

# 基于证据理论和微分演化的结构不确定分析

唐和生<sup>1,2</sup>, 邓立新<sup>3</sup>, 胡长远<sup>1</sup>, 薛松涛<sup>1</sup>

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;  
3. 中国航天建设集团有限公司, 北京 100071)

**摘要:** 采用证据理论作为传统概率理论的替代方法来处理不精确的数据. 为了降低基于证据理论不确定量化分析的计算成本, 提出了基于微分演化的区间优化算法来计算边界值. 以典型桁架结构的偶然不确定和认知不确定问题为例验证所提出方法的准确性和有效性.

**关键词:** 证据理论; 认知不确定; 微分演化; 不确定分析; 桁架结构

中图分类号: TU318

文献标志码: A

## Evidende Theory and Differential Evolution for Uncertainty Quantification of Structures

TANG Hesheng<sup>1,2</sup>, DENG Lixin<sup>3</sup>, HU Changyuan<sup>1</sup>, XUE Songtao<sup>1</sup>

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Prevention in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. China Aerospace Construction Group Co. Ltd., Beijing 100071, China)

**Abstract:** Evidence theory is proposed as an alternative to the classical probability theory to handle the imprecise data situation. In order to alleviate the computational difficulties in the evidence theory-based uncertainty quantification (UQ) analysis, a differential evolution-based interval optimization for computing bounds method is developed. A typical truss structure with the aleatory and epistemic uncertainties is investigated to demonstrate accuracy and efficiency of the proposed method.

**Key words:** evidence theory; epistemic uncertainty; differential evolution; uncertainty quantification; truss structures

过程中的各个阶段. 根据不确定的主要来源, Oberkampf 等<sup>[1]</sup> 和 Helton<sup>[2]</sup> 将不确定性分为两大类: 一是由于系统固有的不稳定、噪声、干扰等引起的偶然(客观、内在)的不确定性(aleatory uncertainty); 二是由于知识的缺乏、信息的不完整等所导致的认知(主观)不确定性(epistemic uncertainty). 在很长一段时间内, 概率理论几乎成为处理不确定性问题独一无二的理论工具. 从历史上看, 概率统计是工程和科学不确定性的最常用的量化分析工具. 但概率模型在统计数据较少或计算模型不够精确时不是一种理想的模型, 因为通过信息不精确引起的认知不确定性无法用传统概率论来描述.

为了更好地解决各类不确定问题, 人们相继提出了许多有发展前景的不确定性理论, 代表性的有模糊集理论、粗糙集理论、可能性理论、证据理论和区间分析方法等等, 其中证据理论在处理不确定方面具有很好的潜力, 由 Dempster<sup>[3]</sup> 和 Shafer<sup>[4]</sup> 先提出. 古典概率论最适合偶然的确定性, 可能性理论通常只用来量化认知不确定性, 而证据理论在其框架内不仅可以解决认知不确定性, 同时也可以处理偶然不确定性. 证据理论可以对随机、模糊、区间等不确定信息进行有效处理, 且以概率论为基础的传统可靠性问题只是证据理论的一个特例. 近年来, 证据理论已成为国际学术界的研究热点之一, 在不确定性推理、目标识别、故障诊断和数据融合中得到了广泛的应用<sup>[5-8]</sup>. 经过 30 多年的发展, 目前, 其不论在理论上还是在实际应用上都得到了日益广泛的关注, 但是主要的研究还在航空、汽车、能源和多传感器数据融合等领域<sup>[9-12]</sup>, 而在土木工程领域不确定处理方面的研究才刚刚起步, 主要集中在结构的优化设计、损伤识别、失效概率计算、参数估计等方

不确定性普遍存在于工程结构设计、建造、使用

收稿日期: 2013-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(51178337, 50708076); 科技部国家重点实验室基础研究项目(SLDRCE11-B-01); 同济大学土木工程学院光华基金

第一作者: 唐和生(1973—), 男, 副教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为结构优化及不确定分析. E-mail: thstj@tongji.edu.cn

面<sup>[13-16]</sup>,研究表明证据理论可有效提高结果的可靠性和准确性。

虽然证据理论适合处理这 2 种类型的不确定性,但是证据理论应用于工程不确定分析的主要困难之一是计算成本.不同于概率密度函数(PDF)或可能性分布函数(模糊变量的隶属函数),在证据理论中不精确信息没有明确函数表达.由于不确定变量由许多非连续集表达,而不是一个平滑和连续的显函数,因此使用证据理论在量化不确定性时的繁重计算成本是不可避免的.为了提高基于证据理论不确定分析的计算效率,本文提出基于证据理论和微分演化算法的不确定量化分析方法,采用证据理论处理各类不确定变量,并将微分演化算法应用于认知不确定的传播过程的计算,以桁架结构的不确定问题为例,通过与区间算法和概率理论分析结果进行比较,验证该算法对认知不确定量化分析的有效性。

### 1 基于证据理论的不确定量化

证据理论(D-S 理论)由 Dempster<sup>[3]</sup> 首先提出,而后经 Shafer<sup>[4]</sup> 系统完善,在众多不精确概率方法中,证据理论是最为接近概率理论的,可以看作是概率理论的推广,可用于认知不确定的分析。

在概率理论表达不确定时,将概率值分配到单个事件上,从而建立了从单点到 $[0, 1]$ 的映射,而证据理论建立的是从集到 $[0, 1]$ 的映射,这是证据理论与概率理论的重要不同点之一.证据理论的论域为辨识框架 $\Theta$ ,其包含了对所研究问题能认识到的所有可能答案,并且 $\Theta$ 中所有元素都是两两互斥的.定义质量函数 $m$ 的一个从集合 $2^\Theta$ 到 $[0, 1]$ 的映射, $A$ 表示辨识框架 $\Theta$ 的任一子集,记作 $A \subseteq \Theta$ ,且满足下列条件:

$$\begin{cases} m(\Phi) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

则也称  $m(A)$  为事件  $A$  的基本信任分配函数(BPA),它表示证据对  $A$  的信任程度.对于子集  $A$ ,只要有  $m(A) > 0$ ,则称  $A$  为焦元。

认知不确定的产生是由于知识的缺乏或信息的不完整等原因导致,因此,对命题  $A$  的相信程度并不能反映对  $\bar{A}$  (非命题  $A$ ) 的相信程度,即  $m(A) + m(\bar{A}) \leq 1$ ,而这与概率理论的单点概率分布思想  $p(A) + p(\bar{A}) = 1$  截然不同(其中,  $p(A), p(\bar{A})$  分别

为  $A, \bar{A}$  的概率值).根据这一特性,证据理论定义了不确定区间的概念,以一个概率区间而不是单一概率数值去表达不确定性,如图 1。

对于命题  $A$ ,不确定区间的上下限分别为信任函数  $B_{el}(A)$  和似然函数  $P_l(A)$ ,信任函数表示对  $A$  为真的信任程度,似然函数表示对  $A$  为非假的信任程度,两者分别由以下两式定义:

$$B_{el}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (2)$$

$$P_l(A) = 1 - B_{el}(\bar{A}) = \sum_{B \cap A \neq \Phi} m(B) \quad (3)$$

信任函数表示事件  $A$  发生的最小可能,而似然函数表示事件  $A$  发生的最大可能。

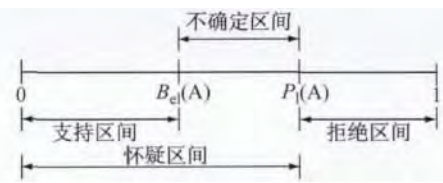


图 1 对命题 A 的不确定描述

Fig. 1 Uncertainty description of Proposition A

对于认识不够透彻的认知不确定,可能会有专家提出不同研究理论或不同数据来组成多方面的证据,这些证据可能是可靠的或非可靠的、相互支持的或互补的,也可能是相互矛盾的或冲突的,对此概率理论无法处理,而证据理论则可以通过合成规则来综合考虑,将不同证据上的互补和冗余信息依据某种优化准则组合起来,产生对所研究事件的一致性描述,进而提高了最终描述的有效性。

经典的 D-S 合成规则为:假定  $B_{el_1}$  和  $B_{el_2}$  是同一辨识框架  $\Theta$  上的 2 个信任函数,其相应的基本信任分配函数为  $m_1$  和  $m_2$ ,焦元分别为  $A_i$  和  $B_j$ ,设  $K = \sum_{A_i \cap B_j = \Phi} m_1(A_i) m_2(B_j) < 1$ ,则 D-S 合成规则为

$$m(A) = \begin{cases} \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j)}{1 - K} & A \neq \Phi \\ 0 & A = \Phi \end{cases} \quad (4)$$

当然证据理论中还有很多其他的合成方法<sup>[17]</sup>可供选择,在这里不一一介绍。

### 2 基于微分演化的不确定传播分析

用证据理论量化的不确定变量经过系统函数的传播之后便可得到系统响应的不确定输出结果 $[B_{el},$

$P_1]$ ,其通常用累积信任函数(CBF)和累积似然函数(CPF)表示,这一系统不确定传播分析过程包含 4 个主要步骤<sup>[18]</sup>:

(1) 确定所有不确定变量的焦元,通过不同变量焦元之间的相互组合形成需要传播的  $n$  维超立方体的集合( $n$  为不确定变量的个数),超立方体的每一维均代表一个不确定变量的焦元.

(2) 计算每个超立方体的合成 BPA.

(3) 每个超立方体经过系统函数的传播后,得到相应的响应边界.

(4) 根据所有超立方体响应的最小、最大值和合成 BPA 来形成系统输出结果的累积信任分布函数和累积似然分布函数.

步骤(3)是不确定的传播过程,其涉及到在超立方体内寻找系统响应的最大和最小值,计算非常耗时,是处理不确定问题的重要环节.

### 2.1 不确定传播的数学描述

不确定传播本质上就是已知系统在不确定输入的条件下求系统响应的不确定性,如图 2 所示.图中  $x$  是不确定变量, $d$  是确定变量, $f$  是一不确定系统, $y$  是系统响应.

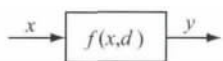


图 2 不确定传播过程

Fig. 2 The process of uncertainty propagation

用证据理论表达的不确定变量的焦元通常是一系列的区间,这样,传播就变成了在每个超立方体区间 $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$ ( $i=1, \dots, n$ )寻求响应的最大和最小值,如图 3 所示.

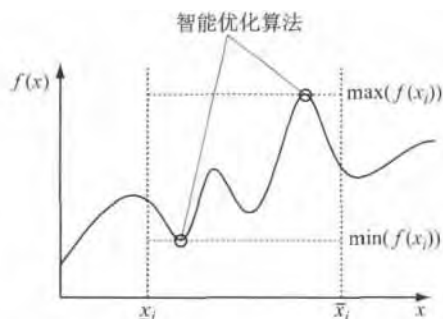


图 3 系统不确定的传播

Fig. 3 The propagation of system uncertainty

在焦元区间内寻求响应的最大和最小值有 2 种主要的方法:采样方法和优化方法.采样方法的精度很大程度上取决于采样点的数目,计算的代价非常大;而优化方法则会极大降低计算量,其实际上就是

要实现一个二次优化问题.

$$\begin{aligned} \min f(x_i) \\ \text{s. t. } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \max f(x_i) \\ \text{s. t. } \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \end{aligned} \quad (6)$$

由于在实际工程的不确定传播过程中,焦元区间的数量多、系统函数形式复杂,故传统的优化算法难以解决上述复杂的优化问题,本文利用微分演化算法来对此问题进行求解.微分演化算法是一种新颖的启发式智能算法,它结合了遗传算法的更大种群概念和进化算法的自适应变异以及采用了贪婪选择策略,这些特征使微分演化算法相比进化算法和遗传算法鲁棒性更好、收敛更快<sup>[19]</sup>.

### 2.2 微分演化算法

一个包含  $n$  个参数的优化问题可以用一个  $n$  维向量来描述,该向量可以表示为: $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in S, i=1, 2, 3, \dots, N_p$ ,其中  $S \in \mathbf{R}^n$  为优化问题的搜索空间.微分演化(DE)算法利用  $N_p$  作为向量  $x_{i1}$  每一代的个体数.类似于遗传算法,DE 算法通过变异、交叉和选择过程实现种群的更新进化.

#### 2.2.1 变异过程

变异的目的是为了保证种群的多样性,同时用合适的参数变化来指导已有的目标向量在合适的时间内达到更好的结果,从而保证搜索的鲁棒性.

在变异操作过程中,上一代的个体  $x_{i,G}$  ( $i=1, 2, \dots, N_p, G$  为代数)可根据不同的变异方式更新得到第  $G+1$  代  $v_{i,G+1} = (v_{i1,G+1}, v_{i2,G+1}, \dots, v_{in,G+1})^T$ .采用 Storn 等<sup>[20]</sup>推荐的 DE/current-to-best/1/bin 变异方式进行优化,该变异方式对应式(7):

$$v_{i,G+1} = x_{i,G} + F_1(x_{\text{best},G} - x_{i,G}) + F(x_{r1,G} - x_{r2,G}) \quad (7)$$

式中: $x_{\text{best},G}$  为算法第  $G$  代群体中适应值最小的个体; $F_1$  和  $F$  为变异常数,均为非负实数.它们的大小控制了变量间的差异,保证进化的进行; $r_1, r_2$  为互不相同的整数,分别为从集合 $\{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, N_p\}$ 中随机选出的向量编号.

#### 2.2.2 交叉过程

与遗传(GA)算法相似,DE 算法中的个体经过变异后也进行交叉操作.对于群体中第  $G+1$  代经过变异过程后的向量个体  $v_{i,G+1}$  按照式(8)进行交叉,产生新个体: $u_{i,G+1} = (u_{i1,G+1}, u_{i2,G+1}, \dots, u_{in,G+1})^T$ .

$$u_{ij,G+1} = \begin{cases} v_{ij,G+1} & \text{rand}(j) \leq C_R \text{ 或 } j = \text{randn}(i) \\ x_{ij,G+1} & \text{rand}(j) > C_R \text{ 或 } j \neq \text{randn}(i) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $j=1, 2, \dots, n$ ;  $\text{rand}(j) \in [0, 1]$ , 是  $n$  个  $0 \sim 1$  之间相互独立的随机数中的第  $j$  个;  $\text{rand } n(i)$  是随机从集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  中取得个体向量维度的序号;  $C_R$  为交叉因子, 决定个体之间交叉的概率.

2.2.3 选择过程

DE 算法采用与 GA 算法不同的贪婪准则: 通过比较由变异和交叉产生的子代个体和父代个体选择适应值好的变量, 即如果父代个体适应值更优将继续保留在群体中, 否则保留子代个体. 选择过程由式 (9) 表示:

$$x_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G+1} & f(u_{i,G+1}) < f(x_{i,G}) \\ x_{i,G+1} & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

2.3 基于证据理论和微分演化的不确定分析流程

图 4 给出了基于微分演化算法的证据理论不确定分析的流程.

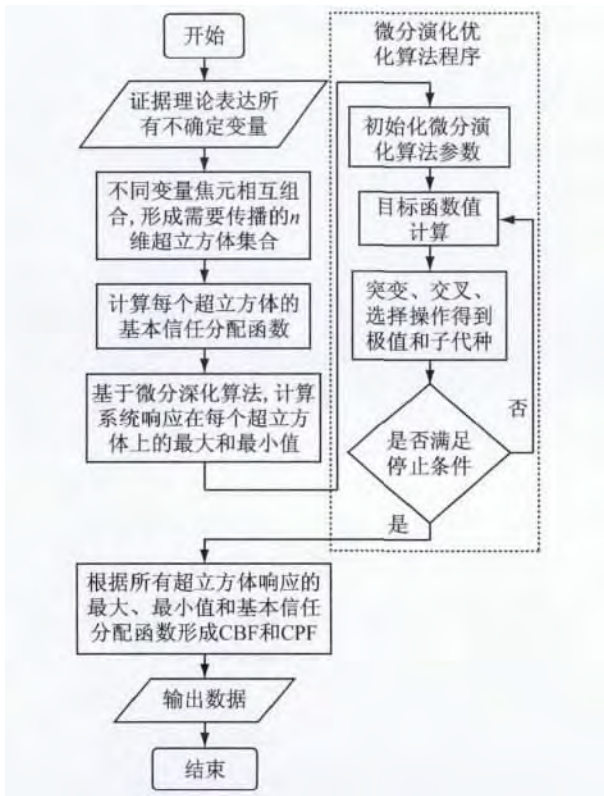


图 4 基于证据理论和微分演化的不确定分析流程

Fig. 4 Uncertainty quantification with evidence theory and differential evolution

3 算例分析

图 5 所示为一典型的三维 3 层的桁架, 由 48 根杆件组成, 桁架底部各边均为 6 m, 截面尺寸向上线性减小, 顶部各边均为 3 m, 每层高度均为 5 m. 结构的单元及节点编号见图 5, 杆件分组及截面面积见表

1. 在实际工程中, 通常材料特性以及所受荷载都会存在一定的确定性, 此算例假定材料的弹性模量  $E$  和节点 ⑬ 沿 3 个方向所受荷载  $F_x, F_y$  和  $F_z$  存在不确定性, 目的是分析节点 ⑬ 的  $y$  方向位移响应的不确定性, 对该节点的位移大于极限状态值的可能性进行评估.

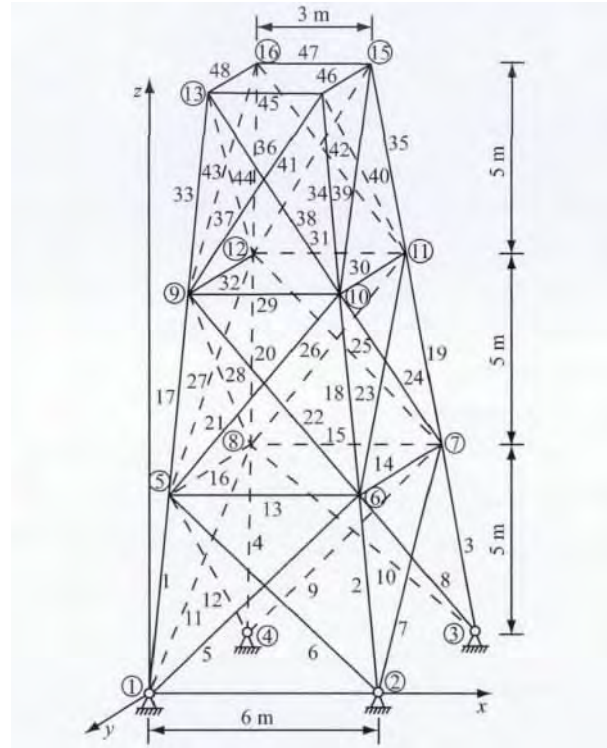


图 5 典型的三维 3 层桁架

Fig. 5 Typical three-dimensional three-story truss

表 1 杆件截面面积

Tab. 1 Cross-sectional area of members

组别	杆件号	截面面积/mm <sup>2</sup>
A1	1, 2, 3, 4	500
A2	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	400
A3	13, 14, 15, 16	400
A4	17, 18, 19, 20	400
A5	21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28	300
A6	29, 30, 31, 32	300
A7	33, 34, 35, 36	300
A8	37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44	200
A9	45, 46, 47, 48	200

3.1 桁架结构不确定的数学描述

桁架结构有限元分析的方程由式 (10) 表示:

$$K \cdot U = F \quad (10)$$

式中:  $K$  为结构刚度;  $U$  为位移;  $F$  为荷载. 输入参数为结构及构件的几何尺寸、材料性能和荷载数值, 由于这些参数本质上都是不确定变量, 导致结构位移响应实际上也是不确定的.



综合考虑材料性能(弹性模量  $E$ )和荷载数值  $F$  两类不确定变量,用证据理论进行表达,确定各变量的焦元区间及基本信任分配函数,将各变量的焦元区间进行组合,形成要处理的  $n$  维超立方体,对于每一个超立方体都要求其位移响应  $U$  的最大和最小值.

$$\begin{aligned} \min U_i &= (K^{-1} \cdot F)_i \\ \text{s. t. } \underline{E} &\leq E \leq \bar{E}, \underline{F}_i \leq F_i \leq \bar{F}_i \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \max U_i &= (K^{-1} \cdot F)_i \\ \text{s. t. } \underline{E} &\leq E \leq \bar{E}, \underline{F}_i \leq F_i \leq \bar{F}_i \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $U_i$  表示第  $i$  号节点的位移; $\underline{E}$ 和 $\bar{E}$ 是弹性模量  $E$  的焦元区间的下界、上界; $\underline{F}_i$ 和 $\bar{F}_i$ 是第  $i$  个荷载  $F$

的焦元区间的下界、上界.

### 3.2 算例 1

考虑认知不确定情况,假设不确定变量分 2 种情况给出:①弹性模量和外荷载存在不确定性,且只知道它们的上下界,这时用一个区间来表示, $E, F_x, F_y$  和  $F_z$  的区间分别为  $[200, 220]$  GPa,  $[65, 135]$  kN,  $[65, 135]$  kN 和  $[-135, -65]$  kN,可采用区间算法来进行结构不确定的定量分析;②随信息认知的增加,弹性模量和荷载的不确定可以以证据理论辨识框架多区间来表示,见表 2,该情况下基于概率理论的方法是无法解决的.第 1 种单区间数据可看作是表 2 中不确定变量的 3 个区间合并的特殊情况.

表 2 3 个区间表示的变量

Tab. 2 Variables represented by three intervals

变量	焦元	基本信任分配函数
$E$	$[200, 205]$ GPa, $[205, 215]$ GPa, $[215, 220]$ GPa	0.25, 0.50, 0.25
$F_x$	$[65, 95]$ kN, $[95, 105]$ kN, $[105, 135]$ kN	0.25, 0.50, 0.25
$F_y$	$[65, 95]$ kN, $[95, 105]$ kN, $[105, 135]$ kN	0.25, 0.50, 0.25
$F_z$	$[-135, -105]$ kN, $[-105, -95]$ kN, $[-95, -65]$ kN	0.25, 0.50, 0.25

当不确定变量的已知信息很少,只能给出变量的上下界时,用区间算法计算比较方便,相应得到的结果也很简单,只能给出位移落在 162.2 mm 和 1 233.1 mm 之间,不能给出任何概率信息.随着对不确定变量信息了解的增多,可以确定变量在不同区间上的基本信任分配函数,这时用证据理论处理非常方便.证据理论对 16 号节点  $y$  方向位移的计算结果见图 6.证据理论计算得到的位移的最小和最大值分别为 131.8 mm 和 1 272.9 mm,与区间算法相比范围更广,说明基于微分演化算法的传播过程能

够更好地搜索到焦元区间上的极大和极小值,计算精度非常高.

在证据理论的计算结果中可以根据决策的需要提取相关信息,部分信息见表 3. ①期望:代表了 16 号节点  $y$  方向位移的平均水平;②位移小于某一数值时的概率区间:表 3 中取为 1 000 mm,得到的结果为  $[0.76, 1.00]$ ,说明位移超过 1 000 mm 的概率不超过 0.24;③具有某一保证概率的位移区间:表 3 中取保证概率为 95%,得到的位移区间为  $[732.3, 1 233.4]$ ,说明位移超过 1 233.4 mm 的概率不超过 5%.

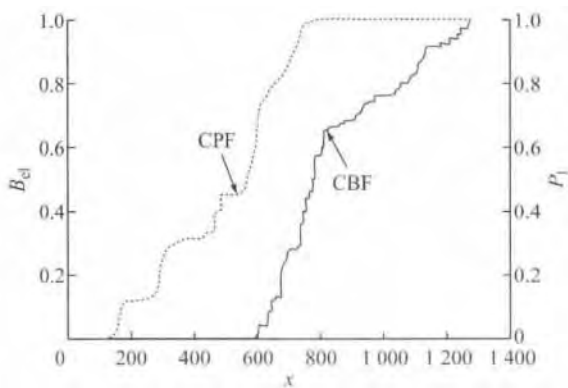


图 6 基于证据理论的 16 号节点  $y$  方向位移累积分布

Fig. 6 Displacement cumulative distributions of NO. 16 nodal point in  $y$  direction based on evidence theory

表 3 证据理论计算结果

Tab. 3 Calculation results by evidence theory

结果信息	数值
节点位移的期望	$[493.8, 846.3]$ mm
位移小于 1 000 mm 的概率	$[0.76, 1.00]$
具有 95% 保证概率的位移	$[732.3, 1 233.4]$ mm

### 3.3 算例 2

考虑偶然不确定和认知不确定同时存在的情况,假设不确定变量均服从正态分布,但是正态分布的参数  $(\mu, \sigma)$  是不确定的,为了比较,不确定性分 2 种情况给出:①  $\mu, \sigma$  参数是偶然不确定的,见表 4,采用概率理论计算;②  $\mu, \sigma$  参数是认知不确定的,均由 3 个区间组成,见表 5,采用证据理论计算.表 4 数据

表 4 参数确定的正态分布变量

Tab. 4 Normal distribution variables with certain parameters

变量	参数	数值	变量	参数	数值
E	$\mu$	210 GPa	$F_y$	$\mu_2$	100 kN
	$\sigma$	20 GPa		$\sigma_2$	10 kN
$F_x$	$\mu_1$	100 kN	$F_z$	$\mu_3$	-100 kN
	$\sigma_1$	10 kN		$\sigma_3$	10 kN

表 5 参数不确定的正态分布变量

Tab. 5 Normal distribution variables with uncertain parameters

变量	参数	区间	基本信任分配函数
E	$\mu$	[200,205]GPa,[205,215]GPa,[215,220]GPa	0.25,0.50,0.25
	$\sigma$	[18,19]GPa,[19,21]GPa,[21,22]GPa	0.25,0.50,0.25
$F_x$	$\mu_1$	[65,95]kN,[95,105]kN,[105,135]kN	0.25,0.50,0.25
	$\sigma_1$	[5,9]kN,[9,11]kN,[11,15]kN	0.25,0.50,0.25
$F_y$	$\mu_2$	[65,95]kN,[95,105]kN,[105,135]kN	0.25,0.50,0.25
	$\sigma_2$	[5,9]kN,[9,11]kN,[11,15]kN	0.25,0.50,0.25
$F_z$	$\mu_3$	[-135,-105]kN,[-105,-95]kN,[-95,-65]kN	0.25,0.50,0.25
	$\sigma_3$	[5,9]kN,[9,11]kN,[11,15]kN	0.25,0.50,0.25

区间值代替,并在这些区间上分配基本概率分配函数用于表示不确定变量落在这些区间内的概率,然后采用证据理论进行计算.观察计算结果可以发现:概率理论计算的结果是证据理论计算得到的似然函数和信任函数所围成区域内的一条曲线,故概率理论只是证据理论的焦元区间取单点数值时的特殊情况.

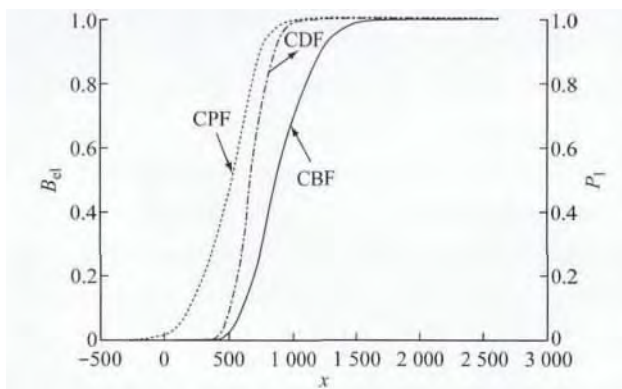


图 7 基于证据理论及概率理论的 16 号节点 y 方向位移累计分布

Fig. 7 Displacement cumulative distribution of NO. 16 nodal point in y direction based on evidence theory and probability theory

表 6 给出了从证据理论与概率理论计算结果中提取的部分信息,概率理论计算结果都是精确的单点值,而由于初始参数的不确定,证据理论给出的结果都是区间值,概率理论计算结果全部落在证据理论计算的区间内,两者具有很好的兼容性.对于无法建立精确概率分布函数的不确定变量,利用证据理

可看作是表 5 中不确定参数取单点值时的估计.

证据理论与概率理论对节点 16 y 方向位移的计算结果见图 7.当对不确定变量的认识比较透彻、可以建立其精确的概率分布函数时,用概率理论计算比较方便,相应得到的结果也是精确的概率分布.若没有足够的数据库建立不确定变量的概率分布函数时,可将原概率参数的单点估计值用一些估计的

论处理具有很好的鲁棒性,有效地避免了概率理论可能造成的误差,例如概率理论计算结果表明位移大于 923.9 mm 的概率小于 5%,而证据理论计算的结果却是 1 336.2 mm.

表 6 证据理论及概率理论计算结果比较

Tab. 6 Comparison of calculation results between evidence theory and probability theory

理论	节点位移的期望/mm	位移小于 1 000 mm 的概率/%	具有 95% 保证概率的位移/mm
概率理论	694.2	98.2	923.9
证据理论	[506.7,906.5]	[68.3,99.5]	[819.1,1 336.2]

## 4 结论

由于对于模型和参数的了解从来都不是完善的,因此处理包含认知不确定的问题具有非常大的实际意义.证据理论可以表示多种类型的不确定数据,与概率理论及区间算法兼容性好,对于处理认知不确定问题来说是一种非常有潜力的方法.

微分演化算法是一种新颖的启发式智能算法,具有鲁棒性好、收敛速度快等特点,本文将用于基于证据理论的不确定传播过程,来解决 2 次区间优化问题,大大提高了基于证据理论不确定分析方法的计算效率.

以材料性能及外荷载均不确定的框架结构为例,将证据理论与区间算法和概率理论进行了分析比较,数值分析的结果表明,基于微分演化算法的证

(下转第 337 页)

Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG D64-2004 Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 2004.

- [12] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB/T 50476—2008 混凝土结构耐久性设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社,

2008.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. GB50010-2002 Code for durability design of concrete structures[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.

(上接第 330 页)

据理论能够成功处理各类不确定问题,收敛性和稳定性好.

#### 参考文献:

- [1] Oberkampf W L, Helton J C, Sentz K. Mathematical representation of uncertainty [C]// Non-deterministic Approaches Forum. Seattle: AIAA, 2001; Chapter DOI: 10.2514/6.2001-1645.
- [2] Helton J C. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty [J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, 57: 3.
- [3] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multiplicand mapping [J]. Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38:325.
- [4] Shafer G A. Mathematical theory of evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [5] Curcuro G, Galante G M, Fata C M. Epistemic uncertainty in fault tree analysis approached by the evidence theory [J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2012, 25(4):667.
- [6] Francois J, Grandvalet Y, Denoeux T, et al. Addendum to resample and combine: an approach to improving uncertainty representation in evidential pattern classification [J]. Information Fusion, 2003, (4): 75.
- [7] BAO Yuequan, LI Hui, AN Yonghui, et al. Dempster-shafer evidence theory approach to structural damage detection [J]. Structural Health Monitoring, 2012(11):13.
- [8] FENG Tao, ZHANG Ahaopu, MI Jusheng. The reduction and fusion of fuzzy covering systems based on the evidence theory [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(1):87.
- [9] Agarwal H, Renaud J E, Preston E L, et al. Uncertainty quantification using evidence theory in multidisciplinary design optimization [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 85: 281.
- [10] Bae H R, Grandhi R V, Canfield R A. An approximation approach for uncertainty quantification using evidence theory [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 86: 215.
- [11] Helton J C, Johnson J D, Oberkampf W L, et al. A sampling-based computational strategy for the representation of epistemic uncertainty in model predictions with evidence theory [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196:3980.
- [12] Salehghaffari S, Rais-Rohani M, Marin B E, et al. A new approach for determination of material constants of internal state variable based plasticity models and their uncertainty quantification [J]. Computational Materials Science, 2012, 55: 237.
- [13] Mourelatos P Z, Zhou Jun. A design optimization method using evidence theory [J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128: 901.
- [14] 张清华,李乔,唐亮. 基于证据理论的结构损伤识别研究 [J]. 振动工程学报, 2007, 20(2): 200.  
ZHANG Qinghua, LI Qiao, TANG Liang. Study of structural damage identification based on evidence theory [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(2): 200.
- [15] 郭惠昕,夏力农,戴娟. 基于证据理论的结构失效概率计算方法 [J]. 应用基础与工程科学学报, 2008, 16(3): 457.  
GUO Huixin, XIA Linong, DAI Juan. Method for calculating the failure probability of engineering structure using evidence theory [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2008, 16(3): 457.
- [16] 刘沐宇,徐长佑. 基于证据理论的岩体力学参数信度评估方法 [J]. 中国有色金属学报, 2000, 10(4): 609.  
LIU Muyu, XU Changyou. Belief estimation of rockmass mechanical parameters based on evidence theory [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2000, 10(4): 609.
- [17] 杨风暴,王肖霞. D-S 证据理论的冲突证据合成方法 [M]. 北京:国防工业出版社, 2010.  
YANG Fengbao, WANG Xiaoxia. Combination method of conflictive evidences in D-S evidence theory [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.
- [18] Eldred S M, Swiler P L, Tang G. Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2011, 96:1092.
- [19] 唐和生,王兆亮,薛松涛. 微分演化算法在桁架形状优化中的应用 [J]. 土木建筑与环境工程, 2010, 32(1): 42.  
TANG Hesheng, WANG Zhaoliang, XUE Songtao. Truss structure shape optimization with differential evolution algorithm [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2010, 32(1): 42.
- [20] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341.