

基于非线性阻尼系统解耦的消能减震结构系统识别

宋琛琛¹, 谢丽宇¹, 薛松涛^{1, 2}

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所, 上海 200092; 2. 日本东北工业大学 工学部建筑学科, 仙台 982 - 8577)

摘 要: 在固有结构上安装消能器会增大系统的非线性程度。常规的拟线性识别法会随消能减震构件参与系统响应的程度不同, 而得到不同识别结果。针对消能减震结构非线性识别问题, 基于系统的输出反馈建立消能器力学模型, 并将其非线性强度系数引入到系统状态空间矩阵中, 再通过将消能器承担的层间剪力转化为外力施加在固有结构上的方式, 将非线性体系进行解耦。最终, 能够利用线性子空间辨识法达到识别固有结构动力特性和消能器非线性强度系数的目的。

关键词: 消能减震; 非线性; 输出反馈; 子空间法

中图分类号: N945. 14; TU35; TU317

文献标志码: A

System identification of energy-dissipating structure based on decoupling nonlinear damping system

SONG Chenchen¹, XIE Liyu¹, XUE Songtao^{1, 2}

(1. Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Architecture, Tohoku Institute of Technology, Sendai 982 - 8577, Japan)

Abstract: The introduction of nonlinear dampers will result in nonlinear performance of the overall structure. By linear system identification method, the dynamic characteristics of the overall structure can be identified through the state matrices. However, it is not applicable for nonlinear systems since the identified results are equivalent counterparts of linearized systems over certain time span, and they may vary with the excitation intensity. In this paper, the nonlinear damper subsystem is decoupled from the linear main-frame by exerting the internal force between the dampers and the frame as the external force. Assuming that the restoring force model of dampers is set up with undefined parameters to be identified, the unknown parameters are introduced to the state space model of the overall system. The method can estimate the coefficients of the nonlinearities and also can identify the linear dynamic characteristic of the inherent structure.

Key words: energy dissipation; nonlinearity; output feedback; subspace method

引言

消能减震技术是目前在结构振动控制的研究和应用中较为成熟的技术。在固有结构上增加消能器会增大系统的非线性程度, 从而难以对结构体系的动力特性进行辨识。对于非线性系统辨识问题, 一般都采用等

收稿日期: 2015 - 04 - 30; 修订日期: 2015 - 08 - 29

基金项目: 国家自然科学基金(51208377; 51478356)

作者简介: 宋琛琛(1989 -) 男, 博士研究生, 主要从事结构抗震研究. E-mail: chenchen_song@126.com

通讯作者: 谢丽宇(1978 -) 男, 讲师, 博士, 主要从事结构抗震、基础设施的风险评估、结构健康监测的研究.

E-mail: liyuxie@tongji.edu.cn

效线性化的方法进行简化辨识。但是这种直接忽略系统非线性的方法,会随消能减震构件参与系统响应的程度不同,而得到不同识别结果^[1]。从中也无法判断出系统动力参数的变化是由什么原因引起的,其辨识结果对工程实践不具有明确的指导意义。然而,如何获得消能减震系统固有结构部分的动力特性以及在用消能器的工作状态对系统性能损伤识别、维护加固等有重要的意义^[2]。

消能减震结构可分为两个部分,如图1所示。固有结构部分和附加消能器部分。固有结构体系在处于弹性状态时,结构响应与激励呈线性关系。附加消能器的非线性特性使得整个结构体系响应呈现非线性特征。因此,可以设法通过将混合体系进行解耦的方式,把呈线性特征的固有结构部分和呈非线性特征的附加阻尼部分分离,进而就可以利用线性子空间系统辨识方法^[3]对结构进行辨识。

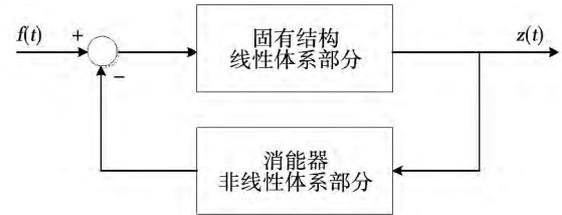


图1 消能减振结构的系统非线性
Fig. 1 The nonlinear system of energy-dissipating structure

1 非线性状态空间方程

假设系统具有 n 自由度,部分或者全部自由度之间具有阻尼装置。系统动力方程可表示为如式(1)所示:

$$M\ddot{z}(t) + G\dot{z}(t) + Kz(t) + \sum_{j=1}^p \mu_j L_{nj} g_j(t) = f(t) \tag{1}$$

式中 M 、 G 和 K 分别为固有结构本身的质量、阻尼和刚度矩阵; $z(t)$ 为 t 时刻系统各自由度组成的位移向量; $f(t)$ 为 t 时刻系统作用于 n 自由度的外力向量; $\sum_{j=1}^p \mu_j L_{nj} g_j(t)$ 为系统的非线性部分; p 为系统非线性类型的种类数; μ_j 为未知待识别非线性系数; $g_j(t)$ 为标量非线性类型的数值模型; L_{nj} 为非线性类型的位置向量,其元素取值为 1、-1 或 0。

将式(1)中的非线性部分移到等式右侧,如式(2):

$$M\ddot{z}(t) + G\dot{z}(t) + Kz(t) = f(t) - \sum_{j=1}^p \mu_j L_{nj} g_j(t) = f(t) + f_{nl}(t) \tag{2}$$

该式可以理解为固有结构在外力和非线性力的合力作用下的动力方程。消能器的力学模型 $g_j(t)$ 一般可以预先通过实验获得,所以可以将其与系统外力 $f(t)$ 一起作为系统输入。令系统的状态向量为 $x = [z \ \dot{z}]^T$, 系统输入向量为 $u = [f(t) \ -g_1(t) \ \dots \ -g_p(t)]^T$ 将式(2)写成系统状态空间方程形式,如式(3)所示:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{h \times h} & \mathbf{I}_{h \times h} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{h \times h} & \mathbf{0}_{h \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{h \times 1} \\ \mathbf{M}^{-1} & \mathbf{M}^{-1}\mu_1 L_{n1} & \dots & \mathbf{M}^{-1}\mu_p L_{np} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f(t) \\ -g_1(t) \\ \vdots \\ -g_p(t) \end{Bmatrix} \\ y &= [\mathbf{I}_{h \times h} \ \mathbf{0}_{h \times h}] \begin{Bmatrix} z \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + [\mathbf{0}_{h \times h} \ \mathbf{0}_{h \times 1} \ \dots \ \mathbf{0}_{h \times 1}] \begin{Bmatrix} f(t) \\ -g_1(t) \\ \vdots \\ -g_p(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{3}$$

为表示简便,将式(3)写为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) + D_c u(t) \end{aligned} \tag{4}$$

由于传感器只能获得离散数据,因而需要将式(4)转化为离散时间状态空间方程形式。

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k + Du_k \end{aligned} \tag{5}$$

式中 $x_k = x(k\Delta t)$ 是离散的时间状态向量; $A = \exp(A_c \Delta t)$ 是离散的系统矩阵; $B = [A - I]A_c^{-1}B_c$ 是离散的

输入矩阵; $C = C_c$ 是离散输出矩阵; $D = D_c$ 是直馈矩阵。

2 系统参数获取

由上文的论述 通过式 (3) 将非线性系统识别问题转化为线性系统识别问题。下面对非线性状态空间方程 (3) 进行傅里叶变换 获得结构的系统输入与输出传递函数关系:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)} = D + C(i\omega I - A_c)^{-1}B_c \quad (6)$$

式中 $Y(\omega) = F[y(t)]$ $U(\omega) = F[u(t)]$ $i = \sqrt{-1}$ 。

由于子空间计算方法中所选用的加权矩阵不同 所求得状态空间矩阵也不相同。但是不同计算方法所得到的状态空间矩阵符合式 (7) 所示的相似变换关系^[4]。相似变换矩阵用 T 来表示:

$$\begin{aligned} A &= \hat{T}A\hat{T}^{-1} & B &= \hat{T}B \\ C &= \hat{C}T^{-1} & D &= \hat{D} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 符号 $\hat{\bullet}$ 表示估计矩阵。

由连续时间状态空间矩阵和离散时间状态空间矩阵转换关系 可推导得传递函数 $\hat{H}(\omega)$ 的不变性。即 $\hat{H}(\omega)$ 的值与相似变换矩阵 T 无关, $H(\omega)$ 为不变矩阵。将非线性系统相应状态空间矩阵带入到传递函数式 (6) 中 可以得到:

$$H(\omega) = [H \quad H\mu_1 L_{n1} \quad \cdots \quad H\mu_p L_{np}] \quad (8)$$

其中 $H = H(\omega) = (K + i\omega C - \omega^2 M)^{-1}$ 。

故可以不通过计算出矩阵 T 就能得到与包含系统相关的参数的传递矩阵 $H(\omega)$ 进而通过各项之间的关系获得消能器的非线性强度系数 μ_i 。

计算连续时间系统矩阵 A_c 的特征值为:

$$\lambda_{ci} \lambda_{ci}^* = -\xi_i \omega_i \pm i\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (9)$$

式中 ξ_i 是固有系统阻尼比 ω_i 是固有系统自振圆频率。即固有结构阻尼比与自振频率可根据系统矩阵 A_c 获得。

3 数值验证

本文以速度型阻尼器为例 建立单自由度系统进行数值模拟验证。阻尼器力学模型可以用式 (10) 表示:

$$F_{\text{damper}} = \mu_{nl} v^\alpha \quad (10)$$

式中 F_{damper} 为阻尼力 v 为层间相对速度 μ_{nl} 为非线性强度系数 α 为阻尼器阻尼指数。对该模型进行进一步推演 当 $\alpha = 0$ 时 阻尼模型为摩擦性阻尼器; 当 $0 < \alpha < 1$ 时 阻尼模型为常见的黏滞型阻尼器; 当 $\alpha = 1$ 时 阻尼模型为线性阻尼器^[5]。本文针对这 3 种不同的情况 进行辨识分析 验证方法的适用性。

假设具有一个集中质点的单自由度动力系统 该集中质点上具有一个水平自由度 在该结构上安装有能够提供非线性恢复力的非线性构件 其中质量 $m = 1\,500 \text{ kg}$, $k = 6 \times 10^4 \text{ N/m}$, $c = 1\,600 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ 如图 2 所示。

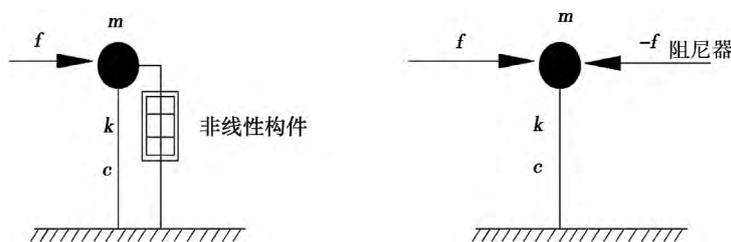


图 2 单自由度非线性系统解耦示意图

Fig. 2 The diagram of decoupling nonlinear system of one degree of freedom

(1) 消能器速幂级数为 0.5

图2 中所示的非线性构件非线性特性表示为 $k_{nl}v^\alpha$, 并取其非线性系数 k_{nl} 为 1 200, 速度幂级数 α 为 0.5, 即常见的黏滞型阻尼器阻尼模型。非线性的强度、类型和位置分别由参数 μ_1 、 $g_1(t)$ 、 L_{nl} 确定, 其中 $\mu_1 = k_{nl}$, $g_1(t) = -v^{0.5}(t)$, 显然 $L_{nl} = 1$ 。该系统动力学方程可以写为:

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) + k_{nl}v^{0.5}(t) = f(t) \tag{11}$$

系统传递函数不变量 $H(\omega = 0)$ 如式(12):

$$H(\omega = 0) = D - CA_c^{-1}B_c = [0 \ 0] - [1 \ 0] \begin{bmatrix} -\frac{c}{k} & -\frac{m}{k} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & \frac{k_{nl}}{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} & \frac{k_{nl}}{k} \end{bmatrix} \tag{12}$$

本节选取高斯白噪声均值为 0、均方根为 1 的高斯随机波作用于此单自由度非线性系统的集中质点上, 作用时间为 50 s, 时间步长为 0.02 s。使用本章所述方法进行系统识别, 与数值计算结果对比。黏滞型阻尼系统参数辨识结果如表 1 所示, 结构固有频率采用非线性与拟线性方法辨识结果基本相同, 但是固有结构阻尼比有较大差别。其中非线性辨识方法获得的固有结构阻尼比误差仅为 1.5%, 辨识得到附加阻尼恢复力曲线如图 3 所示, 与模拟结果基本吻合。

由于系统增加了黏滞阻尼器, 如果仍然采用线性系统辨识方法进行系统辨识, 系统自振频率与无阻尼器的系统差别较小, 但是阻尼比明显增大, 获得的系统频响函数曲线幅值会小于固有结构本身的频响函数曲线, 如图 4 所示。

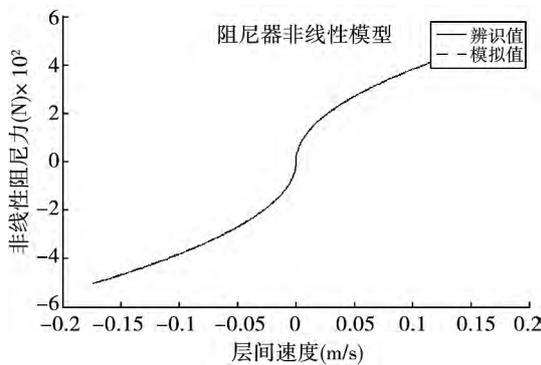


图3 附加阻尼恢复力曲线辨识
Fig. 3 The additional damping restoring force curve identification

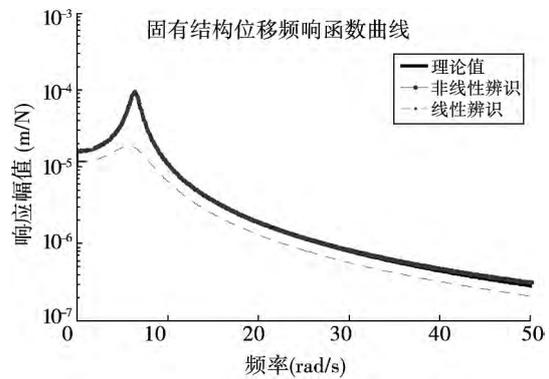


图4 固有结构位移频响函数曲线
Fig. 4 Frequency response curve of displacement of the inherent structure

表 1 黏滞型阻尼系统参数辨识结果

Table 1 The results of parameters identification of viscous damping system

项目	固有结构圆频率(rad/s)	固有结构阻尼比	非线性系数
数值计算	6.325	0.084	1 200
非线性辨识法	6.324	0.083	1 205
拟线性辨识法	6.319	0.321	0
非线性辨识误差分析	0.005 2%	1.5%	0.45%

(2) 消能器幂级数为 0

图2 中所示的非线性构件取其非线性系数 k_{nl} 为 350, 速度幂级数 α 为 0, 即摩擦型阻尼器阻尼模型。非线性的强度、类型和位置分别为 $\mu_1 = k_{nl}$, $g_1(t) = -1$, $L_{nl} = 1$ 。

摩擦型阻尼系统参数辨识结果如表 2 所示, 结构固有频率采用非线性与拟线性方法辨识结果基本相同, 但是固有结构阻尼比有较大差别。其中非线性辨识方法获得的固有结构阻尼比误差仅为 -1.22%。辨识得到附加阻尼恢复力曲线如图 5 所示, 与模拟结果基本吻合。系统增加了摩擦型阻尼器, 采用拟线性系统辨识方法进行系统辨识, 系统自振频率与无阻尼器的系统差别较小, 但是阻尼比明显增大, 获得的系统频响函数

曲线幅值会小于固有结构本身的频响函数曲线,如图 6 所示。

表 2 摩擦型阻尼系统参数辨识结果

Table 2 The results of parameters identification of friction damping system

项目	固有结构圆频率(rad/s)	固有结构阻尼比	非线性系数
数值计算	6.325	0.084	350
非线性辨识法	6.361	0.083	346
拟线性辨识法	6.294	0.346	0
非线性辨识误差分析	0.57%	-1.22%	1.14%

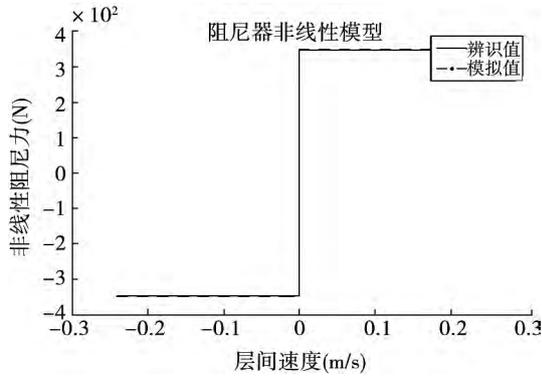


图 5 附加阻尼恢复力辨识

Fig. 5 The additional damping restoring force curve identification

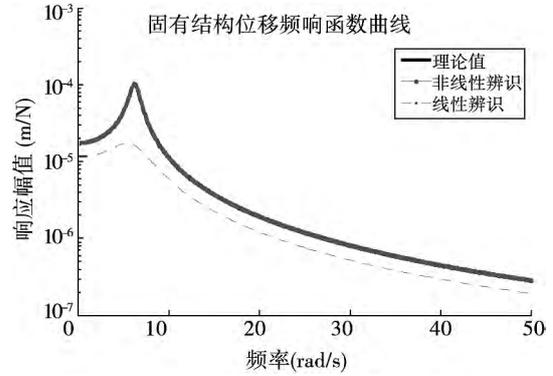


图 6 固有结构位移频响函数曲线

Fig. 6 Frequency response curve of displacement of the inherent structure

(3) 消能器幂级数为 1

图 2 中所示的非线性构件取其非线性系数 k_{nl} 为 1 800, 速度幂级数 α 为 1, 即线性阻尼器阻尼模型。非线性的强度、类型和位置分别为 $\mu_1 = k_{nl} g_1(t) = -v(t) L_{nl} = 1$ 。

阻尼器幂级数 $\alpha = 1$, 其产生的阻尼力与速度成正比, 阻尼器产生的阻尼力与固有结构本身所提供的阻尼力同属线性关系。附加阻尼恢复力曲线辨识结果如图 7 所示, 固有结构位移频响函数曲线辨识结果如图 8 所示。图中可以看出辨识结果与模拟结果、理论值有巨大差别, 未达到辨识目的。故本文所述非线性系统辨识方法不适用于线性阻尼器结构的系统辨识。

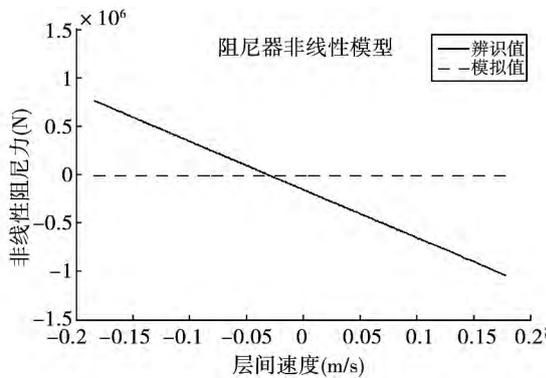


图 7 附加阻尼恢复力辨识

Fig. 7 The additional damping restoring force identification

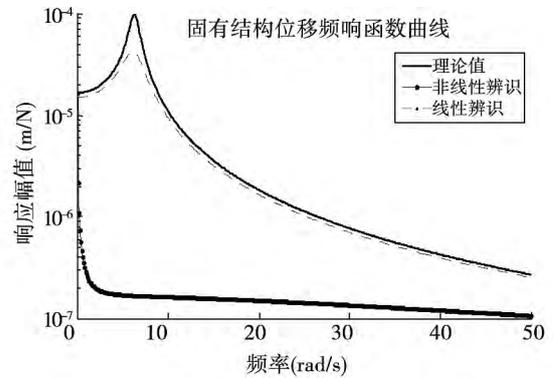


图 8 固有结构位移频响函数曲线

Fig. 8 Frequency response curve of displacement of the inherent structure

4 结语

本文通过对非线性阻尼系统进行解耦, 实现了消能减震结构非线性识别。并通过建立单自由度非线

性系统对方法进行了数值验证,证明了其对包含黏滞型消能器或摩擦型消能器的非线性系统具有较好的辨识效果,但是无法对包含线性消能器的系统进行辨识。在应用子空间法时,由于对状态空间矩阵的特殊设定,故输入输出数据不能直接应用加速度时程数据,因而需要对收集到的各自由度加速度时程信号进行数值积分,获得各自由度的速度时程或位移时程。显然,对加速度信号的数值积分会给算法带来新的误差和数值不稳定现象。如何减少这两个问题带来的影响,尚须进行进一步的研究。

参考文献:

- [1] Demarie G, Sabia D. Non-linear damping and frequency identification in a progressively damaged R. C. element[J]. *Experimental Mechanics*, 2011, 51(2): 229-245.
- [2] 谢丽宇,唐和生,薛松涛. 减振高层建筑的极限破坏及性能再生的研究现状及前景[J]. *结构工程师*, 2014, 30(3): 205-212.
XIE Liyu, TANG Hesheng, XUE Songtao. State-of-the-art and future trend in limit state and rehabilitation of vibration-controlled high-rise buildings[J]. *Structural Engineers*, 2014, 30(3): 205-212. (in Chinese)
- [3] Overschee P V, Moor B D. Subspace identification for linear systems: theory, implementation, methods[M]. Boston/London/Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996: 161-193.
- [4] Marchesiello S, Garibaldi L. A time domain approach for identifying nonlinear vibrating structures by subspace methods[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(1): 81-101.
- [5] 周云,徐彤. 耗能减震技术的回顾与前瞻[J]. *力学与实践*, 2000, (5): 1-7.
ZHOU Yun, XU Tong. The state of the art and the prospect of seismic energy dissipation technology[J]. *Mechanics in Engineering*, 2000, (5): 1-7. (in Chinese)