

# 横向惯性效应对楔形桩纵向 振动阻抗影响的比较分析

闫 静<sup>1</sup>, 范存新<sup>1</sup>, 唐和生<sup>2</sup>

(1.苏州科技学院 江苏省结构工程重点实验室,江苏 苏州 215011; 2.同济大学 结构工程与防灾研究所,上海 200092)

**摘 要:** 针对成层地基中楔形桩的纵向振动问题,在桩端黏弹性支承条件下对基于 Rayleigh-Love 杆模型和一维黏弹性体模型推导得到的桩顶复阻抗进行了比较分析,并采用参数研究方法,在桩基设计关注的低频范围内比较分析横向惯性效应对桩顶复阻抗的影响。结果表明:楔形桩其它设计参数不变时,桩长越短、楔角越大、剪切波速越小,横向惯性效应越明显。泊松比的变化对横向惯性效应的影响不大。

**关键词:** 楔形桩;纵向振动;横向惯性效应;复阻抗

中图分类号: TU398.9 文献标识码: A 文章编号: 1672-0679(2014)02-0061-06

传统的桩纵向振动分析,是将其视为一维杆件处理,即经典的 Bernoulli 理论。实际上,桩是三维杆件,杆的纵向变形总是伴随着横向变形,因此用一维理论来研究存在一定的偏差。而按三维理论来研究分析,过程又太过复杂,很难广泛应用于实际工程,鉴于此,研究者提出了一些简化理论,对桩的三维效应加以近似描述。Rayleigh 最早提出了对三维杆件的修正理论,Love 基于能量的考虑,用 Hamilton 原理导出了计及横向惯性的惯性杆的运动方程,常称这种修正后的杆为 Rayleigh-Love 杆<sup>[1]</sup>。它不仅形式上简单,而且考虑了杆的横向惯性作用,对三维杆件理论的研究非常实用。

近 40 余年来,桩土动力相互作用的问题得到深入研究,在这期间,学者们分别采用数值分析<sup>[2-4]</sup>和理论研究的方法对圆形桩土纵向振动特性进行了研究。其中 Senjuntichai T<sup>[5]</sup>利用多孔饱和介质与虚拟桩叠加的方法对刚性地基中桩纵向振动问题进行了研究。YANG<sup>[6-7]</sup>等就土体的径向非均质对桩基纵向振动问题进行了深入的研究。刘林超和杨晓<sup>[8]</sup>给出了饱和土中端承桩纵向振动时桩头刚度、等效阻尼随激励频率的响应。这些研究为桩基抗震设计、动力检测等提供了很好的理论依据。

楔形桩具有良好的承载特性和稳定性,由于其楔形侧面有力的改变了桩周土的力学性质,因此使得桩土共同作用能更好的发挥。鉴于此,其在工程中日益受到重视。近些年来,国内外众多学者分别采用数值分析<sup>[9-10]</sup>、试验及理论研究<sup>[11]</sup>等方法对楔形桩的承载特性进行了大量的研究。然而,到目前为止,有关横向惯性效应对楔形桩纵向振动特性影响的研究鲜有报道。吴文兵在假设土层底部为刚性支承边界的条件下对考虑横向惯性效应时楔形桩纵向振动阻抗进行了研究,并在平面应变条件下推导得到楔形桩纵向振动时桩顶复阻抗的解析表达式。但实际应用中由于地质条件的原因桩不可能做到真正嵌岩,沿海地区的软土层一般较厚,桩端很难进入基岩,即使嵌岩,因其岩质较软也不可能做到完全刚性。然而,大量的实验研究表明,底部支承条件对桩的纵向振动影响很大,因此将底部支承条件考虑为切合实际的黏弹性支承来研究适用性更强。鉴于此,笔者在假设土层底部为黏弹性支承边界的条件下对考虑与不考虑横向惯性效应时成层地基中楔形桩桩顶纵向振动阻抗特性进行了对比分析,分别讨论了楔形桩桩长、楔角、泊松比、剪切波速的变化对两种情况下的桩顶复阻抗的影响。

[收稿日期] 2014-02-19

[基金项目] 国家自然科学基金项目(51178337);苏州科技学院研究生科研创新计划项目(SKCX12S\_020)

[作者简介] 闫 静(1987-),女,河南许昌人,硕士研究生。

通讯联系人:范存新(1968-),男,教授,博士,从事结构抗风、抗震研究,Email:fan@mail.usts.edu.cn。

## 1 数学模型

计算模型如图 1 所示。各微元段自下而上分别标识为  $1, 2, \dots, i, \dots, j$  段,  $l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_j$  分别表示其厚度,  $h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_j$  分别表示其顶部深度,  $r_i = r + H/j (i-1)\tan\theta$  为第  $i$  微元段桩的半径。其中  $r, \theta$  和  $H$  分别表示桩端截面半径、楔角及桩长,  $A_{pi}, V_{pi}$  和  $\rho_{pi}$  分别表示第  $i$  微元段桩截面面积、弹性纵波波速和材料密度,  $f_i(z, t)$  表示第  $i$  微元段桩侧土体对该处桩身侧面单位面积的作用力。该模型的假设条件见文献 [12]。

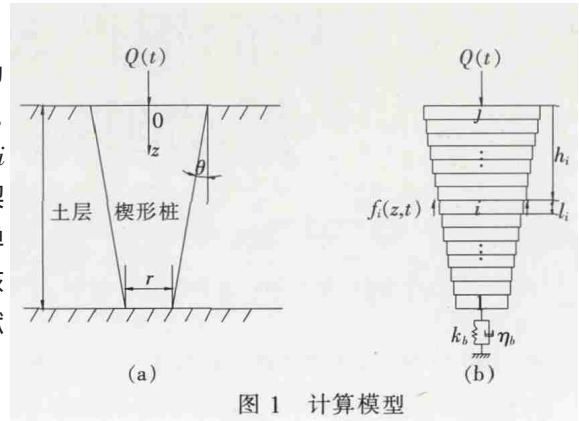


图 1 计算模型

## 2 桩土耦合振动方程及求解

### 2.1 土体纵向振动平衡方程及求解

假设  $W_i = W_i(r)$  为土体纵向振动的位移幅值, 则土体的纵向振动平衡方程为

$$r^2 \frac{d^2 W_i}{dr^2} + r \frac{dW_i}{dr} - \beta_i^2 r^2 W_i = 0 \quad (1a)$$

其中,

$$\beta_i = iw/v_{si} \sqrt{1+iD_{si}} \quad (1b)$$

式中  $v_{si}$  为土体剪切波速, 且满足  $v_{si} = \sqrt{G_{si}/\rho_{si}}$ ;  $D_{si}, \rho_{si}, G_{si}$  分别表示土体材料阻尼、质量密度和剪切模量;  $w$  为角频率,  $w = 2\pi f$ ,  $f$  为工程频率。

求解式 (1a) 可得

$$W_i = A_i K_0(\beta_i r) + B_i I_0(\beta_i r) \quad (2)$$

式中  $A_i, B_i$  均为由所研究区域土体的边界条件决定的复常数,  $I_0(\beta_i r)$  和  $K_0(\beta_i r)$  分别为零阶第一类和第二类修正 Bessel 函数。由水平无穷远处土体位移衰减为 0 的条件, 可得  $B_i = 0$ 。

土体中的竖向剪切应力为

$$\tau_i(r) = G_i^* \frac{dW_i(r)}{dr} = -G_i^* A_i \beta_i K_1(\beta_i r) \quad (3a)$$

其中,

$$G_i^* = G_{si} (1+iD_{si}) \quad (3b)$$

桩土接触面上单位长度方向的土竖向剪切复刚度为

$$K_i = \frac{-2\pi r_i \tau_i(r_i)}{W_i(r_i)} = 2\pi r_i G_i^* \beta_i K_1(\beta_i r_i) / K_0(\beta_i r_i) \quad (4)$$

式中  $K_1(\beta_i r_i)$  是第二类修正 Bessel 函数。

### 2.2 楔形桩纵向振动方程及求解

第一种情况: 不考虑横向惯性效应

将桩假定为一维黏弹性体, 第  $i$  微元段桩的纵向位移设为  $u_i(z, t)$ , 则  $f_i(z, t) = K_i u_i(z, t)$  表示该段桩侧土对桩身侧面单位面积的作用力, 其纵向振动方程可表示为

$$E_{pi} \pi r_i^2 \frac{\partial^2 u_i(z, t)}{\partial z^2} + \pi r_i^2 \delta_{pi} \frac{\partial^3 u_i(z, t)}{\partial z^2 \partial t} - \rho_{pi} \pi r_i^2 \frac{\partial^2 u_i(z, t)}{\partial t^2} - f_i(z, t) = 0 \quad (5)$$

式中,  $E_{pi}, m_{pi}, \delta_{pi}, A_{pi} = \pi r_i^2$  分别表示桩的弹性模量、单位长度桩身质量、桩材料黏性阻尼系数及截面面积。

根据假设条件,运用阻抗函数递推方法和 Laplace 变换技术对桩的运动方程进行求解,得到了楔形桩纵向振动情况下桩顶复阻抗的解析解<sup>[12]</sup>,即

$$Z_{pj}|_{z=h_j=0} = \frac{-[E_{pj}A_{pj} \frac{\partial U_j(z,s)}{\partial z} + A_{pj} \delta_{pj} \frac{\partial U_j(z,s)}{\partial z}]|_{z=0}}{U_j(z,s)|_{z=0}} = -\frac{\rho_{pj}A_{pj}V_{pj}}{t_j} (1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}}s) \bar{\lambda}_j \tan(\bar{\lambda}_j - \phi_j) \quad (6a)$$

式中,

$$\phi_j = \arctan \frac{Z_{p(j-1)}t_j}{\rho_{pj}A_{pj}V_{pj}\bar{\lambda}_j(1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}}s)} \quad (6b)$$

第二种情况:考虑横向惯性效应

切合实际考虑楔形桩的横向惯性效应,采用 Rayleigh-Love 杆模型,通过求解土体竖向剪切复刚度  $K_i$  得到楔形桩第  $i$  段桩的纵向振动控制方程

$$E_{pi}\pi r_i^2 \frac{\partial^2 u_i(z,t)}{\partial z^2} + \pi r_i^2 \delta_{pi} \frac{\partial^3 u_i(z,t)}{\partial z^2 \partial t} - \rho_{pi}\pi r_i^2 [\frac{\partial^2 u_i(z,t)}{\partial t^2} - v_{pi}^2 r_i^2 \frac{\partial^4 u_i(z,t)}{\partial z^2 \partial t^2}] - f_i(z,t) = 0 \quad (7)$$

式中  $v_{pi}, \delta_{pi}, E_{pi}, u_i(z,t), f_i(z,t) = K_i u_i(z,t)$  分别表示桩身泊松比、桩材料黏性阻尼系数、弹性模量、桩身位移及土体对第段桩身的作用力。

根据假设条件,运用阻抗函数递推方法和 Laplace 变换技术对桩的运动方程进行求解,得到了楔形桩纵向振动情况下桩顶复阻抗的解析解<sup>[13]</sup>,即

$$Z_{pj}|_{z=h_j} = -\frac{\rho_{pj}A_{pj}V_{pj}(1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}}s)\bar{\lambda}_j \tan(\bar{\lambda}_j - \phi_j)}{t_j} + \rho_{pj}A_{pj}v_{pj}^2 r_j^2 s^2 \left(\frac{\bar{\lambda}_j}{h_j}\right) \quad (8a)$$

其中,

$$\phi_j = \arctan \frac{\left[ Z_{p(j-1)} - \rho_{pj}A_{pj}v_{pj}^2 r_j^2 s^2 \left(\frac{\bar{\lambda}_j}{h_j}\right)^2 \right] t_j}{\rho_{pj}A_{pj}V_{pj}\bar{\lambda}_j(1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}}s)} \quad (8b)$$

### 3 参数影响对比分析及讨论

为了对比分析桩土参数对其振动特性的影响,取桩侧土为单层均质土,桩土参数为:材料阻尼取为 0.02,桩周土体密度为 2 000 kg/m<sup>3</sup>,楔形桩密度为 2 500 kg/m<sup>3</sup>,弹性纵波波速为 4 000 m/s。

#### 3.1 楔形桩桩长变化对桩顶复阻抗的影响

计算参数取为:剪切波速  $v_s=150$  m/s,桩端截面半径  $r=0.2$  m,楔角为  $\theta=2^\circ$ ,泊松比  $\nu=0.25$ ,桩长分别取 15, 25, 50 m。

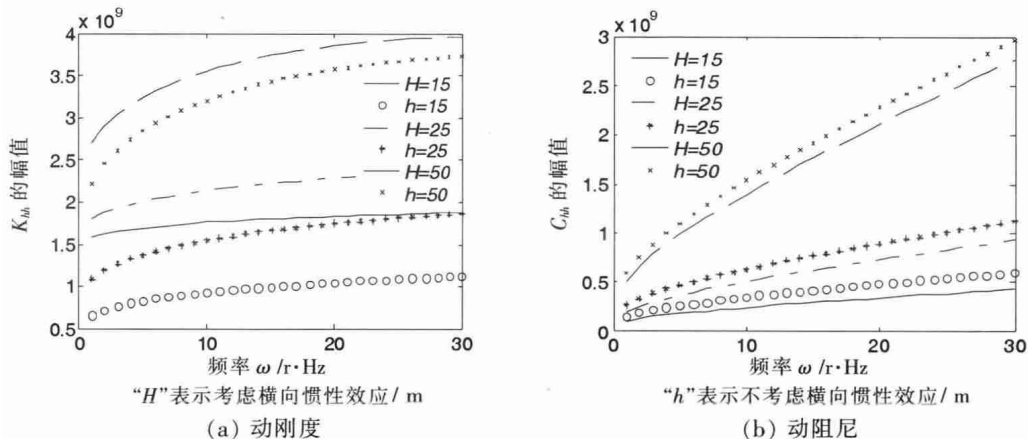


图 2 楔形桩桩长对桩顶复阻抗的影响

由图2可以看出,桩长变化对桩顶复阻抗的动刚度和动阻尼影响很大,动刚度和动阻尼均随着桩长的增加逐渐增大,由图2(a)可看出,考虑横向惯性效应时动刚度比不考虑时要大,并且桩长越短,横向惯性效应越明显,由图2(b)可看出,考虑横向惯性效应时动阻尼的值反而比不考虑时要小。这说明,随着桩长的增加,应力波的能量在桩内传播时衰减的速度变快,考虑横向惯性效应后,反而变慢。因此,在进行桩基础设计时,桩长的确定要考虑横向惯性效应的影响。

### 3.2 楔形桩楔角变化对桩顶复阻抗的影响

计算参数取为:桩长  $H=15$  m, 桩端截面半径  $r=0.2$  m, 泊松比  $\nu=0.25$ , 剪切波速  $v_s=150$  m/s, 楔角分别取  $0^\circ, 1^\circ, 2^\circ$ 。

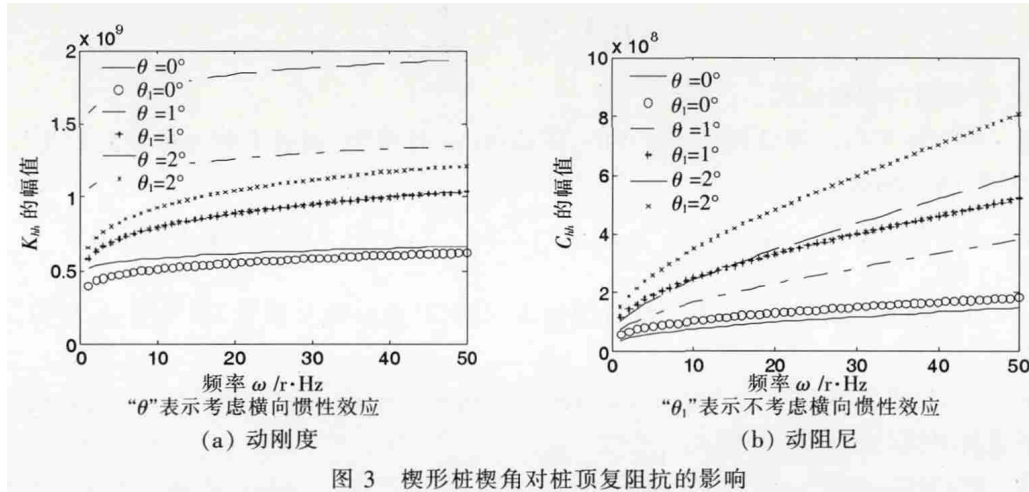


图3 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响

由图3可看出,当楔角为零,即为圆桩时,考虑与不考虑横向惯性效应时的动刚度和动阻尼曲线均趋于重合,由图3(a)可看出,随着楔角的增加,动刚度逐渐增大,楔角越大,横向惯性效应越明显。由图3(b)可看出,随着楔角的增加,动阻尼逐渐增大,且不考虑横向惯性效应比考虑时要大。也就是说,桩端半径和桩长一定时,楔角越大,横向惯性效应越明显。

### 3.3 泊松比变化对桩顶复阻抗的影响

计算参数取为:桩长  $H=15$  m, 桩端截面半径  $r=0.2$  m, 楔角为  $\theta=2^\circ$ , 剪切波速  $v_s=150$  m/s, 泊松比分别取  $0.18, 0.25, 0.30$ 。

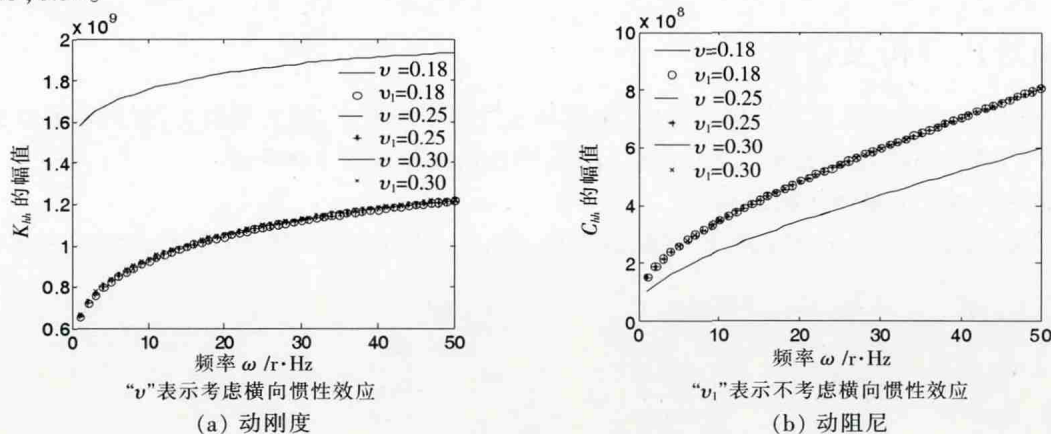


图4 楔形桩泊松比对桩顶复阻抗的影响

图4反映了泊松比变化时,无论是考虑还是不考虑横向惯性效应,桩顶复阻抗的动刚度和动阻尼均无变化,也就是说,泊松比的变化对横向惯性效应的影响不大。由图4(a)可看出,考虑横向惯性效应时动刚度的值是不考虑时的2.5倍,但由图4(b)可看出,不考虑横向惯性效应时动阻尼的值比考虑时要大,也就是说,不考虑时应力波在桩内传播时衰减的更快,因此,在进行桩基设计时,可不考虑泊松比对桩顶复阻抗的影响。

### 3.4 剪切波速变化对桩顶复阻抗的影响

计算参数取为:桩长  $H=15$  m, 桩端截面半径  $r=0.2$  m, 泊松比  $\nu=0.25$ , 楔角  $\theta=2^\circ$ , 剪切波速  $150$  m/s,  $300$



m/s, 450 m/s。

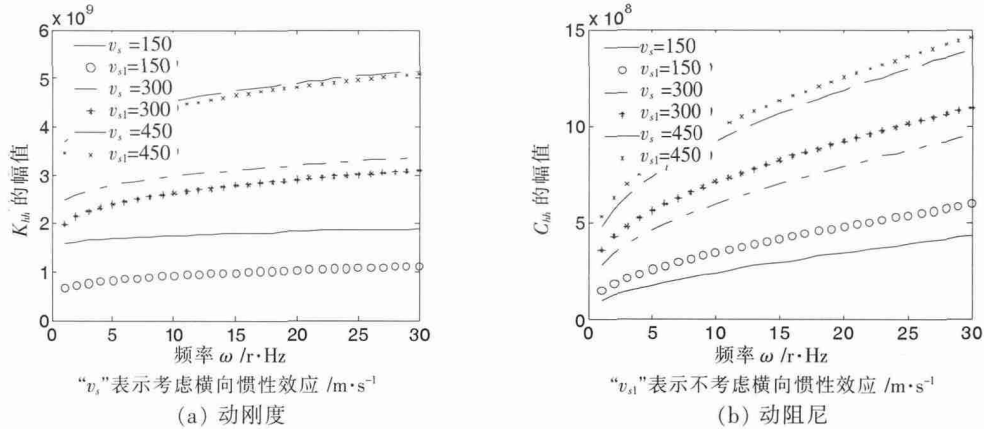


图 5 剪切波速对桩顶复阻抗的影响

由图 5(a) 可看出, 剪切波速越小, 横向惯性效应越明显, 且剪切波速越小, 随着频率的增加, 动刚度增大的幅值越小。由图 5(b) 可看出, 随着剪切波速增大, 动阻尼逐渐增大, 横向惯性效应逐渐减小。因此, 在进行桩基设计时, 对于软土地基, 有必要考虑横向惯性效应的影响。

#### 4 结论

通过综合比较分析考虑与不考虑横向惯性效应时楔形桩设计参数对桩顶复阻抗的影响, 得出如下结论:

- (1) 桩顶复阻抗的动刚度和动阻尼随着桩长的增加而逐渐增大, 在桩端半径和楔角一定的情况下, 桩长越短, 横向惯性效应越明显。
- (2) 楔角变化对复阻抗影响较大, 在同一频率处, 楔角越大, 动刚度和动阻尼也越大。且在桩端半径和桩长一定时, 楔角越大, 横向惯性效应越明显, 泊松比的变化对横向惯性效应的影响不大。
- (3) 剪切波速越小, 横向惯性效应越明显, 且剪切波速越小, 随着频率的增加, 动刚度增大的幅值越小。随着剪切波速增大, 动阻尼逐渐增大, 横向惯性效应逐渐减小。

#### 参考文献:

- [1] 杨桂通, 张善元. 弹性动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988.
- [2] Maeso O, Aznarez J J, Garcia F. Dynamic impedances of piles and groups of piles in Saturated soils[J]. Computers and Structures, 2005, 83: 769-782.
- [3] Padron L A, Aznarez J J, Maeso O. Dynamic analysis of piled foundations in stratified soils by a BEM-FEM model[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 2008, 28(5): 333-346.
- [4] Tahghighi H, Konagai K. Numerical analysis of nonlinear soil-pile group interaction under lateral loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, 27: 463-474.
- [5] Senjuntichai T, Mani S, Rajapakse R K N D. Vertical vibration of an embedded rigid foundation in a poroelastic soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, 26: 626-636.
- [6] Yang dongying, Wang kuihua. Study on vertical vibration of pile in radial inhomogeneous soil[C]//Structural Condition Assessment, Monitoring And Improvement. Changsha, 2007: 241-249.
- [7] Yang dongying, Wang kuihua, Zhang zhiqing, et al. Vertical dynamic response of pile in radial heterogeneous soil layer[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, 33(8): 1039-1054.
- [8] 刘林超, 杨晓. 基于多孔介质理论的饱和土-桩纵向耦合振动研究[J]. 土木工程学报, 2009, 42(9): 89-95.
- [9] Take W A, Walsangkar A J. The elastic analysis of compressible tin piles and pile groups[J]. Geotechnique, 2002, 31(4): 456-474.
- [10] Mohamedzein Y E, Mohamed M G. Finite analysis of axially tin-pile groups[J]. Computers and Geotechnics, 2001, 26(2): 231-243.
- [11] Mohammed S, Ei Naggar M H, Moncef N. Load transfer of fiber-reinforced polymer (FRP) composite tapered piles in dense sand [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, 41(1): 70-95.

- [12] 蔡燕燕,俞缙,郑春婷,戚志博,宋博学. 楔形桩桩顶纵向振动阻抗的解析解[J]. 岩土工程学报,2011,33(S2):392-398.
- [13] 吴文兵,王奎华,武登辉,马伯宁. 考虑横向惯性效应时楔形桩纵向振动阻抗研究[J]. 岩石力学与工程学报,2011,30(S2):3618-3625.

## Comparing and analyzing the influence of the transverse inertia effect on longitudinal vibration impedance complex of the tapered pile

YAN Jing<sup>1</sup>, FAN Cunxin<sup>1\*</sup>, TANG Hesheng<sup>2</sup>

(1.Jiangsu Key Lab of Structure Engineering, SUST, Suzhou 215011, China; 2.Research Institute of Structure Engineering & Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:**The longitudinal dynamic complex impedance of tapered piles in layered ground is investigated. Under the condition of viscoelastic support, the complex impedance at the pile head, which is derived from Rayleigh-Love rode model and one-dimensional viscoelastic body model, is compared and analyzed. And by means of parametric study method, in the low frequency range which the pile foundation design focused on, the influence on the complex impedance at the pile head by transverse inertia effect is compared and analyzed. The results show that when other design parameters of tapered pile remain unchanged, the shorter the pile length is, the greater the wedge angle, the smaller the shear wave velocity, and the more obviously the transverse inertia affects. The main influence on the complex impedance at the tapered pile head is not the change of the Poisson's ratio.

**Key words:** tapered pile; longitudinal vibration; transverse inertia effect; complex impedance

(责任编辑:卢文君)

\*\*\*

(上接第 56 页)

- [6] 刘刚. 钢框架中钢梁拼接的耗能机理及抗震设计方法[D]. 苏州:苏州科技学院,2009.
- [7] 中国建筑科学研究院. GB 50011-2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2010.
- [8] FEMA. FEMA-267. Interim guidelines: evaluation, repair, modification and design of steel moment frames[R]. USA, 1995.
- [9] FEMA. Interim guidelines advisory No.2 Supplement to FEMA-267[R], USA, 1999.

## The study on seismic behavior of steel frame using cantilever beam splice as energy dissipation joint

LIU Xue, LI Qicai

(School of Civil Engineering, SUST, Suzhou 215011, China)

**Abstract:** Based on the experimental study and moment-rotation model of splice joint, the modified moment-rotation model is proposed. Hysteretic models are used to define property of link element. In order to investigate the seismic behavior of column-tree moment-resisting frame, the failure modes, load-displacement curve, hysteretic curve and energy-dissipation of this frame were studied respectively using finite element numerical simulation. The results show that column-tree moment-resisting frame presents the same performance as the common frame without splice does in the elastic stage. The slip between faying surfaces and the bearing of bolts to hole surfaces can be used to improve the seismic behavior of the whole frame.

**Key words:** energy-dissipated splice steel beam; seismic behavior; hysteretic curve; moment-rotation curve

(责任编辑:秦中悦)