出现。从以上的分析及有限元计算的结 果可以看出:随着裂纹长度的增加,各阶振型固有频率下降,振型对分离,在分析的前 30 阶振型中,不断有新 振型的出现。这种情况说明:随着裂纹长度的增加,振型谱密度加大。



(a) *L*=70 mm,*f*=1 783 Hz



Iz (b) L=80 mm, f=1 806 Hz 图 8 裂纹长度对轴向半波数、振型对及频谱密度的影响



(c) *L*=90 mm,*f*=1 796 Hz

2.2.4 裂纹长度对壳体固有频率及振型的影响 随着裂纹长度的增加,圆柱薄壳的刚度下降,柔度增加,固 有频率必然会下降。从前面对轴向半波数 m=3、环向波数 n=8,在裂纹处出现了轴向 3 个半波的振型分析中 得出了同样的结论。当轴向半波数 m=1、环向波数 n=5 时,在裂纹长度 $L \ge 90$ mm 时,其振动的固有频率反而 都高于裂纹长度 L < 90 mm 时固有频率的奇怪现象。通过云图分析发现在裂纹长度 L=90 mm 的圆柱薄壳中, 得到的局部振动的轴向半波数实际上是 m=3,由于局部振动的相位与壳体在裂纹附近振动的相位相反,裂 纹两端的局部振动与壳体原有振动相抵消、完全消失了,所以出现了局部振动的好像是轴向半波数 m=1 的

特殊现象,见图 9(a)。裂纹长度 L>90 mm 时,虽然局部 振动的相位与壳体在裂纹附近振动的相位仍然相反,但 局部振动加强,所以在裂纹附近出现的是轴向半波数 m=3 局部振动,如图 9(b)所示,它们和在裂纹长度 L<90mm 的圆柱薄壳的轴向半波数 m=1 时不同的。如果仍然 把它们作为轴向半波数 m=1 来看待,那么就会得出裂纹 的长度加大了,振动的频率反而升高的错误结论。



(a) *L*=90 mm,*f*=786 Hz (b) *L*=100 mm,*f*=778 Hz 图 9 m=3 时的局部振动振型

从计算中可以看到裂纹长度 *L*≥90 mm 时,随着裂纹长度的加大,其固有频率虽然都高于裂纹长度 *L*< 90 mm 时的固有频率,但仍然是逐步下降的。这一特例的出现不仅不能说明随着裂纹长度的增加,圆柱薄壳

的刚度下降,柔度增加,因此固有频率会下降的结论是错误的,反而更加有力地证明了这一结论。当壳体原 有振动轴向半波数 m=1、环向波数 n=7 的振型中,当裂纹长度 $L \ge 90 \text{ mm}$ 时,表现出的都是轴向半波数 m=3局部振动。它们的固有频率与振型的变化与壳体原有振动轴向半波数 m=1、环向波数 n=5 时是相同的。

3 实验简介

试件由钢管车削而成,沿和轴线方向开穿透裂纹,其形状和尺寸如图 10 所示。试验时将试件两端的法 兰盘用压板固定在支架上,近似于固定端。激振和拾振均采用压电晶体片。__________

照明用 4mvHe-Ne 激光器。

实验时首先用频率仪测出无裂纹壳体的固有频率(小于1600 Hz),并 用时间平均法依次拍出各固有频率所对应的全息振型图及照片。然后将裂 纹长度由零逐渐扩展,并按上述步骤测出含裂纹壳体的固有频率及拍出相 应裂纹长度时的全息振型图及照片。



在试验中得到在裂纹长度 L 为 90 和 120 mm 的圆柱薄壳中得到一阶振动的固有频率 f 为 675、570 Hz, 而在有限元计算中实际得到裂纹长度 L=90 mm 固有频率 f 为 664、682 Hz 的两阶纯局部振动与长度 L=120 mm 固有频率 f 为 535、584 Hz 的两阶纯局部振动,可能是在试验中遗漏了其中的一个固有频率,因此二者结 果是相符合的,见表 1。

过必得到的粉捉则片方阳元计管得到的粉捉

衣1 试验得到的数据。一个很优好弄得到的数据							
裂纹长度 L/mm			0	30	60	90	120
m/n=1/5	试验数据	壳体频率	743	735	720, 734	675	570
		局部频率	-	-	_	760	755
	计算数据	壳体频率	741	738, 741	725, 734	664 * , 681 *	535 * , 584 *
		局部频率	-	-	725	786	765
<i>m/n</i> =1/7	试验数据	壳体频率	999	996	970, 980	964	-
		局部频率	-	-	_	1038, 1076	1 064
	计算数据	壳体频率	1 041	1 033	1005, 1017	911, 991	890
		局部频率	-	-	-	1 049	1 001

注: * 表示壳体纯局部振动时的固有频率

4 结论

(1)含轴向裂纹的圆柱薄壳的振动随裂纹长度的变化是由简单到复杂,当裂纹长度达到一定尺寸时就会 出现局部振动,这时整个圆柱壳体的振动应分为三个部分:裂纹周围的局部振动区、壳体原有振动区、中间过 渡区。由局部振动是由高阶向低阶逐渐出现,随着裂纹长度的增加,就会出现纯局部振动。

(2)局部振动有它自己独特的振动规律,随着裂纹长度的加大,当局部振动与壳体原有振动的频率相同 且相位相近时,在裂纹附近的振动就会加强。当局部振动与壳体原有振动的频率相同且相位相反时,在裂纹 附近就会出现振动减弱,这时就容易出现裂纹附近的轴向半波数发生变化。随着裂纹长度的加大,局部振动 的固有频率下降。裂纹长度对振型对、频率谱也有很大的影响。

(3)由于局部振动的不同,在相似的壳体原有振动中有可能出现裂纹长度增加然而固有频率却反而上升的奇怪现象。只要能够认清局部振动的变化,把壳体原有振动与局部振动分开,不仅不会得出随着裂纹长度的增加,圆柱薄壳的刚度下降,柔度增加,固有频率会下降结论是错误的。

(4)由于在有限元计算中,采用的是子空间迭代法,得到的结果为准确值的上限。在试验中实际的壳体 厚度是有误差的,因此计算出的结果与实验结果有细微的差别。

参考文献:

[1] Chondros T G. Vibration of a crack cantilever beam[J]. Vib Acoust Trans ASME, 1998, 120(3):742-746.

[2] Ramesh K. Free vibration of an annular plate with periodic radial crack[J]. J Sound & Vib, 1997, 206 (2):266-267.

[3] Solecki R. Bending vibration of rectangular plate with arbitrarily located crack[J]. Engng Fracture Mech, 1985, 22 (4):687-695.

[4] 石焕文,尚志远,杨富社. 径向裂纹对周围固定薄圆板振动频率的影响[J]. 长安大学学报;自然科学版,2003,23(6);62-65.

- [5] Bhat R B. Natural frequencies of rectangular plates using characteristic orthogonal polynomials in Rayleigh-Ritz method [J]. J Sound & Vib, 1985, 102(4):493-499.
- [6] Dickinson S M, Di Blasio A. On the use of orthogonal polynomials in the rayleigh-ritz method for the study of the flexural vibration and bucking of isotropic and orthotropic rectangular plates[J]. J Sound & Vib, 1986, 108 (1):51-62.
- [7] 韩祖南,任文敏. 含裂纹矩形板的横向振动[J]. 振动与冲击,1997,16(3):45-49.
- [8] Hirano Y, Okazaka K. Vibration of cracked rectangular plate[J]. Bulletin of JSME, 1980, 23 (179):732-740.
- [9] Nezu K. Free vibration of a simple-supported rectangular plate with a straight through notch[J]. Bulletin of JSME, 1982, 25 (199):16-23.
- [10] Lee H P, Lim S P. Vibration of cracked rectangular plate including transverse shear deformation and rotary inertia [J]. Computer & Structures, 1993, 49(4):715-718.
- [11] 许德刚,许俊萍,沈亚鹏. 含裂纹圆柱薄壳的动态特性试验研究[J]. 力学与实践,2002,24(5):44-47.

Finite element analysis on dynamic behavior of thin cylindrical shells with axial cracks

SHEN Daoming¹, TANG Hesheng^{1,2}, XU Degang³, HU Changyuan¹

 Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;
State Key Laboratory of Disaster Prevention in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
Department of Engineering Mechanics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The existence of the axial crack on the thin cylindrical shell led to the local vibration around the crack, which caused the significant change of its natural frequency and dynamic characteristic. The FEM was used to analyze the influences of axial crack sizes on the natural frequencies and modal shapes of the cylindrical shell, and the local vibration's natural frequencies and modal shapes varied with the crack length changed. The paper also explained the phenomenon that there might be increase of the crack length in the similar shell original vibration, while the natural frequency will rise. The comparison between the results from the calculation of the FEM and the results from the experiment shows that the two results match each other approximately. **Key words:** axial crack; thin cylindrical shell; complete local vibration; dynamic behavior

(责任编辑:经朝明)